

# Toetsen van rekenmodellen voor inwendige spanningen aan experimentele waarden bij het munten

**Citation for published version (APA):**

Ijpelaar, M. J. (1984). *Toetsen van rekenmodellen voor inwendige spanningen aan experimentele waarden bij het munten*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPB0114). Technische Hogeschool Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1984

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

BB 433032

*archief WPB*

TOETSEN VAN REKENMODELLEN VOOR  
INWENDIGE SPANNINGEN AAN EXPERIMEN-  
TELE WAARDEN BY HET MUNTEN

Auteur: M.J. Ypelaar

WPB-Rapport nr. 0114

aug.84

Vfcode 03

Verslag I1-opdracht

Begeleiding: Dr.Ir. J.A.H. Ramaekers

## Voorwoord.

De I1-opdracht is verricht aan de T.H.Eindhoven bij de vakgroep Produktie-technologie en Bedrijfsmechanisatie van de afdeling der Werktuigbouwkunde.

Tijdens mijn opdracht ben ik begeleid door Dr.Ir. J.A.H. Ramaekers, die mij goede adviezen heeft gegeven met betrekking tot de aanpak van de opdracht.

De proeven zijn verricht in het laboratorium voor omvormtechniek onder leiding van de heer M.J.H. Smeets.

Doordat ik de theorie van het munten heb kunnen toetsen aan de experimentele resultaten, ben ik me bewust geworden van het grote nut om met eenvoudige modelvorming tot een goede benadering van de praktijkwaarden te komen.

Hierdoor heb ik de opdracht als zeer leerzaam ervaren.

Verder wil ik de hierboven vernoemde personen bedanken voor de prettige samenwerking.

## Samenvatting.

Er is een experimenteel onderzoek gedaan naar de inwendige spanningen die bij het munten optreden.

Verder zijn twee rekenmodellen beschreven die vergeleken worden met de experimentele resultaten en ook onderling. Rekenmodel 1. is het energetisch gunstigst model. Dat in de praktijk goed gebruikt kan worden i.v.m. zijn eenvoudige berekeningen.

Rekenmodel 2. moet verder uitgediept worden om verder nog een rol van betekenis te kunnen zijn voor de theoretische achtergronden van het munten.

## Symbolenlijst

A	oppervlakte blenk na munten	mm <sup>2</sup>
F	normaalkracht op de stempel	kN
f <sub>γ</sub>	faktor op Γ-vlakken	-
J	totaal benodigd vermogen	N·m/s
J <sub>D</sub>	deformatie vermogen	N m/s
J <sub>w</sub>	vermogen dat door wrijving gedissepeerd wordt	N m/s
J <sub>Γ</sub>	vermogen gedissepeerd over Γ-vlakken	N m/s
m	constante wrijvingsfaktor	-
m <sub>1</sub>	constante wrijvingsfaktor voor boven- en ondervlak	-
m <sub>2</sub>	constante wrijvingsfaktor voor radiaalvlak	-
R	straal van de blenk	mm
r	radiale component	-
s	dikte blenk na munten	mm
s <sub>1</sub>	dikte van de zône waarin muntproces zich afspeelt	mm
û	stempelsnelheid	m/s
û <sub>i</sub> <sub>j</sub>	materiaalsnelheid in gebied i (i=It/m III) in de richting j. (j=r,φ,z)	m/s
z	axiale component	-

$\Gamma$	discontinuïteitsvlak	-
$\Delta D$	buitendiametervergroting van de ring	m
$\rho$	hoekafmeting	mm
$\rho_h$	hoekafmeting gemeten op het hypotenusavlak	mm
$\rho_{o_h}$	hoekafmeting gemeten op het hypotenusavlak voor het munten	mm
$\bar{\sigma}_z$	gemiddelde normaalspanning op de stempel	N/mm <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}_z$	effectieve normaalspanning	N/mm <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}_v$	vloeispanning van het blenkmetaal	N/mm <sup>2</sup>
$\bar{\sigma}_r$	gemiddelde radiale spanning	N/mm <sup>2</sup>
$\dot{\epsilon}_r$	reksnelheid in r-richting	m/s
$\dot{\epsilon}_\varphi$	reksnelheid in $\varphi$ -richting	m/s
$\dot{\epsilon}_z$	reksnelheid in z-richting	m/s
$\dot{\bar{\epsilon}}$	effectieve deformatiesnelheid	m/s

Bijlagen.	blz.
bijlage A. Snelheidsveld rekenmodel 2.	20
bijlage B. Snelheidsverschil bepaling over $\Gamma_4$ en $\Gamma_5$	21
bijlage C. Bepaling van vermogens van rekenmodel 2.	22
bijlage D. Optimalisatie naar $\bar{s}_1$ .	26
bijlage E. Bepaling $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\tilde{\sigma}_v}$ met aanname $m_1 = m_2 = 0$ .	28
bijlage F. Trekproef voor C en n waarden te bepalen.	29
bijlage G. Grafiek $\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}$ voor C en n te bepalen.	30
bijlage H. Afmetingen van de ring.	31

Inhoudsopgave.		blz.
hoofdstuk 1.	Inleiding.	
	2. Rekenmodellen.	3
	3.1 Opmerkingen over de experimenten.	8
	3.2 Rekenmodel 1. vergelijken met experimentele resultaten.	9
	3.3 Rekenmodel 2. vergelijken met experimentele resultaten.	10
	3.4 Vergelijken van rekenmodel 1. met rekenmodel 2.	10
	4.1 Aanbevelingen.	18
	literatuur	19



## 1. Inleiding

De opdracht omschrijving was als volgt :

Toetsen van rekenmodellen voor inwendige spanningen aan experimentele waarden bij het munten.

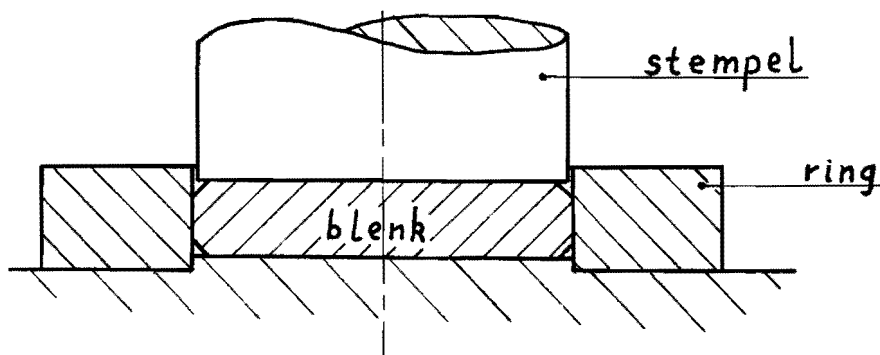


fig. 1.1

Er zijn twee rekenmodellen nagegaan om te bepalen welke het energetisch gunstiger is.

\* Rekenmodel 1. berekend met schillenmethode.

\* Rekenmodel 2. berekend met bovengrenstheorema gecombineerd met "dode zone".

Het experimenteel onderzoek :

Aanvankelijk was het de bedoeling de proeven met aluminium blenks te doen, zodat de resultaten te vergelijken zijn met die van H.H. Imhof, WPB-rapport nr.0021. Maar nadat twee ringen bij ongeveer dezelfde belasting  $F=1100$  kN kapot zijn gesprongen, is besloten om de proeven met loden blenks te doen. Hiervan zijn de C en n waarden bepaald, zie bijlage F en G. Het is toch een nader onderzoek waard om na te gaan waarom de ringen kapot zijn gesprongen. Aangezien de materiaalgegevens een driemaal zo hoge belasting toestaan.

Men dient er rekening mee te houden dat deze gegevens onder optimale omstandigheden (trekproef) gelden.

Het experimenteel onderzoek is verder geheel hetzelfde uitgevoerd als H.H. Imhof heeft gedaan. Met dit verschil dat ik de diametervergroting met een verplaatsingsopnemer i.p.v. rekstrookjes heb gemeten. Ook is er een gedeelde blenk voorzien van een fijn (1 mm) raster.

In hoofdstuk 2 worden de rekenmodellen doorgerekend. Het uitgebreide rekenwerk is in de bijlagen uitgewerkt. De resultaten zijn in tabellen en grafieken uiteengezet.

In hoofdstuk 3 worden de proeven besproken en de rekenmodellen vergeleken met de experimentele waarden. Daarnaast zullen de modellen onderling vergeleken worden.

In hoofdstuk 4 worden tenslotte nog enkele aanbevelingen gedaan.

## 2. Rekenmodellen.

## Rekenmodel .1.

De schillenmethode wordt toegepast met  $\rho \ll s$  en  $\rho \ll D$ .

