

Waar blijven de nieuwe Pythagorassen en Archimedessen? : met potlood, papier, liniaal, passer en gummetje rechtgeleidingen construeren

Citation for published version (APA):

Dijksman, E. A. (1994). Waar blijven de nieuwe Pythagorassen en Archimedessen? : met potlood, papier, liniaal, passer en gummetje rechtgeleidingen construeren. *PolyTechnisch tijdschrift : vakblad voor de ingenieur. Werktuigbouw*, 49(5), 34-39.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1994

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

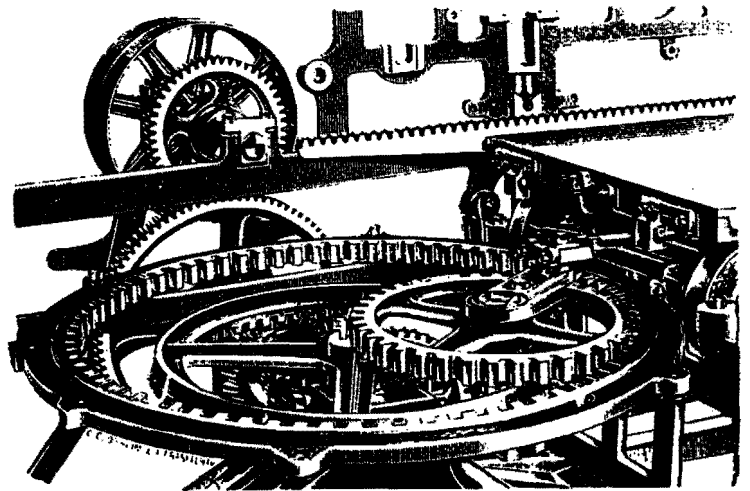
Met potlood, papier, liniaal, passer en gummetje rechtgeleidingen construeren

Waar blijven de nieuwe Pythagorassen

Rekenmachines hebben het werktuigbouwkundig onderwijs zeer nadelig beïnvloed. De digitale (algebraïsche) werking ervan heeft de meetkunde ver onderuit gehaald. Werktuigbouwkundige studenten weten bijna niets meer af van de eigenschappen van een cirkel, cirkelbundels met een machtlijn, of van lijnen-waaiers.

Inmiddels is diezelfde rekenmachine zover ontwikkeld, dat de meetkunde met specifieke rekenprogramma's (Autocad) ook op het beeldscherm kan worden uitgevoerd. Maar wie kan daar nog creatief mee omgaan?

Dr. Evert A. Dijkman



3. Deze elliptische beweging genereert een exacte rechte en werd toegepast op een siedegeleiding.

Meetkunde is één van de oudste takken van de wiskunde. Al vanaf 2 000 jaar voor Christus worden oppervlakteberekeningen in het platte vlak gemaakt. Ongeveer 1 500 jaar later maakt Pythagoras van de meetkunde een zuivere wetenschap, terwijl met Archimedes (circa 250 jaar voor Christus) een hoogtepunt wordt bereikt. Sindsdien is de meetkunde met meer of minder intensiteit bedreven. Vaak hing de belangstelling ook af van concurrerende ontwikkelingen in de rekenkunde (algebra) met als overgangsgebied de analytische meetkunde, die beide methoden wist te combineren.

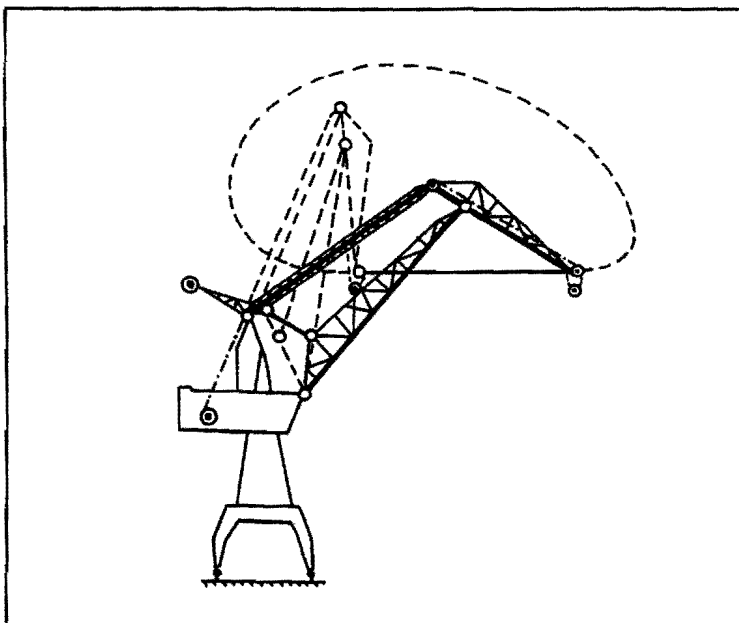
Met de komst van de rekenmachine, die in principe digitaal en dus algebraïsch werkt, wordt gelijktijdig de meetkunde ver onderuit gehaald. De mens, die de meetkunde nodig heeft om aan zijn voorstellingsvermogen tegemoet te

