

Een sluitende theorie voor torsie met verhinderde welving voor een cilindrische balk met willekeurige dwarsdoorsnede

Citation for published version (APA):

Janssen, J. D. (1965). *Een sluitende theorie voor torsie met verhinderde welving voor een cilindrische balk met willekeurige dwarsdoorsnede*. (DCT rapporten; Vol. 1965.005). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1965

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Een sluitende theorie van torsie met be-
hinderde wending van een cilindrische balk met wil-
keurige dwarsdoorsnede.

0. Samenvatting

De in vroeger gegeven theorie van torsie met
behinderde wending was gebaseerd op het ver-
vormingsveld:

$$u = -\int (y-b)$$

$$I = I(z)$$

$$v = \int (x-a)$$

$$w = \beta' \varphi(x, y)$$

$\varphi(x, y)$: wendingsfunctie
van de Saint-Venant.

Het gevolg hiervan is dat in het algemeen de schuif-
spanningen een resulterende dwarschaalt leveren. Daar-
mee vereist deze manier van aanpak aansienlijk aan-
waarde.

In dit rapport wordt als vervormingsveld gekozen:

$$u = -\int y + \beta b$$

$$v = \int x + \beta a$$

$$w = \beta' \varphi(x, y)$$

De keuze van dit vervormingsveld wordt plausibel
gemaakt

Met behulp van het principe van minimale potentiële
energie worden de differentiaalvergelijking in I en
in β afgeleid met de bijbehorende randcondities.

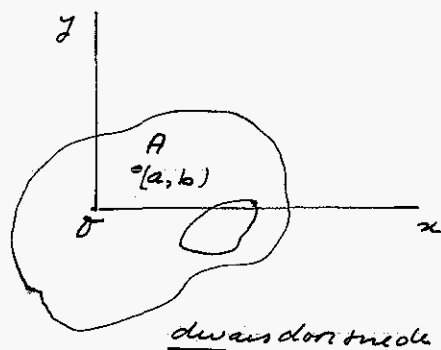
De resultante van de spanningsverdeling is alleen
een wrijvend moment.

Het resultaat van deze theorie wijkt af van de
hierboven genoemde theorie.

1. Inleiding

Een voor de hand liggende veronderstelling over het vervormingsveld bij torsie met verhinderde wending voor een cilindrische balk is:

$$\begin{aligned}u &= -\mathcal{J}(y-b) \\v &= \mathcal{J}(x-a) \\w &= \beta' \varphi(x,y)\end{aligned}$$



Hiertbij is het punt \mathcal{J} samenvallend gekozen met het zwaartepunt van de dwarsdoorsnede. De x en y as zijn gekozen langs de centrale hoofdtraagheidsassen van de doorsnede.

Het punt $A(a, b)$ is het Arhimiddelpunt, d.w.z. dat punt waar de hele doorsnede als geheel om draait over een hoek $\mathcal{J}(z)$.

$\varphi(x, y)$ is de wendingfunctie van de Saint-Venant bij rotatie om het punt A . Er geldt dus:

$$\begin{aligned}\Delta \varphi &= 0 \\ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - y + b \right) n_x + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + x - a \right) n_y &= 0 \quad \text{op de randen}\end{aligned}$$

Van deze wendingfunctie is eenvoudig te bewijzen dat geldt:

$$\begin{aligned}\iint_F \left(-y + b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx dy &= 0 \\ \iint_F \left(x - a + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx dy &= 0\end{aligned}$$

Als we gebruik maken van de speciale keuze van ons coördinatenstelsel dan geldt dus:

$$\begin{aligned}bF &= - \iint_F \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx dy \\ aF &= \iint_F \frac{\partial \varphi}{\partial y} dx dy\end{aligned}$$

De coördinaten (a, b) van het driemiddelpunt A worden zodanig bepaald dat de bijzondere momenten M_x en M_y nul zijn. In een vorig rapport is aangegeven hoe deze coördinaten bepaald kunnen worden. Van de meltingsfunctie geldt:

$$\iint_F \varphi \, dx \, dy = 0$$

$$\iint_F x \varphi \, dx \, dy = 0$$

$$\iint_F y \varphi \, dx \, dy = 0$$

Het is nu eenvoudig aan te tonen dat aan een speciale condities voldaan moet zijn opdat de schuifspanningen als resultante geen dwarskracht leveren.

