

## Ontwikkeling van een meetprocedure voor permeabiliteitsmetingen

**Citation for published version (APA):**

Vercammen, R. (1991). *Ontwikkeling van een meetprocedure voor permeabiliteitsmetingen*. (DCT rapporten; Vol. 1991.013). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1991

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

**Stageverslag** : Ontwikkeling van een  
meetprocedure voor permeabiliteits-  
metingen.

Door Roland Vercammen.

Begeleiders : Dr.Ir. Cees Oomens.

Ir. Monique van Lankveld.

Rapportnummer WFW 91.013

## INHOUDSOPGAVE.

	pagina
Samenvatting	1
1 Inleiding	2
2 Theorie	
2.1 Wet van Darcy	3
2.2 Geldigheid wet van Darcy	4
2.3 Principe meetmethode	
2.3.1 Aanbrengen druk	5
2.3.2 Controle geldigheid Bernoulli voor stroming tussen A,D en E,F	6
3 Experiment	
3.1 Meetopstelling	7
3.2 Werkwijze	8
3.3 Drukcorrectie	8
4 Resultaten	
4.1 Permeabiliteit	10
4.2 Fouten-analyse vergelijking van Darcy	14
4.3 Bepaling getal van Reynolds	16
4.4 Permeabiliteit ( Forchheimer )	18
4.5 Fouten-analyse vergelijking van Forchheimer	19
5 Conclusie	22
6 Problemen/suggesties voortgang	23
Literatuurlijst	24
Bijlagen	
Bijlage 1 Handleiding	25
Bijlage 2 Figuren permeabiliteit L=15 en 20 mm.	30
Bijlage 3 Symbolenlijst	33

## SAMENVATTING.

Het in dit rapport beschreven onderzoek vond plaats in het kader van een onderzoeksproject op de TU Eindhoven naar het functioneren van de menselijke knie. Het doel was om een meetprocedure te ontwikkelen waarmee op eenvoudige manier van stijf poreus materiaal de permeabiliteit kan worden gemeten.

Het meetprincipe werkt als volgt : Er wordt met een waterkolom een drukverschil over het poreuze materiaal aangebracht en de flow door het poreuze materiaal, die daarvan het gevolg is, wordt gemeten. Er is een procedure gevonden, waarmee het mogelijk was reproduceerbaar en voldoende nauwkeurig de permeabiliteit te meten.

Voor de beschrijving van de stroming door een poreus medium wordt veelal gebruik gemaakt van de wet van Darcy. Er is gebleken dat deze wet voor hogere Reynoldsgetallen uitgebreid moet worden met een term die evenredig is met de snelheid in het kwadraat. De dan verkregen formule is de vergelijking van Forchheimer.

## 1 INLEIDING.

### Ontwikkeling van een meetprocedure voor permeabiliteitsmetingen.

Het in dit rapport beschreven onderzoek is verricht in het kader van een project met als doel de ontwikkeling van een mechanisch model van het kniegewricht. In zo'n gewricht bevindt zich onder andere kraakbeen, een materiaal dat is op te vatten als een poreuze vaste stof verzadigd met vloeistof. Als model om te onderzoeken hoe dergelijke systemen zich gedragen wordt in het laboratorium gebruik gemaakt van technische poreuze materialen. Het doel van dit onderzoek was om een meetprocedure te ontwikkelen om op eenvoudige manier van poreus materiaal de permeabiliteit, porositeit en het verband tussen beide te vinden. Als materiaal is in eerste instantie een niet samendrukbaar poreus materiaal genomen, namelijk : zand gemengd met lijm. Dit materiaal wordt verzadigd met water en vervolgens wordt de permeabiliteit gemeten.

Het hier beschreven onderzoek beperkt zich tot het opstellen van een meetprocedure en verwerkingsmethode van de permeabiliteit. Het meetprincipe dat gebruikt is, is een gangbaar principe en berust op het aanleggen van een drukverschil over het preparaat met een waterkolom. In hoofdstuk 2 wordt een stukje theorie behandeld dat dit meetprincipe beschrijft.

In hoofdstuk 3 is de opstelling geschetst en de werkwijze toegelicht. Een meethandleiding is als bijlage toegevoegd. De resultaten met toelichting staan vermeld in hoofdstuk 4. Het blijkt dat de wet van Darcy niet voldoet. Door gebruik te maken van de vergelijking van Forchheimer zijn de verkregen resultaten wel verklaarbaar.

In hoofdstuk 5 en 6 staan de conclusies en aanbevelingen.

## 2 THEORIE.

In dit hoofdstuk wordt de wet van Darcy met het gebied waarvoor deze wet nog geldig is behandeld. Tevens wordt een algemenere wet, de Forchheimer relatie, en het principe van de permeabiliteit-meting gegeven.

### 2.1 Wet van Darcy.

De permeabiliteit van poreus materiaal in een één dimensionaal experiment kan berekend worden met de wet van Darcy :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{nw}{k} \left[ \frac{N}{m^3} \right] \quad ( 1 )$$

waarbij :

$$\frac{dp}{dx} = \text{drukgradient} \quad \left[ \frac{N}{m^3} \right]$$

$$n = \text{porositeit} \quad [ - ]$$

$$w = \text{snelheid van de vloeistof} \quad \left[ \frac{m}{s} \right]$$

in de poriën.

$$k = \text{permeabiliteit} \quad \left[ \frac{m^4}{Ns} \right]$$

De wet van Darcy kan ook anders geschreven worden :

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{Q}{k} \quad ( 2 ) \quad \left[ \frac{N}{m^3} \right]$$

$$\text{waarbij} \quad \Delta p = \text{Druk over het preparaat} \quad [ Pa ]$$

$$L = \text{lengte van het preparaat} \quad [ m ]$$

$$Q = nw = \text{filtersnelheid} \quad \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$k$  is onder andere afhankelijk van de viscositeit van de vloeistof.

Volgens Schmidt (1971) :

$$k \sim \frac{1}{\nu} \quad ( 3 ) \quad \left[ \frac{m^2}{s} \right]$$

$\nu = \text{kinematische viscositeit}$

Deze  $\nu$  is afhankelijk van de temperatuur.

Door de permeabiliteit  $k$  met  $v$  te vermenigvuldigen wordt de gecorrigeerde permeabiliteit  $k^*$  :

$$k^* = kv \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{Ns}^2} \right] \quad (4)$$

onafhankelijk van de vloeistof en temperatuur.

## 2.2 Geldigheid wet van Darcy.

Het oppervlak van de buis waarin de vloeistof naar het preparaat stroomt is groter dan het oppervlak van alle poriën in een doorsnede loodrecht op de stroming van het preparaat. Omdat er net zoveel vloeistof in als uit het preparaat moet gaan zal de snelheid van de vloeistof in het preparaat hoger zijn dan de aanstroomsnelheid =  $Q$ .

De wet van Darcy geldt alleen als er nog sprake is van een laminaire stroming in het poreuze materiaal.

Volgens Nagy en Karadi (1961) :

- a) laminaire stroming bij  $Re < 5$
- b) overgangsgebied bij  $Re = 5 \div 200$
- c) turbulente stroming bij  $Re > 200$

Als de stroming in het preparaat niet meer laminair is moet volgens Forchheimer (1901) de wet van Darcy uitgebreid worden met een term die evenredig is met de snelheid in het kwadraat.

$$\frac{\Delta p}{L} = na\eta w + n^2 b \rho w^2 \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right] \quad (5)$$

$$\eta = \text{dynamische viscositeit} \quad \left[ \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \right]$$

$$a = \frac{1}{k\eta} \quad [ \text{m}^{-2} ]$$

$b$  = coëfficiënt die bepaald wordt door de structuur van het preparaat en het getal van Reynolds.

$$[ \text{m}^{-1} ]$$

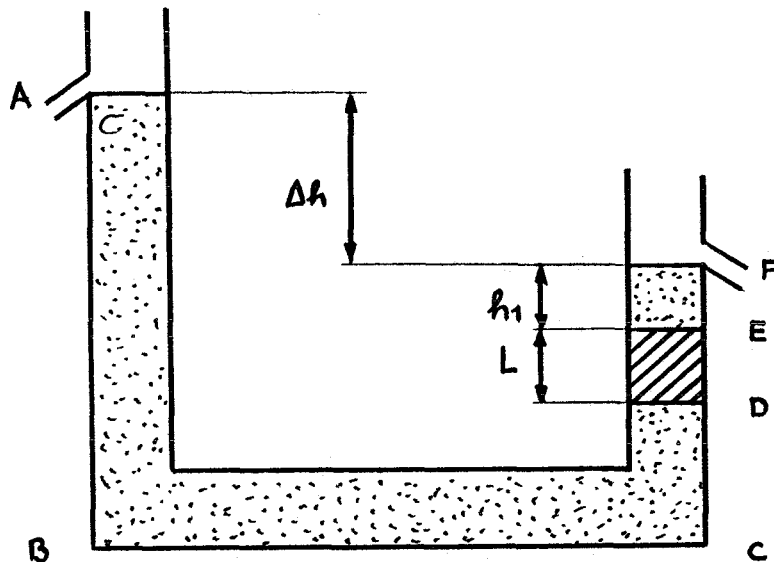
Deze vergelijking (5) is de vergelijking van Forchheimer.

De kwadratische term kan als een traagheid gezien worden die niet meer te verwaarlozen is op moment dat de snelheid toeneemt.

## 2.3 Principe meetmethode.

### 2.3.1 Aanbrengen druk.

Zoals al in de inleiding vermeld staat wordt de permeabiliteit met behulp van water bepaald. Met een waterkolom kan een druk  $\Delta p$  over het poreuze materiaal als volgt worden aangebracht :



figuur 1 : principe meetmethode.

De drukken die op de plaatsen D en E optreden bepalen de druk over het preparaat. Deze drukken kunnen, mits aan een drietal voorwaarden voldaan is, met de Bernoulli-vergelijking berekend worden.

De Bernoulli-vergelijking luidt :  $( p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho u^2 = \text{constant} )$  en volgt uit de Navier-Stokes vergelijking als de stroming stationair, incompressibel en wrijvingsloos is.