komen, dacht dezelfde resultaten wel langs algebraïsche weg te kunnen bereiken. Het ging zelfs zover, dat de meetkunde bijna volledig uit het leerprogramma voor het voorbereidend hoger onderwijs (VHO) werd geschrapt. Een ontwikkeling, die zeer nadelig heeft uitgewerkt voor onderwijs en wetenschappen op bouwkundige gebied, zoals de werktuigbouwkunde die de meetkunde fundamenteel nodig heeft. Duidelijk is, dat het met het (meetkunde)onderwijs in Nederland slecht is gesteld. (Alleen in Oostenrijk en Zuid-Duitsland bestaat zij nog in volle glorie.) Veel werktuigbouwkundige studenten weten nagenoeg niets meer van de oude meetkunde, zoals die vóór de invoering van de Mammoetwet nog werd gedoceerd. Zo weten ze bijna niets meer af van de eigenschappen van een cirkel, of van cirkelbundels met een machtlijn, of van lijnen-

waaiers, kortom al die zaken die vroeger op de middelbare school tot de standaardstof behoorden. Gelukkig is nu diezelfde rekenmachine inmiddels zover ontwikkeld, dat met specifieke rekenprogramma's, zoals Autocad, de meetkunde ook op moderne wijze kan worden bedreven: wat vroeger op papier werd gedaan, wordt dan nu op het scherm uitgevoerd (alleen natuurlijk veel nauwkeuriger). Toch zal er nog heel wat moeten gebeuren voordat ontwerpers er creatief mee om kunnen gaan. Wat nodig is, is een heropvoeding van de huidige ingenieur, die weinig van de eigenlijke kinematica (bewegingsmeetkunde) afweet. Om het gevoel voor geometrie te bevorderen, zal technische realisatie van lijnen en cirkels worden gedemonstreerd als voorbeeld van toepassing van de zuivere meetkunde. Hierbij biedt de algebra al-

De heer Dijkman is universitair docent mechanismen, precision-engineering (WPA), faculteit der Werktuigbouwkunde, Technische Universiteit Eindhoven.

en Archimedessen?



1. Tuimelarmkraan waarvan de afgelegde weg van de toprol een rechte benadert.

léén geen uitkomst. De voorbeelden laten zien dat er nog steeds interessante constructies langs geometrische weg tot stand komen.

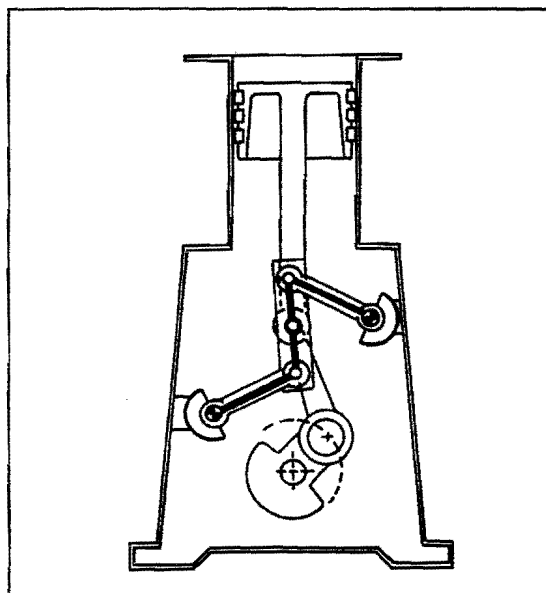
Construeer een exacte rechtgeleiding

Om het niet al te moeilijk te maken, zullen we ons beperken tot een toepassing van de vlakke meetkunde en een aantal exacte rechtgeleidingsmechanismen construeren. Exacte rechtgeleidingsmechanismen zijn mechanismen, die zijn opgebouwd uit een gestel, staven, (driehoeks)schakels, draaipunten, glijblokken (zuigers), nokken, tandwielen, kettingen, enzovoort, waarbij tijdens de beweging in elk geval één punt een stuk van een rechte lijn beschrijft. De bedoeling is de normaal noodzakelijke geleidebaan (of leibaan) voor zo'n punt te vervangen door andere onderdelen van het mechanisme, zodat de geleide-

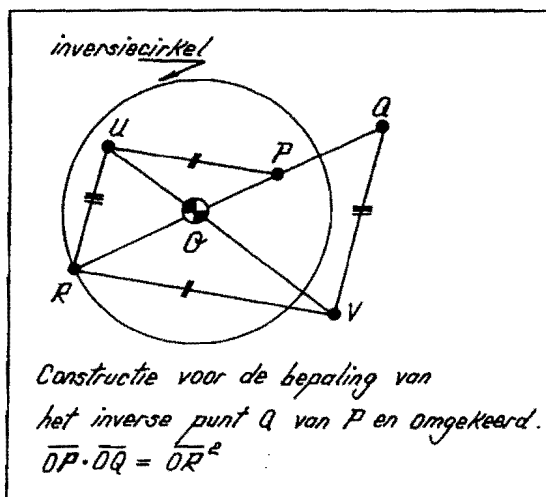
baan uiteindelijk niet meer hoeft te worden gebouwd.