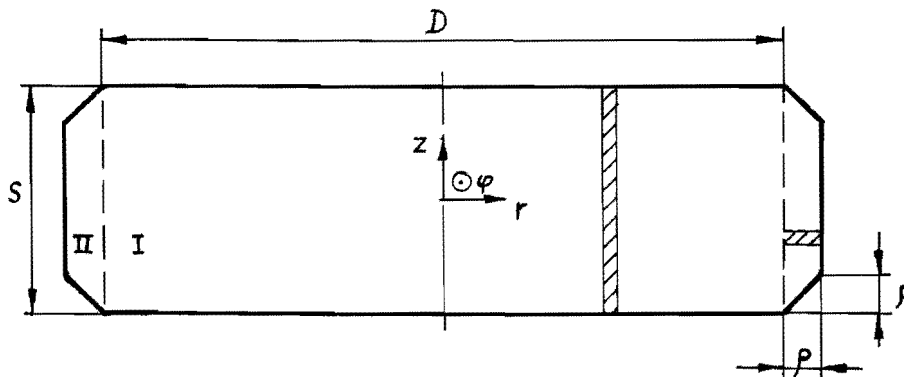


fig. 2.1 De blenk wordt in twee gebieden verdeeld.

Evenwicht op schil in gebied II:

$$(\sigma_z + d\sigma_z) \cdot \pi \cdot D \cdot \rho - \sigma_z \cdot \pi \cdot D \cdot \rho - (f_\gamma + m_2) \cdot \pi \cdot D \cdot dz \cdot \sigma_v / \sqrt{3} = 0$$

$$\text{waarin } \tau_m = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \text{ en } \tau_o = m_2 \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}}$$

$$\text{met } \sigma_z = 0 \text{ voor } z = \frac{1}{2} s$$

$$\sigma_z = (f_\gamma + m_2) \cdot \sigma_v \cdot (2z - s) / 2\sqrt{3} \cdot \rho$$

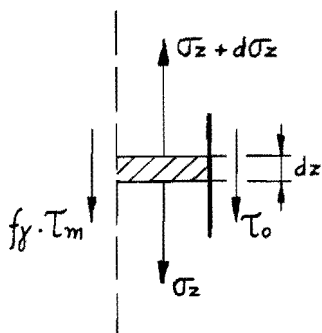


fig. 2.2 Evenwicht op schil.

$$\text{In gebied II geldt } \epsilon_\varphi = 0 \longrightarrow \sigma_\varphi = (\sigma_r + \sigma_z) / 2$$

$$\sigma_v = \sqrt{3} \cdot (\sigma_z - \sigma_r) / 2$$

Gemiddelde radiale druk op de muntring :

$$\frac{\tilde{\sigma}_r}{\sigma_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ 1 + \frac{f_\gamma + m_2}{8} \cdot \frac{s}{\rho} \right] \quad 2.1.1$$

De radiale druk in gebied II geldt als randvoorwaarde voor gebied I.

Evenwicht op schil :

$$-\sigma_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot s + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\varphi \cdot s - 2 \cdot \tau_0 \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr$$

$$- 2\sigma_\varphi \cdot d\varphi \cdot dr \cdot s / 2 = 0$$

$$\text{met : } \varepsilon_\varphi = \varepsilon_r \longrightarrow \sigma_r = \sigma_\varphi$$

$$\sigma_v = \sigma_r - \sigma_z$$

$$\text{volgt } d\sigma_r = 2 \cdot \tau_0 \cdot dr / s$$

$$\tau_0 = m_1 \frac{\sigma_v}{3}, \quad \sigma_r (r = D/2) = \tilde{\sigma}_r$$

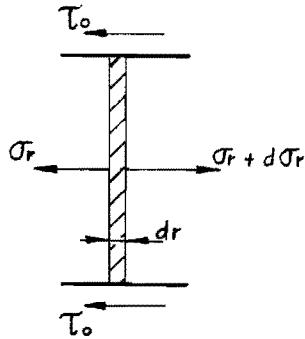


fig. 2.3 Evenwicht op schil.

zodat de gemiddelde druk op de stempel :

$$\left[ \frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[ 1,866 + \frac{m_1 D}{6 s} + \frac{fy + m_2 \cdot s}{8 \cdot \rho} \right] \right] \quad 2.1.2$$

Een hulpmiddel om tot een rekenmodel te komen, is het maken van een rasterfoto.



fig. 2.4 Gedeelde blenk met 1 mm raster.

Rekenmodel .2.

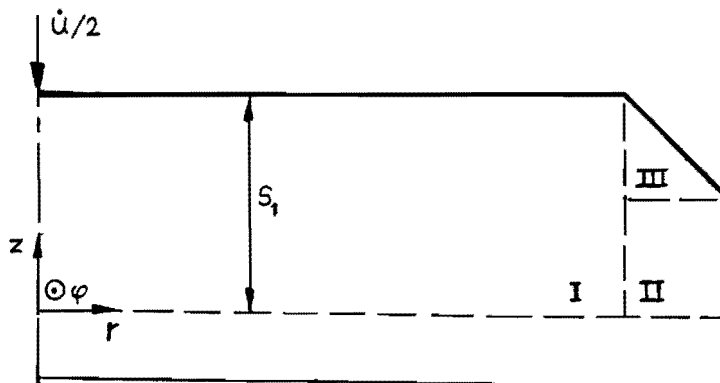


fig. 2.5 Verdeling van de blenk in drie gebieden waar de deformatie plaats vindt en een dode zone.

Voor de snelheidscomponenten per gebied wordt aangenomen :

$$\text{gebied I : } \dot{u}_r \neq \dot{u}_r(z)$$

$$\text{gebied II : } \dot{u}_z \neq \dot{u}_z(r)$$

$$\text{gebied III : } \dot{u}_H = \text{constant}$$

Met behulp van randvoorwaarden en voorgenoemde aannames is het volgende snelheidsveld te berekenen: (zie bijlage A)

$$\begin{aligned} \text{gebied I :} \quad \dot{u}_{r_I} &= \frac{1}{4} \dot{u} \frac{r}{s_1} \\ \dot{u}_{z_I} &= -\frac{1}{2} \dot{u} \frac{z}{s_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{gebied II :} \quad \dot{u}_{r_{II}} &\approx \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1 \rho} (R + \rho - r) \\ \dot{u}_{z_{II}} &= \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1} \frac{z}{\rho} \end{aligned}$$

Voor gebied III is de hodografe methode toegepast omdat deze, in dit probleem, een snelheidsveld geeft dat voor verdere berekeningen geen dilemma vormt.

Er is berekend (zie bijlage B) :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u}_{\Gamma_4} &= \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{\rho} + \frac{1}{2} \dot{u} \frac{z}{s_1} \\ \Delta \dot{u}_{\Gamma_5} &= \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1} \frac{R - r}{\rho} \end{aligned}$$

De deelvermogens zijn berekend in bijlage C.

Optimalisatie naar  $\frac{s_1}{\rho}$  levert (zie bijlage D) :

$$\frac{s_1}{\rho} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \frac{R}{\rho} (m_1 + 1) - \frac{2}{3}}{m_2 + 1}}$$

met  $m_1 = m_2 = 0$  wordt dit vereenvoudigd tot

$$\boxed{\frac{s_1}{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{R}{\rho} - 1 \right)} \approx \sqrt{\frac{2}{3} \frac{R}{\rho}}}$$

2.2.1

De verhouding  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  van rekenmodel 2 wordt weergegeven door (zie bijlage E) :

$$\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{\rho}{R}} \left( m_1 + \frac{R}{\rho} \right) + \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{R}{\rho}} (m_2 + 1) - \frac{m_2}{\sqrt{3}} \quad 2.2.2$$

met  $m_1 = m_2 = 0$  wordt de verhouding  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  vereenvoudigd tot:

$$\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{R}{\rho}} \quad 2.2.3$$

### 3.1 Opmerkingen over de experimenten.

De metingen van de proeven, zie tabel 1., zijn aan wat variatie onderhevig. Dit is het gevolg van de onnauwkeurigheden waarmee de  $F, \rho_h, s, D$  zijn gemeten.

$F \pm 0,25$ kN	meetversterker
$\rho_h \pm 0,05$ mm	loep
$s \pm 0,01$ mm	micrometer
$\Delta D \pm 2$ $\mu$ m	0-instelling van de meetversterker

In de grafieken 1 t/m 3 zijn de meetpunten aangegeven met kruisjes. De meetpunten verschuiven horizontaal als b.v.:

$$s=10 \text{ en } \rho=0,20 \begin{cases} \rightarrow \rho_1=0,15 \\ \searrow \rho_2=0,25 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\rho_1}{s}=0,015 \\ \frac{\rho_2}{s}=0,025 \end{array} \right\} \text{ zie omcirkeld voorbeeld } \oplus \text{ in grafiek 2.}$$

Door  $\rho_h$  nauwkeuriger te meten, b.v. met een micrometer, wordt deze verschuiving drastisch verkleind.

