

Detecteren van niet-lineariteiten in een systeem met behulp van de Hilbert transformatie

Citation for published version (APA):

van de Nobelen, M. Q. M. (1988). *Detecteren van niet-lineariteiten in een systeem met behulp van de Hilbert transformatie*. (DCT rapporten; Vol. 1988.041). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1988

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

DETECTEREN VAN NIET-LINEARITEITEN
IN EEN SYSTEEM MET BEHULP VAN DE
HILBERT TRANSFORMATIE

Maurice van de Nobelen

WFW 88.041

Technische Universiteit Eindhoven
Afdeling der Werktuigbouwkunde
Vakgroep Fundamentele Werktuigbouwkunde

Stagebegeleider: dr. ir. A. de Kraker

juni 1988

Samenvatting

Dit verslag behandelt de resultaten van een experimenteel onderzoek, dat als doel heeft na te gaan in hoeverre het mogelijk is, niet-lineariteiten in een systeem op te sporen met behulp van de Hilbert transformatie. Als voorbeeld van een niet-lineair systeem is gekozen voor het duffing systeem. Aan het duffing systeem, fysisch gerealiseerd door een elektronische simulator, zijn metingen verricht. Aan de hand van deze metingen wordt, met behulp van de Hilbert transformatie, getest op de aanwezigheid van eventuele niet-lineariteiten.

<u>Inhoud</u>	<u>blz.</u>
Samenvatting	2
1. Inleiding	4
2. De Hilbert transformatie	5
2.1 Inleiding	5
2.2 Theorie van de Hilbert transformatie	5
2.3 Implementatie	11
3. Het duffing systeem	13
3.1 Inleiding	13
3.2 De vergelijking van duffing	13
3.3 De duffing simulator	16
4. Meten aan het duffing systeem	18
4.1 Inleiding	18
4.2 Meten met PCM2	18
4.2.1 Beknopte beschrijving van PCM2	18
4.2.2 Het bepalen van de frequentie responsfunctie	20
4.3 Metingen met de hand gedaan	21
4.4 Meetresultaten	22
4.5 Evaluatie meetresultaten	29
5. Conclusies en aanbevelingen	30

Inleiding

Het gedrag van een willekeurig mechanisch systeem kan worden beschreven door een wiskundig model. Het model moet een zodanige structuur bezitten dat een mechanisch systeem door een bepaalde keuze van de parameters eenduidig vastgelegd wordt. Als de structuur van het model bekend is, kunnen de waarden van de parameters worden bepaald uit metingen aan het systeem. Bij het bepalen van het model van het systeem is het van belang te weten of het een lineair, dan wel niet-lineair systeem is. Het probleem is nu het vinden van een geschikt hulpmiddel voor het detecteren van eventuele niet-lineariteiten in een systeem. De keuze van het hulpmiddel is gevallen op de Hilbert transformatie. Het onderwerp van dit onderzoek is om na te gaan in hoeverre de Hilbert transformatie geschikt is om niet-lineariteiten in een systeem aan te tonen door het toe te passen op een eenvoudig voorbeeld-systeem.

2. De Hilbert transformatie

2.1 Inleiding

De Hilbert transformatie, voor het eerst beschreven door Titchmarsh in 1937, wordt in de literatuur aangeduid als een krachtig hulpmiddel ter opsporing en quantificering van niet-lineariteiten in een gemeten frequentie responsfunctie (zie bijvoorbeeld [3.] en [4.]). Het is bekend, dat er bij een complexe frequentie responsfunctie een verband bestaat tussen het reele en het imaginaire deel hiervan. Dit verband wordt gegeven door de Hilbert transformatie. Hierdoor is het mogelijk het imaginaire deel te berekenen, als het reele deel bekend is, en vice versa. Zodoende is het mogelijk om van een gegeven complexe frequentie responsfunctie een Hilbert getransformeerde frequentie responsfunctie te bepalen. De theorie van de Hilbert transformatie wordt behandeld in paragraaf 2.2. Om de Hilbert transformatie toe te kunnen passen op metingen aan een bestaand systeem, is hiertoe een algoritme ontwikkeld en in een computerprogramma geïmplementeerd. De wijze waarop dit gebeurd is wordt besproken in paragraaf 2.3.

2.2 Theorie van de Hilbert transformatie

Er wordt uitgegaan van een reeel causaal signaal. Een signaal $g(t)$ wordt causaal genoemd als voldaan wordt aan de conditie:

$$g(t) = 0, \quad t < 0 \quad (2.1)$$

Dit causaal signaal kan worden opgesplitst in een even deel $e(t)$ en een oneven deel $o(t)$, zodanig dat geldt:

$$g(t) = e(t) + o(t) \quad (2.2)$$

Voor $e(t)$ en $o(t)$ geldt nu:

$$e(t) = e(-t) = g(t)/2, \quad t \geq 0 \quad (2.3)$$

$$o(t) = -o(-t) = g(t)/2, \quad t \geq 0 \quad (2.4)$$

De relatie tussen $e(t)$ en $o(t)$ wordt gegeven door:

$$o(t) = \text{sgn}(t) \cdot e(t) \quad (2.5)$$

$$e(t) = \text{sgn}(t) \cdot o(t) \quad (2.6)$$

Hierin is $\text{sgn}(t)$ de sign functie:

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Het voorgaande kan als volgt grafisch worden weergegeven:

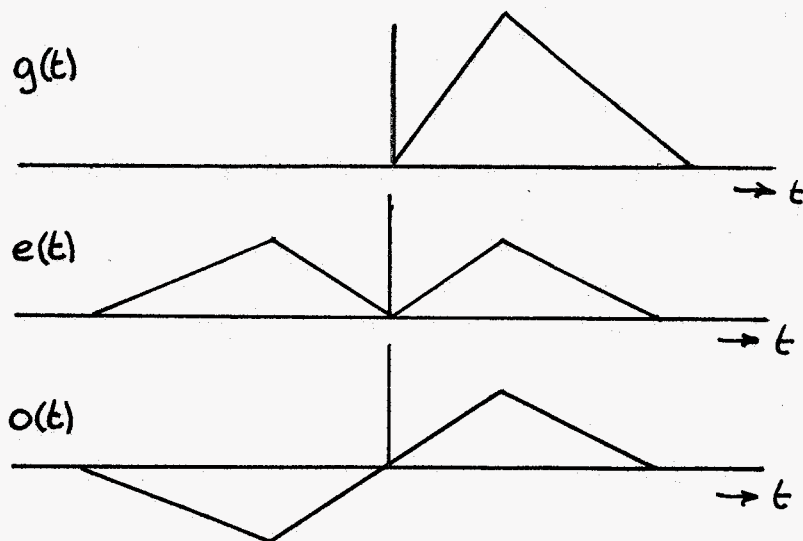


fig 2.1

Uit (2.5) en (2.6) blijkt, dat er in het tijddomein een verband bestaat tussen het even en het oneven deel van de causale functie $g(t)$. In het frequentiedomein bestaat er dan ook een verband tussen het reële en imaginaire deel van de fouriergetransformeerde $G(\omega)$ van $g(t)$.

$$F\{e(t)\} = \operatorname{Re}(G(\omega)) = F\{\operatorname{sgn}(t)o(t)\} \quad (2.8)$$

$$F\{o(t)\} = i\operatorname{Im}(G(\omega)) = F\{\operatorname{sgn}(t)e(t)\} \quad (2.9)$$

$$F\{\operatorname{sgn}(t)\} = \frac{-i}{\pi\omega} \quad (2.10)$$

Uitwerken van (2.8) ^{en (2.9)} levert:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(G(\omega)) &= F\{\operatorname{sgn}(t)o(t)\} = \frac{-i}{\pi\omega} * F\{o(t)\} \\ &= \frac{1}{\pi\omega} * \operatorname{Im}(G(\omega)) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im}(G(a))}{(\omega - a)} da \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(G(\omega)) &= \frac{1}{i} F\{\operatorname{sgn}(t)e(t)\} = \frac{-1}{\pi\omega} * F\{e(t)\} \\ &= \frac{-1}{\pi\omega} * \operatorname{Re}(G(\omega)) \\ &= \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Re}(G(a))}{(\omega - a)} da \end{aligned} \quad (2.12)$$

De relaties (2.11) en (2.12) geven het verband weer tussen het reële en het imaginaire deel van $G(\omega)$. Dit verband staat bekend

als de Hilbert transformatie. De Hilbert transformatie is gedefinieerd als:

$$H\{f(x)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(a) da}{(x - a)} = \frac{-i}{\pi x} * f(x) \quad (2.13)$$

De Hilbert transformatie kan gebruikt worden ter opsporing van niet-lineariteiten de frequentie responsfunctie van een systeem. Voor een causaal signaal $g(t)$, met $G(\omega) = F\{g(t)\}$, kan geschreven worden:

$$i\text{Im}(H(\omega)) = H\{\text{Re}(G(\omega))\} = i\text{Im}(G(\omega)) \quad (2.14)$$

$$\text{Re}(H(\omega)) = iH\{\text{Im}(G(\omega))\} = \text{Re}(G(\omega)) \quad (2.15)$$

Met $H(\omega) = \text{Re}(H(\omega)) + i\text{Im}(H(\omega))$ geldt voor een causaal systeem:

$$H(\omega) = G(\omega) \quad (2.16)$$

Indien een niet-lineariteit aanwezig is in de responsie van een systeem, zal een inverse fourier transformatie van de gemeten frequentie responsfunctie $G(\omega)$ een niet causaal signaal te zien geven. Wanneer nu $H(\omega) = H\{G(\omega)\}$ berekend wordt zal blijken:

$$H(\omega) = G(\omega) \quad (2.17)$$

Op de volgende pagina is te zien wat, volgens de literatuur, het effect van de Hilberttransformatie is (zie [3.]). De manier waarop $H(\omega)$ afwijkt van $G(\omega)$ is karakteristiek voor het type niet-lineariteit. Verder moet opgemerkt worden dat, doordat de Hilbert transformatie slechts berekend kan worden over een eindig frequentie interval, er fouten geïntroduceerd worden. Om deze fouten te compenseren kunnen er correctietermen in rekening gebracht worden. Voor de grootte van deze correctietermen wordt

verwezen naar [3.] of [4.]. In fig 2.5 is te zien in hoeverre deze afbrekfouten invloed hebben op $H(\omega)$.

