

Ontwikkelingen in de kinetische theorie en natuurkunde als wereldbeeld?

Citation for published version (APA):

Schram, P. P. J. M. (1975). *Ontwikkelingen in de kinetische theorie en natuurkunde als wereldbeeld?* Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1975

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**Ontwikkelingen in de kinetische theorie
en
Natuurkunde als wereldbeeld?**

**Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van
gewoon lector in de Fysische Transportverschijnselen
aan de afdeling der Technische Natuurkunde van de
Technische Hogeschool Eindhoven op vrijdag 18 april 1975
door Pieter P.J.M. Schram**

Dames en Heren,

In de vakgroep Transportfysica houden wij ons bezig met het transport van massa, impuls en energie in gassen en vloeistoffen. In dat kader past de opdracht waarmee ik twee en een half jaar geleden bij de aanvaarding van mijn functie aan deze hogeschool ben belast: het geven van onderwijs in de Fysische Transportverschijnselen. Juist teruggekeerd van een langdurig verblijf in de Verenigde Staten en nog onbekend met de nieuwe situatie in het vaderland heb ik mij toen door diverse lieden laten overreden ook allerlei neventaken op mij te nemen. Pas sinds kort ben ik voldoende van mijn aanvankelijke verbazing over de lust tot organiseren, overleggen, vernieuwen en vergaderen hersteld om zo nu en dan een krachtig nee te laten horen op verzoeken om tot een commissie toe te treden. Om elk misverstand te voorkomen voeg ik hier onmiddellijk aan toe, dat ik het belang van die neventaken volledig onderken. In enkele gevallen – in het bijzonder wat betreft de Eindhovense Studentenkerk en de Hogeschoolraad – is het woord 'neventaak' nauwelijks op zijn plaats en duidt het alleen de beperktheid aan van de tijd, die ik er aan heb kunnen wijden. Ik kom hier later nog uitvoeriger op terug, maar thans wil ik liever ingaan op enkele aspecten van het vakgebied, waarin ik enige ervaring heb.

De kinetische theorie vormt een schakel tussen de hydrodynamische beschrijvingswijze van gassen en plasma's enerzijds en de statistische mechanica, die volledig rekening houdt met het corpusculaire karakter van de materie, anderzijds. De hydrodynamica bestaat uit een gesloten stelsel van partiële differentiaalvergelijkingen voor enkele macroscopische grootheden – stromingssnelheid, massadichtheid, druk en temperatuur – als functies van plaats en tijd. De fenomenologische theorie kent geen methoden om de in de hydrodynamische vergelijkingen optredende transportcoëfficiënten uit te rekenen, noch is zij in staat om verschijnselen in een gas te beschrijven, waarbij de verandering van macroscopische grootheden over een vrije weglengte een belangrijke rol speelt. Voorbeelden hiervan zijn: structuur van schokgolven, dispersie van geluidsgolven, en kinetische grenslagen bij wanden. Ten aanzien van plasma's schieten fenomenologische theorieën nog ernstiger te kort. Dit feit vindt zijn diepste oorzaak enerzijds in de lange dracht van de Coulomb-wisselwerking tussen de geladen deeltjes en de ten gevolge daarvan optredende collectieve verschijnselen, en anderzijds in anisotropieën ten gevolge van sterke magnetische velden.

De kinetische theorie behoort in de gesignaleerde lacunes te voorzien.

De geschiedenis van de moderne kinetische theorie begon in de vorige eeuw met Boltzmann ¹⁾, die zijn beroemde vergelijking voor de moleculaire verdelingsfunctie in een gas op gedeeltelijk intuïtieve wijze afleidde. De intuïtie bestond vooral in de impliciete veronderstelling, later Stosszahlansatz of chaoshypothese genoemd, dat botsende moleculen vóór de botsing statistisch ongecorrleerd waren. De Boltzmann-vergelijking staat nog steeds in het centrum van de kinetische gastheorie. Boltzmann bewees met behulp van deze vergelijking het H-theorema. Deze stelling houdt in, dat een grootheid H, functionaal van de verdelingsfunctie f, monotoon afneemt totdat evenwicht bereikt is, waarin f de Maxwell-Boltzmann verdeling moet zijn. De monotone afname van H kan geïdentificeerd worden met een monotone toename van de entropie. Het H-theorema is een nauwkeurige formulering van het irreversibele karakter van de Boltzmann-vergelijking. Reeds in de tijd van Boltzmann werd de vraag gesteld hoe dit resultaat te rijmen valt met het volkomen reversibele karakter van de klassieke mechanica, die immers aan de Boltzmann-vergelijking ten grondslag moet liggen. Een volledig antwoord op deze vraag is nog steeds niet gegeven, hoewel vooral in de laatste decennia grote vooruitgang is geboekt.

Boltzmann en ook Maxwell ²⁾ waren in staat de hydrodynamische vergelijkingen uit de kinetische theorie af te leiden en transportcoëfficiënten te berekenen voor gassen bestaande uit Maxwellmoleculen, d.w.z. moleculen, die elkaar afstoten met een centraalkracht omgekeerd evenredig met de vijfde macht van de afstand. Deze krachtwet maakt namelijk een exacte berekening mogelijk.

Systematische procedures om de Boltzmann-vergelijking op te lossen werden later opgesteld door Hilbert ³⁾ en door Chapman ⁴⁾ en Enskog ⁵⁾. Beide methoden zijn gebaseerd op een ontwikkeling in machten van een kleine parameter ϵ , het Knudsengetal, dat gedefinieerd is als de verhouding van de vrije weglengte tot een karakteristieke lengte L waarover de macroscopische grootheden aanzienlijk veranderen. De Chapman-Enskog methode heeft het voordeel, dat de macroscopische grootheden zelf niet in ϵ ontwikkeld worden.

Indien men het oplossen van de Boltzmann-vergelijking als beginvoorwaardeproblemen beschouwt, dan is het veeltijdenformalisme van Sandri ^{6,7)} bijzonder geschikt om de Chapman-Enskog methode te beschrijven. In nulde order relaxeert de verdelingsfunctie snel, d.w.z. in enkele botsingstijden, naar een toestand dichtbij lokaal evenwicht. Een botsingstijd is de gemiddelde tijd tussen twee opeenvolgende botsingen van hetzelfde deeltje; het lokaal evenwicht wordt gekenmerkt door een Maxwell-verdelingsfunctie, waarvan de parameters de hydrodynamische grootheden – dichtheid, gemiddelde snelheid en temperatuur – zijn, die nog van de ruimtelijke coördinaten

en van de tijd afhangen.

