

## Wat is profielverschuiving? (slot)

**Citation for published version (APA):**

Polder, J. W. (1962). Wat is profielverschuiving? (slot). *Constructeur*, 1(5), 88-91.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1962

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

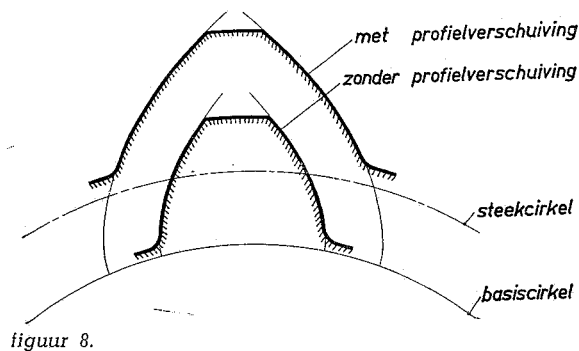
## Wat is profielverschuiving?

slot

621.833

Ir. J. W. Polder, Voorburg

Hoewel een tandwiel alleen een zinvolle betekenis heeft als hij met een ander tandwiel of een heugel samenwerkt, rijst toch de vraag of aan een afzonderlijk tandwiel de profielverschuiving herkenbaar is, en welke invloed dat heeft op de vorm en de eigenschappen van zo'n tandwiel. In fig. 8 zijn twee tandprofielen geschetst, een zonder en een met profielverschuiving. Met een lichte overdrijving kan worden gezegd, dat zonder profielverschuiving de tand een tamelijk rechthoekige vorm heeft, en dat met profielverschuiving de tand een driehoekige vorm krijgt. De voet van de tand wordt merkbaar breder, de top van de tand wordt smaller. De topcirkel en de voetcirkel worden beide groter, waarbij de tandhoogte in het algemeen geen wijziging behoeft te ondergaan.



figuur 8.

Het kleiner worden van de topdikte  $s_a$  stelt een natuurlijke bovengrens aan de profielverschuiving, zie fig. 9. De absolute grens is  $s_a = 0$ , het volkomen spitsworden. Zover mag het echter niet komen. Gewoonlijk wordt  $s_a = 0,25$  m of  $0,30$  m als grens voor het spitsworden aangenomen. Deze grens is vooral van belang bij geharde tandwielen waar een te scherpe top risico's bij het harden zou geven. De van ouds bekende ondergrens voor de profielverschuiving, namelijk de ondersnijdingsgrens, heeft in de moderne tandwielberekening zijn betekenis vrijwel verloren.

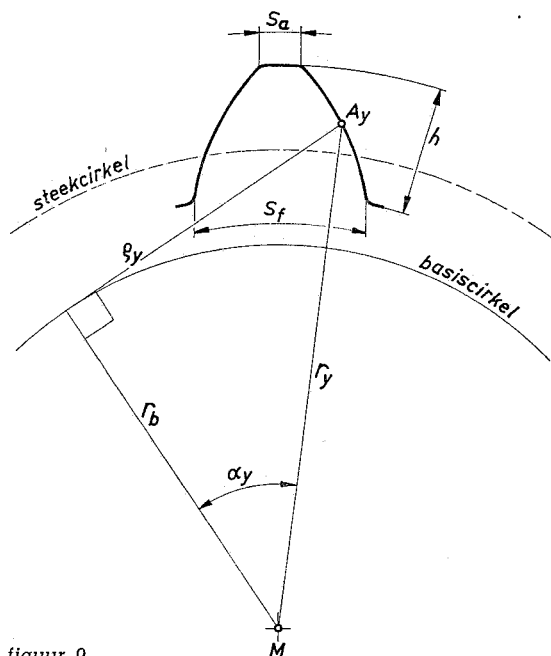
Vanzelfsprekend is het raadzaam om de profielverschuiving zó te kiezen, dat geen ondersnijding optreedt, maar er zijn andere, belangrijker overwegingen, die steeds tot grotere profielverschuivingen

## Samenvatting:

In het eerste deel van dit artikel (in nr. 4, blz. 66-69) is profielverschuiving geïntroduceerd als een relatie tussen het tandwiel en een heugel en vervolgens werden de hoofdformules afgeleid uit een relatie tussen twee tandwielen.

