

Het ontwerp van een regeling voor een actief veersysteem, waarin een "willekeurig" intergraalcriterium wordt geminimaliseerd

Citation for published version (APA):

Bruyn, de, R. (1993). *Het ontwerp van een regeling voor een actief veersysteem, waarin een "willekeurig" intergraalcriterium wordt geminimaliseerd.* (DCT rapporten; Vol. 1993.024). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1993

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain.
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**Het ontwerp van een regeling
voor een actief veersysteem,
waarin een "willekeurig"
integraalcriterium wordt
geminimaliseerd.**

Rob de Bruyn

Rapportnr: WFW 93024

Het ontwerp van een regeling voor
een actief veersysteem, waarin een
willekeurig integraal criterium
wordt geminimaliseerd.

auteur: Rob de Bruyn

stagebegeleider: Rudolf Huisman.

Eindhoven, februari 1993

Vakgroep fundamentele werktuigkunde
Faculteit werktuigbouwkunde
Technische universiteit Eindhoven

Rapportnummer: WFW 93.024

Samenvatting

Dit verslag beschrijft de resultaten van een theoretisch onderzoek naar de regeling van een actief veersysteem, waarin een willekeurig integraal-criterium geminimaliseerd wordt.

De van belang zijnde grootheden (veerwegen, dynamische wiellasten en versnellingen) worden niet kwadratisch gewogen, maar met een hogere, even macht.

Hierdoor kunnen juist de maxima van deze grootheden zwaar gewogen worden, wat met name van belang is voor de veerwegen, omdat deze immers begrensd zijn. Deze methode leidt tot een matrix-vergelijking, die zowel

analytisch als numeriek (nog) niet op te lossen is. Uit de oplossing van deze matrixvergelijking kan een optimaal actuator-s signaal berekend worden. Dit discrete signaal hoort bij één bepaald wegdek.

Daarna wordt getracht een toestands-terugkoppeling te vinden door middel van "parameterfitting" van de toestand $x(t)$ op het actuator-signaal $\bar{u}(t)$. Merk op dat al het voorgaande off-line dient te gebeuren.

Wanneer met het "fitten" op een (niet-)lineaire regelwet van de vorm

$$\bar{u}(t) = F(x(t), \hat{\alpha})$$

eenmaal de terugkoppelparameters $\hat{\alpha}$ bepaald zijn, kan de regelwet on-line geïmplementeerd worden.

Aangezien het gedrag van een zodanig geregeld systeem optimaal is voor één bepaald wegdeksignaal (in dit geval een stap van 7,1 cm.), worden er nog tests uitgevoerd met andere wegdek-signalen. Ter vergelijking is ook opgenomen het systeem dat geregeld wordt door de LQR-regelaar.

De fits zijn uitgevoerd op het actuator-signaal van dit lineaire systeem, omdat het actuatorsignaal, verkregen door weging die niet-kwadratisch is, niet berekend kon worden. De "fitting" levert een regelwet, die goed presteert bij een stapvormige wegdekverstoring. Bij andere wegdekken, zoals bv. een sinus, is het gedrag van het systeem veel slechter dan het gedrag van het optimal LQR-systeem.

Inhoudsopgave	
Samenvatting	1
Symbolenlijst	6.
1. Inleiding	7
2. Modellering	10
2.1. Het voertuigmodel	10
2.2. Het wegdeksignaal.	12
3. Regelstrategie .	13
3.1. Inleiding	13
3.2. Hoe werkt het ?	15
4. Voorbeelden.	22
4.1. De LQR-theorie .	22
4.2. Weging met een vierde macht.	23
5. Alternative regelstrategie.	28
5.1. Afleiding optimale regelstrategie .	29
5.2. Beperkte toestands terugkoppeling .	31

6. Hogere orde benaderingen. 34.

7. Conclusies 39.

8. Aanbevelingen. 42.

Literatuur 44.

Bijlagen.

A. Het optimale systeem.

B. Het beperkt teruggekoppelde systeem.

C. De niet-lineaire regelwet u_{12}

D. Fitting op niet-lineaire regelwetten,

u_{13} en u_{135}

E. Simulatie met regelwet u_{13}

F. Overdrachtsfuncties van het optimale,
het beperkt teruggekoppelde en van
het niet-lineaire systeem.

Symbolenlijst

A : systeemmatrix.
 B : ingangsmatrix.
 C : uitgangsmatrix.
 D : doorkoppelmatrix.
 E : versterking matrix.

x : toestandskolumn.
 y : uitgangskolumn.
 p : kostenvector.

u : actuatorkracht $[N]$
 m_1, m_2 : massa's $[kg]$
 k : veerconstante $[N/m]$

Q : weegmatrix.
 R : weegmatrix.

λ : Lagrange multiplicator
 t : tijd $[s]$

Notatie: als $z = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix}$

dan $\dot{z}^i \cong \begin{bmatrix} (z_1(t))^i \\ (z_2(t))^i \\ (z_3(t))^i \end{bmatrix}$

1. Inleiding.

Er is veel onderzoek gedaan naar veersystemen in motorvoertuigen, waarbij telkens twee tegenstrijdige ontwerpeisen tegen elkaar afgewogen moesten worden: hoog comfort kan verkregen worden door een slappe veer en lage demping, goede weglijging kan bereikt worden door een stugge veer en hoge demping. In geval van passieve veer wordt er gekozen voor een vaste veer-demper-combinatie.

Actieve veer, waarbij gebruik gemaakt wordt van actuatoren, biedt de mogelijkheid om de dynamica van het voertuig aan te passen aan bv. de rijnsnelheid, het verloop van het weg-

dek of veranderende weglijgings- en comforteisen.

Het toepassen van preview, voorkennis van het wegdeksignaal, leidt tot verbetering van het dynamisch gedrag van het voertuig. In dit verslag zal preview buiten beschouwing worden gelaten.

Dit verslag is gebaseerd op een artikel van T.J. Gordon e.a., waarin een methode wordt beschreven om de maxima van de te wegen grootheden te minimaliseren. Deze grootheden worden gewogen m.b.v. een kostenfunctie $L(x, u)$.

$$L(x, u) = (y^i)^T \cdot Q \cdot y^i + u^T \cdot R \cdot u,$$

waarbij $i=1$ in de LQR-theorie.

Bij Gordon is de keuze van i in principe vrij, meestal geldt $i \geq 2$.

Na keuze van de kostenfunctie $L(x,u)$, en een wegdeksignaal han met behulp van de systeemvergelijking een oplossing $\bar{u}(t)$ gevonden worden : het optimale actuator signaal dat hoort bij het gekozen wegdeksignaal . Dit hele proces is off line gedaan . Om tot een toestandsterugkoppeling te komen, die dit signaal $\bar{u}(t)$ genereert (of zo goed mogelijk benaderd), wordt m.b.v. parameter-fitting een (niet-)lineaire regelwet ontworpen .

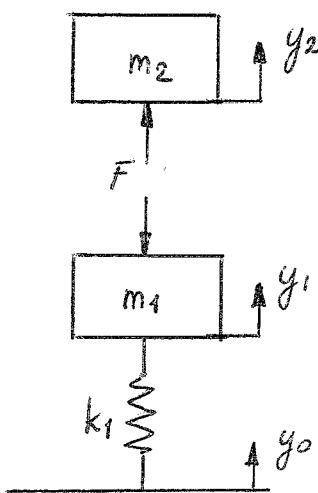
Deze (niet-)lineaire regelwet wordt daarna on-line getest met andere wegdek-signalen .

In § 3.2. wordt de werking van de regelstrategie beschreven, hoofdstuk 4 toont een tweetal voorbeelden .

2. Modellering.

2.1. Het voertuigmodel.

Een motorvoertuig wordt gemodelleerd d.m.v.
een „quarter-car-model”



y_0 stelt het wegdeksignaal voor.

k_1 : veerconstante van de band: $6,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}$.

m_1 is de massa van de as en het wiel:

1350 kg.

y_1 is het bijbehorende verplaatsing.

m_2 is de massa van het chassis: 8650 kg.

y_2 is weer de bijbehorende verplaatsing.

F stelt voor: de actuatorkracht in N.

Via de bewegingsvergelijkingen

$$m_2 \ddot{y}_2 = F$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -F - k_1(y_1 - y_0)$$

ontstaat het volgende state-space model:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + E\underline{w}$$

$$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u}$$

met $\underline{x} = \begin{bmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}$ $\underline{u} = F$ $\underline{w} = \dot{y}_0$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

2.2. Het wegdeksignaal.

In eerste instantie wordt als wegdek-signaal een Stap gekozen.

Een Stapsignaal stoot het systeem aan in alle frequenties, zoals gezien kan worden in het frequentiespectrum van de Stap.

De hoogte van de Stap is ontleend aan [2]. Dat een Stap fysiek niet realiseerbaar is, wordt in dit verslag buiten beschouwing gelaten.

3. Regelstrategie.

3.1. Inleiding.

In "Control law design for active and semi-active automobile suspension systems," Gordon e.a., 1990, stelt Gordon een regelstrategie voor, die een veralgemени-
sing is van de LQR-theorie.

De uitbreiding omvat:

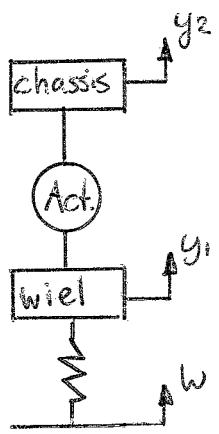
1. zowel lineaire als niet-lineaire systemen
2. een regelwet, die meestal niet-lineair is.
3. een kostenfunctie, die niet perse kwadratisch hoeft te zijn.

Hoewel deze methode ingewikkelder is en veel meer off-line rekenwerk vergt dan de LQR-aanpak, zijn er genoeg redenen die deze niet-lineaire methode rechtvaardigen:

- a: veersystemen ondergaan allerlei niet-lineairiteiten: wrijving, tyre-lift e.d.
- b: wanneer de grenzen van de veerwegen niet overschreden mogen worden, kan een niet-lineaire terugkoppeling beter presteren dan een lineaire t.k.
- c: semi-active en andere systemen met beperkt vermogen ~~not~~ zijn niet in staat om lineaire terugkoppeling te produceren. Lineaire ontwerpmethoden kunnen in zulke gevallen slechts een benadering geven.
- d: on-board computers kunnen ook complexe (niet-lineaire) regelwetten snel implementeren: zo worden de mogelijkheden ten volle benut.

3.2. Hoe werkt het?

Gordon gaat uit van een quarter-car-model, (niet-)lineair, in state-space beschrijving.



$$\dot{x} = f(x, u, w)$$

x : toestandsvariabelen

u : actuatorkracht

w : verstoring.

Het probleem is nu om een regelwet

$u(t) = U(x(t))$ te vinden, die „optimale“ responsie geeft na een beginverstoring.

Wensen t.a.v. „optimaal“ buiken verwerkt worden in een kostenvector p . p heeft geen fysische betekenis maar is een hulpvariable (Lagrange multiplicator) die, na keuze voor een wegdekverstoring,

nodig

en een kostenfunctie $L(x, u)$, nodig is om tot de set uitgebreide differentiaalvergelijkingen te komen:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = F(x, p)$$

met randvoorwaarden $x(t_0) = x_0$
 $p(t_f) = 0$

Deze set vergelijkingen staat in de literatuur bekend als het „two-point-boundary-value-problem.“ (TPBV.)

Dit probleem is in praktijk slechts numeriek op te lossen. Och dit is echter moeilijk, ten eerste omdat de randvoorwaarden gesplitst zijn in begin- en eindvoorwaarden, ten tweede omdat de differentiaalvergelijkingen instabiel zijn.

Oplossing van het TPBV-probleem levert $x(t)$ en $p(t)$, waaruit een optimaal actuatorsignaal $\bar{u}(t)$ berekend kan worden. Hier voor verwijst Gordon naar "Applied Optimal Control", A.E. Bryson.

De gevonden $\bar{u}(t)$ is een discrete reeks actuatorsingangen, die, voor implementatie, benaderd moet worden door een continue (niet-)lineaire regelwet.

De benadering gaat aan de hand van een tweetal subroutines:

"Fit."

Subroutine "fit" is een iteratief proces dat een schatting maakt van de terugkoppelparameters uit een (niet-)lineaire regelwet, die $\bar{u}(t)$ zo goed mogelijk benadert in kleinste-kwadraten-zin.

- Maak een dataset $D_0 = \{(\bar{x}_i, \bar{u}_i)\}_{i=1}^N$
- Definieer een functie $G = G(x, a)$,
lineair in a , een polynoom in x .
bv. $G(x, a) = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_1^3 + a_3 \cdot x_2^3$
- Minimaliseer $E(D_0, a) = \sum_{i=1}^N |(\bar{u}_i - G(x_i, a))|^2$
m.b.v. de kleinste-kwadraten-methode.
Dit levert een schatting \hat{a} .
- Maak een tweede, onafhankelijke
dataset D_1 en bereken $E(D_1, \hat{a})$.
~~Hanneer~~ Voeg D_1 toe aan D_0
- Minimaliseer $E_1 = E(D_{0,1}, \hat{a})$; hieruit
volgt een nieuwe schatting voor \hat{a}

Stap 4 en 5 worden herhaald tot E
geconvergeerd is: dan is $G(x, \hat{a})$
onafhankelijk van de keuze van de
dataset.

Subroutine Synthesis.

Dit is geen pasklare subroutine als "fit".
Synthesis vergelijkt de trajectorie H_{opt} (verwegen uit het TPBV-probleem, met $\bar{u}(t)$) met de trajectorie H_{fit} (verwegen met $u(t) = G(x(t), a)$). Vergelijking kan plaatsvinden door bv. één plot te maken van $x_2 \text{ opt}$ en $x_2 \text{ fit}$ tegen de tijd.

