

Détermination des zones critiques des structures stratifiées en vue d'une réanalyse non-linéaire

Citation for published version (APA):

van Doorn, A. (1992). *Détermination des zones critiques des structures stratifiées en vue d'une réanalyse non-linéaire*. (DCT rapporten; Vol. 1992.043). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1992

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Détermination des zones critiques
des structures stratifiées
en vue d'une réanalyse non-linéaire

André van Doorn

rapport : WFW 92.043

Rapport du deuxième stage

André van Doorn,
numéro d'identité: 254493
étudiant en Mécanique et Technologie Médicale
à l'Université de Technologie d'Eindhoven
(Pays-Bas)

Stage effectué au
Laboratoire de Mécanique et Technologie
de E.N.S. de Cachan
(France).

Avril, 1992
Cachan
France

Stage effectué par André van Doorn, étudiant en Mécanique et Technologie Médicale à l'Université de Technologie d'Eindhoven (Pays-Bas). Ce travail constitue mon deuxième stage obligatoire. Il a été effectué au Laboratoire de Mécanique et Technologie de l'ENS de CACHAN (France) (LMT).

Je voudrais remercier:

Monsieur Le Professeur Pierre LADEVEZE
de m'avoir accueilli au sein du secteur Structures & CMAO,

Monsieur Olivier ALLIX et Mademoiselle Nadia BAHLOULI,
pour la qualité des conseils qu'ils ont pu me donner,

Tous les membres du Laboratoire de Mécanique et Technologie
et plus particulièrement les chercheurs de la salle 203.

Sommaire

Résumé.....	3
Introduction.....	4
1. Le but du stage.....	5
2.Modélisation du comportement mécanique de la monocouche sans endommagement.....	6
2.1. Critère de rupture de la couche élastique.....	7
2.2. Endommagement.....	8
3. Dam-lam.....	11
4. Calcul élastique.....	12
4.1. Castem 2000.....	12
4.2. L'organisation générale du programme.....	12
4.2.1. La structure.....	12
4.2.2. L'organisation du programme.....	13
5. Résultats du calcul élastique.....	17
5.1. Transmettre des forces généralisées dans le stratifié.....	19
5.2. Paramètre de rupture.....	19
6. Calcul avec Dam-lam.....	21
6.1. Comparaison calcul élastique et Dam-lam.....	21
6.2. Différences entre le calcul élastique et le calcul avec Dam-lam.....	22
Conclusion.....	24
Bibliographie.....	25
Les figures et les tableaux.....	26
Annexe.....	27

Résumé

Les composites stratifiés, du type T300/914, sont à priori utilisés pour transmettre des efforts dans leur direction de renforcement. Dans certaines zones d'une structure, ou à cause du type de sollicitation imposée, les directions transverses des couches peuvent être soumises à des contraintes non négligeables qui occasionnent une dégradation de la matrice et de la liaison fibres matrice. Cette dégradation peut conduire à la ruine complète de la structure. La prévision de l'effet de ces dégradations sur la tenue des structures nécessite, à priori, le calcul non-linéaire complet de la structure. Une tel calcul est très coûteux et difficile à effectuer. Aussi, un post-processeur d'analyse à la rupture (Dam-lam) a été développé au L.M.T. A partir des caractéristiques matériaux (élasticité, endommagement, plasticité) et des efforts généralisés plaques N et M, Dam-lam permet de réanalyser l'état du stratifié en différents points critiques, en tenant compte, au moyen d'un modèle d'endommagement, de

- la rupture des fibres,
- la détérioration de l'interface fibre matrice.

Mon travail a consisté à développer un outil permettant de définir, à partir d'un calcul d'éléments finis élastiques, les zones critiques devant être réanalysées par Dam-lam.

Introduction

Dans les industries de pointe (automobiles, aéronautiques, navales, ...) les matériaux composites à fibres longues, notamment de carbone, sont de plus en plus utilisés pour la réalisation de structures complexes. Il est primordiale, pour optimiser leur utilisation, de connaître avec précision leur comportement jusqu'à rupture, et de pouvoir construire à partir de cette connaissance des outils de prévisions et d'analyses adaptés et performants.

Les composites stratifiés, du type T300/914 ou IM6/914, sont à priori utilisés pour transmettre des efforts dans leur direction de renforcement. Dans certaines zones d'une structure, ou à cause du type de sollicitation imposée, les directions transverses des couches peuvent être soumises à des contraintes non négligeables.

En dehors de la rupture des fibres, l'endommagement, c'est-à-dire la dégradation plus ou moins progressive d'un matériau due à l'apparition de micro-vides et de microfissures, est le phénomène mécanique majeur pour les matériaux composites stratifiés. Les contraintes transverses occasionnent une dégradation de la matrice et de la cohésion entre les fibres et la matrice. Cette dégradation peut conduire à la ruine complète de la structure. Trois principaux mécanismes de dégradation peuvent être observés:

- la microfissuration transverse de la matrice parallèlement aux fibres,
- la dégradation de l'interface fibre-matrice,
- la détérioration de la liaison interlaminaire.

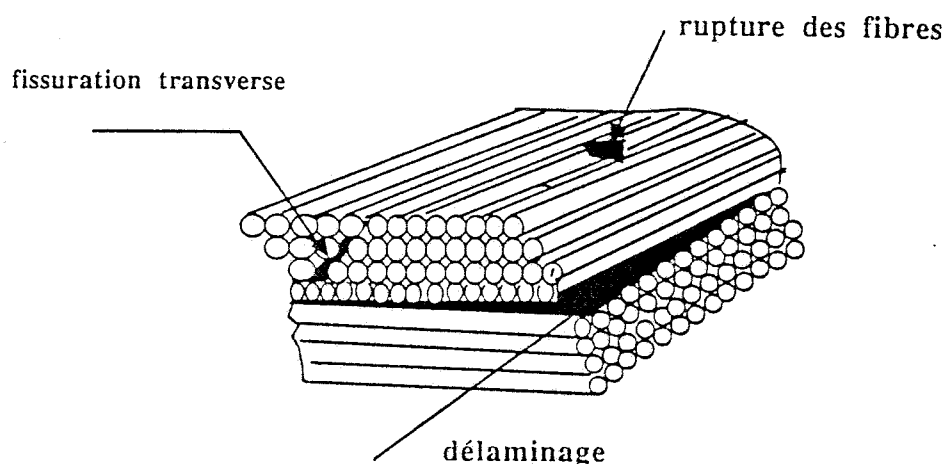


Figure 1) Mécanismes de rupture.

Je ne m'intéresse pas, dans ce travail, à la détérioration interlaminaire (délaminage) [1].

La modélisation de la dégradation des stratifiés est effectuée au moyen de la mécanique de l'endommagement des composites.

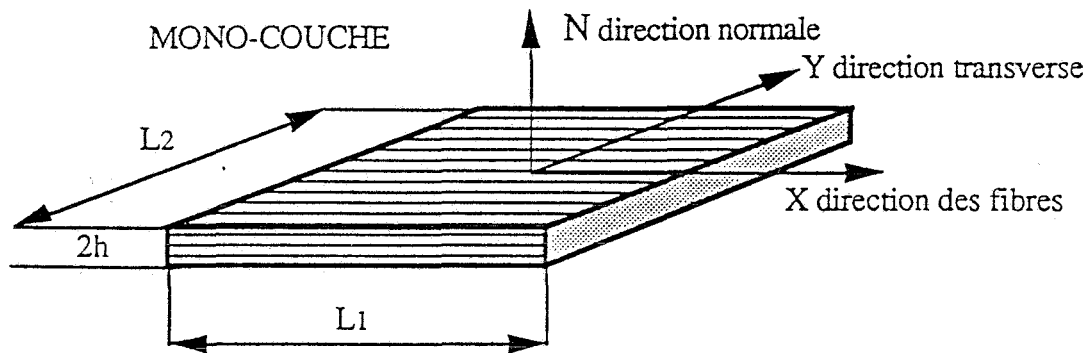
1. Le but du stage

Les composites stratifiés, du type T300/914* ou IM6/914*, sont à priori utilisés pour transmettre des efforts dans leur direction de renforcement. Dans certaines zones d'une structure, ou à cause du type de sollicitation imposée, les directions transverses des couches peuvent être soumises à des contraintes non négligeables. Le but de ce stage est de calculer la zone critique dans une structure (multi-couches), avec un calcul élastique. Critique veut dire que la rupture est susceptible. Pour quelques points dans la zone, on calcule les contraintes généralisées: N et M [7] [2], qui sont des données pour le programme 'Dam-lam. Le calcul élastique est effectué au moyen du logiciel éléments finis, Castem 2000.

* T300/914 est un matériau à fibres longues de carbone, haute résistance avec époxy comme résine. IM6/914 est un matériau à fibres longues de carbone à très haute résistance avec époxy comme résine.

2. Modélisation du comportement mécanique de la monocouche sans endommagement

On considère le cas de multicouches relativement minces, c'est-à-dire pour lesquelles l'épaisseur est faible devant les dimensions latérales, ce qui permet d'utiliser les hypothèses de la théorie classique des plaques.



(1,2) plan du stratifié

N normale à ce plan

L_1, L_2 Dimensions latérales de la plaque

$2h$ Epaisseur de la plaque $h \ll L_1, L_2$

Figure 2) Monocouche

Le champ de contraintes au sein du stratifié est un champ de contraintes planes dans le plan du stratifié

$\Pi \sigma \Pi = \sigma(x,y)$ Π opérateur de projection orthogonale sur le plan du stratifié.

$\sigma N = 0$

$\Pi \varepsilon \Pi = \varepsilon(x,y)$ Π opérateur de projection orthogonale sur le plan du stratifié.

Les notations utilisées dans ce rapport sont définies dessous

Pour une couche on définit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sqrt{2} \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \sqrt{2} \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

La tenseur de compliance élastique non endommagée s'écrit:

$${}^4\mathbf{H}^{-1} = \frac{1}{E_1} C_{1111} + \frac{-\nu_{12}}{E_1} (C_{1122} + C_{2211}) + \frac{1}{E_2} C_{2222} + \frac{1}{2 G_{12}} (C_{1212} + C_{2121})$$

$$C_{ijkl} = \vec{e}_i \vec{e}_j \vec{e}_k \vec{e}_l$$

${}^4\mathbf{H}$ = tenseur de rigidité élastique d'ordre 4

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2 G_{12}} \end{bmatrix}$$

\mathbf{K} = matrice de rigidité élastique (opérateur des contraintes planes)

$$1) \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = {}^4\mathbf{H}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \mathbf{K}^{-1} \underline{\underline{\sigma}}$$

cela conduit pour l'énergie de déformation élastique du matériau:

$$2) \quad \rho \psi = E_D = \frac{1}{2} [\underline{\underline{\varepsilon}} : {}^4\mathbf{H} : \underline{\underline{\varepsilon}}] = \frac{1}{2} [{}^4\mathbf{H}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\sigma}}] \quad \text{comme [3; (formule 6.4.12)]}$$

ou:

$$3) \quad E_D = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}}^T \mathbf{K}^{-1} \underline{\underline{\sigma}}$$

$\rho \psi$ = l'énergie de déformation élastique du matériau.

Dans la forme suivante, les énergie de compression et traction sont séparées:

$$4) \quad E_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{11}^2}{E_1} - 2 \frac{-\nu_{12}}{E_1} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}} \right]$$

2.1. Critère de rupture de la couche élastique

Les critères les plus couramment utilisés pour la couche, sont des critères du type Tsai-Hill, basés initialement sur l'idée de Von Mises pour les matériaux métalliques isotropes. Ils ne différencient pas des différents modes de rupture du matériaux composites (rupture des fibres, rupture de la matrice, rupture de l'interface fibre-matrice). Une autre voie est l'approche multicritères proposée par Hashin, qui associe à chaque mode de rupture un critère:

- Rupture en traction des fibres:

$$\left(\frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+}{\sigma_{11}^T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^R} \right)^2 = 1$$

- Rupture en compression des fibres:

$$\langle \sigma_{11} \rangle_- = \sigma_{11}^C$$

- Rupture en traction de la matrice:

$$\left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{\sigma_{22}^T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^R} \right)^2 = 1$$

- Rupture en compression de la matrice:

$$\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-}{\sigma_{22}^C} \left(\left(\frac{\sigma_{22}^C}{2\sigma_{12}^R} \right)^2 - 1 \right) + \left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-}{2\sigma_{12}^R} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^R} \right)^2 = 1$$

avec σ_{ij}^X les valeurs de ruptures.

Ces critères ne prennent pas en compte l'aspect non-linéaire de la couche, notamment celui lié aux phénomènes de dégradation de la matrice et de l'interface fibre-matrice.

2.2. Endommagement

En dehors de la rupture des fibres, l'endommagement, c'est-à-dire la dégradation plus ou moins progressive d'un matériau due à l'apparition de micro-vides et de microfissures, est le phénomène mécanique majeur pour les matériaux composites stratifiés. On s'intéresse à trois mécanismes dans une monocouche :

- Rupture des fibres

- La microfissuration transverse de la matrice parallèlement aux fibres.

- La dégradation de l'interface fibre-matrice.

Une homogénéisation permet de transférer de l'échelle "micro" à l'échelle "méso" des informations plus ou moins qualitatives (type microfissuration, rigidité des éléments, etc) [6]. Après homogénéisation on peut regarder la couche élémentaire comme un matériau homogène orthotrope.

Pour modéliser la dégradation du matériau, on introduit des variables internes d'endommagement associées à la perte de rigidité du matériau isotrope $E = E_0 (1-D)$. Le module E_1 n'est pas affecté par l'endommagement [4]. D'où la tenseur de compliance élastique endommagée s'écrit à l'aide de deux variables internes scalaires: D , affectant le cisaillement, et D' , affectant la traction transverse:

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2(1-D')} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2 G_{12}(1-D)} \end{bmatrix}$$

Les fissures se referment quand la contrainte transverse est de compression. Ainsi l'influence de la fissuration sur le comportement transverse devient nulle. L'énergie du matériau endommagé s'écrit:

$$5) \quad E_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{11}^2}{E_1} - 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2(1-D')} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-D)} \right]$$

On déduit pour la dissipation due aux endommagement deux variables associées à D et D':

$$6) \quad Y_D = \rho \frac{\partial E_D}{\partial D} \Big|_{\sigma} = \frac{\sigma_{12}^2}{2 G_{12} (1-D)^2}$$

$$7) \quad Y_{D'} = \rho \frac{\partial E_D}{\partial D'} \Big|_{\sigma} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2 E_2 (1-D')^2}$$

Il reste à choisir la relation liant D, D' à $Y_D, Y_{D'}$. Ces choix sont dictés par les résultats expérimentaux. Les relations suivantes sont utilisées dans Dam-lam.

$$8) \quad \underline{Y}_D = \sqrt{Y_D - b_2 Y_{D'}}$$

$$9) \quad D = \frac{1}{\sqrt{Y_c}} \langle \underline{Y}_D - \sqrt{Y_0} \rangle$$

$$10) \quad D' = b_3 D$$

Avec b_2, b_3, Y_0 et Y_c constantes du matériau.

On présente ci dessous la comparaison modèle-essai dans le cas d'on $[\pm 45]_2s$ sollicité en traction à 0° .

