

De logische automaat in academisch milieu

Citation for published version (APA):

Dijkstra, E. W. (1962). *De logische automaat in academisch milieu*. Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1962

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

DE LOGISCHE AUTOMAAT
IN ACADEMISCH MILIEU

Dr. E. W. DIJKSTRA

DE LOGISCHE AUTOMAAT IN ACADEMISCH MILIEU

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING
VAN HET AMBT VAN GEWOON HOGLERAAR
IN DE AFDELING DER ALGEMENE WETENSCHAPPEN
AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE EINDHOVEN
OP VRIJDAG 14 DECEMBER 1962

DOOR

Dr. E. W. DIJKSTRA

*Mijne heren curatoren,
Mijnheer de secretaris van de Technische Hogeschool,
Mijne heren hoogleraren,
Dames en heren leden van de wetenschappelijke,
de technische en de administratieve staf,
Dames en heren studenten,
en voorts gij allen, die mij de eer van Uw
aanwezigheid aandoet,*

Zeer gewaardeerde toehoorders,

Er was eens, heel lang geleden, een man, die de goden zo goed gezind waren, dat hij een wens mocht doen, waarvan de goden de vervulling garandeerden. De man besepte dat hij voor een heel belangrijke beslissing geplaatst werd en dacht lang na over wat hij het liefste aan de goden wilde vragen. Hij aarzelde tussen drie wensen: een vruchtbare akker met twintig slaven, een zeewaardig schip met twintig zeilen of een paleis met twintig vertrekken. Hij kon het maar niet met zichzelf eens worden, welke van de drie hij zou kiezen, totdat hij plotseling een uitweg zag. Onze man was namelijk een zogenaamd "slimmerikje" en hij wenste zich . . . dat al wat hij zich in in de toekomst wensen wilde, in vervulling zou gaan. En zo geschiede. Maar de goden waren furieus, want zij voelden zich door deze sterveling lelijk beetgenomen. En de ruwste onder hen stond zelfs op het punt om de man, nog voordat hij van zijn nieuwe macht had kunnen profiteren, met zijn bliksem te treffen. Maar de ruwste was, zoals wel vaker voorkomt, niet de verstandigste van het gezelschap en een andere god hield hem tegen met de woorden: "Doe dat niet, want ik kan me geen erbarmelijker slot voor dit sprookje voorstellen! Ik geloof, dat de man in wezen niet onfatsoenlijk is en dat we het risico kunnen nemen om eens rustig af te wachten en te kijken hoe dit afloopt". Dit voorstel werd aangenomen en wij voegen ons bij het gezelschap der goden, om de lotgevallen van de man verder te volgen. De man, die nu plotseling wensen mocht wat hij maar wilde, verkeerde in een roes van vreugde, maar deze duurde slechts kort, namelijk tot

het ogenblik, dat hij beslissen wilde, welke van deze drie wensen hij het eerst zou uitspreken. Het werd hem in zijn macht plotseling bang te moede en hij begon zich zorgen te maken: "Als ik een vruchtbare akker met twintig slaven heb, maak ik mij dan niet tot een lokaas voor de rovers? Zal een zeewaardig schip met twintig zeilen mij niet verleiden tot een rusteloos zwerwersbestaan? En zou het bezit van een paleis met twintig vertrekken mij niet dwingen tot het geven van zo grote feesten, dat ik niet eens meer weet, wie er allemaal komen?" Onder de indruk van de verantwoordelijkheid die door zijn macht plotseling op hem rustte, wenste hij zich, teneinde vergissingen te voorkomen, daarom eerst de wijsheid die nodig is om geen verkeerde wensen te doen. Ook deze wens ging in vervulling en daarna heeft de man nooit meer iets willen wensen.

Naar deze technische hogeschool geroepen o.a. om hier te helpen een rekengroep verder op te bouwen, ben ik in omstandigheden geplaatst, waardoor ik mee kan voelen met de hoofdpersoon uit het sprookje, dat ik U zojuist verteld heb. Immers, deze verdere opbouw van de rekengroep zal impliceren, dat er een voorstel gedaan moet worden ter aanschaffing van een volgende automatische rekenmachine. En omdat ik in de afgelopen jaren wel eens iets met logische automaten van doen gehad heb, voel ook ik me betrokken bij de keuze van de volgende machine, voel ook ik iets van de vreugde van de man die een wens mocht doen. Maar ook onze vreugderoes wordt door bezorgdheid getemperd: wij zullen dit stuk gereedschap immers niet alleen voor onszelf, maar tevens voor de gehele technische hogeschool moeten uitzoeken. Soms voel ik daarom de neiging de man uit het sprookje te volgen en dan wens ik me een machine, die aan alle toekomstige wensen tegemoet zal komen. Maar het vervolg van dat sprookje leert ons, dat de plicht tot kiezen onverminderd blijft en dat het voor het doen van een verstandige keuze dus wel wenselijk is, als we ons eens verdiepen in de entourage, waarin deze toekomstige machine terecht zal komen.

Om een helderder idee te krijgen van de plaats die een automatische rekenmachine in een academische gemeenschap zou kunnen innemen, wil ik mij de volgende vraag stellen: "Als er zich in een academische gemeenschap een rekenautomaat bevindt, wie gaat dat dan allemaal aan?" en ik stel hierbij, dat het allen aangaat, die er goed aan kunnen doen zich te verdiepen in de mogelijkheden en beperkingen van dit soort apparatuur.

Als eerste wie de aanwezigheid van een rekenmachine aangaat, wil ik de wiskundige noemen. En nu niet specifiek de numeriek of de toegepast wiskundige, neen, zomaar: de wiskundige, zonder nadere specificatie. Dat ik de numeriek en de toegepast wiskundige niet apart wil noemen heeft een dubbele grond. In de eerste plaats is hun interesse in rekentuig zo evident, dat het apart vermelden van hen nauwelijks zin heeft; in de tweede plaats spelen zij een veel minder essentiële rol dan vaak wordt aangenomen.

