

Gestos como mediadores del proceso de significación

Citation for published version (APA):

Salinas Hernandez, U., Guzmán, J., & Miranda, I. (2015). Gestos como mediadores del proceso de significación. In P. Scott, & Á. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2015: Vol. 5: Etnomatemática y Sociología* (pp. 166-177) <https://ciaem-iacme.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol5Etnom.pdf>

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/2015

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Gestos como mediadores del proceso de significación

Ulises Alfonso **Salinas** Hernández
Cinvestav, Instituto Politécnico Nacional
México

ulisessh@ciencias.unam.mx

José **Guzmán** Hernández
Cinvestav, Instituto Politécnico Nacional
México

jguzman@cinvestav.mx

Isaias **Miranda** Viramontes
CICATA, Instituto Politécnico Nacional
México

imirandav@ipn.mx

Resumen

En este artículo se reporta la manera en que un estudiante de sexto semestre de bachillerato usa gestos para dar significado al concepto de sistema de referencia, en un marco de trabajo con gráficas cartesianas. Se trata de un estudio de tipo cualitativo, apoyado en la concepción multimodal del pensamiento humano. Para la recopilación de datos se utilizó la videograbación de cada equipo al momento de llevar a cabo el experimento y las discusiones generadas durante la discusión de la solución del problema. El análisis de datos se apoya en la teoría histórico-social de la Objetivación. Los resultados muestran que el discurso del estudiante para relacionar el concepto de sistema de referencia inmerso en la actividad (experimento) le permitió dar significado al concepto de sistema de referencia de un sistema de ejes coordenados rectangulares.

Palabras clave: gráficas cartesianas, gestos, objetivación, mediación, significado.

Introducción

En los programas de física de bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Autónoma de México (CCH, UNAM, 20003) se contempla el tratamiento de los *sistemas de referencia*¹ como tema de estudio. Pero, ¿cuál es la importancia de los sistemas de referencia en la física escolar? Y ¿cuál es su importancia en el aprendizaje de los estudiantes, cuando hacen uso de tales sistemas de referencia? Para contestar estas preguntas, es pertinente conocer lo concerniente al concepto de sistemas de referencia; tan frecuentemente utilizados en el medio educativo, tanto en el tratamiento de la primera ley de Newton, como al hacer uso de representaciones gráficas asociadas con el movimiento de objetos.

¹ En Física, se entiende como sistema de referencia o marco de referencia al conjunto de convenciones usadas por un observador para poder medir la posición y otras magnitudes físicas de un sistema físico.

En general, el valor medido de una cantidad física en movimiento (e.g., la posición, la velocidad y la aceleración) depende del marco de referencia del observador que efectúa la medición. Los marcos de referencia usados para estudiar el movimiento de objetos, cuya velocidad es uniforme, unos respecto de otros, y respecto a las estrellas fijas, se llaman *marcos de referencia inerciales*. Todos los marcos de referencia inerciales son equivalentes en la medición de los fenómenos físicos. Los observadores en los diferentes marcos pueden obtener distintos valores numéricos de las cantidades físicas medidas, pero las relaciones entre las cantidades medidas [las leyes de la física], son las mismas para todos los observadores. A este respecto, Resnick y Halliday (1970) mencionan:

Aun cuando las leyes físicas son las mismas en todos los marcos de referencia, los valores de las cantidades físicas medidas [...] pueden no ser iguales. Por consiguiente, es importante que el estudiante siempre se dé cuenta de cuál es su marco de referencia en un determinado problema. (p. 30).

En particular, la primera ley de Newton es en realidad un enunciado relativo a sistemas de referencia, porque en general la aceleración de un cuerpo depende del sistema de referencia con relación al cual se mide. Sobre la aseveración precedente, Resnick y Halliday (1970) dicen:

El hecho de que los cuerpos permanezcan en reposo o conserven su movimiento rectilíneo uniforme cuando no obran fuerzas sobre ellos, se describe frecuentemente asignando a la materia una propiedad llamada inercia. La primera ley de Newton se llama, a menudo, ley de la inercia y los marcos de referencia para los cuales es aplicable se denominan, por consiguiente, marcos inerciales. (p. 129).

De esta manera, el propósito de este artículo es indagar el surgimiento de significados conceptuales a partir del concepto físico de *sistemas de referencia*, considerando una perspectiva teórica de orientación semiótica. En particular, investigar sobre la manera en que el uso de artefactos físicos [software] y psicológicos [lenguaje y gestos] funcionan como mediadores de la actividad mental de los estudiantes para propiciar y desarrollar significados de conceptos físicos escolares. Además de la introducción, el artículo se divide en cuatro partes. En la primera se hace un resumen de los elementos de la teoría de la Objetivación, así como de su relación con el tema de gráficas cartesianas; además del papel de los gestos en los procesos de significación. En la segunda parte, se menciona la metodología utilizada en la toma de datos; en la tercera, se realiza el análisis de los datos; en la última parte, describimos las conclusiones y observaciones finales.