Eenkele opmerkingen:

1. Wanneer H_{opt} en H_{fit} niet overeenkomen; neem hogere-orde-polynoom voor $G(x, a)$
2. Wanneer H_{opt} en H_{fit} op bepaalde plaatsen niet overeenkomen: voer een weegfactor $W(x)$ in:

$$\text{Fit, stap 3: } E(D_0, a) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot | \bar{u}_i - G(x_i, a) |^2$$

$$\text{met } w_i = W(x_i)$$

3. Hogere-orde-polynomen vergen veel rekentijd; maak de relatief kleine parameters van \hat{a} gelijk aan nul.

bv. $\hat{a} = 1 \cdot 10^5 \cdot \begin{bmatrix} 1,4528 \\ 0,5011 \\ 0,0001 \\ -0,7022 \end{bmatrix} = 1 \cdot 10^5 \cdot \begin{bmatrix} 1,4528 \\ 0,5011 \\ 0 \\ -0,7022 \end{bmatrix}$

Figuur 2 en 3 op pagina 21 dienen ter verduidelijking van beide subroutines.

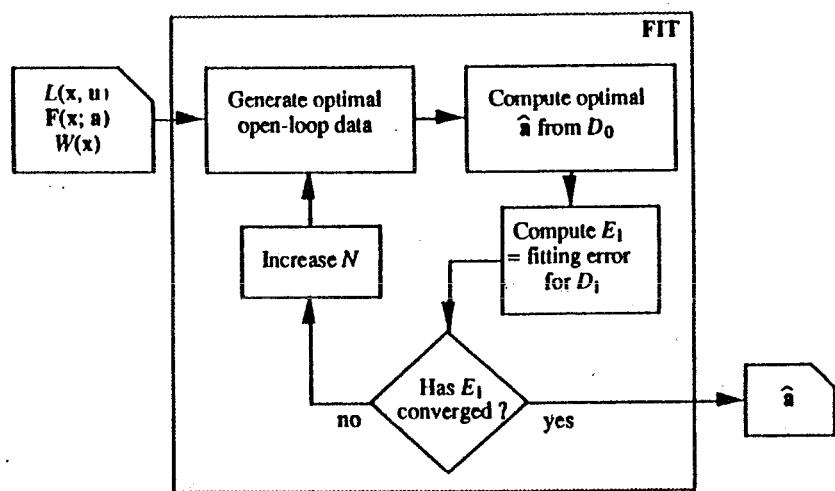


Figure 2

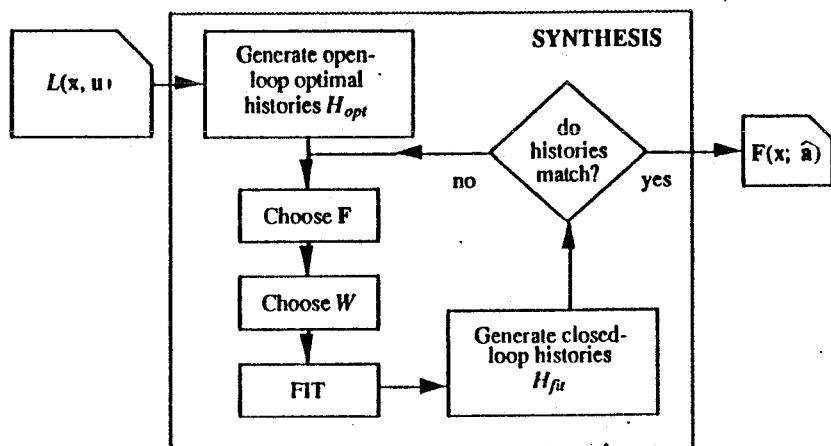


Figure 3

4. Voorbeelden.

4.1. De LQR-theorie.

De nieuwe methode omvat natuurlijk ook de LQR-theorie. Met een kostenfunctie $L(x, u) = \alpha \cdot x_1^2 + \beta \cdot x_2^2 + \gamma \cdot u^2$ en een regelwet $F(x, a) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4$ werd een oplossing \underline{a} gevonden die gelijk is aan de terugkoppelparameters L , verkregen met de Riccati-vergelijking.

In dit lineaire geval kan het TPBV-probleem omzeild worden d.m.v. achterwaartse tijd integratie vanuit eindvoorraarden: $P(t_f) = 0$

$x(t_f) = x_f$, klein, maar willekeurig.

4.2. Wegining met een vierde macht.

Terwijl Gordon gebruik maakt van een bi-kwadratische functie, zal in deze paragraaf een weging plaatsvinden met een vierde macht, omdat hierdoor juist de maxima van de grootheden erg beperkt worden.

De methode wordt toegepast op het quarter-car-model uit § 2.1. met $i=2$.

De te minimaliseren grootheden worden opgeslagen in een kolom $\underline{y}_m = \begin{bmatrix} y_1 - y_0 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$

De versnelling van m_2 ; \ddot{y}_2 is direct gekoppeld aan u . Deze wordt gewoon kwadratisch gewogen d.m.v. matrix R .

De kostenfunctie ziet er dan als volgt uit:

$$\begin{aligned} L(y_m, u) &= (\underline{y}_m)^T \cdot Q \cdot \underline{y}_m^2 + u^T \cdot R \cdot u \\ &= (y_1 - y_0)^4 \cdot q_1 + (y_2 - y_1)^4 \cdot q_2 + u^2 \cdot R. \end{aligned}$$

De kostenfunctie bevat 3 onafhankelijke variabelen: $(y_1 - y_0)$, $(y_2 - y_1)$ en u .

Daarom zijn er twee weegfactoren nog vrij te kiezen: q_1 en q_2 .

R ligt vast: $R = 1$.

Er geldt: $f(x,u) = \dot{x} = Ax + Bu + \bar{E}w$ opto

Als $w(t)$ een impulsiformig signaal is, kan de term $\bar{E}w$ verdisconteerd worden in $x(t_0)$; $\bar{E}w$ komt dan te vervallen.

Definieer $H \equiv L(x,u) + \lambda^T f(x,u)$

H heet de Hamiltonian

λ is een onbepaalde hulpvariabele, de zogenaamde Lagrange multiplicator

Lagrange heeft een methode ontwikkeld die een functie $L = L(x,u)$ kan minimaliseren onder de restrictie

$$f(x,u) = 0$$

M.b.v. de drie „Euler-Lagrange“-vergelijkingen kan een oplossing gevonden worden:

$$1. \quad \dot{x} = \frac{-\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial L}{\partial x} - \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)^T \cdot \lambda$$

$$2. \quad \lambda(t_f) = 0$$

$$3. \quad \frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

Uitwerking hiervan levert:

$$1. \quad \underline{\dot{x}} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x_1} \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} \\ \vdots \end{bmatrix} - A^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$3: \quad \frac{\partial H}{\partial u} = 2 \cdot u \cdot R + B^T \cdot \underline{\lambda} = 0$$

u is scalar, $R = 1$

$$u = -\frac{1}{2} \cdot B^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} - \frac{1}{2} B \cdot B^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$\dot{\underline{\lambda}} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{x}} - A^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$\lambda(t_f) = 0$$

Dit is het „two-point-boundary-value-problem.”

Verdere uitwerking levert 8 vergelijkingen met 8 onbekenden, en 4 begin- en 4 eindvoorwaarden.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{m_1}\right)^2 & \frac{-1}{m_1 m_2} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{m_1 m_2} & \left(\frac{1}{m_2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k_1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} - 4 \cdot \begin{bmatrix} q_1 \cdot x_1^3 \\ q_2 \cdot x_2^3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Alternative regelstrategie.

Aangezien de acht vergelijkingen van het TPBV-probleem niet oplosbaar bleken te zijn, zal in hetvolgende geprobeerd worden om de alternative, niet-lineaire regelstrategie met beperkte t.t.k. te vinden, die de bekende, optimale regelstrategie met het kwadratisch weegcriterium, zo goed mogelijke benadert.

Beperkte toestands terugkoppeling wordt toegepast onder de aanname dat niet alle toestandsgrootheden (gemakkelijk) meetbaar zijn. Daarbij komt ook nog dat volledige toestands terugkoppeling de bekende (uit de LQR-theorie) regelwet gebruikt.

5.1 Afleiding optimale regelstrategie.

Het optimale ingangssignaal $u(t)$ minimaleert de integraal

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (y^T Q \cdot y + u^T R \cdot u) dt$$

voor $t_f \rightarrow \infty$ onder de volgende voorwaarden:

$$\dot{x} = Ax + Bu + \bar{E}w$$

$$y = Cx + Du$$

$$x(t_0) = x_0$$

Hier wordt verder volstaan met de vermelding van de oplossing (voor $t_f \rightarrow \infty$).

Afwerking en details zijn te vinden in [2], [3].

$$u_{\text{opt}}(t) = -V^{-1}(B^T P + D^T Q \cdot C) \cdot x(t)$$

met $V = D^T Q \cdot D + R$ en P is de oplossing van de algebraïsche Riccati-vergelijking.

Met een zodanig geregeld systeem zijn simulaties uitgevoerd, door een stappelijke verstoring in het wegdeksignaal te beschouwen. De hoogte van de step bedraagt 7,1 cm. Resultaten van deze simulaties zijn te zien in bijlage A. Hierbij dienen enkele opmerkingen geplaatst te worden:

1. De teken y bevat in dit geval drie grootheden: a. de bandindrukking $y_1 - y_0$
b. de veerindrukking $y_2 - y_1$
c. de versnelling van het chassis \ddot{y}_2 .
 q_1, q_2 en q_3 zijn hun respectieve weegfactoren.
2. Ingangssignaal u en \ddot{y}_2 zijn direct aan elkaar gerelateerd; slechts één van deze twee grootheden kan onafhankelijk gewogen worden in integraal J : u wordt gewogen middels R , $q_3 = 0$.

5.2. Beperkte toestandsverugkoppeling.

Het is in praktijk erg moeilijk en duur om de gehele toestandskrom te meten. In dit hoofdstuk zal gezocht worden naar een regelwet, die gebaseerd is op beperkte toestandsverugkoppeling.

De beperkte toestandskrom bevat slechts een relatieve verplaatsing ($y_2 - y_1$) en een relatieve snelheid ($\dot{y}_2 - \dot{y}_1$). Met deze twee grootheden is een „fit“ gemaakt (u_{bep}) op het optimale regelsignaal u_{opt} .

$$- [\underline{x}_{\text{bep}}] \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = [u_{\text{opt}}]$$

Dit overbepaalde stelsel is opgelost met behulp van de kleinste-kwadraten-methode.

De oplossing, de terugkoppelparameters L_1 en L_2 , is in feite op te vatten als een

veer-demper-combinatie:

$$\text{veerconstante } L_1 = 4,1 \cdot 10^5 \text{ N/m.}$$

$$\text{dempingsconstante } L_2 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ Ns/m.}$$

Simulaties met de gevonden L_1, L_2 en een stap als wegdekverstoring (hoogte 7,1 cm) tonen dat bij het systeem met beperkte f.t.k. verbetering optreedt bij de bandindrukking $y_1 - y_0$, maar verslechtering bij de veerindruckking $y_2 - y_1$ en bij de versnelling \dot{y}_2 . De bandindrukking is kleiner, de veerindruckking is groter en dempt langzamer uit, de versnelling dempt langzamer uit.

De polen van het volledig teruggekoppelde systeem zijn: $p_{\text{pol}1,2} = -9,45 \pm 69,7 i$
 $p_{\text{pol}3,4} = -8,53 \pm 11,2 i$

En van het beperkt teruggekoppelde systeem:

$$\begin{aligned} p_{1,2} \text{ bep} &= -13,6 \pm 69,5 i \\ p_{3,4} \text{ bep} &= -1,89 \pm 6,45 i \end{aligned}$$

Polen $p_{3,4}$ bep liggen veel dichter bij de imaginaire as en veroorzaken de verslechting van het dynamisch gedrag van het beperkt teruggekoppelde systeem.

6. Hogere orde benaderingen.

Het dynamisch gedrag van het beperkt strog gekoppelde systeem blijft in sterke mate afhankelijk van de kwaliteit van de "fit" op het optimale regelsignaal $u(t)$.

Eén mogelijkheid om de fit te verbeteren is het gebruik van weegfactoren. Zo'n weegfactor dient dan alleen gebruikt te worden op plaatsen waar een u fit sterk afwijkt van u_{opt} . Een weegfactor $W(x)$ kan meegenomen worden in stap 3 van subroutine fit: de som

$$E(D_0, a) = \sum_{i=1}^n W(x_i) \cdot |u_i - g(x_i, a)|^2 \text{ wordt}$$

dan geminimaliseerd

Een andere mogelijkheid ter verbetering van de fit is het toevoegen van

extra termen in het polynoom $G(x, a)$
en dus ook in de regelwet, bv. $2^e, 3^e, 4^e$
en 5^e machten van de toestandsgröotheden.

Allereerst wordt getracht een fit te maken met:

$$G(y, a) = a_1(y_2 - y_1) + a_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + a_3(y_2 - y_1)^2 + a_4(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2$$

In bijlage C. is het resultaat van deze fit te zien. Simulaties met de gevonden parameters a_1 t/m a_4 demonstreren het slechte dynamisch gedrag van het systeem. De kwadratische termen uit de regelwet negeren een eventueel min teken van de toestandsgröotheden. Termen met een even ($2^e, 4^e$, enz..) macht zullen in de regelwet niet meegenomen worden.