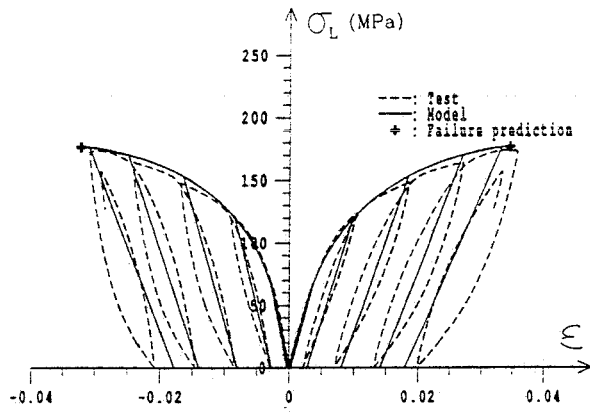


Figure 3) Justifie la modèle.

3. Dam-lam

Dam-lam (Damage of Laminates) permet de simuler la détérioration des composites stratifiés carbone époxy en T300/914 ou en IM6/914. Le programme est destiné à fonctionner en tant que post-processeur, pour analyser l'état du stratifié en différents points critiques à partir de données de type contraintes généralisées N et M issues d'un calcul plaque classique éléments finis. Le résultat de cette simulation est de quantifier l'état de détérioration de la structure au point considéré et d'estimer la distance à un ou plusieurs états ultimes du stratifié.

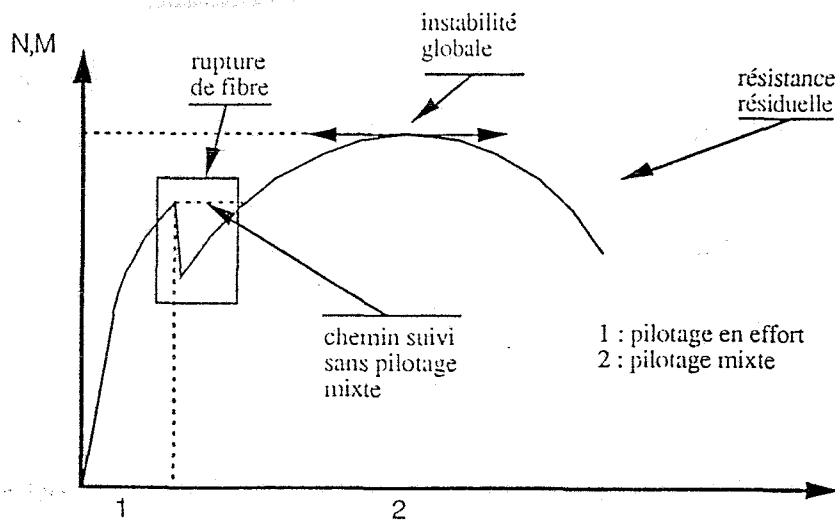


Figure 4) Plusieurs états ultimes du stratifié.

Dam-lam fonctionne en post-processeur d'un calcul élastique plaque qui fournit les contraintes généralisées $\begin{bmatrix} N_e \\ M_e \end{bmatrix}$. Pour un chargement généralisé du type $\mu \begin{bmatrix} N_e \\ M_e \end{bmatrix}$, $\mu \in [0, \mu_{\text{rupture}}]$, une réanalyse non-linéaire dans l'épaisseur du stratifié est effectuée. Pour cela les modèles de comportement présentés précédemment sont introduits. On rappelle qu'ils décrivent:

- rupture des fibres,
- différence de comportement en traction et compression dans la direction des fibres,
- plasticité de la matrice et de l'interface fibre-matrice,
- endommagement.

Le calcul fait, la valeur à la rupture μ_{rupture} , le mode de rupture et la distance aux autres modes de rupture.

4. Calcul élastique

Dans ce chapitre je présente l'organisation du fichier de donnée de Castem 2000 permettant le calcul des contraintes dans toutes les couches du stratifié. Les contraintes sont utilisées pour déterminer la zone critique. Pour ce calcul j'ai utilisé Castem 2000, version du vendredi 28 décembre 1990. Il fonctionne sur les Apollos, series 400, au L.M.T.

4.1. Castem 2000

Castem 2000 est un code de calcul pour l'analyse de structures par la méthode des éléments finis. A l'origine, ce code a été développé par le Département des Etudes Mécaniques et Thermiques du Commissariat français à l'Energie Atomique. Il présente un système complet, intégrant non seulement les fonctions de calcul proprement dites, mais également des fonctions de construction du modèle (pré-processeur) et de traitement des résultats (post-processeur)

4.2. L'organisation générale du programme

4.2.1. La structure

Pour effectuer le calcul, j'ai pris comme exemple, la structure d'une plaque trouée en traction. La plaque se compose des couches.

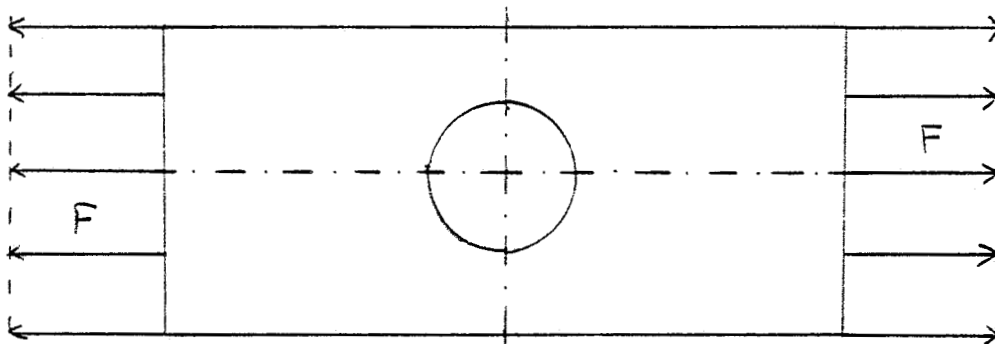


Figure 5) Plaque trouée en traction.

Afin d'observer les effets des contraintes transverse et de cisaillement, j'ai étudié deux types du stratifiés: $[90, 0, 90]$ et $[-45, 45, 45, -45]$.

Le calcul peut se ramener à la résolution du problème suivant, du fait des symétries des structures, des chargeurs et des opérateurs de comportement plaque.

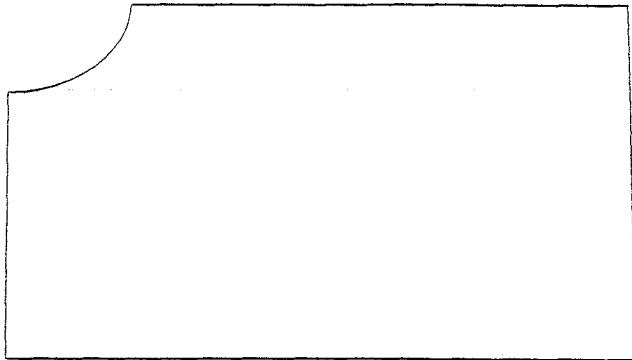


Figure 6) Plaque trouée réduite.

L'empilement est caractérisé par la relation de comportement de type contrainte plane et la position du plan moyen de chacune des couches, défini par l'épaisseur et l'excentricité des couches. La position du plan moyen de chacune des couches est nécessaire à la formulation du problème bidimensionnel équivalent appelé; problème 2-D équivalente. (voir figure 7)

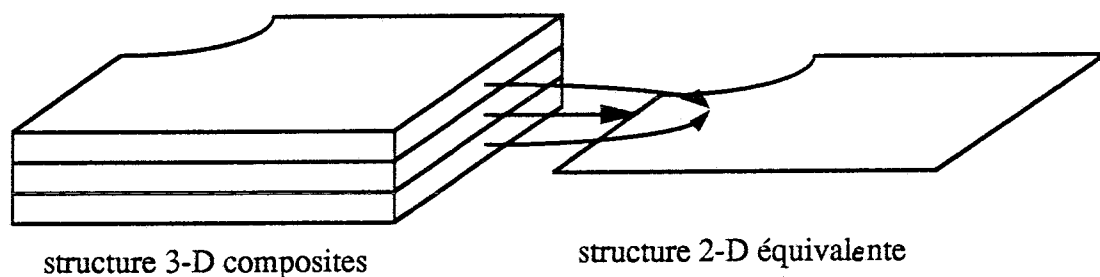
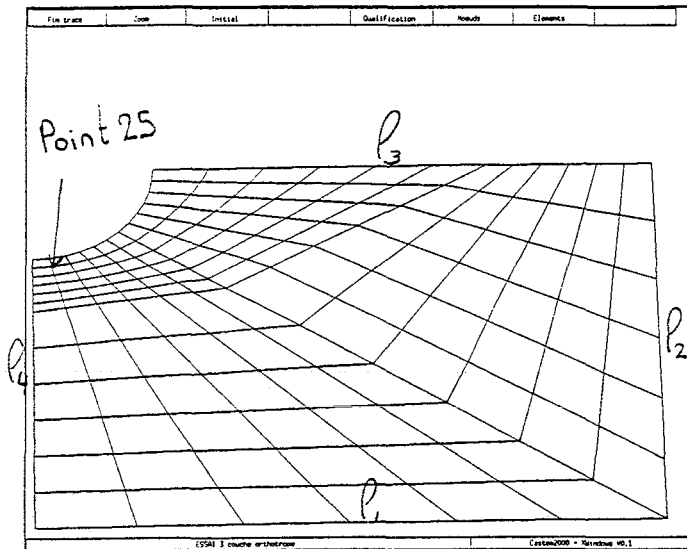


Figure 7) Assimiler la structure multicouche en structure 2-D équivalente.

4.2.2. L'organisation du programme.

Dans la partie suivante, l'organisation générale du programme est présentée. Il calcule λ , la paramètre à la rupture et les forces généralisées N et M.

- 1) La création de la géométrie et le maillage en 2-D.



Utilisateur: vandoorn

Figure 8) Le maillage de la plaque et point 25.

2) La définition des propriétés du matériau et des couches.

E_1	E_2	G_{12}	ν_{12}	Y_0	Y_C	σ_{11}^T	σ_{22}^C
148000	11500	5800	0,33	0,098	6,2	1500	59,1

Tableau 1) Propriétés du matériau T300/914

J'ai étudié deux type de stratifié afin d'observer les effets de comportement transverse et de cisaillement. Le premier stratifié se compose des trois couches [90, 0, 90],

couche	propriété	matériau	direction des fibres	épaisseur	excentricité
1		T300/914	90°	0,125	0,125
2		T300/914	0°	0,125	0
3		T300/914	90°	0,125	-0,125

Tableau 2) Propriété des couches [90, 0, 90].

le deuxième stratifié se compose des quatre couches [-45, 45, 45, -45]

couche	propriété	matériau	direction des fibres	épaisseur	excentricité
1		T300/914	-45	0,125	0,1875
2		T300/914	+45	0,125	0,0625
3		T300/914	+45	0,125	-0,0625
4		T300/914	-45	0,125	-0,1875

Tableau 3) Propriété des couches [-45, 45, 45, -45].

3) Les conditions aux limites.

Il faut décrire les blocages des déplacements sur ligne l_3 et l_4 . Pour prévenir les singularités dans la matrice de la rigidité, on impose blocages des rotations sur les lignes: l_3 et l_2 .

4) Calculer la matrice de la rigidité: K

5) Décrire le chargement: f . On charge tous les noeuds sur ligne l_2 avec une force F_p , exception les noeuds, sur les coins. On charge les noeuds sur les coins avec une force $\frac{1}{2} F_p$. F_p est une force dans la direction x . Le résultat de ce chargement est une force uniforme F_u sur ligne L_2 .

$$F_u = \frac{(a-1) F_p}{|l_2|} \quad \text{Avec: } a = \text{nombre des noeuds sur } L_2$$

$$|l_2| = \text{La longueur de } l_2 \text{ en [mm]}$$

$$F_p \text{ en [N]}$$

$$F_u \text{ en [N/mm]}$$

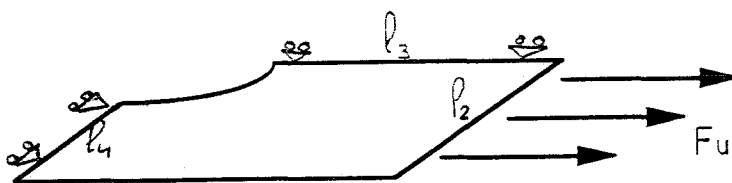


Figure 9) Chargement sur ligne l_2 .

Puisque la plaque est soumise à un chargement de traction, le déplacement plan est uniforme dans l'épaisseur du stratifié. Voir figure 10.

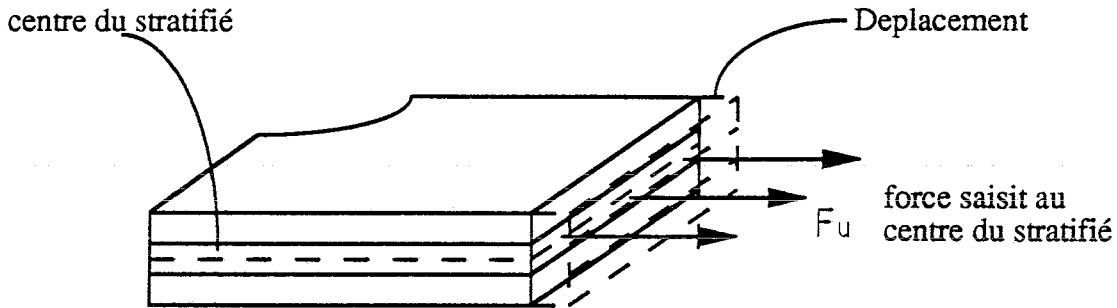


Figure 10) Force uniforme saisit au centre, déplacement uniforme

- 6) Résoudre $f = K u$: avec $u =$ déplacement, $K =$ constante (le calcul est élastique)
- 7) Calculer les contraintes.
- 8) Calculer les efforts généralisés N et M (utilisés par Dam-lam):

$$N = \sum_{i=1}^n \sigma_i dz \quad n = \text{nombre des couches} \quad \sigma_i \text{ au plan global}$$

$$M = \sum_{i=1}^n \sigma_i z dz \quad n = \text{nombre des couches} \quad \sigma_i \text{ au plan global}$$

- 9) Calculer avec les contraintes λ , les paramètres de rupture pour les différents modes de rupture dans toutes les couches.

$$\lambda_{\text{rupfibre}} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+}{\sigma_{11}^T} \quad \text{si } \lambda_{\text{rupfibre}} \geq 1 : \text{il y a rupture des fibre dans la couche}$$

$$\lambda_{\text{rupinterface}} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-}{\sigma_{22}^C} \quad \text{si } \lambda_{\text{rupinterface}} \geq 1 : \text{il y a rupture de l'interface.}$$

$$\lambda_{\text{rupmatrice}} = D \quad \text{si } \lambda_{\text{rupmatrice}} \geq 1 : \text{il y a rupture de la matrice.}$$

avec D calculé avec formule 2-9

Les critères de rupture pris sont donc très simples

- 10) Calculer les valeurs maximales λ_x^* des différents paramètres de rupture:
 λ_x^* : le valeur maximal de ($\lambda_x(\text{couche 1}), \lambda_x(\text{couche 2}), \dots, \lambda_x(\text{couche } i)$)
avec $x = \text{rupfibre, rupinterface ou rupmatrice}$.
- 11) Calculer pour tous les points : $\lambda = \text{maximum de } (\lambda^*_{\text{rupfibre}}, \lambda^*_{\text{rupinterface}}, \lambda^*_{\text{rupmatrice}})$, le paramètre de rupture pour un point sur la géométrie.