Ik moge U in dit verband citeren de aanhef van een lezing, die JOHN MCCARTHY van het Massachusetts Institute of Technology verleden jaar heeft gehouden: "Computation is sure to become one of the most important of the sciences. This is because it is the science of how machines can be made to carry out intellectual processes. We know that any intellectual process that can be carried out mechanically can be performed by a general purpose digital computer. Moreover, the limitations on what we have been able to make computers do so far seem to come far more from our weakness as programmers than from intrinsic limitations of the machines. We hope that these limitations can be greatly reduced by developing a mathematical science of computation". Ik heb wat moeite om "a mathematical science of computation" in het Nederlands te vertalen; de beste vertaling lijkt me "een wiskundige theorie van logische processen".

Vervolgens noemt MCCARTHY drie wiskundige disciplines, die voor het opbouwen van een adequate theorie van logische processen relevant zijn, en laat zien, waarom zij alle drie gefaald hebben antwoord te geven op de vragen die nu gesteld worden. Als eerste en oudste van de drie noemt MCCARTHY de numerieke wiskunde, waarvan hij spijtig constateert, dat zij eigenlijk is blijven steken in de moeilijkheden die door de gebrekkige representatiemogelijkheid van de reële getallen worden opgeworpen; zij is daardoor op een te smalle basis komen te staan om nog als algemene theorie van logische processen te kunnen fungeren. Als tweede noemt hij de "theory of computability and solvability" en constateert eveneens spijtig, dat dit vak eigenlijk in een "theory of unsolvability" ontaard is. Als derde noemt hij de "theory of finite automata" en hij merkt daarbij op, dat de resultaten, die betrekking hebben op het feit, dat een eindige automaat zich slechts in een eindig aantal onderling verschillende toestanden kan bevinden, in de regel nauwelijks bruikbaar zijn, omdat de tegenwoordige logische automaat, in weerwil van zijn fabelachtige snel-

heid, gedurende zijn hele bestaan slechts een verwaarloosbare fractie van zijn mogelijke toestanden doorlopen kan. Aan een theorie van logische processen ontbreekt dus nog wel het een en ander. En omdat het uitgesloten is, dat wij de thans nog ongerealiseerde mogelijkheden van logische automaten vollediger zullen kunnen benutten, voordat wij over een deugdelijke theorie van logische processen beschikken, richt ik in dezen mijn oog hoopvol op elke wiskundige, zonder nadere specificatie. Zolang we nog niet weten, wat we voor een theorie van logische processen nodig zullen hebben, zou het voorbarig zijn er van uit te gaan, dat het buiten de competentie van enige tak van de wiskunde zou liggen om hier een constructieve bijdrage te leveren. Hoewel het bijvoorbeeld zeker is, dat de symbolische logica een belangrijke bron van inspiratie zal zijn, is het eveneens zeker, dat de symbolische logica in haar huidige vorm ontoereikend is, met name door de onduidelijkheid in hoeverre haar formularium sequentieel geïnterpreteerd kan of moet worden. Verder denk ik er bijvoorbeeld aan, dat het in dit verband relevante werk van SAUL GORN over de linguïstiek van formele systemen zonder de theorie der graphen niet mogelijk geweest zou zijn.

Voor een verstandiger gebruik van logische automaten is de bemoeienis van de wiskundigen dus hard nodig; omgekeerd betekent dit voor de wiskundige, dat door het bestaan van logische automaten zijn werkkterrein vergroot en daarmee zijn leven nog meer verrijkt is. Laat mij dit, na de voorafgaande citaten en overvloed aan technische termen aan een eenvoudig voorbeeld illustreren. Ter inleiding van dit voorbeeld eerst het volgende.

Heel in het kort gezegd komt aan de zuivere wiskunde de eer toe het begrip "oneindig" in vele graden van oneindigheid te hebben ingevoerd, maar steeds zo, dat het nochtans in zekere zin hanteerbaar is gebleven. Aan de logische automaat komt een groot deel van de eer toe, dat ons de ogen geopend zijn voor het feit, dat ook het concept "eindig" meer nuances kent. In de wiskunde is er veel over gesproken, dat een bewijs "constructief" zou moeten zijn, d.w.z. dat het eigenlijk een handelingsvoorschrift is - een voorschrift voor een reeks opeenvolgende handelingen - dat in principe in een eindig aantal stappen uitvoerbaar is. Sommige wiskundigen stellen deze eis principieel wel aan hun bewijzen, sommigen niet, sommigen soms. Maar de man die een rekenautomaat voor een bepaald proces wil gebruiken, moet veel strengere eisen stellen. Hij is er kennelijk bitter weinig mee gebaat

wanneer het proces in een eindige tijd, zeg om de gedachten te bepalen, over driemiljoen jaar, voltooid zal zijn. Als hij werkelijk in het antwoord geïnteresseerd is, zal hij een snellere methode moeten vinden, om dit antwoord te bereiken. Met andere woorden: hem zijn de ogen geopend voor een nieuw probleem, dat aan zijn denkwereld ontsnapte, zolang hij zich tevreden stelde met "een eindig proces", ook al duurde dit driemiljoen jaar.

Nu een concreet voorbeeld. Als gegeven zijn N punten - denkt U ze zich maar in de ruimte - dan kunnen wij door $N-1$ verbindingen van punt tot punt dit N -tal tot een samenhangend geheel maken. Een dergelijk $(N-1)$ -tal verbindingen noemt men een "boom" tussen N punten. Als we maar twee punten hebben, dan is er slechts één boom mogelijk, namelijk de verbinding tussen deze twee punten. Als we drie punten hebben - denkt U ze zich maar even als de hoekpunten van een driehoek - dan zijn er drie verschillende bomen mogelijk: als men namelijk één van de drie zijden van de driehoek weglaat, dan vormen de twee resterende zijden samen een boom, want de punten zitten dan nog net allemaal aan elkaar vast. Als nu tevens de lengten van de mogelijke punt-punt-verbindingen gegeven zijn - dat zijn er $N \cdot (N-1)/2$ - dan kan men zich de opgave stellen, een boom aan te wijzen, waarvan de totale lengte, d.w.z., de som van de lengten der er in voorkomende verbindingen, minimaal is. Bij twee punten is de oplossing triviaal, want er is tussen deze twee punten maar één boom mogelijk en we hebben dus helemaal geen keuze. Bij drie punten is het ook nog niet zo moeilijk: laat nl. een langste zijde van de driehoek weg en wat overblijft is een kortste boom. Bij vier punten wordt het allemaal al wat minder overzichtelijk.