Vertikale verschuivingen van de meetpunten in grafiek 1 en 2 zijn te verwaarlozen, omdat  $F$  zeer nauwkeurig wordt gemeten. De oppervlaktes zijn gemiddeld indien de boven en onder-opp. verschillen.

De verticale verschuivingen van de meetpunten in grafiek 3 zijn niet te verwaarlozen. Namelijk  $\Delta D = \pm 2 \mu$ m geeft een afwijking van  $\frac{\bar{\sigma}_r}{\bar{\sigma}_v} \pm 0,5$  in grafiek 3. Zie voorbeeld A in grafiek 3 en 4.

Het meetpunt  $F = 203,7$  kN behoort rechts van  $F = 207,5$  kN te liggen, zie grafiek 1. Doordat  $\rho_h = 0,2$  + vol van meetpunt  $F = 203,7$  kN, moet dit eigenlijk niet in de grafiek worden weergegeven.



Een andere meetfout die sterk naar voren treedt, is de fout in  $\Delta D$ . Zie tabel 1. b.v. :

$$F = 182,5 \text{ kN} \quad \Delta D = 22,5 \mu\text{m}$$

$$F = 190 \text{ kN} \quad \Delta D = 21 \mu\text{m}$$

Dit is het gevolg van de fout in de 0-instelling van de meetversterker die voor elke proefneming opnieuw ingesteld moet worden. Als in het vervolg i.p.v. een verplaatsingsopnemer weer rekstrookjes worden gebruikt, wordt deze fout te niet gedaan.

De meting  $F = 150 \text{ kN}$   $\Delta D = 24 \mu\text{m}$  is waarschijnlijk veroorzaakt door een afleesfout. Daarom is er een nieuwe meting verricht  $F = 155,5 \text{ kN}$   $\Delta D = 20,5 \mu\text{m}$ , deze correspondeert beter met de andere metingen.

De metingen (kruisjes) in grafiek 4. zijn ontstaan door de  $\tilde{\sigma}_r$  op de klassieke manier te berekenen (zie lit.1.) en deze waarden te delen door  $\sigma_v$ , zie tabel 1.

Deze grafiek wordt gebruikt, m.b.v. de regressierechte, om meetafwijkingen te reduceren.

De metingen in grafiek 3. zijn bepaald door uit tabel 1. de  $\frac{p}{s}$  waarden af te lezen die bij de  $\Delta D$  waarden behoren en uit grafiek 4. de  $\frac{\tilde{\sigma}_r}{\sigma_v}$ .

Het omcirkelde kruisje is duidelijk een foute meting, wat ook al te zien was in tabel 1.  $F = 150 \text{ kN}$ ,  $\Delta D = 24 \mu\text{m}$ .

Het driehoekig omrandt kruisje heeft een te lage  $\frac{\tilde{\sigma}_r}{\sigma_v}$

waarde door  $\Delta D = 21 \mu\text{m}$  (dit is te laag).

### 3.2 Rekenmodel .1. vergelijken met experimentele resultaten

In grafiek 1. is duidelijk de afhankelijkheid van  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  t.g.v. de  $f_\gamma + m_2$  waarden te zien. Deze zijn berekend in tabel 2.

Het rekenmodel voldoet voor lage  $f_\gamma + m_2$  aan de experimentele resultaten.

In grafiek 2. is  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  afhankelijk van  $m_1$  met  $f_\gamma + m_2 = 0,7$  uitgezet. De  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  is voor kleine  $\frac{p}{s}$  veel minder beïnvloedbaar door  $m_1$ -variatie dan door  $f_\gamma + m_2$ -variatie.

In grafiek 3. vallen de experimentele resultaten goed tussen de grenzen  $0,7 < f\gamma + m_2 < 1,2$ .

Algemeen kan de opmerking gemaakt worden dat rekenmodel 1. een goede benadering geeft voor de praktijk.

3.3 Rekenmodel 2. vergelijken met experimentele resultaten.

Grafiek 5. geeft  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  weer in zijn meest eenvoudigste vorm. Met andere waarden voor  $m_1$  en  $m_2$  te kiezen verschuift de lijn naar boven dus ongunstiger.

In rekenmodel 2. is geen rekening gehouden met weegfactoren (zie lit. 2.) op de discontinuïteitsvlakken. Door deze weegfactoren wel in de berekening op te nemen, zal de lijn naar beneden verschuiven zodat het rekenmodel een betere benadering wordt.

3.4 Vergelijking van rekenmodel 1. met rekenmodel 2.

Zoals uit de grafieken blijkt, is rekenmodel 1. veruit de beste benadering.

Wat wel overeenkomt is de kleine afhankelijkheid van beide modellen t.a.v.  $m_1$ .

zie formule 2.1.2 :

$$\frac{m_1 D}{6 s} \text{ is te verwaarlozen t.o.v. } \frac{f\gamma + m_2}{2} \frac{s}{\rho} \text{ voor } \rho \ll s.$$

zie formule 2.2.2 :

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{\rho}{R}} m_1 \text{ is te verwaarlozen voor } \rho \ll R.$$

Dit is ook in fig. 2.4 goed te bekijken, nl. het materiaal verplaatst van binnen uit naar de hoeken toe en nauwelijks via boven of ondervlak.

F	$\Delta D$	$s_0$	$s$	$P_{oh}$	$P_h$	A	$\bar{\sigma}_z$	$\sigma_v$	$\frac{\bar{\sigma}_z}{\sigma_v}$	$\frac{P_h \times 10^{+2}}{s}$	$\frac{P \times 10^{+2}}{s}$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_v}$
100	13	9,10	8,90	2,90 2,90	1,00 1,00	1854,0	53,94	16,80	3,21	11,24	7,95	2,62
100	9	9,50	9,15	3,50 3,50	2,10 2,10	1737,2	57,56	18,50	3,11	22,95	16,23	3,00
150	24	9,10	8,75	2,80 2,85	0,80 0,80	1875,7	79,97	18,70	4,28	9,14	6,46	6,41
155,5	20,5	9,57	9,08	3,50 3,50	0,70 0,80	1881,1*	82,66	19,70	4,19	8,25	5,83	4,94
182,5	22,5	9,03	8,70	2,80 2,85	0,35 0,5	1916,6*	95,22	18,50	5,15	4,89	3,46	5,69
190	21	9,30	8,93	2,85 2,90	0,35 0,35	1924,8	98,71	18,79	5,25	3,92	2,77	5,04
200	26	9,50	8,98	3,50 3,50	0,2 0,2 + 0,35	1935,8*	103,31	19,97	5,17	2,23	1,57	5,70
203,7	42	9,10	8,73	2,80 2,85	0,2 + vol 0,2	1946,9*	104,62	18,87	5,54	1,72	1,21	10,03
207,5	37	9,05	8,68	2,90 2,80	0,2 0,15	1944,2*	106,73	18,89	5,65	2,01	1,42	8,80

table 1

\* : gemiddeld opp.