In dit tweede deel wordt nader ingegaan op de eigenschappen van profielverschuiving betreffende vorm en belastbaarheid.

leiden. Slechts wanneer het aantal tanden zeer klein geworden is, dus bijvoorbeeld  $z = 10$  of  $11$ , zijn de grenzen van spitsworden en van ondersnijding elkaar zó dicht genaderd, dat voor andere gezichtspunten geen ruimte overblijft. Het aantal tanden van het tandwiel is van invloed op de gedaante van de tand. Wanneer het aantal tanden groot is, is de kromtestraal  $\rho_y$  van een willekeurig punt  $A_y$  van de tand ook groot, zie fig. 9.



figuur 9.

Een profielverschuiving van bijvoorbeeld  $0,5$  m heeft dan maar weinig invloed op de kromtestraal, en de gedaante van de tand verandert nauwelijks. Om bij een tandwiel met een groot aantal tanden een sterke wijziging in de tandvorm teweeg te brengen, zouden gigantische profielverschuivingen nodig zijn.

Wanneer het aantal tanden klein is, is de kromtestraal van een willekeurig punt van de tand ook klein.

Een profielverschuiving van  $0,5$  m kan dan een enorme invloed hebben op de grootte van de kromtestralen, en op de gedaante van de tand in zijn

geheel. Voor een tandwieloverbrenging betekent dit, dat de profielverschuiving van het rondsel (klein aantal tanden) van veel meer belang is dan de profielverschuiving van het wiel (groot aantal tanden). Zeer grof bezien verloopt de bepaling van de verschillende grootheden daarom als volgt: bereken nauwkeurig  $(x_1 + x_2)$  zoals in het eerste deel is besproken; kies een doelmatige waarde voor  $x_1$ ; neem voor  $x_2$  wat overblijft,  $x_2 = (x_1 + x_2) - x_1$ .

De belastbaarheid van een tandwieloverbrenging wordt gevonden uit verschillende berekeningen, die elk betrekking hebben op het mogelijk optreden van een bepaald schadeverschijnsel. De oudste berekeningsmethode geeft een waarborg tegen het afbreken van de tand; berekening van de voetspanning. Tot omstreeks 1880 was dit de enige methode. In die jaren publiceerde Hertz verhandelingen over de contactdruk tussen twee lichamen. Het toepassen van deze rekenwijze op alledaagse tandwielen werd pas veel later algemeen. Een belangrijke datum is daarvoor 1930, toen Wissmann een dissertatie schreef, waarin hij een praktische formule en een aantal materiaalconstanten kon geven. In 1937 ontstond een derde berekening, die thans in de praktijk zijn diensten bewijst, namelijk de flitstemperatuurformule van Blok.

Zo met de regelmaat van een halve eeuw tussenruimte ontstaan blijkbaar nieuwe principiële rekenwijzen. Over enige tientallen jaren is een vierde berekening te verwachten als het zo door gaat. Dat zou wel eens een berekening van de slijtage kunnen zijn.

Welke berekeningen zijn nu voor ons van belang? Natuurlijk de voetspanningsberekening, want een ernstiger schade als tandbreuk is niet denkbaar. De meest bedreigde doorsnede van de tand is aan de voet, zie fig. 10. De tandhoogte  $h$  en de voetdikte  $s_f$  zijn de voornaamste meetkundige grootheden, die de voetsterkte helpen bepalen. Nu is snel te zien, wat de invloed van profielverschuiving is. De tandhoogte  $h$  wordt er niet of nauwelijks door gewijzigd. De voetdikte  $s_f$  ondergaat wel een verandering. Voor tandwielen met een klein aantal tanden is de toename van  $s_f$  aanzienlijk, voor tandwielen met een groot aantal tanden is de toename van  $s_f$  minder sterk. Zouden wij dieper op de voetspanningsberekening ingaan dan komen problemen aan de orde als het opzoeken van de zwakste doorsnede, het vaststellen van de gevaarlijkste momentane last naar grootte, richting en aangrijpingspunt, het in rekening brengen van de juiste tandvorm, en de

kerfwerking in de voetafrondding. In plaats daarvan is het hier verkieslijker de tweede rekenwijze te bezien, de contactdrukberekening.