5. Résultats du calcul élastique

Dans le chapitre précédent, j'ai exposé la méthode permettant de déterminer le paramètre de rupture. Ce chapitre présente les résultats obtenus pour les deux stratifiés différents.

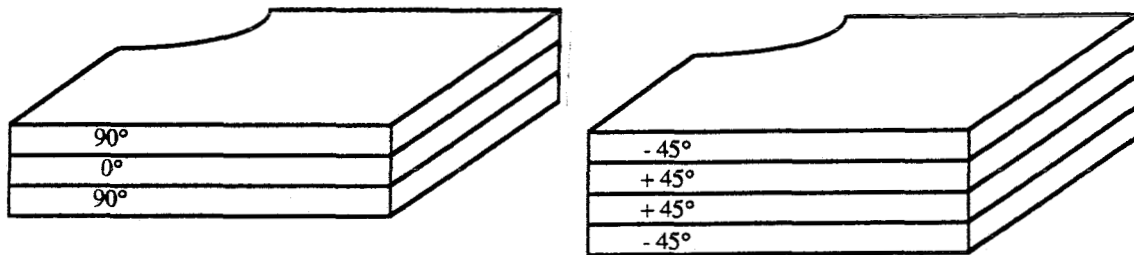


Figure 11) Les deux plaques différentes.

Je présente les graphes suivants:

- graphe 12a déformation de la plaque [90, 0, 90]
- graphe 12b déformation de la plaque [-45, 45, 45, -45]
- graphe 13a Transmettre de la force généralisée N_{11} dans la plaque [90, 0, 90]
- graphe 13b Transmettre de la force généralisée N_{11} dans la plaque [-45, 45, 45, -45]
- graphe 14a λ , la distance à la rupture de la plaque [90, 0, 90]
- graphe 14b λ , la distance à la rupture de la plaque [-45, 45, 45, -45]

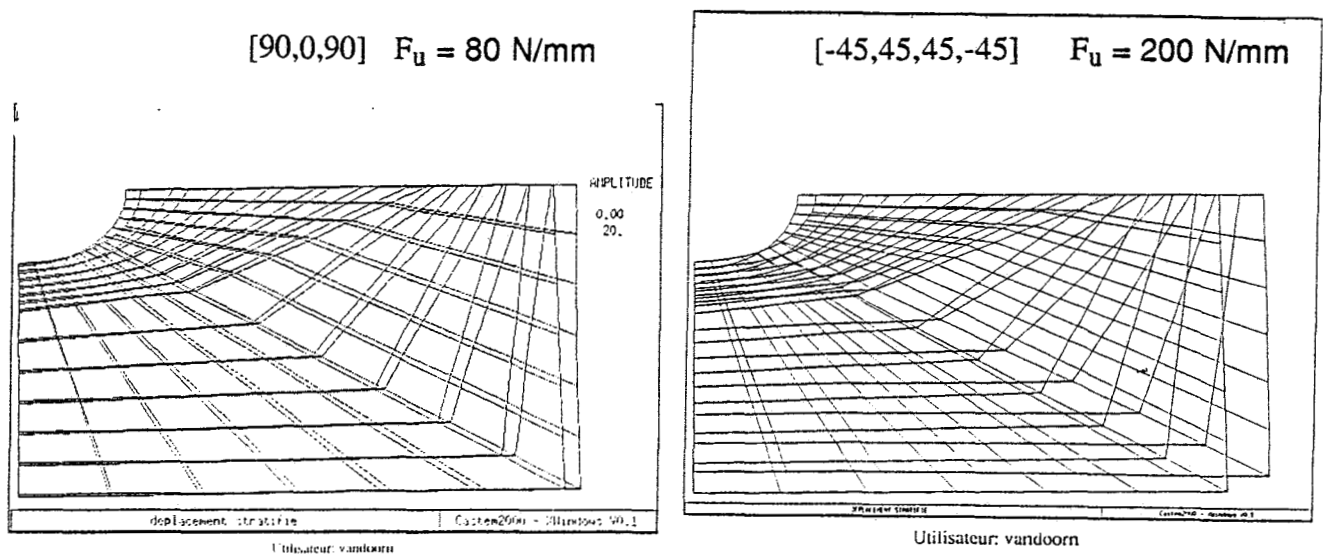


Figure 12) Déformation de la plaque.

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$

[-45,45,45,-45] $F_u = 200 \text{ N/mm}$

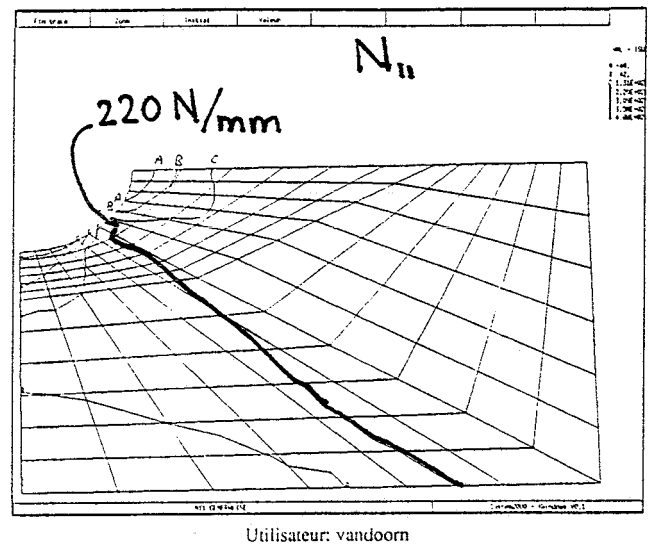
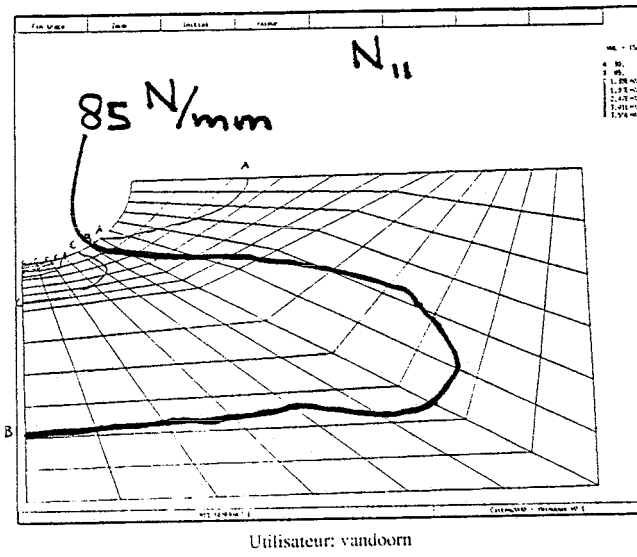


Figure 13) Les forces généralisées.

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$

[-45,45,45,-45] $F_u = 200 \text{ N/mm}$

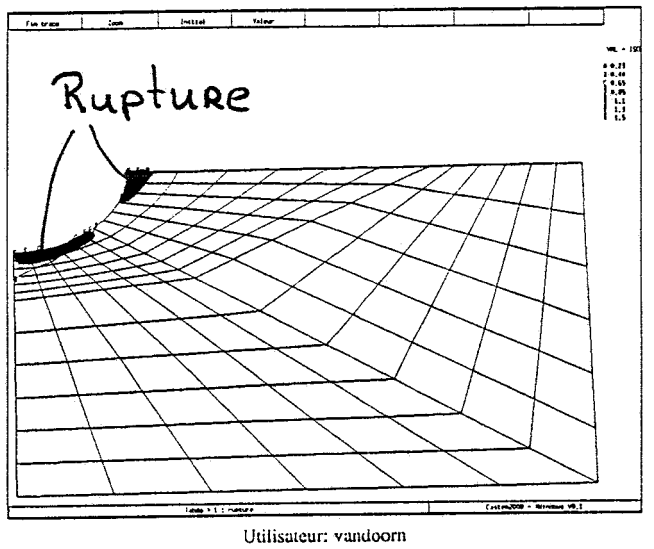
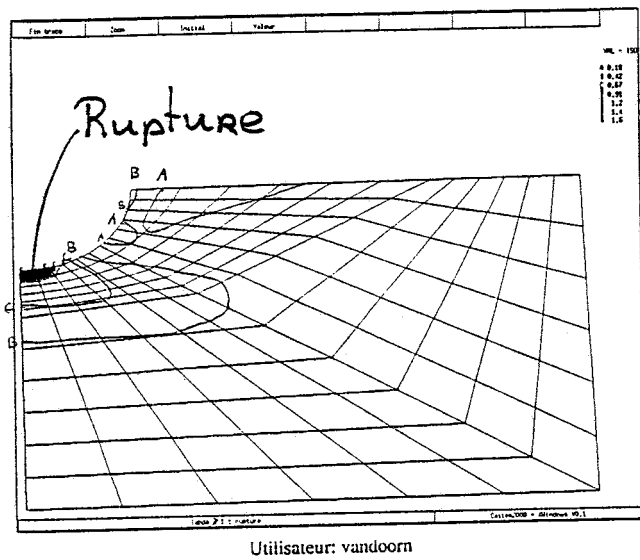


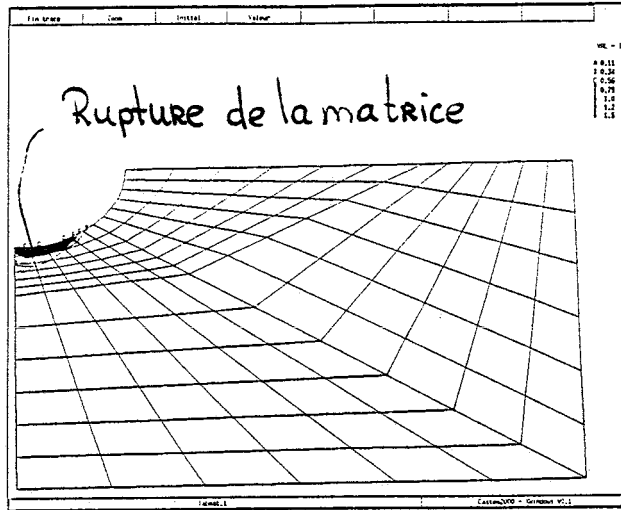
Figure 14) Les distances à rupture.

5.1. Transmettre des forces généralisées dans le stratifié

La figure 13 montre que la force généralisée N_{11} est presque égale à $F_u = 80$ N/mm. Au noeud P_5 elle augmente, contrairement au noeud P_4 .

5.2. Paramètre de rupture

Dans le cas du stratifié $[90, 0, 90]$ le paramètre de rupture de la matrice pour couche 2 donne la même figure que figure 14a. (J'ai supprimé la figure du paramètre de rupture de la matrice pour la couche 2 voir annexe). Conclusion : il y a rupture des fibres dans la couche 2. Dans le deuxième stratifié on ne peut pas prévoir le mode à rupture. Pour obtenir le mode à rupture il faut décomposer λ en $\lambda_{rupfibre}$, $\lambda_{rupmatrice}$ et $\lambda_{rupinterface}$. Voir figure 16. Les figures montrent qu'il est difficile de prévoir la rupture du stratifié. Il faut recalculer l'état des couches avec Dam-lam pour quelques points dans les zones critiques.

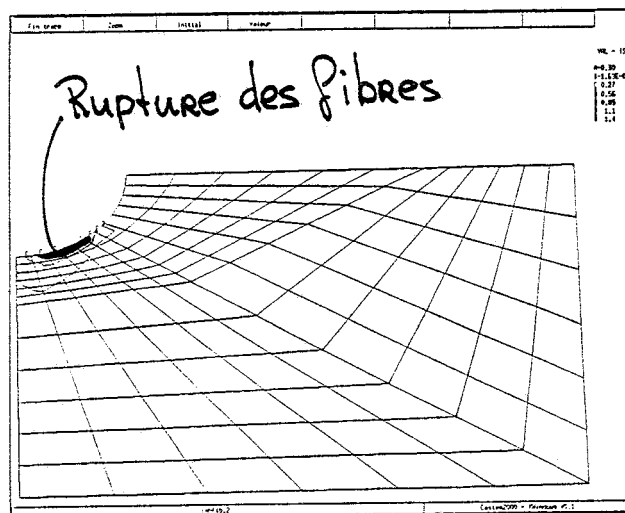


$F_u = 200 \text{ N/mm}$

[-45,45,45,-45]

couche 1 et 4

Utilisateur: vandoorn

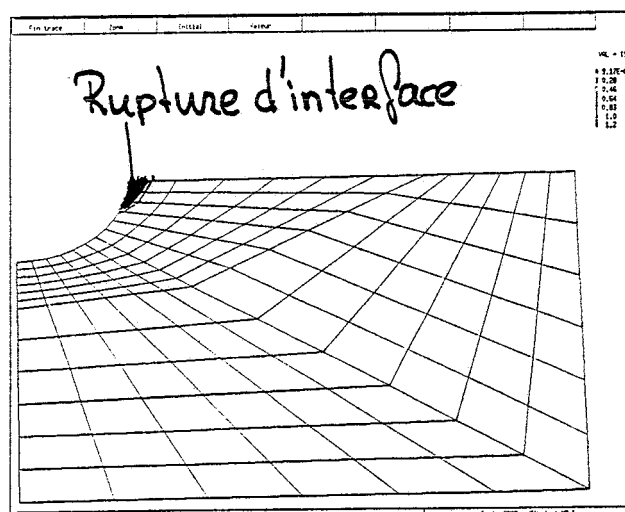


$F_u = 200 \text{ N/mm}$

[-45,45,45,-45]

couche 2 et 3

Utilisateur: vandoorn



$F_u = 200 \text{ N/mm}$

[-45,45,45,-45]

couche 2 et 3

Utilisateur: vandoorn

Figure 15) Les distances à rupture pour les trois modes.(couches différentes).

6. Calcul avec Dam-lam

Pour vérifier l'état des couches des stratifiés, j'ai calculé pour le point 25, dans la zone rupture des fibres pour stratifié [90, 0, 90] et dans la zone 'rupture de la matrice' pour stratifié [-45, 45, 45, -45], les forces généralisées. Dam-lam en a besoin pour le calcul.

6.1. Comparaison calcul élastique et Dam-lam

Les résultats pour le stratifié [90, 0, 90] sont presque pareils. Jusqu'à rupture des fibres Dam-lam fait un calcul en pilotage élastique. Il n'y a donc pas beaucoup de perte de rigidité de la matrice, car l'endommagement et la dégradation de la matrice sont petits.

calcul	σ_1	σ_2	σ_{12}	rupture	indicateur
castem lineair	149.E1	37.E0	35.E0	fibres	d = 4E-2
Dam-lam non lineair	148.E1	34.E0	41.E0	fibres	d = 4.9E-2

$F_u = 80 \text{ N/mm}$, [90, 0, 90], Point 25, couche 2

Pour le stratifié [-45, 45, 45, -45] les résultats sont différents. Pour la plupart des valeurs il manque un coefficient ± 3 .

couche	calcul	σ_1	σ_2	σ_{12}	rupture	indicateur
1	castem lineair	45.E1	7.E1	27.E1	matrice	$\lambda_{mat} > 1$
1	dam-lam non-lineair	16.E1	4.E1	9.E1	matrice	instabilité
2	castem lineair	8.E2	54.E1	-27.E1	fibre	$\lambda \pm 1$
2	dam-lam non-lineair	3.E2	3.E1	-9.E1		

$F_u = 200 \text{ N/mm}$, [-45, 45, 45, -45], Point 25, Couche 1&2.