De karakteristieke tijd voor deze afhankelijkheid is nu echter L gedeeld door de thermische snelheid ofwel $\frac{1}{\epsilon}$ maal de botsingstijd. In eerste orde vindt men de Euler-vergelijkingen voor de hydrodynamische grootheden; in tweede orde spelen de afwijkingen van lokaal evenwicht een rol, is de karakteristieke tijd $\frac{1}{\epsilon^2}$ maal de botsingstijd en vindt men de effecten van viscositeit en warmtegeleiding.

De hier geschilderde procedure voor het beginvoorwaardeprobleem kan gemakkelijk worden gegeneraliseerd om ook op stationaire situaties te kunnen worden toegepast. Evenals er een korte beginperiode bestaat, waarin de verdelingsfunctie in het algemeen nog ver verwijderd is van lokaal evenwicht, zo moet men ook langs de wanden van het vat, waarin het gas zich bevindt, een laag met de dikte van enkele vrije weglengten verwachten, die niet beschreven kan worden met de hydrodynamische vergelijkingen. Dit is de zogenaamde kinetische grenslaag, die verantwoordelijk is voor verschijnselen zoals glijding, temperatuursprong en thermoforese. Mathematisch gezien zijn zowel de beginperiode als de kinetische grenslaag gebieden van niet-uniformiteit voor de asymptotische ontwikkeling in machten van het Knudsengetal. Hogere orde benaderingen – d.w.z. in eerste instantie de Burnett-vergelijkingen *) als correctie op de hydrodynamica – bieden in een dergelijke situatie geen uitkomst. Overigens is het nut van de Burnett-vergelijkingen in stationaire problemen in het algemeen dubieus, vooral sinds recent onderzoek van Cercignani *). Het falen van de Chapman-Enskog methode in de beginperiode en de kinetische grenslaag hangt direct samen met de eindigheid van de vrije weglengte. In een gas waar de vrije weglengte niet kleiner dan de macroscopische lengte L is vormt het gehele systeem als het ware een kinetische grenslaag. Aangezien de vrije weglengte omgekeerd evenredig is met de dichtheid, kan men dus stellen, dat de Chapman-Enskog methode grote dichtheid veronderstelt. De voorwaarde kan uitgedrukt worden als

$$n\sigma^3 \gg \frac{\sigma}{L}, \quad (1)$$

waarin n het aantal moleculen per volume-eenheid voorstelt en σ de reikwijdte van de intermoleculaire wisselwerkingskracht.

Aan de andere kant wordt de geldigheid van de Boltzmann-vergelijking zelf beperkt door de voorwaarde, dat botsingsprocessen waarin meer dan twee moleculen betrokken zijn, verwaarloosd kunnen worden. Hiervoor is nodig, dat

$$n\sigma^3 \ll 1 \quad (2)$$

Bij kleine dichtheden strijdig met formule (1) of – bij matige dichtheden – gedurende korte beginperioden en in dunne kinetische grenslagen schiet dus de Chapman-Enskog procedure te kort als oplossingsmethode voor de Boltzmann-vergelijking, terwijl bij zeer

hoge dichtheden, waarvoor formule (2) niet meer geldt, de Boltzmann-vergelijking zelf onbetrouwbaar is. Reeds in 1922 stelde Enskog ¹⁰⁾ op intuïtieve wijze een generalisatie van de Boltzmann-vergelijking op voor hoge dichtheden maar binnen het kader van het harde-bollen-model voor de moleculen. Ondanks het succes van de Enskog-vergelijking wil ik hier verder niet op ingaan. Van meer fundamenteel belang zijn de pogingen in de laatste decennia om de kinetische theorie af te leiden uit grondbeginselen, met name uit de statistische mechanica van systemen buiten evenwicht. Enerzijds kan men daarvan een systematische afleiding van generalisaties van de Boltzmann-vergelijking verwachten, anderzijds kan daaruit groter inzicht in de aard en de oorzaak van de irreversibiliteit van macroscopische processen ontstaan. Bovendien is deze aanpak noodzakelijk in het geval van systemen zoals plasma's, waar wegens de lange dracht van de Coulomb-kracht steeds vele deeltjes tegelijkertijd in wisselwerking zijn. Uitgangspunt van de theorie is de Liouville-vergelijking of de Klimontovich-vergelijking ¹¹⁾. Hieruit kan men de zogenaamde B.B.G.K.Y.-hiërarchie ¹²⁾ afleiden, genoemd naar Bogoliubov, Born, Green, Kirkwood en Yvon. Dit is een stelsel vergelijkingen, dat niet gesloten is. In de vergelijking voor de enkelvoudige verdelingsfunctie F_1 komt een integraal voor, die de paarverdelingsfunctie F_2 bevat; in de vergelijking voor F_2 treedt de tripele verdelingsfunctie F_3 op, enzovoorts. Bogoliubov ¹³⁾ nam nu aan, dat in een korte beginfase alle gecombineerde verdelingsfuncties snel relaxeren naar tijdonafhankelijke functionalen van de enkelvoudige verdelingsfunctie F_1 , die zelf langzamer met de tijd verandert. De duur van deze beginfase in een Boltzmann-gas is enkele malen de gemiddelde botsingsduur, dat is de reikwijdte σ gedeeld door de thermische snelheid. De theorie kan nu opgezet worden als een machtreeksontwikkeling in de kleine parameter $\delta = n\sigma^3$, waarbij weer gebruik gemaakt kan worden van het veeltijdenformalisme. De beginfase wordt gevolgd door de kinetische fase, die enkele botsingstijden duurt en beschreven wordt door een kinetische vergelijking, namelijk de Boltzmann-vergelijking of een generalisatie daarvan. De botsingstijd is een factor δ^{-1} maal groter dan de botsingsduur. De overgang naar de laatste fase, de hydrodynamische, heb ik reeds eerder besproken.

De theorie van Bogoliubov, vooral de door het veeltijdenformalisme gemodificeerde versie daarvan, heeft grote voordelen ten opzichte van de meer intuïtieve afleiding van de Boltzmann-vergelijking. Niet alleen kan deze nu op systematische wijze worden gegeneraliseerd maar ook zijn de veronderstellingen, die aan de kinetische theorie ten grondslag liggen en de geldigheid daarvan in principe kunnen beperken, nu voor verder onderzoek vatbaar. De chaoshypothese van Boltzmann is vervangen door de algemene randvoorwaarde van Bogoliubov, dat

correlaties op het begintijdstip afwezig zijn of althans na de beginfase geen effect meer sorteren. Men kan nu onderzoeken of de functionaal-hypothese van Bogoliubov op grond hiervan aangetoond kan worden en onder welke omstandigheden initiële correlaties toch een rol spelen. Uiteindelijk is een of andere vorm van chaoshypothese verantwoordelijk voor irreversibiliteit. Door Boltzmann werd deze hypothese impliciet zonder enig commentaar gebruikt bij de berekening van het aantal binaire botsingen, bij Bogoliubov wordt zij beginvoorwaarde voor de hiërarchievergelijkingen. Tot in eerste orde van de dichtheid kan de functionaalhypothese voor de paarverdelingsfunctie bevestigd worden. De correctie op de Boltzmann-vergelijking, die hiermee correspondeert, is het gevolg van wisselwerkingsprocessen, waarin drie deeltjes participeren, en werd afgeleid door Choh en Uhlenbeck ¹⁴).