Omdat de stroming in het preparaat niet wrijvingsloos is zal Bernoulli niet bruikbaar zijn voor een stroomlijn door het preparaat. Of Bernoulli voor andere delen van de stroming geldig is wordt in de volgende paragraaf bekeken.



### 2.3.2 Controle geldigheid Bernoulli voor stroming

tussen A,D en E,F.

De dimensiloze Navier-Stokes vergelijking luidt als volgt :

$$\text{Sr} \frac{\partial u}{\partial t} + (u, \text{grad})u = -\text{grad}p + \frac{1}{\text{Fr}}g + \frac{1}{\text{Re}}\nabla^2 u \quad (6)$$

De wrijving in de hoofdstroming is te verwaarlozen als het getal van Reynolds  $\text{Re} \gg 1$ . De stroming die aangebracht wordt is stationair. Het water dat gebruikt wordt mag incompressibel verondersteld worden.

Voor de schatting van  $\text{Re}$  in de gebieden A,D en E,F zijn van bepaalde variabelen de orde van grootte nodig :

$$\begin{aligned} D &= o(10^{-2}) && [ \text{ m } ] \\ u &= o(10^{-2}) && [ \text{ m/s } ] \\ v &= o(10^6) && [ \text{ m}^2/\text{s} ] \end{aligned}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho u D}{\eta} = \frac{u D}{\nu} = o(10^2) = \gg 1$$

Dus de hoofdstroming is wrijvingsloos. Voor de stroomlijnen tussen A,D en E,F mag Bernoulli gebruikt worden.

Kijk naar een stroomlijn tussen A en D :

$$P_D - P_A + \frac{1}{2}\rho(U_D^2 - U_A^2) + \rho g(H_D - H_A) = 0 \quad (7)$$

$$P_A = P_{\text{atm.}}$$

$$(U_D^2 - U_A^2) = 0 \text{ vanwege wet van behoud van massa.}$$

$$(H_D - H_A) = - (\Delta h + h_l + L)$$

$$\text{Dus } P_D = P_A + \rho g(\Delta h + h_l + L) \quad (8)$$

Analoog voor een stroomlijn tussen E en F :

$$P_F - P_E + \frac{1}{2}\rho(V_F^2 - V_E^2) + \rho g(H_F - H_E) = 0 \quad (9)$$

$$P_E = P_F + \rho g h_l \quad (10)$$

$$P_D - P_E = \rho g(\Delta h + L) \quad (11)$$

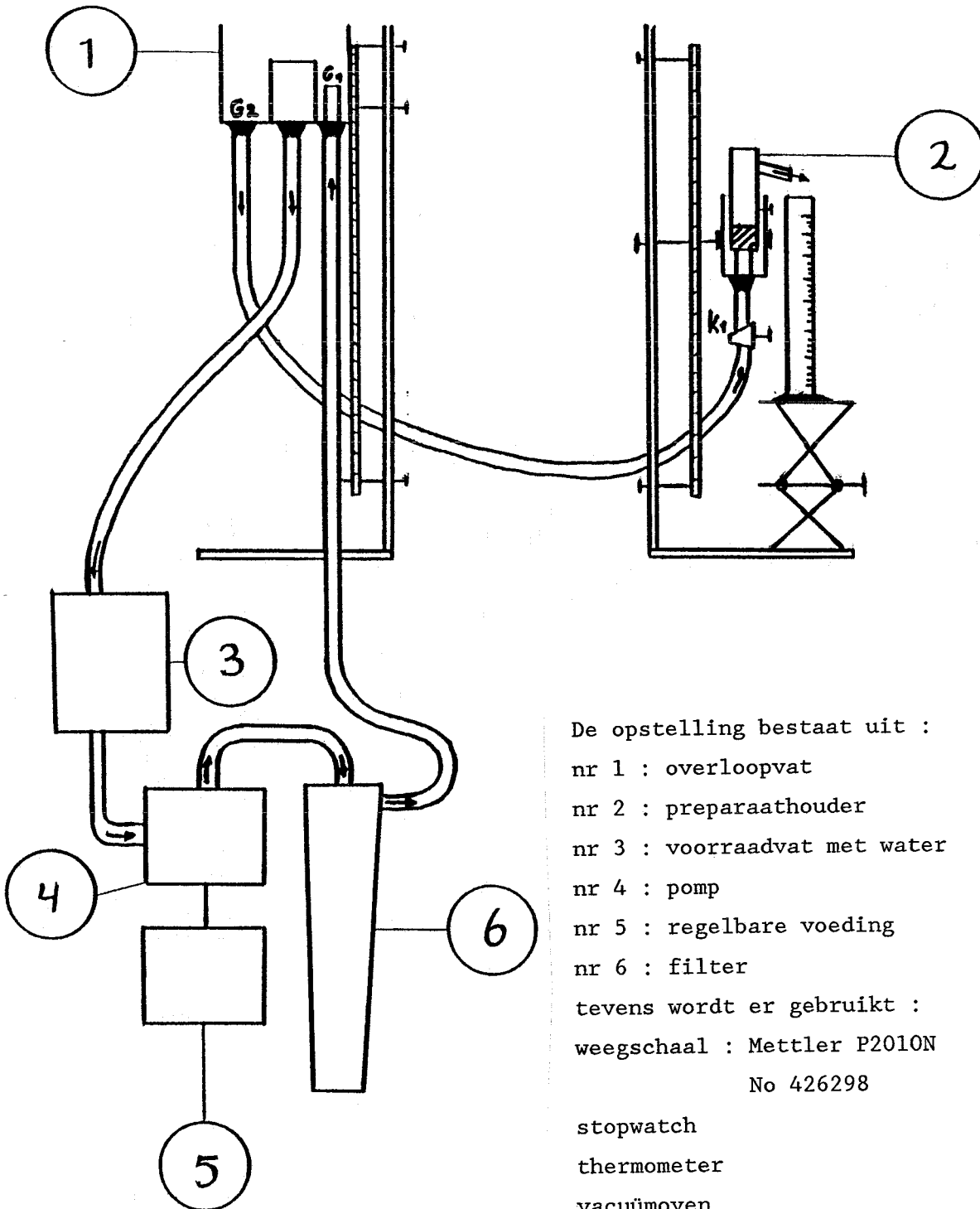
Dus er is altijd een druk verschil over het poreuze materiaal

ter grootte  $\rho g L$ . Wil er water gaan stromen dan moet er een

$$\text{druk } \Delta p = \rho g \Delta h \text{ aangebracht worden.} \quad (12)$$

### 3 EXPERIMENT.

#### 3.1 Meetopstelling.



De opstelling bestaat uit :

nr 1 : overloopvat

nr 2 : preparaathouder

nr 3 : voorraadvat met water

nr 4 : pomp

nr 5 : regelbare voeding

nr 6 : filter

tevens wordt er gebruikt :

weegschaal : Mettler P2010N

No 426298

stopwatch

thermometer

vacuümoven

### 3.2 Werkwijze.

Er wordt uitgegaan van de wet van Darcy :  $k = \frac{QL}{\Delta p}$   $\left[ \frac{\text{m}}{\text{Ns}} \right]$  ( 2 )

met  $\Delta p = \rho g \Delta h$   $\left[ \text{Pa} \right]$  ( 12 )

en  $Q = \frac{M}{\rho t A}$   $\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$  ( 13 )

waarbij  $M =$  gewicht opgevangen water  $\left[ \text{kg} \right]$   
 $\rho =$  dichtheid water  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$   
 $t =$  meettijd  $\left[ \text{s} \right]$   
 $A =$  oppervlak preparaat  $\left[ \text{m}^2 \right]$

Om de permeabiliteit  $k$  te berekenen wordt, voor een bepaalde preparaat lengte  $L$ , de filtersnelheid  $Q$  als functie van  $\Delta p$  bepaald.

#### Bepaling $Q$ als functie van $\Delta p$ .

Bij elke meting wordt de druk  $\Delta p$  ingesteld. Gedurende een bepaalde tijd  $t$  wordt het water opgevangen. Hiervan wordt de massa  $M$  bepaald. Tevens wordt de temperatuur gemeten zodat de dichtheid en de dynamische viscositeit bepaald kunnen worden.

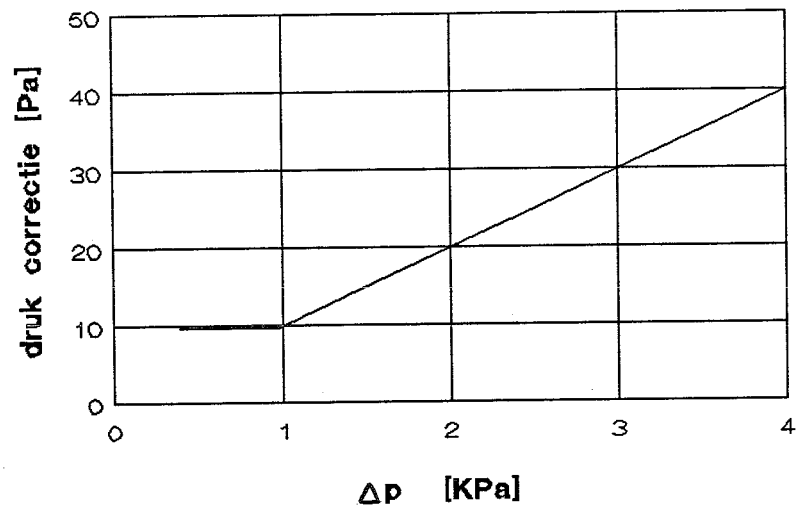
Met vergelijking ( 13 ) is  $Q$  als functie van  $\Delta p$  te berekenen.

Er zijn drie preparaten met lengte  $L=15,20$  en  $25$  mm gebruikt, waarbij de druk  $\Delta p$  van  $0.39$  tot  $3.9$  KPa werd ingesteld.

Voor details wordt verwezen naar bijlage 1. Daarin staat een uitvoerige beschrijving van de metingen.

