Files van files : WWW en de wondere wereld van de wachtrij

TU/e technische universiteit eindhoven

Files van Files

WWW en de wondere wereld van de wachtrij

Intreerede

prof.dr.ir. O.J. Boxma

Intreerede

Uitgesproken op 13 oktober 2000
aan de Technische Universiteit Eindhoven

prof.dr.ir. O.J. Boxma

Mijnheer de Rector Magnificus, Dames en heren,

Een aantredende hoogleraar heeft het voorrecht dat hij een inaugurele rede mag houden. Dat biedt hem de gelegenheid aan zijn vakgenoten te laten zien waar hij staat en in welke richting hij verder wil gaan, aan zijn collega's in andere faculteiten aan te geven waar aanknopingspunten liggen voor samenwerking, en aan zijn familie en vrienden uit te leggen wat zijn werk inhoudt en waarom dat werk zowel boeiend als zinvol is. Niet alleen is dat een voorrecht, het schept ook een dilemma, gezien de verschillende verwachtingen die de genoemde groepen koesteren. Gelukkig biedt Kolmogorov, één der grootste wiskundigen van de twintigste eeuw, uitkomst. Volgens Kolmogorov behoren de eerste tien minuten van een voordracht voor iedereen begrijpelijk te zijn - zelfs voor vrouwen, citeer ik met afkeuring. Het middenstuk is lastig, maar biedt voor deskundigen geen onoverkomelijke problemen. En het slot is onbegrijpelijk voor iedereen - inclusief de spreker.

Dat laatste toe te geven is heel belangrijk, want het besef dat je iets nog niet volledig begrijpt is essentieel voor voortgang in de wetenschap. Ik kom daar nog op terug. De intreerede biedt namelijk nog twee voorrechten, waar ik in het laatste kwartier gebruik van wil maken, en het eerste is het geven van een mening over bepaalde aspecten van het bedrijven van wetenschap. Het tweede is het publiekelijk danken van mensen die een grote rol spelen c.q. hebben gespeeld in de loopbaan van de spreker.

1. Het vakgebied

Ik ben aangesteld binnen de faculteit Wiskunde en Informatica, in de Capaciteitsgroep Wiskunde, met als leeropdracht Stochastische Besliskunde. Dat laatste woord, Besliskunde, is voor een ieder makkelijk te plaatsen. We nemen allemaal voortdurend beslissingen, waarbij we - al dan niet bewust - iets trachten te *optimaliseren*. En op de middelbare school leerden we al dat wiskunde gereedschap levert om te optimaliseren. We leerden hoe we het minimum van een functie, bijvoorbeeld $f(x) = x^2 - 6x + 5$, kunnen vinden door de afgeleide van de functie te nemen en deze vervolgens nul te stellen. Die afgeleide is

$2x - 6$, en is gelijk aan nul voor $x = 3$. Omdat de tweede afgeleide positief is, is er inderdaad sprake van een minimum en niet van een maximum. Mijn kinderen leren dit alles nu ook, meer dan vroeger verpakt in een verhaaltje uit het dagelijks leven.
Op de universiteit, en ook al heel voorzichtig op school, leert men hoe een lineaire functie kan worden geoptimaliseerd onder een aantal lineaire nevenvoorwaarden. Deze zogenaamde Lineaire Programmering is een relatief nieuwe wiskundige ontwikkeling, in gang gezet tijdens de Tweede Wereldoorlog [17]. De Lineaire Programmering, en algemener de Mathematische Programmering, vormt een belangrijk onderdeel van de Besliskunde. Het vak is springlevend; nieuwe wiskundige ideeën gaan hand in hand met efficiënte algoritmiek.
Daarnaast is Mathematische Programmering van zeer groot praktisch en economisch belang op gebieden als productieplanning, distributie en logistiek. Dat slechts weinigen dat weten is overigens deels te wijten aan de gebrekkige PR van de wiskunde. Deels hangt het ook samen met een cultuur waarin zelfs hoog ontwikkelde mensen er gretig prat op gaan dat ze nooit iets van wiskunde hebben begrepen, laat staan er schoonheid in hebben gezien. Veel van diezelfde mensen zouden zich ervoor schamen toe te geven dat ze de principes van de aandelenhandel niet snappen - hoe dicht die ook bij wiskundige principes staan, of dat ze de schoonheid van de muziek van Bach niet kunnen waarderen - hoe dicht die ook bij wiskundige schoonheid staat.
In de Besliskunde optimaliseren we niet slechts lineaire of continue functies. We leren onze studenten bijvoorbeeld ook hoe ze een optimale keuze kunnen maken uit een *discrete* verzameling alternatieven. Een voorbeeld: u wilt per auto reizen van Bologna naar Eindhoven. De routeplanner op uw PC spuwt onmiddellijk de kortste route uit. Hij gebruikt daarbij ongetwijfeld een variant van Dijkstra's algoritme. Edsger Dijkstra, ooit verbonden aan onze faculteit, publiceerde zijn 'kortste-pad' algoritme in 1959. Het algoritme berust op een buitengewoon eenvoudig en elegant principe, en is zo efficiënt dat een computer in een fractie van een seconde de kortste weg tussen twee steden op een complexe wegenkaart vindt.
Optimaliseren en beslissen zijn duidelijk bezigheden die dikwijls in een wiskundig

raamwerk kunnen worden geformaliseerd en met wiskundige methoden uitgevoerd. Maar in het dagelijks leven beschikken we meestal niet over alle informatie, èn speelt ook toeval een rol. Het is bijvoorbeeld bij uw routeplanning niet alleen relevant wat de lengte van de weg is, maar ook wat de maximum toegestane snelheid is, hoeveel verkeer er is en of er files staan. Dat brengt me bij mijn leeropdracht: de *Stochastische* Besliskunde, het op wiskundige wijze optimaliseren, beslissen, *onder onzekerheid.* Het Griekse woord στοχαστικος betekent gissend, goed mikkend; mijn leeropdracht zou ook wis-, gis- en besliskunde kunnen heten. στοχασμα betekent: dat waarmee men mikt, een werpspeer. Al dan niet toevallig is ook het woord *random* verbonden met de jacht: het Franse *randonnée* betekent omweg van wild om te ontvluchten, zwerftocht.

Stochastische wiskunde bedrijven, het lijkt een paradoxale leeropdracht: het voorspellen van het intrinsiek onvoorspelbare. Ik wil u deze paradox verklaren aan de hand van de zojuist genoemde files, maar niet zozeer files in het wegverkeer. Ik wil spreken over wachtrijen in hun algemeenheid, en daarna wil ik speciaal stilstaan bij files van files, files op wat wel wordt genoemd 'The information super highway': files in het Internet.

Mijn taak, u iets te vertellen over wachtrijen, wordt vergemakkelijkt doordat ieder mens vertrouwd is met wachten. Gemiddeld wacht u meer dan een half uur per dag: op de trein, voor een verkeerslicht, op een lift, aan de telefoon, achter uw computer. Dat wachten is een onaangename bezigheid, maar dat wordt voor sommige gelukkigen onder ons in ruime mate gecompenseerd door het feit dat er zo'n mooie wiskundige theorie over bestaat: de wachtrijtheorie. Wachtrijtheorie wordt gezien als een toepassing van de kansrekening. Om die relatie met kansrekening inzichtelijk te maken begin ik met een triviaal voorbeeld. Ik neem u mee naar een plaats waar de meesten van u dagelijks of wekelijks wachten: de supermarkt.