Marco conceptual

Algunas características de la teoría de la Objetivación

La teoría de la objetivación propone una manera de abordar los procesos de aprendizaje a partir de una concepción social y cultural. Así mismo, Miranda, Radford y Guzmán (2007) señalan que en la teoría de la objetivación se toma en cuenta, por un lado, la característica histórica del conocimiento matemático y, por el otro, la manera en que ese conocimiento es retomado por el alumno en procesos sociales de producción de significados. Esta teoría surge como oposición a las corrientes racionalistas e idealistas, las cuales parten de la concepción de la inobservabilidad del pensamiento y de la reflexión. De esta manera, la teoría de la objetivación se deriva de una posición no mentalista del pensamiento y de la actividad mental [del sujeto]. El pensamiento es una práctica social, en palabras de Radford (2006): "el pensamiento es considerado una reflexión mediatizada del mundo de acuerdo con la forma o modo de la actividad de los individuos" (p. 107).

A partir de la cita anterior, es pertinente describir lo que Radford (2006) establece como *Mediación semiótica, la naturaleza reflexiva del pensamiento y la dimensión antropológica del pensamiento*. En la característica mediatizada del pensamiento, en el sentido de Vygotsky, se toma el papel que desempeñan tanto las herramientas (objetos) como los signos (instrumentos psicológicos, tales como el lenguaje y los gestos) en la realización de la práctica social. Radford agrupa las herramientas y los signos como artefactos. Tanto las herramientas como los signos [artefactos], no son simplemente ayudas del pensamiento, sino partes constitutivas e inherentes de éste. Por lo tanto, se piensa con y a través de los artefactos culturales (Radford, 2006).

La naturaleza reflexiva del pensamiento significa que éste no es simple asimilación de una realidad externa, ni una construcción de la nada; el pensamiento es un movimiento dialéctico entre una realidad que se constituye cultural e históricamente y un individuo que la modifica según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios (Radford, 2006). Por su parte, respecto de la dimensión antropológica del pensamiento, Radford (2006) dice que la manera en que llegamos a pensar y conocer los objetos del saber está enmarcada por significados culturales que van más allá del contenido mismo de la actividad en cuyo interior ocurre la acción de pensar. Estos significados culturales son los que orientan la actividad y además le dan cierta forma. Trasladándolo al ámbito matemático; dependiendo de la cultura, se obtiene determinada forma de pensamiento matemático.

El aprendizaje de los objetos matemáticos se logra, por una parte, gracias a la interacción social [influencia histórico-cultural] y por otra, al uso de artefactos [actividad mediatizada] que le permite al estudiante organizar sus ideas y acciones en un tiempo y espacio determinado (Miranda et al., 2007). De acuerdo con la teoría de la objetivación (Radford, 2002, 2013), los procesos de producción de significados se investigan a través de la interacción discursiva y la movilización de signos y artefactos que utilizan los estudiantes (Wertch, 1988a; Kozulin, 2000). Diversos investigadores, en educación matemática (e.g., DiSessa, Hammer, Sherin & Kolpakowski, 1991; Doorman 2005, entre otros) han presentado trabajos sobre la manera en la que estudiantes de distintos niveles de escolaridad representan el movimiento de objetos, tanto por medio de gráficas cartesianas como de dibujos. El estudio de fenómenos relacionados con el movimiento, al no ser una tarea fácil de llevar a cabo, requiere de la comprensión del funcionamiento de una forma cultural de descripción gráfico-visual (Miranda, 2009).

Así, la manera de dar cuenta del uso e interpretación de gráficas, por parte de los estudiantes, requiere de la adopción de una postura teórica que permita la interpretación del trabajo del alumno. Es en este marco de ideas que aparecen los trabajos de Radford (2009a, entre otros) quien resalta la interacción social y el uso de artefactos en la producción de significados de los alumnos.