De gekromde flanken raken elkaar in een zeer klein vlakje, dat de volle tandbelasting op dat ogenblik opneemt, fig. 10. De druk in dat vlakje is daardoor zeer hoog, 50 kgf/mm<sup>2</sup> tot 150 kgf/mm<sup>2</sup>, dat is 5000 atm tot 15000 atm! Deze geweldige drukconcentratie in een klein vlakje veroorzaakt op de lange duur vermoeidheidsverschijnselen van de materiaaloppervlakte: putvorming. De voornaamste meetkundige grootheden zijn nu de kromtestralen van de beide samenwerkende tandflanken. En daarvan is het de kromtestraal  $\rho_1$  van het rondsel, de kleinste van de twee, die gewoonlijk het meest de berekening beïnvloedt. De door profielverschuiving veroorzaakte vergroting van de kromtestralen werkt gunstig op de contactdruk. Het contactvlakje is dan groter en daardoor is de optredende druk lager.

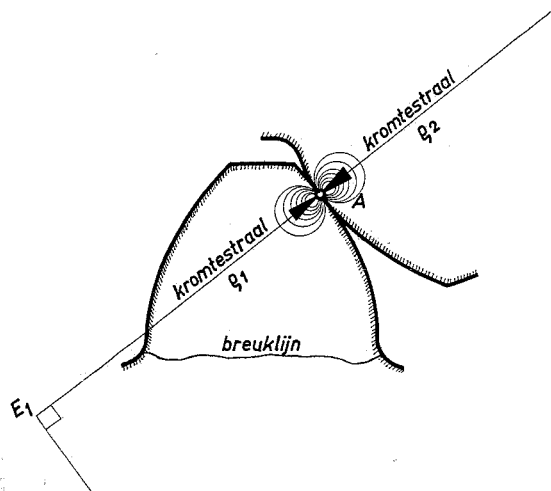
De beide genoemde berekeningsmethoden, voetspanningsberekening en contactdrukberekening, zijn principieel totaal verschillend. Helaas worden zij nog vaak met elkaar verward. De oorzaak van deze verwarring stamt uit de vorige eeuw. Toen was alleen de formule voor de voetspanningsberekening bekend. Toch moest daarmede een tandwieloverbrenging worden berekend, die voldoende veilig was tegen vermoeiing van de flanken.

Daartoe werden de materiaalconstanten zó laag gekozen, dat ook in dubieuze gevallen de belasting klein genoeg bleef. De meest bekende vorm waarin deze methode voorkomt luidt:  $P = cbt$ . Het is een formule in de gedaante van een voetspanningsberekening en met constanten, die bedoeld zijn voor de contactdrukberekening. Dat zo'n menging van methoden ondoelmatig is, ligt voor de hand.