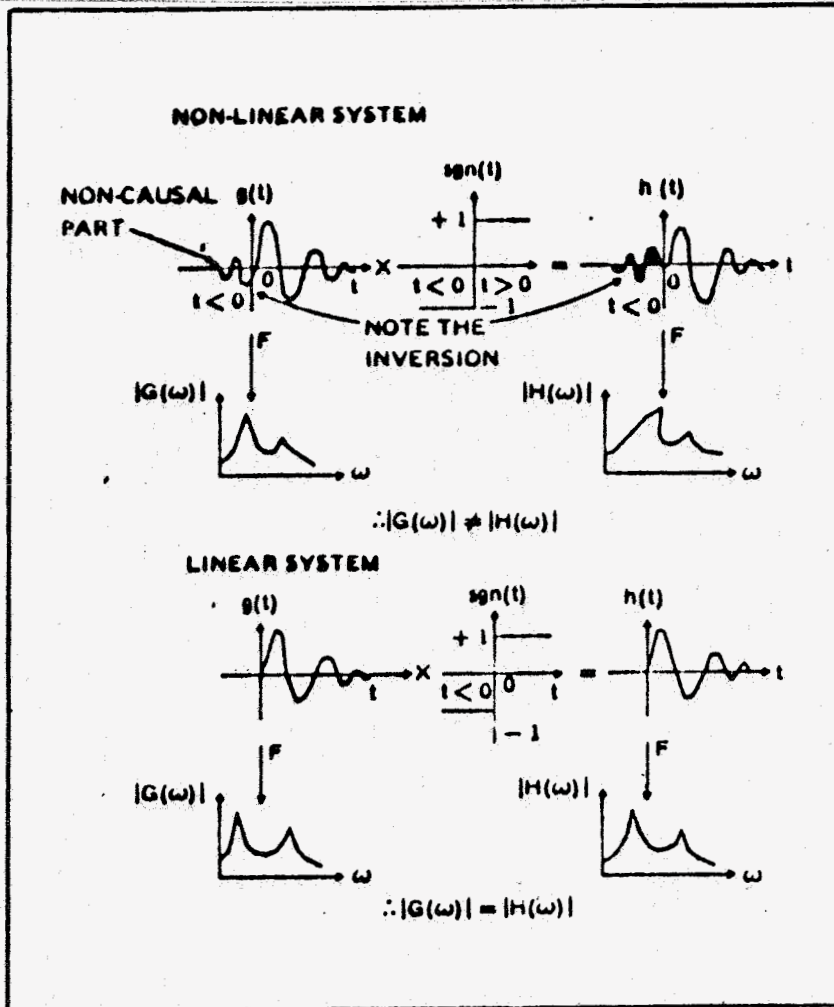


Fig. 2 | The manner in which the Hilbert transform detects non-linearity.

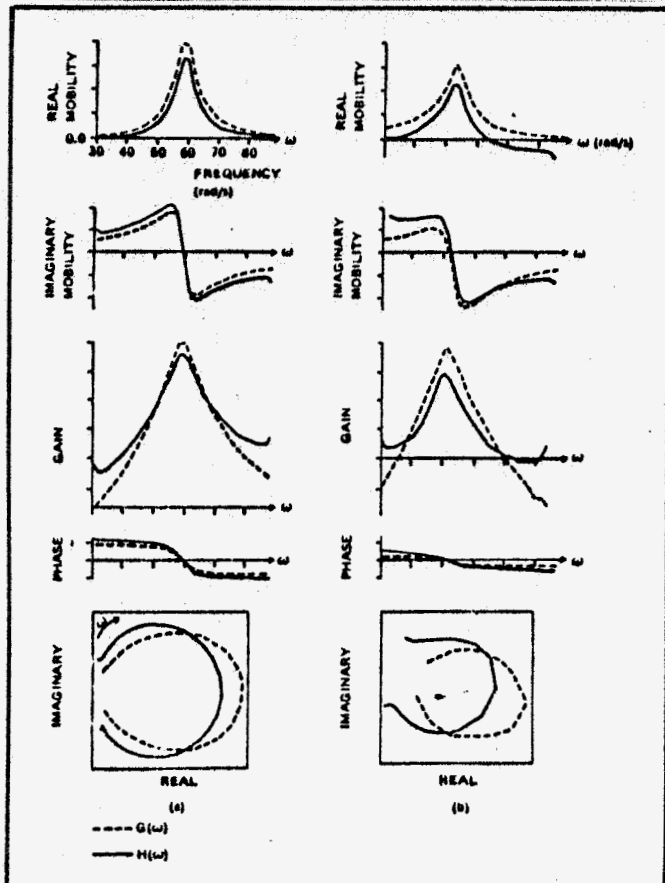


Fig. 2.2 Detection of Coulomb friction: (a) simulated data; (b) experimental data. Sinusoidal excitation

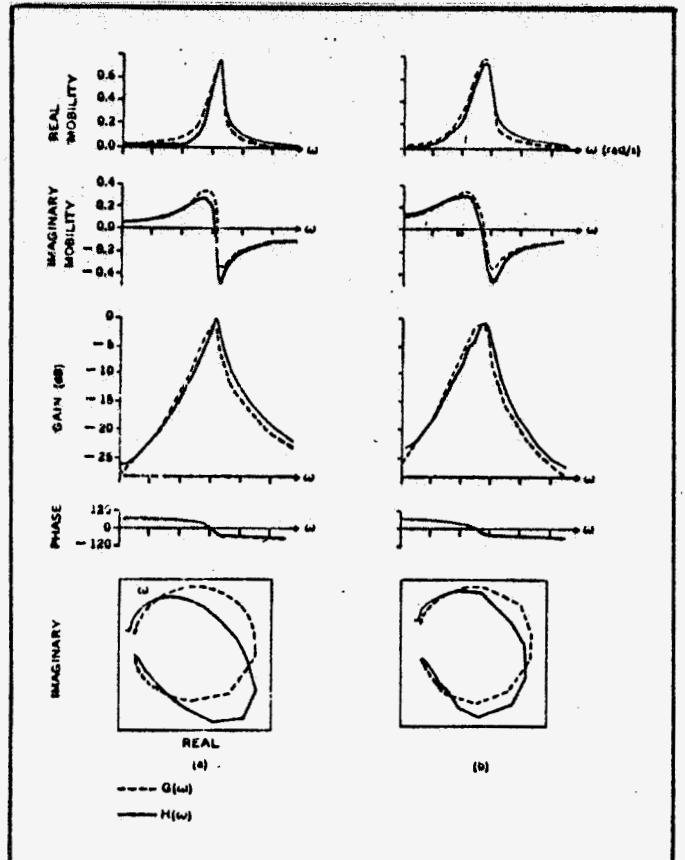


Fig. 2.3 Detection of hardening cubic stiffness: (a) simulated data; (b) experimental data. Sinusoidal Excitation.

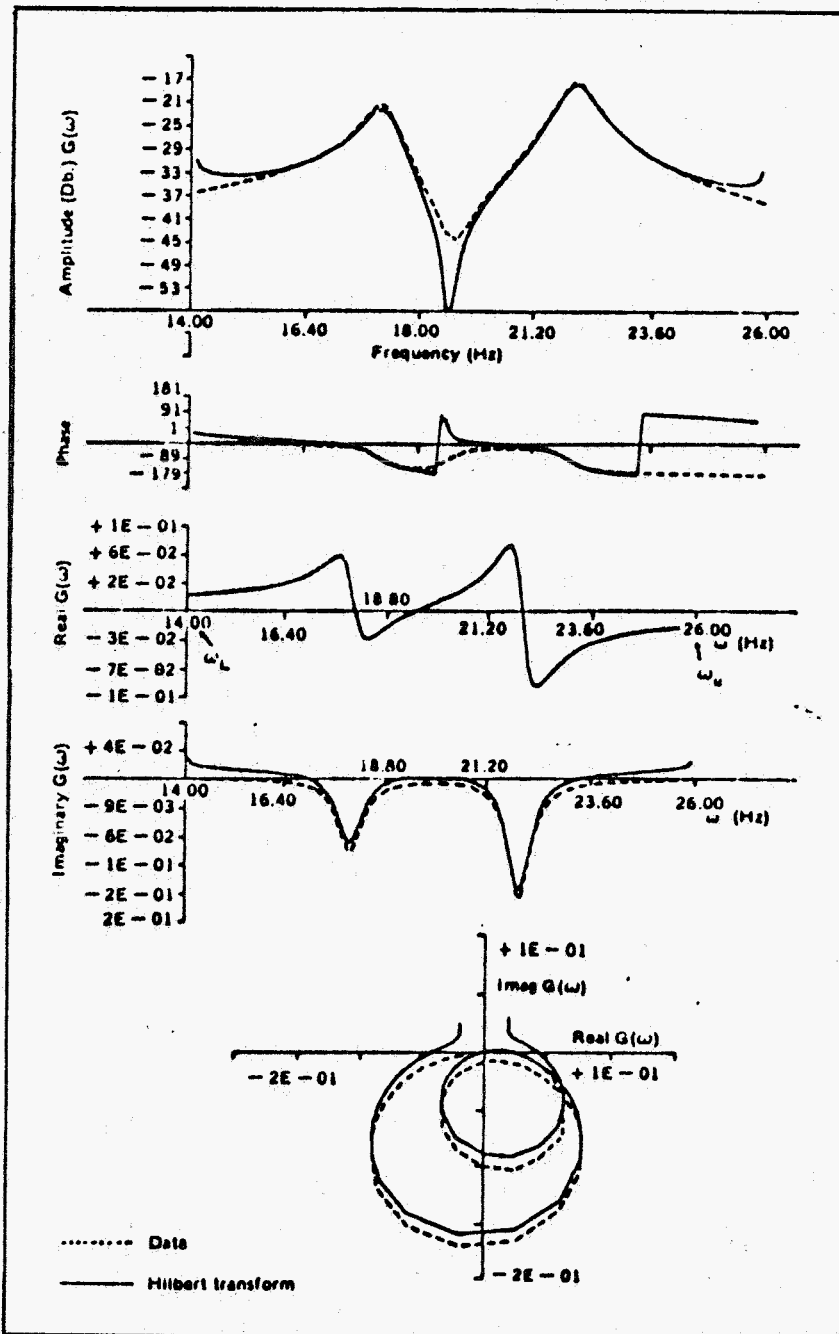


Fig.25. Effect of truncated frequency response function on the Hilbert transform.

2.3 Implementatie

In een praktische situatie is de gemeten frequentie responsfunctie opgeslagen in discrete vorm, voor een aantal frequenties f_1, \dots, f_N . De Hilbert transformatie $H(\omega) = H\{G(\omega)\}$ kan op twee manieren berekend worden, zie ook [3.] en [4.]:

1) door vermenigvuldiging in het tijddomein en FFT:

$$H_R(\omega) = F[F^{-1}\{\text{Im}[G(\omega)]\} \cdot \text{sgn}(t)] \quad (2.18a)$$

$$H_I(\omega) = F[F^{-1}\{\text{Re}[G(\omega)]\} \cdot \text{sgn}(t)] \quad (2.18b)$$

2) door een array convolutie in het frequentiedomein:

$$H_R(\omega_j) = \frac{-2}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \frac{\text{Im}[G(\omega_k)] \omega_k}{\omega_k^2 - \omega_j^2} \quad (2.19a)$$

$$H_I(\omega_j) = \frac{2\omega_j}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \frac{\text{Re}[G(\omega_k)]}{\omega_k^2 - \omega_j^2} \quad (2.19b)$$

De benodigde rekentijd is bij methode 1 van de orde $N \cdot \log_2(N)$, terwijl die bij methode 2 van de orde N^2 is, zodat op grond hiervan methode 1 de voorkeur verdient. Bij de implementatie is uitgegaan van een bestaand programma, TRANSF. TRANSF is een programma dat, met behulp van het FFT algoritme, in staat is overdrachtsfuncties te berekenen en grafisch weer te geven. De invoer van TRANSF bestaat uit het gemeten ingangs- en uitgangssignaal van een systeem. Deze meetgegevens kunnen bijvoorbeeld afkomstig zijn van het nog in hoofdstuk 4 te bespreken PC-meetsysteem PCM2. Nadat pogingen om methode 1 in te passen in het

programma niet slaagden, is overgegaan op de andere methode. De benodigde rekestijd voor de Hilbert transformatie bleek niet onacceptabel groot: $\pm 1,5$ minuut met $N=512$. Vergelijk hiermee de benodigde tijd voor het bepalen van $G(\omega)$ uit 50 middelingen, die ongeveer 7 minuten bedroeg. Zie verder hoofdstuk 4 voor de resultaten van de berekeningen, die met TRANSF gedaan zijn.