immers:

$$\frac{\tau_{xz}}{g} = -\gamma'(y-b) + \beta' \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$\frac{\tau_{yz}}{g} = \gamma'(x-a) + \beta' \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$\begin{aligned} D_x &= \iint_F \tau_{xz} \, dF = g \left[-\gamma' \iint_F (y-b) \, dF + \beta' \iint_F \frac{\partial \varphi}{\partial x} \, dF \right] = \\ &= g b F (\gamma' - \beta') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_y &= \iint_F \tau_{yz} \, dF = g \left[\gamma' \iint_F (x-a) \, dF + \beta' \iint_F \frac{\partial \varphi}{\partial y} \, dF \right] = \\ &= -g a F (\gamma' - \beta') \end{aligned}$$

Van een willekeurige doorsnede zal $\beta' = \gamma'$ gekozen moeten worden. Dit wil zeggen dat het hele verformingsveld bepaald is door slechts één functie van z , $\varphi(z)$. Verder moeten we weten dat de schuifspanningen van iedere doorsnede een resulteerdend wrijvend moment M_w leveren. Hieruit volgt

$M_w = g J_a \vartheta' \Rightarrow \vartheta' = \text{constant} \Rightarrow$ normaal-
spanningen zijn nul

Het is duidelijk dat dit een benadering van het
torsieprobleem is, die we niet nauwkeurig genoeg
vinden.

Alleen als $a=b=0$ d.w.z. als het torsie-
middelpunt samenvalt met het zwaartepunt van de
dwaarsdoorsnede hoeft niet gezicht te worden $\vartheta' = \beta'$
om de dwarskrachten te doen verdwijnen. In
dat geval is er een graad van vrijheid meer in
ons verplaatsingsveld

In het algemeen zal er vanuit gegaan
moeten worden dat in iedere doorsnede het draaiings-
punt het torsiemiddelpunt moet zijn om de
buigende momenten kwijt te raken en het
zwaartepunt om de dwarskrachten te elimineren.
In het algemeen zal dit een onmogelijkheid zijn.
In het hierna volgende zal een verplaatsings-
veld aangegeven worden, dat er voor zorgt dat
de resultante van de spanningen in iedere
doorsnede een wringend moment is.

2. Het gekozen verplaatsingsveld; de spanningen

Voor het verplaatsingsveld wordt gekozen:

$$u = -\delta(y-b) + \alpha(z)$$

$$v = \delta(x-a) + \gamma(z)$$

$$w = \beta' \varphi(x,y)$$

Dan geldt:

$$\frac{\tau_{xz}}{g} = -\delta'(y-b) + \beta' \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \alpha'(z)$$

$$\frac{\tau_{yz}}{g} = \delta'(x-a) + \beta' \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \gamma'(z)$$

$$\frac{\sigma_z}{E} = \beta'' \varphi(x,y)$$

waarbij $\varphi(x,y)$ de melbingsfunctie is die loort bij draaien om (a,b) .

De dwarskrachten worden:

$$D_x = g b F (\delta' - \beta') + g F \alpha'(z)$$

$$D_y = -g a F (\delta' - \beta') + g F \gamma'(z)$$

$$D_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha'(z) = -b (\delta' - \beta')$$

$$\alpha(z) = -b(\delta - \beta) + \text{const.} \\ \text{(oninteressant)}$$

$$D_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma'(z) = a (\delta' - \beta')$$

$$\gamma(z) = a(\delta - \beta)$$

De spanningde momenten nul maken list een keuze van a en b .

Het verplaatsingsveld wordt dan

$$\left| \begin{array}{l} u = -\mathcal{J}y + \beta b \\ v = \mathcal{J}x - \beta a \\ w = \beta' \varphi(x, y) \end{array} \right.$$

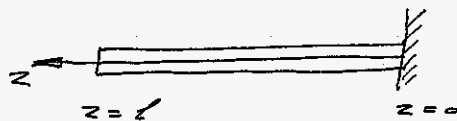
De spanningen worden:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\tau_{xz}}{G} = -\mathcal{J}'y + \beta' \left(b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \\ \frac{\tau_{yz}}{G} = \mathcal{J}'x + \beta' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \\ \frac{\sigma_z}{E} = \beta'' \varphi(x, y) \end{array} \right.$$