Op vrijdagavond ga ik soms naar de supermarkt. Er is dan slechts één kassa open, en ik tref er het basismodel van de wachtrijtheorie. Klanten arriveren bij een bediende (de caissière). Elke klant heeft een zekere bedieningsvraag. De bediende bedient klanten in volgorde van aankomst, werkend in een constant tempo. Als een klant niet direct kan worden geholpen, dan sluit hij aan achteraan de wachtrij. De tijden tussen aankomsten van opeenvolgende klanten bij de kassa fluctueren. Hetzelfde geldt voor de bedieningsduren. Op grond van metingen, gedaan op diverse vrijdagavonden, kunnen we waarschijnlijk tamelijk nauwkeurig voorspellen hoe lang de gemiddelde tijd is tussen twee opeenvolgende aankomsten bij de kassa, en hoe lang een bediening gemiddeld duurt. Echter, en dat is een essentiële observatie, we zijn *niet* in staat precies te voorspellen wanneer de volgende klant aankomt en hoeveel werk hij brengt. We zouden het zelfs niet eens precies willen weten, om bij onze berekeningen niet te verdrinken in een zee van details. Gelukkig is dat ook niet nodig om toch met grote nauwkeurigheid te kunnen voorspellen hoe de wachtrij bij de kassa zich op de lange duur gedraagt. De kansrekening komt ons hier te hulp. We nemen aan dat de opeenvolgende aankomstintervallen, en ook de bedieningsduren, *stochastische variabelen* zijn.

Een stochastische variabele of toevalsvariabele is een grootheid die met allerlei kansen allerlei waarden aan kan nemen. Zo is bij een goede dobbelsteen het aantal geworpen ogen een stochastische variabele, O, die met kansen 1/6 de waarden 1,2,...,6 aanneemt. We schrijven $P(O = 3) = 1/6$, om aan te geven dat de kans op een drie gelijk is aan 1/6; P staat voor probability, kans. Bij de aankomstintervallen, aan te geven met A, en de bedieningsduren, aan te geven met B, zijn alle waarden groter dan of gelijk aan nul mogelijk. We beschouwen daarom $P(A \leq x)$ en $P(B \leq x)$ voor alle $x \geq 0$. We hebben hierbij stilzwijgend verondersteld dat de aankomstintervallen eender verdeeld zijn, en dat dit ook geldt voor de bedieningsduren; ook nemen we aan dat ze alle onafhankelijk zijn. Zowel theoretische argumenten (hier niet nader toe te lichten [19]) als verkeersmetingen suggereren dat met grote nauwkeurigheid zal gelden:

$$P(A \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0,$$

waarbij λ een of ander positief getal is. Dit heet de negatief exponentiële kansverdeling. De kansrekenaars onder u zien onmiddellijk dat het gemiddelde aankomstinterval bij deze verdeling gelijk is aan $1/\lambda$, zodat gemiddeld λ klanten per tijdseenheid arriveren. We schrijven $EA = 1/\lambda$, waarbij EA staat voor de expectation, verwachting, van A; zeg maar het gemiddelde.

De exponentiële verdeling heeft de mooie eigenschap van *geheugenloosheid*: als de laatste aankomst al y minuten geleden plaats vond, dan wordt de kans dat we vanaf nu nog hooguit x minuten moeten wachten nog steeds gegeven door $1 - e^{-\lambda x}$, of y nu één of honderd minuten is. Het verleden speelt geen rol. Deze geheugenloosheid van de aankomstverdeling vergemakkelijkt de analyse aanzienlijk. Zij maakt dat enkele stochastische processen in het beschreven wachtrijsysteem Markovprocessen zijn, waarmee de krachtige theorie van Markovprocessen wordt ontsloten voor de wachtrijtheorie. We duiden het zojuist beschreven systeem aan met $M/G/1$: M voor een *Memoryless* oftewel geheugenloos aankomstproces, G voor een *General* oftewel niet nader gespecificeerde bedieningsvraag, en 1 voor één bediende.

Laat ik u even de gelegenheid geven deze inleiding in de wachtrijtheorie te verwerken, door een paar zijdelingse opmerkingen te maken.

1. Het zojuist genoemde begrip verwachting, een centraal concept in de kansrekening, is in 1657 ingevoerd door onze landgenoot Christiaan Huygens in zijn verhandeling *De Ratiociniis in Ludo Aleae,* oftewel *Van Rekeningh in Spelen van Geluck* [14]. Huygens was wellicht de grootste geleerde die ons land heeft voortgebracht, en kansrekening was slechts één van zijn vele interessegebieden. Een sterke methodologische overeenkomst tussen zijn theorie over de beweging van voorwerpen na botsing en zijn kanstheorie stelde hem in staat die laatste theorie in zeer korte tijd te ontwikkelen [13].

2. In de praktijk zullen ook de *afwijkingen* van het gemiddelde belangrijk zijn. De variantie van een stochastische variabele geeft een maat voor die afwijking: hoe groter en waarschijnlijker de afwijkingen naar boven en naar onder, hoe groter de variantie. We zijn overigens niet gewend te denken in termen van afwijkingen van een gemiddelde. We beseffen niet altijd dat afwijkingen, naar boven en naar onder, de regel en niet de uitzondering zijn, en we zien sterke afwijkingen van een gemiddelde te vaak als een trendbreuk of iets onnatuurlijks [12].

Supermarktmanagers en hun klanten zijn vooral geïnteresseerd in grootheden als wachttijden en het aantal wachtenden. Maar als alle *input* stochastisch is, mag u niet verwachten dat de *output* deterministisch is. U mag dan ook geen uitspraak verwachten in de trant van 'de wachttijd is altijd 10 minuten'. Wel mag u uitspraken verwachten als 'de gemiddelde wachttijd is 10 minuten', of 'de kans op een leeg systeem is 1/3'.

Voor de $M/G/1$ wachtrij geldt bijvoorbeeld dat er een fractie 1-λ EB van de tijd geen enkele klant is. Geen wonder, want er arriveren gemiddeld λ klanten per tijdseenheid, en een bediening duurt gemiddeld EB tijdseenheden; dus de caissière ziet gemiddeld $\rho = \lambda$ EB werk per tijdseenheid op zich afkomen. Ook de kans dat een arriverende klant een leeg systeem aantreft is gelijk aan 1-λ EB. Misschien verbaast het u niet dat die beide kansen gelijk zijn, maar die gelijkheid geldt lang niet altijd. Als we alle stochastiek uitbannen en klanten met tussenpozen van $1/\lambda$ arriveren, precies EB werk vragend, dan heeft *iedere* klant wachttijd nul. Het zijn de schommelingen in aankomsten en bedieningsvragen, de stochastische verschijnselen, die tot wachtrijen leiden.

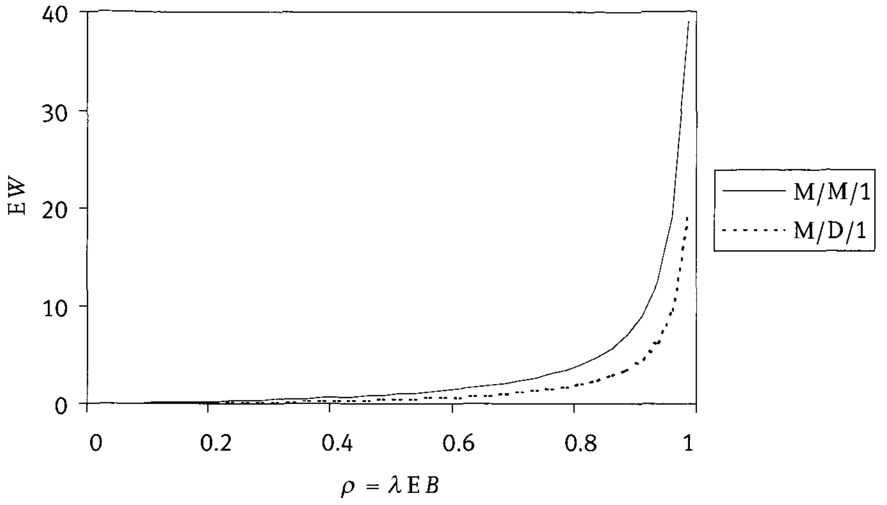
U vraagt zich wellicht af wat er gebeurt als de belasting $\rho = \lambda$ EB groter dan één is. In dat geval zal de wachtrij op den duur groter en groter worden. Het werk groeit de caissière boven het hoofd, wat bij een kapper misschien een begerenswaardige situatie is, maar niet bij een supermarkt.