3. Het duffing systeem

3.1 Inleiding

Als voorbeeld van een niet-lineair systeem wordt het duffing systeem genomen. Dit systeem wordt beschreven door de zogenaamde vergelijking van Duffing, hetgeen het onderwerp van paragraaf 3.2 vormt. De fysische realisatie van het duffing systeem wordt gevormd door een elektronische simulator, waaraan de metingen worden verricht. De duffing simulator wordt behandeld in paragraaf 3.3.

3.2 De vergelijking van duffing

Uitgegaan wordt van een massa-veer-demper systeem met één vrijheidsgraad, met massa m , dempingsconstante b , een veer met een lineaire stijfheid k en een niet-lineaire stijfheid k^* :

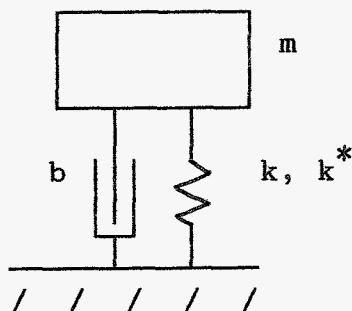


fig 3.1

De bewegingsvergelijking van dit systeem luidt:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq + k^*q^3 = F_1 \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

Deze vergelijking kan dimensieloos gemaakt worden door de volgende grootheden in te voeren:

$$\underline{q} = \frac{k}{F_1} q \quad (3.2)$$

$$\underline{t} = \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (3.3)$$

$$\underline{\omega} = \sqrt{\frac{m}{k}} \omega \quad (3.4)$$

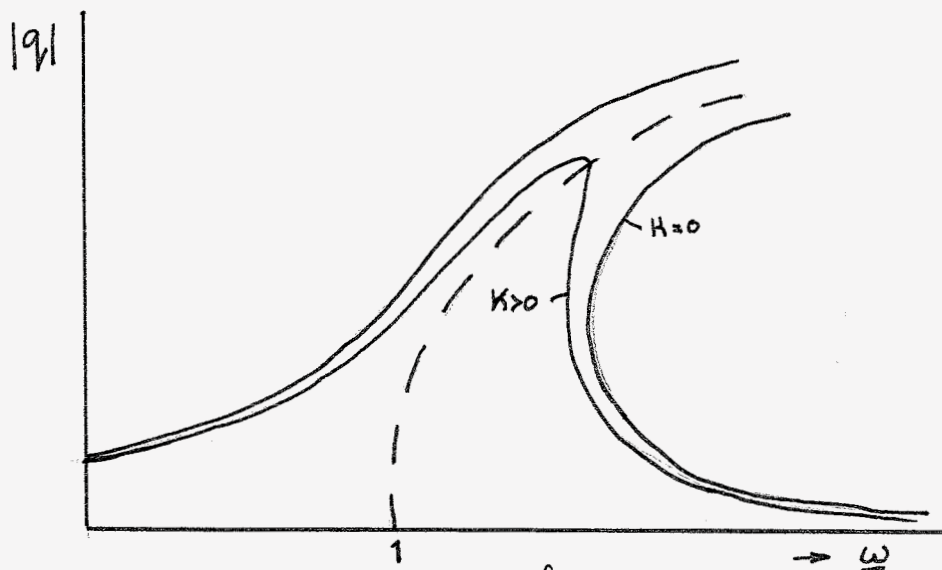
$$\mu = \frac{k^* F_1^2}{k^3} \quad (3.5)$$

$$\mathcal{H} = \frac{b}{2\sqrt{mK}} \quad (3.6)$$

De dimensieloze vorm van de vergelijking luidt nu:

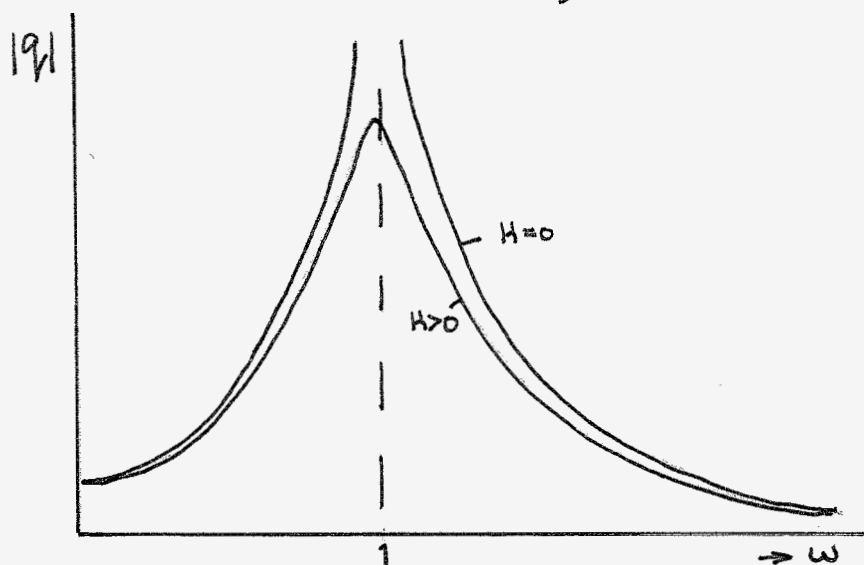
$$\ddot{\underline{q}} + 2\mathcal{H}\dot{\underline{q}} + \underline{q} + \mu\underline{q}^3 = \cos(\underline{\omega}\underline{t}) \quad (3.7)$$

Hierin stelt een punt een differentiatie naar de dimensieloze tijd \underline{t} voor. In de volgende figuren is het verband weergegeven tussen $\underline{\omega}$ en $|\underline{q}|$, voor verschillende waarden van \mathcal{H} en μ .



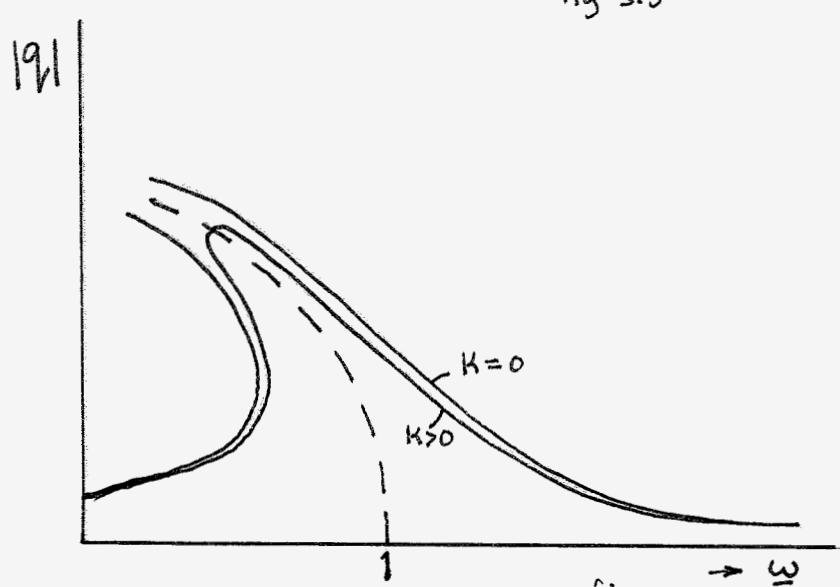
$\mu > 0$
"hardening spring"

fig 3.2



$\mu = 0$
linear system

fig 3.3



$\mu < 0$
"softening spring"

fig 3.4

3.3 De duffing simulator

De simulator is een elektronische schakeling, ondergebracht in een metalen behuizing. De simulator is onderverdeeld in enkele modules:

- 1) sinusgenerator
- 2) derde-macht module
- 3) lineair 2^e orde systeem met 1 vrijheidsgraad
- 4) lineair 2^e orde systeem met 2 vrijheidsgraden

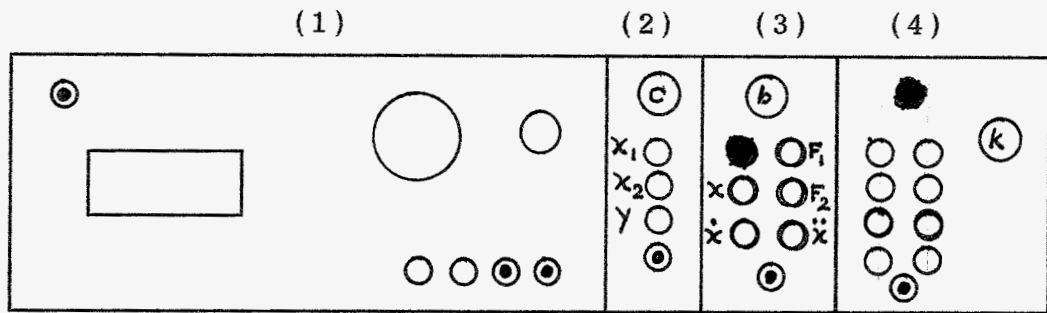


fig 3.5

Het blokschema van de lineaire module met 1 vrijheidsgraad ziet er als volgt uit:

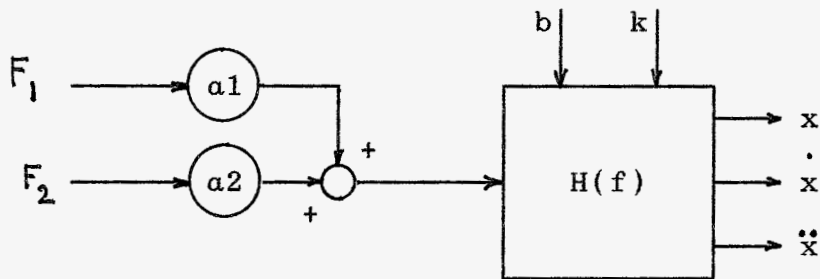


fig 3.6

De bijbehorende differentiaalvergelijking luidt:

$$\ddot{x} + a_2 \dot{x} + a_1 x = a_1 F_1 + a_2 F_2 \quad (3.8)$$

Het blokschema van de derde-macht module is:

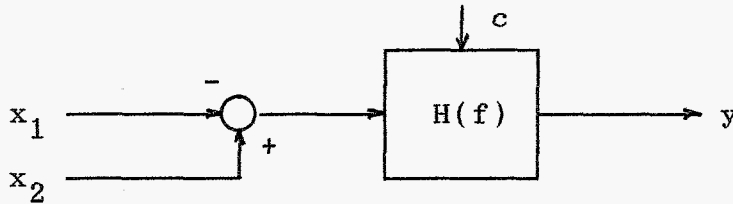


fig 3.7

Het verband tussen ingangen, x_1 en x_2 , en uitgang, y , luidt:

$$y = c(x_2 - x_1)^3 \quad (3.9)$$

Het duffing systeem kan gesimuleerd worden door de uitgang x van het lineaire systeem via de derde macht module terug te koppelen met de ingang. De keuze van de ingang van de derde macht module, x_2 of x_1 , bepaalt of het systeem een positieve of een negatieve veerstijfheid bezit ("hardening spring" resp "softening spring"). Het blokschema van het duffing systeem ziet er als volgt uit:

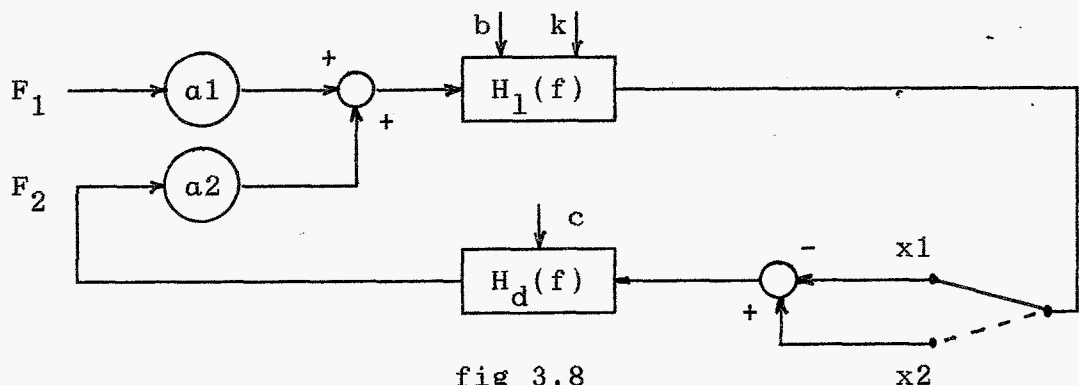


fig 3.8

Voor gedetailleerdere informatie over de simulator wordt verwezen naar [6.].