Wie zich nu koestert in het idee, dat hij aan zijn oplosplicht voldaan heeft, wanneer hij een eindig handelingsvoorschrift heeft gegeven, zou nu met de volgende oplossing kunnen komen, een oplossing, die voor hem zo triviaal is, dat het zelfs de vraag is of hij zich bewust is geweest een probleem onder handen gehad te hebben. Hij redeneert als volgt. Tussen N punten is slechts een eindig aantal bomen mogelijk. Maak dus een lijst van al deze bomen en bepaal bij elke boom, door de $N-1$ constituerende lengten bij elkaar op te tellen, zijn totale lengte; zoek tenslotte in deze lijst van lengtes de kleinste waarde - of een van de kleinste waarden, als toevallig meer dan één boom de minimum lengte aanneemt - en de bijbehorende boom is een kortste. Als hij heel conscientieus is, geeft hij nog een methode aan om alle mogelijke

bomen tussen N punten te genereren, de toepasser van het recept aldus de moeite besparend om te controleren of hij soms een mogelijke boom over het hoofd heeft gezien. En voor wie geen gradaties van het concept "eindig" kent, is hiermee de kous af. Maar wee degene, die bovengenoemd recept in een overmoedige bui gaat toepassen: het aantal bomen dat mogelijk is tussen N punten, stijgt namelijk angstwekkend snel, als N toeneemt. CALEY heeft aan het einde van de vorige eeuw bewezen, dat het aantal mogelijke bomen tussen N punten gelijk is aan N tot de macht $N-2$, en dit betekent bijvoorbeeld, dat er tussen een bescheiden aantal van tien punten al honderdmiljoen verschillende bomen mogelijk zijn! Ik kan U geruststellen, ik had dit voorbeeld niet gekozen als het niet gelijk een echt sprookje goed afliep. Door er systematisch gebruik van te maken, dat van de vele bomen er heel veel heel veel op elkaar lijken, kan men een korste boom vinden op een manier waarbij de hoeveelheid werk niet toeneemt evenredig met het aantal mogelijke bomen, maar slechts met het gegeven aantal verbindingen. En tussen tien punten kan men een korste boom op deze manier in vijfenveertig, op zichzelf eenvoudige, stappen vinden.

Uit dit voorbeeld moet U niet concluderen, dat rekestijd de enige beperkende factor is, die bepaalt of we voor de uitvoering van een bepaald proces een bepaalde automaat met vrucht kunnen gebruiken; er zijn andere kwantitatieve beperkingen. Een werkende rekenautomaat manipuleert informatie en de hoeveelheid informatie, die de machine gelijktijdig in zichzelf ten bate van deze manipulatie kan herbergen, is in de praktijk aan een vrij hoge, zij het scherpe bovengrens gebonden. Wie deze bovengrens niet in acht neemt, vergt van de machine iets van dezelfde graad van onmogelijkheid als bijvoorbeeld de opgave om met een schrijfmachine het gehele Burgerlijk Wetboek op een normale briefkaart over te typen. Men is daarom vaak genoodzaakt zijn proces te construeren onder de voorwaarde, dat men van deze bovengrens pas zo laat mogelijk last krijgt; de loutere mededeling dat de simultaan te herbergen informatie van eindige omvang is, is hier onvoldoende. In dit verband wil ik - zij het slechts terloops - vermelden, dat er niet zonder succes pogingen ondernomen zijn en worden om voor het opschuiven van deze kwantitatieve barrières niet uitsluitend op uitbreiding van de apparatuur of het door de machinegebruiker in zijn specifieke probleem geïnvesteerde vernuft aangewezen te zijn. Dit kan men onder andere bereiken, door de machine zelf, binnen de speelruimte die de gegeven procesbeschrijving

nog open laat, een in zekere zin optimale keuze te laten doen. Ik vermeld dit speciaal, omdat hier de ervaring inmiddels heeft aangetoond, dat dit soort werk bij wiskundigen in de beste handen is.

Van de symbiose van wiskundigen en automatische rekenmachines verwacht ik persoonlijk meer, dan dat we alleen maar zullen leren de gegeven apparatuur verstandiger te gebruiken. Ik hoop vurig, dat daardoor in de toekomst ook de structuur van deze apparaten zelf gezonder zal worden; en dat laatste is een verbetering, waarvoor op zijn zachtst gezegd nog wel ruimte is.

Logische automaten zijn oorspronkelijk door mathematici geconcipeerd - ik noem slechts CHARLES BABBAGE en JOHN VON NEUMANN - maar de ontwikkeling van deze machines is allengskens door de commercie overgenomen. En hierbij heeft de commercie voor de zoveelste maal aan de wetenschap een dubieuze dienst bewezen. De ontwikkeling van de exacte wetenschappen is minstens een eeuw opgehouden, doordat de invoering van het positietalstelsel, zoals wij dat nu kennen, door het Venetiaanse bankwezen is tegengehouden, dat het liever hield bij de getalnotatie in Romeinse cijfers; en dit alles op de vulgaire overweging, dat cheques met Romeinse cijfers ingevuld zich minder makkelijk zouden lenen voor vervalsing. Als we nu bedenken, dat de geniale vinding van het positietalstelsel in wezen neerkomt op de ontdekking en invoering van het cijfer "nul", dan is het hard te moeten constateren, dat er nu, anno 1962, machines op de markt zijn, waarin blijkens structuur en begeleidende documentatie, de nul niet als volwaardig cijfer erkend wordt, waarin dubieuze en verwarrende concepten als "the numerical blank" bestaansrecht waardig geacht worden. Dit is maar een enkel voorbeeld ter illustratie van het droeve verschijnsel, dat dit soort apparaten een uitzonderlijk technisch vernuft niet zelden koppelt aan een theoretische achterlijkheid, die we slechts in eeuwen kunnen uitdrukken. De juichende aanprijzingen van nieuwe machines, die ons via advertenties in pers en vakliteratuur geworden, verzwijgen gewoonlijk ten onrechte, dat je het betrokken produkt ook zou kunnen samenvatten met de karakterisering "een mormel". Ik kan U verzekeren, dat mij het huilen nader staat dan het lachen, iedere keer wanneer ik moet constateren, dat er weer miljoenen dollars, ponden of marken verslingerd zijn aan het ontwerp van een nieuwe machine, die in ijtempo, weer sneller dan zijn voorganger, doen kan, wat goed beschouwd geen zinnig mens kan willen. Wij zijn dicht genaderd tot