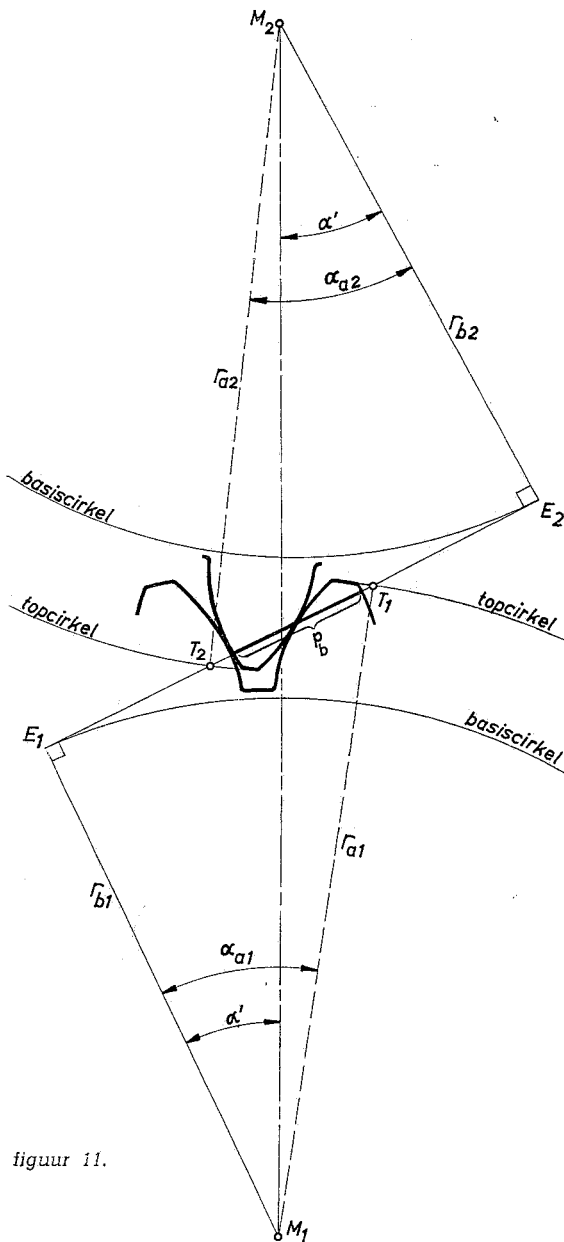
Wanneer nu gezegd wordt, dat profielverschuiving op de beide berekeningen vrijwel dezelfde invloed heeft, betekent dat dus niet, dat de voetspanningsberekening en de contactdrukberekening een duidelijke onderlinge relatie hebben. Het betekent alleen, dat de door de profielverschuiving teweeggebrachte verbetering in getalwaarden bij de voetspanning redelijk goed overeenkomt met de verbetering in getalwaarden bij de contactdruk. Deze globale gelijkheid van invloed kan het best als een toevalligheid worden beschouwd. Een toevalligheid overigens, die ons zeer welkom is.

Nog fraaiere relaties worden gevonden uit de beschouwing van de glijdingseigenschappen en uit de flitstemperatuurformule. Onder glijdingseigenschappen behoort het begrip specifieke glijding. Dat is de snelheid, waarmee de ene tandflank over de andere beweegt (relatieve beweging), ten opzichte van de snelheid waarmee het contactpunt van de tandflanken zich verplaatst over een van die tandflanken. De flitstemperatuurformule geeft de temperatuur, die in het contactpunt gedurende een zeer korte tijd heerst. Wanneer de flitstemperatuur een te hoge waarde bereikt, bezwijkt de olielfilm, treedt metallisch contact onder hoge druk op en ontstaan plaatselijk kleine lasjes, die weer losgescheurd worden. Dit verschijnsel is het vreten. De glijdingseigenschappen en de flitstemperatuur, die vooral van belang zijn bij grote en bij zeer snellopende overbrengingen, laten wij hier echter verder onbesproken, om te volstaan met de opmerking, dat de hieruit gevonden regels voor de keuze van  $x_1$  en  $x_2$  onderling gelijk zijn en geschreven kunnen worden (voor een vertragende overbrenging) als

$$z_2 \cotan \alpha_{a2} - z_1 \cotan \alpha_{a1} = (z_2 - z_1) \cotan \alpha'$$



figuur 10.



figuur 11.

Hierin zijn  $\alpha_{a1}$  en  $\alpha_{a2}$  de topdrukhoeken, en  $\alpha'$  is de bedrijfsdrukhoek, zie fig. 11. Vermoedelijk zullen in de Voorlichtingsbladen van de VMI, in het eerste deel reeds genoemd, uitvoerige grafieken worden opgenomen, die het hanteren van deze richtlijn vergemakkelijken.