Een mooi voorbeeld van een rechtgeleidingsmechanisme is de tuimelarmkraan uit figuur 1. In feite is de kraan een grote stangenvierzijde, waar het middelpunt van de toprol (waaraan de last hangt) bij het in- of uittoppen zoveel mogelijk een rechte baan moet beschrijven om energieverlies tijdens horizontale verplaatsing van de last te voorkomen. Ook het drijfstangkrukmechanisme in een verbrandingsmotor, dat de geleidende functie van de cilinder overbodig maakt, is een rechtgeleidingsmechanisme (figuur 2).

Binnen de meetkunde maken ze verschil tussen exacte en benaderde rechtgeleidingsmechanismen. De tuimelarmkraan is een benaderde rechtgeleiding, omdat de betrokken baan niet exact rechtloopt, maar de rechte over een stuk benadert.



2. Drijfstangkrukmechanisme, voorzien van een benaderd rechtgeleidingsmechanisme van het type Watt.

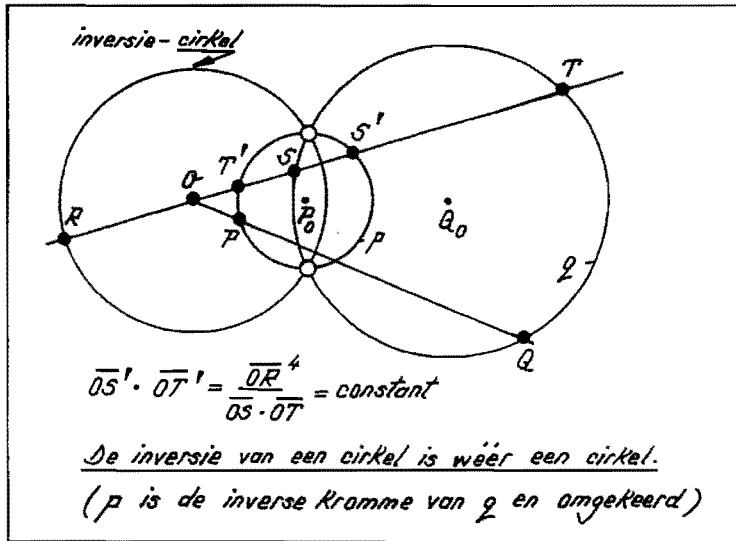


Wel exact is een mechanisme, dat gebruik maakt van de zogenoemde elliptische beweging, waarbij een rolcirkel (steekcirkel van een tandwiel) zich (zonder te slippen) afrolt binnen in een andere rolcirkel met een tweemaal zo grote straal. De omtrekspunten van de kleine rolcirkel beschrijven ten opzichte van de grotere dan een diameter van de laatste (figuur 3).

Geometrische inversie

Bij het meetkundig construeren van rechtgeleidingen komt geometrische inversie goed van pas. Met de eigenschappen van de zogenoemde inversiecellen is bijvoorbeeld een passer te ontwerpen, waarbij zeer grote cirkelbogen kunnen worden

4. De truc van het inverteren.

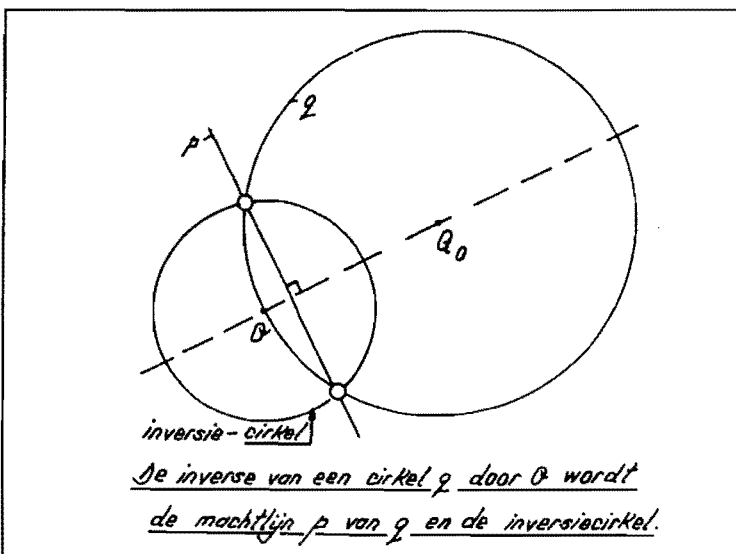


5. Inversie van een cirkel.

getrokken. Maar vanwege de omkering van afstanden zijn inversiecellen ook geschikt om als mechanisch onderdeel in precisie-instrumenten te worden gebouwd. Geometrische inversie is een oude truc, gebaseerd op een meetkundeonderwerp dat L. J. Magnus al in 1831 bedacht (staat ook te boek als een quasi-transformatie). Bij deze transformatie wordt elk eindig punt (Q) buiten een (vaste) cirkel naar een punt (P) binnen die cirkel overgevoerd en omgekeerd. Een uitzondering vormt het middelpunt O van de inversiecirkel, dat naar het oneindige wordt getransformeerd. Juist van deze eigenschap kunnen we bij het ontwerpen van rechtgeleidingen gebruikmaken. We zullen het principe van de inversie stap voor stap doorlopen.