4. Metten aan het duffing systeem

4.1 Inleiding

Van het duffing systeem is de frequentie responsfunctie gemeten bij verschillende instellingen van demping en stijfheid. De metingen die aan het duffing systeem zijn verricht zijn in twee categorieën te verdelen:

- metingen gedaan met het PC-meetsysteem PCM2.
- metingen met de hand gedaan.

De aanpak met het PC-meetsysteem PCM2 wordt besproken in paragraaf 4.2. De manier waarop de metingen met de hand gedaan zijn wordt behandeld in paragraaf 4.3. Wanneer de frequentie responsfunctie bekend is kan met behulp van de Hilbert transformatie gepoogd worden een eventuele niet-lineariteit op te sporen. Het berekenen van de Hilbert transformatie gebeurt met het programma TRANSF (zie paragraaf 2.3). De gevonden frequentie responsfuncties, zowel voor als na Hilbert transformatie, worden getoond in paragraaf 4.4. De evaluatie van de resultaten tenslotte gebeurt in paragraaf 4.5.

4.2 Metten met PCM2

4.2.1 Beknopte beschrijving van PCM2

PCM2 is een flexibel, software gestuurd meetsysteem opgebouwd rond een IBM (compatible) Personal Computer. De hardware kan globaal in drie onderdelen verdeeld worden:

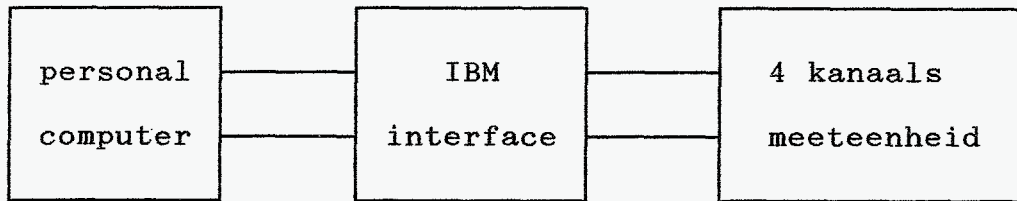


fig 4.1

De PC is een IBM (compatible) personal computer, voorzien van 640Kb RAM geheugen en een 20 Mb harddisk. De PC dient als centraal stuurorgaan van het meetsysteem, als opslagmedium voor de gemeten waarden en voor de verwerking hiervan. De interface is nodig voor de communicatie tussen de PC en de feitelijke meeteenheid. De meeteenheid is voorzien van vier onafhankelijke analoge ingangen. Het is hierdoor mogelijk om vier signalen simultaan te meten. Elk van de analoge ingangen omvat onder andere:

- een instelbare gain en offset om hetingangssignaal optimaal aan te passen aan de range van de (ook in de meeteenheid aanwezige) analoog digitaal converter.
- een analoog, low-pass, anti-aliasing filter met een variabele kantelfrequentie. De waarde van deze kantelfrequentie kan softwarematig veranderd worden. Een anti-aliasing filter is nodig om de frequentieinhoud van het signaal te beperken. De maximale frequentie die in het signaal voorkomt mag volgens het bemonsteringstheorema van Shannon niet groter zijn dan de helft van de samplefrequentie.

Voor gedetailleerdere informatie over de opbouw van PCM2 wordt verwezen naar [7.].

4.2.2 Het bepalen van de frequentie responsfunctie

Om een frequentie responsfunctie van een systeem te verkrijgen moet zowel het ingangssignaal $x(t)$ als het uitgangssignaal $y(t)$ van het systeem gemeten worden. Het ingangssignaal moet tevens voldoende 'rijk' zijn, d.w.z. het ingangssignaal moet alle frequenties bevatten, waarvan de overdracht bepaald moet worden. Daarom is als ingangssignaal gekozen voor witte ruis, afkomstig van een ruisgenerator. Volkomen witte ruis is in de praktijk niet realiseerbaar, maar het signaal afkomstig van de ruisgenerator bleek voldoende wit over het beschouwde frequentiebereik. Voor de gemeten ingang $x(t)$ en uitgang $y(t)$ geldt:

$$y(t) = x(t) * \overset{g}{h}(t) \quad (4.1)$$

waarbij $\overset{g}{h}(t)$ de impulsrespons van het systeem representeert. Voor de impulsrespons geldt ook de volgende relatie:

$$R_{xy}(\tau) = \overset{g}{h}(\tau) * R_{xx}(\tau) \quad (4.2)$$

met crosscorrelatie $R_{xy}(\tau)$ en autocorrelatie $R_{xx}(\tau)$. Na de overstap naar het frequentiedomein ziet relatie (4.2) er als volgt uit:

$$S_{xy}(f) = \overset{G}{H}(f) \cdot S_{xx}(f) \quad (4.3)$$

De convolutie in het tijddomein, (4.2), is nu overgegaan in een

vermenigvuldiging in het frequentiedomein, (4.3). De frequentie responsfunctie $H(f)$ kan nu eenvoudig bepaald worden uit de crosspowerspectrum $S_{xy}(f)$ en het autopowerspectrum $S_{xx}(f)$. Kort samengevat is de procedure als volgt: eerst wordt met PCM2 de ingangs- en uitgangssignalen $x(t)$ resp. $y(t)$ gemeten. De gemeten data wordt vervolgens aan het programma TRANSF aangeboden. TRANSF bepaalt hieruit met behulp van het FFT algoritme schatters voor $S_{xy}(f)$ en $S_{xx}(f)$, zodat de frequentie responsfunctie volgens relatie (4.3) bepaald kan worden. Omdat met 'witte' ruis geexciteerd is zal de frequentie responsfunctie een grillig verloop te zien geven. Dit kan verholpen worden door een groot aantal metingen te doen (bijv. 50) en over de frequentie responsfuncties te middelen.

4.3 Metingen met de hand gedaan

Omdat het met het PC-meetsysteem nauwelijks mogelijk is om een frequentie responsfunctie te meten op basis van harmonische excitatie, is overgegaan op het handmatig meten. Er is als excitatiebron gebruik gemaakt van een sinusgenerator met digitale uitlezing. Voor het meten van de uitgangssignalen is gebruik gemaakt van een oscilloscoop. De frequentie responsfunctie wordt nu punt voor punt bepaald door het frequentiegebied met kleine stappen te doorlopen en bij iedere frequentie ook de waarde van het uitgangssignaal te meten. De amplitude van het ingangssignaal moet hierbij wel constant gehouden worden omdat bij een niet-lineair systeem de frequentie responsfunctie ook afhankelijk is van de amplitude van het ingangssignaal. Er zijn verschillende frequentie responsfuncties op deze manier bepaald, met iedere

keer andere instellingen van de simulator. Er zijn op deze manier metingen verricht van de volgende systemen:

- lineair systeem
- duffing systeem met sterk positieve niet-lineariteit
- duffing systeem met zwak positieve niet-lineariteit
- duffing systeem met negatieve niet-lineariteit

Er is bij elk systeem, bij ± 50 frequenties, de amplitude en faseverschuiving gemeten. Door interpoleren is het aantal meetwaarden op een voldoende grote waarde, 512, gebracht, waarna de meetdata is geconverteerd naar een formaat, zodanig dat deze door TRANSF kan worden gelezen.

4.4 Meetresultaten

In de figuren 4.2 t/m 4.7 zijn de meetresultaten grafisch weergegeven. Het verloop van de frequentie responsfunctie $G(f)$ is samen met die van de Hilbert getransformeerde functie $H(f)$ in dezelfde figuur weergegeven.

Elke figuur bestaat uit drie delen:

- amplitudeverloop
- faseverloop
- polair diagram

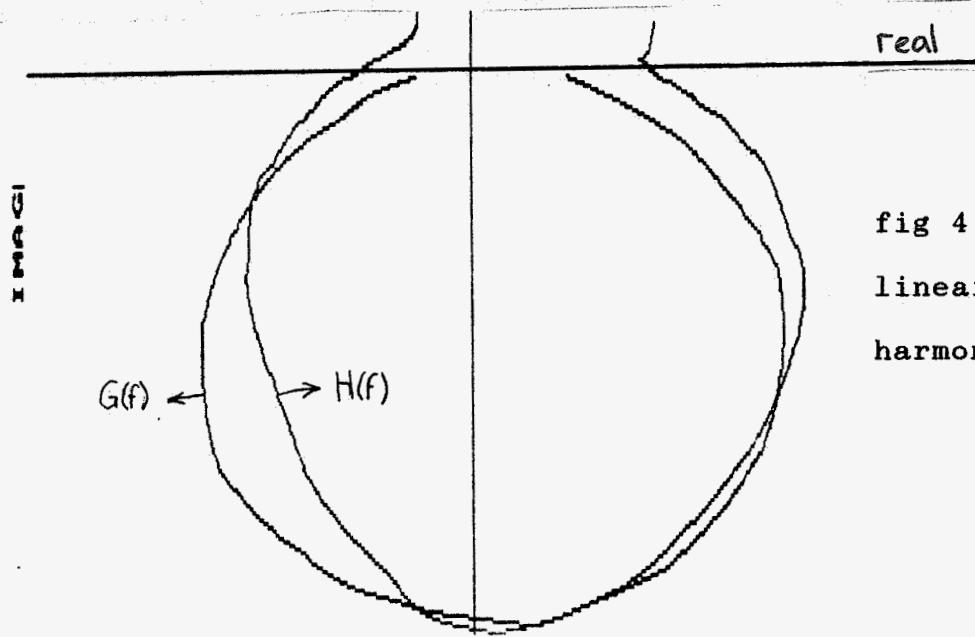
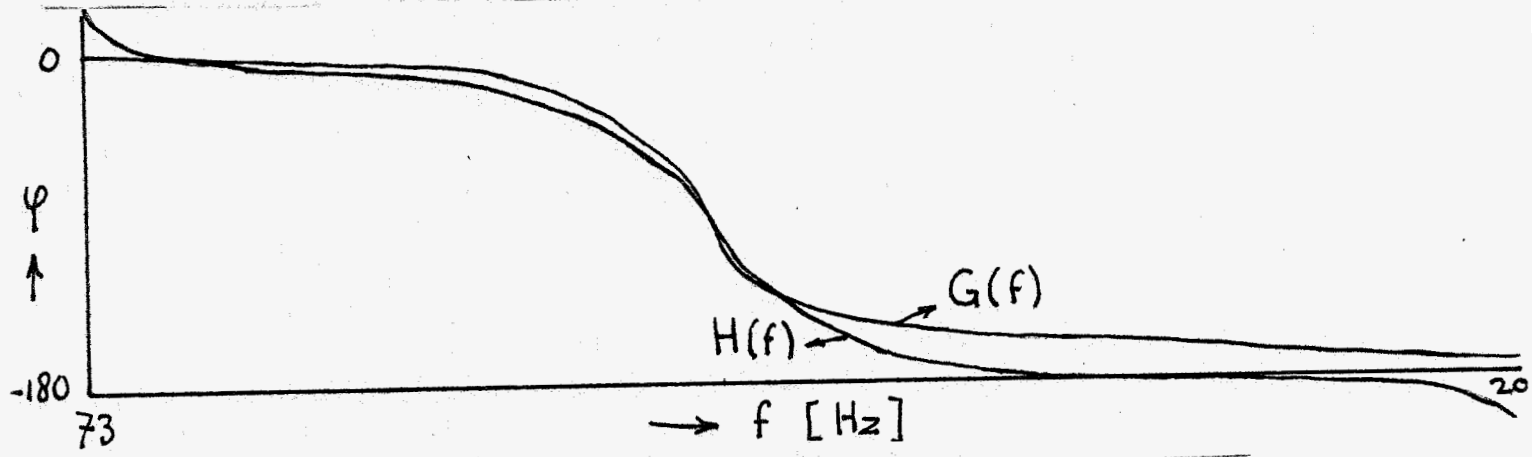
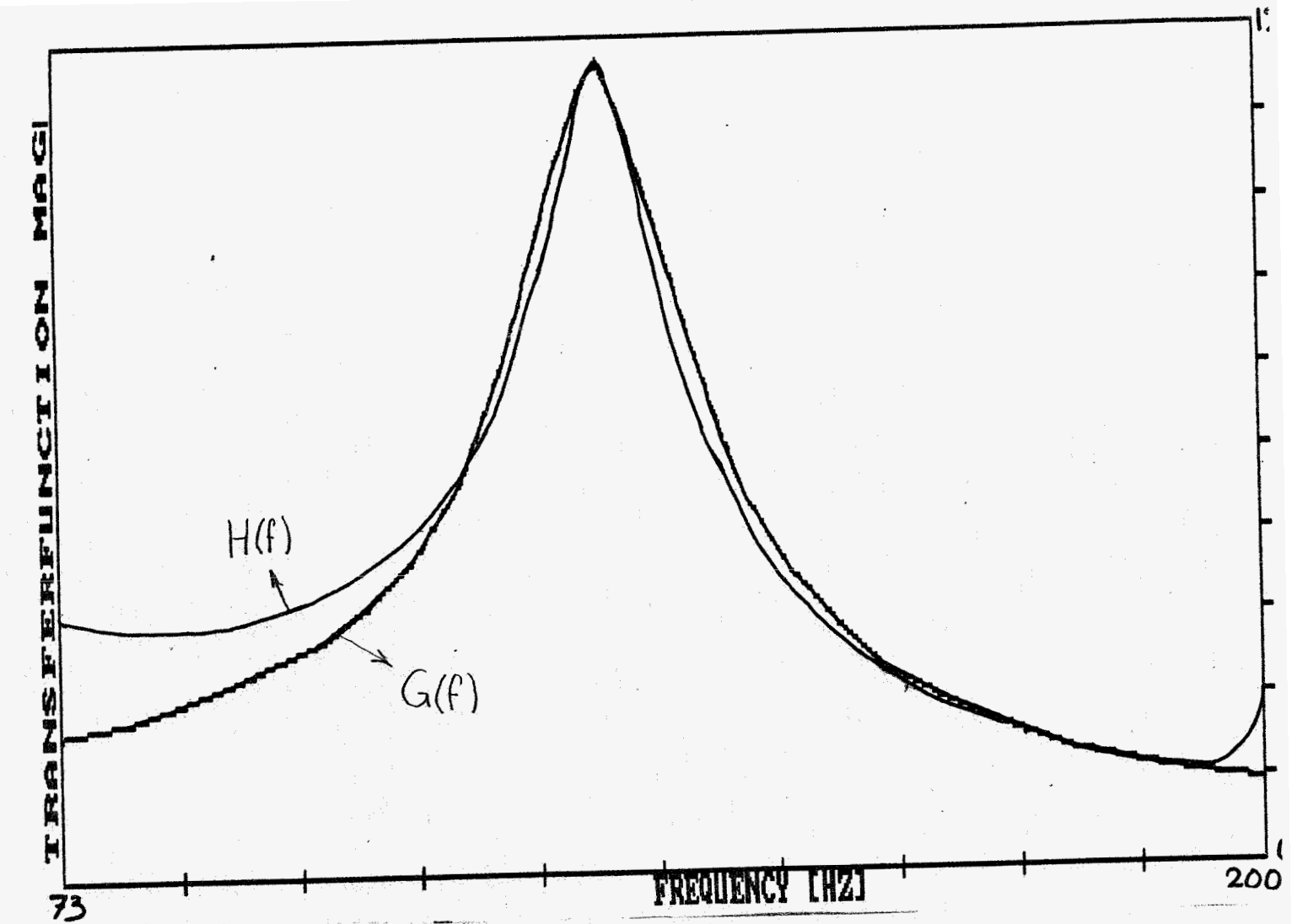


fig 4.2
 lineair systeem
 harmonische excitati

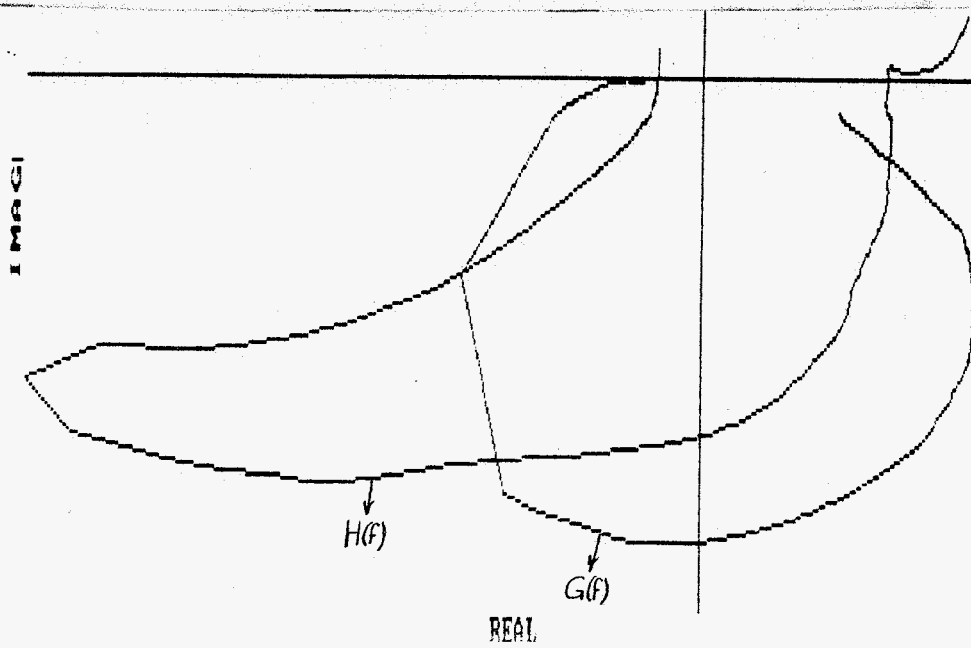
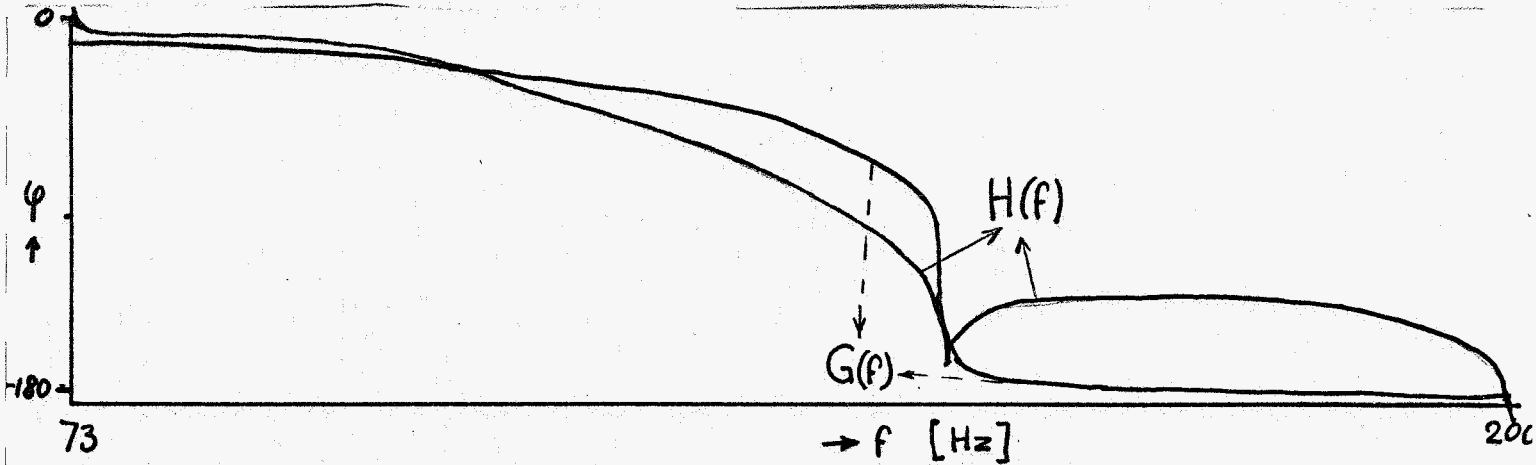
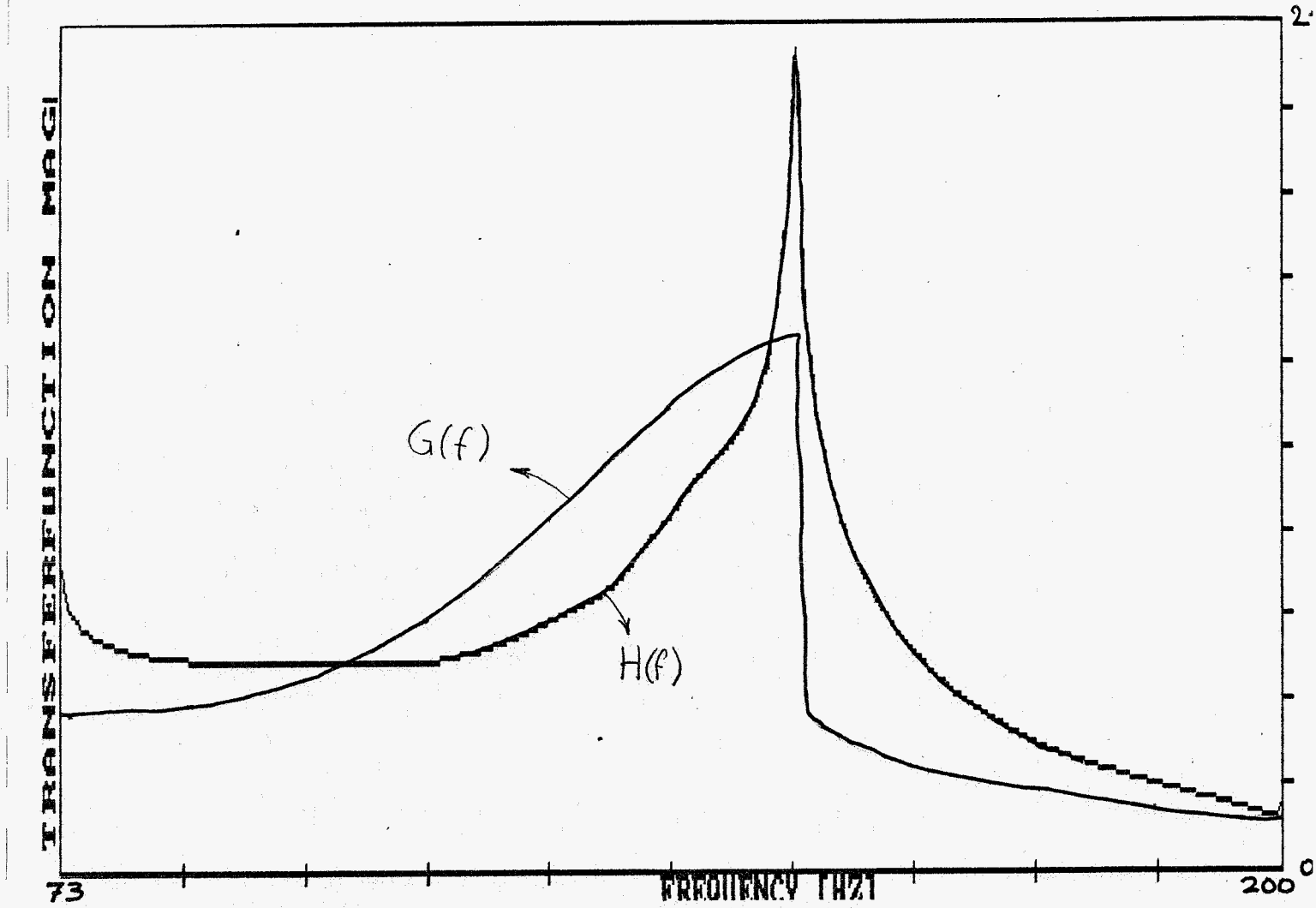


fig 4.3
 duffing systeem
 sterke positieve
 niet-lineariteit
 harmonische excitatie