een heropvoering van het bekende sprookje van de tovenaarsleerling, die wel de spreuk kent, om de bezems zelf te laten schrobben en water aan te laten slepen, maar dan tot zijn schrik bemerkt, dat hij iets op gang heeft gebracht wat hij niet meer onder controle heeft. Automatische rekenmachines zijn bij gebrek aan "guiding principles" gezwollen tot cijferfabrieken van een zo chaotische structuur dat de grenzen der hanteerbaarheid gevaarlijk dicht genaderd zijn. Onnodig te zeggen, dat het gemak waarmee men een machine ergens voor kan inschakelen, hierdoor ernstig geschaad wordt en daarmee de betrouwbaarheid van de afgeleverde resultaten. Als machines niet gezonder worden, zie ik voor de zo nodige theorie der logische processen ook maar een somber voorland: of hij verliest het contact met de werkelijkheid, zoals dat bij de theorie der eindige automaten gebeurd is, of hij ontaardt in de weinig verheffende kunst om manke machines recht te laten lopen.

Wanneer wij deze droeve toestand op zijn oorzaken herleiden, dan komen wij echter tot de conclusie, dat niet alleen de fabrikanten hiervoor verantwoordelijk zijn: de schuld rust minstens even zwaar op de verzamelde machinegebruikers, die in hen overigens sierende lijdzaamheid hebben nagelaten om, op grond van een scherpe analyse van hun ware behoeften, hun daardoor gefundeerde verlangens tegenover de fabrikanten kenbaar te maken. En niet alleen, dat zij door deze achteraf betreurenswaardige volgzaamheid de fabrikant in de kou hebben laten staan, zij hebben hem nog in een dwangpositie geplaatst ook. Spreekt men met mensen van de ontwerpafdeling, dan komt vroeg of laat de klacht, dat ze wel iets beters zouden willen maken, maar dat de bekrompen commerciële afdeling dat niet toestaat. Spreekt men met mensen van de commerciële afdeling, dan komt vroeg of laat wel de bekentenis, dat het concern zich niet kan permitteren om met iets verstandigers op de markt te komen: "In order to live we must sell. And we must sell to perfect idiots". En hiermee is de kring gesloten: wij hebben geen betere machines omdat wij geen betere machines verdienen. Om deze vicieuze cirkel te doorbreken is het niet voldoende alleen maar te bedenken hoe een machine er wel zou moeten uitzien; tevens moet de toekomstige klant ertoe worden opgevoed om tegenover de fabrikant redelijke eisen te stellen. Het is duidelijk dat hier voor een Technische Hogeschool een onmiskenbare taak is weggelegd.

Op een geheel andere en meer indirecte wijze gaat de automatische

rekenapparatuur de wiskundigen aan en wel alle wiskundigen, dus ook hen, die denken niets te maken te hebben met deze nieuwmodische contrapties. Eeuwen lang zijn wiskundige teksten uitsluitend bestemd geweest voor menselijke consumptie; in de laatste decennia is de mens echter - in de vorm van procesbeschrijvingen - wiskundige teksten gaan opstellen, die bestemd waren voor machinale consumptie. Maar de machine is een onbarmhartig kritisch lezer en één van de directe gevolgen is geweest, dat zij die gewend zijn geraakt aan de omgang met automaten, in wat zij produceren en in wat zij van hun collega's eisen, door de pure gewenning een aanmerkelijk groter gewicht zijn gaan toekennen aan de eens zo nederige deugd van de accuratesse. Maar behalve dat de automaat correcte teksten eist, eist hij door zijn fantasieloze gehoorzaamheid ook ondubbelzinnige teksten. En hierdoor is aan het licht gekomen, dat traditionele wiskundige teksten door hun onvolledigheid en hun dubbelzinnigheid behalve voor de machine onacceptabel, voor de mens nodeloos moeilijk leesbaar zijn. Ik moge hierbij aantekenen, dat het uitbannen van de dubbelzinnigheid problemen heeft opgeworpen, die voor het merendeel nog geen bevredigende oplossing hebben gevonden. De definitie van een ondubbelzinnig uitdrukingsmiddel is een taak, waarvan wij in de tijd, dat er aan de mate van ondubbelzinnigheid nog geen grote eisen gesteld werden, de moeilijkheid in onze onschuld schromelijk onderschat blijken te hebben.

Het resultaat is echter, nu al, dat zij die zich in deze problematiek verdiept hebben, veelal met de ogen knippen, wanneer zij "gemiddelde wiskundige tekst" onder ogen krijgen. Zij zien dat de formules slechts begrepen kunnen worden bij de gratie van een aantal ongeschreven wetten, die veelal meer dan één interpretatie toelaten. Met de verbindende tekst tussen de formules is het over het algemeen nog veel droeviger gesteld: waarop bijvoorbeeld de daarin gebruikte betrekkelijke voornaamwoorden terugslaan, wordt doorgaans volledig aan de fantasie van de lezer overgelaten. Een mooi voorbeeld hiervan hebt U eerder kunnen horen in het gegeven citaat van McCarthy, waarvan ik aanneem, dat minstens de helft van U het verkeerd begrepen zal hebben. In de laatste zin spreekt hij over "these limitations", kennelijk teruggrijpend op de beperkingen, die hij in de voorafgaande zin genoemd heeft. In deze zin komt het woord "limitations" echter twee keer voor en het zijn de eerstgenoemde beperkingen, waarop hij in de laatste zin doelt. Het kundig hanteren van een formeel uitdrukingsmiddel mag moeilijk zijn, het inzicht

dat het kundig hanteren van een natuurlijke taal nog veel moeilijker is, wint langzaam maar onweerstaanbaar terrein en ik ben er dan ook van overtuigd, dat de huidige pogingen van de administratieve wereld om via beperkingen in het natuurlijk taalgebruik de vereiste rigor te bereiken tot een roemloos einde gedoemd zijn.