Ook de correcties op de transportcoëfficiënten werden door hen op grond hiervan berekend. Wegens deze resultaten scheen rond 1960 de verwachting gewettigd, dat het probleem van de generalisatie van de Boltzmann-vergelijking en de berekening van de transportcoëfficiënten als functie van de dichtheid in principe opgelost was, te meer daar de algemene vorm van de machtrekken in de dichtheid van de multi-pele verdelingsfuncties was aangegeven door Cohen ¹⁵). De transportcoëfficiënten kunnen op grond hiervan eveneens in machten van de dichtheid ontwikkeld worden. Bovendien bleek ¹⁶) dat deze reeksen ook afgeleid konden worden uit een geheel andere theorie, de zogenaamde Kubo-formules ¹⁷), die rechtstreeks gebaseerd zijn op een linearisatie van de Liouville-vergelijking.

Het kwam als een onaangename verrassing omstreeks 1965, toen ontdekt werd ¹⁸), dat in de machtrekken van de transportcoëfficiënten de termen van hogere dan de eerste orde in de dichtheid niet bestaan. De bijdragen tot de multi-pele verdelingsfuncties in deze orden blijken als functie van de tijd te divergeren. Sengers ¹⁹) toonde aan, dat in een tweedimensionaal gas bestaande uit harde ronde schijven zelfs de Choh-Uhlenbeck term hieraan ten slachtoffer valt. Het is duidelijk, dat de functionaalhypothese van Bogoliubov door deze ontwikkelingen twijfelachtig is geworden.

Indien de tijdonafhankelijke functionalen, die de relatie tussen multi-pele en enkelvoudige verdelingsfuncties uitdrukken, zouden bestaan, dan kunnen ze in ieder geval niet voorgesteld worden door een machtrek in de dichtheid. De moeilijkheden vinden hun fysische oorzaak in de omstandigheid, dat iedere orde van de dichtheid correspondeert met een dynamisch probleem van een geïsoleerde groep deeltjes. Het opblazen in de tijd van de hiermee geassocieerde bijdrage tot de botsingsintegraal is een gevolg van de mogelijkheid van lange vrije deeltjesbanen tussen de verschillende fasen van een stelsel opeen-

volgende botsingen. In werkelijkheid zal de gemiddelde lengte van dergelijke vrije banen niet veel groter dan de vrije weglengte kunnen zijn. Dit argument doorbreekt het isolement van de groepen deeltjes en kan in een exacte theorie mogelijkerwijze hard gemaakt worden door sommatie van divergente delen van alle termen in de reeks.

Pogingen in die richting zijn reeds met enig succes bekroond ²⁰⁾. De zo even gegeven fysische verklaring leidt tot de verwachting, dat een ruwe benadering gevonden kan worden door in de divergente uitdrukkingen de tijd te vervangen door de botsingstijd.

Aangezien de in de dichtheid kwadratische term logaritmisch divergeert en omdat de botsingstijd omgekeerd evenredig met de dichtheid is, verkrijgt men op deze wijze als eerste correctie na de Choh-Uhlenbeck term een bijdrage van de grootte-orde $n^2 \ln n$. Dit betekent ook, dat ondanks de divergenties de Choh-Uhlenbeck theorie correct blijft als eerste correctie op de Boltzmann-vergelijking. Ook is gebleken ²¹⁾, dat de invloed van de correlaties in de begintoestand zeer beperkt is. In het algemeen, d.w.z. onder milde voorwaarden omtrent hun afhankelijkheid van de coördinaten van de fase-ruimte, zullen de bijdragen van deze correlaties tot de paarverdelingsfunctie F_2 in tweede en hogere orde van de dichtheid minder divergent zijn dan de bijdrage ten gevolge van het product van enkelvoudige verdelingsfuncties F_1 . Ook al moet de functionaalhypothese van Bogoliubov waarschijnlijk gewijzigd worden, de visie op irreversibiliteit, die aan de theorie van Bogoliubov ontleend kan worden, hoeft niet wezenlijk te worden aangetast. De eigenschap van systemen om uiteindelijk naar thermisch evenwicht te relaxeren berust vooral op twee factoren: enerzijds heeft deze eigenschap betrekking op een gecontraheerde beschrijving van het systeem; anderzijds treedt dit proces pas in na een beginfase waarvan de duur kan afhangen van de beginvoorwaarden. Een nauwkeurige analyse van dit gedrag zuiver en alleen op grond van de dynamica van het systeem wordt soms toegankelijker aan de hand van modellen. Het model van Kac ²²⁾, dat onlangs uitvoerig werd onderzocht door Henin ²³⁾ en dat aanzienlijke gelijkenis met een Boltzmann-gas van harde bollen vertoont, is hier een treffend voorbeeld van.

Tot zover heb ik voornamelijk gesproken over gassen met intermoleculaire wisselwerkingskrachten van korte reikwijdte. Een plasma wordt in tegenstelling daarmee juist gekenmerkt door de lange dracht van de Coulomb-kracht. Een onmiddellijk gevolg daarvan is dat de botsingsintegraal van de Boltzmann-vergelijking divergeert voor grote botsingsparameters. In werkelijkheid wordt de elektrische kracht tussen twee geladen deeltjes, die zeer ver van elkaar verwijderd zijn, sterk gereduceerd door polarisatie van het medium. Deze electrostatische afscherming is kenmerkend voor een plasma. In thermisch evenwicht

is hierdoor de effectieve wisselwerkingspotentiaal gelijk aan de Coulomb-potentiaal vermenigvuldigd met een exponentiële functie, die klein wordt over een afstand van enkele malen de hierin optredende karakteristiek lengte, die naar Debye wordt genoemd.