Voor $\rho < 1$ wordt de gemiddelde wachttijd EW in de $M/G/1$ wachtrij gegeven door de formule van Pollaczek-Khintchine [9]:

$$\mathrm{E}W = \frac{\lambda[(\mathrm{E}B)^2 + \mathrm{Var}B]}{2(1-\rho)}. \qquad (1)$$

Hierbij is Var B de variantie van B.

In figuur 1 ziet u de gemiddelde wachttijd weergegeven in het geval van deterministische bedieningsvraag (Var B = 0) en exponentieel verdeelde bedieningsvraag (Var B = (EB)^2). Beschouw dat laatste geval even nader, veronderstellend dat de gemiddelde bedieningsvraag EB = 1. Dan is EW gelijk aan 1 voor $\lambda = 0.5$, 4 voor $\lambda = 0.8$, en al 9 voor $\lambda = 0.9$. De wachttijd groeit explosief naar oneindig als ρ naar 1 gaat. Het is dan ook een ernstige misvatting te denken dat twee keer zoveel verkeersaanbod tot twee keer zo lange gemiddelde wachttijden zal leiden. Als de belasting van een



Figuur 1. Gemiddelde wachttijd in de $M/M/1$ wachtrij en de $M/D/1$ wachtrij. De D geeft aan dat de bedieningstijden deterministisch zijn ($B = 1$).

caissière, machine of processor een kritische grens nadert, dan is de toename van de wachttijden veel sterker. Ik noem de machine en processor niet voor niets. Het zojuist geschetste model van de klanten die een rij vormen voor een bediende met beperkte bedieningscapaciteit is generiek, en is zelfs beter toepasbaar op situaties van dienstverlening door bedienden zonder menselijke eigenaardigheden: een machine die taken afhandelt, een processor die jobs verwerkt, een communicatiekanaal waardoor berichten worden verzonden.

Laten we de gemiddelde wachttijd in de $M/G/1$ wachtrij eens rechtstreeks uitrekenen, en proberen te begrijpen waarom de *variantie* van de bedieningstijd erin opduikt. Stel dat u een arriverende klant bent. Gemiddeld staan EX klanten in de wachtrij. Het wachten op hun bediening kost u gemiddeld EX EB tijd. Met kans ρ treft u ook nog een klant in bediening aan. Noem de resterende bedieningstijd van die klant B_{rest}. Dan geldt:

$$\mathrm{E}W = \mathrm{E}X\,\mathrm{E}B + \rho\,\mathrm{E}B_{\text{rest}}.$$

Een klassiek resultaat uit de wachtrijtheorie, Little's formule, relateert het gemiddeld aantal wachtende klanten als volgt aan de gemiddelde wachttijd:

$$\mathrm{E}\,X = \lambda\ \mathrm{E}W.$$

De juistheid van Little's formule is snel in te zien met het volgende geldargument, beschreven in een fraai boek van mijn collega Tijms [19]. Stel dat de caissière een gulden per minuut wachten moet betalen aan iedere wachtende klant; dat kost haar gemiddeld EX gulden per minuut. Maar omdat ze een willekeurige klant gemiddeld EW gulden moet betalen, en er gemiddeld λ klanten per minuut arriveren, kost het haar gemiddeld ook λ EW gulden per minuut. Substitutie van E$X = \lambda$ EW in de zojuist gegeven uitdrukking voor EW geeft

$$\mathrm{E}W = \rho\ \mathrm{E}W + \rho\ \mathrm{E}B_{\mathrm{rest}}\,,$$

dus

$$\mathrm{E}W = \frac{\rho\ \mathrm{E}B_{\mathrm{rest}}}{1 - \rho}. \qquad (2)$$

Het lijkt vanzelfsprekend dat E$B_{\mathrm{rest}} = {}^1/_2$ EB. En toch stemt (1) dan slechts overeen met (2) als Var $B = 0$. Weer een paradox, en dat is mooi, want paradoxen stimuleren tot beter begrip. De verklaring geef ik aan de hand van een verwante paradox, de *busparadox*.

Morgen zult u veel vergeten zijn van wat ik vandaag heb verteld, ook als u niet geheugenloos bent. Maar als u het volgende voorbeeld begrijpt, dan vergeet u het nooit meer en begrijpt u de essentie van het verschijnsel wachten.

Stel dat om de twintig minuten een bus bij de bushalte hoort aan te komen. U kent de dienstregeling niet, maar gaat op goed geluk naar de bushalte. Hoe lang wacht u gemiddeld? De helft van 20 minuten, dus 10 minuten? Dat is juist als de bussen *precies* om de twintig minuten bij de halte arriveren, dus zonder enige fluctuatie, zonder enige stochastiek. Anders is het *niet* juist, en is uw gemiddelde wachttijd altijd *groter* dan 10 minuten. Stel dat bussen de helft van de keren na 10 minuten komen, en de helft van de keren na 30 minuten. Dan is uw gemiddelde wachttijd *niet* $^1/_2 \times 5 + {}^1/_2 \times 15 = 10$ minuten, maar $^3/_4 \times 15 + {}^1/_4 \times 5 = 12^1/_2$ minuten. U zal immers 3 van de 4 keer in een lang interval van 30 minuten arriveren, en slechts één van de 4 keer in een kort interval van 10 minuten.

Dit verklaart waarom u in het gewone busleven gemiddeld langer wacht dan u verwacht: u heeft een relatief grote kans te arriveren in een relatief lang interval, en dan wacht u relatief lang. Zo is het ook bij de kassa: met relatief grote kans arriveert u tijdens een relatief lange bediening. Men kan bewijzen dat de gemiddelde resterende bedieningstijd

$$\mathrm{E}B_{\mathrm{rest}} = \frac{\mathrm{E}B}{2} + \frac{\mathrm{var}\, B}{2\mathrm{E}B} \geq \frac{\mathrm{E}B}{2}.$$

En dat leidt via (2) precies tot de eerder genoemde formule van Pollaczek-Khintchine voor de $M/G/1$ wachtrij. Die laatste formule geeft de belangrijkste lessen van de wachtrijtheorie weer: hoe meer variantie in de bedieningstijd, hoe groter de gemiddelde wachttijd, en dit gemiddelde neemt explosief toe als de hoeveelheid aangeboden verkeer een kritische grens nadert.