De constructie kan als volgt worden uitgevoerd (figuur 4):
 a. gegeven de inversiecirkel met straal OR;
 b. gegeven ook een willekeurig punt P (eventueel liggend op een gegeven ingangskromme p);
 c. kies een willekeurig punt U in het vlak van uw vel (scherm). Voor de uitvoering van de constructie is er geen onderscheid tussen punten die binnen of buiten de inversiecirkel liggen. Zowel rekenkundig als meetkundig is de omgekeerde transformatie dezelfde als de transformatie zelf;
 d. verbind vervolgens het punt U met O, met P en met R op de rechte PO, zoals in de tekening is aangegeven;
 e. trek daarna RV // UP en be-

6. Inversie door een middelpunt.



paal zijn snijpunt V met UO; f. trek ten slotte VQ // RU en bepaal het snijpunt Q met OP. Het punt Q ligt dan op de uitgangskromme q en is het inverse punt van P. Als P op de inversiecirkel zelf ligt, valt Q samen met P.

Door de inversie punt voor punt uit te voeren, kan ook een kromme worden geïnverteerd. Het blijkt, dat een geïnverteerde cirkel weer een cirkel is, alleen met een andere diameter (figuur 5). De twee ten opzichte van elkaar geïnverteerde cirkels snijden elkaar in twee punten van de inversiecirkel, waardoor de middelpunten van de twee geïnverteerde cirkels, samen met het middelpunt O van de inversiecirkel, op één rechte lijn liggen (O, P₀ en Q₀ liggen op een rechte). Omdat het middelpunt O van de inversiecirkel naar het oneindige wordt getransformeerd, wordt de inversie van een cirkel door O de (macht)lijn van die cirkel met de inversiecirkel, namelijk de rechte door de twee snijpunten van beide cirkels (figuur 6). Juist deze laatste eigenschap kunnen we gebruiken om exacte rechtgeleidingsmechanismen te ontwerpen. Een volgende stap is het mechaniseren van het ontwerp. Voor figuur 6 betekent dit, dat een mechanisme met een vast punt O en twee andere punten P en Q moet worden gevonden, die op de verbindingsrechte OP blijven liggen en waarvoor het produkt OP · OQ = constant en zodoende onafhankelijk blijft van een bewegingsvariabele. Het ingaande punt Q moet zich verder vrijelijk over een willekeurige ingangskromme kunnen bewegen.

Oude inversiecellen

De oudste gevonden inversiecel is van Peaucellier (1864) (figuur 7). Deze bestaat uit een stangenruit MPNQ en een vliegerstangenvierzijde MPNO, waarbij MP = MQ. Voeren we nu het punt Q langs een deel van een cirkel door O, dan zal P een deel van een rechte baan gaan beschrijven, die loodrecht staat op het gestel OQ₀. De cirkelbaan, als ingangskromme voortgebracht door het punt Q, wordt daarbij afgedwongen door de extra staaf QQ₀, die even lang moet zijn als de gestelstaaf OQ₀. Tien jaar later kwam Hart met een andere inversiecel, die uit minder

staven bestond en feitelijk niets anders was dan een stangen-antiparallelogram ABCD. (figuur 8). Hierbij zijn de lengten van de overstaande zijden aan elkaar gelijk, alhoewel er geen enkele zijde evenwijdig loopt aan een andere. Alleen de diagonalen van het antiparallelogram blijven evenwijdig. Wordt Q weer op een cirkel q gaande door het vaste punt O geleid, dan beschrijft P weer een recht lijnstuk in een richting loodrecht op OQ_0 met Q_0 als middelpunt van q.

Behalve de bekende cellen van Peaucellier en Hart bestaat ook nog de zogenoemde viervlakkige inversiecel van Sylvester en Kempe ([4], [5]), die in feite een generalisatie is van de inversiecel van Hart. Bij de cel van Sylvester en Kempe liggen de drie systeempunten O, P en Q niet langer op een rechte, evenwijdig aan de diagonalen van het antiparallelogram, maar vormen zij de toppunten van drie onderling gelijkvormige aankoppeldriehoeken van drie van zijn zijden (hierop komen we later terug).

Andere, minder bekende cellen, die als rechtgeleidingsmechanisme kunnen worden toegepast, zijn ook beschreven in hoofdstuk 8 van [6].