### 3.3 Drukcorrectie.

De werkelijke druk over het preparaat is de aangebrachte druk minus de in figuur 2 staande drukcorrectie. Deze correctie is nodig omdat bij een aangebrachte druk water zal gaan stromen. Het waterniveau staat dan boven de uitstroomopening terwijl bij druk =  $0$  [Pa] het waterniveau gelijk staat met de uitstroomopening. Door dit hoogteverschil te meten is de benodigde drukcorrectie bekend.



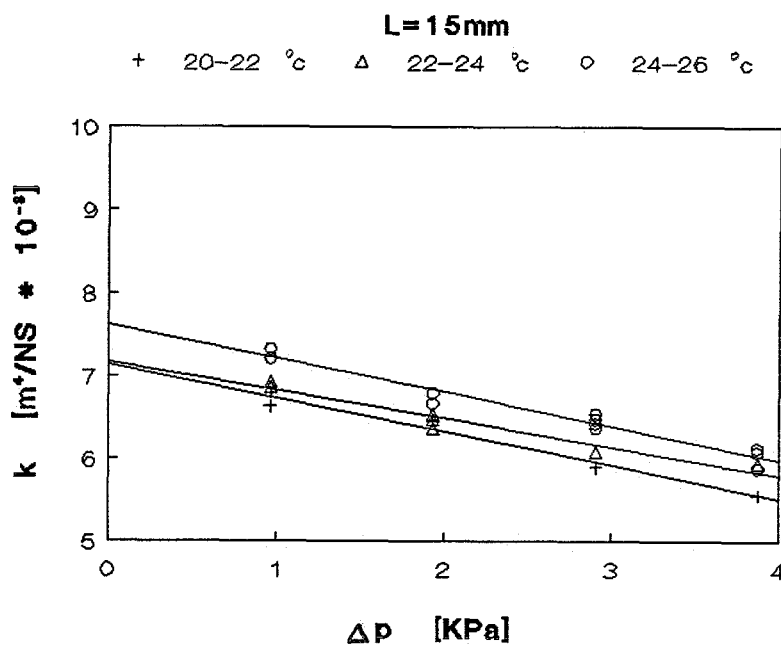
figuur 2 : drukcorrectie als functie van  $\Delta p$ .

#### 4 RESULTATEN.

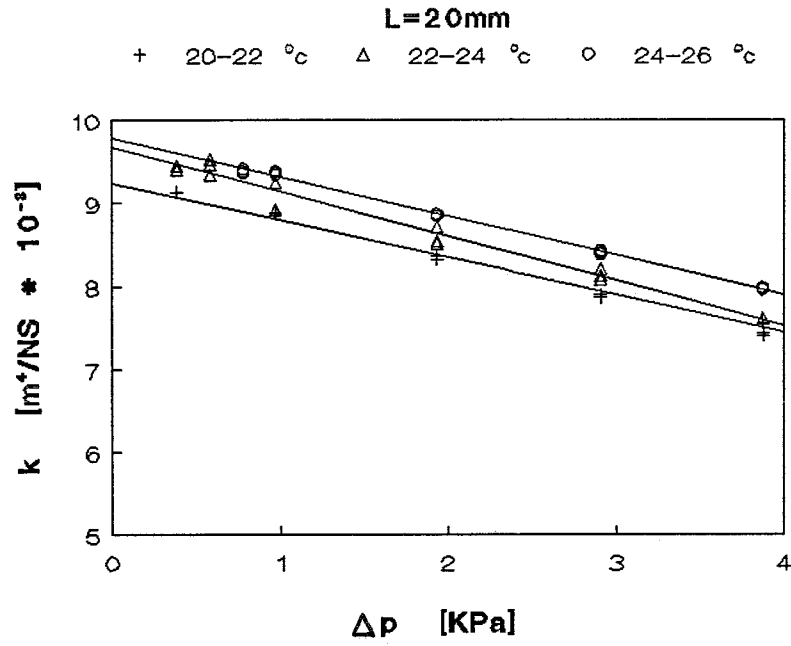
In dit hoofdstuk worden de resultaten gepresenteerd en meteen van toelichting voorzien. Het blijkt dat de wet van Darcy niet voldoet. Door gebruik te maken van de vergelijking van Forchheimer zijn de verkregen resultaten wel verklaarbaar.

##### 4.1 Permeabiliteit.

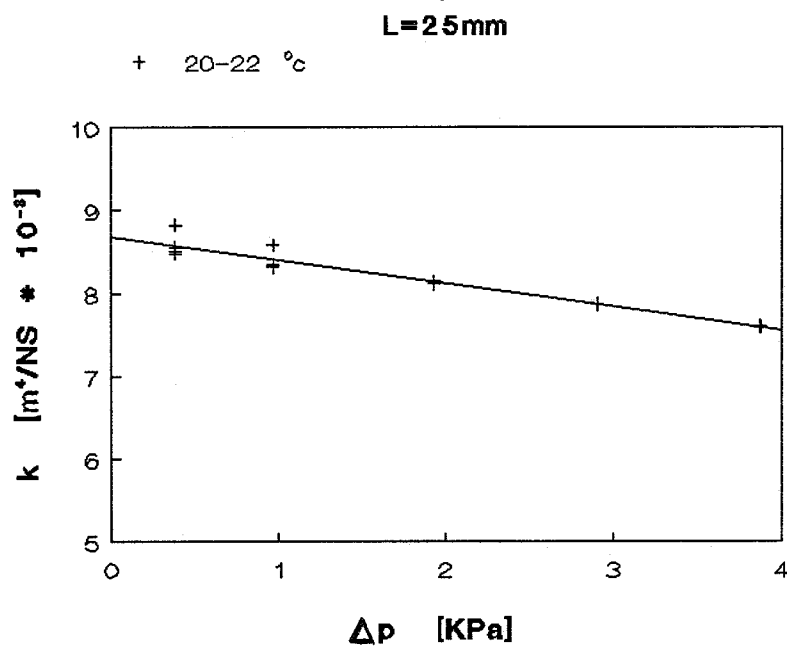
In de figuren 3 t/m 5 staat de permeabiliteit tegen de druk uitgezet voor  $L=15,20$  en  $25$  mm. Het water werd door de pompinstallatie opgewarmd. Om de invloed van de temperatuur te zien zijn er drie temperatuurintervallen gekozen.



figuur 3 : k als functie van  $\Delta p$  voor  $L=15$  mm.



figuur 4 : k als functie van Δp voor L=20 mm.



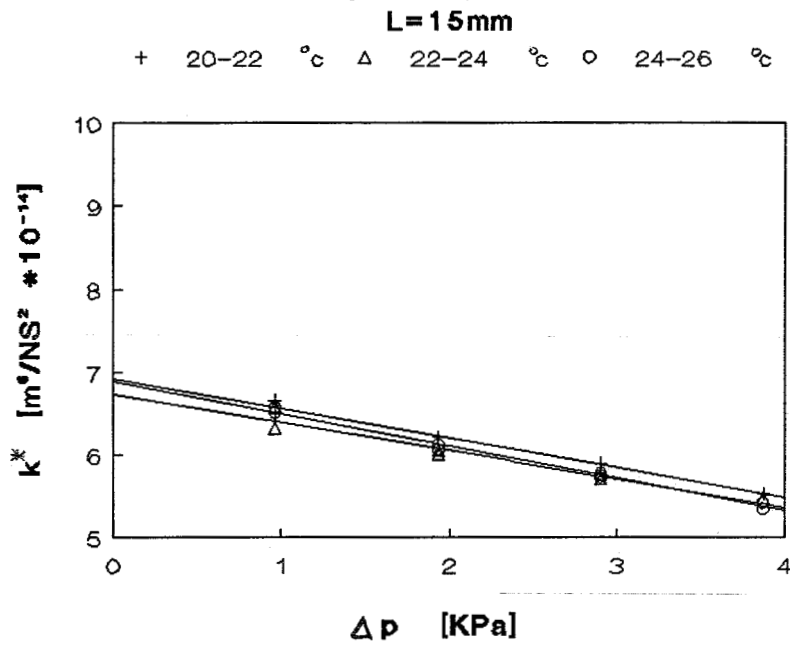
figuur 5 : k als functie van Δp voor L=25 mm.

De toename van de permeabiliteit bij hogere temperaturen wordt veroorzaakt door een afnemende viscositeit van het water.

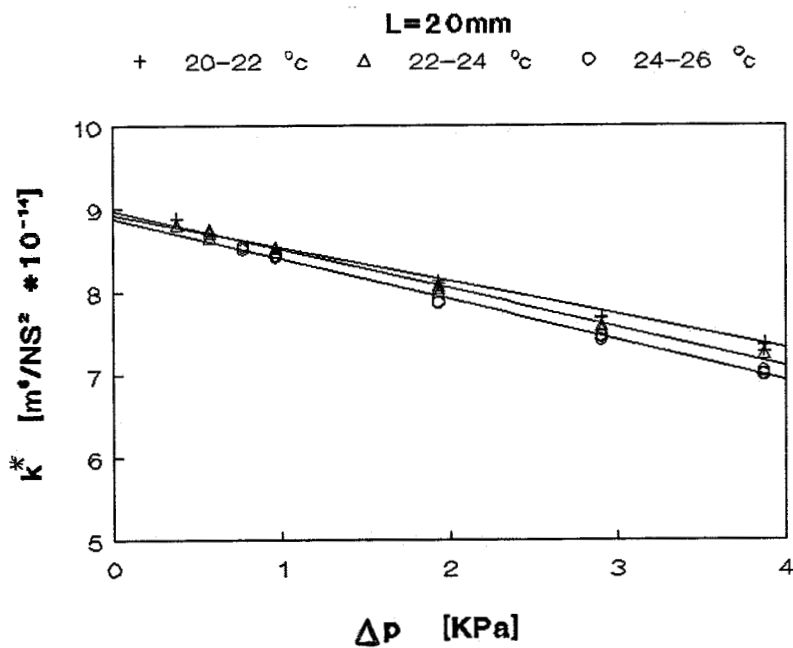
Als de permeabiliteit voor deze viscositeitsverandering wordt gecorrigeerd :