Om een betere fit te verkrijgen worden nu achtereenvolgens de volgende polynomen gebruikt:

$$G(y, a)_{1,3} = a_1 \cdot (y_2 - y_1) + a_2 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + a_3 (y_2 - y_1)^3 + a_4 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1)^3$$

en

$$G(y, a)_{1,3,5} = a_1 \cdot (y_2 - y_1) + a_2 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + a_3 (y_2 - y_1)^3 + a_4 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1)^3 + a_5 (y_2 - y_1)^5 + a_6 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1)^5$$

In bijlage D zijn deze twee fits te zien.

Verdere toevoegingen van hogere machten aan het polynoom hebben geen belangrijke invloed meer op de kwaliteit van de fit.

Opmerking: het systeem is nu niet-lineair:
 $a_3, a_4, (a_5, a_6)$ hebben geen fysische betekenis meer, a_1 kan nog steeds opgevat worden als een veerconstante, a_2 als een dempingsconstante.

Het polynoom $G_{13}(y, a)$ levert een regelwet $u_{13} = L_1(y_2 - y_1) + L_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + L_3(y_2 - y_1)^3 + L_4(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^3$

Met deze regelwet zijn simulaties uitgevoerd; het dynamisch gedrag oogt bevreidigend. Volgens Gordon moeten er nu tests uitgevoerd worden met andere wegdeksignalen.

Bijlage E toont de responsie van het systeem voor een positieve stap als wegdek. De resultaten voor een negatieve stap zijn weinig verrassend; dezelfde als in bijlage E, maar dan gespiegeld in de horizontale as.

Wanneer een sinusvormig wegdek signaal gekozen wordt ($y_0 = a \cdot \sin(\omega t)$), kunnen „overdrachtsfuncties” van het niet-lineaire

sySTEEM gemaakt worden.

Drie systemen, nl. lineair en volledig teruggekoppeld, lineair en beperkt teruggekoppeld en niet-lineair kunnen met behulp van deze overdrachtsfuncties vergeleken worden. Dit is wat Gordon doet in de subroutine "Synthesis".

In bijlage F zijn „overdrachtsfuncties" van de drie systemen te zien.

Wanneer de „fits" goed zijn, liggen de drie overdrachtsfuncties precies op elkaar.

7. Conclusies.

I: Het TPBV-probleem is analytisch niet op te lossen, achterwaartse tijd integratie m.b.v. matlab ging mis omdat de eerste vier vergelijkingen instabiel zijn in achterwaartse tijd.

Ook Maple kon het niet oplossen.

II: Subroutine "fit" functioneert goed:

Polynomen met een hogere orde dan 5 leveren geen wezenlijke verbetering op.

III: De regelwet kan alleen oneven machten van de toestand bevatten; even machten houden geen rekening met een min-teken.

IV: Beperkte bestandskrakoppeling

(alleen $y_2 - y_1$ en $\dot{y}_2 - \dot{y}_1$) werkt in dit
geval uitstekend. Bijlage F.

IV: Het niet-lineaire systeem presteert
op alle fronten slechter dan het
optimale systeem. Dit is te verklaren
uit het feit dat:

1. de gebruikte regelwet een benadering
is voor het optimale signaal $u(t)$, ~~dit~~
2. slechts beperkte toestandsterugkoppeling
gebruikt wordt. Volledige t.t.k. leidt
tot de lineaire regelwet die de hele
"fit"-routine overbodig maakt.

V: Wanneer een oplossing $\tilde{u}(t)$ verbreken
is voor het TPBV-problem, zijn sub-

routines „fit“ en „synthesis“ prima gereedschappen om een regelwet te construeren. Of deze regelwet ook goed werkt voor andere wegdek-signalen zal simulatie moeten uitwijzen.

Belangrijk is de keuze voor het wegdek-signaal, waarvoor het TPBV-probleem opgelost moet worden: een slavormige verstoring blijkt niet representatief te zijn.

8. Aanbevelingen.

I: het oplossen van het TPBV-probleem vraagt om verder onderzoek;

Misschien dat een transformatie naar het Laplace domein oplossing biedt:

$$\dot{\underline{x}} = -4 \begin{bmatrix} q_1 & x_i^3 \end{bmatrix} - A^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$(S\mathbf{I} + A^T) \cdot L(\underline{\lambda}) = -4 \cdot L \begin{bmatrix} q_1 & x_i^3 \end{bmatrix}$$

$$L(\underline{\lambda}) = -4(S\mathbf{I} + A^T) L \begin{bmatrix} q_1 & x_i^3 \end{bmatrix}$$

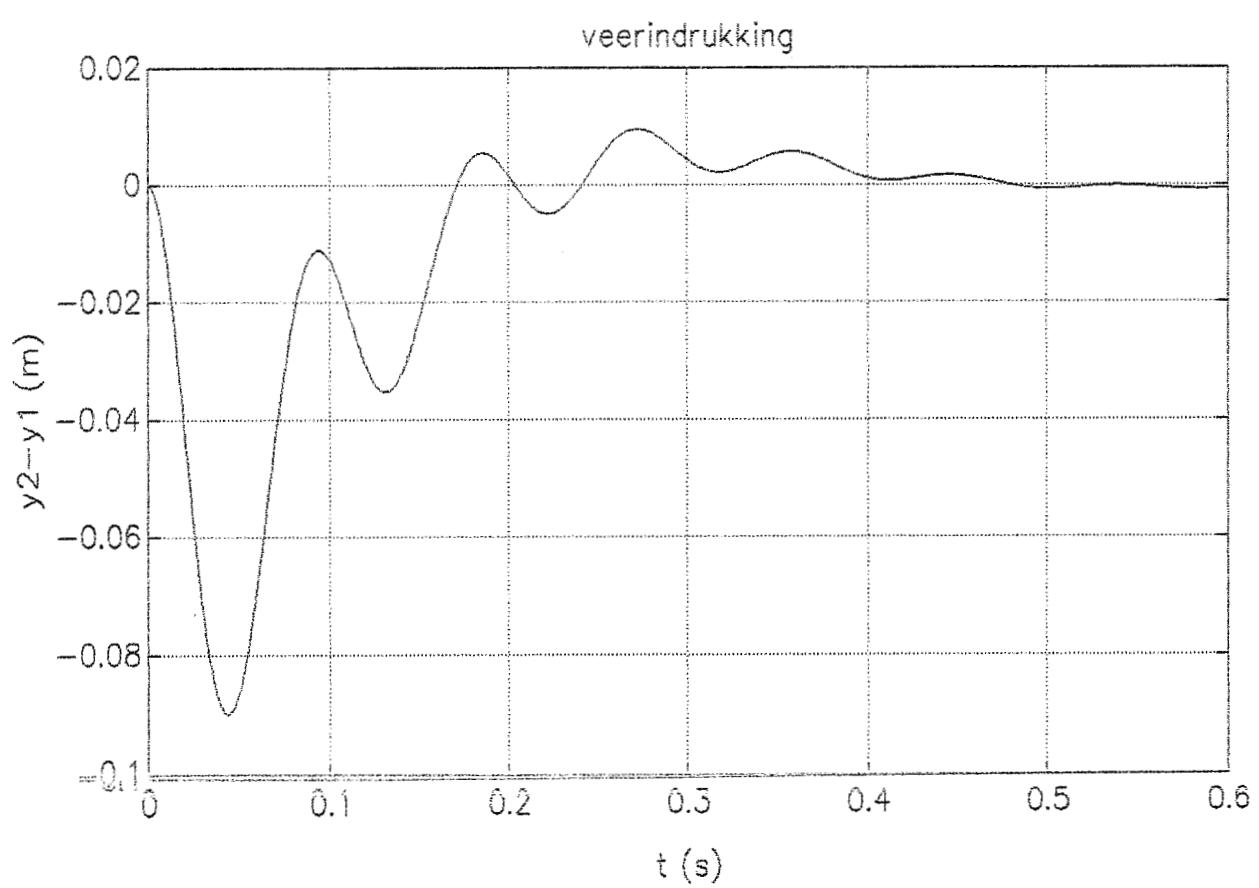
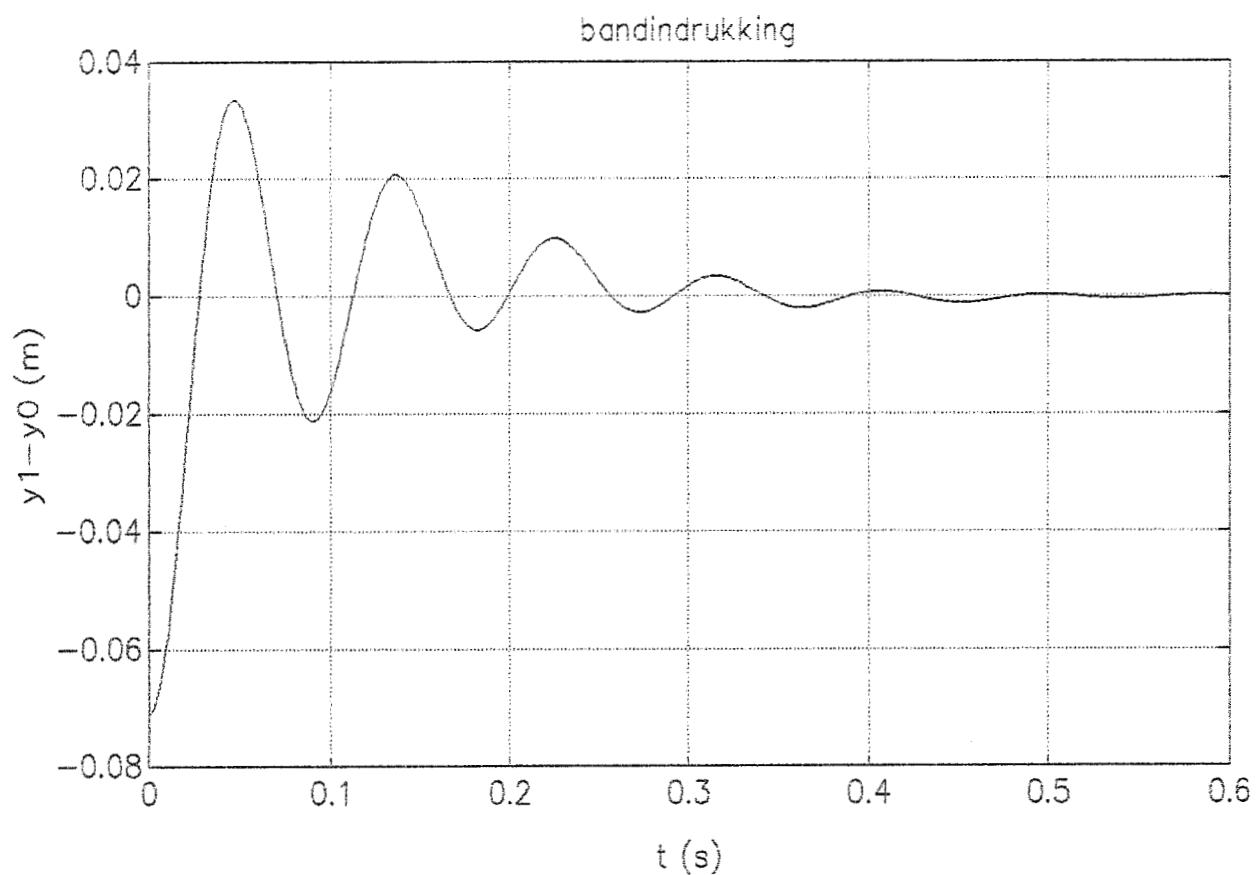
II: de fit met het polynoom $G_{13}(y, a)$ is niet goed genoeg. Daarom zal een weegfactor ingevoerd moeten worden om de fit van bijlage D in het gebied $0,1 \leq t \leq 0,3$ s. te verbeteren.