$$\sigma_v = c \cdot \bar{\epsilon}^n$$

$$\bar{\epsilon} = \ln \frac{s_0}{s}$$

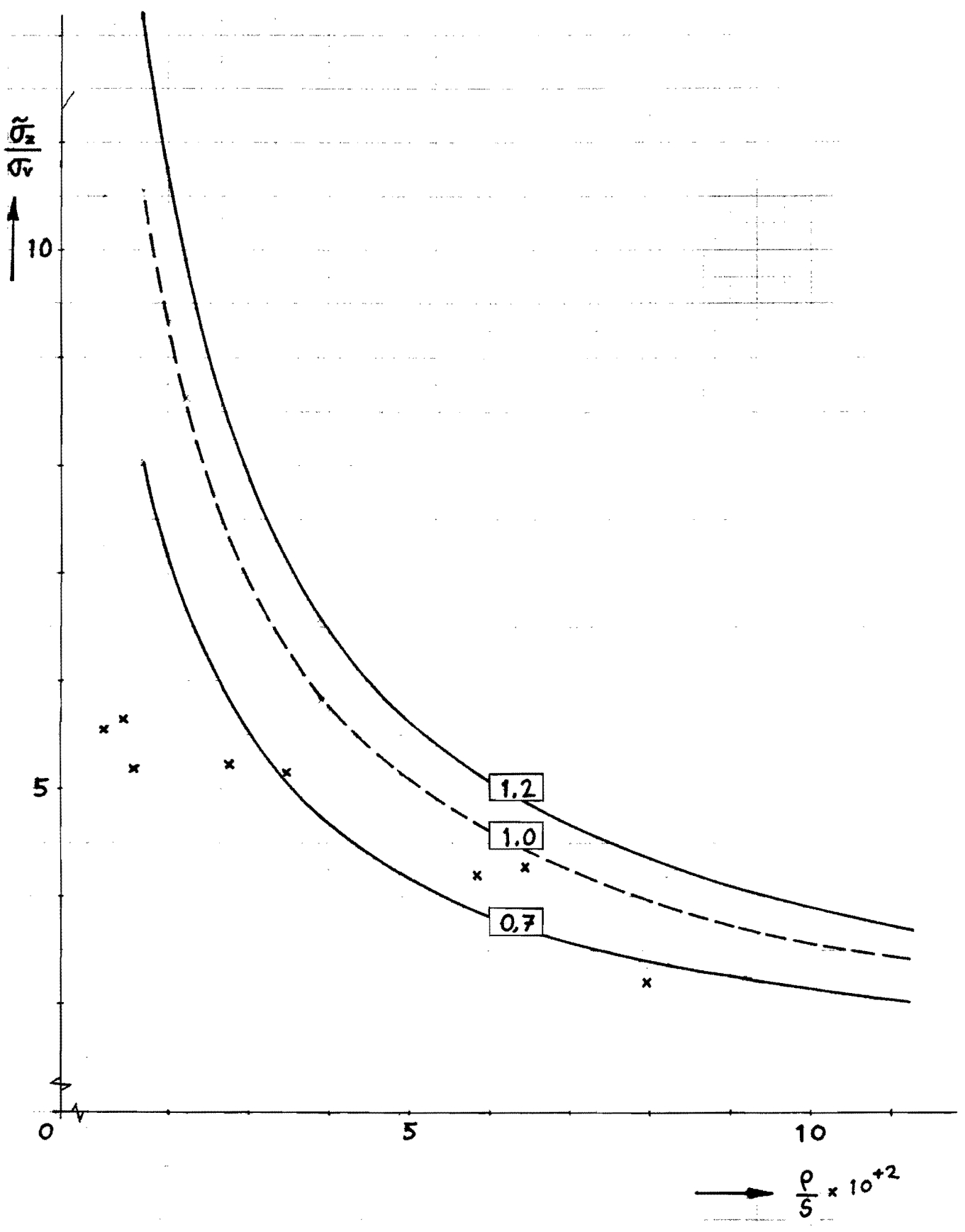


Tabel 2.

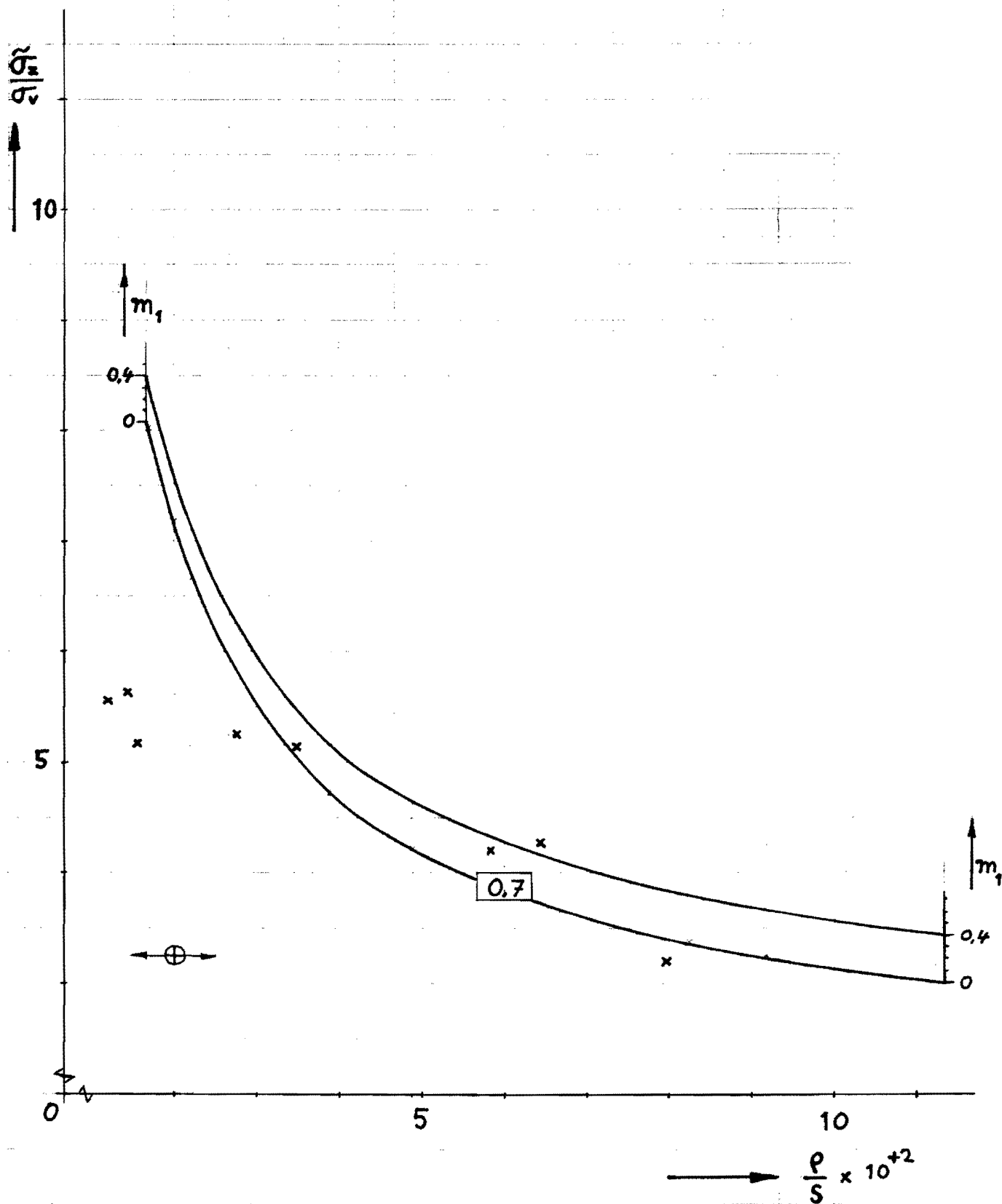
F	$\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$			$\frac{\tilde{\sigma}_r}{\sigma_v}$		
	$f_x + m_2 = 0,7$ $m_1 = 0$	$f_x + m_2 = 1,0$ $m_1 = 0$	$f_x + m_2 = 1,2$ $m_1 = 0$	$f_x + m_2 = 0,7$	$f_x + m_2 = 1,0$	$f_x + m_2 = 1,2$
100	3,43	3,97	4,33	2,43	2,97	3,33
100	2,77	3,04	3,22	1,78	2,04	2,22
150	3,71	4,39	4,84	2,72	3,39	3,84
155,5	3,89	4,63	5,13	2,89	3,63	4,13
182,5	5,07	6,33	7,16	4,07	5,33	6,16
190	5,80	7,36	8,41	4,80	6,37	7,41
200	8,59	11,35	13,19	7,59	10,35	12,19
203,7	10,50	14,08	16,49	9,50	13,08	15,46
207,5	9,27	12,30	14,35	8,27	11,32	13,35

$$\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( 1,866 + \frac{m_1 D}{6s} + \frac{f_x + m_2}{8} \cdot \frac{s}{\rho} \right)$$