Ik heb genoeg aandacht geschonken aan de wiskundigen en het wordt tijd, dat we eens gaan kijken hoe de aanwezigheid van een logische automaat de beoefenaren der andere wetenschappen aangaat, die aan deze technische hogeschool vertegenwoordigd zijn. Op dit punt doen zich voor mij echter nieuwe moeilijkheden voor. Ik heb inmiddels lang genoeg onder wiskundigen verkeerd om iets van hun professionele omgangsvormen geleerd te hebben en althans een of andere manier te weten, om met hen over logische automaten te praten. Nu ik mij tot de overigen wend, word ik onzeker, want ik ken hen onvoldoende. Ik stel me voor, dat voor de natuurkundigen, de elektrotechnici, de chemici, de werktuigbouwkundigen, kortom voor de non-mathematici, een elektronische rekenmachine in de eerste plaats een stuk gereedschap is, dat ze mogelijk met profijt kunnen gebruiken. Maar hoeveel profijt ze ervan verwachten, zal van persoon tot persoon sterk verschillen en het enige, dat ik bij gebrek aan nadere informatie doen kan, is te veronderstellen dat in een zo groot gezelschap de beide uitersten van optimisme en pessimisme wel vertegenwoordigd zullen zijn. Ik stel mij dus voor om nu twee beschouwingen te wijden aan de bruikbaarheid van logische automaten, een gericht tot de optimisten en een tot de pessimisten. En dan laat ik verder aan elk Uwer over om uit te maken in hoeverre elk der beide schoenen past. Mijn toespraak tot de optimisten zal moeten fungeren als domper, die tot de pessimisten als opwekkend middel; ik wil daarom mij eerst tot de optimisten richten.

De meest banale vorm van optimisme wordt weerspiegeld in de opvatting, dat we met de komst van "het elektronisch brein" onze eigen hersens niet meer behoeven te gebruiken. Nou, dat valt hard tegen. Ik moge in dit verband SIR GRAHAM SUTTON citeren, die in 1960 een lezing over "Applied Mathematics and Computing Machines" eindigde met de opmerking "In many ways the computer is a dangerous instrument, and there is every need for the best brains in its use". Een gevaarlijk instrument, moeilijk om het zinvol te gebruiken. Hoe moeilijk, moge het volgende illustreren. In april 1961 vond een discussie plaats over een wat meer geavanceerde methode van

machinegebruik; de prijs die voor de voordelen daarvan betaald moest worden, zou er onder omstandigheden wel eens uit kunnen bestaan, dat de rekentijd per probleem, zeg met een factor twee omhoog zou gaan. Twee vertegenwoordigers van een heel grote elektrotechnische en elektronische industrie merkten naar aanleiding daarvan op, dat het in hun concern dan helaas onmogelijk was om van deze methode gebruik te maken, omdat hun computers 24 uur per etmaal aan het werk waren, 7 etmalen per week. Dit argument overtuigde de voorstanders niet en zij opperden de mogelijkheid, dat misschien niet alles wat op die rekenmachines gedaan werd, even zinvol was, sterker nog: dat een gedeelte der werkzaamheden op de rekenmachines zo waardeloos was, dat het net zo goed, of misschien zelfs beter, niet gedaan kon worden. Door zinloze berekeningen te weren zou je misschien wel de rekentijd vrij kunnen maken, nodig om aan de berekeningen, die wel iets voorstelden, twee keer zoveel machinetijd te kunnen spenderen. Kortom, de heren kregen de vraag voorgelegd welk deel van de tijd hun machines met "rubbish" bezig waren. Na niet meer dan vijf seconden onderling overleg waren zij het eens over hun schatting: "Tachtig procent rubbish". En hier ziet U, hoe gerechtvaardigd het is, om de automatische rekenmachine "a dangerous instrument" te noemen: het erge is niet, dat er 80 procent van de machinetijd verspild wordt; het gevaarlijke is, dat de machines gedurende 80 procent van hun leven resultaten produceren, die door de goedgezonden - de bewerkers van het project in kwestie voorop - voor zinvol worden aangezien, hoewel de resultaten in feite de toets der kritiek niet kunnen doorstaan. Deze goedgezondenheid is heel begrijpbaar: immers het beste is meestal het duurste en wij zijn gauw geneigd deze stelling om te draaien. Als zo'n dure machine vreselijk lang ergens aan gerekend heeft, dan kan het haast niet anders, of er moet ook wel een goed antwoord uitkomen. Maar is het niet realistischer om de resultaten met des te meer wantrouwen te bezien, naarmate de machine er langer aan getobd heeft?

De omvang van het gevaar is hiermee voldoende voor het voetlicht gehaald. Maar mijn domper op de vreugde der optimisten zou louter negatief zijn als ik niet althans probeerde aan te duiden, door welke oorzaken een rekenautomaat zo'n gevaarlijk instrument is. Er is een enkel wezenlijk verschil tussen rekenen met een tafelmachine en rekenen met behulp van een automaat; verder zijn er graduele verschillen. Het wezenlijke verschil is, dat men, wanneer men met een tafelmachine rekent, zich niet van te voren hoeft vast te leggen op de

te volgen numerieke methode, omdat men die op elk gewenst moment kan laten beïnvloeden door de tussenresultaten, die men immers onontkoombaar onder ogen krijgt. Stel dat wij met een tafelmachine rekenen, en een functie, waarvan we op andere gronden verwacht hadden, dat hij glad zou verlopen, vertoont plotseling een hik, dan zien we dit en worden we daardoor gealarmeerd. Dan gaan we er achter aan: is de oorzaak van deze hik een rekenfout? Zo nee, is deze hik dan misschien geïntroduceerd door het discrete model, dat als leidraad voor de berekening gediend heeft? Zo ja, dan zal de conclusie wel zijn, dat we het probleem op de verkeerde manier aangepakt hebben. Het kan ook zijn, dat we tot de conclusie komen, dat de hik reëel is, en dat onze intuïtie, die een gladde functie voorspelde, ons voor de zoveelste keer bedrogen heeft. Maar in dat geval is de moraal, dat we in het vervolg van de berekening wel zullen nalaten, om nog van de gladheid van de functie gebruik te maken.