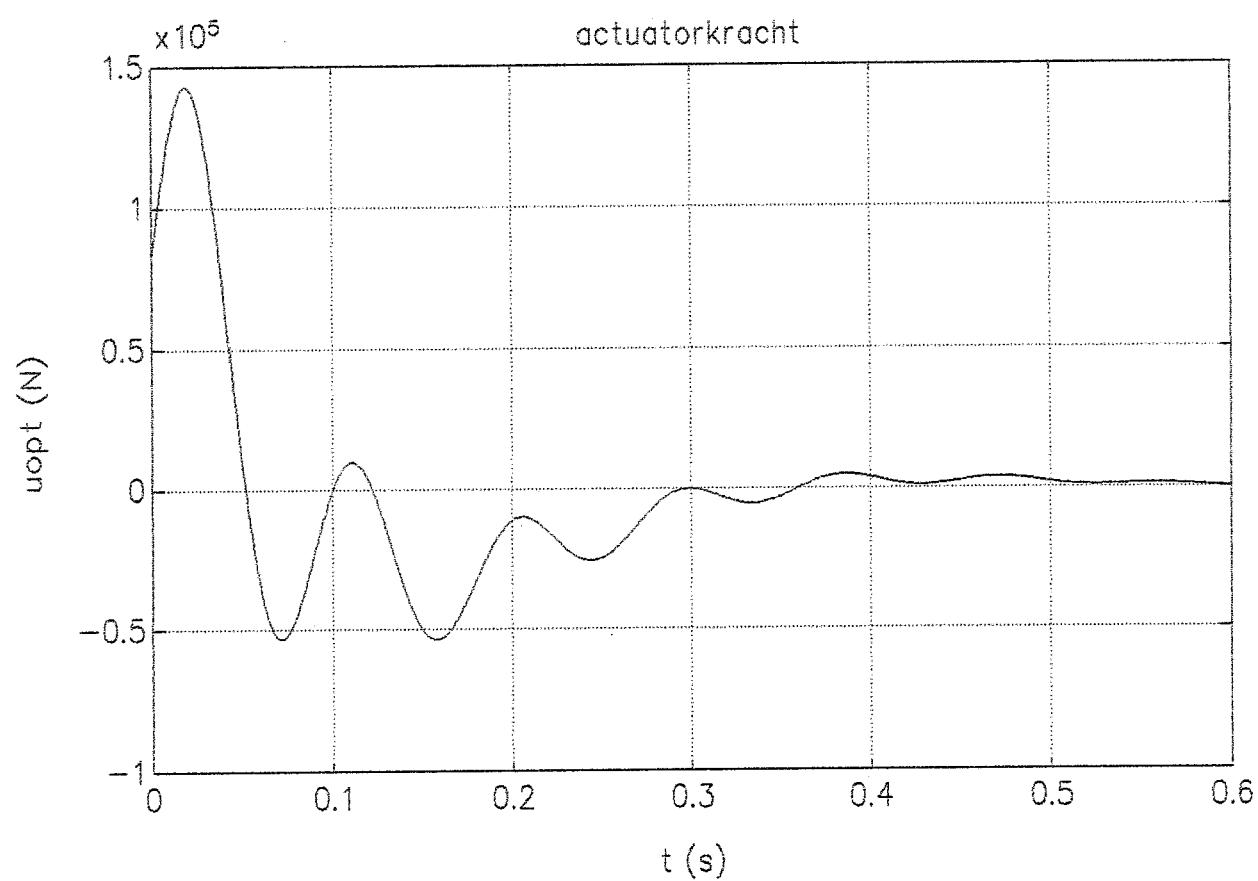
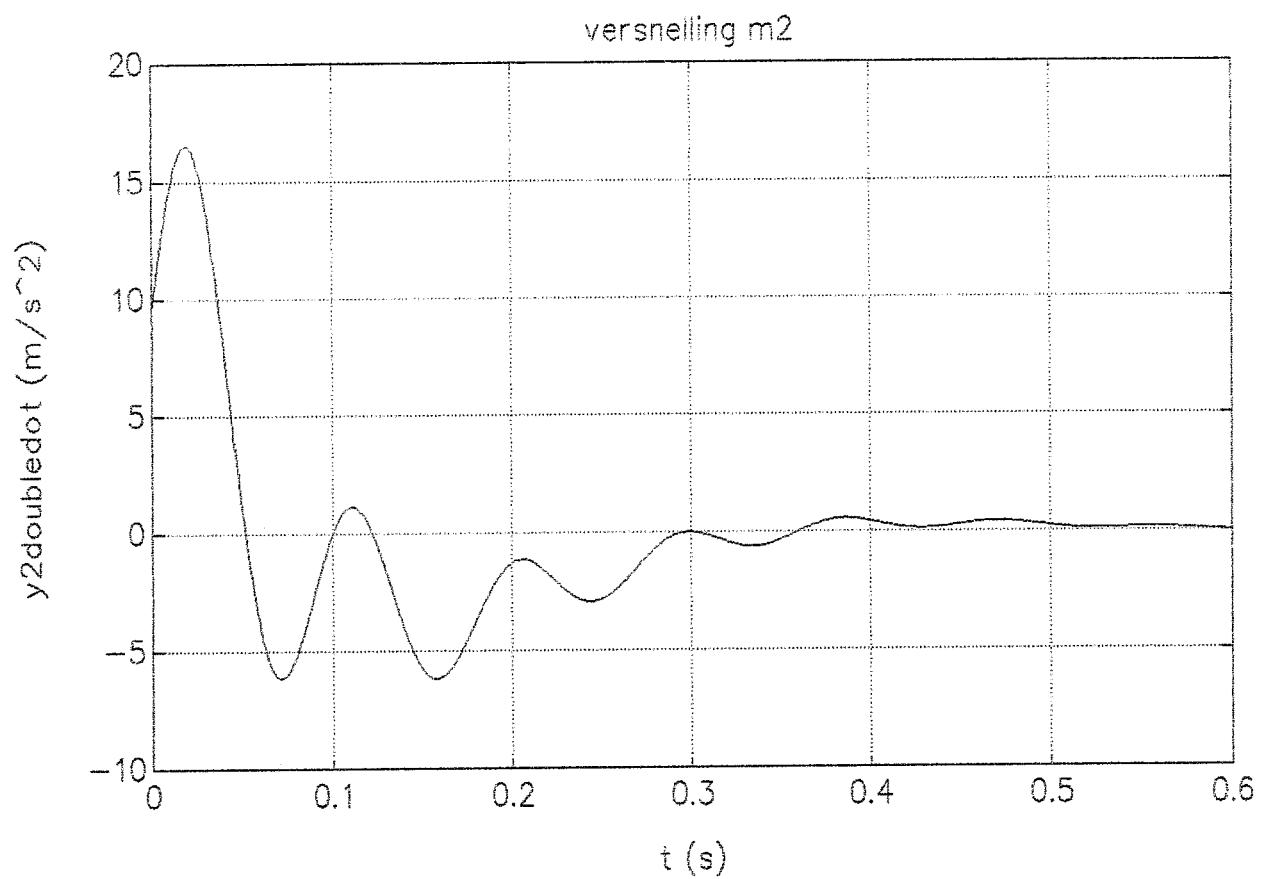
Dit paste niet meer in het tijdsbereik van deze stage.

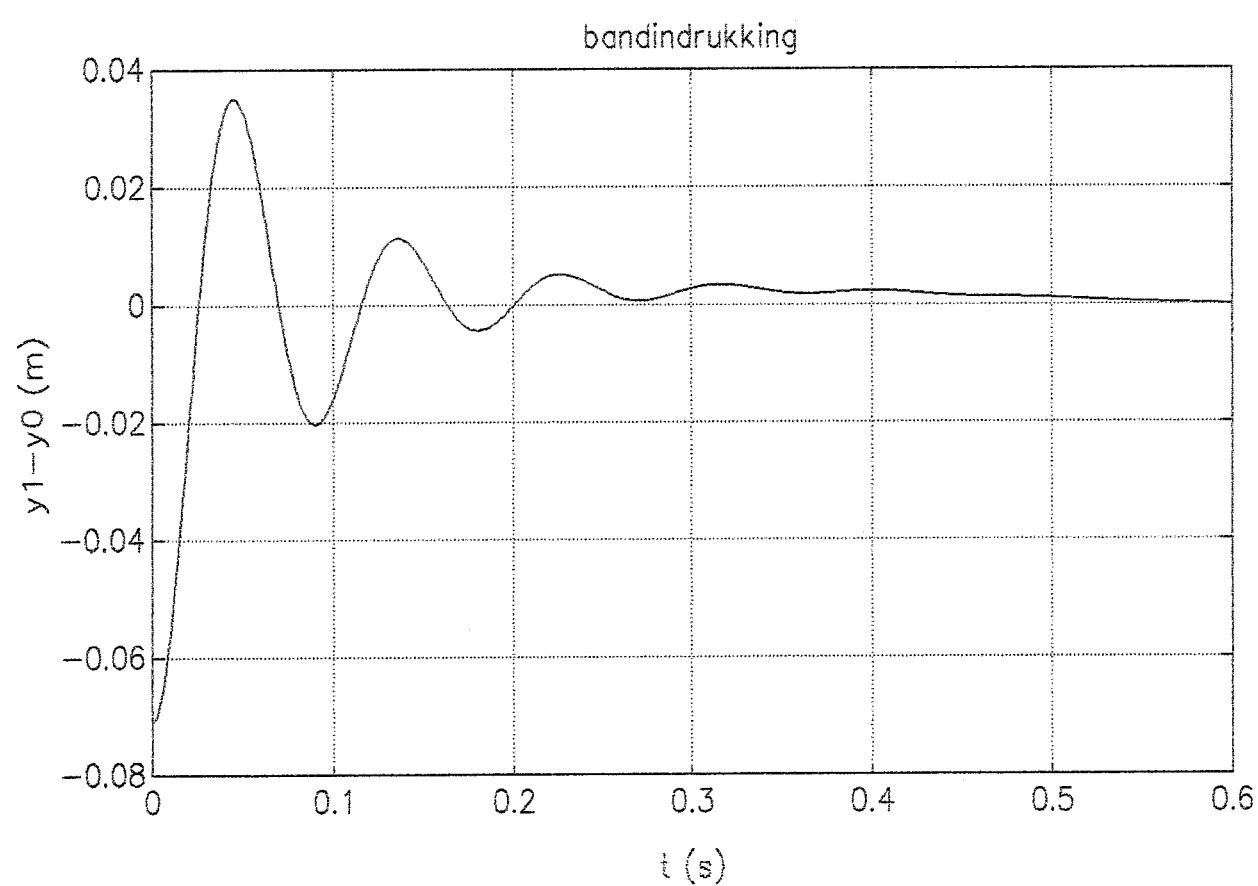
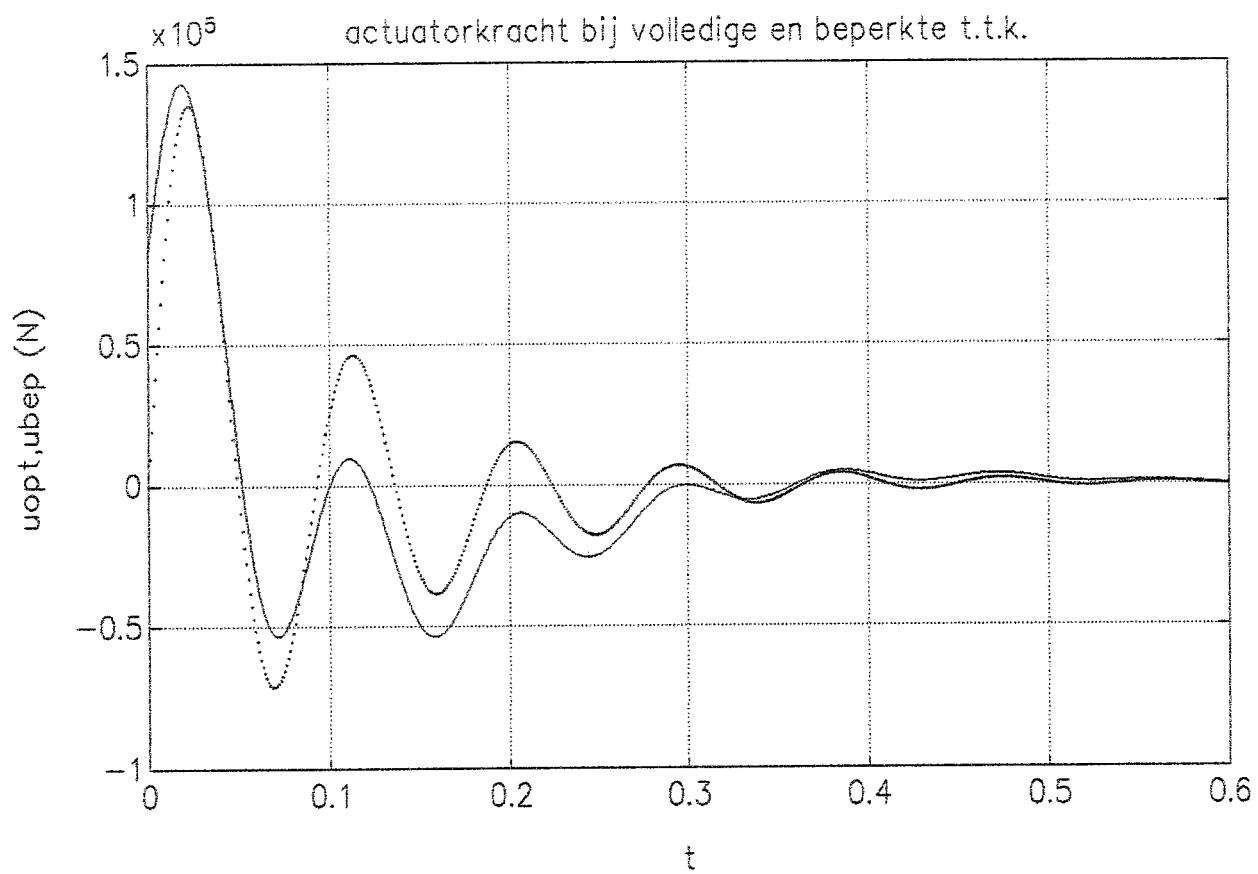
III: bij toevoeging van termen aan het polynoom $G(y,a)$ moet niet alleen gedacht worden aan y^3, y^5 enz., maar ook aan kruistermen van verschillende toestandsgrootheden en aan termen als $\sin(y), \cos(y)$.