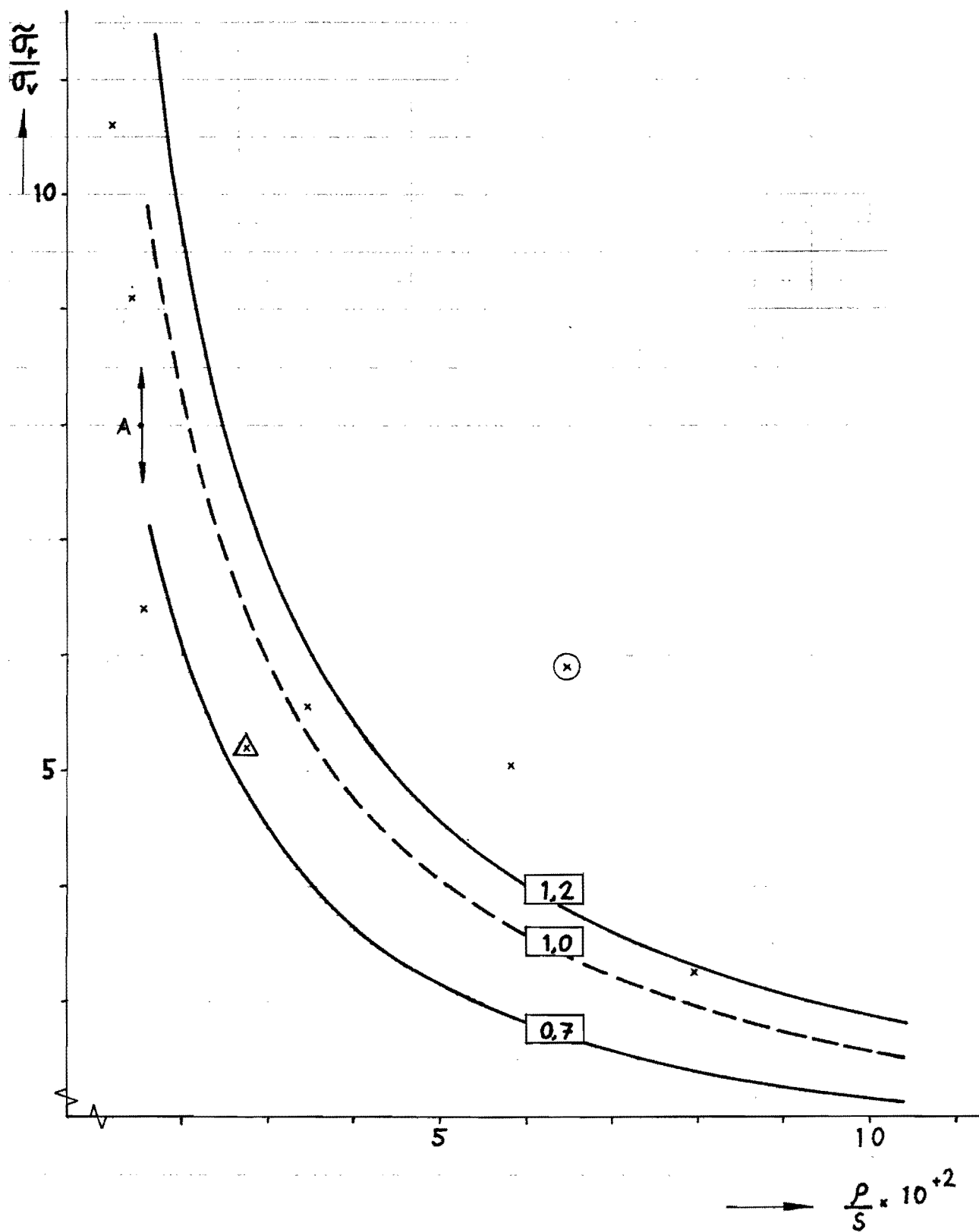
$$\frac{\tilde{\sigma}_r}{\sigma_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( 1 + \frac{f_x + m_2}{8} \cdot \frac{s}{\rho} \right)$$



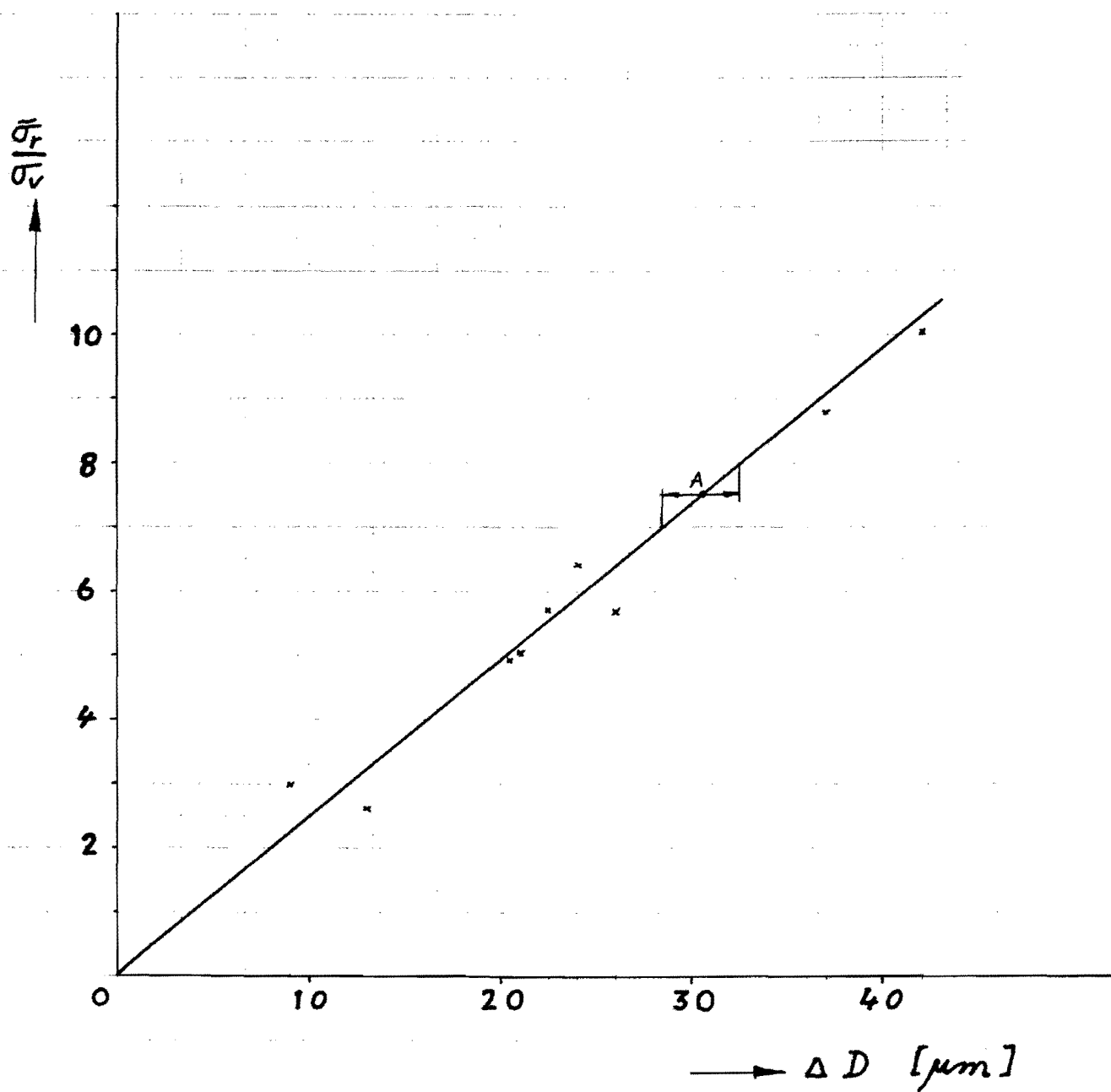
grafiek 1.  $\frac{\partial z}{\partial v}$  afhankelijk van  $f_{\gamma} + m_2$  met  $m_1 = 0$



grafiek .2.  $\frac{\sigma_z}{\sigma_v}$  afhankelijk van  $m_1$ , met  $f_y + m_2 = 0,7$