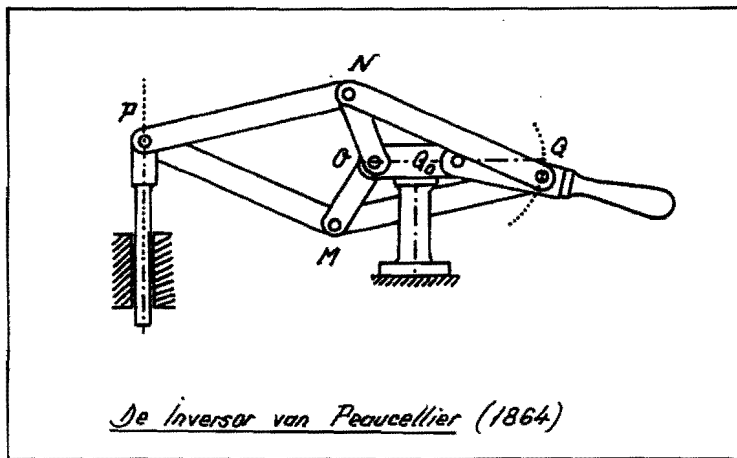
Moderne inversiecellen

Ter gelegenheid van het zevende Wereldcongres op het gebied van de Theorie van Machines en Mechanismen, gehouden in september 1987 in de stad Sevilla in Spanje, vond ik een manier om twee totaal verschillende antiparallelogrammen in vier draaipunten aan elkaar te knopen (figuur 9 en [7]). Drie van deze vier draaipunten zijn juist de drie systeempunten O, P en Q van Hart's inversiecel. De vier gemeenschappelijke draaipunten zijn tevens snijpunten van overeenkomstige zijden van de twee cellen. Ze liggen in elk geval op een willekeurige rechte evenwijdig aan de diagonalen van de twee antiparallelogrammen.

De methode om dit overbepaalde stangenstelsel van cellen te ontwerpen, was destijds gebaseerd op perspectiviteit en spiegeling.

Voor het meer directe ontwerp, wordt echter de volgende constructie aanbevolen:

- a. ga uit van een willekeurige stangenvierzijde ABCD;
- b. kies dan het draaipunt S ergens op de zijde AD;



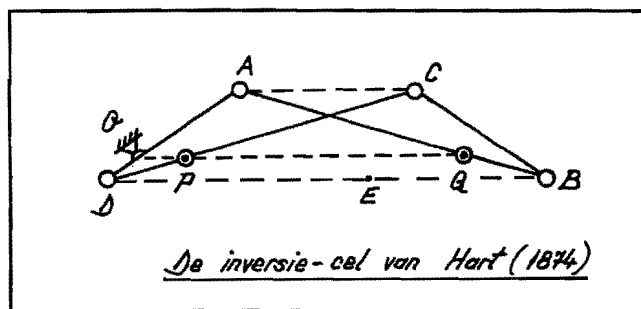
De Inversor van Peaucellier (1864)

7. De oudste inversiecel

- c. trek voorts de rechte $SS' // DB$ en bepaal het snijpunt S van AB en SS' ;
- d. spiegel de stangenvierzijde ABCD naar haar spiegelbeeld $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, waarbij de middelloodlijn van SS' als spiegelas fungeert;
- e. bepaal ten slotte het draaipunt R als snijpunt van de twee zijden (CD en BC) en net zo zijn spiegelbeeld als snijpunt van het tweetal ($\bar{C}\bar{D}$, $\bar{B}\bar{C}$).

De zo ontworpen keten bestaat dan uit twee ten opzichte van elkaar gespiegelde stangenvierzijden ABCD en $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, die van de vier draaipunten (S, R, \bar{S} en \bar{R}) met elkaar zijn verbonden. Zoals gezegd, kan de verkregen constructie ook worden gezien als een samenstel van twee willekeurige antiparallelogrammen, die onderling zo zijn geplaatst dat ze een gemeenschappelijke spiegel- of symmetrie-as krijgen, die door het snijpunt T van SR en AC gaat. (In beide opvattingen komt dit overeen met negen $(4 \times 2 + 1)$ ontwerp-vrijheidsgraden.)

Het resultaat is in elk geval een achtstangenketen met twaalf draaipunten. In de tijd was de keten bedoeld om het antiparallelogram door zijn gestrekte positie heen te krijgen: wanneer het ene antiparallelogram de gestrekte stand had bereikt, stond het tweede, daarmee gekoppelde, antiparallelogram in een andere, open configuratie, waardoor het de eerste door zijn gestrekte stand heen hielp. Op die manier werd het voor de vierstangenketen van het antiparallelogram technisch onmogelijk om daarbij ongewild in de beweging van een parallellogram over te gaan.