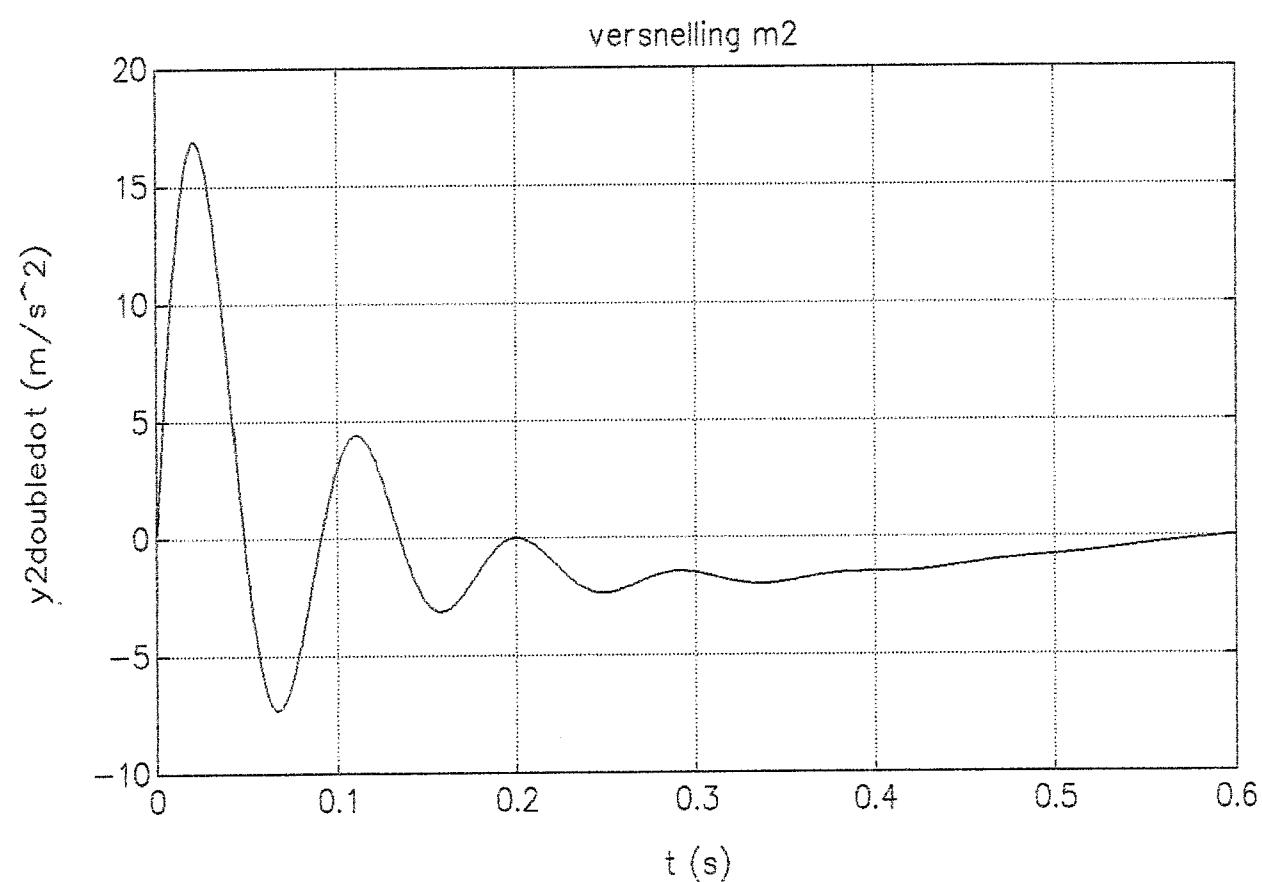
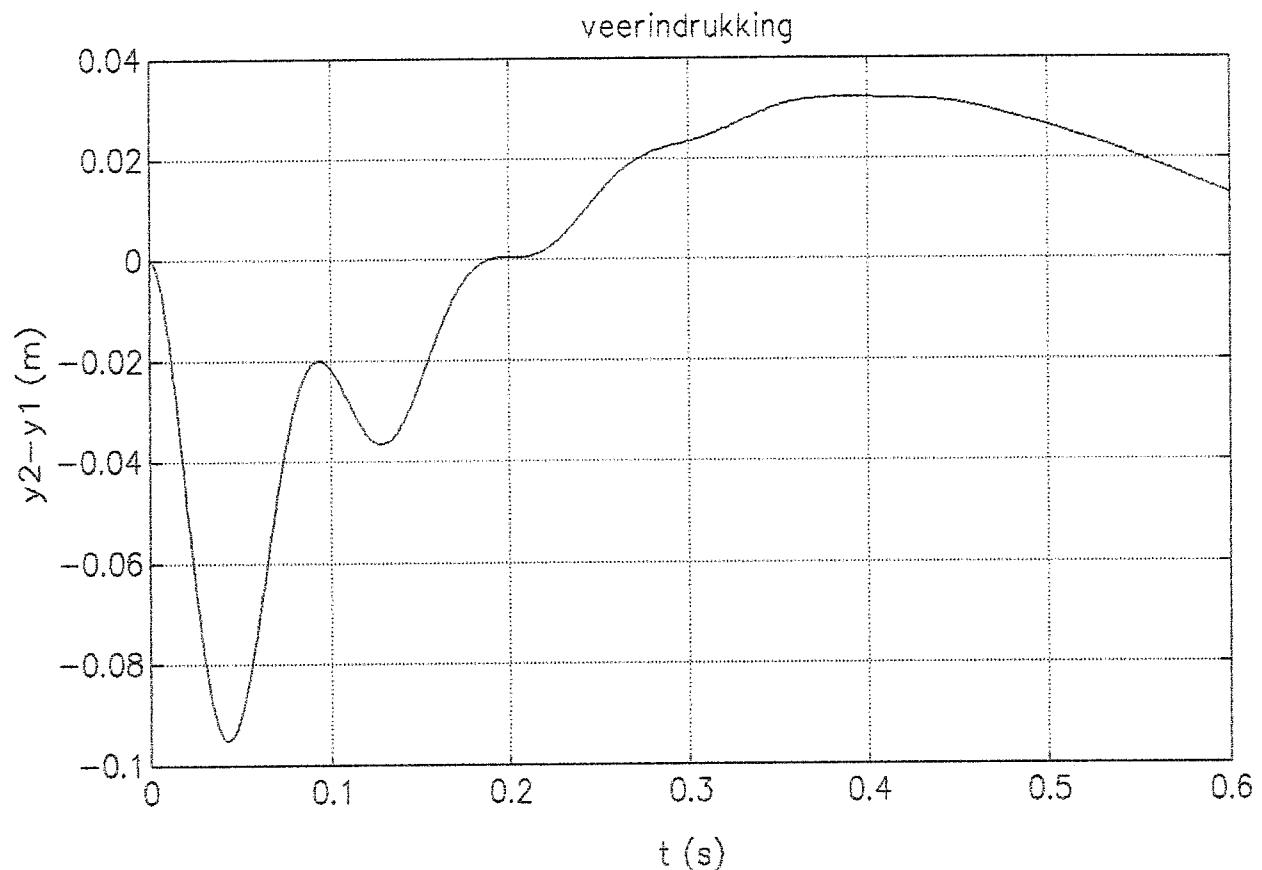
Literatuur.

- [1] Gordon T.J., Marsh C., Milsted M.G., Control law design for active and semi-active automobile suspension systems, VDI-Berichte nr 816, 1990, blz. 537-546;
- [2] Huisman R., An investigation into the theoretical feasibility of active suspensions with preview, WFW 90.042;
- [3] Kok J.J., Werktaugkundige regeltechniek II.
- [4] Bryson A.E., Ho Y.C., Applied optimal Control, 1969