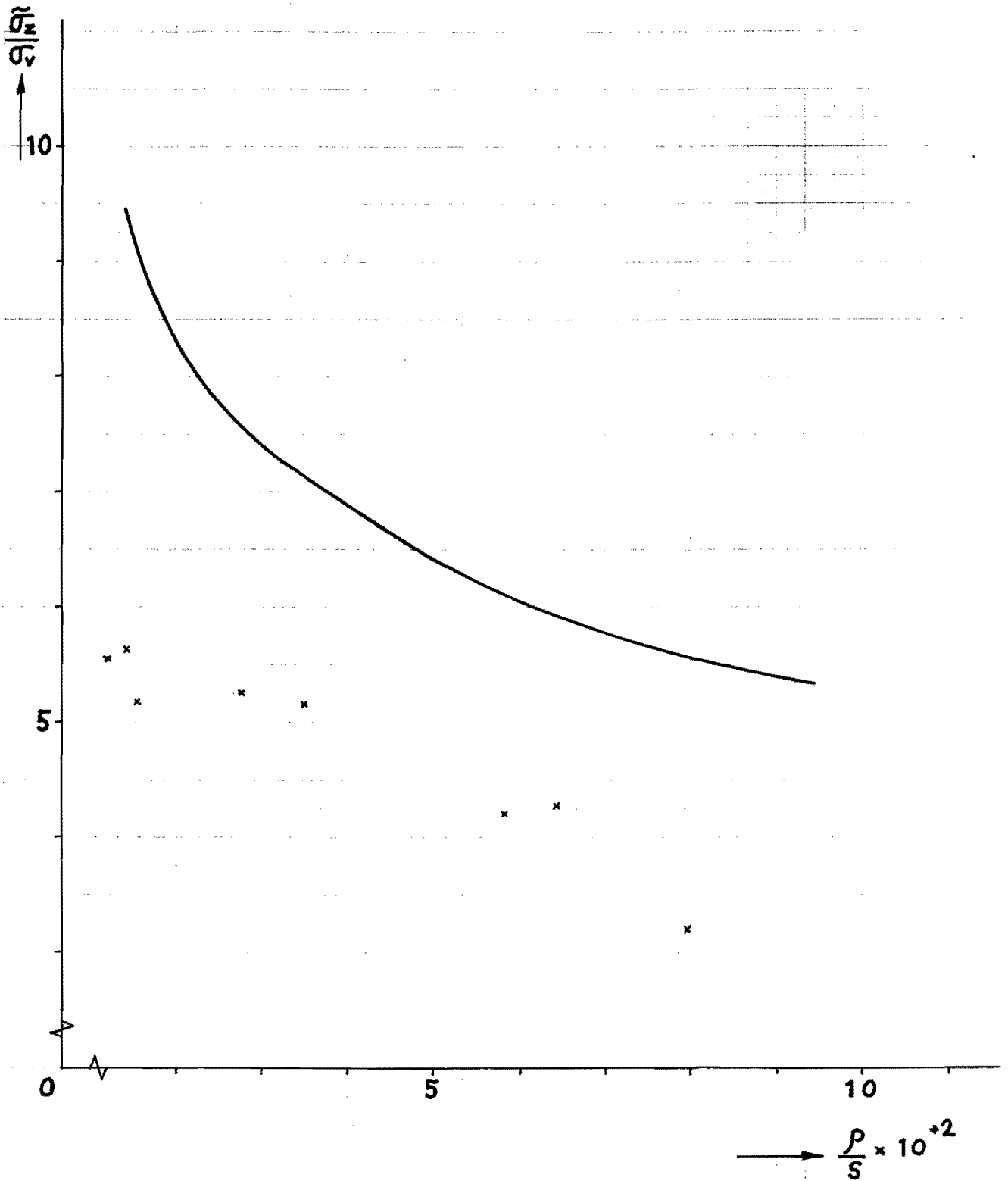


grafiek 3.  $\frac{F_r}{F_v}$  afhankelijk van  $f\gamma + m_2$ .



grafiek 4. Berekende  $\frac{\sigma_r}{\sigma_v}$  afhankelijk van diametervergroting  $\Delta D$ .





grafiek 5.  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{R}{P}}$  met  $m_1 = m_2 = 0$

#### 4.1 Aanbevelingen.

De aanbevelingen betreffende de experimenten zijn al beschreven in par.3.1.

Het rekenmodel 1. is een goed model om in de praktijk toe te passen omdat de resultaten goed zijn en het rekenwerk eenvoudig.

Verder ben ik er van overtuigd dat rekenmodel 2. beter zal voldoen als er wat verfijningen worden aangebracht zoals de eerder genoemde weegfactoren. Het is natuurlijk wel zo dat het rekenwerk evenredig of meer toeneemt, zodat men zijn toevlucht in de eindige elementen methode zal moeten nemen. Dit zal de theoretische achtergrond van het munten verdiepen en verbreden.

## Literatuur.

1. Pletten in een gesloten matrijs, H.H. Imhof, WPB-rapport nr.0021,THE.
2. Theoretisch en experimenteel onderzoek naar het proces " hulsextrusie ", R.J.M. van der Burght,WPB-rapport nr.0080,THE.
3. Technische Plasticiteitsleer, Prof.dr. Veenstra en Ir. S. Hoogenboom,diktaat 4.482,THE.
4. Oefeningen Technische Plasticiteitsleer, Ir. S. Hoogenboom,diktaat 4.482,THE.
5. Enige beschouwingen over het munten, Dr.Ir. J.A.H. Ramaekers,780222,THE.

## Bylage A. Snelheidsveld rekenmodel 2.

Gebied I:

globale volume invariantie:  $\dot{u}_{r_I} \cdot 2\pi r s_1 = \frac{\dot{u}}{2} \pi r^2$

$$\boxed{\dot{u}_{r_I} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{r}{s_1}} \quad \dot{u}_{r_I} (r=R) = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1}$$

lokale volume invariantie:  $\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\varphi + \dot{\epsilon}_z = 0$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{1}{s_1} \\ \dot{\epsilon}_\varphi &= \frac{\dot{u}_r}{r} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{1}{s_1} \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \dot{u} \frac{1}{s_1} \end{aligned} \right\} \dot{\epsilon}_I = \frac{1}{2} \frac{\dot{u}}{s_1}$$

$$\boxed{\dot{u}_{z_I} = -\frac{1}{2} \dot{u} \frac{z}{s_1}}$$

Gebied II:

glob. vol. invariantie:  $\dot{u}_{r_I} (r=R) 2\pi R z = \dot{u}_{z_{II}} 2\pi R \rho$

$$\boxed{\dot{u}_{z_{II}} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1} \frac{z}{\rho}}$$

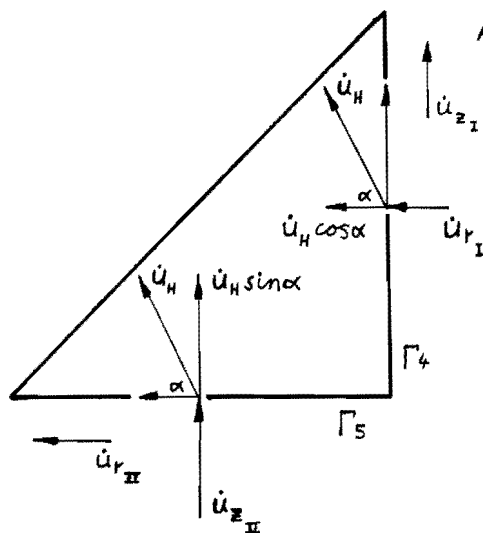
lok. vol. invariantie:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_z &= \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1 \rho} \\ \dot{\epsilon}_\varphi &\approx 0 \\ \dot{\epsilon}_r &= -\dot{\epsilon}_z \end{aligned} \right\} \dot{\epsilon}_{II} \approx \frac{1}{2\sqrt{3}} \dot{u} \frac{R}{s_1 \rho}$$

$$\boxed{\dot{u}_{r_{II}} \approx \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1 \rho} (R + \rho - r)}$$

## Bijlage B. Snelheidsverschil bepaling over $\Gamma_4$ en $\Gamma_5$

De hodografe methode: Er wordt van een constant snelheidsveld in gebied III uitgegaan.



$$\dot{u}_H \sin \alpha = \dot{u}_{z_{II}}$$

$$\dot{u}_H \cos \alpha = \dot{u}_{r_I}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s_I}{\rho}$$

$$\dot{u}_{r_I} = \dot{u}_{r_I}(r=R) = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I}$$

$$\dot{u}_{z_I} = -\frac{1}{2} \dot{u} \frac{z}{s_I}$$

$$\dot{u}_{r_{II}} \approx \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I \rho} (R + \rho - r)$$

$$\dot{u}_{z_{II}} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I} \frac{z}{\rho}$$

$$\Delta \dot{u}_{\Gamma_4} = |\dot{u}_H \sin \alpha + \dot{u}_{z_I}|$$

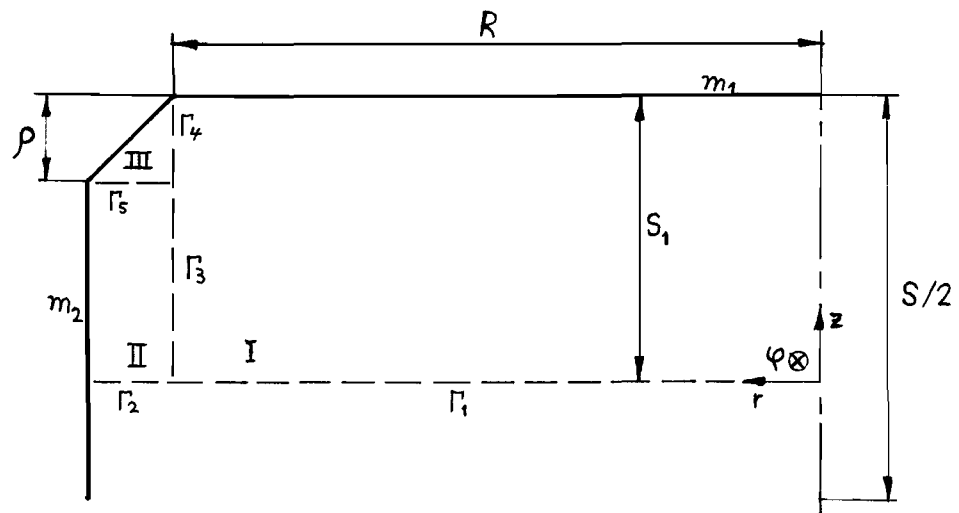
$$\Delta \dot{u}_{\Gamma_4} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{\rho} + \frac{1}{2} \dot{u} \frac{z}{s_I}$$

$$\Delta \dot{u}_{\Gamma_5} = |\dot{u}_H \cos \alpha - \dot{u}_{r_{II}}|$$

$$\Delta \dot{u}_{\Gamma_5} = \left| \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I} - \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I \rho} (R + \rho - r) \right| = \left| \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I} \left( 1 - \frac{R + \rho - r}{\rho} \right) \right|$$

$$\Delta \dot{u}_{\Gamma_5} = \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_I} \frac{r - R}{\rho}$$

