

Rechtgeleidingen met stangenvierzijden (slot)

Citation for published version (APA):

Dijksman, E. A. (1966). Rechtgeleidingen met stangenvierzijden (slot). *Polytechnisch tijdschrift. Uitgave A, Werktuigbouw, staalconstructies, scheepsbouwkunde, luchtvaarttechniek, chemische techniek en aanverwante vakken*, 21(8), 339A-347A.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1966

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Rechtgeleidingen met stangenvierzijden

DR. E. A. DIJKSMAN

slot*

De conditie voor een vijfpuitsaanraking wordt met $\tau_0 = \mu \tau_1$:

$$-\tau_1 - \tau_3 + \frac{1}{\tau_2} + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2} + \frac{2\tau_3}{\mu} = 0$$

of met $\tau_1 \rightarrow 0$

$$\frac{1}{\tau_2} = \tau_3 \left(1 - \frac{2}{\mu}\right), \quad (Bl_1) \quad (59)$$

zodat met de uitdrukking voor μ

$$\frac{1}{\tau_2} = \tau_3 + 2 \frac{m}{l_0} \quad (Bl_1) \quad (60)$$

Op grond van (24) kan dit ook geschreven worden als

$$\frac{1}{\tau_2} = \tau_3 - 2 \frac{m}{\delta} \quad (Bl_1) \quad (61)$$

Zoals bekend snijdt AB de poolnormaal in een punt T waarvoor

$$\frac{1}{2PT} = \frac{1}{l} + \frac{1}{l_0} \quad (45)$$

Daar $\tau_0 = 0$, is op grond van (24) $l_0 = -\delta$

en op grond van (23) $l^{-1} = 0$,

zodat $PT = -\frac{1}{2}\delta$.

Meetkundig betekent dit, dat AB de poolnormaal snijdt in het middelpunt van de keercirkel (zie figuur 30). In dat geval is dus het punt van Ball een Bl_1 -punt.

Een noodzakelijke voorwaarde voor een zespuntsaanraking met de tangente in het punt van Ball is de (Bl_2) -conditie (49).

Deze kan ook worden geschreven als

$$(1 + \tau_3 \tau_1) (\tau_3 + \tau_1) \tau_2^2 - (1 + \tau_1^2) (1 + \tau_3^2) \tau_2 + (1 + \tau_3 \tau_1) (\tau_3 + \tau_1) = 0 \quad (62)$$

Met $\tau_1 = 0$ wordt dit

$$\tau_3 \tau_2^2 - (1 + \tau_3^2) \tau_2 + \tau_3 = 0$$

of

$$(\tau_3 \tau_2 - 1) (\tau_2 - \tau_3) = 0 \quad (Bl_2) \quad (63)$$

Er zijn twee gevallen te onderscheiden

$$Aa. \quad \tau_2 \tau_3 - 1 = 0 \text{ of } \tau_2 \tau_3 = 1 \quad (64)$$

Meetkundig betekent dit, dat $PB \perp QB$.

Daar het punt P samenvalt met B_0 en Q met A, is dus

$$BB_0 \perp AB \text{ of } p \perp AB.$$

De koppelstang snijdt dan de poolnormaal in het oneigen-

lijke punt van n. Dit valt niet samen met het middelpunt van de keercirkel. Dit geval is dus een onmogelijkheid.

$$Ab. \quad \tau_2 - \tau_3 = 0 \text{ of } \boxed{\tau_2 = \tau_3} \quad (65)$$

Dit is het geval, wanneer het draaipunt B in het middelpunt van $c-k_u$ ligt.

Er is dus een punt van Ball met excès 2, als AB door het middelpunt van de keercirkel gaat en B samenvalt met het middelpunt van $c-k_u$ (zie figuur 31).

Geval B. Het draaipunt B ligt op $c-k_u$ en A op p.

Hierbij is $\tau_0 = \mu' \tau_3 = 0$.

Dit geval doet zich voor als BB_0 in één lijn ligt met het gestel. Verwisselt men de letters A en B, dan verkrijgt men weer het onder 8.2.A besproken geval.