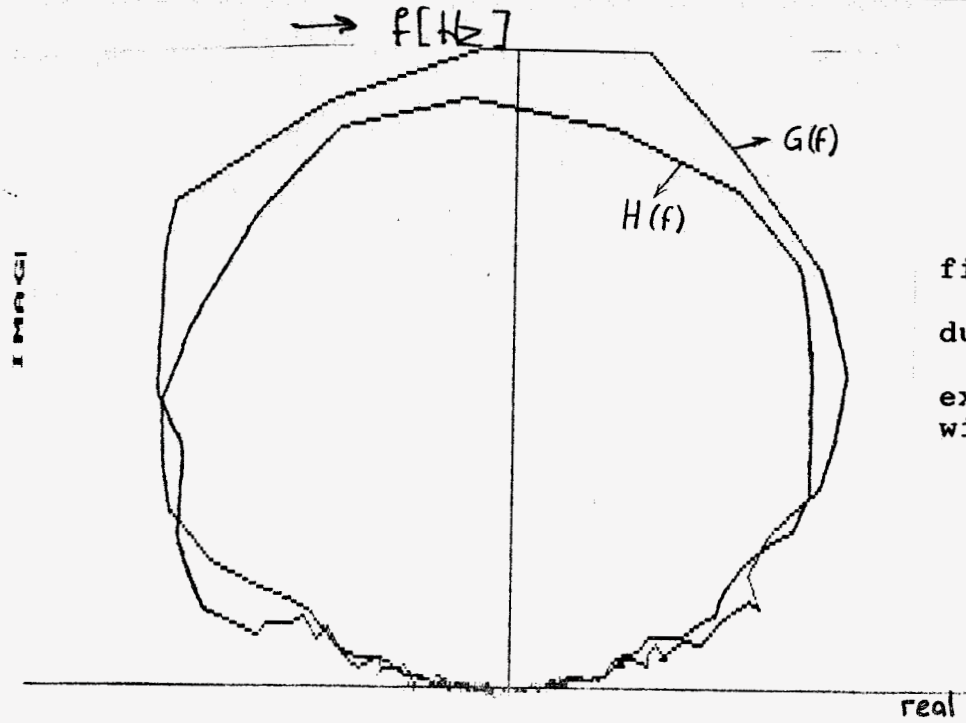
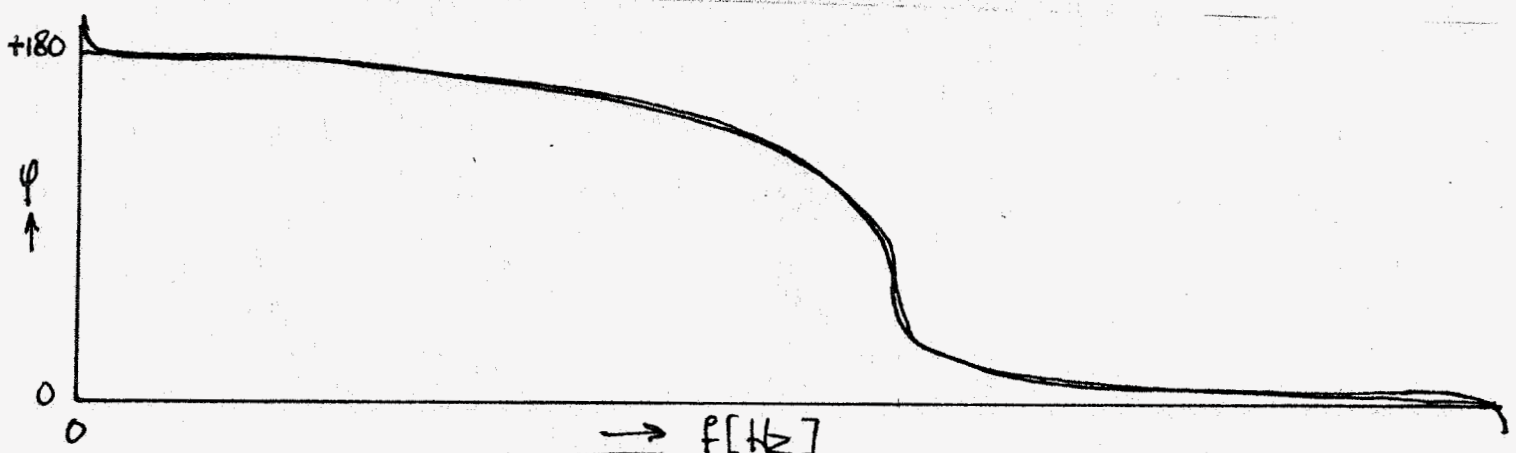
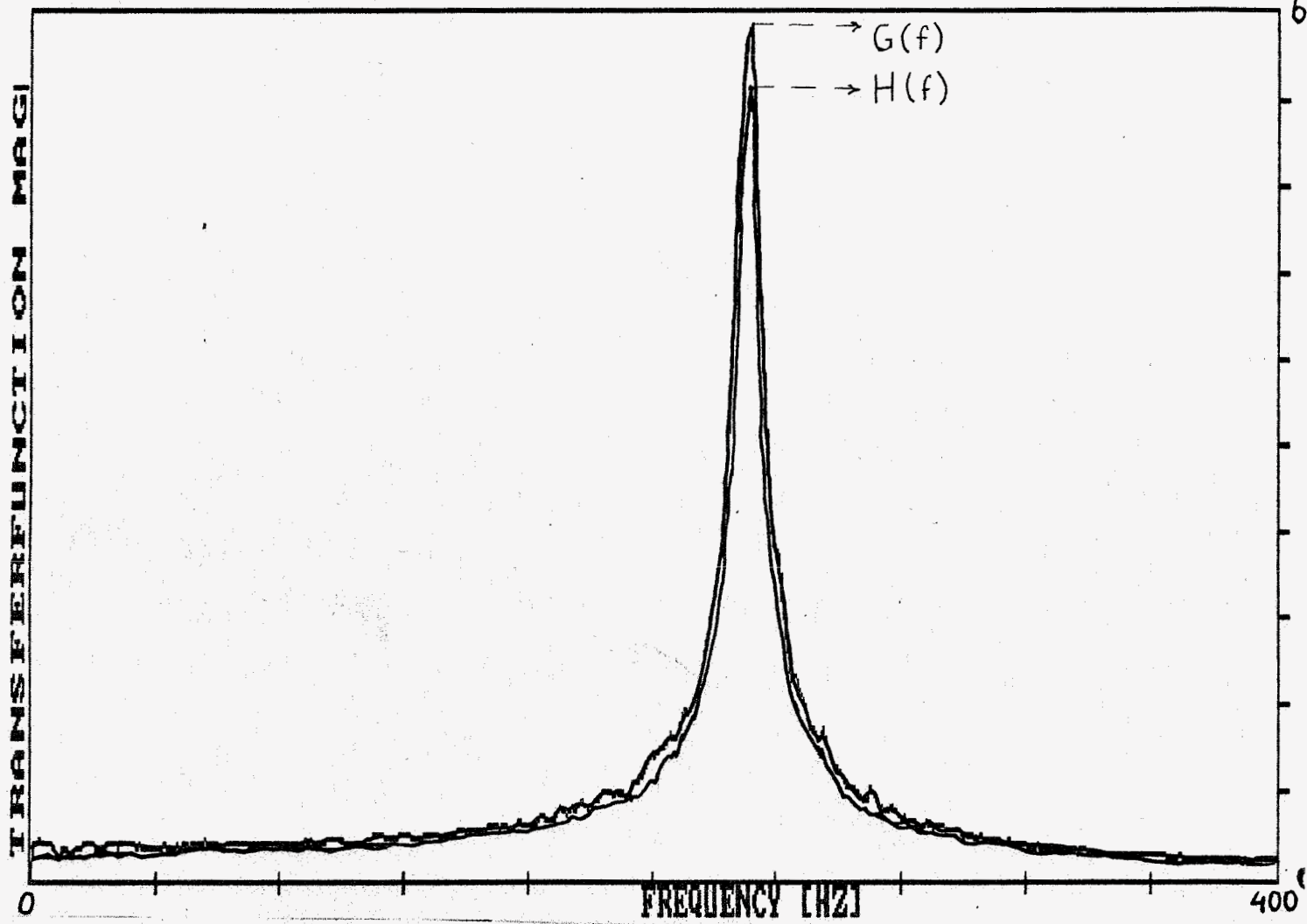