6.2. Différences entre le calcul élastique et le calcul avec Dam-lam

L'explication pour les différences est suivante, Dam-lam utilise un modèle plastique ainsi il rend compte de l'endommagement progressif. (voir figure 16)

La figure 17 montre qu'il y a un point d'instabilité près de $\sigma_{12} = \sqrt{2} 9.E1$ Le stratifié casse avec le mode 'rupture de la matrice' sans obtenir les grandes valeurs du calcul élastique. Donc il n'y a pas de rupture des fibres. Pour avoir une bonne estimation il faut détailler le critère à la rupture de la matrice. Dans les résultats de Dam-lam on voit que la valeur de $D_{\text{instabilité}}$ est ± 0.5 . Je propose un nouveau paramètre de rupture de la matrice : $\lambda_{\text{rupmatrice}} = D/D_{\text{instabilité}}$.

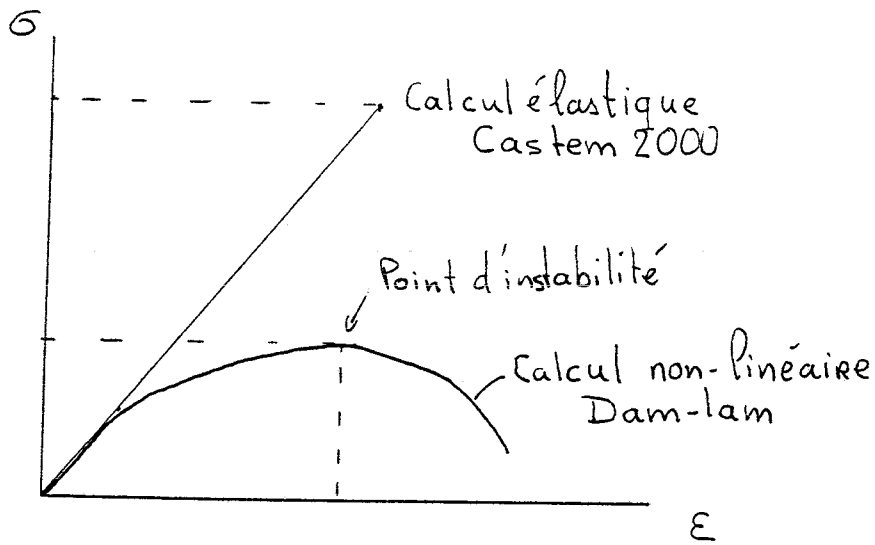


Figure 16) Différence entre un calcul élastique et un calcul avec Dam-lam.

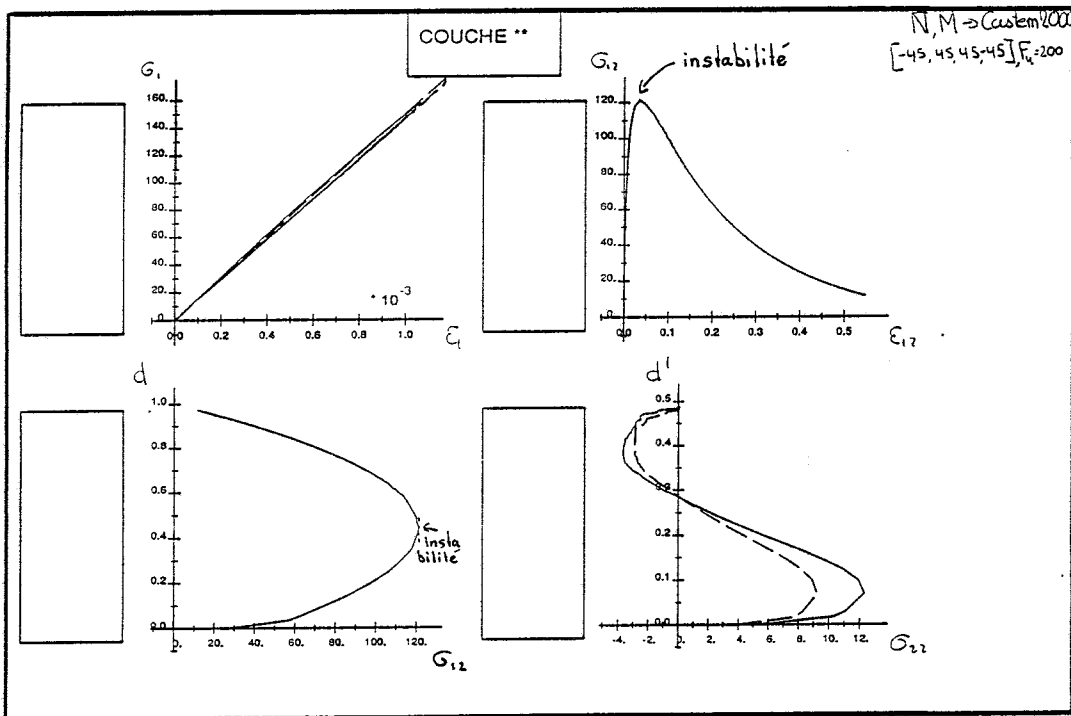


Figure 17) Les résultats d'un calcul avec Dam-lam.

Conclusion

Dans ce travail un outil permettant la détermination, au vu d'un calcul élastique effectué par CASTEM 2000, des zones critiques des structures stratifiées a été développé. Pour cela une approche multicritères du type de celle proposée par Hashin a été proposée ; en tout point de la structure des paramètres caractérisant la proximité aux différents modes de rupture :

- rupture des fibres
- détérioration de la liaison fibre-matrice
- micro-fissuration de la matrice

sont déterminés.

Les point les plus critiques ainsi définis sont ensuite réanalysés en utilisant un post-processeur d'analyse des dégradations développé au L.M.T. (Dam-lam).

Deux exemples simples qui concernent une plaque stratifiée trouée sollicitée en traction ont ainsi été traités. leur analyse montre que la réanalyse effectuée par Dam-lam est nécessaire pour prévoir les contraintes critiques notamment dans le cas ou les effets de cisaillement sont majeurs.

Bibliographie

[1] " Modélisation du comportement des composites stratifiés: application à l'analyse du délaminage"

ALLIX O.

Thèse de doctorat de l'université Paris 6, 1989

[2] " Une approche multi-critère de la rupture des composites stratifiés "

BAHLOULI N., GAIGNEBET Y.

Le logiciel Dam-lam

Rapport interne n° 108, L.M.T. CACHAN, 1991

[3] " Continuum damage mechanics "

BREKELMANS M.

Rapport Interne n° x, U.T.Eindhoven, 1990.

[4] " A Damage Mechanics for Composites Materials "

LADEVEZE P.

Proceeding of the Dutch 'National Mechanica Congress' 2-4 Avril 1990, Rolduc Kerkrade

[5] " Damage modelling of the elementary ply for laminated composites "

LADEVEZE P., LE DANTEC

Composites Science and Technology 43 (1992) Pp 257,267

[6] " Contribution a la modélisation du comportement mécanique des composites stratifiés "

LE DANTEC E.

Thèse de doctorat de l'université Paris 6, 1989

[7] " Introduction to the mechanics of a continuous medium "

MALVERN, L.E.

Prentice-hall, Englewood Cliffs, N.J., 1969

Les figures et les tableaux.

Les figures.

Figure 1) Mécanismes de rupture.....	4
Figure 2) Monocouche.....	6
Figure 3) Justifie la modèle	10
Figure 4) Plusieurs états ultimes du stratifié.	11
Figure 5) Plaque trouée en traction.....	12
Figure 6) Plaque trouée réduite.	13
Figure 7) Assimiler la structure multicouche en structure 2-D équivalente.	13
Figure 8) Le maillage de la plaque et point 25.	14
Figure 9) Chargement sur ligne l2.....	15
Figure 10) Force uniforme saisit au centre, déplacement uniforme	16
Figure 11) Les deux plaques différentes.....	17
Figure 12) Déformation de la plaque.....	17
Figure 13) Les forces généralisées.	18
Figure 14) Les distances à rupture.	18
Figure 15) Les distances à rupture pour les trois modes.(couches différentes).	20
Figure 16) Différence entre un calcul élastique et un calcul avec Dam-lam.....	23
Figure 17) Les résultats d'un calcul avec Dam-lam.	23

Les tableaux

Tableau 1) Propriétés du matériau T300/914.....	14
Tableau 2) Propriété des couches [90, 0, 90].....	14
Tableau 3) Propriété des couches [-45, 45, 45, -45].....	14

Annexe

Sommaire	page
Programme élastique	28
Resultats stratifié [90, 0, 90]	33
Resultats stratifié [-45, 45, 45, -45]	36
Resultats stratifié [90, 0, 90] point 25	38
Input Damlam [90, 0, 90] point 25	39
Resultats stratifié [-45, 45, 45, -45] point 25	40
Input Damlam [-45, 45, 45, -45] point 25	41
Contrainte dans une couche	42
Les forces généralisées N et M (σ)	43
Validation M	44
Controle dimension M	45

Programme.

Calculer: Les Forces Généralisées; N et M.
Les Distances à la rupture pour quelques modes de rupture.
La Zone Critique.

Sur: Un Structure multicouche.

Utilisant: Un Modèle Elastique pour calculer les déplacements
 $f = K u$.

Reprise pour: Castem 2000 version de 28 décembre 1990, un code d'élément
finis.

Functioner sur: Les Apollos, series 400, Au LMT de Cachan.

Auteur : André van Doorn
en cadre: Erasmus
date: 1/1/1992 jusqu'à 4/3/1992.

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
* Andre van Doorn
* Universite de technique a Eindhoven (Pays-Bas)
* Stage '92 en cadre erasmus
* effectue sur LMT de Cachan

OPTION DIME 3 ELEM qua4 ;
TITRE 'ESSAI 3 couche orthotrope ' ;
opti isov ligne ;

* ----- Procedure CALN2 pour calculer Ngen

DEBPROC CALN2 VINI*MOT SIG*TABLE
NBPLI*ENTIER ;
* DONNE : SIG (DANS LE PLAN GLOBALE)

NL = EXCO VINI SIG.1 'SCAL';
NL = CHANGER NL CHPO ;
J = 2;
REPETER ALGO1;
  BOOL = J > NBPLI ;
  SI BOOL ;
    QUITTER ALGO1;
  FINSI;
  NLIN= EXCO VINI SIG.J 'SCAL';
  NLIN = CHANGER NLIN CHPO;
  NL= (NL+NLIN) ;
  J=J+1;
FIN ALGO1;
* ----- Destruction des objets intermediares
DETR NLIN;

FINPROC NL;

* ----- Procedure CALM2 pour calculer Mgen

DEBPROC CALM2 VINI*MOT VIMI*MOT SIG*TABLE
NBPLI*ENTIER EXC*TABLE PLAQ*MAILLAGE ;
* DONNE: SIG (DANS LE PLAN GLOBALE)

NLIN = EXCO VINI SIG.1 'SCAL' ;
ML = EXCO VIMI SIG.1 'SCAL' ;
NLIN = CHANGER NLIN CHPO ;
ML = CHANGER ML CHPO ;
NL = NLIN * EXC.1 ;
M = NL+ ML ;

J = 2;
REPETER ALGO1 ;
  BOOL = J > NBPLI ;
  SI BOOL ;
    QUITTER ALGO1 ;
  FINSI;
  NLIN = EXCO VINI SIG.J 'SCAL' ;
  ML = EXCO VIMI SIG.J 'SCAL' ;
  NLIN = CHANGER NLIN CHPO ;
  ML = CHANGER ML CHPO ;
  NL = NLIN * EXC.J ;
  M = M + NL + ML ;
  J=J+1;
FIN ALGO1;
* ----- Destruction des objets intermediares
DETR NLIN;
DETR ML;
DETR NL;

FINPROC M;

* ----- definition des axes
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page1

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
x = ( 1 0 0 ) ;
y = ( 0 1 0 ) ;
z = ( 0 0 1 ) ;
vuepoint = ( 0 -1000 1000 ) ;
* ----- definition des densites
INT56 = 6 ;
INT64 = 6 ;
INT59 = 6 ;
INT91 = 6 ;
* ----- la geometrie
P1 = 0 0 0 ;
P2 = 50 0 0 ;
P3 = 50 40 0 ;
P4 = 10 40 0 ;
P5 = 0 30 0 ;
C1 = 0 40 0 ;
*
LI12 = D INT56 P1 P2 ;
LI23 = D INT64 P2 P3 ;
LI34 = D 3 P3 P4 ;
LI45 = CERC 2 P4 C1 P5 ;
LI51 = D 5 P5 P1 ;
P6 = LI45 POINT 2 ;
P9 = LI51 POINT 2 ;
P7 = LI34 POINT 2 ;
DETR LI45 ;
DETR LI34 ;
DETR LI51 ;
LI46 = CERC INT64 P4 C1 P6 ;
LI65 = CERC INT56 P6 C1 P5 ;
LI62 = D 5 P6 P2 ;
P8 = LI62 POINT 2 ;
LI37 = D INT91 P3 P7 ;
LI74 = D INT59 P7 P4 ;
LI68 = D INT59 P6 P8 ;
LI82 = D INT91 P8 P2 ;
LI59 = D INT59 P5 P9 ;
LI91 = D INT91 P9 P1 ;
LI87 = D INT64 P8 P7 ;
LI89 = D INT56 P8 P9 ;
LI34 = LI37 ET LI74 ;
LI51 = LI59 ET LI91 ;
POINTER = P8 ;

PLAQ1 = DALLER LI23 LI37 LI87 LI82 PLANE ;
plaq1 = orienter plaq1 z ;
PLAQ2 = DALLER LI74 LI46 LI68 LI87 PLANE ;
plaq2 = orienter plaq2 z ;
PLAQ3 = DALLER LI12 LI82 LI89 LI91 PLANE ;
plaq3 = orienter plaq3 z ;
PLAQ4 = DALLER LI68 LI65 LI59 LI89 PLANE ;
plaq4 = orienter plaq4 z ;
TEMPS ;

* ----- dessin du maillage

* TRACER vuepoint( PLAQ1 ET PLAQ2 ET PLAQ3 ET PLAQ4 ) ;
**
PLAQ = PLAQ1 ET PLAQ2 ET PLAQ3 ET PLAQ4 ;
plaq = orienter plaq z ;

TASSER PLAQ ;
* TRAC VUEPOINT PLAQ ;

* ----- propriete materiau
CELL = 148000. ;
CE22 = 11500. ;
CG12 = 5800. ;
CV12 = .33D0 ;
CV13 = .33D0 ;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page2

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
CV23 = .33D0 ;
CG13 = 5800 ;
CG23 = 5800 ;