Buiten thermisch evenwicht is de beschrijving van de electrostatische afscherming aanzienlijk moeilijker. De kinetische theorie van plasma's kan – voor zover alleen de Coulomb-wisselwerking tussen de deeltjes in aanmerking wordt genomen – worden gebaseerd op het oplossen van de B.B.G.K.Y.-hiërarchie door middel van een machtreeks in een kleine parameter ε_p , die plasma-parameter wordt genoemd en gelijk is aan het omgekeerde van het gemiddelde aantal deeltjes in een bol waarvan de straal de Debye-lengte is. De kleinheid van de plasmaparameter legt enerzijds de nadruk op collectieve interacties en daarmee op de onmogelijkheid om aan de Boltzmann-vergelijking met haar beperking tot binaire botsingen vast te houden, anderzijds wordt er zwakke wisselwerking door geïmpliceerd. In de limiet $\varepsilon_p \rightarrow 0$ vindt men de Vlasov-vergelijkingen. Deze beschrijven het plasma als een continuum in de 6-dimensionale μ -ruimte. De enkelvoudige verdelingsfuncties van electronen en ionen variëren in ruimte en tijd onder invloed van een elektrisch veld, dat zijn bronnen heeft in de ruimtelading, die bepaald wordt door integralen van diezelfde verdelingsfuncties over de snelheidsruimte. Men spreekt in dit verband van zelf-consistente velden. Het continuum karakter van deze beschrijving blijkt duidelijk uit de mogelijkheid om de limiet $\varepsilon_p \rightarrow 0$ te zien als de limiet $e \rightarrow 0$, $m \rightarrow 0$ en $n \rightarrow \infty$ zodanig dat het product mn en de breuk $\frac{e}{m}$ eindig blijven, waarbij e, m, n respectievelijk de lading, massa en numerieke dichtheid van de electronen voorstellen. In eerste orde van de plasmaparameter wordt individuele wisselwerking tussen deeltjes mogelijk, maar op beperkte wijze, in deze zin, dat indien men twee deeltjes als discreet beschouwt, de rest van het systeem als continuum fungeert. Ik wil nu eerst een uniform, elektrisch neutraal plasma in ogenschouw nemen. Aan de Vlasov-vergelijkingen wordt dan triviaal voldaan door stationaire verdelingen, die willekeurige functies van de snelheid zijn met als enige beperking, dat de ladingsdichtheid en daarmee het elektrische veld nul is.

Gemakshalve beschouw ik nu verder alleen de electronen als discrete deeltjes en de ionen als een continue positieve achtergrond. In eerste orde van de plasma-parameter volgt uit de tweede vergelijking van de B.B.G.K.Y.-hiërarchie een integraalvergelijking voor de paarcorrelatiefunctie. De triple correlatiefunctie wordt hierin verwaarloosd, omdat het consistent blijkt te zijn, voor zover de beginvoorwaarden geen roet in het eten gooien, de onherleidbare correlatiefunctie voor s deeltjes de grootte-orde ε_p^{s-1} toe te schrijven. Het is mogelijk gebleken de in de tijd asymptotische oplossing van de genoemde integraalvergelijking

te vinden. Substitutie daarvan in de vergelijking voor de enkelvoudige verdelingsfunctie levert dan de kinetische vergelijking, de zogenaamde Lenard-Balescu vergelijking die omstreeks 1960 door Lenard ²⁴⁾, Balescu ²⁵⁾ en Guernsey ²⁶⁾ onafhankelijk van elkaar werd afgeleid. Hierbij dient nog opgemerkt te worden, dat Balescu de diagrammatische methode van de Brusselse groep gebruikte, die ondanks het grote belang ervan thans niet verder besproken zal worden. De botsingsintegraal van de Lenard-Balescu vergelijking convergeert voor kleine golfgetallen, die met grote afstand tussen de electronen corresponderen, wegens de in aanmerking genomen electrostatische afscherming. Anderzijds divergeert de botsingsintegraal voor grote golfgetallen ofwel kleine afstand. Dit is een gevolg van de ingebouwde veronderstelling, dat de wisselwerking zwak is. De verwijdering van de divergentie van de Boltzmann-botsingsintegraal voor grote afstand moet men bekopen met een divergentie voor kleine afstand. De oorzaak hiervan is echter duidelijk en men kan de moeilijkheid op vrij onnauwkeurige wijze te boven komen door de integraal over golfgetallen af te snijden bij een maximumwaarde, die gelijk is aan het omgekeerde van de minimumafstand waarop twee electronen met thermische relatieve snelheid elkaar kunnen benaderen. De integraal over de grootte van het golfgetal wordt door deze procedure afhankelijk van ϵ_p en blijkt van de grootteorde $\epsilon_p \ln(1/\epsilon_p)$ te zijn. Het rechterlid van de kinetische vergelijking is dus niet analytisch in ϵ_p en dit manifesteert zich al in de laagste orde, terwijl in het geval van Boltzmann-gassen deze ellende ons in eerste en tweede orde van de dichtheid bespaard bleef. Wanneer we plasma's en gassen met elkaar vergelijken is het in dit verband interessant te bedenken, dat de botsingsintegraal met electrostatische afscherming ook op andere wijze kan worden afgeleid. In plaats van de Debye-lengte kan de gemiddelde afstand tussen deeltjes als karakteristieke lengte worden gebruikt. Het aantal deeltjes in een bol met deze lengte als straal is dan natuurlijk ongeveer gelijk aan één, maar de verhouding van de potentiële energie op deze afstand tot de kinetische definieert een kleine parameter, die evenredig blijkt te zijn met $\epsilon_p^{2/3}$. De botsingsintegraal, die men in laagste orde uitrekt, divergeert zowel voor grote als kleine afstand, zoals ook te verwachten viel. Gebruikt men nu naast de gemiddelde minimumafstand ook de Debye-lengte om de integraal af te snijden, dan vindt men de Landau-vergelijking ²⁷⁾, die ook als benadering uit de Lenard-Balescu vergelijking volgt. Waar het mij hier om gaat is, dat men de Lenard-Balescu vergelijking zelf kan vinden door een gedeeltelijke sommatie van divergente termen van de machtreeks in de kleine Landau-parameter. Daarop berustte de methode van Balescu. De vraag doet zich voor, of men omgekeerd in het geval van Boltzmann-gassen de lastige resommatie van divergente termen niet zou kunnen vermijden door een

nieuwe ordening in de B.B.G.K.Y.-hiërarchie.

De kinetische theorie van plasma's is belangwekkend wegens nog een groot aantal andere redenen, waarvan ik er hier slechts enkele kort wil vermelden:

1

De functionaalhypothese van Bogoliubov is onjuist voor instabiele plasma's en ook voor inhomogene plasma's, waarin gedempte plasma-oscillaties optreden.