$$k^* = kv = \frac{k\eta}{\rho} \quad (4)$$

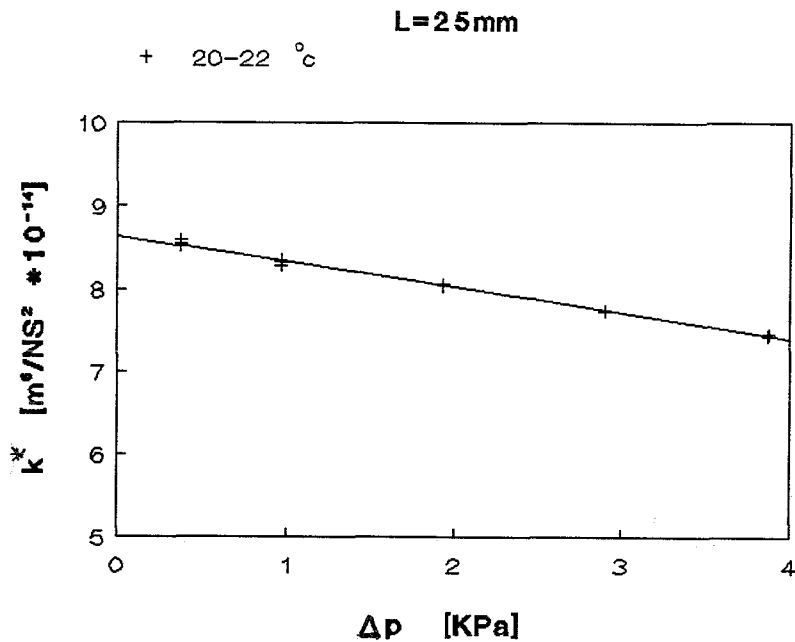
dan worden de figuren 6 t/m 8 verkregen.



figuur 6 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=15$  mm.



figuur 7 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=20$  mm.



figuur 8 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=25$  mm.

Deze gecorrigeerde permeabiliteit is minder sterk afhankelijk van de temperatuur, maar neemt nu af bij toenemende temperatuur.

Mogelijke verklaringen :

- Uitzetting twee componenten lijm.
- Het door Schmidt (1971) gebruikte lineair verband tussen permeabiliteit en viscositeit is niet correct.

We zien ook dat bij de verschillende preparaten  $k^*$  niet gelijk is. Op grond van de theorie van Darcy wordt dit niet verwacht.

Een mogelijke oorzaak hiervan is de "fabricage" van het poreuze materiaal. Het met lijm vermengde zand wordt met een spatel in een metalen ring gesmeerd. De porositeit van elk preparaat hoeft dan niet gelijk te zijn.

Naar de oorzaak van deze temperatuurafhankelijkheid en verschil in permeabiliteit bij de verschillende preparaten is verder niet meer gezocht.



## 4.2 Fouten-analyse vergelijking van Darcy.

In deze paragraaf wordt de theoretische spreiding in de meetwaarden, veroorzaakt door instelfouten en onnauwkeurigheden van de gebruikte apparatuur, berekend. Hierdoor kan de theoretische spreiding vergeleken worden met de experimenteel waargenomen spreiding. Bovendien kan bepaald worden welke parameter uit de wet van Darcy het grootste aandeel in de afwijking heeft.

Uit ( 2 ) ( 4 ) ( 12 ) en ( 13 ) volgt dat de gecorrigeerde permeabiliteit gelijk is aan :

$$k^* = \frac{ML\eta}{\rho^3 \tau Ag \Delta h} \quad ( 14 )$$

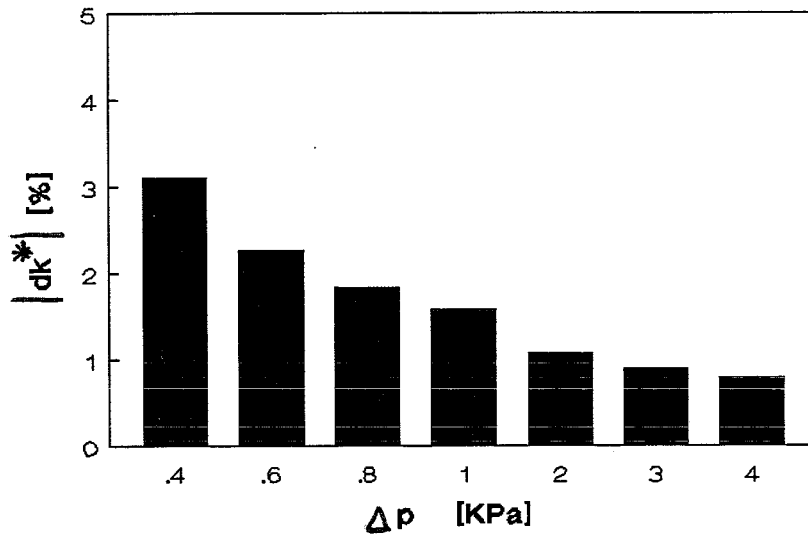
$$dk^* = \Delta M \frac{\partial k^*}{\partial M} + \Delta \tau \frac{\partial k^*}{\partial \tau} + \Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h} + \Delta \rho \frac{\partial k^*}{\partial \rho} + \Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \eta} \quad ( 15 )$$

$dk^*$  = maximale fout van de gecorrigeerde permeabiliteit ten gevolge van instelfouten en onnauwkeurigheden van de gebruikte apparatuur.

$$\begin{aligned} \Delta M &= \pm 1 \cdot 10^{-4} && \text{kg} \\ \Delta \tau &= \pm 1 && \text{s} \\ \Delta(\Delta h) &= \pm 1 \cdot 10^{-3} && \text{m} \\ \Delta T &= \pm 1 \cdot 10^{-1} && \text{°C} \quad \Rightarrow \quad - \Delta \rho = \pm 2 \cdot 10^{-2} && \text{kg/m}^3 \\ & && && - \Delta \eta = \pm 2.4 \cdot 10^{-6} && \text{Pas} \end{aligned}$$

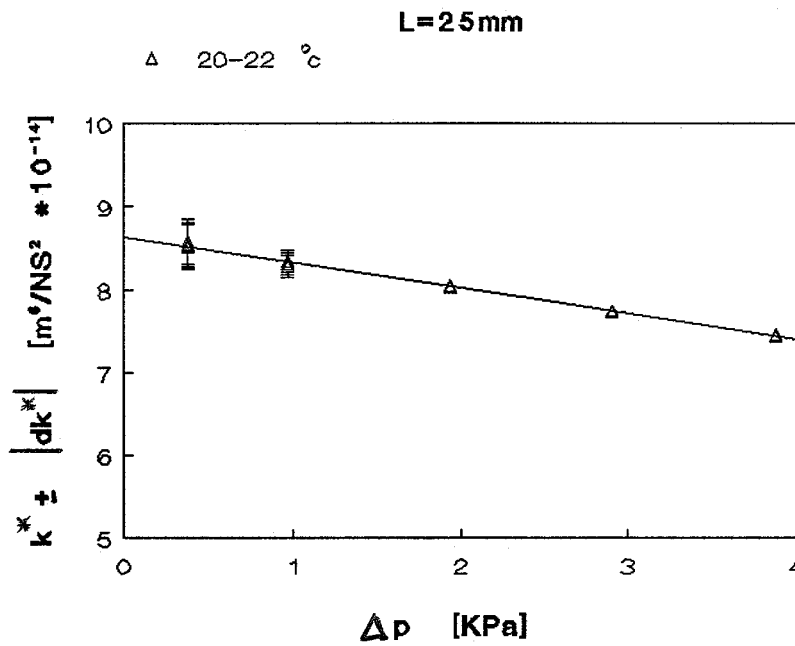
De termen  $\Delta M \frac{\partial k^*}{\partial M}$  en  $\Delta \rho \frac{\partial k^*}{\partial \rho}$  ( $o(10^{-17})$  en  $o(10^{-18}) \frac{\text{m}^6}{\text{Ns}^2}$ ) zijn te verwaarlozen t.o.v.  $\Delta \tau \frac{\partial k^*}{\partial \tau}$ ,  $\Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h}$  en  $\Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \eta}$  die van de orde  $10^{-16} \frac{\text{m}^6}{\text{Ns}^2}$  zijn.

De invloed van  $\Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h}$  wordt steeds groter naar mate het hoogteverschil steeds kleiner wordt. In figuur 9 staat de fout  $|dk^*|$  tegen enkele drukken  $\Delta p$  uitgezet. Deze fout  $|dk^*|$  is voor de verschillende preparaten gelijk.



figuur 9 :  $|dk^*|$  tegen  $\Delta p$  voor  $L=15, 20$  en  $25$  mm.

Als de theoretische spreiding bij de gevonden meetwaarden wordt opgeteld wordt voor  $L=25$  mm figuur 10 verkregen.



figuur 10 : spreiding in de gecorrigeerde permeabiliteit voor  $L=25$  mm.

Dat de spreiding in de gecorrigeerde permeabiliteit berekend bij de foutenanalyse voor een druk kleiner dan 1 KPa veel groter is dan de spreiding in de metingen komt omdat bij één bepaalde instelling van het hoogteverschil ( dus van de druk ) meerdere metingen gedaan zijn. Een kleine afwijking van de druk geeft juist bij die lage drukken een grote verandering van de permeabiliteit. Eigenlijk zouden er daarom nog een paar metingen gedaan moeten worden om te kijken in hoeverre de resultaten voor deze kleine hoogteverschillen inderdaad reproduceerbaar zijn.

#### 4.3 Bepaling getal van Reynolds.

We zien dat de (gecorrigeerde) permeabiliteit bij toenemende druk afneemt. Op grond van de wet van Darcy wordt dit niet verwacht. Omdat de stroming in het preparaat misschien niet laminair is, zodat de vergelijking van Forchheimer gebruikt moet worden, wordt eerst naar het Reynoldsgetal gekeken.