De uit wiskundige analyse verkregen resultaten moeten leiden tot beslissingen. Een korte-termijnbeslissing kan zijn: laat iemand bijspringen als de rij te lang wordt. Een middellange-termijnbeslissing: houd op zaterdagochtend *twee* kassa's open. Een lange-termijnbeslissing betreft het aantal kassaplaatsen. Als ik zaterdagochtend winkel en de twee kassa's nader, moet ik trouwens ook een beslissing nemen: bij welke rij sluit ik me aan? In het kader van mijn zaterdagse onthaasting meen ik meestal de langste rij te moeten kiezen, maar de meeste mensen maken een andere keuze. De wiskundige analyse van het wachtrijmodel met twee rijen, waarbij de klanten de kortste rij kiezen, is lastig. De belangrijkste oplossingsmethoden voor dit model en haar varianten zijn grotendeels in Nederland ontwikkeld, in de laatste twintig jaar, en ik heb dat van nabij mogen zien. Cohen [10] heeft een methode ontwikkeld waarmee een belangrijke klasse van lang onopgelost gebleven wachtrijproblemen kan worden omgezet in klassieke randwaardeproblemen uit de mathematische fysica, zoals het Riemann-Hilbert probleem. Dit leidde o.a. tot een expliciete oplossing van het kortste-rij probleem. Hier in Eindhoven hebben Adan, Wessels en Zijm [1] een ingenieuze methode bedacht om een specifieke klasse van twee-dimensionale stochastische wandelingen te analyseren, en het kortste-rij model valt binnen die klasse. Blanc, een naaste medewerker in de elf jaren dat ik als hoogleraar in deeltijd aan de KUB was verbonden, gaf een numerieke behandeling van het kortste-rij model via zijn machtreeksalgoritme [3]. Vooral dankzij het baanbrekende werk van hem en onze twee gemeenschappelijke promovendi is dat algoritme in staat een grote klasse van Markovprocessen numeriek te analyseren. Het kijkt daarbij niet op een kassa meer of minder. Ik kan u terzijde meedelen dat u ten onrechte denkt relatief vaak de pech te hebben de traagste rij te hebben gekozen; wel spendeert u een relatief lang deel van uw wachtend leven in de traagste rij, omdat het wachten daar nu eenmaal langer duurt.

Hopelijk ziet u waarom wachtrijtheorie mij fascineert: het bestudeert verschijnselen waar we dagelijks mee te maken hebben, maakt gebruik van een heel breed scala aan technieken uit mooie wiskundige disciplines als de kansrekening en de complexe functietheorie, en daagt onze intuïtie voortdurend uit. De onderzoeksvragen komen in belangrijke mate voort uit nieuwe technologische ontwikkelingen. Kortom: typisch toegepaste wiskunde, en goed passend bij een Technische Universiteit. Het supermarktvoorbeeld zal u nog niet overtuigd hebben van de grote maatschappelijke relevantie van wachtrijtheorie. Die relevantie komt veel sterker tot uitdrukking in productie en logistiek, en in de prestatie-analyse van computers en communicatiesystemen. De vele toepassingen in productie en logistiek verklaren mede waarom er van oudsher zulke sterke banden zijn tussen groepen in de Faculteit Technologie Management en de leerstoel Stochastische Besliskunde, banden die ik graag onderhoud en verstevig, deels in het kader van de onderzoeksschool BETA.

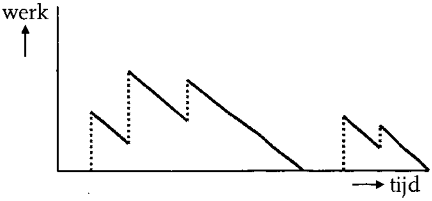
Ik zie ernaar uit soortgelijke betrekkingen met groepen in Informatica en Elektrotechniek op te bouwen. Aanknopingspunten zijn er in overvloed. Dimensioneringsproblemen bij het ontwerp van telefooncentrales vormden de bakermat van de wachtrijtheorie: vragen als hoeveel lijnen in een centrale dienen te worden aangelegd opdat er hooguit 5% kans is dat alle lijnen bezet zijn. Bijna een eeuw later leiden telecommunicatieproblemen betreffende de dimensionering en/of tariefstelling bij o.a. het Internet, kabelnetten en mobiele netwerken tot nieuwe, buitengewoon interessante wachtrijproblemen. Wachtrijproblemen waarbij we soms ver verwijderd zijn van de klassieke modellen als de $M/G/1$ wachtrij.

Telecommunicatie is overigens al lang niet meer synoniem met telefonie. Moderne communicatienetwerken zoals het Internet ontstaan door het samensmelten van traditionele telefoniesystemen en computercommunicatienetwerken. Zij bieden een groot scala aan diensten, zoals telefonie, datatransmissie en video, via een gemeenschappelijke infrastructuur. Weliswaar is de beschikbare capaciteit buitengewoon groot, maar toch is wachtrijtheorie niet overbodig geworden - integendeel. Ten eerste zijn mensen zeer vindingrijk in het benutten van beschikbaar komende middelen en capaciteit voor nieuwe toepassingen. Ten tweede ontstaan wachtrijen bij de zwakste schakel, zoals de toegang tot het net of een extreem populaire website. En ten derde is niet alleen de capaciteit van het net groot, maar zijn ook de eisen aan de prestatie hoog. Beschouw bijvoorbeeld de situatie waarbij data en geluid over eenzelfde kanaal worden verzonden. Dan is enige vertraging bij de transmissie van databits geoorloofd, maar kan een verlieskans van 10^{-9} al onacceptabel zijn. Andersom is enig verlies van bits bij de transmissie van geluid niet storend, terwijl een vertraging van enkele tientallen milliseconden dat juist wel is. U begrijpt dat dit aanleiding geeft tot wachtrijen met verschillende typen klanten met heel verschillende karakteristieken, en dat verfijnder disciplines voor de volgorde van afhandeling van klanten nodig zijn dan in de supermarkt.

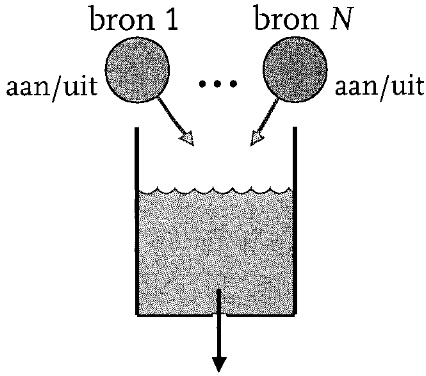
Graag ga ik wat dieper in op twee wachtrijmodellen betreffende moderne communicatienetwerken, die momenteel onderwerp zijn van koortsachtig onderzoek in diverse groepen, waaronder de onze, en die ook de komende paar jaar nog wel op mijn onderzoeksagenda zullen blijven staan. Allereerst een klasse van modellen waaraan het nieuwe, bruisende, onderzoeksinstituut EURANDOM, samen met BETA, twee weken geleden hier in Eindhoven een internationale workshop wijdde.

Vloeistofmodellen

Bij klassieke wachtrijmodellen als in de supermarkt neemt bij de aankomst van een klant de hoeveelheid werk in één klap toe met diens bedieningsvraag (zie figuur 2). Als we echter een telefoongesprek over een moderne ISDN lijn in detail bekijken, zien we een enorme stroom cellen van telkens

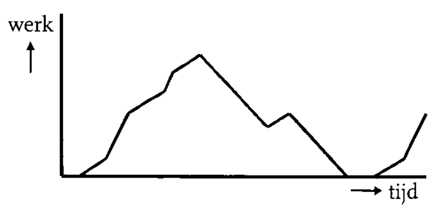


Figuur 2. De hoeveelheid werk in een klassiek wachtrijsysteem met één bediende.



Figuur 3. Het vloeistofmodel.