Geval C. De draaipunten A en B liggen beide op $c-k_u$ (zie figuur 32).

Aangezien op grond van de stelling van Bobillier

$\sphericalangle APQ = \sphericalangle MPB$ en bovendien $\sphericalangle PAQ = \sphericalangle PMB$ is $\triangle APB \sphericalangle \triangle MPB$, zodat $\sphericalangle PQA = \sphericalangle PBM = 90^\circ$. De positie wordt dus bereikt, indien de collineaties loodrecht staat op de koppelstang. Hieruit volgt, dat $\tau_2 \rightarrow \infty$. Op grond van (23) is dan inderdaad $l^{-1} = 0$.

Uit (44) volgt, dat het punt van Ball het excès 1 heeft, als

$$\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_3} = \frac{2}{\tau_0}, \quad (Bl_1) \quad (66)$$

zodat met (22)

$$\boxed{\tau_1 + \tau_3 = \frac{m}{\delta/2}} \quad (Bl_1) \quad (67)$$

Daar $\tau_2 \rightarrow \infty$ is op grond van (24) $l_0 = -\delta$.

Omdat bovendien $l^{-1} = 0$, krijgt (45) de gedaante $PT = -\frac{1}{2}\delta$, waarbij T het snijpunt is van AB met n. Ook hier gaat het verlengde van de koppelstang dus door het middelpunt van de keercirkel (zie figuur 33).

Een noodzakelijke voorwaarde voor een zespuntsaanraking met de tangente in het punt van Ball is de (Bl_2) -conditie (49).

Deze krijgt met $\tau_2 = \tau_2^{-1} = 0$ de gedaante

$$\boxed{(\tau_1 + \tau_3) (\tau_1 \tau_3 + 1) = 0} \quad (Bl_2) \quad (68)$$

Er zijn twee gevallen te onderscheiden:

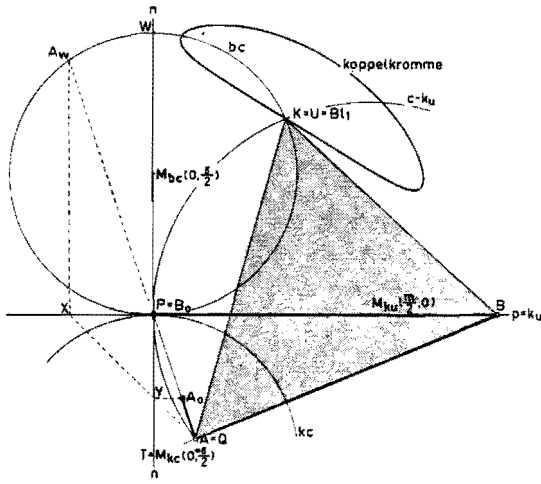
$$Ca. \quad \tau_1 + \tau_3 = 0.$$

Op grond van (66) is dan $\tau_0^{-1} = 0$, zodat $PQ \perp A_0 B_0$.

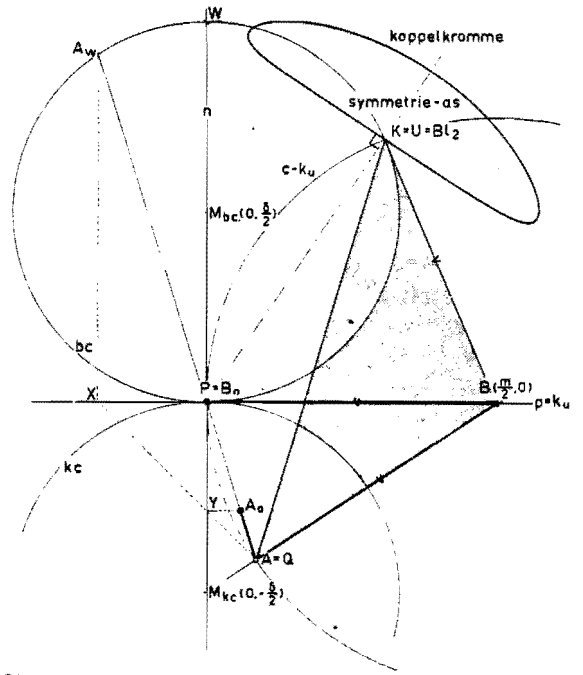
Daar bovendien $\tau_2^{-1} = 0$ is ook $PQ \perp AB$.