Volgens Van der Grinten (1987), die hetzelfde poreuze materiaal gebruikte, namelijk zand met een gemiddelde diameter van  $0.430 \pm 0.005$  mm vermengd met twee componenten lijm, is de porositeit  $n$  gelijk aan  $0.28 \pm 0.02 \Rightarrow w \cong 3.6 Q$  ( 16 )

Als de druk hoger wordt, neemt de filtersnelheid toe, en dus ook snelheid van het water in het preparaat.

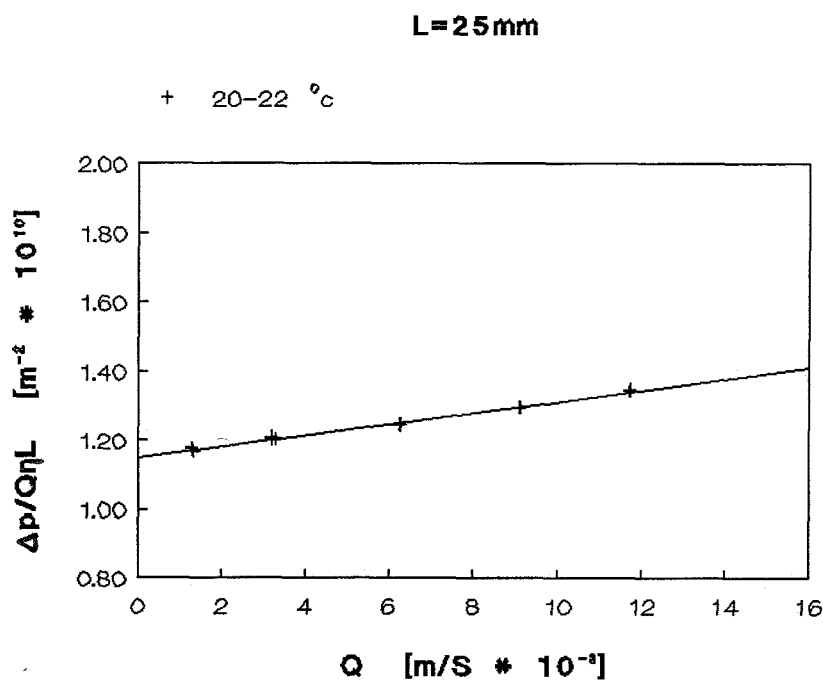
Tijdens de proeven :  $1.0 \cdot 10^{-3} < Q < 1.5 \cdot 10^{-2}$  [ m/s ]  
 uit ( 16 ) volgt :  $3.5 \cdot 10^{-3} < w < 5.3 \cdot 10^{-2}$  [ m/s ]

De effectieve poriestraal  $R_p$  van het zandpreparaat is volgens Van der Grinten (1987) 0.08 mm. Dus voor het Reynoldsgetal wordt gevonden :  $Re = \frac{w 2 R_p}{\nu} \Rightarrow 5.6 \cdot 10^{-1} < Re < 8.5$

De stroming is dus volgens Nagy en Karadi (1961) niet meer zuiver laminair. Uit vergelijking ( 5 ) volgt dan :

$$\frac{\Delta p}{Q\eta L} = a + b\frac{\rho}{\eta}Q \quad [ m^{-2} ] \quad ( 17 )$$

Als  $\frac{\Delta p}{Q\eta L}$  tegen de filtersnelheid  $Q$  wordt uitgezet wordt voor  $L=25$  mm figuur 11 verkregen. De verkregen lijn is recht en voldoet dus aan vergelijking ( 17 ).



figuur 11 :  $\frac{\Delta p}{Q\eta L}$  als functie van  $Q$  voor  $L=25$  mm.

In bijlage 2 staat ditzelfde ook voor  $L=15$  en  $20$  mm uitgewerkt. Ook hier wordt aan vergelijking ( 17 ) voldaan. Uit de verkregen lijnen kunnen de  $b$ 's bij gemiddelde temperatuur gehaald worden.

	L=15	L=20	L=25	[ mm ]
$b_{21^{\circ}C}$	2.736	1.903	1.598	
$b_{23^{\circ}C}$	2.610	1.816		
$b_{25^{\circ}C}$	2.493	1.737		

\*10<sup>5</sup> [ m<sup>-1</sup> ]

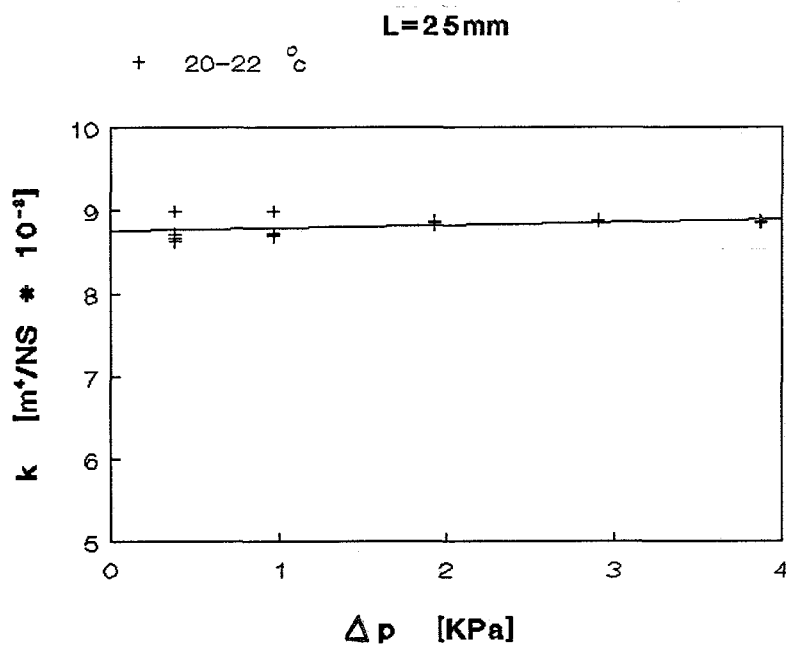
Tabel 1 : De coëfficiënten  $b$  bij gemiddelde temperatuur.

#### 4.4 Permeabiliteit ( Forchheimer )

In deze paragraaf wordt bekeken of de permeabiliteit, berekend met de vergelijking van Forchheimer als functie van de druk  $\Delta p$ , nu wel constant is.

Door  $a = \frac{1}{k\eta}$  in vergelijking ( 17 ) in te vullen wordt voor  $k$  gevonden:  $k = \frac{QL}{\Delta p - b\rho Q^2 L} \left[ \frac{m^4}{Ns} \right]$  ( 18 )

Deze  $k$  als functie van  $\Delta p$  is in figuur 12 uitgezet.

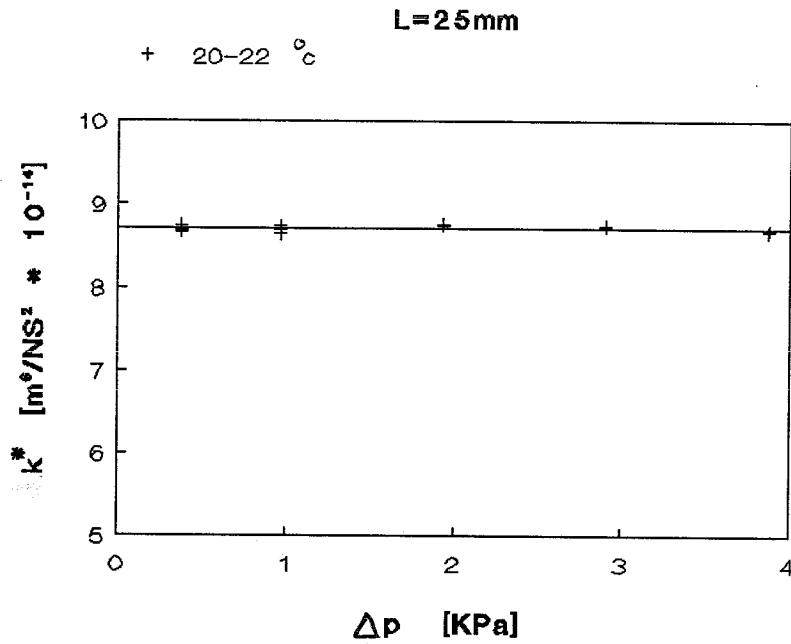


figuur 12 :  $k$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=25$  mm.

De  $k$  is als functie van de druk niet constant omdat er nog voor de verandering van de viscositeit gecorrigeerd moet worden.

$$k^* = \frac{k\eta}{\rho} = \frac{QL}{\rho(\Delta p - b\rho Q^2 L)} \left[ \frac{m}{Ns^2} \right] \quad ( 19 )$$

$k^*$  als functie van de druk  $\Delta p$  voor  $L=25$  mm staat in figuur 13. De algemene trend is dat  $k^*$  nu wel constant blijft.



figuur 13 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=25$  mm.