Investigaciones sobre interpretación de gráficas cartesianas

Radford (2009a) menciona que tanto el tiempo como el espacio son dos dimensiones fundamentales de la experiencia humana. Sin embargo, estos conceptos sólo se vuelven objetos conceptuales una vez que se convierten en parte de la organización de los elementos referenciales de la acción y la reflexión. De esta manera, las gráficas cartesianas son constructos semióticos que ofrecen una manera viable e interesante de analizar el movimiento de objetos. Por ejemplo, Radford (2009a) señala que un gráfico cartesiano es un signo matemático complejo; que supone una selección de elementos. Sin embargo, se destaca que lo que representa no es únicamente algo de los propios elementos del gráfico, sino de las relaciones matemáticas

específicas entre tales elementos. Así, la interpretación de las gráficas cartesianas representa una manera sofisticada en el desarrollo de significados; que, además, se ha ido ajustando, refinando y generalizando a lo largo de los siglos. (Radford, 2009a).

Otra particularidad importante en la interpretación de gráficas cartesianas es el uso de gestos en la adquisición del conocimiento matemático. En este sentido, el pensamiento no puede ser reducido a ideas impalpables; sino que se compone de voz, gestos y nuestras acciones con los artefactos culturales (signos, objetos, etc.). Esta idea es contraria a la que asume que el pensamiento es una actividad mental pura, independiente del cuerpo, que ocurre en la cabeza. Así, desde este punto de vista los gestos en particular, y el cuerpo en general, no tienen una importancia cognoscitiva relevante. Y lo que da información sobre el pensamiento matemático de los estudiantes y la profundidad de su conocimiento son los símbolos [signos] que escriben, dejando de lado los gestos que hacen o las acciones que llevan a cabo (Radford, 2009b). Sin la intención de disminuir la función cognitiva que promueve lo escrito, Radford (2009b) plantea un estudio en el que el conocimiento matemático no sólo está mediado por símbolos escritos, sino que también lo está por las acciones, gestos y otros tipos de señales. De hecho, indica que históricamente los nombres para los números y otros nombres en el lenguaje reflejan un origen gestual.

Por consiguiente, se sigue una línea de investigación según la cual el pensamiento [conocimiento] no se produce únicamente en la cabeza, sino también a través de una sofisticada coordinación semiótica de la voz, el cuerpo, los gestos, los símbolos y las herramientas (Radford, 2009b). Sólo falta determinar cómo los gestos se relacionan con aprender y pensar. Para ello, es necesario especificar el papel cognitivo que fomenta el cuerpo y los sentidos. Radford (2009b) señala que las capacidades cognitivas que impulsan los gestos sólo pueden ser entendidas en un contexto más amplio de la interacción de varios aspectos sensitivos de la cognición, a medida que se desarrollan, a su vez, en el contexto de la práctica social. Aun con el reciente interés en los gestos, su papel en la creación de conocimiento está en debate. Hay quienes los consideran como facilitadores de la expresión verbal. Otros, ven a los gestos como parte de la misma fuente cognitiva de donde proviene el lenguaje (Radford, 2009c). En esta última línea, los gestos pueden revelar características de los contenidos mentales de quien los usa. De esta manera, el pensar no se reduce a las impalpables ideas mentales, sino que también está formado por el discurso y nuestras acciones reales con objetos y todo tipo de signos. Se formula, así, una concepción sensitiva del pensamiento.

Es pertinente resaltar, que no obstante la importancia del gesto en la adquisición del conocimiento matemático, Radford (2005) puntualiza que el gesto no es suficiente para dar cuenta de la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas. Sin embargo, ello no es motivo para no ponerle atención a esta componente en el papel que juega en la adquisición del conocimiento matemático.

Gestos como recursos semióticos

Observando la importancia que tienen los gestos en las investigaciones en educación matemática, Arzarello, 2006; Arzarello, Paola, Robutti y Sabena (2009) consideran a estos como parte de los recursos activados en el salón de clases: el habla, inscripciones, objetos, etc. De tal forma que los gestos son vistos como una de las herramientas semióticas utilizadas tanto por los estudiantes como por los profesores en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Los diferentes recursos que se utilizan en los procesos de enseñanza y aprendizaje en las clases de matemáticas se emplean con gran flexibilidad. Incluso, por lo general, la misma persona aprovecha muchos de ellos de forma simultánea. A veces, los recursos son compartidos por los estudiantes (y posiblemente por el profesor) y se utilizan como herramientas de comunicación o de pensamiento. Dichos recursos, con las acciones y producciones en los que se ven involucrados, son importantes para comprender las ideas matemáticas. De hecho, Arzarello et al. (2009) señalan que tales recursos ayudan a reducir la separación entre la experiencia y las matemáticas formales.