Zodra we echter een rekenautomaat aan het werk zetten, krijgen we alleen die tussenresultaten onder ogen, waarnaar we expliciet gevraagd hebben. Zo'n hik in een glad veronderstelde functie zou dus heel makkelijk ongemerkt kunnen optreden en wanneer nu het vervolg van de berekening slechts gerechtvaardigd kan worden, als de functie wel glad is, dan kan een dergelijke hik dus tot gevolg hebben dat er resultaten van nul en generlei waarde afgeleverd worden. Wie met geweten een rekenautomaat gebruikt, dient in zo'n geval dus eigenlijk van te voren te bedenken, dat hij de gladheid van de functie controleren moet. Maar hij kan pas op het idee komen om deze controle van te voren te voorzien, indien hij reeds zo veel inzicht heeft in het vervolg van het rekenproces, dat hij beseft dat de veronderstelde gladheid daarin een vitale rol speelt. Het grote gevaar is, dat rekenresultaten bedorven worden, doordat we bij de opzet van het proces onbewust gebruik gemaakt hebben van onjuiste veronderstellingen. En men moet waarschijnlijk een paar keer fiks de eigen neus gestoten hebben, voordat men werkelijk doordrongen kan zijn van de moraal van dit alles, namelijk dat men er verstandig aan doet de afgeleverde resultaten a priori altijd met het grootste wantrouwen te bekijken, een wantrouwen dat slechts weggenomen kan worden door een helder inzicht in de premissen die bij hun totstandkoming gebruikt zijn. Heeft men vervolgens kunnen controleren, dat aan deze premissen voldoende voldaan is, dan winnen de resultaten langzamerhand iets aan betrouwbaarheid.

Het graduele verschil tussen werken met tafelmachines en werken met automaten is, dat men automaten processen kan laten uitvoeren, die ordes van grootte omvangrijker en ingewikkelder zijn, dan wat men ooit met de hand kan doen. De omvang van de taak, vertrouwen in de resultaten te wekken, stijgt dienovereenkomstig.

Tenslotte: ik heb in het voorafgaande een zo banale vorm van optimisme geschilderd, dat wel haast ieder van U tot de conclusie moet komen, dat de schoen der optimisten hem niet past. Maar wilt U ook overwegen, of hij U soms een klein beetje past? Ik vraag U dit, omdat ik uit ervaring weet, dat onderschatting van de moeilijkheden van machinegebruik een wijd verbreid verschijnsel is. Wie rekenwerk voor derden verricht, zal merken, dat het een hoge uitzondering is, als hij dankbaarheid mag oogsten. Integendeel: als je bijvoorbeeld bij het aannemen van een stuk rekenwerk de hoop hebt uitgesproken, dat je met iets van een week de resultaten zult kunnen terugsturen, dan moet je eens kijken wat er gebeurt, als het tien dagen blijkt te duren. De klant komt dan uiterst zelden op het idee, dat er zich blijkbaar onverwachte moeilijkheden hebben voorgedaan en dat je je misschien wel in de hemel weet wat voor bochten hebt moeten wringen om hem toch te helpen. Je kunt je dan beter prepareren op de klacht, dat je de leveringstermijn hebt overschreden! Waarom zou een klant je dankbaar zijn? "Je hebt toch een machine om het uit te laten rekenen". Tot zover mijn domper.

Wij gaan nu over tot het opwekkend middel voor de pessimisten, de wantrouwenden. Voor de rechtgeaarde pessimist was de voorafgaande domper natuurlijk koren op zijn molen: alle somberheden zal hij dankbaar hebben aangegrepen om zich gesterkt te voelen in zijn argwaan. Het moet mij van het hart, dat hij dan toch niet zo heel goed naar mijn domper geluisterd heeft en een tamelijk eenzijdige selectie gepleegd heeft in wat hij wel en in wat hij liever niet wilde horen. Het feit dat ik de moeilijkheden van zinvol gebruik van logische automaten zo naar voren heb kunnen brengen, betekent namelijk, dat velen met mij zich terdege van deze moeilijkheden bewust zijn. En daarmee is het klimaat geschapen om deze problemen serieus aan te pakken! Dat gebeurt dus ook, en ik kan daar aan toevoegen: steeds doeltreffender.

De plicht zinvol van rekenmachines gebruik te maken is voor de numerieke wiskunde een enorme prikkel geweest om haar wapen-

arsenaal uit te breiden. Ik moet met een enkel simpel voorbeeld volstaan: een paar eeuwen lang heeft de mensheid gedacht, dat zij het probleem van het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen met behulp van eliminatie in principe beheerste. Men paste dit met veel succes toe op kleine stelsels, zeg zes of zeven vergelijkingen, maar leerde nimmer ervaren, dat men serieuze moeilijkheden pleegt te ontmoeten, als het aantal vergelijkingen in de honderden gaat lopen. Met de huidige rekenmiddelen, daarentegen, is de hoeveelheid werk die verzet moet worden om een stelsel van een paar honderd vergelijkingen door eliminatie op te lossen niet meer prohibitief. Maar toen men grote stelsels met eliminatie probeerde op te lossen, is aan het licht gekomen, dat eliminatie niet zo'n veilig proces is als aanvankelijk gedacht werd. Deze ervaring is aanleiding geweest voor hernieuwde onderzoekingen, ten gevolge waarvan de numerieke wiskunde nu aanmerkelijk meer pijlen op de boog en een aanmerkelijk helderder idee van het doelwit heeft, wanneer er lineaire stelsels opgelost moeten worden.

Maar laten we nu eens veronderstellen: U hebt een probleem en voor de oplossing bestaat een erkend gezonde numerieke methode; bovendien beschikt U over een rekenautomaat. Dan houdt dit alles toch nog niet in, dat U de antwoorden morgen op Uw schrijftafel kunt hebben. Met de groei van de rekenautomaten zijn ook de uit te voeren processen in omvang en complexiteit toegenomen en het gevolg is, dat men bij het inschakelen van een rekenmachine geconfronteerd wordt met noem het maar "organisatorische" problemen. Een van de duidelijkste voorbeelden van het verschijnsel dat een louter kwantitatieve uitbreiding nieuwe technieken noodzakelijk kan maken vind ik altijd het volgende. Als U thuis 20 of 30 strekkende meter boeken hebt staan, dan hoeft U echt niet lang te zoeken om daarin te vinden, wat U hebben wilt: U wandelt gewoon langs Uw boekenkast. Bij een grote openbare bibliotheek werkt deze techniek gewoon niet meer en dus moet er iets nieuws geschapen worden om te voorkomen, dat de boekenvoorraad onttaardt in een niet meer te overziene chaos: men maakt een catalogus, die dan op zijn beurt weer 20 of 30 strekkende meter mag beslaan. Op enigszins vergelijkbare wijze moeten wij onze toevlucht nemen tot nieuwe organisatie-technieken om de gecompliceerde processen die men nu door logische automaten wil laten uitvoeren, nog hanteerbaar te houden. Er is echter een wezenlijk verschil met het bibliotheekwezen. Dit laatste bestaat al eeuwen en er zijn dus voorbeelden te over van manieren

waarop men een catalogus kan inrichten. Voor het gebruik van logische automaten zullen we daarentegen nieuwe technieken moeten ontwikkelen, waarvoor elk voorbeeld ontbreekt. Hier komt de behoefte aan een theorie van logische processen wel heel duidelijk aan het licht.