#### 4.5 Fouten-analyse vergelijking van Forchheimer.

In deze paragraaf wordt bekeken wat de invloed is van de temperatuur op de theoretische fout die gemaakt wordt, door eerst een fouten-analyse op  $k^*$  en daarna op  $k^*$  bij constante temperatuur los te laten.

$$k^* = \frac{QL\eta}{\rho(\Delta p - b\rho Q^2L)} \quad Q = \frac{M}{\rho tA}, \quad \Delta p = \rho g \Delta h$$

$$dk^* = \Delta b \frac{\partial k^*}{\partial b} + \Delta M \frac{\partial k^*}{\partial M} + \Delta t \frac{\partial k^*}{\partial t} + \Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h} + \Delta \rho \frac{\partial k^*}{\partial \Delta \rho} + \Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \Delta \eta} \quad (20)$$

$$\Delta M = \pm 1 \cdot 10^{-4} \quad \text{kg}$$

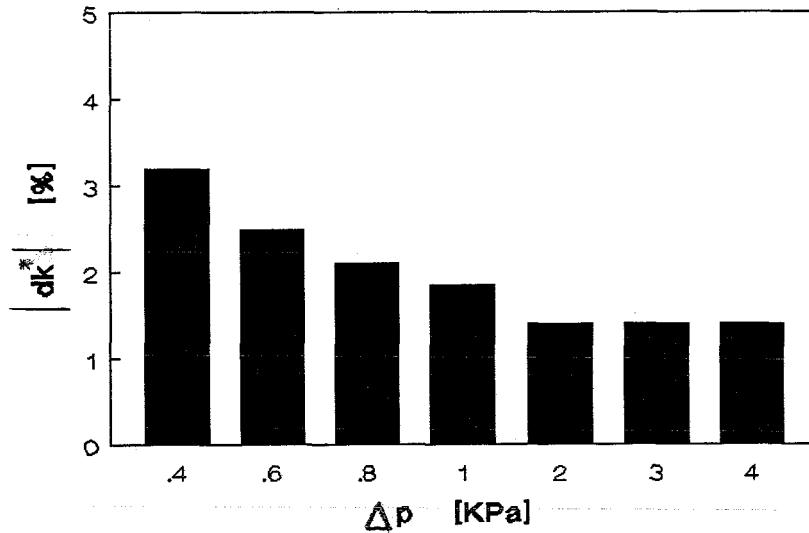
$$\Delta t = \pm 1 \quad \text{s}$$

$$\Delta(\Delta h) = \pm 1 \cdot 10^{-3} \quad \text{m}$$

$$\Delta T = 1 \cdot 10^{-1} \quad \text{°C}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} - \Delta \rho &= \pm 2 \cdot 10^{-2} & \text{kg/m}^3 \\ - \Delta \eta &= \pm 2.4 \cdot 10^{-6} & \text{Pas} \end{aligned}$$

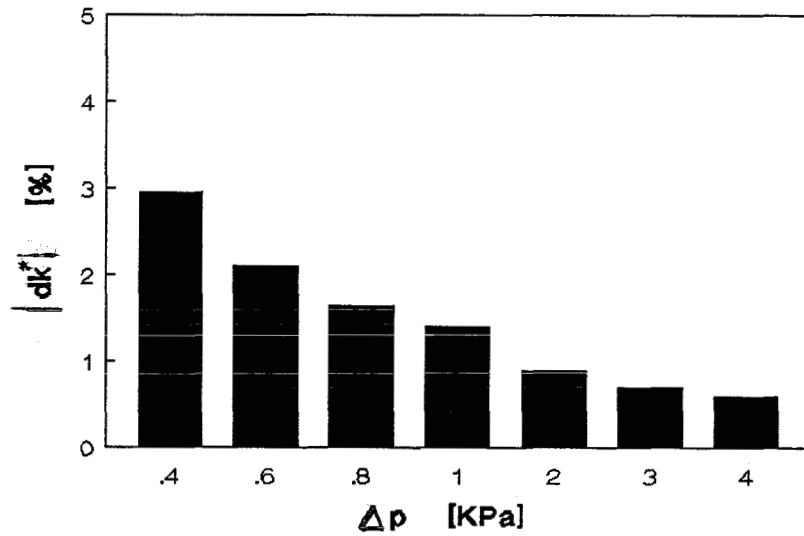
De termen  $\Delta M \frac{\partial k^*}{\partial M}$  en  $\Delta \rho \frac{\partial k^*}{\partial \Delta \rho}$  ( $o(10^{-17})$  en  $o(10^{-18}) \frac{m^6}{Ns}$ ) zijn te verwaarlozen t.o.v.  $\Delta b \frac{\partial k^*}{\partial b}$ ,  $\Delta t \frac{\partial k^*}{\partial t}$ ,  $\Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h}$  en  $\Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \eta}$  die van de orde  $10^{-16} \frac{m^4}{Ns^2}$  zijn. Ook hier wordt de invloed van  $\Delta(\Delta h) \frac{\partial k^*}{\partial \Delta h}$  voor kleinere  $\Delta h$  steeds groter. In figuur 14 staat de fout  $|dk^*|$  tegen enkele drukken  $\Delta p$  uitgezet. Deze fout is voor de verschillende lengten gelijk.



figuur 14 :  $|dk^*|$  tegen  $\Delta p$  voor  $L=15, 20$  en  $25$  mm.

Als bij constante temperatuur gemeten zou worden, dan zouden de bijdragen van  $\Delta b \frac{\partial k^*}{\partial b}$  en  $\Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \eta}$  ook te verwaarlozen zijn. De fout  $|dk^*|$  tegen  $\Delta p$  bij constante temperatuur staat in figuur 15.

De fout  $|dk^*|$  voor kleine drukken blijft groot: De bijdrage van deze twee termen aan de totale fout  $|dk^*|$  is voor kleine drukken klein. De fout  $|dk^*|$  voor grote drukken wordt gehalveerd ten opzichte van de vorige situatie. De bijdrage van  $\Delta b \frac{\partial k^*}{\partial b}$  en  $\Delta \eta \frac{\partial k^*}{\partial \eta}$  zijn dan groot.



figuur 15 :  $|dk^*|$  tegen  $\Delta p$  bij constante temperatuur voor  $L=15,20$  en  $25$  mm.

Uit figuur 14 en 15 blijkt dat het zinvol is om metingen van de permeabiliteit bij constante temperatuur uit te voeren. Vooral bij hogere drukken neemt de fout ten gevolge van instelfouten en onnauwkeurigheden van de apparatuur sterk af.



## 5 CONCLUSIE.

De permeabiliteit van niet samendrukbaar poreus materiaal is op een eenvoudige manier experimenteel te bepalen. Wel moet er met de volgende zaken rekening worden gehouden :

- Hoewel er voor temperatuurveranderingen (dus veranderingen van de viscositeit) gecorrigeerd werd is  $k^*$  kleiner voor hogere temperaturen.
- Dus metingen moeten bij constante temperatuur gedaan worden. Dit voorkomt eventuele uitzetting van het poreuze materiaal.
- Het Reynolds getal van de stroming binnen het poreuze materiaal speelt een rol. Als dit getal van Reynolds lager is dan een kritische waarde kan de wet van Darcy gebruikt worden. De permeabiliteit kan dan bij één druk bepaald worden. Als  $Re$  groter of gelijk is aan een kritische waarde dan moet de vergelijking van Forchheimer gebruikt worden. De permeabiliteit kan alleen bepaald worden bij een variërende druk.
- De druk kan het beste tussen 2 en 4 KPa gekozen worden. De instelfout die gemaakt wordt is dan het kleinst.
- De porositeit van het test materiaal kan door de fabricage methode niet constant zijn. Verschil in porositeit is waarschijnlijk de oorzaak van het verschil in permeabiliteit.
- De met Forchheimer berekende gecorrigeerde permeabiliteit heeft als functie van de druk, voor een bepaald temperatuurinterval, een constante waarde.

## 6 PROBLEMEN/SUGGESTIES VOORTGANG.

Enkele problemen die tijdens het meten aan de orde kwamen waarop nog geen antwoord gevonden is :

- Is de gecorrigeerde permeabiliteit onafhankelijk van de gebruikte vloeistof ?
- Heeft het toegevoegde bleekwater een verandering van de viscositeit tot gevolg zodat de permeabiliteit toeneemt ?
- Wat is de invloed van luchtbelletjes in het poreus materiaal en het water op de permeabiliteit ?

### Suggesties voorgang.

- Onderzoek de invloed van de temperatuur op het poreuze materiaal.
- Verder moet er nog een geschikte methode gevonden worden om de porositeit van niet samendrukbaar poreus materiaal te bepalen.
- Een functie verband vinden tussen porositeit en permeabiliteit.

## Literatuurlijst.

Forchheimer, P., Wasserbewegung durch Boden. Zeitschr. des Ver. deutsch. Ing., 45, pp 1782 - 1788 (1901).

Van der Grinten, J.G.M., An experimental study of shock-induced wave propagation in dry, water-saturated, and partially saturated porous media. Proefschrift Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 1987.

Nagy, V., Karadi, G., Untersuchungen über den Gültigkeitsbereich des Gesetzes von Darcy. Zeitschr. Österreichische Wasserwirtschaft , 13, 12, pp 281 - 287 (1961).

Schmidt, J., Beitrag zur Bestimmung der Durchlässigkeit nach Darcy für schluffige Sandfraktionen mit Hilfe von Kenngrößen des Kornhaufwerkes. Thesis Technischen Universität Carolo Wilhelmina, Braunschweig, 1971.

## BIJLAGE 1.

### Handleiding.

Enkele belangrijke punten :

- Wacht in ieder geval één dag, als er vers water gepakt is, voordat er gemeten gaat worden. Het water ontlucht dan.
- Voeg een beetje bleekwater toe om alg vorming te voorkomen.
- Zorg dat het preparaat altijd onder water blijft. Dus :
  - \* plaats de preparaathouder niet te hoog.
  - \* draai de kraan k<sub>1</sub> op tijd dicht.
- Zorg dat er water in het overloopvat blijft staan.  
Dit om te voorkomen dat er lucht in het filter ,de leidingen en het preparaat komt. Plaats daarom zo gauw de pomp uitgeschakeld wordt een stop in gat G<sub>1</sub>.
- Haal voordat de pomp uitgeschakeld wordt de stop uit gat G<sub>1</sub>. Anders wordt deze gelanceerd.

Hoe moet er gemeten worden.

#### Ontluchten preparaat.

Zorg voor een gevuld overloopvat en geen lucht in de leidingen. Plaats stop in gat G<sub>2</sub>. Draai kraan K<sub>1</sub> dicht en haal de slang onder de kraan los. Plaats het gewenste preparaat in de houder en vul deze weer met water. Zet de houder met kraan rechtop in de vacuümoven. Plaats na ontluchting de houder met kraan weer op de slang. Voorzie het tuitje en bovenkant van de houder van water en rubberen stoppen zodanig dat het afgesloten is, en er geen lucht aanwezig is. Keer nu de houder om en laat het zo laag zakken dat de luchtbellens tussen slang en kraan naar het overloopvat gaan. Mochten er nog luchtbellens onder het preparaat zitten, draai dan even de kraan K<sub>1</sub> open.

#### Inschakelen pomp.

Regel met de voeding het niveau in het overloopvat. Dit moet mooi vlak zijn. Lees de positie van het waterniveau in het overloopvat op het meetlint af en zorg dat die constant blijft.