Estos autores describen en su trabajo, primeramente, lo que llaman el paradigma multimodal². Esta teoría se ha desarrollado en diversos campos, desde la neurociencia hasta la comunicación para el aprendizaje (Kress & van Leeuwen, 2001, Kress, 2005, Kress & Bezemer, 2009, Lemke, 1998, Unsworth, 2008). La nueva perspectiva en neurociencia sostiene que el sistema sensorio-motor del cerebro es multimodal y no modular (Radford & André, 2009; Arzarello et al., 2009). En consecuencia, el lenguaje es multimodal; es decir, utiliza muchas modalidades unidas entre sí, a saber: la vista, el oído, el tacto, las acciones motoras y así sucesivamente. Así, la lengua explota el carácter multimodal preexistente en el sistema sensorio-motor.

Usando estas bases, en la investigación llevada a cabo por Arzarello et al. (ibídem) se hace uso del enfoque multimodal para analizar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas. Dentro de este marco, estos investigadores consideraron el papel importante de los gestos, no sólo en su relación con las palabras, sino también en la relación con las otras modalidades (acción en la tecnología, signos escritos, etc.). El paradigma multimodal, específicamente el análisis de gestos, implicó la necesidad de utilizar un análisis extremadamente fino, ya que las acciones ocurren en escalas de tiempo muy cortas. Para ello, utilizaron lo que llamaron un paquete de semiótica que les permitiera llevar a cabo el análisis dentro del enfoque multimodal. El paquete de semiótica elaborado por Arzarello amplía la noción clásica de los registros de representación semiótica de Duval (1999) y la define como: “Un sistema de signos que se producen por uno o más sujetos interactuando y que evoluciona en el tiempo” (Arzarello et al., 2009, p. 100). Típicamente, un paquete de semiótica está compuesto de signos producidos por un estudiante o un grupo de estudiantes, mientras resuelven un problema de matemáticas o cuando discuten alguna pregunta. Es posible que el profesor participe también en esta producción; por lo que, de esta manera, el paquete semiótico incluye también los signos producidos por el profesor (Arzarello et al., 2009).

Así, se observa que el paquete semiótico es una estructura dinámica (con los signos y sus relaciones) que puede cambiar con el tiempo a consecuencia de las actividades semióticas de los sujetos. Su novedad, respecto a otros marcos semióticos, estriba en que permite describir la actividad multimodal semiótica de los sujetos (estudiantes) de una manera integral como producción dinámica y transformación de diferentes signos y sus relaciones. Para analizar la dinámica del paquete semiótico, Arzarello et al. (2009) llevaron a cabo un estudio en dos partes diferentes, pero que se complementan; éstas son: análisis sincrónico y análisis diacrónico. El primero considera las relaciones entre diferentes recursos semióticos activados simultáneamente

² En este paradigma se cuestiona la hegemonía de la representación y la comunicación a través del código escrito para el aprendizaje y destaca el papel de otros sistemas semióticos para construir significados (Manghi, 2011).

por los sujetos (estudiantes y profesores) en un momento determinado. Y el segundo, está centrado en la evolución de las señales activadas por los sujetos en momentos sucesivos. Estos momentos se pueden llevar a cabo en periodos cortos o largos. Ambos estudios permitieron comprender la evolución del proceso de aprendizaje y el papel de los gestos en él mismo.

En su investigación, Arzarello et al. (ibídem) encontraron que los gestos juegan dos papeles muy importantes. En primer lugar, apoyan los procesos de pensamiento de los estudiantes y promueven la transición personal-institucional de las conversiones adecuadas de un signo a otro. Y en segundo, los gestos son importantes como función comunicativa, ya que permiten formas alternativas de representar y organizar la información que los estudiantes no son capaces de expresar en forma verbal o formal.

Método

Los resultados del presente artículo forman parte de una investigación (Salinas, 2013) que documenta cómo estudiantes de bachillerato usan y construyen significados de conceptos de física, cuando interpretan gráficas cartesianas surgidas del movimiento de objetos sobre un plano inclinado, al utilizar un software que permite obtener tablas de valores a partir de videos de movimiento. En el estudio participaron 10 estudiantes de sexto semestre de bachillerato (17-18 años) y un estudiante de cuarto semestre (16 años), quienes se agruparon en un equipo de tres y dos equipos de cuatro integrantes, respectivamente. Debido a que el lugar en donde se llevó a cabo la investigación fue en un laboratorio dentro de la escuela al que los estudiantes acudieron libremente, se dejó que ellos se agruparan libremente. En la investigación se implementaron cinco Actividades, las cuales fueron diseñadas por los tres investigadores del presente artículo. Los contenidos de las Actividades están vinculados con los Programas de Estudio de Física I a IV (CCH, 2003); en particular, con el correspondiente al de Física I.