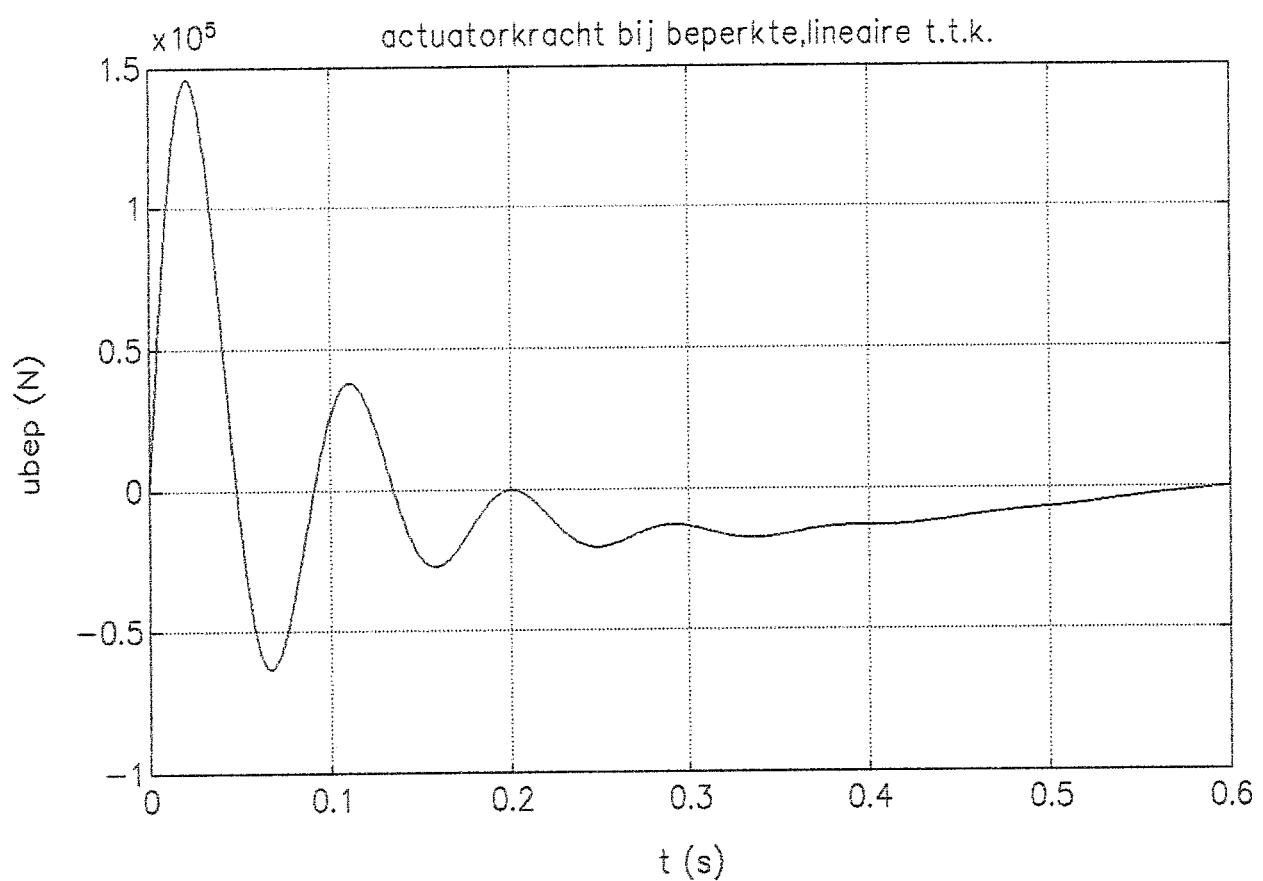




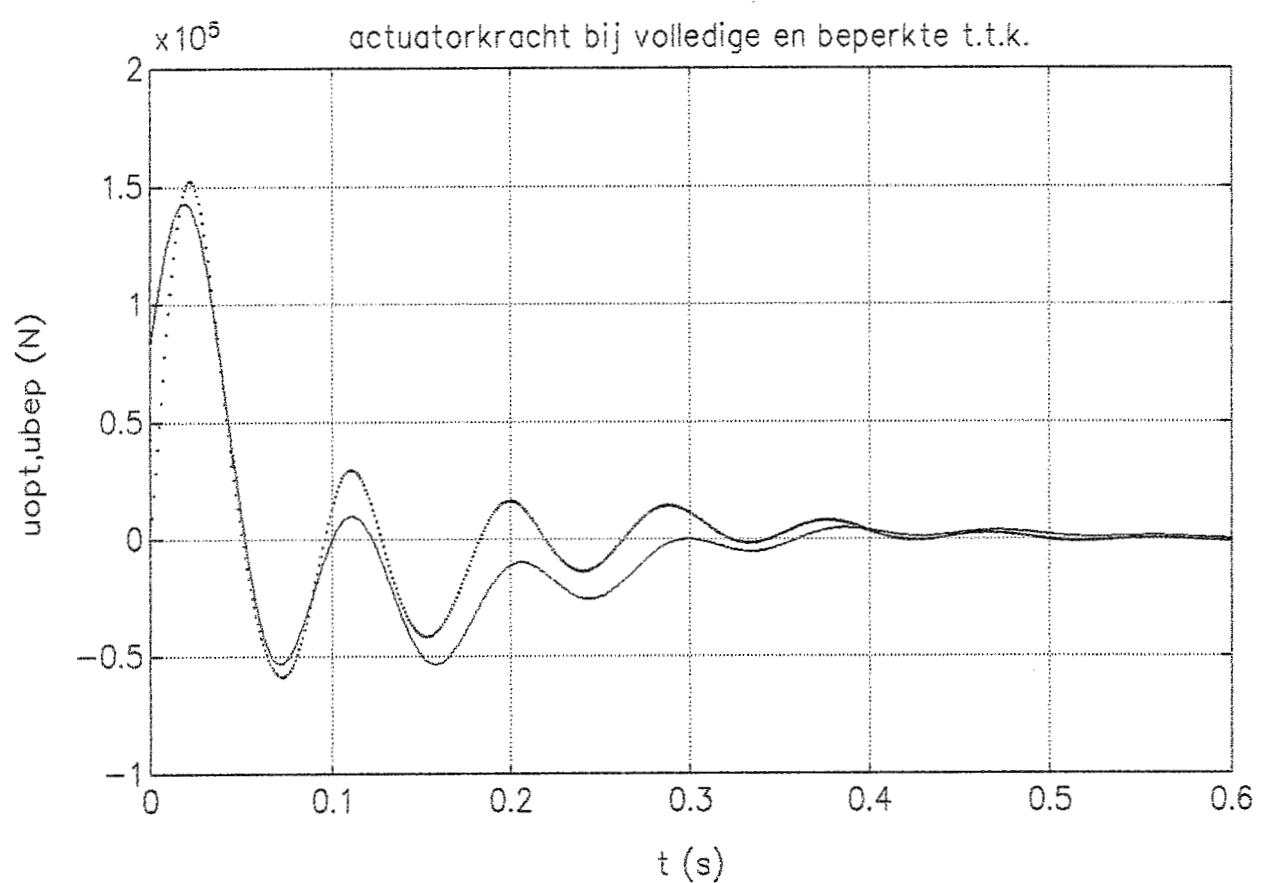


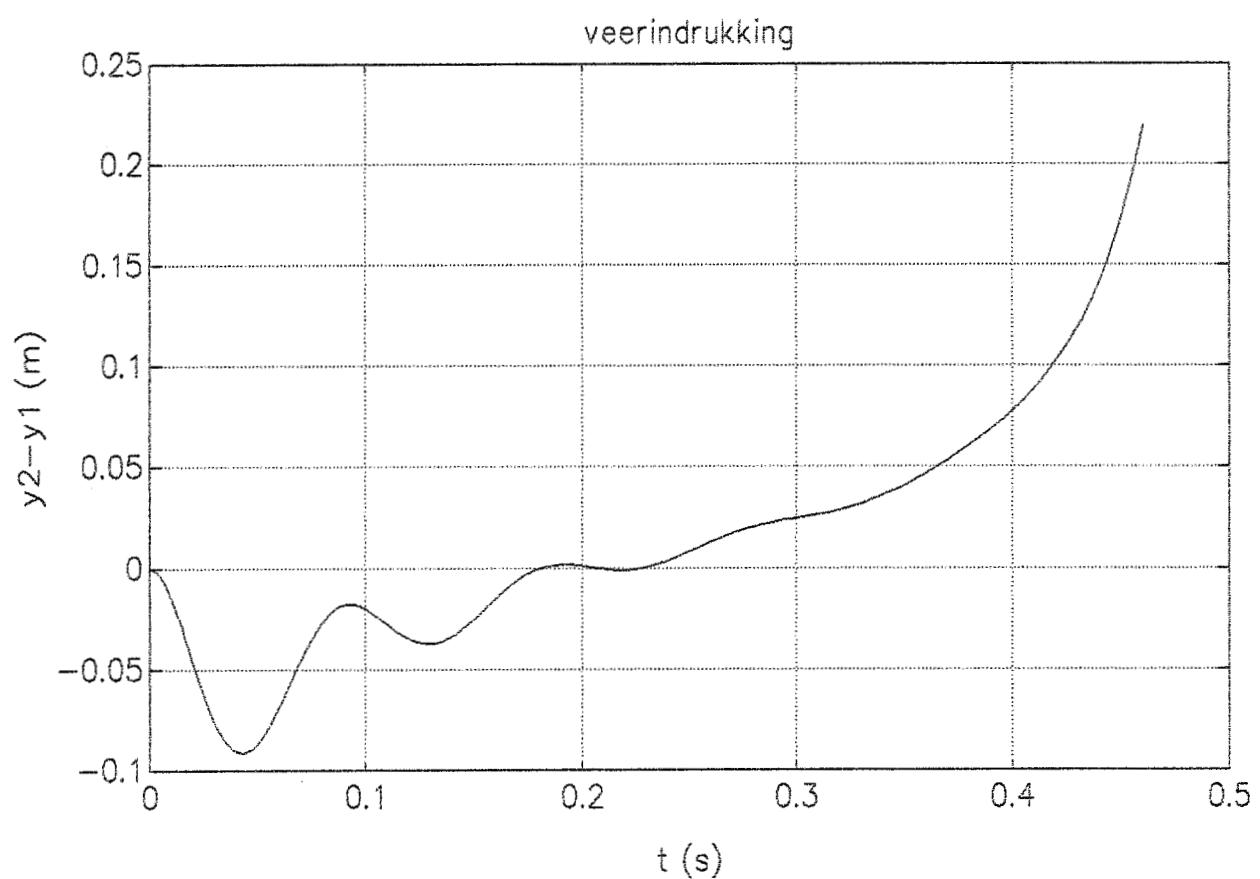
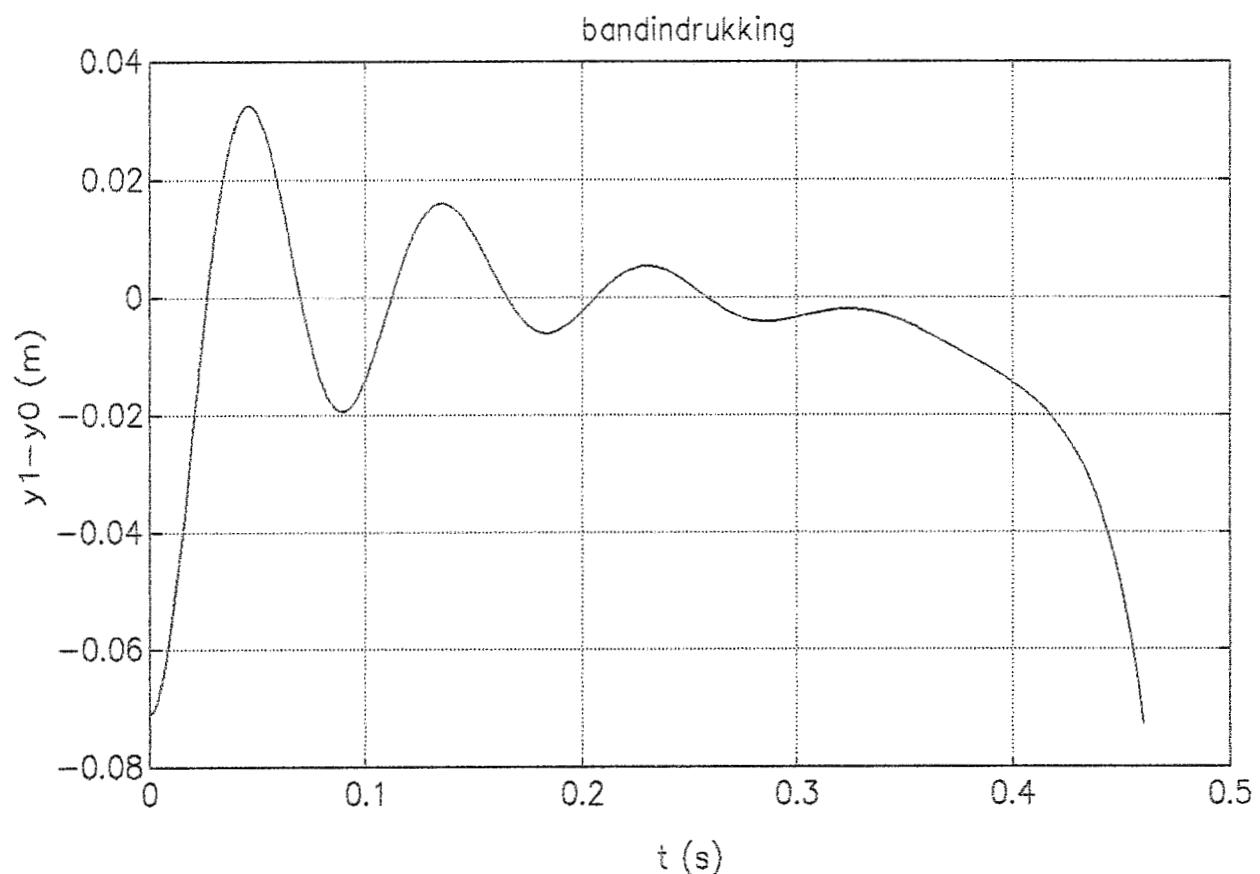


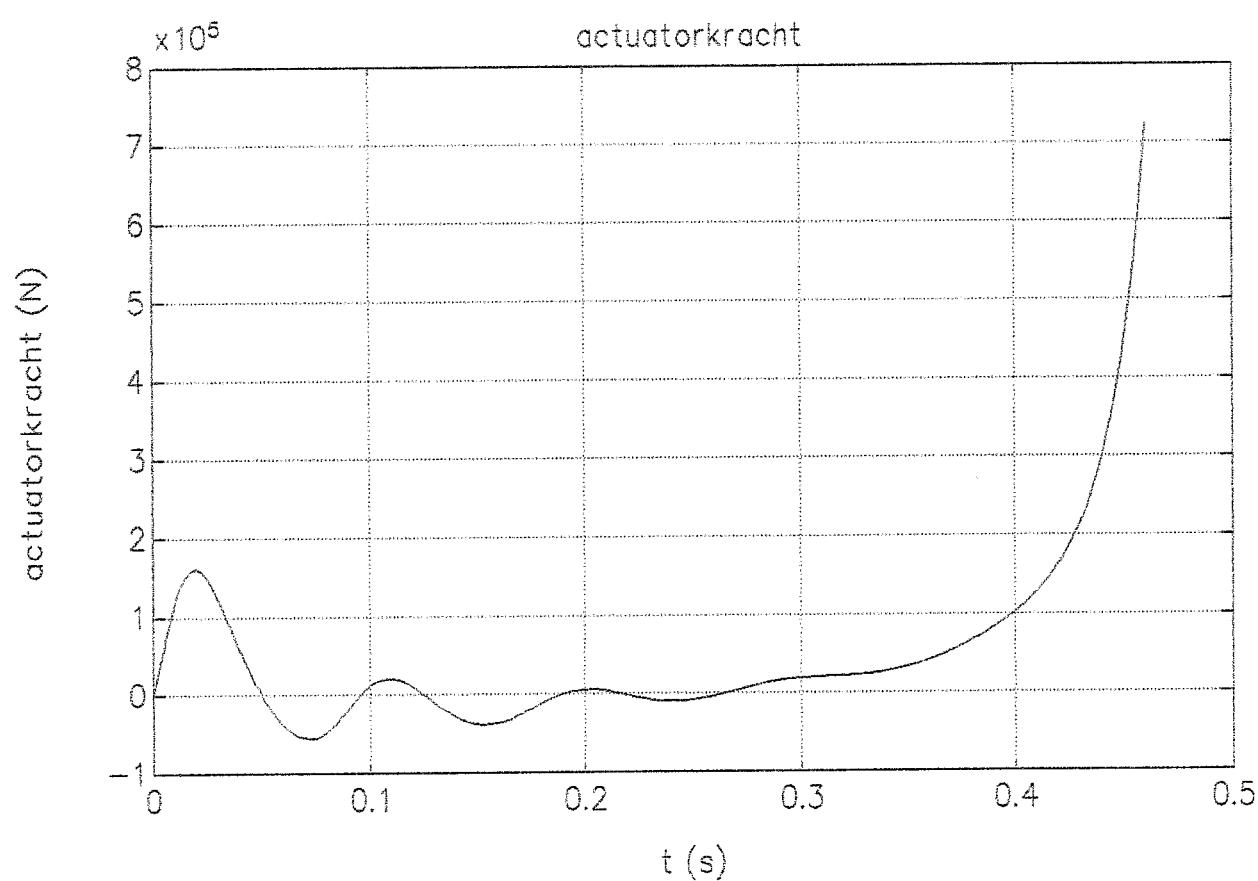
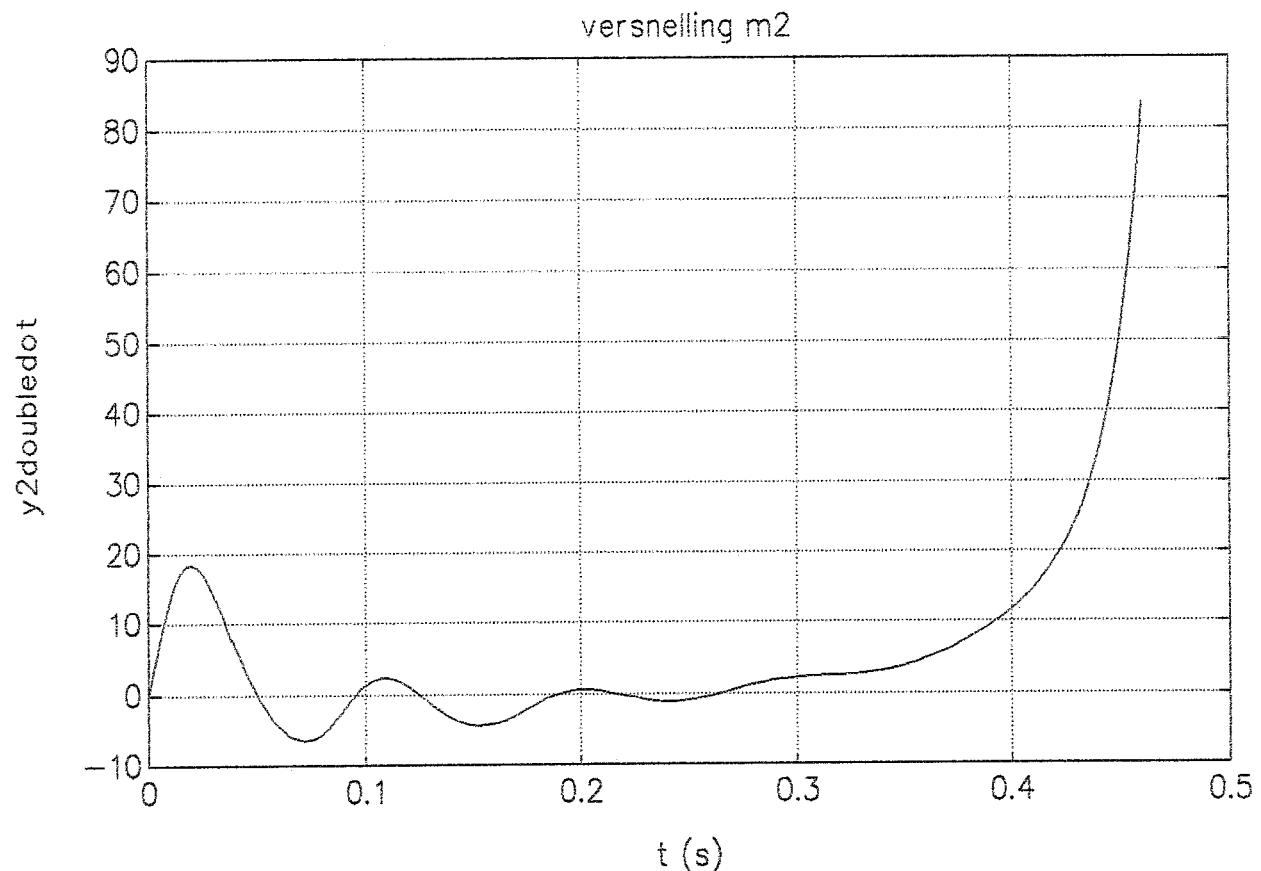
Bijlage B.