fig 4.7
 duffing systeem
 excitatie met
 witte ruis

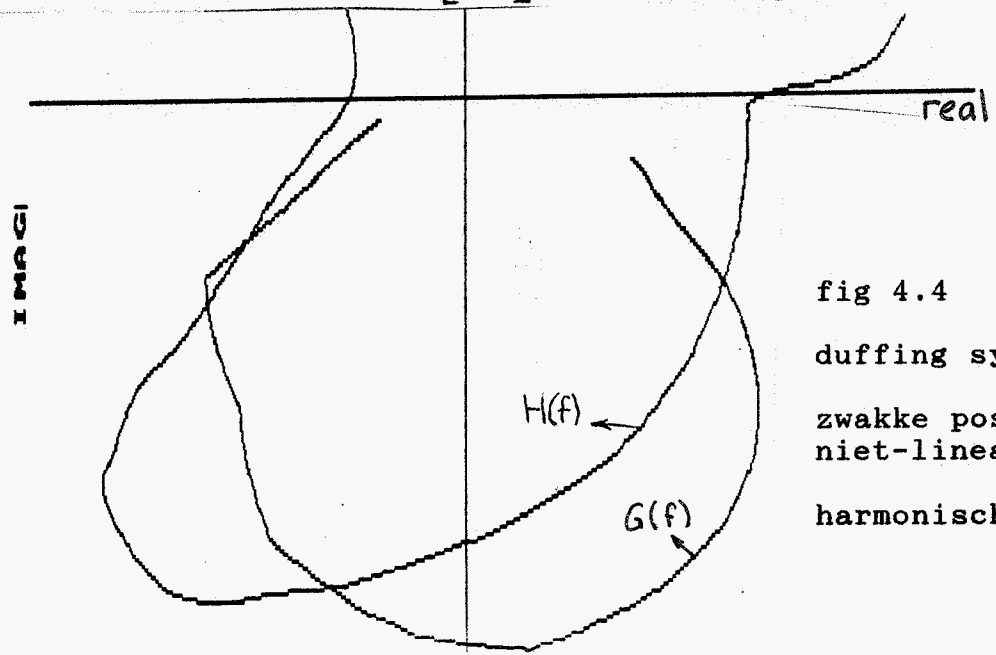
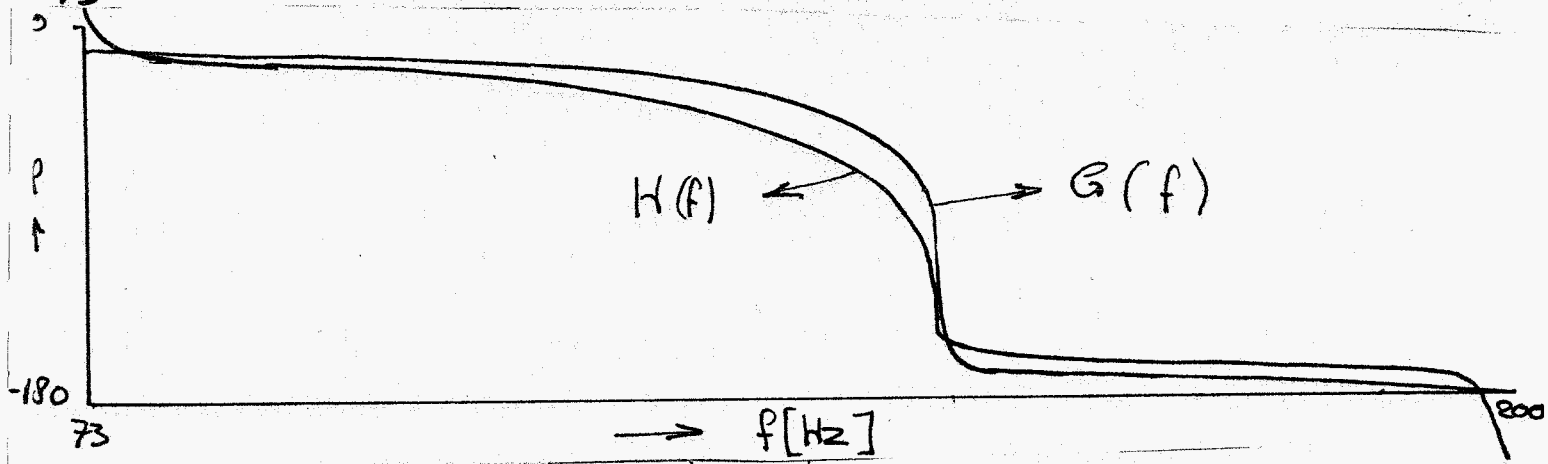
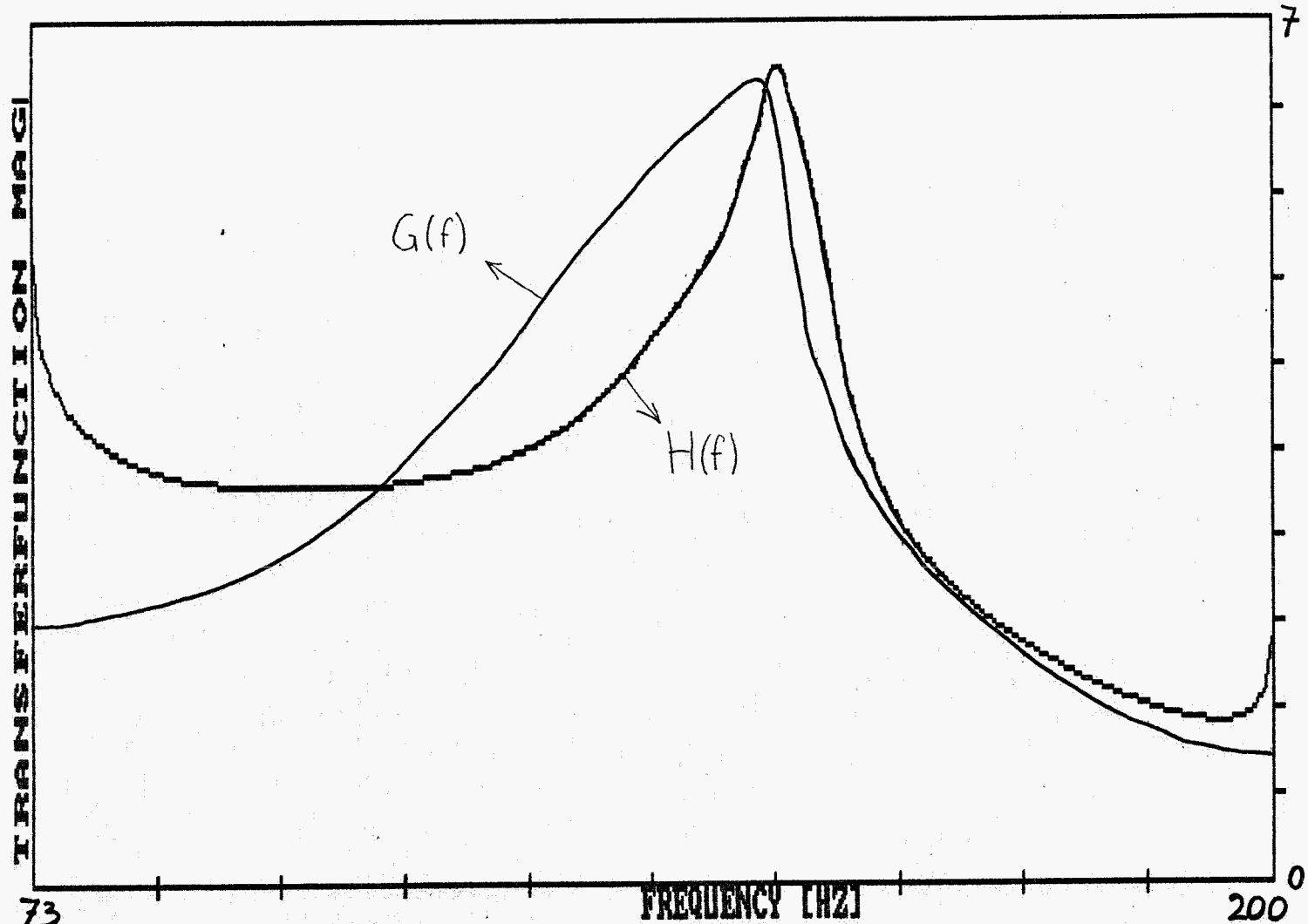
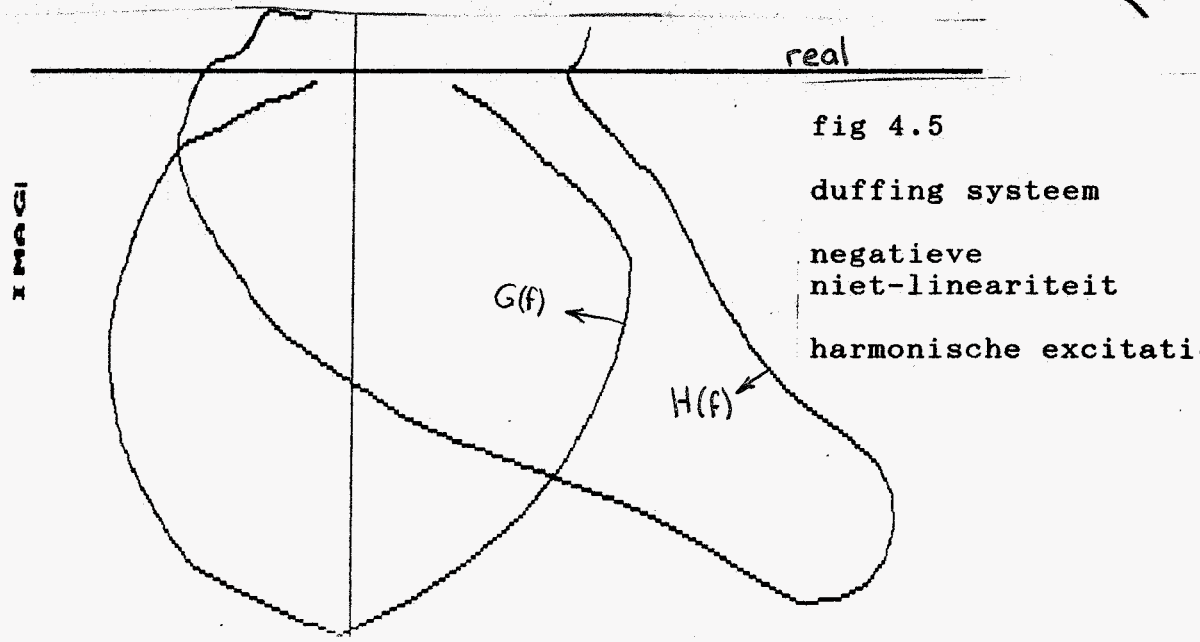
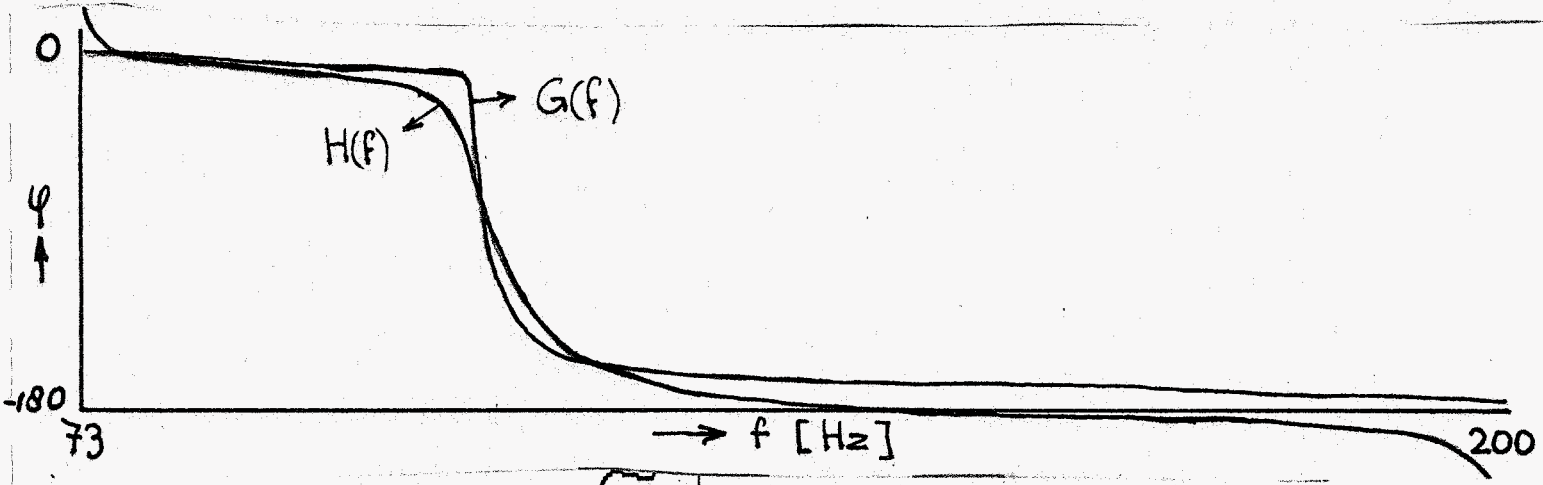
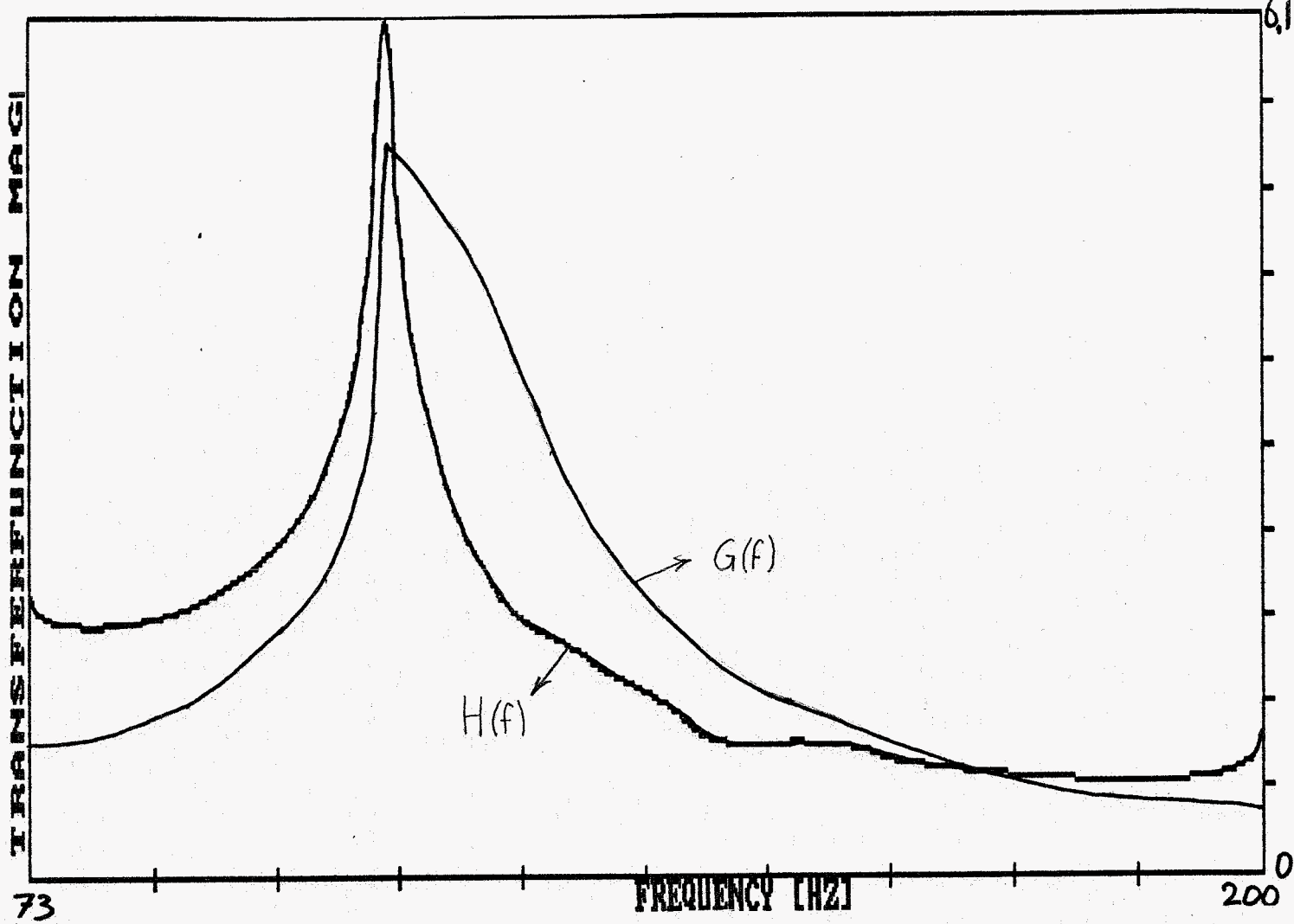