La recolección de datos se llevó a cabo en cinco sesiones de trabajo (una sesión por semana) de dos horas cada una. En las dos primeras actividades (implementadas durante las primeras tres sesiones) los estudiantes video-grabaron el experimento del desplazamiento de un objeto (pelota de tenis) sobre un plano inclinado para posteriormente trabajar con el software que les permitió obtener las gráficas cartesianas surgidas de dicho movimiento. Por su parte, las actividades 3, 4 y 5 (implementadas en las sesiones 4 y 5) estuvieron orientadas a indagar la comprensión (desde el punto de vista cognitivo) del estudiante del fenómeno físico de la caída de un móvil por un plano inclinado. El procedimiento utilizado en la recolección de datos constó de dos fases: (1) videograbación de los equipos cuando efectuaban las actividades, mediante una cámara móvil; además de un software de video que se utilizó para grabar el trabajo que efectuaban los estudiantes en dos computadoras portátiles, al momento de generar las gráficas; (2) recopilación de las hojas de trabajo de cada estudiante; posteriormente se procedió a hacer el análisis de videos y transcripción de episodios seleccionados en los que se observa el discurso de los estudiantes.

Para documentar la evolución de los significados, el análisis se centró en el discurso utilizado por los estudiantes al momento de trabajar cada una de las actividades, el lenguaje utilizado, el uso de gestos, así como el papel de la herramienta; todo dentro del trabajo en equipo. Y para el reporte de la presente comunicación hacemos referencia a uno de los equipos (Equipo 1), compuesto por Diego, Carlos, Manuel y Luis (seudónimos), debido a que en los otros equipos se observaron dificultades por parte de los integrantes para involucrarse en las discusiones. Además de que fue el equipo que aportó mayor información para las medidas que se tomaron en cuenta [uso de la herramienta, del lenguaje y gestos].

Análisis y discusión de resultados

En lo que sigue, presentamos algunos pasajes de la discusión de los estudiantes, del equipo 1, respecto al papel del concepto de sistema de referencia.

Durante la sesión 3, después de que el investigador revisó las gráficas que el Equipo 1, los indujo a trabajar con el software que genera las tablas de valores; con el objetivo de que observaran si al cambiar el sistema de referencia (véase *Figura 1-Foto2*) se modificaba, la concavidad de las curvas. De esta manera, en el *Extracto 1*, se observa la conclusión a la que llegó el Equipo 1 sobre los sistemas de referencia; después de que éste fue cambiado en dos ocasiones.

Extracto 1 Sesión 3 [00:33:02 a 00:33:24]

L1. Diego: Es que nunca vamos a obtener una curva hacia arriba si solamente cambiamos el sistema de referencia. Es ilógico, porque nuestra pelota siempre va a ir hacia abajo.

L2. Investigador: O sea, como la pelota siempre va hacia abajo, tú dices que nunca va la gráfica a ser hacia arriba [Dirigiéndose a E1].

L3. Diego: Mientras estemos cambiando el sistema de referencia. El sistema de referencia nos va a dar la posición de nuestra gráfica, pero siempre va a estar curva.

L4. Investigador: ¿Hacia abajo?

L5. Diego: Ajá.

Después de que el Equipo 1 intentó, en dos ocasiones, cambiar la concavidad de las curvas que obtenían, cambiando el sistema de referencia en el software, Diego llegó a la conclusión de que el sistema de referencia no influye en la concavidad que van a tener las curvas (L1). Se observa que Diego usa la palabra “curva”, sin embargo, aún para este momento de la investigación no había identificado la curva como una parábola.

Él no asocia la orientación [concavidad] de la curva como algo dependiente del sistema de referencia (L1). Para este estudiante, el movimiento de un objeto [pelota] es independiente de la manera en que puede analizarse dicho movimiento. Además, el sistema de referencia (para Diego) sólo permite ubicar la curva en algún lugar del sistema de ejes coordenados (L3). Para él, la curva es un objeto, en cierto sentido, inamovible, y quedan rastros de la idea de que la gráfica representa la trayectoria que lleva un cuerpo. Podemos inferir del razonamiento de este estudiante que, como la trayectoria que sigue la pelota es hacia abajo, no se puede modificar la orientación de la gráfica generada por su movimiento.

En el extracto precedente se observa cómo a partir del lenguaje utilizado por Diego, se puede inferir una evolución de su pensamiento; ya que de acuerdo con Radford, el carácter mediatizado del pensamiento, permite tomar al lenguaje como artefacto mediador de éste.