53 bytes. Die cellen als klanten zien is een te microscopisch gezichtspunt voor een bruikbare analyse. Tussen de twee uitersten van het celniveau en het 'call' niveau, het niveau van gehele gesprekken, ligt het 'burst' niveau. De cellen worden in schokken, 'bursty', aangeboden. Tijdens de perioden dat een persoon spreekt, is er een nagenoeg continue stroom cellen. Daarom kunnen we de vergelijking maken met een bron die vloeistof aanbiedt aan een reservoir. Dit reservoir staat voor de buffer van het communicatiekanaal. Dikwijls worden diverse telefoongesprekken tegelijk door hetzelfde kanaal verzonden, via 'multiplexing'. Derhalve resulteert een model met meerdere bronnen. Elk der bronnen is alternerend aan en uit, volgens bepaalde kansverdelingen van de aan- en uit-perioden. Tijdens aan-perioden voorziet een bron het reservoir in een constant tempo van vloeistof (zie de figuren 3 en 4). Belangrijke prestatiematen zijn o.a. de kansverdeling van de hoeveelheid vloeistof (lees: de hoeveelheid data) in de buffer [7] en de kans dat de buffer overstroomt. Er zijn duidelijke analogieën met klassieke wachtrijmodellen, maar de vloeistofmodellen brengen toch ook hun eigen specifieke



Figuur 4. De hoeveelheid werk in een vloeistofmodel met twee bronnen.

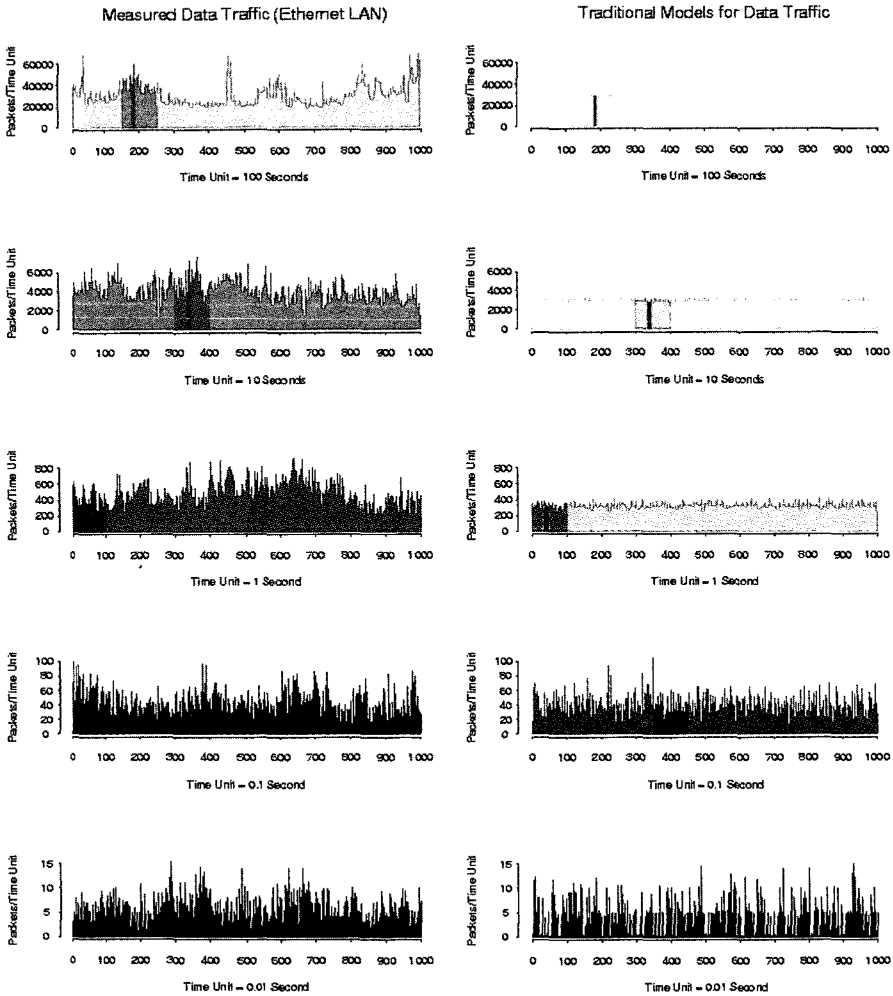
problemen mee. Eén van de verfijningen die we momenteel bestuderen [6] is de generalisatie van een bron met twee toestanden (aan en uit) naar een bron met diverse toestanden, beheerst door een Semi-Markovproces. Deze generalisatie wordt mede ingegeven door de wens tot differentiatie van de 'Quality-of-Service': men wil verschillende diensten op verschillende momenten aan verschillende klanten tegen verschillende tarieven kunnen aanbieden.

Zware staarten

In klassieke toepassingen van de wachtrijtheorie in de telefonie werden de bedieningsduurverdelingen, dus de gespreksduurverdelingen, geacht exponentieel te zijn of althans een exponentiële staart te hebben: $P(B > t) \sim Ce^{-\mu t}$ for $t \to \infty$. Metingen aan het verkeer in 'local area' netwerken [20], 'wide area' netwerken [18], 'Variable Bit Rate Video' [2] en Internet verkeer [11] hebben deze veronderstelling krachtig onderuitgehaald. Grafieken van deze verkeersmetingen vertonen een opvallende overeenkomst, als men tijdschalen van uren, minuten of seconden beschouwt: perioden met 'bursty' verkeer worden op elke tijdschaal afgewisseld door tammere perioden. De befaamde metingen van Walter Willinger aan het Ethernet van Bellcore zijn typerend voor veel van deze metingen.

In de eerste figuur links [20] ziet u zijn metingen gedurende honderdduizend achtereenvolgende seconden, ruim een dag, in augustus 1989. Op de y-as staan aantallen aangeboden pakketjes verkeer per eenheid van tijd; die eenheid is 100 seconden. In de tweede figuur is random een periode van tienduizend seconden uit de totale periode gelicht, en is wederom het aantal aangeboden pakketjes per eenheid van tijd weergegeven; die eenheid is nu 10 seconden. In de derde, vierde en vijfde figuur wordt telkens met een factor 10 verder ingezoomd, tot een periode van 10 seconden. Het schaalinvariante of zelfgelijkvormige karakter van de figuren is opvallend. Onder exponentiële aannamen betreffende aankomstintervallen en lengten van boodschappen zou op een tijdschaal van honderdduizend seconden zo'n sterke uitmiddeling zijn opgetreden, dat de grafiek nagenoeg een rechte lijn zou zijn geweest. Dat ziet u in de vijf rechter figuren, door simulatie verkregen, waar verkeer met *exponentiële* karakteristieken is gegenereerd, met dezelfde aankomstintensiteit en gemiddelde pakketgrootte als in het echt gemeten verkeer.

Wat is hier aan de hand? Een zorgvuldige statistische analyse van dit verkeer [16]



Figuur 5. Bellcore experimenten: gemeten Ethernet verkeer vs. gesimuleerd verkeer met exponentiële karakteristieken.

heeft uitgewezen dat sprake is van LRD oftewel *long-range dependence*, een technische term die betekent dat de integraal over de tijd van de covariantie van de hoeveelheid aangeboden verkeer divergeert. Anders gezegd: de invloed van aangeboden verkeer doet zich heel lang gelden. Dit is inderdaad niet verenigbaar met uitsluitend exponentiële verkeersaannamen, waarbij die invloed immers exponentieel afneemt. Men heeft dit verkeer gemodelleerd met behulp van de zojuist genoemde vloeistofmodellen met diverse aan/uit bronnen. Als de aan- of zendperiode Z van minstens één bron het volgende niet-exponentiële gedrag vertoont:

$$P(Z > t) \sim Ct^{-\zeta}, \quad t \to \infty, \qquad (3)$$

met C een constante en $1 < \zeta < 2$, dan is het cumulatieve inputproces LRD. Bij een zo kleine ζ spreken we van een zware staart van de kansverdeling. De verwachting van Z is nog wel eindig, maar de variantie is oneindig.