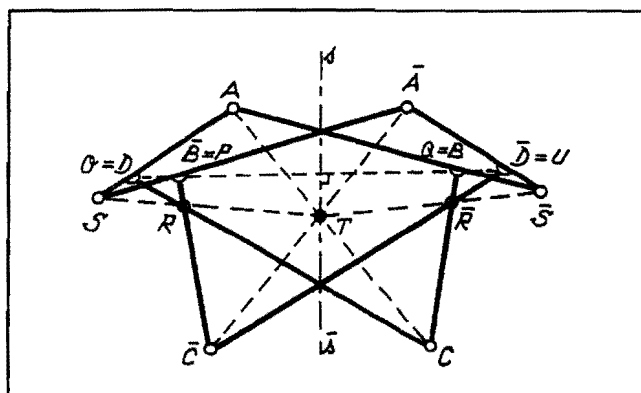


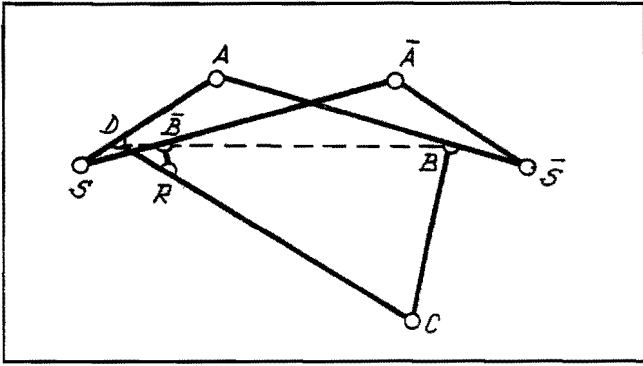
De inversie-cel van Hart (1874)

Omdat het hier dus ging om een zogenoemde gedwongen keten waren er twee draaipunten overtuilig. Door de viervoudige overbepaaldheid van onze achtstangenketen is het zelfs nog mogelijk een willekeurige driehoeksstaaf (met drie draaipunten) weg te laten. In figuur 10 is bijvoorbeeld de 'temaire' staaf CRD weggenomen, waardoor desondanks een (statisch bepaalde) en daardoor als mechanisme toch nog enkelvoudig overbepaalde zevenstangenketen ontstaat. Hierin wordt het overblijvende antiparallelogram mechanisch belemmerd om via haar gestrekte positie de ongewenste beweging van een parallellogram te gaan volgen.

8. Dit ontwerp zette Hart al in 1874 op papier.

9. Twee perspectivisch gelegen antiparallelogrammen, onderling verbonden door de op één rechte liggende draaipunten D, B, B en \bar{D} , resulterend in de ten opzichte van elkaar gespiegelde stangenvierzijden ABCD en $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, verbonden door de perspectivisch gelegen draaipunten S, R en \bar{S} , \bar{R} .





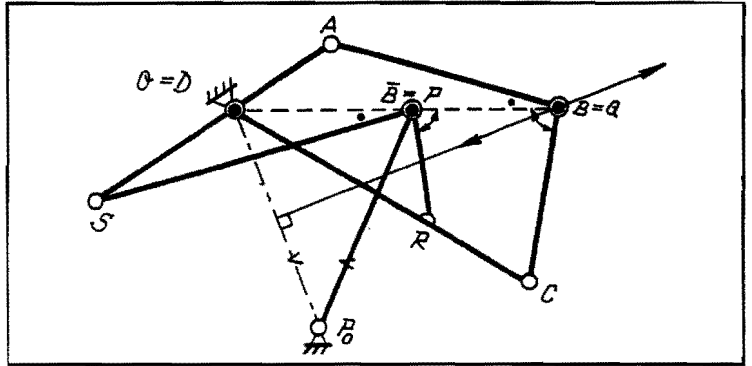
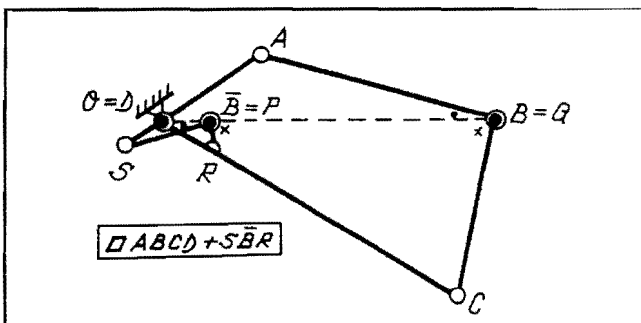
10. Stangen-antiparallelogram, ASAS, aangevuld met een stangendyade BCD en een binaire staaf BR om zijn gestrekte posities te overwinnen.

De inversor van Dijksman
 In eerste instantie is het idee uit 1987 verder uitgewerkt, wat heeft geresulteerd in een nieuwe inversiecel. Want van de overbepaalde zevenstangenketen van figuur 10 kan nog een tweede staaf worden weggelaten, bijvoorbeeld de staaf AS. Daarmee ontstaat een niet langer overbepaalde zesstangenketen van het Watt-type. De onderlinge beweging tussen de overblijvende staven blijft ook dan nog gedwongen. De resulterende keten is te zien in figuur 11.

Deze stangenketen bevat nog steeds die willekeurige stangenvierzijde ABCD, waaraan een stangendyade SBR is toegevoegd. Net als bij de achtstangenketen heeft men ook hier, bij een willekeurige keuze van de stangenvierzijde ABCD, nog altijd oneindig veel oplossingen door de vrije keuze van het draaipunt S op de systeemlijn van de zijde AD. In plaats van de keuze van S op AD is het, zoals later blijkt, veel handiger om het dyadedraaipunt B op, of op het verlengde van de diagonaal DB van de stangenvierzijde ABCD te kiezen.