3. Het principe van minimale potentiële energie

Er geldt:

$$V = \frac{G}{2} \iiint \frac{G}{G} \left\{ \left[-\mathcal{J}'y + \beta' \left(b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right]^2 + \left[\mathcal{J}'x + \beta' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \right]^2 \right\} dx dy dz + \frac{E}{2} \iiint \beta''^2 \varphi^2 dx dy dz - M_w \mathcal{J}(l)$$



$$z=0 \quad \mathcal{J}(0) = 0 \\ \beta'(0) = 0.$$

$$\delta V = 0$$

$$G \iiint \left\{ \left[-\mathcal{J}'y + \beta' \left(b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \right] \left[-y \delta \mathcal{J}' + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right) \delta \beta' \right] + \left[\mathcal{J}'x + \beta' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \right] \left[x \delta \mathcal{J}' + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \delta \beta' \right] \right\} dx dy dz + E \iiint \beta'' \delta \beta'' \varphi^2 dx dy dz - M_w \int_{z=0}^l \delta \mathcal{J}' dz = 0$$

Definieren:

$$\iint_F (x^2 + y^2) dx dy = J_p \quad (\text{polair traagheidsmoment})$$

$$\iint_F \left(-y \frac{\partial \varphi}{\partial x} + x \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx dy = Q$$

$$\iint_F \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right)^2 \right] dx dy = R$$

$$\iint_F \varphi^2 dx dy = J_\varphi$$

Via $\delta V = 0$ van alle variaties $\delta \beta' = \delta \beta'' = 0$ volgt:

$$g J_p \beta' + g Q \beta' = M_w \quad (3.1)$$

Verder geldt:

$$g Q \beta' + g R \beta' - E J_\varphi \beta''' = 0 \quad (3.2)$$

en de randcondities:

$$\beta''(l) = 0 \quad (3.3)$$

We willen nu allereerst een verband af leiden tussen de hier gedefinieerde karakteristische grootheden van een dwarsdoorsnede en de klassieke torsie-stijfheid J_d .

$$\begin{aligned} J_d &= \iint_F \left[(x-a)^2 + (y-b)^2 - (y-b) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (x-a) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] dx dy \\ &= \iint_F \left(x^2 + y^2 - y \frac{\partial \varphi}{\partial x} + x \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dx dy. \end{aligned}$$

$$\text{Er geldt dus} \quad J_d = J_p + Q \quad (3.4)$$

Verder zullen we bewijzen dat $R = -Q$

Ommer:

$$\begin{aligned}
 R &= \iint_F \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right)^2 \right] dF = \\
 &= \iint_F \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \right] dF + b \iint_F \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right) dF - a \iint_F \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) dF \\
 &= \iint_F \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right) + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \right] dF \quad \text{m.b.v. resultaten op pag. 2} \\
 &= \iint_F \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + b \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - a \right) \right] \right\} dF - \iint_F \varphi \Delta \varphi dF = \\
 &= \iint_F \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - y + b \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + x - a \right) \right] \right\} dF + \\
 &\quad + \iint_F \left(y \frac{\partial \varphi}{\partial x} - x \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dF = \\
 &= \oint \varphi \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - y + b \right) n_x + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + x - a \right) n_y \right] dS + \iint_F \left(y \frac{\partial \varphi}{\partial x} - x \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) dF \\
 &= -Q
 \end{aligned}$$

Dus bewezen werd: $\underline{R = -Q}$. (3.5)

Alle karakteristieke grootheden zijn nu bepaald door de klassieke trajectiefunctie \mathcal{J}_d en het polair traagheidsmoment \mathcal{J}_p .

De differentiaalvergelijking (3.1) en (3.2) kunnen nu als volgt geschreven worden:

$$g J_p \vartheta' + g (J_d - J_p) \beta' = M_w$$

$$g (J_d - J_p) \vartheta' - g (J_d - J_p) \beta' - E J_\varphi \beta''' = 0$$

$$\beta' = \frac{M_w}{g(J_d - J_p)} - \frac{J_p}{J_d - J_p} \vartheta' \quad (3.6)$$

$$g (J_d - J_p) \vartheta' - M_w + g J_p \vartheta' + \frac{E J_\varphi \cdot J_p}{J_d - J_p} \vartheta''' = 0$$

of

$$- \frac{E J_\varphi}{1 - J_d/J_p} \vartheta''' + g J_d \vartheta' = M_w \quad (3.7)$$

De randvoorwaarden in het hier beschouwde geval luiden:

$$\begin{array}{ll} x=0 & \vartheta=0 \\ & \beta'=0 \Rightarrow \vartheta' = \frac{M_w}{g J_p} \\ x=l & \beta''=0 \Rightarrow \vartheta''=0 \end{array} \quad (3.8)$$

Het is nu nog noodzakelijk te controleren of de gevonden schuifspanningsverdeling als resultaat te een moment M_w levert overeenkomend met (3.7)