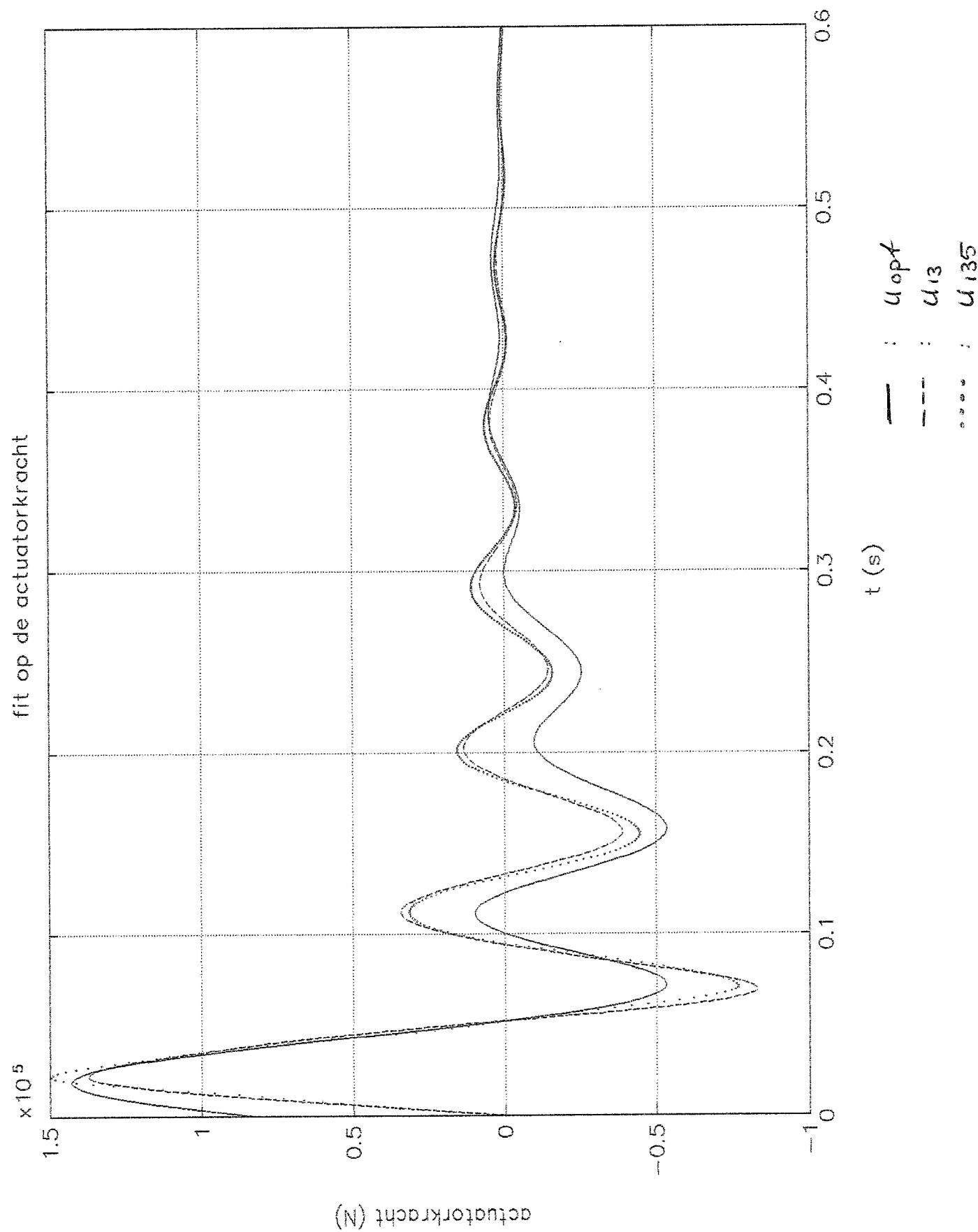
Bijlage C.

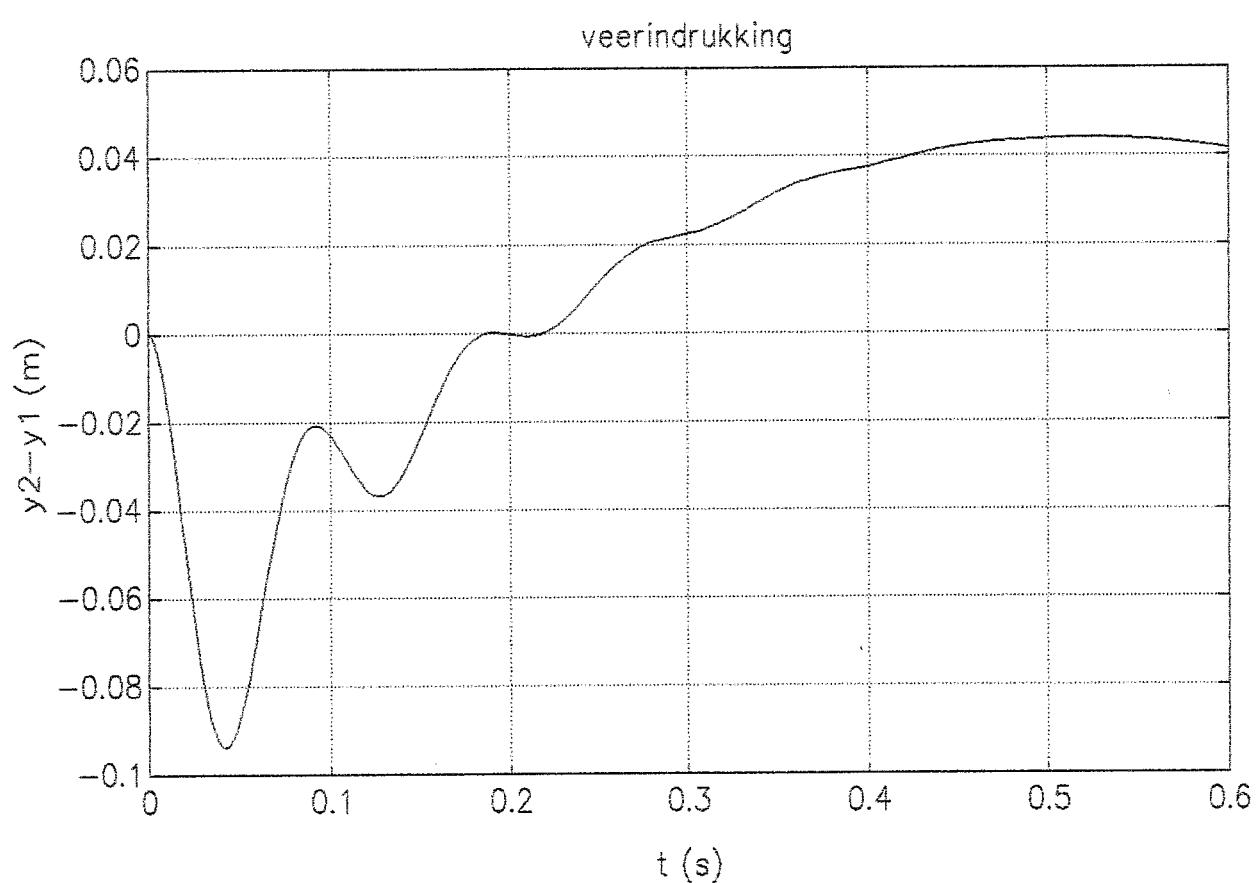
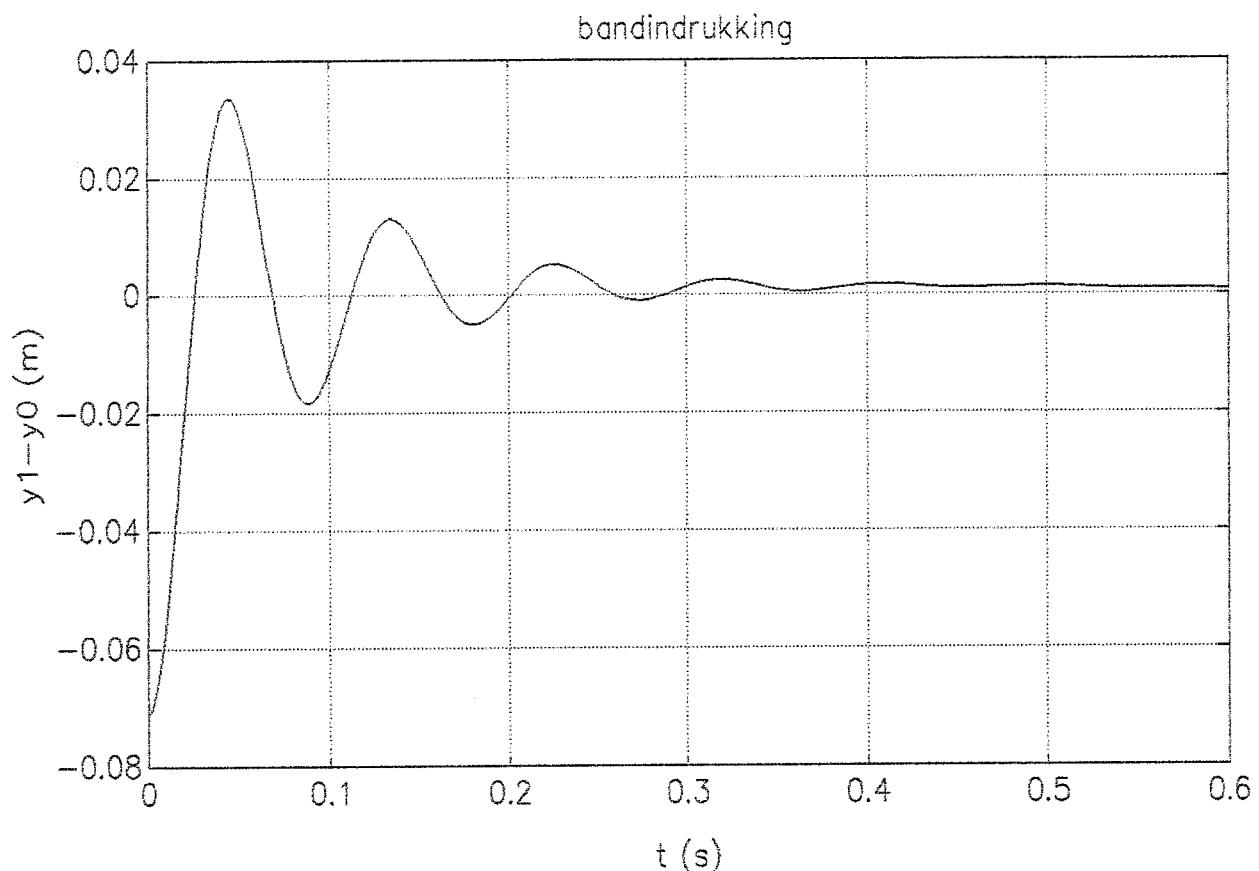