* ----- propriete couche
*Tableau des angles
*
NBPLI = 3 ;
TANGL=TABLE ;
TANGL.1=(90.) ;
TANGL.2=(0.) ;
TANGL.3=(90.) ;

* Tableau des epaisseurs et excentricite
TPLI =TABLE ;
EXC =TABLE ;
EPLI= .125 ;

TPLI.1 = EPLI ;
TPLI.2 = EPLI ;
TPLI.3 = EPLI ;
EXC.1 = -1.0 * EPLI ;
EXC.2 = 0. ;
EXC.3 = 1.0 * EPLI ;

* ----- modele orthotrope
MODORT = MODELE ORTHOTROPE ;

* ----- affe sur plaq
OBJPLA = AFFE plaq MODORT coq4 ;

CAR = TABLE ;
MAT = TABLE ;
RIG = TABLE ;
DIRFIB = TABLE ;

*
* DESCRIPTION DU MATERIAU ORTHOTROPE ET
*L'element coq4 correspond a une formulation avec cisaillement
*il faut fournir Kcp puis les modules 23 et 13
* CREATION DE LA RIGIDITE DES COUCHES
*

J =1 ;
*
REPETER BOUCLE ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
quitter boucle ;
fini ;
dirfibx = cos(tangl.j) ;
dirfiby = sin(tangl.j) ;
dirfib.j = (dirfibx dirfiby 0) ;
car.j = cara objpla EPAIS tpli.j EXCENTREMENT exc.j ;
mat.j = mate objpla DIRE dirfib.j parallel
YG1 CE11 YG2 CE22 NU12 CV12
G12 CG12 G13 CG13 G23 CG23 ;
*
rig.j = rigi mat.j car.j ;
*
J = J+1 ;
FIN BOUCLE ;
**

* ----- condition aux limites
CONDI51 = ( BLOQ ux UZ RY RX li51 ) ;
CONDI34 = ( BLOQ uy uz li34 ) ;
CONDI12 = ( BLOQ uz LI12 ) ;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page3

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
* CONDI23 = ( BLOQ UX LI23 ) ;
CL = CONDI51 ET CONDI34 ET CONDI12 ;
* ----- rigidite complete avec CL
RIGTOT = RIG.1 ET CL ;
J = 2;
REPETER ALGO ;
bool = j > nbpli ;
SI bool ;
  QUITTER ALGO ;
FINSI;
RIGTOT = RIGTOT ET RIG.J ;
*
  J = J+1 ;
FIN ALGO ;
* ----- comportement
jump = 80 ;
* dans N/mm ;
a = nbno li23 ;
poub = a - 1 ;
poub = 40.0 / poub ;
f1 = poub * a ;
fp1 = force FX f1 li23 ;
f2 = 0.0 - poub / 2 ;
fp2 = force FX f2 P2 ;
fp3 = force FX f2 P3 ;
fp = fp1 et fp2 et fp3 ;
* ----- resoudre le probleme
DEP = RESOU RIGTOT FP ;
TEMPS ;
* ----- visualisation des deplacements
defplaq0 = deforme plaq dep 0 ;
defplaq = deforme plaq dep 10 ;
titre deplacement stratifie ;
trac vuepoint (defplaq0 et defplaq) ;
* ----- contrantes dans chacune des couches
* ----- sig.couchenumber
SIG = TABLE ;
SIG1 = TABLE ;
j = 1 ;
REPETER ALGO ;
BOOL = J > NBPLI ;
SI bool ;
  QUITTER ALGO ;
FINSI;
SIG1.j = SIGMA MAT.J CAR.J DEP ;
* ----- plan global
SIG.J = RTENS SIG1.J X ;
J = J+1 ;
FIN ALGO ;
** Pour visualiser NXI et MXI suivant les options de visu
VISN = TABLE;
VISN.1=N11;
VISN.2=N22;
VISN.3=N12;
VISM = TABLE;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page4

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
VISM.1=M11;
VISM.2=M22;
VISM.3=M12;
* ----- CALCUL DE M GENERALISE POUR ENTRE DANS
* ----- DAMLAM : MAL AU BORD DU MAILLAGE
MGEN = TABLE ;
I=1 ;
REPETER BOUCLE1;
  BOOL1 = I > 3 ;
  SI BOOL1 ;
    QUITTER BOUCLE1 ;
  FINSI ;
  MGEN.I = CALM2 (VISN.I) (VISM.I) SIG NBPLI EXC PLAQ;
  TITRE VISM.I generalise ;
  TRAC VUEPOINT PLAQ MGEN.I ;
  I=I+1;
FIN BOUCLE1;
* ----- CALCUL DE N GENERALISE POUR ENTRE DANS
* ----- DAMLAM : MAL AU BORD DU MAILLAGE
NGENE = TABLE ;
NGEN = TABLE ;
I=1 ;
REPETER BOUCLE1;
  BOOL1 = I > 3 ;
  SI BOOL1 ;
    QUITTER BOUCLE1 ;
  FINSI ;
  NGEN.I = CALN2 (VISN.I) SIG NBPLI ;
  TITRE VISN.I generalise ;
  TRAC VUEPOINT PLAQ NGEN.I ;
  * NGEN.I = CHANGER NGENE.I CHPO;
  I=I+1;
FIN BOUCLE1;
NBPOINTS = NBNO PLAQ;
* ----- routine siglocale par pli
* ----- changer champselem dans champspoint
* ----- DONNES: DIRFIB.J SIG1.J TPLI.J
sigxx = table ;
sigyy = table ;
sigxy = table ;
j = 1 ;
*
REPETER ALGO ;
BOOL = J > NBPLI ;
SI bool ;
  QUITTER ALGO ;
FINSI;
sig.j = rtens sig1.j dirfib.j ;
POUB1 = EXCO SIG.J N11 'SCAL' ;
POUB2 = EXCO SIG.J N22 'SCAL' ;
POUB3 = EXCO SIG.J N12 'SCAL' ;
sigxx.j = CHANGER POUB1 CHPO ;
sigyy.j = CHANGER POUB2 CHPO ;
sigxy.j = CHANGER POUB3 CHPO ;
sigxx.j = sigxx.j / tpli.j ;
sigyy.j = sigyy.j / tpli.j ;
sigxy.j = sigxy.j / tpli.j ;
J = J+1 ;
FIN ALGO ;
* ----- calculation du critere par point.
Yd = table;
Ydprim = table;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page5

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
Ydbar = table;
labmat = table;
labfib = table;
labint = table;
negsig = table;
* ----- coefficient loi d'endommagement DAM_LAM
* ----- ce sont celles de DAM_LAM et Le Dantec
* ----- pour le materiau T300-914 Y0 (MPa)
B2 = 2.0 ;
Y0 = 0.098 ;
wortelyY = Y0 **0.5 ;
Yc = 6.2 ;
wortelYc = Yc **0.5 ;
j = 1 ;
sigrup11 = 1500 ;
sigrup22 = 59.1 ;

REPETER BOUCLE ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
  quitter boucle ;
fini ;
Yd.J = (( sigxy.j ) **2 ) / 2 / CG12 ;
list Yd.J ;
poub = ( sigyy.j ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + sigyy.j ;
sigyypos = poub / 2 ;
negsig.j = 1.0E-7 - sigyy.j ;
poub = ( negsig.j ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + negsig.j ;
negsig.j = poub / 2 ;
list sigyypos ;
list negsig.j ;
Ydprim.J = (( sigyypos ) **2 ) / 2 / CE22 ;
list Ydprim.J ;
Ydbar.J = (Yd.J + B2 * Ydprim.J ) **0.5 ;
list Ydbar.j ;
ydif = ydbar.j - wortely0 ;
poub = (ydif ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub + 0.00001 ;
poub = poub / 2 ;
labmat.j = poub / wortelYc ;
labint.j = negsig.j / sigrup22 ;
labfib.j = sigxx.j / sigrup11 ;
j = j+1 ;
FIN BOUCLE ;

* ----- trouve tous les labmat minimal
* ----- dans une des pli sur un point:

ypoub = table ;
ypoub.1 = labmat.1 ;
ypoub.2 = labmat.2 ;
ypoub.3 = labmat.3 ;
j = 2 ;
REPETER ALGOL ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
  quitter algol ;
fini ;
jm = j-1 ;
ydif = ypoub.j - ypoub.jm ;
poub = (ydif ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub / 2 ;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page6

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
ypoub.j = poub + ypoub.jm ;
j=j+1 ;
fin algol ;

minmat = ypoub.nbpli ;

* ----- trouve tous les labfib minimal
* ----- dans une des pli sur un point:

ypoub = table ;
ypoub.1 = labfib.1 ;
ypoub.2 = labfib.2 ;
ypoub.3 = labfib.3 ;
j = 2 ;
REPETER ALGOL ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
  quitter algol ;
fini ;
jm = j-1 ;
ydif = ypoub.j - ypoub.jm ;
poub = (ydif ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub / 2 ;
ypoub.j = poub + ypoub.jm ;
j=j+1 ;
fin algol ;

minfib = ypoub.nbpli ;

* ----- trouve tous les labint minimal
* ----- dans une des pli sur un point:

ypoub = table ;
ypoub.1 = labint.1 ;
ypoub.2 = labint.2 ;
ypoub.3 = labint.3 ;
j = 2 ;
REPETER ALGOL ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
  quitter algol ;
fini ;
jm = j-1 ;
ydif = ypoub.j - ypoub.jm ;
poub = (ydif ) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub / 2 ;
ypoub.j = poub + ypoub.jm ;
j=j+1 ;
fin algol ;
minint = ypoub.nbpli ;

* ----- trouve tous les labxxx minimal
* ----- dans une des pli sur un point:

ypoub = table ;
ypoub.1 = minint ;
ypoub.2 = minmat ;
ypoub.3 = minfib ;
j = 2 ;
REPETER ALGOL ;
bool = j > nbpli ;
si bool ;
  quitter algol ;
fini ;
jm = j-1 ;
ydif = ypoub.j - ypoub.jm ;
```

Modified: 03/31/92 11:01 AM

Page7

Printed: 03/31/92 11:04 AM

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/castem/last.1

```
poub = (ydif) **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub / 2 ;
ypoub.j = poub + ypoub.jm ;
j=j+1 ;
fin algol ;

labda = ypoub.nbpli ;
labdamax = maxi labda ;
poub = ydif **2 ;
poub = poub **0.5 ;
poub = poub + ydif ;
poub = poub / 2 ;
domaine = poub + 1 ;
titre 'labda < 1 : rupture' ;
trac vuepoint labda plaq ;

saut page ;
mess '          Resultat de geo.1      ' ;
mess ' labdamax =' labdamax ;
i = 1 ;
REPETER ALGO1 ;
  booll = i > nbpoints ;
  si booll ;
    quitter algol ;
  fin si ;
  pointer = noeud i ;
  poub = extr labda pointer 'SCAL' ;
  bool2 = poub > 0.901 ;
  si bool2 ;
    a = extr labda pointer 'SCAL' ;
    list pointer ;
    mess ' labda = ' a ;
    mess '          xx          yy          xy' ;
    b = extr Ngen.1 pointer 'SCAL' ;
    c = extr Ngen.2 pointer 'SCAL' ;
    d = extr Ngen.3 pointer 'SCAL' ;
    mess ' Ngen = ' b ' c ' d ;
    b = extr Mgen.1 pointer 'SCAL' ;
    c = extr Mgen.2 pointer 'SCAL' ;
    d = extr Mgen.3 pointer 'SCAL' ;
    mess ' Mgen = ' b ' c ' d ;
    j = 1 ;
    mess 'sigma dans le plan local 1 2 3:' ;
    mess ' sigma          11          22          12' ;

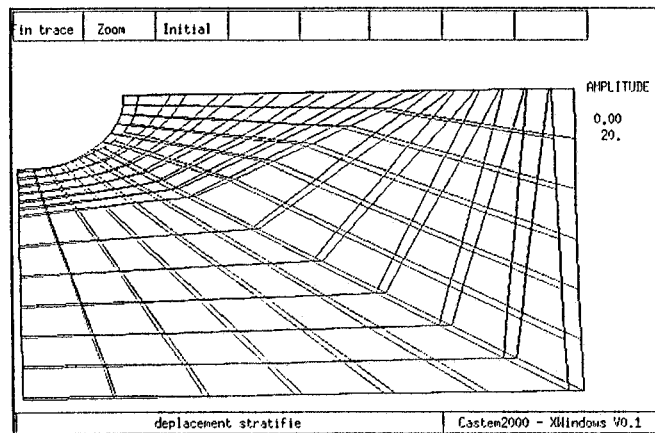
  REPETER ALGO2 ;
    bool3 = j > nbpli ;
    si bool3 ;
      quitter ALGO2 ;
    fin si ;
    b = extr sigxx.j pointer 'SCAL' ;
    c = extr sigyy.j pointer 'SCAL' ;
    d = extr sigxy.j pointer 'SCAL' ;
    mess ' pli ' j ' b ' c ' d ;
    j = j + 1 ;
  FIN ALGO2 ;
  mess ' ' ;
  fin si ;
  i = i + 1 ;
FIN ALGO1 ;

a = jump / labdamax ;

mess ' On propose un comportement pour avoir une geometrie' ;
mess ' sans endommagement :deplacement / labdamax ' a ' N/m' ;