2

Zwakke turbulentie, die ontstaat wegens instabiele verdelingsfuncties, kan ook in de continuuulimiet $\epsilon_p \rightarrow 0$ beschreven worden m.b.v. een kinetische theorie. Ordening kan dan geschieden met behulp van een parameter, die de verhouding van de energie in de turbulente fluctuaties tot de thermische energie weergeeft²⁸⁾. In hoeverre botsingen hierin een rol spelen hangt af van de relatieve grootte-orde van deze parameter en ϵ_p . De vermenging van turbulente collectieve verschijnselen en de effecten van directe interacties geeft aanleiding tot gecompliceerde theorieën²⁹⁾.

3

De botsingsprocessen worden beïnvloed door een sterk magnetisch veld. Het blijkt dat het gebonden zijn van deeltjes aan krachtlijnen tot snellere convergentie van de botsingsintegraal leidt³⁰⁾.

4

Het Klimontovich-formalisme¹¹⁾ biedt in de gecompliceerde plasma situaties vaak grote voordelen, met name wanneer turbulentie of electromagnetische wisselwerkingen een rol spelen. Het formalisme gaat uit van een differentiaalvergelijking voor de exacte dichtheid van deeltjes in de μ -ruimte. De vorm van deze vergelijking is die van de Vlasov-vergelijking, maar de betekenis is geheel verschillend. De Klimontovich-vergelijking is equivalent met een volledige microscopische beschrijving van het systeem. In lijnrechte tegenspraak met een bewering van Davidson²⁸⁾ zou ik willen stellen, dat een groot voordeel van het Klimontovich-formalisme hierin bestaat, dat het proces van statistische middeling tot het einde van een berekening kan worden uitgesteld.

Dames en Heren,

Ik vrees U reeds al te lang met kinetische theorie te hebben verveeld. Veel aandacht heb ik besteed aan de afleiding van kinetische vergelijkingen, omdat juist op dat gebied gedurende de laatste decennia veel vooruitgang is geboekt. De verhoging van de nauwkeurigheid van theoretische resultaten ging daarbij duidelijk hand in hand met vergroting van inzicht in de grondslagen.

Deze samenhang is kenmerkend voor de theoretische natuurkunde in het algemeen.

Een theoretisch fysicus zoekt in wezen naar eenvoud, uitgangspunten wil hij zo weinig mogelijk en met het proces van logische deductie wil hij in staat zijn een volledig beeld van de werkelijkheid, zoals die zich in fysische experimenten voordoet, te ontwerpen.

Het ligt voor de hand, dat dit beeld een volledig wereldbeeld kan worden. In zijn rede ter gelegenheid van de zestigste verjaardag van Planck zei Einstein ³¹⁾ hierover:

'... Was für eine Stellung nimmt das Weltbild des theoretischen Physikers unter all diesen möglichen Bildern der Welt ein? Es stellt die höchsten Anforderungen an die Straffheit und Exaktheit der Darstellung der Zusammenhänge, wie sie nur die Benutzung der mathematischen Sprache verleiht. Aber dafür musz sich der Physiker stofflich umsomehr bescheiden, indem er sich damit begnügen musz die allereinfachsten Vorgänge abzubilden, die unserm Erleben zugänglich gemacht werden können, während alle komplexeren Vorgänge nicht mit jener subtilen Genauigkeit und Konsequenz, wie sie der theoretische Physiker fordert, durch den menschlichen Geist nachkonstruiert werden können. Höchste Reinheit, Klarheit und Sicherheit auf Kosten der Vollständigkeit. Was kann er aber für einen Reiz haben einen so kleinen Ausschnitt der Natur genau zu erfassen, alles Feinere und Komplexere aber scheu und mutlos beiseite zu lassen? Verdient das Ergebnis einer so resignierten Bemühung den stolzen Namen 'Weltbild'?

Ich glaube, der stolze Name ist wohlverdient, denn die allgemeinen Gesetze, auf welche das Gedankengebäude der theoretischen Physik gegründet ist, erheben den Anspruch, für jedes Naturgeschehen gültig zu sein. Auf ihnen sollte sich auf dem Wege reiner gedanklicher Deduktion die Abbildung d.h. die Theorie eines jeden Naturprozesses einschliesslich der Lebensvorgänge finden lassen, wenn jener Prozess der Deduktion nicht weit über die Leistungsfähigkeit menschlichen Denkens hinausginge. Der Verzicht des physikalischen Weltbildes auf Vollständigkeit ist also kein prinzipieller'.

Dit is een duidelijke omschrijving van de verleiding, waaraan vermoedelijk alle natuurkundigen onderhevig zijn. De successen van de theoretische natuurkunde zijn te danken aan de combinatie van operationele definities en logisch-mathematische deducties. De mathematische aard van de theoretische natuurkunde is sinds Newton een duidelijke zaak, de operationele logica is vooral naar voren gekomen in de theoretische natuurkunde van deze eeuw. Een zorgvuldige analyse van de vraag hoe men tijdsintervallen en afstanden kan meten ligt ten grondslag aan de relativiteitstheorie en de logica van de quantum-

mechanica berust op een soortgelijk operationeel uitgangspunt betreffende meetbare grootheden. In zijn werk 'The Logic of Modern Physics' licht Bridgman ³²⁾ het operationele standpunt als volgt toe aan de hand van het begrip lengte:

'We evidently know what we mean by length if we can tell what the length of any and every object is, and for the physicist nothing more is required. To find the length of an object, we have to perform certain physical operations. The concept of length is therefore fixed when the operations by which length is measured are fixed: that is, the concept of length involves as much and nothing more than the set of operations by which length is determined. In general, we mean by any concept nothing more than a set of operations; *the concept is synonymous with the corresponding set of operations*'.

De verleiding voor fysici, die ik noemde, heeft twee facetten: enerzijds de verleiding om de theoretische natuurkunde als fundament van een wereldbeeld te zien ondanks de enorme complexiteit van de ons omringende wereld in vergelijking met de door de natuurkunde onderzochte werkelijkheid, anderzijds de wens om de welhaast volstrekte objectiviteit van de methoden van de theoretische natuurkunde ook als maatstaf aan te leggen ten aanzien van kennisverwerving buiten de exacte wetenschappen. Hoewel deze twee facetten nauw verband met elkaar hebben, immers de fysische wetmatigheden worden objectief gekend en worden geacht elk proces in de natuur te bepalen, bestaat er ook een tegenspraak. Hoe is immers het geloof, dat de gehele werkelijkheid uit enkele algemene fysische wetten logisch gededuceed zou kunnen worden, te rijmen met de eis, dat alleen operationele begrippen gebruikt mogen worden? Einstein zegt in het eerder gegeven citaat, dat het fysische wereldbeeld slechts om praktische maar niet om principiële redenen afziet van volledigheid. Binnen het kader van Bridgman's logica van de moderne natuurkunde lijkt dit onderscheid tussen praktische en principiële redenen zinloos. Het probleem van de objectiviteit van kennisverwerving buiten de natuurwetenschappen is daarmee uiteraard niet van de baan. De neopositivisten hebben uitvoerig getracht de wijsbegeerte en de gedragswetenschappen te zuiveren van onwetenschappelijk gepraat. Aangewakkerd door het succes van de natuurwetenschappen gingen zij in het bijzonder de metafysica te lijf met de wapens van de logica en taalcritiek.