Het directe ontwerp van de nieuwe inversiecel met haar systeempunten O, P en Q, ziet er nu als volgt uit (zie ook figuur 11):

11. De nieuwe inversiecel.



12. Inversor van Dijksman, waarbij het punt Q een recht lijnstuk beschrijft.

- ga weer uit van een totaal willekeurige stangenvierzijde ABCD;
- kies een willekeurig draaipunt B op of op het verlengde van de diagonaal DB;
- trek de staaf BS evenwijdig met het spiegelbeeld van AB ten opzichte van de diagonaal DB van de stangenvierzijde, met andere woorden: hoek SBD = hoek DBA;
- verander het snijpunt S tussen AD en BS in een draaipunt tussen de twee staven AD en BS;
- trek de staaf BR evenwijdig aan het spiegelbeeld van de zijde BC ten opzichte van de diagonaal DB van de stangenvierzijde, met andere woorden: hoek BBR = hoek CBD;
- verander het snijpunt R tussen CD en BR in een draaipunt tussen die twee staven.

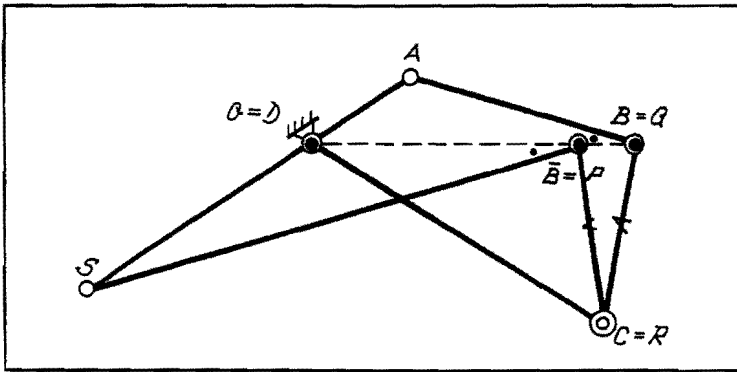
Aan de willekeurige stangenvierzijde is nu een stangendyade SBR gekoppeld, die evenwijdig loopt met het spiegelbeeld van de stangendyade ABC ten opzichte van de diagonaal DB van de stangenvierzijde. Hierbij zijn de draaipunten D, B en B nog steeds identiek aan de respectieve punten O, P en Q, de systeempunten van onze inversiecel. Dat wil zeggen, dat als het punt D = O als gestelpunt wordt gekozen, de ingaande kromme, geïnverteerd naar de uitgaande kromme, die dan door het punt Q wordt voortgebracht. Het aangekoppelde dyadedraaipunt B = P is daarbij een willekeurig punt van de oneindig lange diagonaal DB. Men heeft dus bij elke willekeurige stangenvierzijde nog oneindig veel oplossingen voor het ontwerp van de cel.

Te bewijzen is dat de cel van Peaucellier eigenlijk niets anders is dan

een zéér bijzonder geval van het zojuist gegeven ontwerp. Dat is dan ook de reden waarom de in dit bestek nieuw ontworpen inversiecel kan worden beschouwd als een (driemaal) gegeneraliseerde vorm van de inversiecel van Peaucellier. Driemaal, omdat de nieuwe vinding ten opzichte van die van Peaucellier drie vrije ontwerpparameters extra bezit: namelijk twee meer voor de willekeurige stangenvierzijde ten opzichte van de vliegervierhoek, en één voor de vrije keuze van B op de diagonaal van die vierzijde.

Figuur 12 demonstreert de toepassing van het algemene ontwerp als inversor, waarbij het punt P van de cel op een cirkel door O om het vaste gesteldraaipunt P₀ wordt geleid. Hierdoor zal het draaipunt Q een deel van een rechte lijn in een richting loodrecht op het gestel OP₀ gaan beschrijven. Het rechtgeleidingsmechanisme, dat op deze manier is ontstaan, bevat inderdaad evenveel staven en draaipunten als de bijzondere inversor van Peaucellier.

Overigens stelt de vrije keuze van de basisvierzijde de ontwerper in staat om in elke stand van het inversiemechanisme voor een goede bewegingsoverdracht te zorgen. Aangezien de eis van een zo lang mogelijke rechtgeleiding hierop een tegenwerkend effect heeft, moeten beide wensen door onderlinge afweging tot een aanvaardbaar compromis leiden. Het vinden van de 'beste oplossing', dat wil zeggen één waarbij een zo lang mogelijke rechtgeleiding is toegevoegd aan een aanvaardbare waarde voor de minimale over-



13. Bijzondere inversiecel met een dubbel draaipunt in C.

brenghoek μ_{min} (of een andere maat voor een goede krachtdoorleiding), kan zodoende onderwerp zijn van een vergelijkende studie.