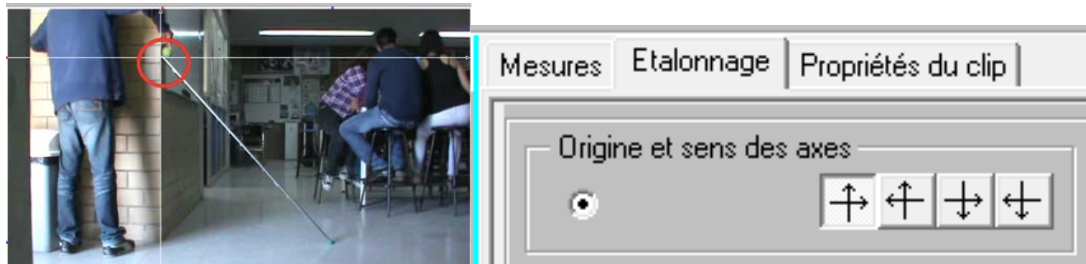


Figura 1. Foto 1 (izquierda) momento en que los estudiantes colocan el sistema de referencia. Foto 2

(derecha) elección del sistema de referencia en el software.

Después de unos minutos en los que el Equipo 1 estuvo discutiendo y trabajando con el software, Diego logró acercarse al significado del concepto de marco de referencia. De esta manera, en el *Extracto 2* se observa la manera en que Diego externa su pensamiento a sus compañeros y en donde el uso de gestos representa un papel importante.

Extracto 2 Sesión 3 [00:52:27 a 00:53:36]

L1. Diego: ¡Ya sé por qué! Has de cuenta, en el momento en que está la pelota en un plano inclinado, está así [*Representa el plano inclinado con una pluma; véase Figura 2-Foto1*]. Entonces imaginemos que el marco de referencia es desde este punto [*Señala el lugar donde sitúa el sistema de referencia y el origen del mismo; véase Figura 2-Foto2*]. Esto es *ye* y esto es *equis* [*Identifica, en su representación los ejes coordenados*], son nuestros ejes [*Carlos dice: “sí”*]. Y la pelota está aquí. Entonces en el... en *t* igual a cero, la *ye* está en su máximo nivel [*Señala la posición de la pelota; véase Figura 3-Foto3*][*Manuel asiente*], en su máximo punto. Y al momento de dejar correr el tiempo, o sea de que se suelte la pelota, se va a ir displaying [*moviendo*] [*Representa el movimiento de la pelota; véase Figura 3-Foto4*]. Y al momento de que llegue, digamos, a *t* igual a diez [*Señala el fin del recorrido de la pelota por el plano inclinado*], la *pelo...ye* va a ser igual a cero. ¿Por qué? Porque llegó a su punto... no, porque está en un plano inclinado, o sea iba en decaición [*cayendo*]. Pero *equis* fue incrementándose [*Señala hacia dónde se desplaza equis*], porque la, el recorrido de la pelota fue hacia delante inclinado. Entonces, por eso sale la gráfica hacia abajo o hacia arriba. Y si se toma con respecto a *ye*, la gráfica siempre va a ir en una dispersión curva decayente, porque la pelota va decayendo [*Al mismo tiempo que Carlos dice: “también se toma con respecto a equis”*]. Pero si se toma con respecto a *equis*, lo que va a hacer, es ir incrementando exponencialmente [*Hace un gesto representando el tipo de curva; véase Figura 4*]. Porque, por conforme pasa el tiempo, se va a ir subiendo, se va a ir elevando la distancia [*Carlos dice: “ah, sí es cierto”*].

En el discurso de Diego, se observa que el gesto no es sólo una ayuda del lenguaje verbal, sino que es parte integral de su discurso. Sin los gestos que emplea Diego, no podría desarrollar su idea. En el momento en que Diego establece su plano inclinado representado mediante una pluma (véase *Figura 2-Foto1*), su discurso posterior se sustenta en dicho medio de representación. Él transfiere los conceptos de sistema de ejes coordenados y de sistema de referencia a su representación. En estas acciones del estudiante (Diego), se percibe cómo él establece la diferencia entre ambos conceptos, en el sentido de que coloca sus ejes de manera particular para resolver el problema y, por otro lado, el sistema de referencia lo maneja de manera correcta como un punto desde el cual se van a hacer las mediciones, que lo coloca en el origen del sistema de ejes coordenados elegido (véase *Figura 2-Foto2*).