Ruim twee jaar geleden werd hier in deze zaal geheel in die traditie een fraaie lofrede op de objectiviteit uitgesproken; ik doel nu op de intreedrede van mijn vriend en collega Sluijter ³³⁾, waarin irrationaliteit en schijnwetenschappelijkheid scherp op de korrel werden genomen. Toch moet het misverstand bestreden worden, dat het neopositivisme de mogelijkheid van kennisverwerving langs andere dan rationale

wegen weerlegt of zelfs maar ontkend zou hebben. De 'Tractatus Logico-Philosophicus'³⁴⁾ van Ludwig Wittgenstein kan als een van de standaardwerken van het neopositivisme worden aangemerkt. In de 'Tractatus' wordt een taaltheorie met haar consequenties uiteengezet. Volgens Fann³⁵⁾ kan men deze samenvatten door te stellen, dat de taal bestaat uit uitspraken, die waarheidsfuncties zijn van basisuitspraken. De basisuitspraken zijn direct combinaties van namen, die direct objecten aanduiden; het zijn logische afbeeldingen van atomaire feiten, die de directe combinaties van objecten zijn. Atomaire feiten vormen samen feiten van uiteenlopende complexiteit, die op hun beurt samen de wereld vormen. Volgens deze theorie is 'taal' identiek aan beschrijvende taal. Het geheel der ware uitspraken is het geheel van de natuurwetenschap. Hiermee zijn de grenzen van de taal en tevens de grenzen van de wereld vastgelegd. Maar Wittgenstein betoogt ook, dat er belangrijke zaken zijn, zoals ethiek, esthetica en de zin van het leven, die, hoewel ze niet kunnen worden *gezegd*, wel kunnen worden *getoond*. Deze gebieden behoren met de religie en kunst tot het rijk van het transcendente. De 'Tractatus' wil, zoals Fann³⁵⁾ zegt, het onzegbare *tonen* door het zegbare duidelijk te laten zien. Later heeft Wittgenstein de vooronderstellingen van de 'Tractatus' en de daarop gebaseerde taaltheorie verworpen. De logische analyse werd vervangen door de *distinctie-methode*. Wittgenstein was tot het besef gekomen, dat zijn vroegere taaltheorie onder meer berustte op het geloof in een 'laatste analyse', waardoor alle uitspraken in basisuitspraken zouden kunnen worden ontleed. Hij zag nu de gedachte, dat er vragen zijn waarop de antwoorden later zullen worden gevonden, als een dwaling, waarvan de hele 'Tractatus' doortrokken was. Ook kwam hij tot de ontdekking, dat de werkelijke taal uitspraken toelaat, die niet aan zijn vroegere eis van exactheid voldoen, maar toch volkomen geschikt zijn voor hun doel. Hij sprak niet meer over *de* taal, maar over verschillende toepassingen van taal, ofwel *taalspelen*. Vooral dit latere werk toont aan, dat de filosofie van Wittgenstein niet antimetafysisch is. Zijn bijdrage bestaat vooral in het pogen de aard van de metafysica te begrijpen en tot een nieuwe benadering van de wijsbegeerte te komen.

Men zou kunnen zeggen, dat juist de belangrijkste vertegenwoordiger van de Wiener Kreis de grenzen van het neopositivisme heeft doorbroken en de intrinsieke ontoereikendheid van deze filosofie voor kennisverwerving buiten de natuurwetenschappen heeft doorzien. Het ligt overigens voor de hand, dat communicatie tussen mensen tot kennisverrijking kan bijdragen via andere wegen dan het uitwisselen van exacte uitspraken. Existentiële ervaringen, bijvoorbeeld, vallen stellig buiten het bereik van het logisch zegbare, maar kunnen niettemin tot op zekere hoogte aan anderen worden medegedeeld, door middel van een taalspel of op nonverbale wijze. Dit soort communi-

catie heeft natuurlijk betekenis niet alleen voor de metafysica, maar ook voor de psychologie en daarmee indirect voor de andere gedragswetenschappen. De contractie van het denken tot logica en het operationele standpunt is uiterst vruchtbaar gebleken in de natuurwetenschappen, maar betekent een werkelijke verenging daarbuiten, die kan leiden tot wat Marcuse ³⁵⁾ ééndimensionaal denken heeft genoemd. Uiteraard wil ik hiermee niet beweren, dat logisch denken niet belangrijk zou zijn in filosofie, psychologie, sociologie en andere α - en γ -wetenschappen, maar wel, dat in deze gebieden transcendent elementen van de rede zowel wat uitgangspunten als methoden betreft een essentiële rol behoren te spelen.

Dames en Heren,

Ik ben wat afgedwaald van mijn vakgebied en ik hoop, dat U mijn stuntelig ronddolen op moeilijk begaanbaar terrein door de vingers wilt zien. Voor een fysicus is het gemakkelijkste wereldbeeld dat van het logisch-positivisme, maar ik geloof dat het mede deze denktrant is die onverbiddelijk geleid heeft naar een totalitair technologisch rationalisme, naar een economisch-politieke coördinatie van de maatschappij, die de menselijke vrijheid manipuleert ter wille van de macht van het heersende systeem. In de zogenaamde vrije wereld gebeurt dit door een stelsel van productie en verdeling, dat de behoeften reguleert en dat heel goed verenigbaar kan zijn met een pluralisme van partijen, kranten, enzovoorts. In Oost-Europa wordt vrijheid gedefinieerd als de communistische levenswijze en alle andere interpretaties zijn kapitalistisch, revisionistisch of links-sectaristisch ³⁶⁾. In de derde wereld manifesteert zich de technologisch-economische macht vaak onverhuld in vormen van neokolonialisme, dat, waar nodig, zich bedient van lokale terroristische regimes.

Het technologisch rationalisme rechtvaardigt de nucleaire bewapeningswedloop en onderzoeken, die de alles vernietigende bacteriologische oorlog wetenschappelijk voorbereiden.