fig 4.4
 duffing systeem
 zwakke positieve niet-lineariteit
 harmonische excitati



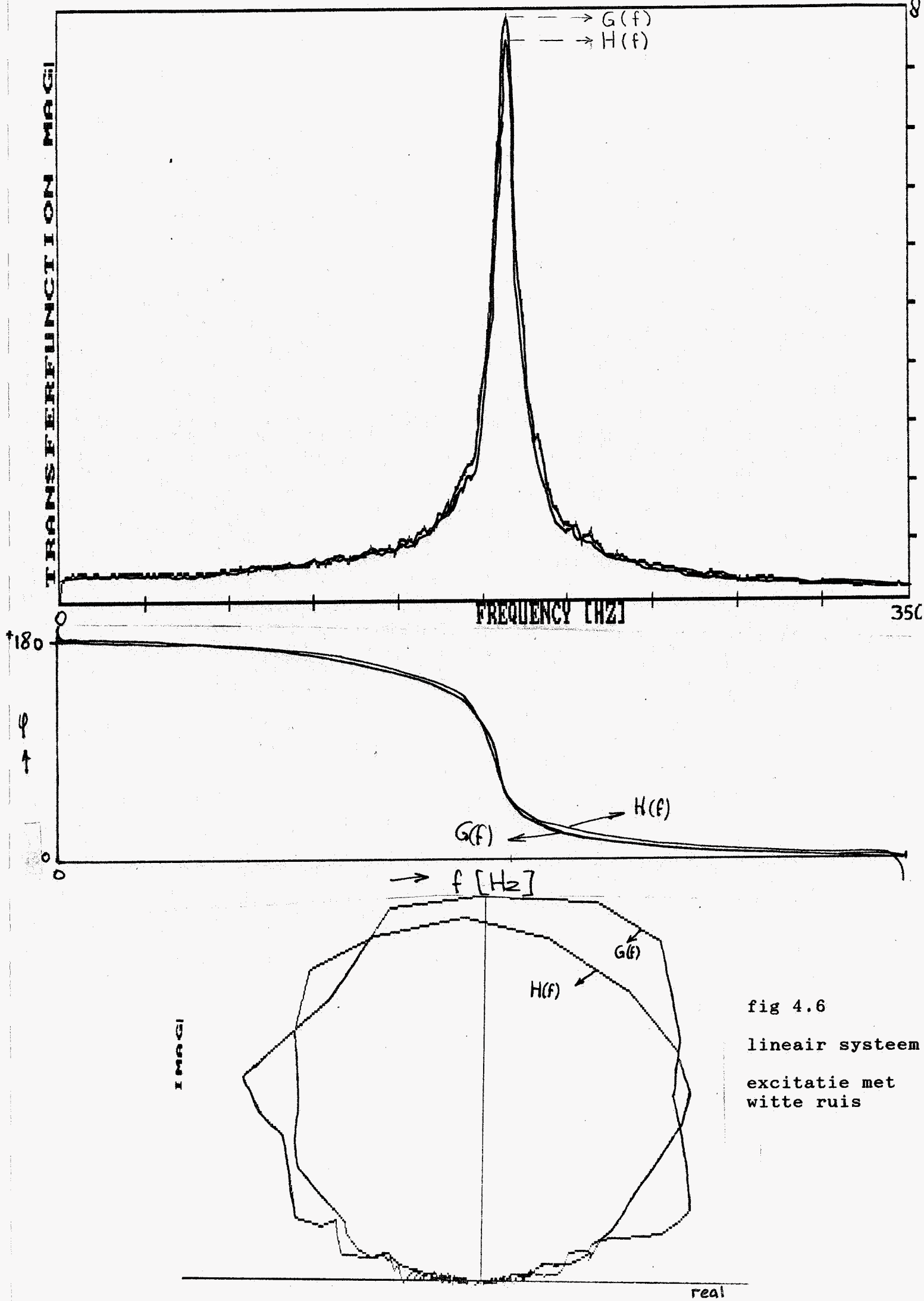


fig 4.6
 lineair systeem
 excitatie met
 witte ruis

4.5 Evaluatie meetresultaten

De metingen met harmonische excitatie, weergegeven in fig 4.2 t/m 4.5, bestrijken slechts een klein frequentie interval, nl 128 Hz. Hierdoor is duidelijk het effect te zien van de afbreekfouten, zoals ook voorspeld in hoofdstuk 2 (fig 2.5). Hier had het in rekening brengen van de correctietermen zeker een verbetering betekend. Voor het lineaire systeem (fig 4.2) blijkt inderdaad bij benadering te gelden $G(f)=H(f)$. Voor het duffing systeem, fig 4.3 t/m 4.5, blijkt $H(f)$, volledig volgens de verwachting (zie ook fig 2.3), af te wijken van $G(f)$, afhankelijk van het type niet-lineariteit.

In fig 4.6 en 4.7 zijn de responsies te zien van een lineair systeem resp. een duffing systeem (met positieve niet-lineariteit met een witte ruissignaal als ingang. opvallend is bij het duffing systeem, dat bij het amplitude verloop niet de karakteristieke amplitudeval is te zien, zoals bijvoorbeeld in fig 4.3. Het verloop lijkt sterk op dat van het lineaire systeem. Ook de Hilbert getransformeerde functie $H(f)$ laat geen wezenlijke verschillen zien met $G(f)$. Door het gebruiken van een witte ruissignaal als ingan blijkt kennelijk de niet-lineariteit verborgen. Voor het opsporen van niet-lineariteiten moet dus uitgegaan worden van harmonische excitatie.

In fig 4.6 en 4.7 is ook te zien, dat de afbreekfouten hier te klein zijn om het effect hiervan duidelijk aan te tonen. Het beschouwde frequentieinterval (300 resp 400 Hz) blijkt in dit geval groot genoeg te zijn om geen last te hebben van afbreekfouten.

5. Conclusies en aanbevelingen

Het blijkt goed mogelijk te zijn, niet-lineariteiten aan de tonen met behulp van de Hilbert transformatie. De voorwaarde die hierbij gesteld moet worden is dat harmonische excitatie vereist is. Bij excitatie met een ruissignaal bleek het niet mogelijk de niet-lineariteit aan te kunnen tonen.

Wanneer een klein frequentie interval beschouwd wordt (bijvoorbeeld wanneer men slechts 1 piek uit de frequentie responsfunctie wil analyseren), treden er afbreekfouten op. De afbreekfouten kunnen gecompenseerd worden door het in rekening brengen van correctietermen. Dit is door tijdgebrek niet verder uitgewerkt.

Literatuur

- [1.] A. de Kraker
Random trillingen en systeemschatten
Collegedictaat 4547, T.U. Eindhoven 1987
- [2.] D.H. van Campen
Voortgezette dynamica
Collegedictaat 4565, T.U. Eindhoven 1983
- [3.] G.R. Tomlinson, I.Ahmed
Hilbert transform procedures for detecting and
quantifying non-linearity in modal testing

Meccanica : journal of the Italian association of
theoretical and applied mechanics, vol 22, 1987
- [4.] M. Simon, G.R. Tomlinson
Use of the Hilbert transform in modal analysis of
linear an non-linear structures

Journal of Sound and Vibration (1984) 96(4), 421-436
- [5.] D.E. Newland
An introduction to random vibrations and spectral analysis
Longman, London, 1975
- [6.] R. Liebrechts
Ijking van een simulator van enkele dynamische systemen
W.F.W. rapport, 87.022
- [7.] A. Dortmans, K. Koekkoek, G. Teurlinx
Hardware van en software voor het meetsysteem PCM2
W.F.W. rapport, 86.032