# Bijlage C. Bepaling van vermogens van rekenmodel.2



$$J_{D_I} = \int \sigma_v \dot{\epsilon}_I dV \quad J^* = \frac{J}{\pi R^2 \sigma_v \dot{u}}$$

$$= \sigma_v \frac{1}{2} \dot{u} \frac{1}{s_1} \pi R^2 s_1$$

$$J_{D_I}^* = \frac{1}{2}$$

$$J_{D_{II}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \dot{u} \frac{R}{s_1 \rho} \sigma_v 2\pi R (s_1 - \rho) \rho$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \pi R^2 \sigma_v \dot{u} \frac{s_1 - \rho}{s_1}$$

$$J_{D_{II}}^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{\rho}{s_1}\right)$$

$$J_{D_{III}}^* = 0$$

$$J_{w_1} = \int_0^R \tau_{01} \dot{u}_{r_I} 2\pi r dr$$

$$= m_1 \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi \frac{1}{4} \dot{u} \frac{1}{s_1} \int_0^R r^2 dr = m_1 \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{2} \dot{u} \frac{1}{s_1} \frac{R^3}{3}$$

$$J_{w_1}^* = \frac{m_1}{6\sqrt{3}} \frac{R}{s_1}$$

$$J_{w_2} = \int_0^{s_1-p} \tau_{02} \dot{u}_{z_{II}} 2\pi \underbrace{(R+p)}_{\approx R} dz = m_2 \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi R \int_0^{s_1-p} \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1} \frac{z}{p} dz$$

$$= m_2 \frac{\sigma_v}{4\sqrt{3}} \pi R^2 \dot{u} \frac{(s_1-p)^2}{s_1 p}$$

$$J_{w_2}^* = \frac{m_2}{4\sqrt{3}} \frac{(s_1-p)^2}{s_1 p}$$

$$J_{\Gamma_1} = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \int_0^R |\Delta \dot{u}_{r_I}| 2\pi r dr = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \int_0^R \frac{1}{4} \dot{u} \frac{r}{s_1} 2\pi r dr$$

$$J_{\Gamma_1}^* = \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{R}{s_1}$$

$$J_{\Gamma_2} = \int_R^{R+p} \tau_v \dot{u}_{r_{II}} 2\pi r dr = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1 p} \int_R^{R+p} (R+p-r) r dr$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \sigma_v \pi R^2 \dot{u} \frac{1}{R s_1 p} \left\{ R \frac{r^2}{2} + p \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3} \right\} \Big|_R^{R+p}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \sigma_v \pi R^2 \dot{u} \frac{1}{R s_1 p} \left\{ \frac{R}{2} (R+p)^2 + \frac{p}{2} (R+p)^2 - \frac{(R+p)^3}{3} - \frac{R^3}{2} - p \frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{3} \right\}$$

benadering  $(1+x)^n \approx 1+nx$  voor  $x \ll 1$

$$J_{\Gamma_2}^* = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1}{R s_1 \rho} \left\{ \frac{R^3}{2} \left(1 + 2\frac{\rho}{R}\right) + \frac{\rho}{2} R^2 \left(1 + 2\frac{\rho}{R}\right) - \frac{1}{3} R^3 \left(1 + 3\frac{\rho}{R}\right) - \frac{R^3}{2} - \rho \frac{R^2}{2} + \frac{R^3}{3} \right\}$$

$$J_{\Gamma_2}^* = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1}$$

$$J_{\Gamma_3} = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \int_0^{s_1-\rho} |\dot{u}_{z_I} - \dot{u}_{z_{II}}| 2\pi R dz = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi R \int_0^{s_1-\rho} \left( \frac{1}{2} \dot{u} \frac{1}{s_1} + \frac{1}{4} \frac{R}{s_1} \frac{1}{\rho} \right) z dz$$

$$= \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi R^2 \int_0^{s_1-\rho} \left( \frac{1}{2} \dot{u} \frac{1}{s_1 R} + \frac{1}{4} \dot{u} \frac{1}{s_1 \rho} \right) z dz = \frac{1}{4\sqrt{3}} \sigma_v \pi R^2 \dot{u} \left( \frac{2}{s_1 R} + \frac{1}{s_1 \rho} \right) (s_1 - \rho)^2$$

$$J_{\Gamma_3}^* = \frac{1}{4\sqrt{3}} \frac{(s_1 - \rho)^2}{s_1^2} \left( 2 \frac{s_1}{R} + \frac{s_1}{\rho} \right)$$

$$J_{\Gamma_3}^* = \frac{1}{4\sqrt{3}} \left( 2 \frac{s_1}{R} + \frac{s_1}{\rho} \right) \left( 1 - \frac{\rho}{s_1} \right)^2$$

$$J_{\Gamma_4} = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} \int_{s_1-\rho}^{s_1} |\Delta \dot{u}_{\Gamma_4}| 2\pi R dz = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} 2\pi R \dot{u} \int_{s_1-\rho}^{s_1} \left( \frac{1}{4} \frac{R}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{z}{s_1} \right) dz$$

$$J_{\Gamma_4}^* = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1}{R} \left\{ \frac{R}{\rho} z + \frac{z^2}{s_1} \right\} \Big|_{s_1-\rho}^{s_1}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \left\{ 1 + 2\frac{\rho}{R} - \frac{\rho^2}{R s_1} \right\} \quad \text{met } \rho \ll R$$

$$J_{\Gamma_4}^* = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$



$$J_{\Gamma_5} = \frac{\sigma_V}{\sqrt{3}} \int_R^{R+\rho} |\Delta \dot{u}_{\Gamma_5}| 2\pi r dr = \frac{\sigma_V}{\sqrt{3}} 2\pi \int_R^{R+\rho} \frac{1}{4} \dot{u} \frac{R}{s_1} \frac{r-R}{\rho} r dr$$

$$J_{\Gamma_5}^* = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1}{R s_1 \rho} \left\{ \frac{(R+\rho)^3}{3} - \frac{R^3}{3} - R \frac{(R+\rho)^2}{2} + \frac{R^3}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{R^3}{R s_1 \rho} \left\{ \frac{\left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^3}{3} - \frac{1}{3} - \frac{\left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^2}{2} + \frac{1}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{R^2}{s_1 \rho} \left\{ \left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^3 - 1 - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^2 + \frac{3}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{R^2}{s_1 \rho} \left\{ 1 + 3 \frac{\rho}{R} + 3 \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^3 - 1 - \frac{3}{2} \left(1 + 2 \frac{\rho}{R} + \left(\frac{\rho}{R}\right)^2\right) + \frac{3}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{R^2}{s_1 \rho} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^3 \right\}$$

$$= \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{R^2}{s_1 \rho} \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\rho}{R} \right\} \quad \text{mit } \rho \ll R$$

$$\boxed{J_{\Gamma_5}^* \approx \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1}}$$

Bijlage D. Optimalisatie naar  $\rho/s_1$ .