Nogmaals, om alle misverstand te voorkomen, niet de natuurwetenschappen zelf of de logisch-operationele basis daarvan, noch de technologie als zodanig behoren schuldig verklaard te worden aan dergelijke waanzinnige ontwikkelingen. Indien de mens zijn transcendentie geaardheid weer volledig tot zijn recht kan laten komen, zal hij in staat zijn technologie en economie te onderwerpen aan doeleinden, die afgestemd zijn op algemeen menselijk geluk. In deze geest wil ik mijn benoeming tot lector aan deze hogeschool aanvaarden en allen danken, die daaraan hebben bijgedragen.

Dames en Heren Studenten,

Gedurende de jaren, die ik reeds op deze hogeschool heb doorge-

bracht, ben ik voor velen van U bewondering gaan koesteren. U studeert niet alleen, maar U levert ook een belangrijke bijdrage aan de evolutie van deze instelling. Daarom ook heb ik gemeend, dat U het eerst aan bod moet komen. Ik zal mijn best doen bij te dragen aan Uw wetenschappelijke vorming en ik vertrouw erop, dat wij van elkaar zullen blijven leren.

Hooggeleerde de Vries, beste Daan,

Ik wil je danken voor de prettige wijze, waarop je mij hebt ingeleid in het leven van de vakgroep Transportfysica. Ik verheug mij op een langdurige samenwerking.

Hooggeleerde Vossers, beste Gerrit,

Ondanks je bestuurlijke werkzaamheden ben je erin geslaagd een uiterst zinvol contact met de vakgroep te blijven onderhouden. Ik hoop, dat wij van je deskundigheid op wetenschappelijk en bestuurlijk gebied zullen kunnen blijven profiteren.

Dames en Heren leden van de vakgroep Transportfysica,

In Uw midden heb ik vriendschap ondervonden, die het mij gemakkelijk heeft gemaakt mij in de vakgroep thuis te gaan voelen. Ik zal naar mijn beste vermogen trachten mijn wetenschappelijke capaciteiten ten goede te laten komen aan de bloei van de vakgroep.

Mejuffrouw, mijne Heren leden van de vakgroep Theoretische Natuurkunde,

De contacten die ik tot nu toe met U heb onderhouden, waren goed, maar minder uitgebreid dan ik wel gewent zou hebben. Ik hoop in de toekomst mijn buitenlidmaatschap van Uw vakgroep beter te kunnen uitbuiten.

Dames en Heren leden van de Afdeling der Technische Natuurkunde,

Ik beschouw het als een eer docent in Uw afdeling te kunnen zijn en zal mij daarom inspannen om mij zo goed mogelijk van mijn taak te kwijten.

Dames en Heren medewerkers van het F.O.M. – Instituut voor Plasmafysica,

Het is reeds dertien jaar geleden, dat ik Rijnhuizen heb verlaten. Ik heb de beste herinneringen bewaard aan de tijd, die ik in Uw kasteel te Jutphaas heb doorgebracht. Met velen van U heb ik uitstekende persoonlijke relaties mogen opbouwen en in Uw midden heb ik de eerste schreden gezet op het pad van de plasmafysica en de kinetische theorie.

Hooggeleerde Weenink, beste Ties,

Samen hebben wij op Rijnhuizen getracht ons de theoretische plasmafysica eigen te maken. Ik heb veel van jou geleerd en het verheugt mij bijzonder jou weer in deze hogeschool terug te zien. Ongetwijfeld zal ik daardoor opnieuw van jouw inzicht kunnen profiteren.

Hooggeleerde van Kampen, beste Nico,

Jij beweegt je als een vis door het water van de theoretische natuurkunde. Ik herinner mij de gedegen manier waarop jij ruim tien jaar geleden mijn proefschrift in enkele zittingen hebt doorgenomen. Gelukkig ben je toen, nadat ik de kritiek enigszins had verwerkt, bereid gebleken het proefschrift als promotor goed te keuren. Over sommige stellingen zijn we het nooit helemaal eens geworden.

Mijne Heren leden van de Hogeschoolraad en van het College van Bestuur,

Ik ben blij te kunnen constateren, dat er in en rondom het bestuur van de technische hogeschool gedurende relatief korte tijd een positieve ontwikkeling heeft plaatsgevonden. In de eerste plaats is eindelijk de dualiteit van Hogeschoolraad en College van Bestuur duidelijk geworden. Men kan op grond van de Algemene Beschouwingen over de Herziening Begroting 1975 en in het bijzonder in verband met de 'Motie van Bezorgdheid' wellicht aan polarisatie denken, maar dan geldt zeker in dit geval, dat polarisatie een zuiverend effect heeft. Tamheid wordt doorbroken, onduidelijkheden worden verhelderd en de vorming van beleidsvisies begint. De dualiteit van Hogeschoolraad en College van Bestuur is niet een belemmering maar een voorwaarde voor goed, democratisch bestuur. In de tweede plaats is een aanzet gemaakt tot partijvorming. Hieraan heb ik een steentje mogen bijdragen. Partijvorming is welhaast noodzakelijk voor een betere samenwerking tussen hogeschoolgemeenschap en Hogeschoolraad en voor een effectiever functioneren van de raad. In de aanhef van mijn rede heb ik er reeds op gewezen, dat ik al te weinig tijd heb kunnen wijden aan mijn bestuurlijke taak in de Hogeschoolraad. Alle raadsleden kennen ongetwijfeld dit probleem, dat op zinvolle wijze kan worden opgelost door taakverdeling binnen fracties. Er zijn natuurlijk meer principiële argumenten voor partijvorming aan te voeren zoals betere doorwerking van maatschappelijke uitgangspunten en doorbreking van het geleidingstelsel. Dit laatste punt is zeer belangrijk. De vorming van groepen op basis van sociaal-politieke opvattingen is gezond, ook binnen de T.H., daarentegen is het gevaar dat de ver doorgevoerde artificiële scheiding tussen de geleidingen in bestuursorganen zal leiden tot daardoor gecreëerde, maar in werkelijkheid fictieve, belangen-tegenstellingen, angstwekkend.

Ik zou nog meer positieve ontwikkelingen kunnen noemen en ik denk daarbij vooral aan de instelling van vaste commissies van advies en bijstand, waarin zowel leden van de Hogeschoolraad en het College van Bestuur alsook van de hogeschoolgemeenschap zitting hebben, maar U zult van mij thans geen volledig overzicht verwachten. Mijn lidmaatschap van de Hogeschoolraad is een boeiende ervaring geweest.