### Instellen drukverschil.

Verschuif de preparaathouder zodanig dat er net geen water uit het tuitje stroomt. Gebruik het metalen plaatje om het waterpasje op de houder te leggen en om de positie af te lezen. (De houder moet verticaal hangen). Er wordt een druk  $\rho g \Delta h$  over het preparaat gebracht als de houder  $\Delta h$  verschoven wordt.

De gebruikte hoogteverschillen zijn :

$\Delta h = 0.040$	m	$\Rightarrow$	$\Delta p = 0.391$	KPa
= 0.060	m	$\Rightarrow$	= 0.587	KPa
= 0.080	m	$\Rightarrow$	= 0.782	KPa
= 0.100	m	$\Rightarrow$	= 0.978	KPa
= 0.200	m	$\Rightarrow$	= 1.956	KPa
= 0.300	m	$\Rightarrow$	= 2.935	KPa
= 0.400	m	$\Rightarrow$	= 3.913	KPa

### Overzicht van de gebruikte drukinstellingen.

Tijdens de permeabiliteitsmetingen werden drie preparaten met verschillende lengten L gebruikt.

Bij  $L=15$  mm is de permeabiliteit als functie van de druk bepaald, waarbij de druk 24 maal random gekozen werd uit :

[ 0.978 1.956 2.935 3.913 ] KPa.

Bij elke drukinstelling werd één keer gemeten.

Bij  $L=20$  mm is de permeabiliteit als functie van de druk bepaald, waarbij de druk 2 maal opgevoerd werd volgens het rijtje :

[ 0.391 0.587 0.782 0.978 1.956 2.935 3.913 ] KPa.

Bij elke drukinstelling werden drie metingen gedaan.

Bij  $L=25$  mm werd de druk opgevoerd volgens het rijtje :

[ 0.391 0.978 1.956 2.935 3.913 ] Kpa.

Bij elke drukinstelling werden vier metingen gedaan.

### Gewichtsbepaling.

Bepaal het gewicht van het maatglas waarin het water opgevangen wordt. Elimineer met de tara knop het gewicht van dat maatglas zodat aan het einde van de meting direct het gewicht van het water afgelezen kan worden.

### Temperatuur meting.

Verwijder de stop uit gat G<sub>2</sub> en open de kraan K<sub>1</sub>. Laat de stroming even op gang komen. Meet vervolgens de temperatuur van het water boven het preparaat. Haal de thermometer weer weg.

### Begin meting.

Wacht heel even zodat de storing in de stroming t.g.v. de temperatuur meting verdwenen is. Plaats het maatglas onder het tuitje en druk tegelijkertijd de stopwatch in.

### Einde meting.

Meet gedurende een van te voren bepaalde tijd. Op moment dat die tijd voorbij is moet het maatglas onder het tuitje weggehaald worden. Bepaal opnieuw de temperatuur van het water. Lees vervolgens het gewicht van het opgevangen water af.

### Tijdsduur van de metingen.

Het liefst zo lang mogelijk meten ⇒ kleinere fout.

De weegschaal kan maximaal 2 kg aan, de tara knop 0.5 kg.

Gebruik daarom een groot kunststof bekerglas ( inhoud 2 liter)  
en meet 360 seconden bij  $k^*$  in de orde grootte van  $10^{-14} \frac{m}{Ns^2}$

### Bepaling dichtheid en dynamische viscositeit.

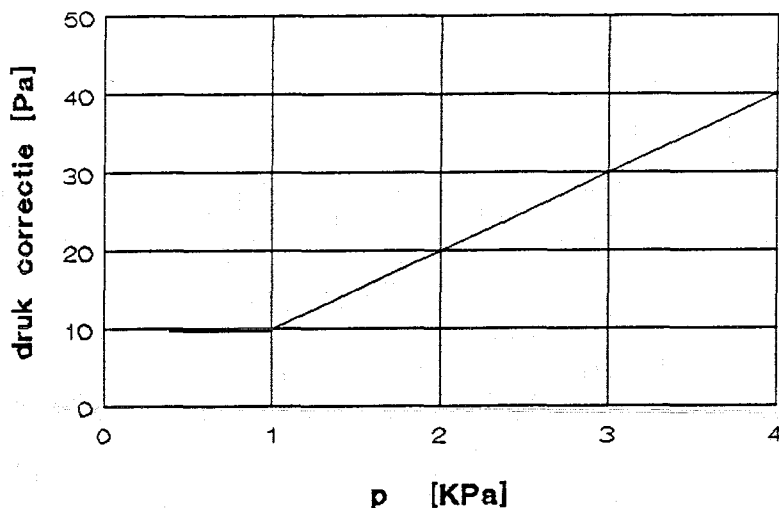
De gemeten temperaturen aan het begin en einde van de meting worden gemiddeld. Bij deze gemiddelde temperaturen worden met formules en tabellen uit "Handbook of Chemistry and Physics" de dichtheid en dynamische viscositeit van het water bepaald.

### Drukcorrectie.

De werkelijke druk over het preparaat is de aangebrachte druk minus de in onderstaande figuur staande drukcorrectie. Deze correctie is nodig omdat bij een aangebrachte druk water zal gaan stromen. Het waterniveau staat dan boven de uitstroomopening terwijl bij druk = 0 Pa het waterniveau gelijk staat met de uitstroomopening. Hierdoor is de werkelijk aangebrachte druk minder groot. Er wordt als volgt voor het aangebrachte hoogteverschil gecorrigeerd :

$\Delta h = 0.040$	wordt	$0.040 - 0.001 = 0.039$	m
0.060	wordt	$0.060 - 0.001 = 0.059$	m
0.080	wordt	$0.080 - 0.001 = 0.079$	m
0.100	wordt	$0.100 - 0.001 = 0.099$	m
0.200	wordt	$0.200 - 0.002 = 0.198$	m
0.300	wordt	$0.300 - 0.003 = 0.297$	m
0.400	wordt	$0.400 - 0.004 = 0.396$	m

Dus voor de drukcorrectie als functie van het veronderstelde aangebrachte druk  $\Delta p = \rho g \Delta h$  geldt onderstaande figuur.



#### Beperkt toelaatbaar hoogteverschil.

Een hoogteverschil van 0.500 - 0.600 m is niet meer toelaatbaar omdat de slang naar de preparaathouder niet meer recht onder die houder uitkomt. Uit een proefmeting met geen rechte aanstroming blijkt dat de doorstroming dan veel lager is.  $\Delta h$  moet zeker niet kleiner zijn dan 0.040 m omdat uit de foutenanalyse blijkt dat de fout t.g.v. niet nauwkeurige positionering voor deze kleine hoogteverschillen dominant is.

**Aanmaak zandpreparaten.**

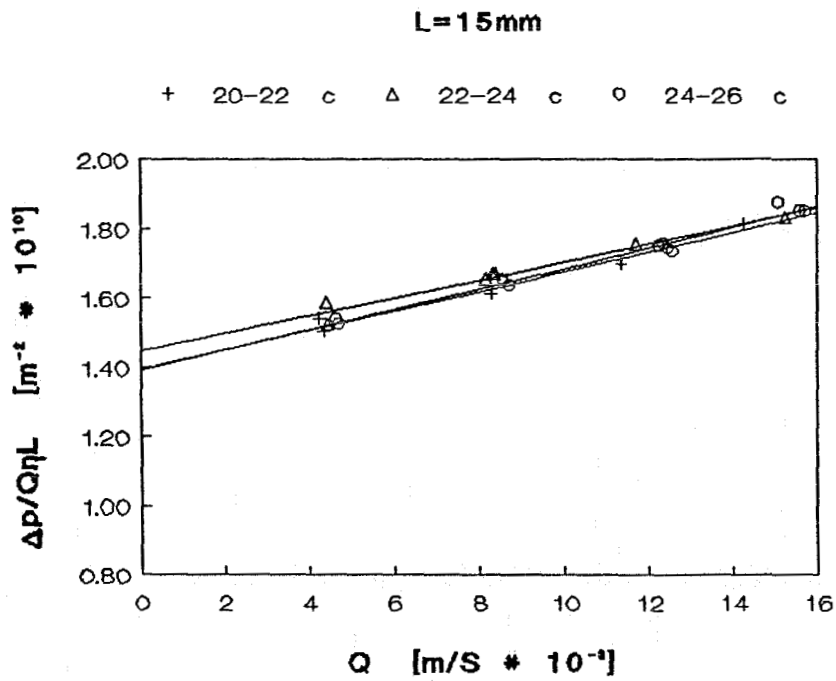
Gebruikt : - 2 componentenlijm ( hars, harder 1 op 1 ) van Bison.  
- zand : gemiddelde diameter  $0.430 \pm 0.005$  mm.

Het zandpreparaat wordt gemaakt door 1 kg zand eerst met 3 gew.% harder ( = 30 gram ) zodanig goed te mengen, dat geen klonten meer aanwezig zijn en alle zandkorrels omgeven zijn door de harder. Hierna pas 3 gew.% hars tevoegen. Hierdoor zal het uitharden pas plaatsvinden als het hars goed gemengd is en dus in de metalen ringen gestopt wordt.