Waarom vertonen de aan-perioden een zo zwaarstaartig gedrag? Als u kijkt naar de aantallen bytes in de emails die u verstuurt en ontvangt, dan ziet u dat hun verdeling een grote variantie heeft. Een flink percentage van uw emails is kort, maar een klein percentage is zeer lang. Dit zijn bijvoorbeeld postscript files van artikelen of afstudeerverslagen. Bij uw Internetsessies is er een soortgelijk patroon. Een klein deel van de files die u van het Web haalt bevat afbeeldingen, plattegronden e.d., en dan bestaat de te transporteren file meestal uit zeer veel bytes. En ook bij telefoonverbindingen is de kans op zeer langdurige verbindingen tegenwoordig niet verwaarloosbaar, wegens de mogelijkheid van modemverbindingen met een computer. Kortom, de combinatie van technische mogelijkheden en menselijke wensen in moderne computer-communicatienetwerken brengt ons verkeer met soms zware staarten en extreme varianties.

De eerste vraag die nu aan de wachtrijtheoreticus wordt gesteld is: Wat is het effect van zwaarstaartige input op de belangrijkste prestatiematen als wachttijd en hoeveelheid werk? Deze vraag is in onze groep bestudeerd voor de eerder genoemde vloeistofmodellen gevoed door aan/uit bronnen, voor een belangrijke klasse van zwaarstaartige verdelingen, namelijk de regulier variërende kansverdelingen. Als G een niet-negatieve stochastische variabele is, dan heet $P(G > x)$ regulier variërend op oneindig met index $-v$ als

$$P(G > x) = x^{-v} L(x), \quad x \geq 0,$$

met $L(x)$ een langzaam variërende functie op oneindig, d.w.z.,

$$\lim_{x \to \infty} \frac{L(tx)}{L(x)} = 1, \quad \forall t > 0.$$

$L(\bullet)$ is bijvoorbeeld een constante, of een logaritmische functie. Het bleek mogelijk met vrucht gebruik te maken van pionierswerk van Cohen [8] voor een gewone $M/G/1$ (en zelfs $G/G/1$) wachtrij: de staart van de wachtrijverdeling is regulier variërend met index $1 - v$ als en alleen als de staart van de bedieningsduurverdeling regulier variërend is met index $-v$, $v > 1$. Het wordt dus letterlijk een graadje erger: de wachtrijstaart is een graad dikker dan de bedieningsstaart. Dat hangt samen met de busparadox: u heeft een relatief grote kans in een relatief lange bedieningsstaart te arriveren. De consequenties van dit alles kunnen zeer onaangenaam zijn: een grote verlieskans, een grote gemiddelde wachttijd die zelfs oneindig zou zijn als v tussen 1 en 2 ligt. En helaas blijkt iets soortgelijks op te treden bij het vloeistofmodel [4]. Als slechts één der aanperioden regulier variërend is, met index $-v$, dan is de bufferinhoud onder bepaalde condities al regulier variërend met index $1 - v$.

De tweede vraag die vervolgens aan de wachtrijtheoreticus wordt gesteld is: Kan het schadelijke effect van zwaarstaartige input worden ingeperkt door een verstandige keuze van de bedieningsvolgorde? Inderdaad blijkt de staart van de wachttijdverdeling *niet* zwaarder te worden dan de staart van de bedieningsduurverdeling, voor bepaalde vormen van processor sharing.

Een derde belangrijke vraag is, of het mogelijk is bedieningsdisciplines te ontwerpen die verkeer dat zich 'netjes' gedraagt beschermen tegen zwaarstaartig verkeer. Recent onderzoek in onze groep geeft aan onder welke voorwaarden dat inderdaad mogelijk is.

Er resteren nog veel fascinerende problemen. Eén van de belangrijkste problemen betreft het staartgedrag van de bufferinhoud als diverse bronnen zwaarstaartige aan-perioden hebben, maar de buffer pas volloopt als meerdere bronnen tegelijk aan zijn. We bereiken nu het punt waar niemand het precies begrijpt, inclusief de spreker, behalve misschien diens naaste collega in Eindhoven en het CWI, Sem Borst, en onze promovendus Bert Zwart. Op dit punt aangeland wil ik de bespreking van mijn vakgebied afsluiten.

2. Kennis

Graag veroorloof ik me enige opmerkingen over belangrijke schakels van de kennisketen: kennis vergaren, kennis doorgeven en verwerken, en kennis bewaren.

Kennis vergaren: toeval in het onderzoek

Tot nu toe sprak ik over het onderzoek naar toeval. Enige paradoxen, zoals *het voorspellen van het onvoorspelbare* en de *busparadox* hielpen de problemen scherp te zien. Nu wil ik graag stilstaan bij het toeval in het onderzoek. Ook hier is een paradox verhelderend. Mensen van buiten de wetenschap zien wetenschappelijk onderzoek, en zeker wiskundig onderzoek, meestal als een zeer strak methodisch en systematisch proces, een proces zonder toeval. Voor een deel van het onderzoek geldt dat ook wel: hergroeperen van bekende feiten, bescheiden generalisaties, het opvullen van kleine lacunes. Dat is werk dat kennis en systematiek vergt, overzicht en inzicht. Veel capabele onderzoekers beheersen dit. Bij de wezenlijke stappen voorwaarts speelt toeval echter dikwijls een rol. Waren deze stappen te voorzien, dan waren ze al lang gezet. Wat is nodig voor zo'n wezenlijke stap voorwaarts? Soms een techniek die anderen in hetzelfde vakgebied niet beheersen. Maar ook dikwijls een manier van kijken naar een probleem, die anderen niet hanteren. Waarom kijkt iemand anders? Soms omdat hij nu eenmaal een onconventioneel mens is, die van nature anders kijkt. Soms omdat hij uit een ander vakgebied komt - het voordeel van de multidisciplinariteit. Maar niet zelden helpt het toeval ons anders te kijken, en vinden wij wat wij niet zochten. Zoals de dichter Rutger Kopland schreef [15]:

Hoe zal ik dit uitleggen, dit waarom
wat wij vinden niet is
wat wij zoeken?

De ongewone omstandigheden bij een experiment hebben geleid tot menselijke zegeningen als penicilline en post-it memoblaadjes. Soortgelijke toevalligheden, zoals een domme of verkeerd begrepen vraag van een collega, hebben ons doorbraken in diverse vakgebieden gebracht. Toeval, ja, maar zoals boven de ingang van de Harvard Medical School staat gedrukt, gebaseerd op woorden van Louis Pasteur: 'Chance favors only the prepared mind'.

Ook vanuit het perspectief van de geldschieter van het onderzoek is de situatie paradoxaal. Als hij een realistisch, strak opgezet en in detail uitgewerkt onderzoeksvoorstel aangeboden krijgt, dan weet hij dat het werk eigenlijk al grotendeels gedaan is, en/of dat diverse andere competente onderzoekers het ook zouden kunnen doen. Dus waarom zou hij juist dit voorstel honoreren? Maar als iemand hem een doorbraak belooft, dan is wantrouwen op zijn plaats, want het toeval speelt daarbij een grote rol: *Random* staat niet voor niets in mijn *Webster Dictionary* onmiddellijk na *R and D*. Eigenlijk kampt de geldschieter met een probleem uit de stochastische besliskunde. Bij het optimaliseren van het verwachte rendement van zijn donaties doet hij er in mijn visie goed aan, 'de voorbereide geesten te begunstigen', en dus vooral de meest creatieve èn opmerkzame geesten. Resultaten uit het recente verleden geven een goede indicatie wie dat zijn.