Moet nu uit het bovenstaande de conclusie worden getrokken, dat een zo groot mogelijke profielverschuiving moet worden nagestreefd? Voetsterkte en contactdruk worden er gunstiger door. Bij het afzonderlijke tandwiel vonden wij reeds een grens, de topdikte, die bij kleine aantallen tanden een rol speelt. Voor de samenwerkende tandwielen is er een andere belangrijke grootheid, die slechtere uitkomsten geeft naarmate de profielverschuivingen groter zijn. Dat is het ingrijpquotiënt. Het ingrijpquotiënt  $\varepsilon_a$  is het quotiënt van de ingrijpweg  $T_2T_1$  en de basissteek  $\rho_b$ , zie fig. 11. Hoe groter  $\varepsilon_a$  is, hoe langer zijn twee tanden tegelijk in ingrijping. Een grote asverschuiving echter veroorzaakt een grote bedrijfsdrukhoek  $\alpha'$ , een steilere ingrijplijn, een kortere lengte  $T_2T_1$ , en dus een kleinere  $\varepsilon_a$ . Een korter tijdsdeel voor het in ingrijping zijn van twee tanden

kan een nadeel betekenen voor het rustig lopen van de overbrenging.

Tot dusver is steeds gesproken over een profielverschuiving, die een vergroting van de wielmiddellijn bewerkstelligt, en die als positieve profielverschuiving wordt gedefinieerd. Een tegengesteld gerichte profielverschuiving, die de wielmiddellijn verkleint, is dus een negatieve profielverschuiving. Evenzo behoort een positieve asverschuiving bij een vergroting van de hartafstand en een negatieve asverschuiving bij een verkleining van de hartafstand. Opmerkelijk is hierbij, dat de inschuivingsfactor altijd een positieve waarde heeft.

Een niet te onderschatten voordeel tenslotte ligt in de ruime mogelijkheid voor het kiezen van de hartafstand  $a$  en de aantallen tanden  $z_1$  en  $z_2$ . Het is immers niet meer nodig, dat  $a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2)$  precies uitkomt. In de formule

$$a = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2) + ym$$

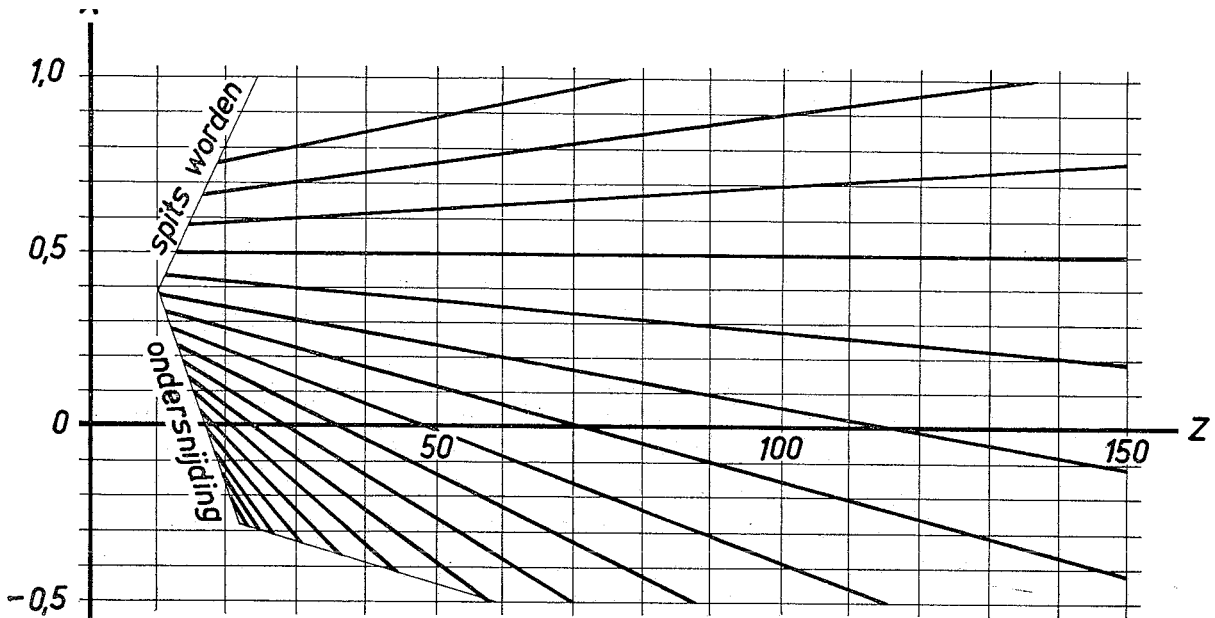
mag  $y$  een waarde aannemen, die soms nul is, maar in het algemeen tussen  $-0,50$  en  $+1,50$  zal variëren. Hoe dit de berekening vergemakkelijkt kan het beste aan een voorbeeld worden duidelijk gemaakt.