Kortom: tot de optimisten zeg ik "We kunnen minder dan U denkt", tot de pessimisten zeg ik "We kunnen meer dan U denkt", en tot beiden" samen zeg ik "We zullen morgen meer kunnen dan vandaag". Dit laatste mits we bereid zijn er heel hard voor te werken.

Tenslotte een enkel woord over de non-professionele belangstelling voor automatische rekenmachines, want die is er ook. Het laatste - en tevens eerste - lustrum van het Eindhovens Studenten Corps heeft ons immers geleerd, dat het "nuttig denkmachien" zelfs literatoren heeft weten te inspireren. En hiervoor moeten we dankbaar zijn: want door de omstandigheid dat de studentenmaatschappij zich slechts via de literator bij de rekenautomaat betrokken heeft gevoeld, is haar ontgaan, dat in logische automaten het tweetalig stelsel veelal te verkiezen is boven het meer bekende tientallige. En ik sta niet in voor de gevolgen als zij deze ervaring op haar eigen mores zou overdragen, de binding met het traditionele tientallige stelsel zou losmaken, en zou besluiten om voortaan elk jaar lustrum te vieren.

Aldus gekomen aan het einde van mijn beschouwing, wil ik graag besluiten met enige persoonlijke woorden.

Aan *Hare Majesteit Koningin Juliana*, die mij tot hoogleraar aan de technische hogeschool te Eindhoven heeft willen benoemen, moge ik vanaf deze plaats mijn eerbiedige dank betuigen.

Mijne heren curatoren,

Door mij voor deze benoeming voor te dragen hebt U getoond een zeker vertrouwen in mij te stellen, een vertrouwen, waarvoor ik wel dankbaar ben, maar dat mij ook ietwat verlegen maakt, wanneer ik bedenk welk een centrale plaats het werken met logische automaten in vele aspecten van wetenschap en techniek nu reeds inneemt. Naast de haast vanzelfsprekende toezegging mijn beste krachten te willen inzetten om dit vertrouwen niet te beschamen, wil ik graag

tegenover U verklaren, dat ik mijn nieuwe verantwoordelijkheden nimmer aangedurfd zou hebben, als ik me niet geschraagd geweten had door U, door de onderafdeling der wiskunde, ja, eigenlijk door de hele technische hogeschool.

Mijne heren leden van de senaat,

Na het voorafgaande zal het U niet verbazen, wanneer ik nu met klem de hoop uitspreek in de toekomst in goede verstandhouding met U samen te kunnen werken, en dat niet alleen, wanneer daartoe een directe aanleiding is. Een academische gemeenschap waarin zoveel verschillende disciplines hun plaats hebben gevonden, is immers bij uitstek een plaats om nieuwe gebieden waar een automatische rekenmachine met vrucht kan worden ingeschakeld, bloot te leggen. Zonder Uw actieve medewerking is het de onderafdeling der wiskunde kennelijk onmogelijk in dezen haar verantwoordelijkheden na te komen.

Dames en heren leden en medewerkers van de onderafdeling der wiskunde,

Wanneer ik mij in Uw midden bevind, dringen zich nog steeds wat tegenstrijdige gevoelens in mij op: ik voel me dan een kleine jongen en tegelijkertijd wonderlijk volwassen. Een heel kleine jongen, namelijk iedere keer wanneer ik erbaar, hoeveel meer kennis en vaardigheden velen Uwer bezitten. Deze confrontatie kan echter ook sterk inspirerend zijn en ik ben U er daarom erkentelijk voor. En ik voel me onwennig volwassen, wanneer ik merk, dat er desondanks naar mij geluisterd wordt, dat desondanks mijn mening gevraagd wordt. Met andere woorden: ik prijs mij gelukkig om de openheid, waarin U de mogelijkheid laat, ja soms zelfs lijkt toe te juichen, dat de Koningin der Wetenschappen in de vorm van de theorie der logische processen er een onderdaan schijnt bij te krijgen. Uw openheid heeft een belangrijke rol gespeeld bij de overwegingen, die mij hebben doen besluiten deze benoeming te aanvaarden en het is mij een genoegen te kunnen verklaren, dat U in de afgelopen maanden in dit opzicht mijn stoutste verwachtingen - en die waren tamelijk stout - ver hebt overtroffen.

Thans zij het mij vergund mij een ogenblik te wijden aan het ver-

leden en een woord van dank te richten tot hen, aan wie dit met betrekking tot mijn ambtsaanvaarding toekomt.

In de eerste plaats noem ik in dit verband mijn beide ouders, aan wie ik heel veel meer te danken heb dan mijn bestaan alleen, zoveel meer, dat ik hier slechts een enkele aanduiding kan geven. Zo was het bijvoorbeeld mijn vader, die in 1951 op het idee kwam om mij, bij wijze van beloning voor het behaalde kandidaatsexamen, in de gelegenheid te stellen in Cambridge de "Summer School on Automatic Electronic Computers" bij te wonen. We hadden geen van beiden meer dan een uiterst vage voorstelling van het onderwerp, maar op een of andere manier leek het hem wel wat voor mij. Onnodig te zeggen, dat ik tot op de huidige dag geen aanleiding gezien heb om dit initiatief van mijn vader te betreuren. Integendeel. Aan mijn moeder dank ik een unieke wiskundige training, waarvan ik later gemerkt heb, dat ik er moeilijk dankbaar genoeg voor kan zijn: zij leerde mij, globaal gezegd, wat niet in de boeken staat. Tekenend was bv. de wijze, waarop zij mij inleidde in de goniometrie: "Als je er bij een goniosom na vijf regels nog niet uit bent, dan ben je op de verkeerde weg en kan je beter wat anders proberen". Voorts heeft ze, niet met zoveel woorden maar door haar eigen voorbeeld, mij bij gebracht, dat je de stof pas waarlijk beheerst, wanneer je er sierlijk mee kunt spelen.