Zelf doen

Naast deze algemene uitvoering zijn verschillende bijzondere varianten verder uitgewerkt, waarvan er een aantal zijn gedemonstreerd in figuur 13, 14, 15 en 16. Op dezelfde manier als de twee aan elkaar geknoopte cellen van Hart, kan nog een cel worden gevonden, zoals figuur 17 laat zien. Daarbij is gebruik gemaakt van de mogelijkheid om de cellen van Sylvester en Kempe aan elkaar te knopen. De lezer wordt uitgedaagd de afleiding van deze laatste cel zelf te produceren [6].

Tot slot hoop ik dat het bewijs, dat met een willekeurige stangenvierzijde als uitgangspunt, exacte rechtgeleidingen zijn te ontwerpen de nieuwsgierigheid van constructeurs voor de zuivere meekunde opnieuw heeft geprikkeld.

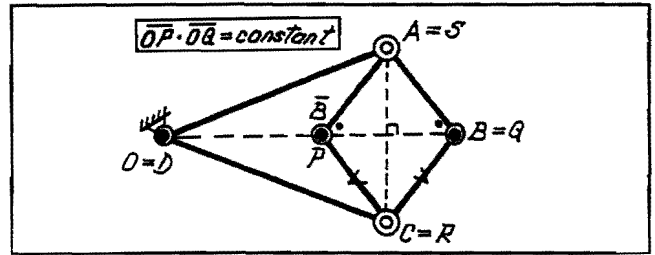
Literatuur

1. Peaucellier, A., 'Nouv. Ann. de Math.', 3, (1864), p. 344
2. Hart, H., 'A parallel motion', Proc. London Math. Soc., 6, (1875) p.137- 139.
3. Dijkstra, E. A., 'A strong relationship between new and old inversion mechanisms', Trans. ASME, Ser. B., J. Eng. Industry, 93 (1971), p. 334-9.
4. Sylvester, J. J., 'History of the plagiograph', Nature, 12, (1875), p.214-216.
5. Kempe, A. B., 'On a general method of producing exact rectilinear motion by linkworks', Proc. Royal Soc. London, 23, (1875), p. 565-577.
6. Dijkstra, E. A., 'Motion Geometry of Mechanisms', Cambridge University

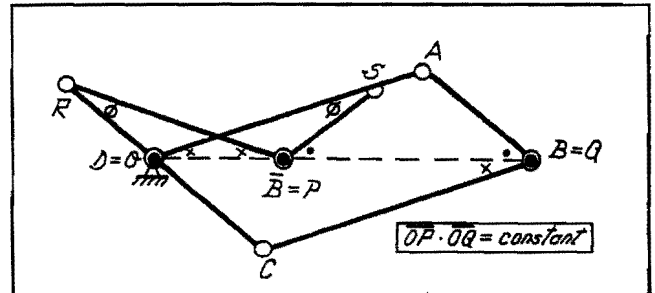
Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, Chapter 8, (1976).

7. Dijkstra, E. A., 'Overconstrained Linkages to be derived from Perspective and Reflection', Proc. 7th World Congress on TMM, Sevilla, Spanje Vol. I (1987), p. 69-73.
8. Bricard, R., 'Leçons de Cinématique, Tome II: Cinématique Appliquée', Chapitre XIX, Systèmes Articulés, section 391, Quadrilatère à diagonales rectangulaires, p. 157-158, Paris (1927), Gauthier Villars et Cie, Éditeurs.
9. Dijkstra, E.A., 'Dos conexiones de paralelogramos no similares conectadas en los vertices de un paralelogramo', Proc. I Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Vol. 3, p. 401-406, Madrid, 21-24 sept. 1993 (in Engels).
10. Dijkstra, E. A., 'Kempe's Linkages and Their Derivations', Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME-B, 97, (1975) 3, p. 801-806.

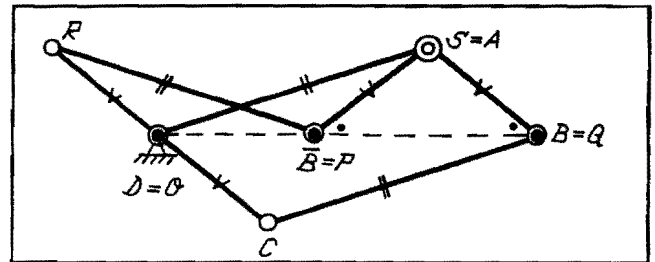
17. Drievoudig gegeneraliseerde inversiecel met twee gelijkvormige driehoeksschakels en twee gespiegeld gelijkvormige aankoppeldyaden ABC en SPR. Verder staat de diagonaal $CA \perp BD$ en ook $SR \perp PO$.



14. De inversiecel van Peaucellier als een bijzonder geval door voor de willekeurige stangenvierzijde een vlieger vierzijde te nemen.



15. Bijzondere inversiecel, waarbij voor de stangenvierzijde ABCD een parallellogram is genomen. De bijbehorende stangenvierzijde RDSB wordt dan een antiparallelogram.



16. Zeer bijzondere inversiecel met een dubbel draaipunt in A.