Dames en Heren leden van de Eindhovense Studentenkerk, Geachte Pastores van Dongen, Bakker, van Middelaar, Thijs; beste Piet, Nico, Piet en Theo,

De Studentenkerk heb ik tot het laatst bewaard, omdat ik dat zonder risico kan doen. U weet immers wel, dat de E.S.K. voor mijn geen sluitpost is. Ik heb er in deze rede op gewezen, dat ik de transcendente mogelijkheden van de menselijke geest erken. Het zou ook wel vreemd zijn, als de voorzitter van de E.S.K. dit niet deed. Dat houdt echter bepaald niet in, dat ik zou opteren voor religie in de zin van ritën, dogmatiek, zelfheiliging en een op het individu gerichte repressieve moraal. Een Philippijns priester, die door het Marcos-regime zonder vorm van proces in de gevangenis werd gehouden, schreef onlangs het volgende ³⁷⁾:

' . . . ik denk, dat men veilig kan aannemen, dat de gebruikelijke belangstelling in godsdienstigheid met zich mee bracht, dat godsdienstige mensen werden afgeleid van algemeen menselijke problemen. Godsdienst wordt gezien als een bevrijding van gewone zorgen, die een spirituele speurtocht naar het transcendente mogelijk maakt. Dit heeft in alle godsdiensten tot elitisme geleid. Alleen de intelligente mensen kunnen worden gered . . . of alleen degenen, die kunnen ontkomen aan de begeerte naar zinnelijk genot of zij, die zulk een gemakkelijk leventje hebben, dat ze genoeg tijd hebben voor alle vereiste ritën en plechtigheden. . . . Daarom is het belangrijk, dat de Christen begint met Christus en niet met een algemeen Godsbegrip. Dit is vooral belangrijk in de christelijk-marxistische dialogen, die alle strijd voor bevrijding begeleiden in christelijke kringen'.

Dit is een duidelijke oproep, die wij ons ter harte kunnen nemen. Het Evangelie behoort voor ons primair een basisprogramma te zijn, ongeveer zoals het Communistisch Manifest dat voor Marxisten is. Vanzelfsprekend worden in deze opvatting de scheidingslijnen tussen kerkelijke tradities, hoe diepgaand ook, in wezen irrelevant. De Studentenkerk heeft de mogelijkheid, en naar mijn mening de plicht om in oecumenische eensgezindheid iets van een nieuwe interpretatie van het begrip kerk waar te maken. De nieuwe kerk laat zich niet door instituten inperken, maar is solidair met elk waarachtig

streven naar vrijheid. De zorg om elkaar binnen de gemeente komt hierdoor niet in het gedrang; integendeel, onderlinge solidariteit is vrijwel altijd gebaseerd op gemeenschappelijke doelstellingen, die actief worden nagestreefd. Wij kunnen de nieuwe kerk helpen bouwen, maar het zal geen Europees bouwwerk worden. De bronnen van inspiratie bevinden zich in die delen van de wereld, waar onderdrukking het pijnlijkst ervaren wordt. Laten we gezamenlijk proberen ons steeds ontvankelijker voor die inspiratie te maken en deze op zinvolle wijze in daden om te zetten. Ik hoop, dat in deze geest onze prettige samenwerking zal voortduren.

Waarde Toehoorders,
Ik dank U voor Uw aandacht.

Litteratuur

1. L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie (Leipzig, 1896).
2. J.C. Maxwell, Phil. Trans. Royal Soc. London 157 (1866) 49.
3. D. Hilbert, Math. Ann. 72 (1912) 562
4. S. Chapman, Phil. Trans. Royal London A, 216 (1916) 279 en 217 (1917) 115.
5. D. Enskog, Kinetische Theorie der Vorgänge in mässig verdünnten Gasen (Uppsala, 1917)
6. G. Sandri, Ann. Phys. 24 (1963), 332 en 380.
7. J. McCune, T.F. Morse en G. Sandri, In Rarefied gas dynamics 1 (1963), ed. J.A. Laurmann.
8. D. Burnett, Proc. London Math. Soc. 39 (1935) 385 en 40 (1935) 382.
9. C. Cercignani, Proceedings of the ninth International Symposium on Rarefied Gas-Dynamics Vol. 1, A9.1 (Göttingen, 1974).
10. D. Enskog, Kungl. Sv. Vetenskapsakad. Handl. 63 (1922), no. 4.
11. Yu. L. Klimontovich, In The statistical theory of non-equilibrium processes in a plasma (Pergamon Press, 1967).
12. zie Ferziger en Kaper, in Mathematical theory of transport processes in gases (Amsterdam, London, 1972).
13. N.N. Bogoliubov, in Studies in statistical mechanics, Vol. I, eds. J. de Boer en G.E. Uhlenbeck.
14. S.T. Choh, The kinetic theory of phenomena in dense gases (Univ. of Michigan, 1958).
15. E.G.D. Cohen, In Fundamental problems in statistical mechanics. (Amsterdam, 1962).
16. R. Zwanzig, Phys. Rev. 129 (1963) 486.
17. R. Kubo, in Lectures in theoretical physics (New York, 1959).
18. o.a. E.A. Frieman en R. Goldman, Bull. Am. Phys. Soc. 10 (1965) 531.
19. J.V. Sengers, Phys. Fluids 9 (1966) 1685.
20. o.a. K. Kawasaki en I. Oppenheim, Phys. Rev. 139 (1965) A1763.
21. J.R. Dorfman en E.G.D. Cohen, J. Math. Phys. 8 (1967) 282.
22. M. Kac, in Probability and related topics in physical sciences (London, 1959)
23. F. Henin, Physica 77 (1974) 220.
24. A. Lenard, Ann. Phys. 3 (1960) 390.
25. R. Balescu, Phys. Fluids 3 (1960) 52.
26. R.L. Guernsey, Ph. D. thesis (Univ. of Michigan, 1960).
27. L. Landau, Physik. Z. Sovjetunion 10 (1936) 154.
28. R.C. Davidson, in Methods in nonlinear plasma theory (New York, London, 1972).
29. bijvoorbeeld A. Rogister en C. Oberman, J. Plasma Phys. 2 (1968) 33 en 3 (1969) 119.
30. P.P.J.M. Schram, Physica 45 (1969) 165.
31. A. Einstein, in Mein Weltbild (Amsterdam, 1934)
32. P.W. Bridgman, in Logic of modern physics (New York, 1928).
33. F.W. Sluifjter, Inreerede (Technische Hogeschool Eindhoven, 1973).
34. L. Wittgenstein, in Tractatus logico-philosophicus (Engelse vertaling, London, 1961).
35. K.T. Fann, in Wittgenstein en zijn wereld (Nederlandse Uitgave, Baarn, 1973).
36. H. Marcuse, In Onedimensional man (London, 1964).
37. Ed de La Torre in News and Views of the International Movement of Catholic Students, Jan. 1975.