Het verdriet mij PROF. DR. J. HAANTJES, die door zijn grote gaven van hoofd en hart van mijn Leidse hoogleraren verreweg de diepste indruk op mij gemaakt heeft, niet meer toe te kunnen spreken. Ik zal hem steeds dankbaar blijven voor de wijze waarop hij mij tegemoet is getreden, een wijze die ik mij sindsdien zonder voorbehoud ten voorbeeld stel.

Hooggeleerde VAN WIJNGAARDEN,

Vorige pogingen mijnerzijds U mijn dankbaarheid te betuigen voor wat U voor mij gedaan hebt, hebt U altijd ondermijnd met de opmerking "Ik heb er niets aan gedaan, je hebt het allemaal zelf gedaan". Ware dit de volle waarheid geweest, dan had ik U minstens kunnen danken voor de wijze waarop U mij in de gelegenheid heeft gesteld dit alles te doen. Beschermd als ik mij thans voel door toga en kathedr wil ik graag van mijn machtspositie van dit ogenblik misbruik maken door ongeïnterrumpeerd te verklaren, dat dit niet de volle waarheid

is. Ik moge U bijvoorbeeld herinneren aan een onderhoud, dat ik als student met U gehad heb, toen ik voelde dat ik beslissen moest of ik inderdaad theoretisch fysicus wilde worden of ja wat, programmeur? Dat was toen helemaal nog geen vak: jaren later, toen ik trouwde, heeft de Burgerlijke Stand van Amsterdam nog geweigerd dit als mijn beroep in te vullen! Ik schroomde om de sprong in het duister te wagen. Maar U bent degene geweest, die op dat voor mij beslissende ogenblik met zoveel overtuiging heeft durven verklaren, dat ik mij al programmerend niet op een doodlopend spoor zou begeven, dat ik toen, mijn doctoraal examen daargelaten, de theoretische fysica eigenlijk al definitief vaarwel gezegd heb. En U bent ook degene geweest, die mij er toen op gewezen heeft, dat als de sprong in het duister mij bezwaarde, dit wel eens kon betekenen, dat het op mijn weg zou liggen om te proberen in die duisternis enig licht te brengen. Tenslotte: ik heb me, ondanks tien jaar van steeds intensiever contact, helaas te weinig van Uw kennis eigen gemaakt om mij te kunnen aanmatigen mij Uw leerling te noemen, maar wat ik wel van U en van niemand anders geleerd heb, is om wat dynamischer te denken en verder te kijken, dan mijn neus lang is, een vaardigheid, die voor iemand met een destijds zo kleine neus als de mijne van niet te onderschatten belang was.

Voorts zou ik graag mijn vroegere collegae LOOPSTRA en SCHOLTEN willen bedanken voor de manier, waarop zij mij geleerd hebben om mijn neus te stoten. Toen ik op het Mathematisch Centrum kwam, waren zij al oude rotten in het vak, en ze zijn voor mij harde leermeesters geweest. Maar ik ben ervan overtuigd dat hun harde leer-school er in niet geringe mate toe heeft bijgedragen, dat de samenwerking met hen tot op de huidige dag een bijzonder inspirerend genoeg is.

Met groot genoeg denk ik terug aan de van tijd tot tijd zeer intensieve samenwerking met mijn vroegere collega ZONNEVELD. Toen wij werkten aan de sluizen van het Haringvliet en later aan de ALGOL-vertaler, hebben wij maanden samengeleefd in gemeenschap van tafel en kladpapier. Elk van deze keren bemoeide minstens een van beiden zich met wat toen niet zijn specifieke terrein was en ik geloof, dat wij voor deze kostbare ervaringen dankbaar mogen zijn, omdat zij hebben aangetoond, dat men niet te bang hoeft te zijn om zijn neus eens in vreemde zaken te steken, zolang men zich maar oprecht inspant om dit dan wel een fijne neus te laten worden.

Aan het Mathematisch Centrum, zowel de instelling als de verzameling van zijn personeelsleden, heb ik zoveel te danken, dat het onbegonnen werk zou zijn, hier verder in details te treden. Laat mij daarom volstaan met te verklaren, dat de tien jaar, die ik er heb doorgebracht, mij tot een stuk verleden geworden zijn, dat ik blij beschouw als een mij onontvreembaar goed. En ik prijs me bijzonder gelukkig met recht te kunnen verklaren "Ik heb er iets van meegenomen".

Dames en heren studenten,

Wie zich met een dik kookboek, edoch zonder smaak, in de keuken terugtrekt, kan niet verwachten een smakelijk diner te zullen bereiden. Wie zich met een standaardwerk over de harmonieleer, edoch zonder ontwikkeld muzikaal gevoel, aan het componeren zet, kan niet verwachten een symfonie voort te brengen die het aanhoren waard is. Zoals de koksmat in zijn jongensjaren dus tevens zijn smaak zal moeten ontwikkelen, zoals een leerling op het conservatorium zijn muzikaal gehoor dient te verfijnen, zo zult U naast de geformuleerde en gerubriceerde kennis van de diverse vakken tevens moeten verwerven de vooralsnog ongeformuleerde kennis, die wij dan maar "feeling voor het vak" noemen. De rol Uwer leermeesters is in dezen niet ongelijk aan die van ouders, die hun kinderen moeten leren fietsen: ieder van ons kan fietsen, maar niemand kan aan een ander uitleggen hoe hij het doen moet. Wij kunnen U op ons college slechts waarschuwen voor een heel klein gedeelte van de voetangels en klemmen, die U mogelijk op Uw pad zult tegenkomen, en dan moeten we ons daarbij meestal ook nog beperken tot tamelijk geïdealiseerde voetangels. Aan U is daarom de taak om tussen de regels de onzegbare gedragslijn te horen tegenover voetangels in het algemeen. Ik hoop, dat U daarbij de wiskunde zult leren appreciëren als een discipline, waarin het een goede gewoonte is het gereedschap goed te gebruiken en te perfectioneren. En bij gereedschap denk ik hier niet speciaal aan een rekenautomaat, ik denk aan 's mensen gereedschap bij uitstek: een Gezond Verstand.

Ik dank U voor Uw aandacht.