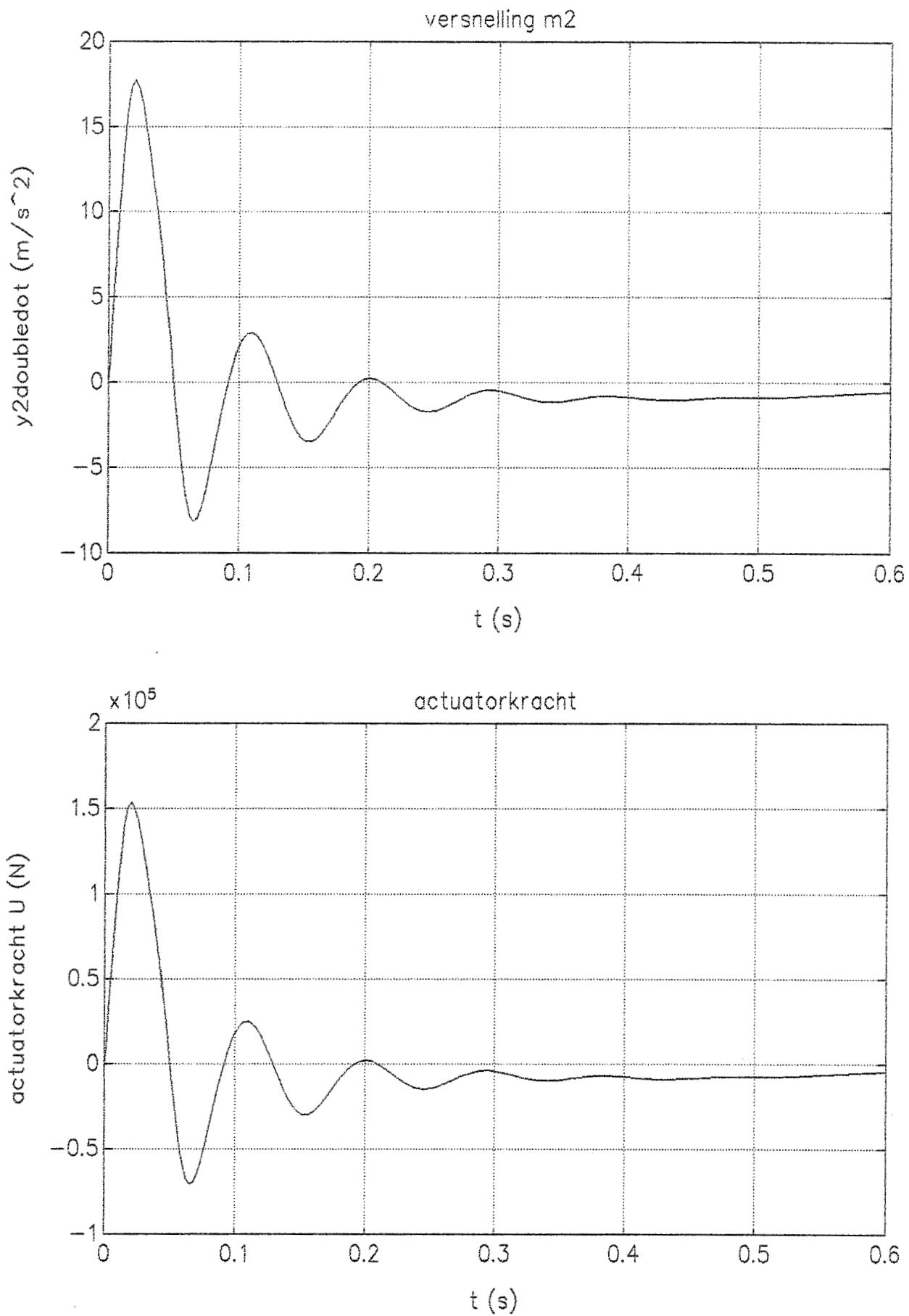


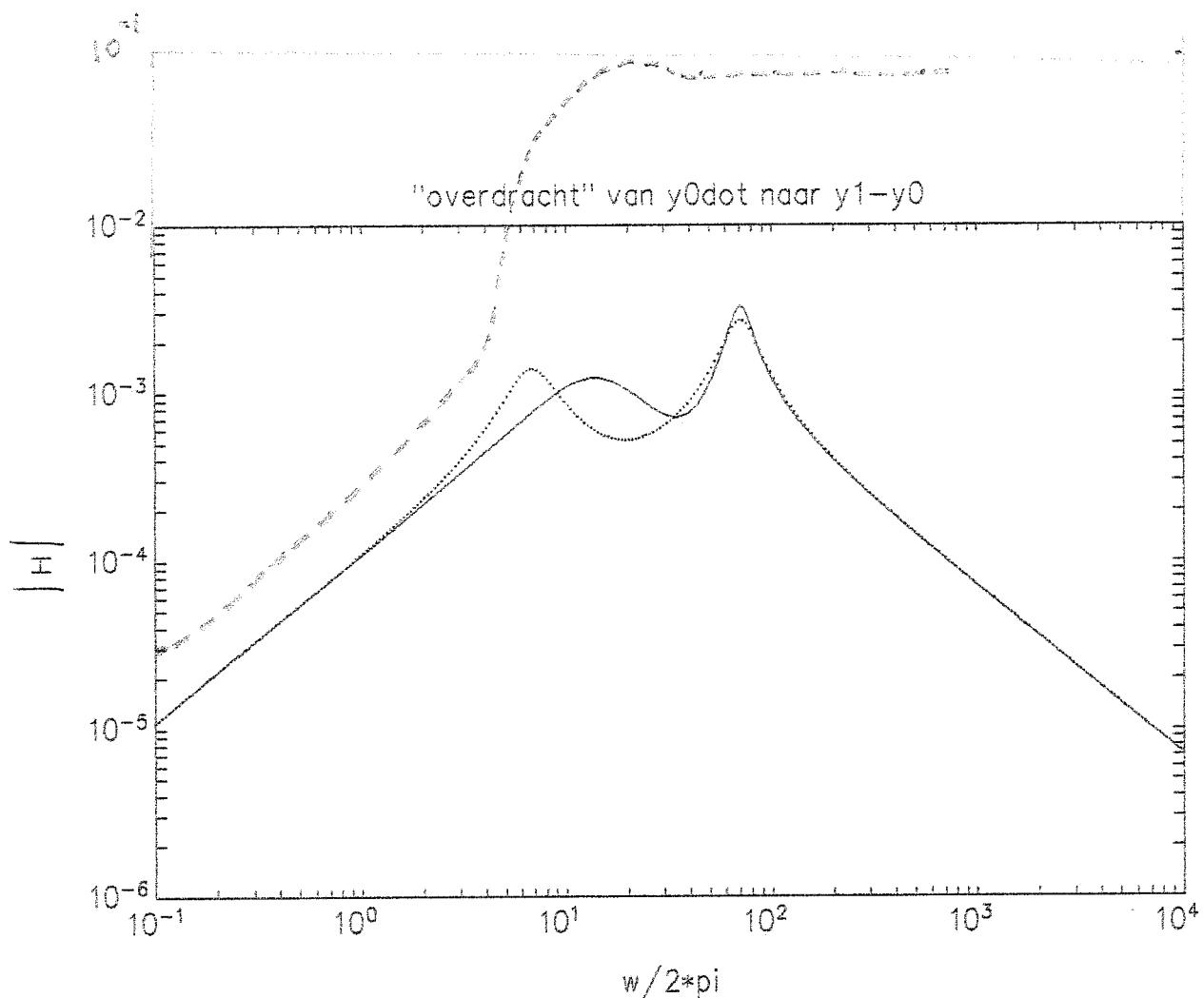


Bijlage D.





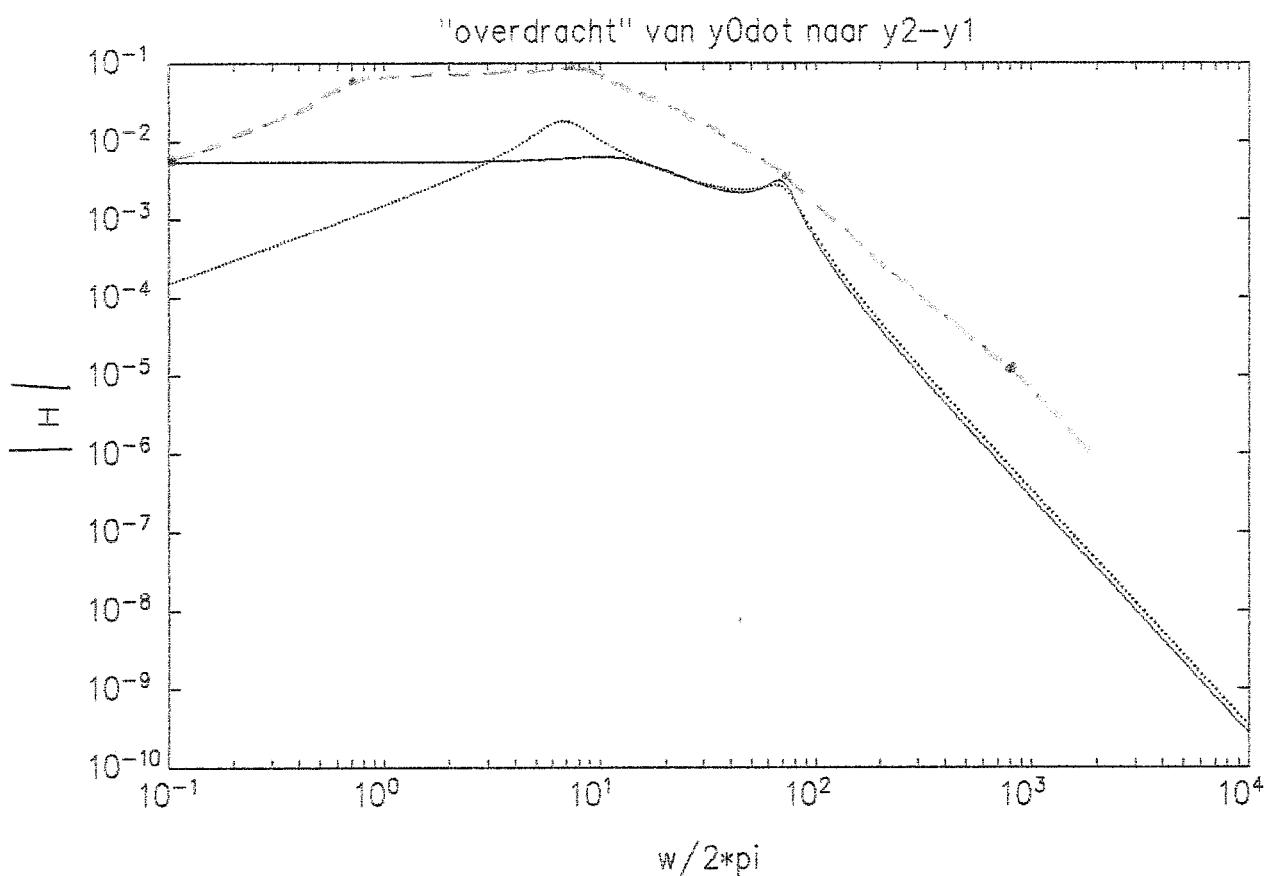




- optimale systeem.
- ... beperkt teruggekoppelde systeem
- niet-lineaire systeem

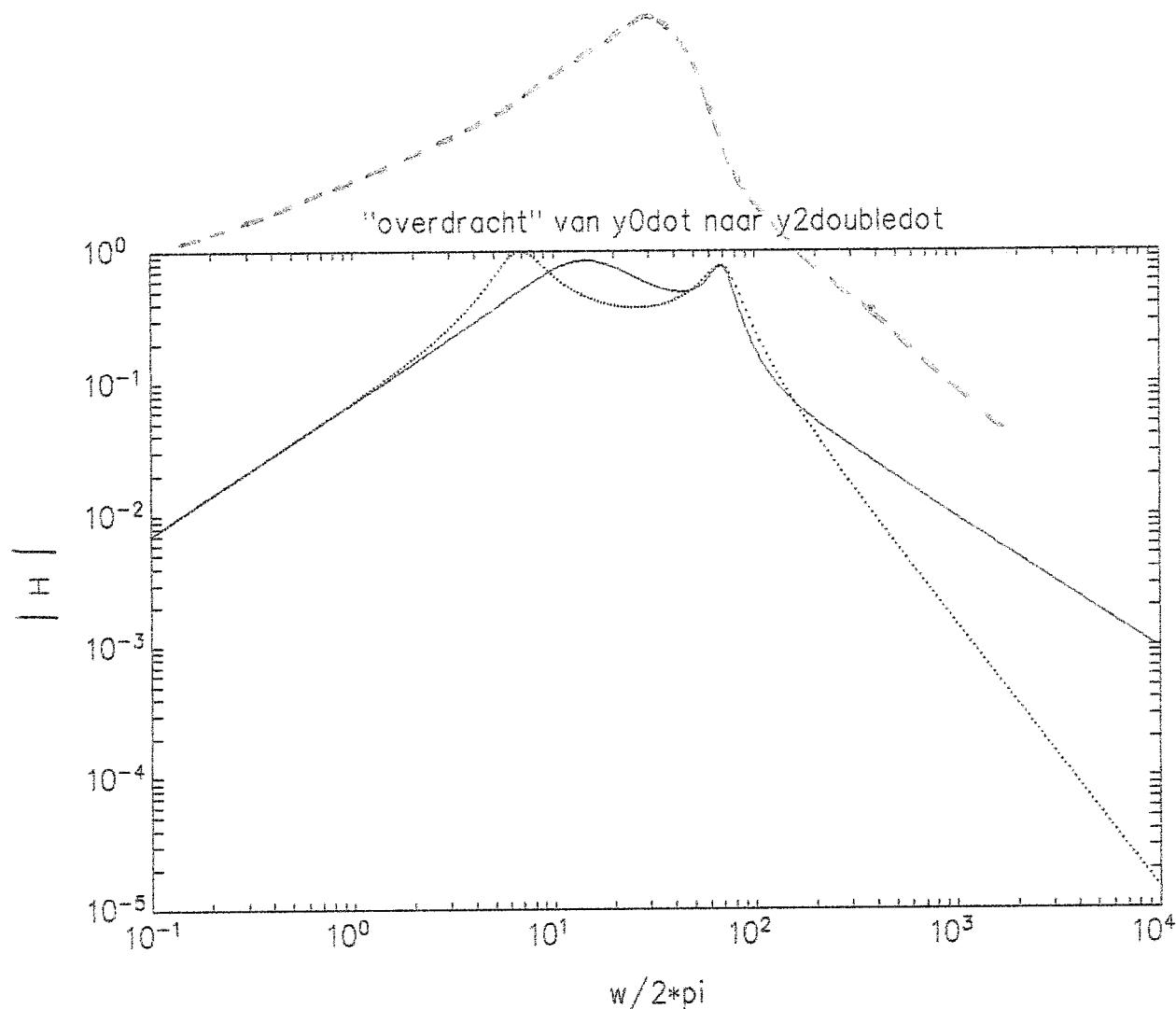
$$H = \frac{|y_1 - y_0|}{|\dot{y}_0|}$$

Bijlage F.



- optimale systeem.
- beperkt teruggekoppelde systeem.
- niet-lineaire systeem.

$$H = \left| \frac{y_2 - y_1}{\dot{y}_0} \right|$$



- optimale systeem.
- ... beperkt teruggekoppelde systeem.
- niet-lineaire systeem.

$$H = \frac{|\ddot{y}_2|}{|\dot{y}_0|}$$