Voor de hartafstand  $a = 280$  wordt een overbrenging met een vertragsingsverhouding  $i = 4,5$  gezocht. De modulus is 5, 6 of 7.

m	i	$z_1$	$z_2$	$z_1 + z_2$	y	u	$x_1 \times x_2$
5	4,600	20	92	112	0	0	0
	4,550	20	91	111	0,50	0,02	0,52
	4,500	20	90	110	1,00	0,07	1,07
6	4,471	17	76	93	0,17	0,00	0,17
	4,714	14	66	80	0	0	0
7	4,643	14	65	79	0,50	0,02	0,52
	4,571	14	64	78	1,00	0,09	1,09

Wanneer geen profielverschuiving zou worden toegepast, zouden er twee oplossingen zijn, waarbij  $a = 280$  is, doch waarbij  $i = 4,600$  of  $i = 4,714$  wordt. Met  $i = 4,500$  precies, zou voor  $m = 5$  de hartafstand  $a = 275$  en voor  $m = 7$  zou  $a = 269,5$  worden. Bij het bepalen van de hartafstand, modulus en aantallen tanden zijn er twee effecten van belang. Ten eerste kan bij eenmaal vastgestelde modulus en aantallen tanden de hartafstand binnen redelijke grenzen nog vrij worden gekozen, bijvoorbeeld voor  $m = 5$ ,  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 90$  kan  $a = 280$  worden in plaats van 275. Ten tweede kunnen bij eenmaal vastgestelde hartafstand en modulus de aantallen tanden, en kan in het bijzonder de som van de aantallen tanden worden gevarieerd. De tandensom, die voor een overbrenging zonder profielverschuiving is berekend kan met 1, met 2 of soms zelfs met 3 tanden worden verminderd! Een vergroting van de tandensom of een verkleining van de hartafstand is ook denkbaar, doch dat is minder gebruikelijk.

Zodra op enigerlei wijze het aantal gelijkwaardige oplossingen voor een constructieprobleem toeneemt, ontstaat de behoefte aan een richtlijn om in de veelheid op een vlotte manier een verantwoorde keuze te doen. In ons geval zijn er twee grootheden, die zo'n richtlijn nodig hebben, namelijk de asverschuivingsfactor  $y$  en de profielverschuivingsfactor van het rondsel  $x_1$ . De Duitse ontwerp-norm DIN 3992



figuur 12.

(aug. 1960) geeft hiervoor aardige aanwijzingen. Indien de tandensom groter is dan ongeveer 60 wordt voor de asverschuivingsfactor  $y$  aanbevolen.

- $y = 1,20 \dots 2,00$  alleen in bijzondere gevallen;
- $y = 0,60 \dots 1,20$  wanneer hoge belastbaarheid doorslaggevend is;
- $y = 0 \dots 0,60$  voor gewone gevallen (meest aanbevolen);
- $y = -0,40 \dots 0$  wanneer een groot ingrijp-quotiënt doorslaggevend is;
- $y = -0,60 \dots 0,40$  alleen in zeer bijzondere gevallen.