Uit de vergelijkingen (3.1) en (3.7) volgt:

$$g J_p \vartheta' + g (J_d - J_p) \beta' = - \frac{E J_\varphi \cdot J_p}{J_p - J_d} \vartheta''' + g J_d \vartheta'$$

$$g (J_d - J_p) \beta' = - \frac{E J_\varphi \cdot J_p}{J_p - J_d} \vartheta''' + g (J_d - J_p) \vartheta'$$

$$\beta' = \frac{E J_\varphi \cdot J_p}{g (J_p - J_d)^2} \vartheta''' + \vartheta' \quad (3.9)$$

De spanningverdeling wordt:

$$\left| \begin{aligned} \frac{\tau_{xz}}{g} &= \mathcal{J}' \left(-y + b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{E \mathcal{J}_\varphi \cdot \mathcal{J}_p}{g (\mathcal{J}_p - \mathcal{J}_d)^2} \mathcal{J}''' \left(b + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \\ \frac{\tau_{yz}}{g} &= \mathcal{J}' \left(x - a + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{E \mathcal{J}_\varphi \cdot \mathcal{J}_p}{g (\mathcal{J}_p - \mathcal{J}_d)^2} \mathcal{J}''' \left(-a + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \\ \frac{\sigma_z}{E} &= \left(\mathcal{J}'' + \frac{E \mathcal{J}_\varphi \cdot \mathcal{J}_p}{g (\mathcal{J}_p - \mathcal{J}_d)^2} \mathcal{J}'''' \right) \varphi(x, y) \end{aligned} \right.$$

De moment van de schuifspanning is:

$$\begin{aligned} M_w &= \iint_F (-y \tau_{xz} + x \tau_{yz}) dF = \\ &= g \mathcal{J}' \iint_F (y^2 + x^2 - y \frac{\partial \varphi}{\partial x} + x \frac{\partial \varphi}{\partial y}) dF + \\ &+ \frac{E \mathcal{J}_\varphi \cdot \mathcal{J}_p}{g (\mathcal{J}_p - \mathcal{J}_d)^2} \mathcal{J}''' \iint_F (-y \frac{\partial \varphi}{\partial x} + x \frac{\partial \varphi}{\partial y}) dF = \\ &= g \mathcal{J}_d \mathcal{J}' - \frac{E \mathcal{J}_\varphi \mathcal{J}'''}{1 - \mathcal{J}_d/\mathcal{J}_p} \end{aligned}$$

Dit resultaat stemt overeen met formule (3.7).

Het is duidelijk dat aan geen van de lokale evenwichtsvoltingen ^{voldaan} is tenzij $\beta'' = 0$. Het doet ons getuigen principe van minimale potentiële energie heeft te wet van gezegd, dat globaal zo "goed mogelijk" aan het evenwicht is voldaan.

4. Discussie

In het voorgaande is een theorie van de hinderde verbinding gegeven, don gebruik te maken van een verplaatsingsveld, met twee nog nader te bepalen functies van de axiale coördinaat x . Dit ~~te~~ verplaatsingsveld is zodanig gekozen dat de resultante van de spanningen slechts een wrijvingsmoment is voor iedere dwarsdoorsnede.

De differentiaalvergelijking in $\mathcal{J}(z)$ is van dezelfde opbouw als de overeenkomstige differentiaalvergelijking uit b.v. rapport WE-64/25 of WE-64/33 (pag. 4). De enige afwijking is dat in voorgaande rapporten de karakteristieke grootheid $\mathcal{J}^* = \iint_F [(x-a)^2 + (y-b)^2] dF$ voorkomt,

terwijl in dit rapport deze grootheid vervangen is door het polair traagheidsmoment om de z -as:

$$\mathcal{J}_p = \iint_F (x^2 + y^2) dF$$

Het verband tussen deze grootheden is:

$$\mathcal{J}^* = \mathcal{J}_p + (a^2 + b^2) F$$

waarbij (a, b) de coördinaten van het torsiemiddelpunt (c.g. dwarskrachtenmiddelpunt) zijn.

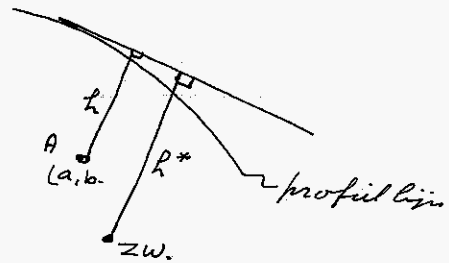
Als het dwarskrachtenmiddelpunt samenvalt met het zwaartepunt van de doorsnede, zijn beide theorieën identiek. Als aan deze voorwaarde niet voldaan, dan kunnen aanzienlijke verschillen ontstaan. In dat geval geven we de voorkeur aan de hier gegeven theorie, omdat de voorgegeven theorie bekeft is met de nareigheid dat de schuifspanningen een resultierende dwarskracht leveren.