Como particularidad, se observa que el origen del sistema de referencia coincide con el origen de ejes coordenados (plano cartesiano). Respecto de las actividades que el Equipo 1 estuvo llevando a cabo, en este fragmento se observa cómo Diego, logra desvincular el origen del sistema de referencia con el lugar físico en donde inicia su movimiento el objeto. Anteriormente, los estudiantes colocaban de manera consistente el origen del sistema de referencia con el lugar físico en donde iniciaba el movimiento la pelota (véase *Figura 1*). Sin embargo, en el *Extracto 2*, coloca ambos conceptos en lugares diferentes (véase *Figura 2-Foto2* y *Figura 3-Foto3*). Posteriormente, a partir de la manera en que colocó sus ejes y la elección de su

sistema de referencia, dedujo de manera correcta la forma de la gráfica que debía obtener, tanto para la gráfica posición en x -tiempo, como la de la gráfica posición en y -tiempo.



Figura 2. Fotos del plano inclinado representado mediante una pluma (izquierda – Foto1) y del lugar en donde se ubica el sistema de referencia para la anterior representación (derecha – Foto2).

Posteriormente, se observa el gesto utilizado por parte de Diego para describir la forma de la gráfica (véase *Figura 4*). Él utiliza la mano extendida para representar un movimiento (véase *Figura 4*), mientras que el uso del dedo índice para señalar (véase *Figura 2-Foto2* y *Figura 3-Foto3*) indica una posición en particular. Este uso de gestos y el discurso que Diego usa, manifiesta una clara distinción del significado de los conceptos de “distancia” y “lugar”. Estos dos conceptos Diego los vincula al decir: “Y al momento de que llegue”.



Figura 3. Fotos del gesto utilizado por Diego para representar: El lugar del inicio del movimiento (izquierda – Foto 3) y de la trayectoria que sigue el objeto (derecha – Foto 4).



Figura 4. Fotos del gesto utilizado por Diego para representar la forma de la curva.

Cuando Diego manifiesta el lugar y la distancia que va teniendo el objeto (pelota) a lo largo de su recorrido, lo que hace es relacionar conceptos específicos del concepto de sistema de referencia con su representación gráfica. Como señala Radford (2009a) lo que una gráfica cartesiana representa no son los elementos por sí mismos, sino relaciones matemáticas entre ellos. Relaciones que los estudiantes trabajaron a partir de una práctica en equipo y ayudados por los artefactos (software y gestos).

Conclusiones

En este artículo se abordó el proceso de objetivación que tuvo un estudiante al interpretar las gráficas cartesianas obtenidas con la ayuda de un software que generaba tablas de valores a partir de videos de movimiento, y cuyos datos se originaron a partir del experimento físico. Se observó la manera en que un estudiante (Diego), a partir del uso de artefactos, dio significados al concepto de sistema de referencia. En términos de la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006), las actividades llevadas a cabo permitieron orientar y dar forma a los significados culturales [institucionales].

Asimismo prevalecieron el uso de gestos (artefactos psicológicos) y del software (artefacto físico) como herramientas para dar cuenta del aprendizaje del movimiento de objetos, por parte de los estudiantes. De esta manera, hay varios artefactos que hacen posible la objetivación de cierto tipo de conocimiento. Dentro de la actividad del estudiante, se entra en contacto, se confronta y se tratan de comprender los significados de las gráficas históricamente formados. Lo anterior debido a que las matemáticas que los estudiantes encuentran en la escuela, son unas matemáticas con mucha historia: formada por individuos, culturas e instituciones (Radford, 2009a).

Respecto del uso de la herramienta, ésta les permitió por un lado observar [a los miembros del Equipo 1] de qué manera se desarrolla el experimento. Y, por el otro, con la actitud reflexiva que llevaron a cabo los estudiantes, se retomó lo aportado por la herramienta para reorganizarlo en la producción de significados. Finalmente, el uso de gestos se utilizó en circunstancias en las que la comunicación sólo mediante palabras verbales no fue posible. Sin embargo, no fue solamente una ayuda al lenguaje oral del estudiante, sino que se encontró al mismo nivel del lenguaje verbal en la transmisión del pensamiento. El trabajo llevado a cabo por los estudiantes al abordar las actividades propuestas en esta investigación nos permitió observar el surgimiento y la evolución del pensamiento a través del lenguaje gestual, al momento de interpretar el movimiento de objetos a través del plano inclinado.