Nadat  $(x_1 + x_2)$  is berekend, kunnen  $x_1$  en  $x_2$  worden bepaald, zie fig. 12.

Deze figuur is bedoeld voor een vertragende overbrenging. Aan de hand van een voorbeeld gaan we na hoe de lijnenbundel wordt gebruikt. Stel  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 90$ ,  $x_1 + x_2 = 1,07$ . Er moet nu een lijn wor-

den gevonden in de lijnenbundel waarop de beide punten  $z_1, x_1$  en  $z_2, x_2$  liggen. Op een der lijnen liggen het punt  $z_1 = 20$ ,  $x_1 = 0,50$  en het punt  $z_2 = 90$ ,  $x_2 = 0,50$ , dat is dus voor  $x_1 + x_2 = 1,00$  hetgeen nog te weinig is. Op een volgende lijn liggen  $z_1 = 20$ ,  $x_1 = 0,58$  en  $z_2 = 90$ ,  $x_2 = 0,68$ , dat is dus voor  $x_1 + x_2 = 1,26$  hetgeen te groot is. Goede tussenwaarden zijn  $x_1 = 0,52$  en  $x_2 = 0,55$ .

De steekcirkels (fabricage-steekcirkels) zijn per definitie onafhankelijk van de profielverschuiving. In ons voorbeeld is dus

$$a = 280 \quad m = 5 \quad z_1 = 20 \quad d_1 = 100 \\ z_2 = 90 \quad d_2 = 450$$

De topcirkels worden gevonden met de formules:

$$d_{a1} = d_1 + 2m(1 + x_1) \\ d_{a2} = d_2 + 2m(1 + x_2)$$

$$\text{Voor } \begin{cases} x_1 = 0,52 \\ x_2 = 0,55 \end{cases} \text{ worden } \begin{cases} d_{a1} = 100 + 15,2 = 115,2 \\ d_{a2} = 450 + 15,5 = 465,5 \end{cases}$$

Het VDI-Zeitschrift 104 (1962) nr. 6 is verschenen als *Fachheft Getriebetechnik XIII* met de volgende artikelen:

- Geräuschuntersuchungen an gehärteten, ungeschliffenen Geradstirnrädern.
- Beanspruchung und Schlupf beim Rollen elastischer Walzen.
- Nomogramm zum Bestimmen der Zähnezahl  $z$ , über die die Zahnweite zu messen ist, sowie einige Betrachtungen zur Zahnweitenmessung profilverschobener Zahnräder.
- Die Zahntruss-Tragfähigkeit für unterschiedlich ausgeführte Evolventenverzahnungen nach Pulsatorversuchen.
- Fertigungsgenauigkeit und Geräusch.
- Spiralkegelrädereberechnung auf elektronischen Rechenanlagen.

- Die Freszlastgrenze von Getriebeölen.
- Die rechnerische Erfassung der Einflüsse einer auf eine aufgeschrumpfte Bandage wirkenden Tangentialkraft.
- Zahnflanken-Längsballigkeit zum Ausgleich von Zahnflanken- und Einbaufehlern von Stirnrädern.
- Messen der Zahndicke an Sonderverzahnungen.
- Berechnung der Zahnbruchsehne  $s$ , zwischen den Berührungspunkten der  $30^\circ$  Tangenten.

Het in dit nummer opgenomen gedeelte: „Fachgebiete der Technik in Jahresübersichten — Antriebs-elemente“, verdient, ook door de talrijke literatuuropgaven, eveneens vermelding.

Eveneens geldt dit voor de „Jahresübersichten der Kältetechnik“, opgenomen in het VDI-Zeitschrift 104 (1962) nr. 7, p. 337-350 en „Lebensmitteltechnik“, p. 351-359.