Het doorgeven en verwerken van kennis

Mijn schoonvader sprak als Delfts hoogleraar altijd over 'de school'. Ook in mijn ogen staat in een universiteit het onderwijs voorop. In toenemende mate zullen studenten hun kennis uit elektronische dictaten en op het Internet vinden, maar voor het verwerken van de verworven kennis zal de interactie met een docent onmisbaar blijven. De voornaamste verantwoordelijkheid van een hoogleraar is studenten en promovendi te leren kritisch te oordelen, te leren nadenken, te leren begrijpen. Ik zei het al in het begin van mijn rede: het bewustzijn dat je iets niet volledig begrijpt, is essentieel voor voortgang in de wetenschap. Het is ook essentieel in ieders leerproces. Men kan een wiskundige theorie immers op allerlei niveau's begrijpen. Je pelt laag na laag van de ui af, en het duurt lang tot je bent doorgedrongen tot de kern. Neem nu de formule van Pollaczek-Khintchine voor de gemiddelde wachttijd in de $M/G/1$ wachtrij, die ik u eerder toonde. De naam en de precieze vorm van de formule vormen kennis, maar niet meer dan dat.

Als u begrijpt waarom de factor $1 - \rho$, de overtollige capaciteit, in de noemer van de uitdrukking voor de gemiddelde wachttijd verschijnt, dan bent u al een stuk verder. Als u inzicht heeft in de rol van de variantie van de bedieningstijd, dan begrijpt u iets van het wezen van wachten. Maar als het goed is, roept dit diverse nieuwe vragen op. Vragen als: gedraagt de gemiddelde wachttijd zich *altijd* omgekeerd evenredig met de overtollige capaciteit? Is de gemiddelde wachttijd ook evenredig met de variantie van de *aankomsttijden*? Vragen waarop het antwoord overigens 'neen' is, maar vooral vragen waardoor we ons pijnlijk bewust worden van ons *gebrek* aan inzicht - een kritisch bewustzijn dat nodig is om verdere progressie te maken.

Ik denk overigens dat de Nederlandse wiskundestudenten een relatief goede opleiding krijgen, met - zeker in Eindhoven – veel aandacht voor modellering en voor nadenken. Afgestudeerde wiskundigen vinden niet voor niets makkelijk een goede baan: ze hebben geleerd gestructureerd na te denken, en - alweer die paradox - problemen tegelijkertijd systematisch en creatief te lijf te gaan.

Kennis bewaren

Bij mijn ontboezemingen over kennis vergaren, doorgeven en verwerken richtte ik me vooral op onderzoek en onderwijs. Graag sta ik ook even stil bij een heel andere schakel in de kennisketen: het vastleggen en bewaren van nieuw verworven kennis. Wij wetenschappers publiceren te veel. In de roes van een kleine vondst menen wij deze ontdekking te moeten vastleggen voor het nageslacht. Er is ook altijd wel een wetenschappelijke uitgever voor te vinden; zij drukken alles, behalve de prijs. Een belangrijke drijfveer voor onze publicatiedrift is het grote belang van publicaties, en vooral van aantallen publicaties, voor onze wetenschappelijke loopbaan. Benoemingen, maar ook evaluaties van onderzoeksvoorstellen en onderzoeksgroepen, geschieden lang niet altijd uitsluitend door experts op het betreffende gebied. De kwantiteit van publicaties krijgt dan al gauw een overdreven nadruk. Mijns inziens zou het goed zijn als kwantiteit hierbij in veel sterkere mate ondergeschikt zou worden gemaakt aan kwaliteit.

Het World Wide Web verandert momenteel ons leefpatroon, en zal ook op het terrein van kennis bewaren een revolutie teweeg brengen. Interne rapporten verschijnen nu op de website van de auteur of diens instituut, desgewenst voorzien van links naar ander werk, grafische illustraties, enz. Anderen kunnen wellicht hun commentaar eraan toevoegen, en de auteur kan verbeterde versies maken. Razendsnelle zoekmachines stellen de collega-onderzoekers niet alleen in staat dit rapport te vinden maar ook om onmiddellijk een overzicht te krijgen van al het daaraan gerelateerde werk. Hiermee vervalt een flink deel van de redenen om een rapport ook nog in een tijdschrift te publiceren. Zij die toch willen tellen, kunnen gebruik maken van verfijningen van de telmechanismen van het aantal keren dat een rapport wordt geciteerd, of door anderen op de website wordt bekeken. *Peer review* via uitgevers van papieren en elektronische tijdschriften blijft belangrijk, maar zal op kleinere schaal worden toegepast. De uitgever-nieuwe-stijl zal andere taken naar zich toe trekken. Een effectief gebruik van de mogelijkheden van het World Wide Web vergt een weloverwogen archivering en ontsluiting van het elektronisch te publiceren materiaal. Daar ligt veel expertise bij de uitgever, en daar zijn ook grote nieuwe uitdagingen. Zo dient die archivering medium-onafhankelijk te zijn, onbedreigd door millennium bugs, virussen of veranderingen in software standaards. Uitgevers zullen als een spin in het World Wide Web zitten. Aan de universiteiten en hun onderzoekers de taak actief mee te denken over de nieuwe ontwikkelingen, opdat de melkkoeien van de laatste jaren van het papieren tijdperk niet de vliegjes van het webtijdperk worden.

3. Woorden van dank

Staat u mij toe, terwijl u voorzichtig begint te denken aan de restauratie, dat ik in mijn rest-oratie enige dankwoorden richt tot mensen aan wie ik veel te danken heb.

De dekaan, *Jan Karel Lenstra*, dank ik voor het in mij gestelde vertrouwen. Het feit dat hij, met zijn uitzonderlijke vaardigheden op de terreinen van onderzoek, organisatie en bestuur, mij een aantal keren heeft overgehaald tot een verandering van baan of functie, heeft mij telkens zowel gevleid als gestimuleerd.

Mijn voorganger, *Jaap Wessels*, dank ik voor

de wijze adviezen die hij mij gaf op twee cruciale tweesprongen in mijn loopbaan. Indachtig het mooie gedicht van Robert Frost, dat achterin is opgenomen, zal ik nooit zeker weten of ik zijn adviezen beide keren terecht heb opgevolgd, maar ik denk het wel. Ik dank Jaap ook voor de bijzonder goede en plezierige samenwerking van de afgelopen jaren in de faculteit en zeker ook in EURANDOM. Niet alleen zijn adviezen volgde ik op, maar ook hemzelf. Hij is erin geslaagd een uitstekende groep op te bouwen, met een internationale reputatie. Ik heb ook al mogen ervaren dat het een groep is van buitengewoon plezierige, constructieve mensen, met een kameraadschappelijke sfeer; de sfeer is, ik mag wel zeggen, onder maats. Eén naam wil ik hier noemen; ik dank *Marko Boon* voor zijn grote bijdrage aan de visuele aspecten van de presentatie.