La investigación aquí presentada aporta elementos en la comprensión del proceso de significación que hacen los estudiantes de conceptos físicos. En particular cómo el uso de un software y los gestos potencian el estudio de movimiento de objetos. Los conocimientos previos del estudiante (Diego) fueron una limitante al momento que interpretaba las gráficas; aunque dio significado del concepto de sistema de referencia, algunos conocimientos de él fueron incorrectos y no logró corregirlos durante las actividades. Dos ejemplos son que Diego tenía la idea de que el movimiento tenía un comportamiento exponencial, cuando señala “lo que va a hacer, es ir incrementando exponencialmente” (véase L1). Y, que aunque el trabajo con la herramienta contribuyó al desarrollo conceptual de los estudiantes, es importante señalar que el concepto de marco de referencia no se logró comprender en su totalidad. La aseveración precedente se evidencia por el hecho de que los estudiantes del Equipo 1 no pudieron obtener gráficas cóncavas hacia abajo [cóncavas], sólo gráficas convexas. Los dos ejemplos anteriores se vinculan con la falta de claridad en cuanto al significado conceptual del movimiento uniformemente acelerado así como el desconocimiento del concepto de sistema de referencia y cómo influye este último en la generación de gráficas en un sistema de coordenadas cartesianas. La elección de determinado sistema de referencia permitiría obtener gráficas cóncavas o convexas.

Las limitaciones anteriores, pueden abordarse en investigaciones futuras orientadas hacia el análisis de la diferencia y semejanza conceptual entre sistemas de referencia y sistemas de ejes coordenados que se obtienen a partir del movimiento de objetos. En estas investigaciones se involucraría al profesor; ya que dentro de la perspectiva sociocultural de Radford el profesor no es visto como facilitador del aprendizaje sino que favorece el trabajo y la reflexión de los estudiantes en el espacio social que es el salón de clases (Radford, 2006).

Referencias y bibliografía

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4), 267-299.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109. doi: 10.1007/s10649-008-9163-z
- CCH (2003). *Plan de estudios de Física I a IV*. Recuperado de http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/plan_estudio/mapa_fisica.pdf.
- DiSessa, A., Hammer, D., Sherin, S. & Kolpakowski, T. (1991). Inventing graphing: Meta-representational expertise in children. *Journal of Mathematical Behavior*, 10, 117-160.
- Doorman, L.M. (2005). *Modelling motion: from trace graphs to instantaneous change*. (Tesis doctoral) Recuperada de <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/1727>
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. España: Paidós.
- Kress, G. (2005). Gains and Losses: new forms of texts, knowledge and learning. *Computers and Composition*, 22, 5-22. doi: 10.1016/j.compcom.2004.12.004
- Kress, G. & Bezemer, J. (2009). Writing in a Multimodal World of Representation. En R. Beard, D. Myhill, & J. Riley (Eds.), *The Sage Handbook of Writing Development* (pp. 167-181). London: Sage Publications.
- Kress, G. & van Leeuwen, T. (2001). *Multimodal Discourse. The modes and media of contemporary communication*. Londres: Arnold.
- Lemke, J. L. (1998). Multiplying meaning: visual and verbal semiotics in scientific text. En J. R. Martin & R. Veel (Eds.), *Reading Science: Critical and functional perspectives on discourses of science* (pp. 87-113). Londres: Routledge.
- Manghi, D. (2011). La perspectiva multimodal sobre la comunicación: desafíos y aportes para la enseñanza en el aula. *Diálogos Educativos*, 22, 3-14. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3931351>.
- Miranda, I. (2009). *Objetivación de saberes científico-culturales relacionados con el movimiento lineal representado con gráficas cartesianas: una experiencia con estudiantes de bachillerato* (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Miranda, I., Radford, L. & Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. *Educación Matemática*, 19(3), 5-30.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problema of objectification of mathematical knowledge. *For the learning of mathematics*, 22(2), 14-23.

- Radford, L. (2005). Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of objectification En H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 143-145). Melbourne: PME.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4), 103-129.
- Radford, L. (2009a). "No! He starts walking backwards!": Interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *ZDM Mathematics Education*, 467-480. doi: 10.1007/s11858-009-0173-9
- Radford, L. (2009b). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 111-126. doi: 10.1007/s10649-008-9127-3
- Radford, L. (2009c). Signifying relative motion. Time, Space, and the Semiotics of Cartesian Graphs. En Roth, W. (Ed.), *Mathematical Representation at the Interface of Body and Culture* (pp. 45-69). Charlotte: Information Age Publishing.
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44. doi: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.19>
- Radford, L., André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 215-250.
- Resnick, R.; Halliday, D. & Krane, K. (1996). *Física: Vol. 1*. México: CECSA.
- Salinas, U. (2013). *Influencia de los sistemas de referencia en el surgimiento de significados conceptuales* (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Unsworth, L. (Ed.). (2008). *Multimodal Semiotics and Multiliteracies Education: Transdisciplinary approaches to research and professional practice*. Londres: Continuum.
- Wertch, J. W. (1988a). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.