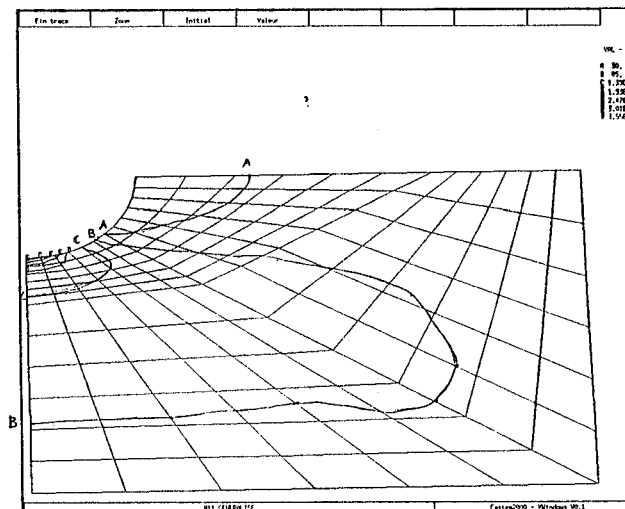
OPTI DONN 5 ;
```

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



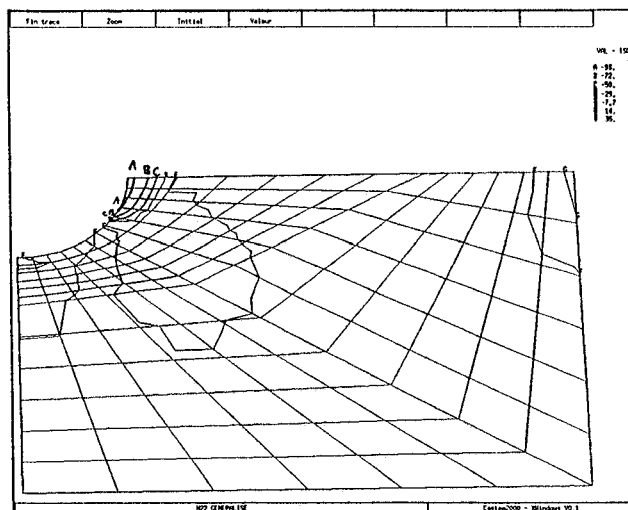
Utilisateur: vandoorn
Deplacement

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



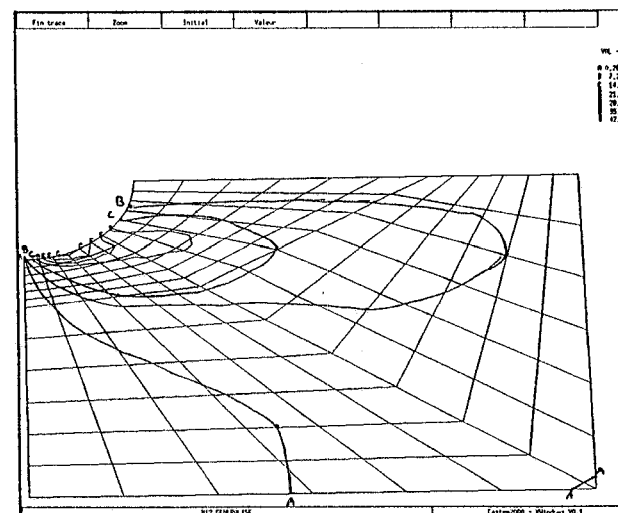
Utilisateur: vandoorn
N₁₁

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn
N₂₂

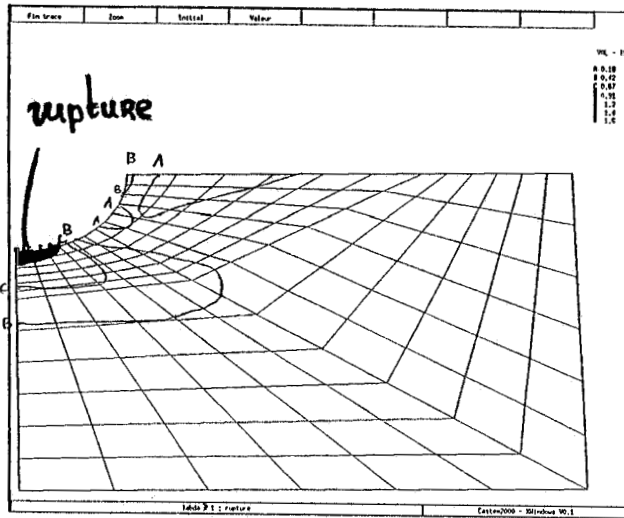
[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn
N₁₂

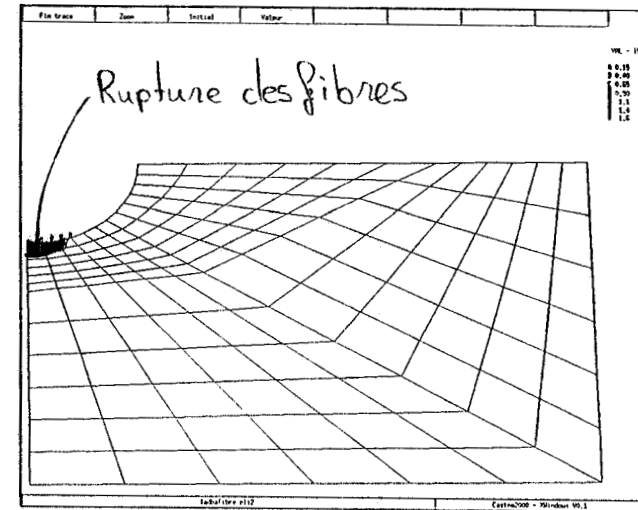
Deplacement, N_{11} , N_{22} , N_{12} de stratifié [90,0,90], $F_u = 80 \text{ N/mm}$

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



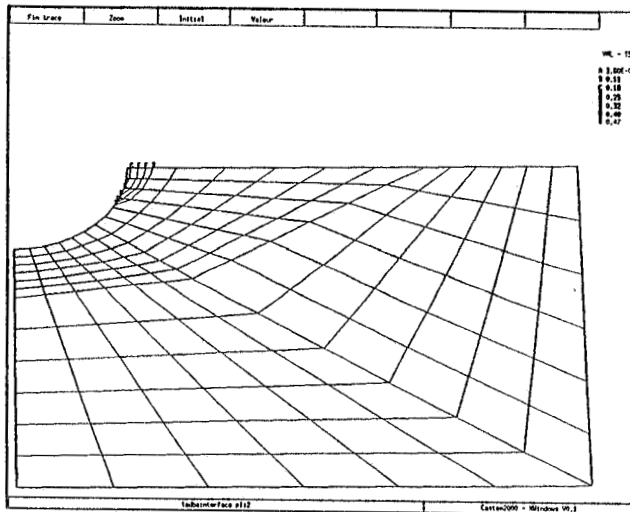
Utilisateur: vandoorn

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



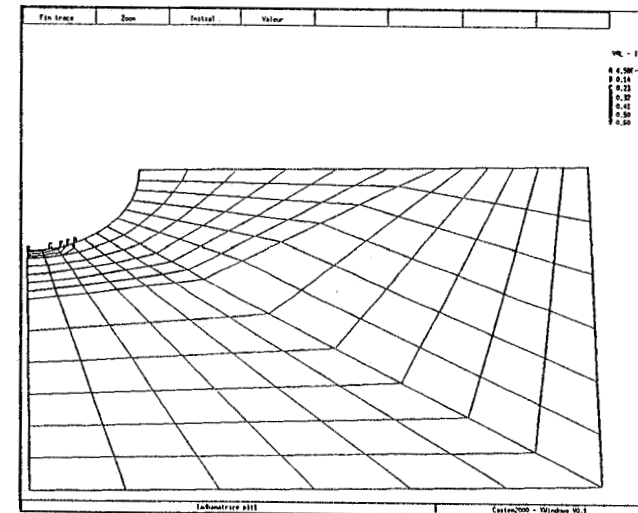
Utilisateur: vandoorn

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn

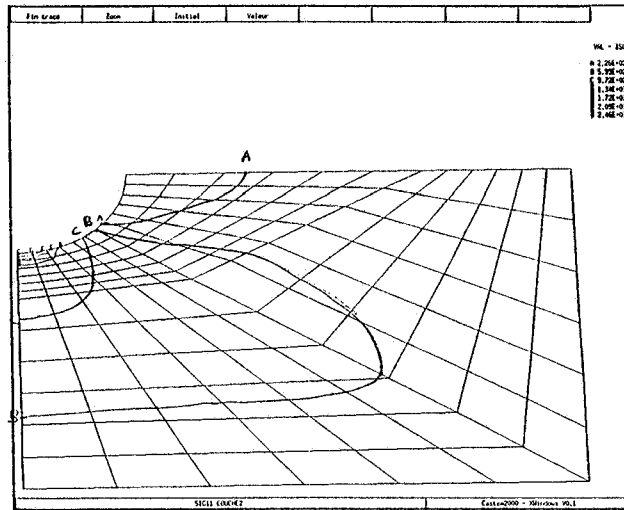
[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn

λ , λ_{fibre} (couche 2), $\lambda_{\text{interface}}$ (couche 2), λ_{matrice} (couche 1) [90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$

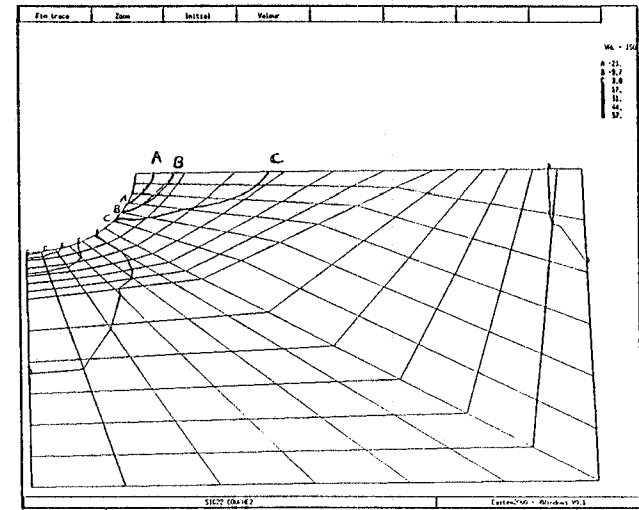
[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



σ_{11}

Utilisateur: vandoorn

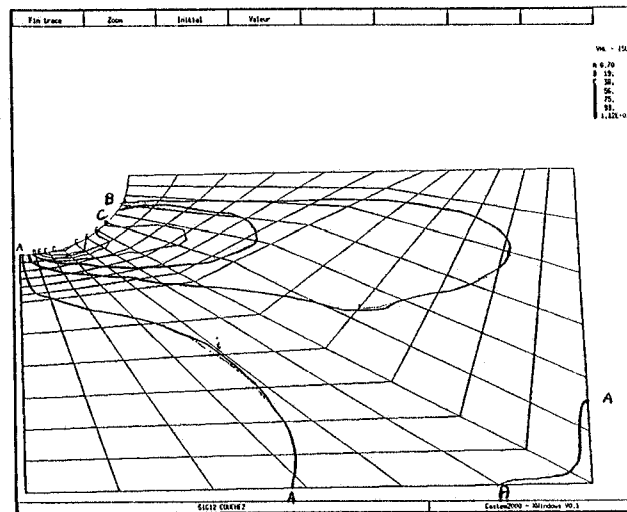
[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



σ_{22}

Utilisateur: vandoorn

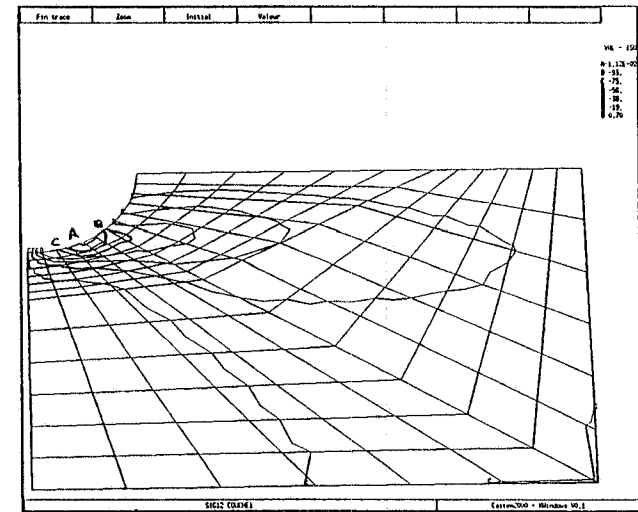
[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$



σ_{11}

Utilisateur: vandoorn

[90,0,90] $F_u = 80 \text{ N/mm}$

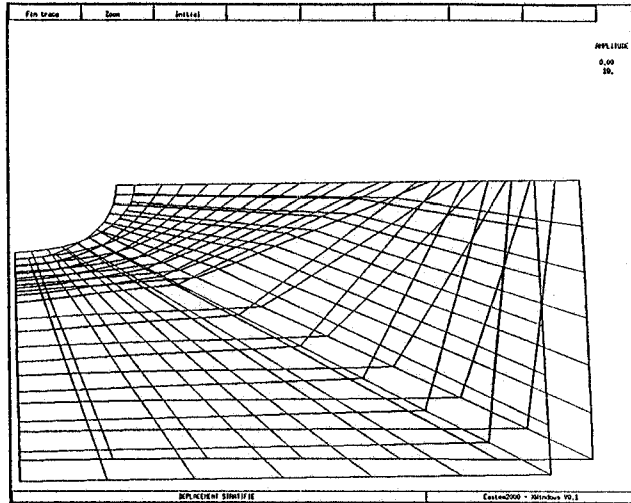


σ_{12}

Utilisateur: vandoorn

σ_{11} (couche 2), σ_{22} (couche 2), σ_{11} (couche 2) σ_{12} (couche 1) stratifié [90,0,90] F_u 80

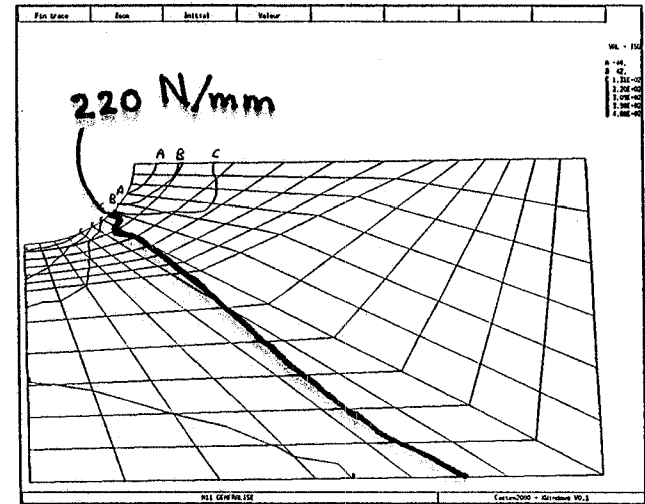
$[-45,45,45,-45]$ $F_u = 200 \text{ N/mm}$



Déplacement

Utilisateur: vandoorn

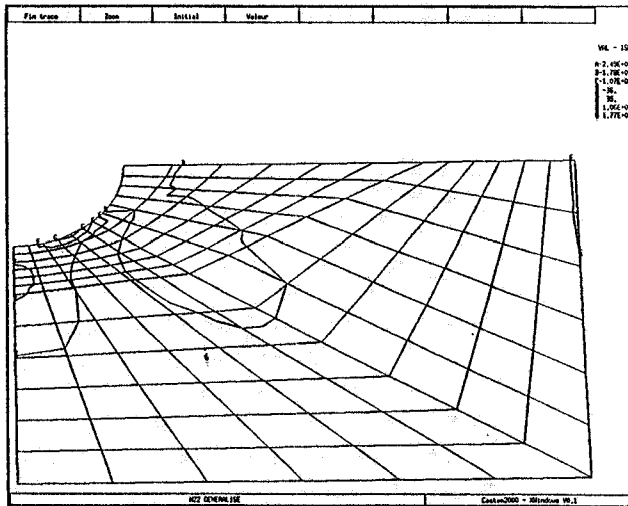
$[-45,45,45,-45]$ $F_u = 200 \text{ N/mm}$



N_{11}

Utilisateur: vandoorn

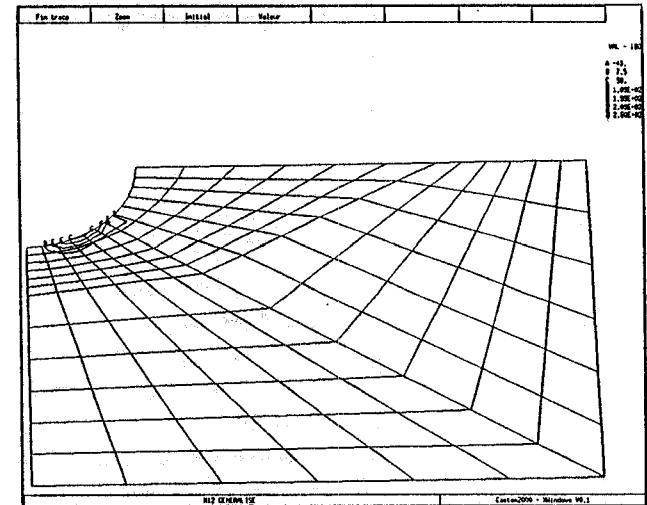
$[-45,45,45,-45]$ $F_u = 200 \text{ N/mm}$



N_{22}

Utilisateur: vandoorn

$[-45,45,45,-45]$ $F_u = 200 \text{ N/mm}$



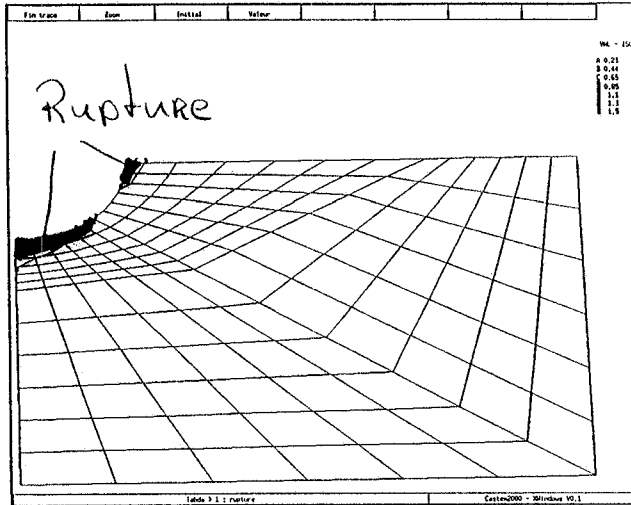
N_{12}

Utilisateur: vandoorn

Déplacement, N_{11} , N_{22} , N_{12} Stratifié $[-45, 45, 45, -45]$

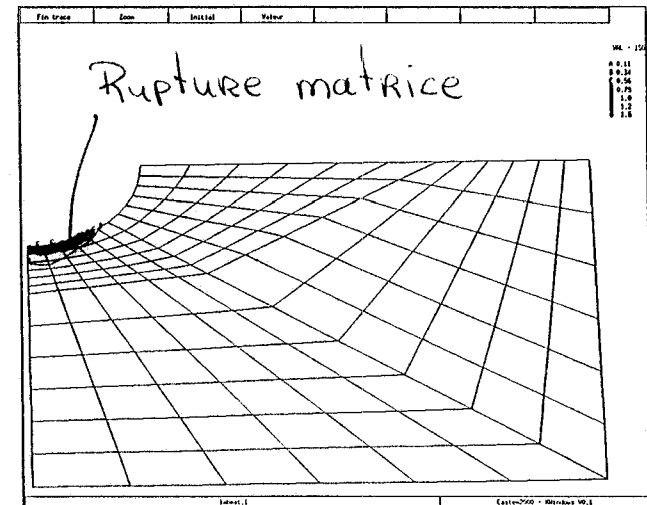
$F_u = 200 \text{ N/mm}$

$[-45,45,45,-45] F_u = 200 \text{ N/mm}$



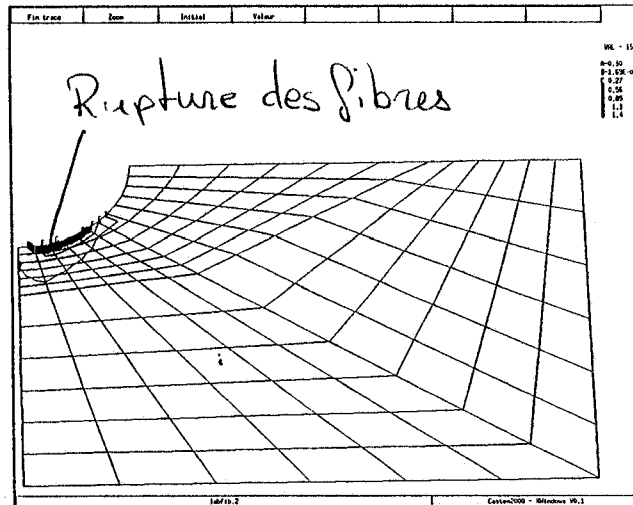
Utilisateur: vandoorn

$[-45,45,45,-45] F_u = 200 \text{ N/mm}$



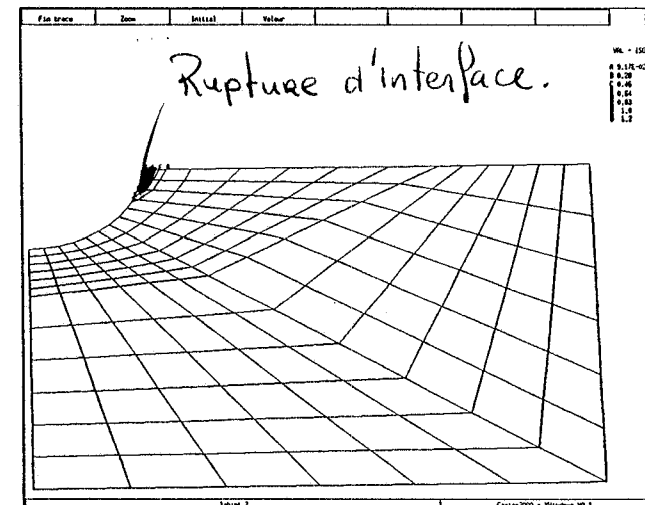
Utilisateur: vandoorn

$[-45,45,45,-45] F_u = 200 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn

$[-45,45,45,-45] F_u = 200 \text{ N/mm}$



Utilisateur: vandoorn

λ couches matrice, λ fibres, λ interface
 λ couches matrice, λ fibres, λ interface

strati P: $[-45, 45, 45, -45] F = 200 \text{ N/mm}$

Resultat Calcul élastique $F_u = 80 \text{ N/mm}$ plaque $[90, 0, 90]$

USER: vandooorn //orval/usager/andre_vandooorn/castem/casres

resultat fu = 80 (90,0, 90)

Point dont le numero est actuellement 12
 Coordonnees: 0.00000 29.000 0.00000 Densite: 1.0000
 labda = 1.0246

		xx	yy	xy
Ngen	=	221.86	9.9166	
Mgen	=	-1.03453E-18	-3.43849E-19	-1.1116
sigma dans le plan local 1 2 3:				
sigma		11	22	12
pli	1	20.684	118.98	2.9642
pli	2	1536.9	37.965	-2.9642
pli	3	20.684	118.98	2.9642

Point dont le numero est actuellement 13
 Coordonnees: 0.00000 30.000 0.00000 Densite: 0.00000
 labda = 1.7661

		xx	yy	xy
Ngen	=	382.32	12.787	-0.86857
Mgen	=	-1.12780E-18	-3.76376E-19	3.36175E-20
sigma dans le plan local 1 2 3:				
sigma		11	22	12
pli	1	19.066	204.69	2.3162
pli	2	2649.2	64.163	-2.3162
pli	3	19.066	204.69	2.3162

Point dont le numero est actuellement 25
 Coordonnees: 1.5226 29.136 0.00000 Densite: -4.0247
 labda = 0.99915

		xx	yy	xy
Ngen	=	216.37	10.841	13.141
Mgen	=	-8.12802E-19	-1.46634E-19	-8.26223E-20
sigma dans le plan local 1 2 3:				
sigma		11	22	12
pli	1	24.679	116.13	-35.044
pli	2	1498.7	37.370	35.044
pli	3	24.679	116.13	-35.044

Point dont le numero est actuellement 26
 Coordonnees: 1.3053 30.086 0.00000 Densite: 1.3090
 labda = 1.6223

		xx	yy	xy
Ngen	=	351.26	15.255	23.876
Mgen	=	-9.27061E-19	-1.15955E-20	-8.97342E-20
sigma dans le plan local 1 2 3:				
sigma		11	22	12
pli	1	31.032	188.34	-63.669
pli	2	2433.4	59.979	63.669
pli	3	31.032	188.34	-63.669

Point dont le numero est actuellement 38
 Coordonnees: 3.0267 29.414 0.00000 Densite: -4.2226
 labda = 0.93327

		xx	yy	xy
Ngen	=	202.19	13.596	25.152
Mgen	=	2.21686E-16	-1.11045E-16	-1.44035E-19
sigma dans le plan local 1 2 3:				
sigma		11	22	12
pli	1	36.416	108.79	-67.072
pli	2	1399.9	35.936	67.072
pli	3	36.416	108.79	-67.072

Point dont le numero est actuellement 39
 Coordonnees: 2.5882 30.341 0.00000 Densite: 1.3090
 labda = 1.2631

		xx	yy	xy
Ngen	=	273.71	20.956	40.352
Mgen	=	-4.45015E-19	-5.32252E-20	-1.75757E-19

Resultat Dam-bann $F_u = 80 \text{ N/mm}$ plaque $[90, 0, 90]$

USER: vandooorn //orval/usager/andre_vandooorn/result/reslas25.1

(90,0,90) nxxd = 0.12171, nyxd = 0.0060981, nxyd = 0.00739210

siglon1

**sig1	sig2	sig12	eps1	eps2	eps12	d1	d2	df1
df2	para							
0.159E+02	0.647E+02	-.293E+02	-0.367E-04	0.667E-02	-.240E-02	0.161E+00	0.809E-01	-.350E+00
0.434E+00	0.650E+00							
0.173E+02	0.679E+02	-.313E+02	-0.347E-04	0.721E-02	-.268E-02	0.179E+00	0.901E-01	-.335E+00
0.433E+00	0.700E+00							
0.187E+02	0.709E+02	-.333E+02	-0.318E-04	0.775E-02	-.299E-02	0.197E+00	0.989E-01	-.320E+00
0.433E+00	0.750E+00							
0.201E+02	0.736E+02	-.352E+02	-0.281E-04	0.830E-02	-.331E-02	0.214E+00	0.107E+00	-.305E+00
0.433E+00	0.800E+00							
0.216E+02	0.761E+02	-.372E+02	-0.236E-04	0.884E-02	-.366E-02	0.230E+00	0.116E+00	-.291E+00
0.432E+00	0.850E+00							
0.232E+02	0.784E+02	-.392E+02	-0.182E-04	0.940E-02	-.404E-02	0.246E+00	0.124E+00	-.277E+00
0.432E+00	0.900E+00							
0.248E+02	0.805E+02	-.412E+02	-0.119E-04	0.995E-02	-.445E-02	0.261E+00	0.131E+00	-.264E+00
0.432E+00	0.950E+00							
0.252E+02	0.829E+02	-.411E+02	-0.149E-04	0.105E-01	-.464E-02	0.275E+00	0.138E+00	-.253E+00
0.432E+00	0.100E+01							

siglon2

**sig1	sig2	sig12	eps1	eps2	eps12	d1	d2	df1
df2	para							
0.996E+03	0.246E+02	0.381E+02	0.667E-02	-0.367E-04	0.240E-02	0.140E-01	0.703E-02	-.477E+00
0.437E+00	0.650E+00							
0.108E+04	0.262E+02	0.415E+02	0.721E-02	-0.347E-04	0.268E-02	0.266E-01	0.133E-01	-.466E+00
0.436E+00	0.700E+00							
0.116E+04	0.277E+02	0.450E+02	0.775E-02	-0.318E-04	0.299E-02	0.393E-01	0.197E-01	-.455E+00
0.436E+00	0.750E+00							
0.124E+04	0.291E+02	0.485E+02	0.830E-02	-0.281E-04	0.331E-02	0.520E-01	0.261E-01	-.444E+00
0.436E+00	0.800E+00							
0.132E+04	0.305E+02	0.519E+02	0.884E-02	-0.236E-04	0.366E-02	0.648E-01	0.325E-01	-.433E+00
0.436E+00	0.850E+00							
0.140E+04	0.317E+02	0.554E+02	0.940E-02	-0.182E-04	0.404E-02	0.776E-01	0.390E-01	-.422E+00
0.435E+00	0.900E+00							
0.148E+04	0.328E+02	0.588E+02	0.995E-02	-0.119E-04	0.445E-02	0.904E-01	0.454E-01	-.411E+00
0.435E+00	0.950E+00							
0.932E+03	0.340E+02	0.601E+02	0.105E-01	-0.149E-04	0.464E-02	0.980E-01	0.492E-01	-.405E+00
0.435E+00	0.100E+01							

28

Input Dam-lam $F_u = 80$ plaque [90,0,90] point 25

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/exe/tryout25