Het moet mogelijk geaelt worden met behoeft van een experiment aan een geschikt gekozen balk de waarde van de hier gegeven theorie experimenteel te verifiëren.

We willen nu de consequenties nagaan van deze theorie op balken met een dunwandige dwarsdoorsnede.

Van dunwandige balken blijven de opmerkingen uit ons vorig rapport gehandhaafd. Vanaf het begin moet opgesteld worden dat de schuifspanningen loodrecht de profiellijn met zijn (in strijd met de mogelijkheden die het principe van minimale potentiële energie biedt). In plaats van het polaire draagmoement J_p verschijnt dan in de vergelijkingen de integraal

$$\int h^{*2} \delta ds$$



In een vorig rapport was de bepalende integraal

$$\int h^2 \delta ds.$$

Het is duidelijk dat er een verschil bestaat tussen deze grootheden.

Een experiment moet de mogelijkheid leveren, de juistheid van de hier gegeven theorie te verifiëren.

Van dunwandige open doorsneden is de hier gegeven theorie bruikbaar. We kunnen echter aantonen dat in het algemeen de theorie van Vlasov deze theorie goed benadert. Immers de d.v. volgens Vlasov luidt:

$$- E J_p \vartheta''' + J_d \vartheta' = M_w$$

De door ons gevonden differentiaalvergelijking luidt:

$$- \frac{E J_p}{1 - J_d/J_p} \vartheta''' + J_d \vartheta' = M_w$$

De factor $(1 - \frac{J_d}{J_p})$ bepaalt de afwijking in de differentiaalvergelijkingen. Noemen we de lengte van de profiellijn \bar{L} en de dikte van de doorsnede δ , dan geldt in goede benadering

$$J_d = \frac{1}{3} L \delta^3$$

$$J_p = \mathcal{O}(L \delta \cdot L^2) = \mathcal{O}(\delta L^3)$$

dus $\frac{J_d}{J_p} = \mathcal{O}\left(\frac{\delta^2}{L^2}\right) \ll 1.$

De hier gevonden differentiaalvergelijking stemt dus in goede benadering overeen met de door Blasov gegeven differentiaalvergelijking.

De hier gevonden spanningverdeling stemt echter niet overeen met de door Blasov gevonden verdeling, ook niet als J_d ten opzichte van J_p wordt negeerbaar.

Het is ons in het voorgaande gelukt een algemene theorie te geven voor troie met welvingsverlinding in Cartesische coördinaten. Er zijn echter nog moeilijkheden bij het uit deze algemene theorie afleiden van resultaten voor dunwandige balken, voornamelijk schakelend in een goede benadering van de welvingsfunctie.

Het is bovendien niet prettig dat met name het locale axiale evenwicht niet gegarandeerd is. Deze moeilijkheid kan misschien opgelost worden met behulp van het energieprincipe van Reissner. Verder is het mogelijk af te ^{stappen} van energieprincipes en niet meer met evenwichtsbeschouwingen uit te varen. Met name voor dunwandige balken moet op deze manier een oplossing

gevoorden kunnen worden.

Von dunwandige open doorsneden zal dit in de eerste instantie moeten leiden tot de theorie volgens Blasov.

Von gesloten kokers verwachten we eveneens dat langs deze weg een oplossing gevonden kan worden. Waarschijnlijk zal deze weg al ooit gevolgd zijn. Een belangrijk punt zal zijn de keuze van de axiale normaalspanning. Hiervoor kan men eventueel inspiratie putten uit de hier gevonden resultaten. Men zou b.v. kunnen kiezen:

$$\sigma_z = 1 \vartheta'' + C \vartheta'' \varphi$$

Von een dunwandige doorsnede kunnen hiermee de extra - gelijkmatig over de dikte - verdeelde schuifspanningen bekend worden uit het axiale evenwicht.

Deze schuifspanningen en de elementaire spanningen moeten samen het wrijvend moment leveren.

Tevens moet de resulterende dwarskracht nul zijn.

Als nog de mogelijkheid bestaat C te bepalen, kan dat misschien met het principe van minimum potentiële of complementaire energie. We zullen het of dit moment bij deze vraag en oordelinge opmerkingen laten.

Eindhoven, 25 januari 1965

J. Jansen