Een Talmudische toelichting op het vijfde gebod, 'Uw ouders zult ge eren', luidt: 'Onder ouders dient ook de leermeester begrepen te worden'. Welnu, cruciaal voor mijn keuze voor zowel kansrekening als wetenschap was een ontmoeting voor een schoolbord van de TU Delft, bijna 30 jaar geleden, met een heel bijzondere man: *Professor J.W. Cohen*, de vader van de moderne wachtrijtheorie. Zoals hij toen inging op een vraag die ik hem als jonge student na afloop van een college stelde, die combinatie van strakke redenering en intuïtie, dat diepe begrijpen, dat heilige vuur - het maakte een onuitwisbare indruk, en een vonk van dat alles sloeg over. De afgelopen 30 jaar heb ik hem dikwijls van nabij aan het werk mogen zien, en mijn bewondering is alleen maar toegenomen. Dat hij mijn leermeester, collega en vriend is, stemt mij heel dankbaar.

Het is mij altijd zeer makkelijk geweest mijn ouders in ere te houden, omdat het zulke goede mensen zijn, met een prachtige harmonie in hun denken, hun handelen, hun leven. Mijn vader, zelf hoogleraar maar daarnaast een geboren onderwijzer, heeft zonder enige opdringerigheid een beslissende invloed gehad op mijn vorming tot onderzoeker en onderwijzer.

Mijn werk is tot op zekere hoogte mijn hobby. Een gezonde levensbalans is dan slechts mogelijk in een harmonieuze gezinssituatie, waarin werk wel een rol speelt, maar een ondergeschikte. Mijn grootste voorrecht is dat mijn moeder en vader, en later mijn vrouw Jopie en onze kinderen Lonneke en Nanette, zo'n situatie altijd op een fantastische manier hebben gecreëerd. De laatste paradox: met elk dankwoord daarvoor in deze rede over mijn werk doe ik hen tekort; dus ik heb gezegd.

Referenties

1. I.J.B.F. Adan, J. Wessels en W.H.M. Zijm. *Analysis of the asymmetric shortest queue problem.* Queueing Systems 8 (1991), 1-58.
2. J. Beran, R. Sherman, M.S. Taqqu, en W. Willinger. *Long-range dependence in variable-bit-rate video.* IEEE Transactions on Communications 43 (1995), 1566-1579.
3. J.P.C. Blanc. *The power-series algorithm applied to the shortest-queue model.* Oper. Res. 40 (1992), 157-167.
4. O.J. Boxma. *Fluid queues and regular variation.* Performance Evaluation 27 & 28 (1996), 699-712.
5. O.J. Boxma en V. Dumas. *Fluid queues with long-tailed activity period distributions.* Computer Communications 21 (1998), 509-529.
6. O.J. Boxma, O. Kella en D. Perry. *An intermittent fluid system with exponential on times and Semi-Markov input rates.* EURANDOM rapport, september 2000.
7. O.J. Boxma, D. Perry en F.A. van der Duyn Schouten. *Fluid queues and mountain processes.* Probability in the Engineering and Informational Sciences 13 (1999), 407-427.
8. J.W. Cohen. *Some results on regular variation for distributions in queueing and fluctuation theory.* J. Appl. Probab. 10 (1973), 343-353.
9. J.W. Cohen. *The Single Server Queue.* North-Holland Publ. Cy., Amsterdam; revised edition, 1982.
10. J.W. Cohen en O.J. Boxma (1983). *Boundary Value Problems in Queueing System Analysis.* North-Holland Publ. Cy., Amsterdam, 1983.
11. M. Crovella en A. Bestavros. *Self-similarity in world wide web traffic: Evidence and possible causes.* IEEE/ACM Transactions on Networking 5 (1997), 835-846.
12. C. Dexter. *The Daughters of Cain.* Pan Books, Londen, 1996, p.20: “For me, Lewis, coincidence in life is wholly unexceptional; the readily predictable norm in life.”
13. P. Holgate. *The influence of Huygens' work in dynamics on his contribution to probability.* Int. Statist. Review 52 (1984), 137-140.

14. C. Huygens. *Van Rekeningh in Spelen van Geluck.* Epsilon Uitgaven, Utrecht, 1998; vertaling door W. Kleijne van de oorspronkelijke oud-Nederlandse tekst, die in 1660 als onderdeel van een boek van Frans van Schooten was gepubliceerd. De Latijnse versie was al in 1657 verschenen, in een vertaling van Van Schooten.
15. R. Kopland. *Tot het ons loslaat.* Uitgeverij G.A. van Oorschot, Amsterdam, 1997; p. 32, uit het gedicht *Enkele andere overwegingen.*
16. W.E. Leland, M.S. Taqqu, W. Willinger, en D.V. Wilson. *On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version).* IEEE/ACM Transactions on Networking 2 (1994), 1-15.
17. J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan en A. Schrijver (eds.). *History of Mathematical Programming.* CWI en North-Holland, Amsterdam, 1991.
18. V. Paxson en S. Floyd. *Wide area traffic: the failure of Poisson modeling.* IEEE/ACM Transactions on Networking 3 (1995), 226-244.
19. H.C. Tijms. *Stochastic Models — An Algorithmic Approach.* Wiley, New York, 1994.
20. W. Willinger, M.S. Taqqu, W.E. Leland, en D.V. Wilson. *Self-similarity in high-speed packet traffic: analysis and modeling of Ethernet traffic measurements.* Statistical Science 10 (1995), 67-85. De auteur is dank verschuldigd aan Walter Willinger voor het beschikbaar stellen van Figuur 5.

The road not taken

Two roads diverged in a yellow wood,
And sorry I could not travel both,
And be one traveler, long I stood,
And looked down one as far as I could
To where it bent in the undergrowth;

Then took the other, as just as fair,
And having perhaps the better claim,
Because it was grassy and wanted wear;
Though as for that the passing there,
Had worn them really about the same,

And both that morning equally lay
In leaves no steps had trodden black.
Oh, I kept the first for another day!
Yet knowing how way leads on to way,
I doubted if I should ever come back.

I shall be telling this with a sigh
Somewhere ages and ages hence:
Two roads diverged in a wood, and I -
I took the one less traveled by,
And that has made all the difference.

Robert Frost

Onno Boxma werd op 14 juni 1952 in Den Haag geboren. Hij voltooide in 1974 zijn wiskundestudie aan de Technische Universiteit te Delft, en promoveerde in 1977 (cum laude) tot doctor in de wiskunde aan de Rijksuniversiteit Utrecht. Onderbroken door een postdoctoral fellowship aan het IBM Thomas J. Watson Research Center bleef hij tot augustus 1985 verbonden aan het Mathematisch Instituut van de Rijksuniversiteit Utrecht. Van augustus 1985 tot september 1998 was hij werkzaam bij het CWI te Amsterdam. Vanaf juli 1989 leidde hij er de afdeling Besliskunde, Statistiek en Systeemtheorie en later het cluster *Probability, Networks and Algorithms.* Van augustus 1987 tot september 1998 was hij tevens hoogleraar Bedrijfseconometrie/Besliskunde (in deeltijd) in de Faculteit Economische Wetenschappen van de Katholieke Universiteit Brabant.

Sinds 1 september 1998 is Onno Boxma hoogleraar Stochastische Besliskunde in de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Eindhoven. Hij is tevens in deeltijd verbonden aan het CWI en aan het Europese onderzoeksinstituut EURANDOM. Ook participeert hij, wetenschappelijk en bestuurlijk, in de onderzoeksscholen BETA en Stieltjes en in het Landelijk Netwerk Mathematische Besliskunde. Hij is lid van het Gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen van NWO, van enige internationale genootschappen en van de redactie van verscheidene wetenschappelijke tijdschriften.

TU/e technische universiteit eindhoven

Informatie:
Service Bureau Auditorium Plus
Telefoon 040 - 247 22 50

ISBN 90 386 1082 3