```
*****
***          FICHER REPRISE          ***
*****
**
IMPRESSION
IMPCOU          = .T.
**
THERMIQUE
THERM           = .F.
**
DECHARGE
DECH            = .F.
DLAM            = 0.2
**
NOMSTRAT
SANDW           = .F.
RESFIB          = 'castem 2000'
DRAPAG          = '(90 0 90)'
**
INDICATIF
INDIC           =      trypl
**
MATERIAU
NBMAT           =      1
NBPLI           =      3
**
COUCHE
ANGLE           =  90.00000
EP              =  0.1250000
MAT             =      1
**
COUCHE
ANGLE           =  0.0000000
EP              =  0.1250000
MAT             =      1
**
COUCHE
ANGLE           =  90.0000000
EP              =  0.1250000
MAT             =      1
**
PARAMETRES-MECANIQUES-1
E11             = 148000.00
ALPHA           = 14.500000
E22             = 11500.000
G12             =  5800.0000
NU12            =  0.3300000
S1CLIM          = -1330.0000
S1TLIM          = 1500.0000
**
PARAMETRES-MECANIQUES-2
B2              =  2.14000000
B3              =  0.50200000
Y0              =  0.09800000
YC              =  6.20000000
YPC             =  0.77000000
AA              =  0.61600000
GAMMA           =  0.42900000
BETA            =  570.000000
R0              =  20.0000000
**
DOSTA
NXXD            =  0.12171000
NYXD            =  0.00609810
NXXD            =  0.00739210
MXXD            =  0.00000000
MYXD            =  0.00000000
MXYD            =  0.00000000
**
```

USER: vandoorn