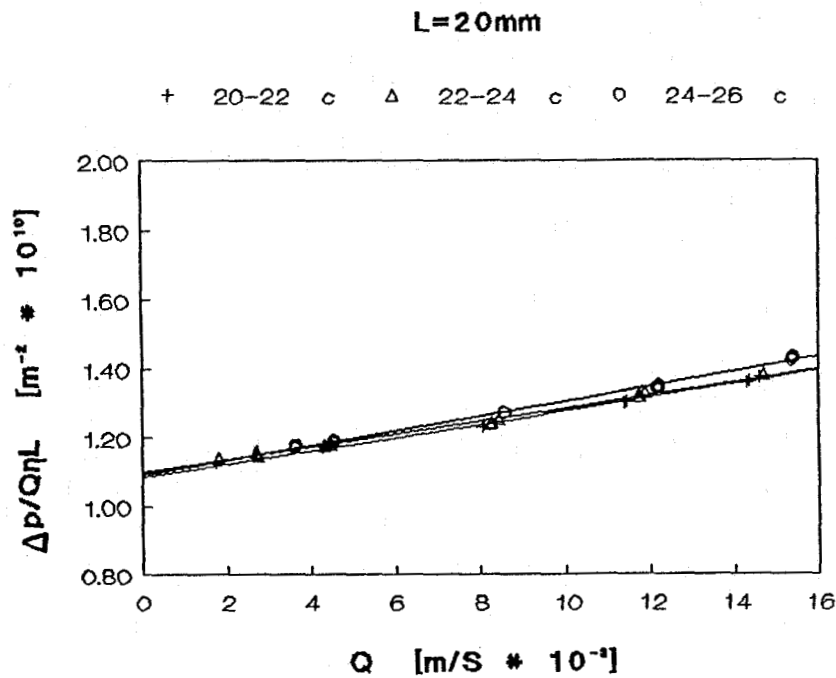


BIJLAGE 2.

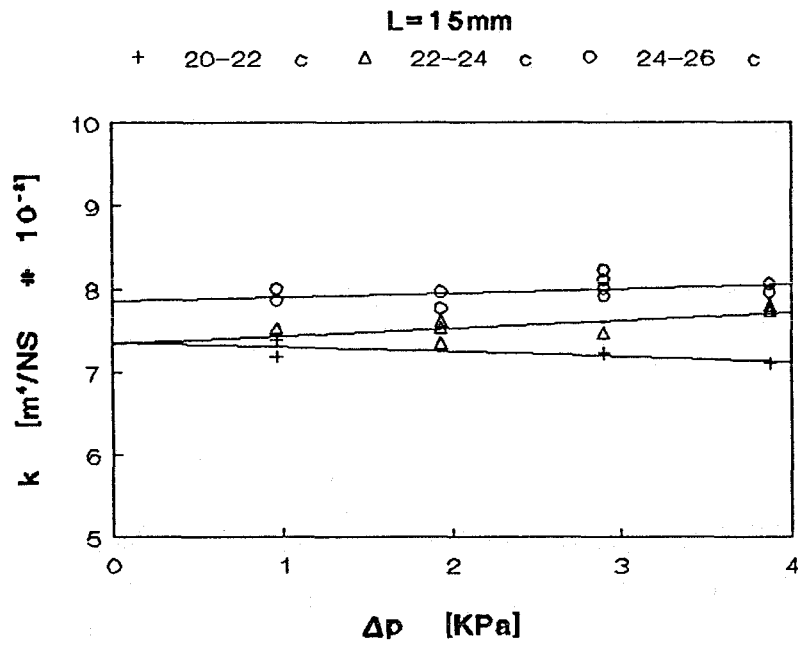
Figuren permeabiliteit L=15 en 20 mm.



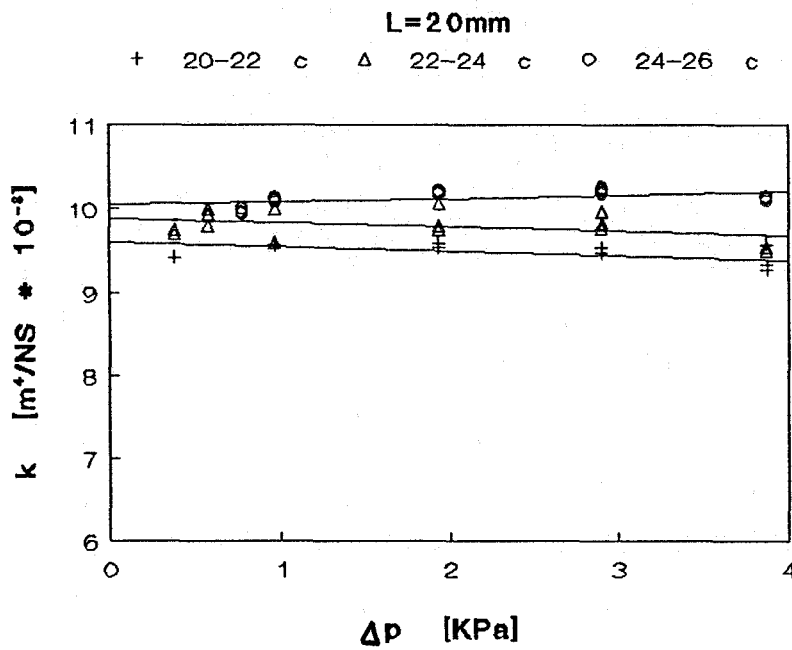
figuur 1 :  $\frac{\Delta p}{Q\eta L}$  als functie van Q voor L=15 mm.



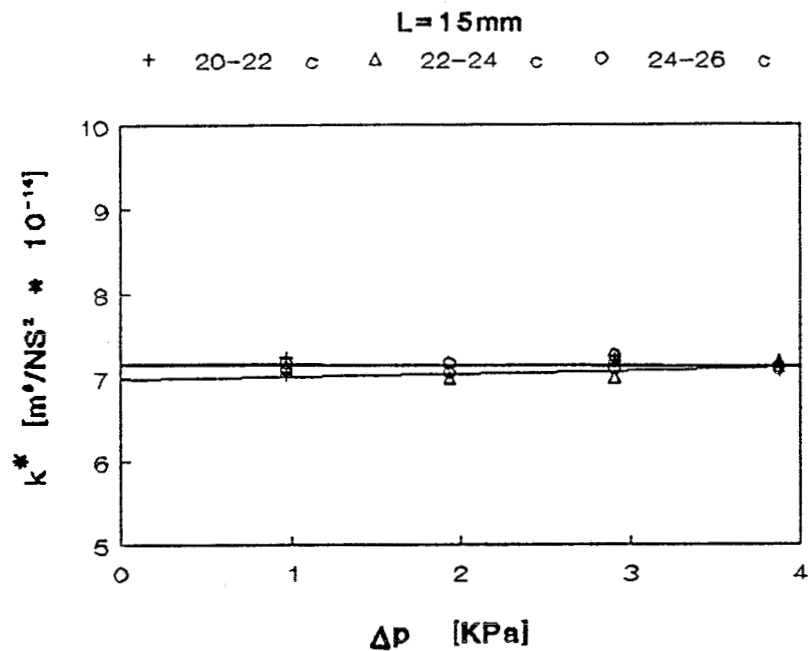
figuur 2 :  $\frac{\Delta p}{Q\eta L}$  als functie van Q voor L=20 mm.



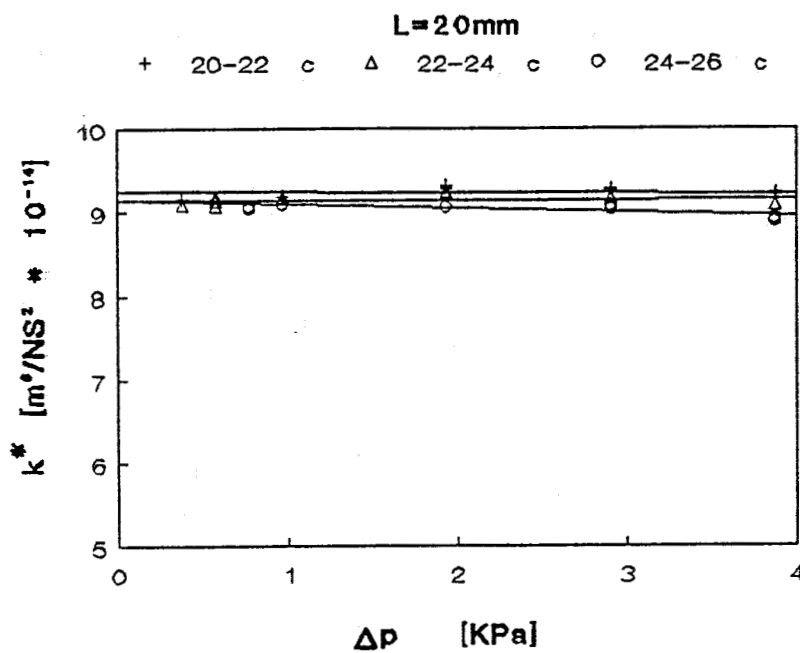
figuur 3 : k als functie van  $\Delta p$  voor L=15 mm.



figuur 4 : k als functie van  $\Delta p$  voor L=20 mm.



figuur 5 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=15$  mm.



figuur 6 :  $k^*$  als functie van  $\Delta p$  voor  $L=20$  mm.

BIJLAGE 3.

Symbolenlijst.

a	Coëfficiënt die afhangt van de structuur van het poreus materiaal.	$[ m^{-2} ]$
A	Oppervlak van het poreus materiaal.	$[ m^2 ]$
b	Coëfficiënt die bepaald wordt door de structuur van het poreus materiaal en het getal van Reynolds.	$[ m^{-1} ]$
g	Zwaartekrachtversnelling.	$[ \frac{m}{s^2} ]$
$\Delta h$	Hoogteverschil tussen twee waterniveau's.	$[ m ]$
k	Permeabiliteit.	$[ \frac{m}{Ns} ]$
$k^*$	Gecorrigeerde permeabiliteit.	$[ \frac{m^6}{Ns^2} ]$
L	Lengte preparaat.	$[ m ]$
M	Gewicht opgevangen vloeistof.	$[ kg ]$
n	Porositeit	$[ - ]$
$\eta$	Dynamische viscositeit	$[ \frac{Ns}{m} ]$
$\Delta p$	Druk over preparaat.	$[ Pa ]$
$\rho$	Dichtheid.	$[ \frac{kg}{m^3} ]$
Q	Filtersnelheid.	$[ \frac{m}{s} ]$
Rp	Effectieve poriëstraal.	$[ m ]$
t	Meettijd.	$[ s ]$
T	Temperatuur.	$[ ^\circ C ]$
$\nu$	Kinematische viscositeit	$[ \frac{m^2}{s} ]$
w	Snelheid vloeistof in het poreuze materiaal	$[ \frac{m}{s} ]$