$$F \frac{\dot{u}}{2} = \sum J \quad F^* = \frac{\tilde{J}_z}{\sigma_V} = \frac{F}{\pi R^2 \sigma_V}$$

$$F^* = \frac{2 \sum J}{\pi R^2 \sigma_V \dot{u}} = 2 \sum J^*$$

$$F^* = 2 \left( J_{D_I}^* + J_{D_{II}}^* + J_{W_1}^* + J_{W_2}^* + J_{\Gamma_1}^* + J_{\Gamma_2}^* + J_{\Gamma_3}^* + J_{\Gamma_4}^* + J_{\Gamma_5}^* \right)$$

$$\begin{aligned} F^* = & 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \left( 1 - \frac{\rho}{s_1} \right) + \frac{m_1}{3\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} \frac{R}{\rho} + \frac{m_2}{2\sqrt{3}} \frac{(s_1 - \rho)^2}{s_1 \rho} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} \frac{R}{\rho} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} \\ & + \frac{1}{2\sqrt{3}} \left( 2 \frac{s_1}{R} + \frac{s_1}{\rho} \right) \left( 1 - \frac{\rho}{s_1} \right)^2 + \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

optimalisatie naar  $\frac{\rho}{s_1} \rightarrow \frac{\partial F^*}{\partial \rho/s_1} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*}{\partial \rho/s_1} = & -\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{m_1}{3\sqrt{3}} \frac{R}{\rho} + \frac{m_2}{2\sqrt{3}} \left( \frac{-1}{(\rho/s_1)^2} + 1 \right) + \frac{1}{3\sqrt{3}} \frac{R}{\rho} + \frac{1}{\sqrt{3}} \\ & + \frac{1}{2\sqrt{3}} \left( 2 \frac{\rho}{R} + 1 \right) \cdot \frac{-2(1 - \rho/s_1) \rho/s_1 - (1 - \rho/s_1)^2}{(\rho/s_1)^2} + \frac{1}{6\sqrt{3}} = 0 \\ = & -\frac{5}{6} + \frac{R}{\rho} \left( \frac{m_1}{3} + \frac{1}{3} \right) - \frac{m_2}{2(\rho/s_1)^2} + \frac{2 \frac{\rho}{R} + 1}{2} \cdot \frac{-1 + (\rho/s_1)^2}{(\rho/s_1)^2} = 0 \\ = & -\frac{5}{6} + \frac{R}{\rho} \left( \frac{m_1 + 1}{3} \right) - \frac{m_2}{2} \frac{1}{(\rho/s_1)^2} + \frac{2 \frac{\rho}{R} + 1}{2} \cdot \left( \frac{-1}{(\rho/s_1)^2} + 1 \right) = 0 \\ = & -\frac{5}{6} + \frac{R}{\rho} \left( \frac{m_1 + 1}{3} \right) + \frac{\rho}{R} + \frac{1}{2} + \frac{1}{(\rho/s_1)^2} \left\{ \frac{-m_2}{2} - \frac{(2 \frac{\rho}{R} + 1)}{2} \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{(\rho/s_1)^2} = \frac{-\frac{1}{3} + \frac{R}{\rho} \left(\frac{m_1+1}{3}\right) + \frac{\rho}{R}}{\frac{m_2}{2} + \frac{2\rho}{R} + 1} \quad \text{met } \rho \ll R$$

$$\frac{s_1}{\rho} = \sqrt{\frac{\frac{R}{\rho} \left(\frac{m_1+1}{3}\right) - \frac{1}{3}}{\frac{m_2}{2} + \frac{1}{2}}}$$

$$\frac{s_1}{\rho} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \frac{R}{\rho} (m_1+1) - \frac{2}{3}}{m_2+1}}$$

met  $m_1 = m_2 = 0$  wordt

$$\frac{s_1}{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{R}{\rho} - 1\right)} \approx \sqrt{\frac{2}{3} \frac{R}{\rho}}$$

Bijlage E. Bepaling  $\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v}$  met aanname  $m_1 = m_2 = 0$

$$F^* = \frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{\rho}{s_1}\right) + \frac{m_1}{3\sqrt{3}} \frac{R}{s_1} + \frac{m_2}{2\sqrt{3}} \left(\frac{s_1}{\rho} - 2 + \frac{\rho}{s_1}\right) + \frac{1}{3\sqrt{3}} \frac{R}{s_1} \\ + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(2 \frac{s_1}{R} + \frac{s_1}{\rho}\right) \left(1 - \frac{\rho}{s_1}\right)^2 + \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{\rho}{s_1} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

met  $\frac{s_1}{\rho} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{R}{\rho}$  ,  $\frac{s_1}{R} = \frac{s_1}{\rho} \cdot \frac{\rho}{R} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\rho}{R}$

$\frac{\rho}{s_1} \approx \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\rho}{R}$  ,  $\frac{R}{s_1} \approx \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{R}{\rho}$  wordt

$$\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{\rho}{R}} \left(m_1 + \frac{R}{\rho}\right) + \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{R}{\rho}} (m_2 + 1) - \frac{m_2}{\sqrt{3}}$$

met  $m_1 = m_2 = 0$  en  $\rho \ll R$

$$\boxed{\frac{\tilde{\sigma}_z}{\sigma_v} = 1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{R}{\rho}}}$$

Trekproef loodplaat 10 mm.  
 $b_0 = 15,7$  mm;  $d_0 = 6,7$  mm.  $A_0 = 105,10$  mm<sup>2</sup>

F (N)	b (mm)	d (mm)	A	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\sigma}$
1590	15,6	6,650	103,74	0,014	15,3
1790	15,5	6,607	102,41	0,027	17,5
1910	15,4	6,558	100,99	0,041	18,9
1990	15,3	6,507	99,56	0,055	20
2050	15,2	6,454	98,1	0,07	20,9
2090	15,1	6,401	96,66	0,085	21,6
2120	15,0	6,347	95,21	0,1	22,3
2150	14,9	6,293	93,77	0,115	22,9
2160	14,8	6,239	92,34	0,13	23,4
2170	14,7	6,185	90,92	0,146	23,9
2180	14,57	6,116	89,41	0,166	24,5
2180	14,5	6,076	88,1	0,177	24,7
2180	14,4	6,019	86,67	0,194	25,2
2170	14,3	5,967	85,33	0,209	25,5

Bijlage F.

Loodplaat 10 mm.

$$C = 34 \text{ N/mm}^2$$

$$\eta = 0,185$$

100

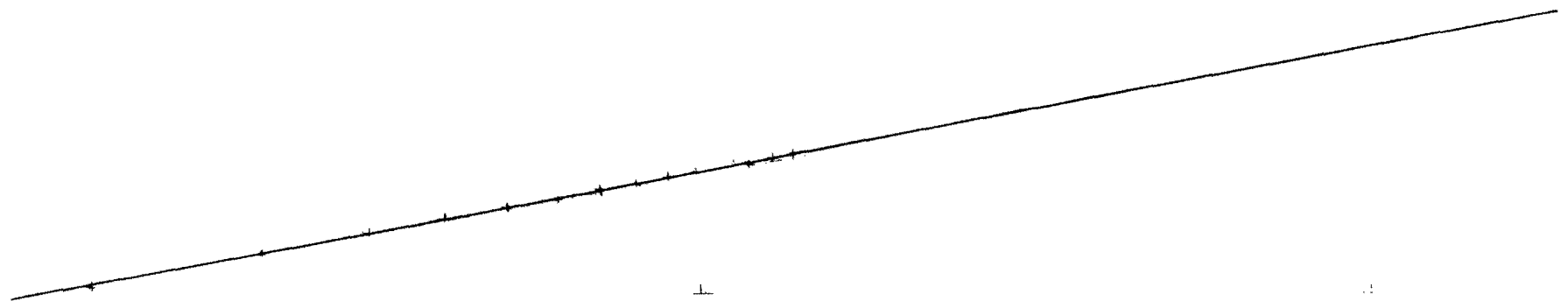
10

0,01

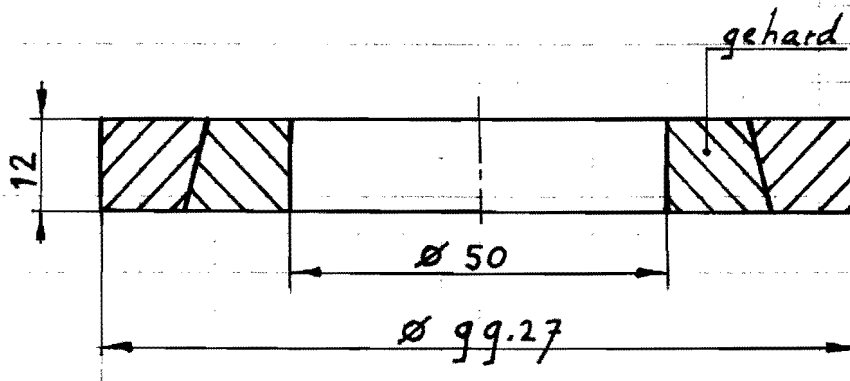
0,1

1

30



→ ζ



bijlage.H. muntring