```
INCREMENT
LAMBDA          =  20
DECOUP          =  20
OUIMUL          = .F.
FINRUP          = .F.
**
EPSILON
TOLGLO          = 0.10000000E-07
DLIMIT          = 0.10000000E-07
**
RETOUR-TERMINAL
```

Résultat: Calcul élastique $F_u = 200$, plaque [-45, 45, 45, -45]

USER: vandooorn //orval/usager/andre_vandooorn/castem/casres45

Point dont le numero est actuellement 11
 Coordonnees: 0.00000 28.000 0.00000 Densite: 1.0000
 labda = 0.96276
 Ngen = 464.87 97.785 -41.309 xy
 Mgen = 4.26140E-14 1.77654E-14 -2.48813E-14
 sigma dans le plan local 1 2 3:
 sigma 11 22 12
 pli 1 1179.2 94.628 367.09
 pli 2 865.45 111.39 -367.09
 pli 3 865.45 111.39 -367.09
 pli 4 1179.2 94.628 367.09

$F_u = 200$
 $\begin{bmatrix} 45 \\ 45 \\ 45 \\ -45 \end{bmatrix}$

Point dont le numero est actuellement 12
 Coordonnees: 0.00000 29.000 0.00000 Densite: 1.0000
 labda = 0.98436
 Ngen = 477.84 58.230 -14.785 xy
 Mgen = 1.05559E-14 9.28447E-15 -1.06432E-14
 sigma dans le plan local 1 2 3:
 sigma 11 22 12
 pli 1 1030.1 95.141 419.61
 pli 2 917.85 101.14 -419.61
 pli 3 917.85 101.14 -419.61
 pli 4 1030.1 95.141 419.61

Point dont le numero est actuellement 13
 Coordonnees: 0.00000 30.000 0.00000 Densite: 0.00000
 labda = 1.0889
 Ngen = 507.03 55.861 3.4127 xy
 Mgen = 1.40879E-14 1.54948E-14 -1.41955E-14
 sigma dans le plan local 1 2 3:
 sigma 11 22 12
 pli 1 1009.8 103.74 451.17
 pli 2 1035.7 102.36 -451.17
 pli 3 1035.7 102.36 -451.17
 pli 4 1009.8 103.74 451.17

Point dont le numero est actuellement 25
 Coordonnees: 1.5226 29.136 0.00000 Densite: -4.0247
 labda = 1.0435
 Ngen = 463.80 58.460 70.025 xy
 Mgen = 7.46655E-14 5.28664E-14 -5.87399E-14
 sigma dans le plan local 1 2 3:
 sigma 11 22 12
 pli 1 683.01 109.82 405.34
 pli 2 1214.8 81.405 -405.34
 pli 3 1214.8 81.405 -405.34
 pli 4 683.01 109.82 405.34

Point 25

Point dont le numero est actuellement 26
 Coordonnees: 1.3053 30.086 0.00000 Densite: 1.3090
 labda = 1.3220
 Ngen = 513.69 72.841 92.975 xy
 Mgen = 3.55600E-14 2.12542E-14 -2.58674E-14
 sigma dans le plan local 1 2 3:
 sigma 11 22 12
 pli 1 712.64 126.24 440.84
 pli 2 1418.7 88.515 -440.84
 pli 3 1418.7 88.515 -440.84
 pli 4 712.64 126.24 440.84

Point dont le numero est actuellement 38
 Coordonnees: 3.0267 29.414 0.00000 Densite: -4.2226
 labda = 1.0055
 Ngen = 435.70 72.124 117.03 xy

Resultat: Calcul Dammam

USER: vandooorn //orval/usager/andre_vandooorn/result/las25_bilan-max

 * BILAN DES VALEURS MAXIMALES *
 * ATTEINTES AU COURS DU CALCUL *

$F_u = 200$
 $\begin{bmatrix} 45 \\ 45 \\ 45 \\ -45 \end{bmatrix}$
 point 25

Efforts utilises dans les calculs

$\leftarrow = \frac{\sqrt{2} N_{xy}}{2}$ in voer

NXXC,NYYC,NXYC : 0.4638E+00 0.5846E-01 0.9903E-01

MXXC,MYYC,MXYC : 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00

Valeurs maximales atteintes dans le calcul global :

**gam1	gam2	gam12	quil	qui2	quil2
parametre					
0.396241E-01	-0.367109E-01	0.396972E-03	0.927463E-13	-0.126098E-12	-0.196289E-13
0.210785E+00					

Valeurs maximales atteintes pour chaque couche :

** pli	sig1	sig2	sig12	eps1	eps2	eps12	d1	d2	df1
df2 para									
1	0.158E+03	0.389E+01	0.121E+03	0.106E-02	0.185E-02	0.382E-01	0.447E+00	0.224E+00	
-	1.05E+00	0.428E+00	0.211E+00						
2	0.275E+03	0.302E+01	-0.121E+03	0.185E-02	0.106E-02	-0.382E-01	0.446E+00	0.224E+00	
-	1.05E+00	0.428E+00	0.211E+00						
3	0.275E+03	0.302E+01	-0.121E+03	0.185E-02	0.106E-02	-0.382E-01	0.446E+00	0.224E+00	
-	1.05E+00	0.428E+00	0.211E+00						
4	0.158E+03	0.389E+01	0.121E+03	0.106E-02	0.185E-02	0.382E-01	0.447E+00	0.224E+00	
-	1.05E+00	0.428E+00	0.211E+00						

Input: DamLam $F_u = 200 \text{ N/mm}$ plaque $[-45, 45, 45, -45]$ point 25

USER: vandoorn

//orval/usager/andre_vandoorn/exe/las25

*** FICHER REPRISE ***

**
IMPRESSION
IMPCOU = .T.
**
THERMIQUE
THERM = .F.
**
DECHARGE
DECH = .F.
DLAM = 0.2
**
NOMSTRAT
SANDW = .F.
RESFIB = 'castem 2000'
DRAPAG = '(-45 45)2s'
**
INDICATIF
INDIC = las25
**
MATERIAU
NBMAT = 1
NBPLI = 4
**
COUCHE
ANGLE = -45.00000
EP = 0.1250000
MAT = 1
**
COUCHE
ANGLE = 45.0000000
EP = 0.1250000
MAT = 1
**
COUCHE
ANGLE = 45.000000
EP = 0.1250000
MAT = 1
**
COUCHE
ANGLE = -45.00000
EP = 0.1250000
MAT = 1
**

USER: vandoorn

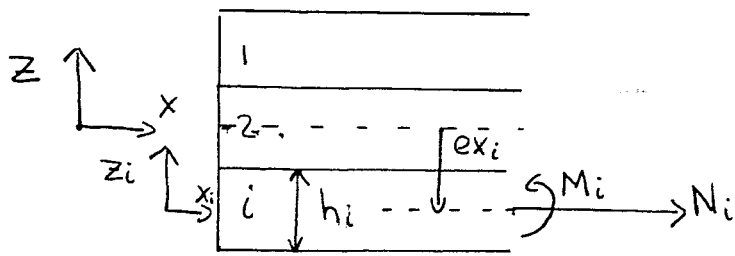
NXYD = 0.07002500
MXXD = 0.00000000
MYXD = 0.00000000
MXDY = 0.00000000
**
INCREMENT
LAMBDA = 20
DECOUP = 20
OUIMUL = .F.
FINRUP = .F.
**
EPSILON
TOLGLO = 0.10000000E-07
DLIMIT = 0.10000000E-07
**
RETOUR-TERMINAL

$F_u = 200 \text{ N/mm}$
 $[-45, 45, 45, -45]$
Point 25

**
**
PARAMETRES-MECANIQUES-1
E11 = 148000.00
ALPHA = 14.500000
E22 = 11500.000
G12 = 5800.0000
NU12 = 0.3300000
S1CLIM = -1330.0000
S1TLIM = 1500.0000
**

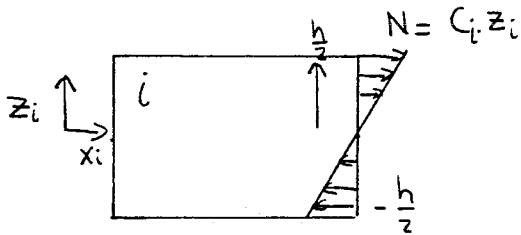
PARAMETRES-MECANIQUES-2
B2 = 2.14000000
B3 = 0.50200000
Y0 = 0.09800000
YC = 6.20000000
YPC = 0.77000000
AA = 0.61600000
GAMMA = 0.42900000
BETA = 570.000000
R0 = 20.0000000
**
DOSTA
NXXD = 0.46380000
NYXD = 0.05846000

Contrainte dans une couche



$i = \text{index de la couche}$

Pour le moment de la couche i :



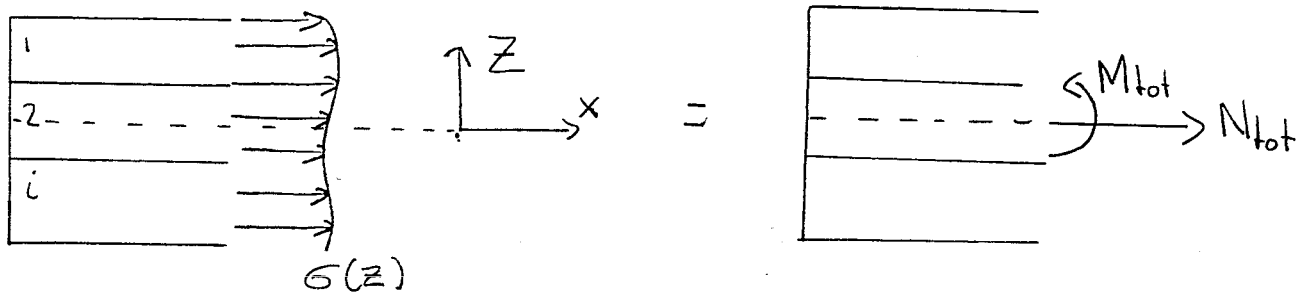
$$M_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} N z_i dz_i = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} C_i z_i^2 dz_i$$

$$M_i = 2 C_i \left[\frac{1}{3} z_i^3 \right]_0^{\frac{h}{2}} = \frac{2}{3} C_i \left(\frac{h}{2} \right)^3$$

$$C_i = \frac{3 M_i}{2 \left(\frac{h}{2} \right)^3}$$

$$\sigma = \frac{N_i}{h_i} + \frac{(z - e x_i) M_i}{\frac{2}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3} \left(= \frac{N}{h} + z_i C_i \right)$$

les forces generalisées. Net M (σ)



$$M_{tot} = \int_{\text{Strat}} \sigma(z) z dz = \sum_{i=1}^{nbpli} \int_{-\frac{h_i}{2} + ex_i}^{\frac{h_i}{2} + ex_i} \left(\frac{N_i}{h_i} + \frac{(z - ex_i) M_i}{\frac{2}{3} \left(\frac{h_i}{2}\right)^3} \right) z dz =$$

$$M_{tot} = \sum_{i=1}^{nbpli} \left[\frac{N_i}{h_i} \frac{1}{2} z^2 + \frac{M_i}{\frac{2}{3} \left(\frac{h_i}{2}\right)^3} \left(\frac{1}{3} z^3 - ex_i \frac{1}{2} z^2 \right) \right]_{-\frac{h_i}{2} + ex_i}^{\frac{h_i}{2} + ex_i}$$

$$\sum_{i=1}^{nbpli} \left[\frac{N_i}{2h_i} \left[\left(\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^2 - \left(-\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^2 \right] + \frac{1}{3} \left[\left(\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^3 - \left(-\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^3 \right] - \frac{ex_i}{2} \left[\left(\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^2 - \left(-\frac{h_i}{2} + ex_i\right)^2 \right] \right] \frac{M_i}{\frac{2}{3} \left(\frac{h_i}{2}\right)^3}$$

intermezzo :

$$(a+b)^2 - (-a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$$

$$(a+b)^3 - (-a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - (-a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3) = 2a^3 + 6ab^2$$

$$M_{tot} = \sum_{i=1}^{nbpli} \frac{N_i}{2h_i} \cdot 4 \frac{h_i}{2} ex_i + \left[\frac{1}{3} \left(2 \left(\frac{h_i}{2}\right)^3 + 6 \left(\frac{h_i}{2}\right) ex_i^2 \right) - \frac{ex_i}{2} \left(4 \frac{h_i}{2} ex_i \right) \right] \frac{M_i}{\frac{2}{3} \left(\frac{h_i}{2}\right)^3}$$

$$M_{tot} = \sum_{i=1}^{nbpli} (N_i ex_i + M_i)$$

$$N_{tot} = \sum_{i=1}^{nbpli} N_i$$

Controle si Mtotaal stratifie = somme de Ni exce.i + Mi.

resultat de 1x1x(2 couches de 0.01)
 castre force end 1N/m:
 Moment representatief est 1Nm /m

```

-----
1      1      1      1 elem 1
1      1      1      1 ent 1  Fz = 1N/m
1  1  1  2  1  etc  1  10  1
1      1      1      1      1
1      1      1      1      1
-----
    
```

N11 N22 N12 M11 M22 M12 V1
 V2

Liste des noeuds de l'element :

		21	20	19	22				
1	1	7.125E+01	6.697E-16	3.561E-08	1.188E-01	-5.940E-21	5.935E-11	0.000E+00	0.000E+00
1	2	7.125E+01	6.527E-16	1.329E-07	1.188E-01	-2.238E-20	2.215E-10	0.000E+00	0.000E+00
1	3	7.125E+01	6.527E-16	1.329E-07	1.188E-01	-2.238E-20	2.215E-10	0.000E+00	0.000E+00
1	4	7.125E+01	6.697E-16	3.561E-08	1.188E-01	-5.940E-21	5.935E-11	0.000E+00	0.000E+00
1	5	1.627E-15	6.697E-16	-7.757E-17	1.188E-01	-1.416E-20	1.404E-10	-5.000E-01	7.646E-12

N11 N22 N12 M11 M22 M12 V1
 V2

Liste des noeuds de l'element :

		4	2	1	3				
10	1	3.750E+00	-3.008E-14	-8.262E-07	6.250E-03	-4.869E-17	-1.377E-09	0.000E+00	0.000E+00
10	2	3.750E+00	-4.426E-15	-8.121E-07	6.250E-03	-5.651E-18	-1.354E-09	0.000E+00	0.000E+00
10	3	3.750E+00	-4.426E-15	-8.121E-07	6.250E-03	-5.651E-18	-1.354E-09	0.000E+00	0.000E+00
10	4	3.750E+00	-3.008E-14	-8.262E-07	6.250E-03	-4.869E-17	-1.377E-09	0.000E+00	0.000E+00
10	5	3.363E-23	-9.495E-16	-3.472E-16	6.250E-03	-2.717E-17	-1.365E-09	-5.000E-01	-2.742E-13

Controle si Mtotaal stratifie = somme de Ni exce.i + Mi.

Moment sur point (0.05 0.0 0.0) connu = 0.95 Nm/m
 calculacion Mtot = 2 * 7.125E+01 * 0.05 + 2 * 1.188E-01 = 0.95010

conclusion : Mtotaal stratifie = somme de Ni exce.i + Mi.

Controle de dimension de M

resultat de 1x1x0.01 castre force end 1N/m:
Moment representatief est 1Nm /m

```

-----
1      1      1      1 elem 1
1      1      1      1 ent 1   Fz = 1N/m
1 1    1 2 1   etc  1 10 1
1      1      1      1      1
1      1      1      1      1
-----
    
```

N11	N22	N12	M11	M22	M12	V1
V2						

Liste des noeuds de l'element :

			21	20	19	22			
1	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.500E-01	-5.941E-20	4.748E-10	0.000E+00	
0.000E+00									
1	2	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.500E-01	-2.216E-19	1.772E-09	0.000E+00	
0.000E+00									
1	3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.500E-01	-2.216E-19	1.772E-09	0.000E+00	
0.000E+00									
1	4	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.500E-01	-5.941E-20	4.748E-10	0.000E+00	
0.000E+00									
1	5	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.500E-01	-1.405E-19	1.123E-09	-1.000E+00	
2.040E-11									

N11	N22	N12	M11	M22	M12	V1
V2						

Liste des noeuds de l'element :

			4	2	1	3			
10	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.000E-02	-7.525E-16	-1.102E-08	0.000E+00	
0.000E+00									
10	2	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.000E-02	-1.741E-16	-1.083E-08	0.000E+00	
0.000E+00									
10	3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.000E-02	-1.741E-16	-1.083E-08	0.000E+00	
0.000E+00									
10	4	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.000E-02	-7.525E-16	-1.102E-08	0.000E+00	
0.000E+00									
10	5	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.000E-02	-4.633E-16	-1.092E-08	-1.000E+00	
3.636E-12									

conclusion : dimension de M est Nm/m