De vierzijde is dan een gestrekte vierzijde, die hier niet nader zal worden beschouwd.

* Zie deel 1 en 2 in resp. P.T.-A nrs. 6 en 7, 1966

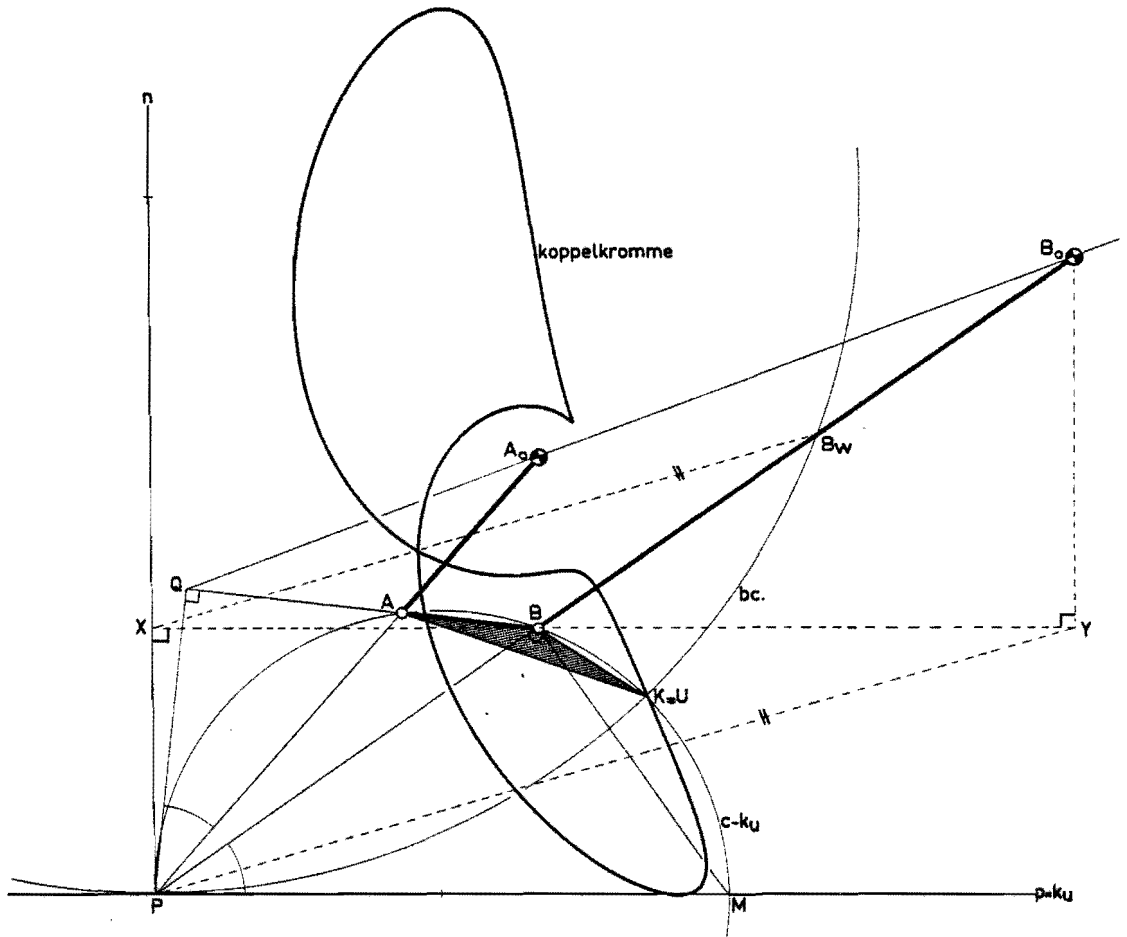


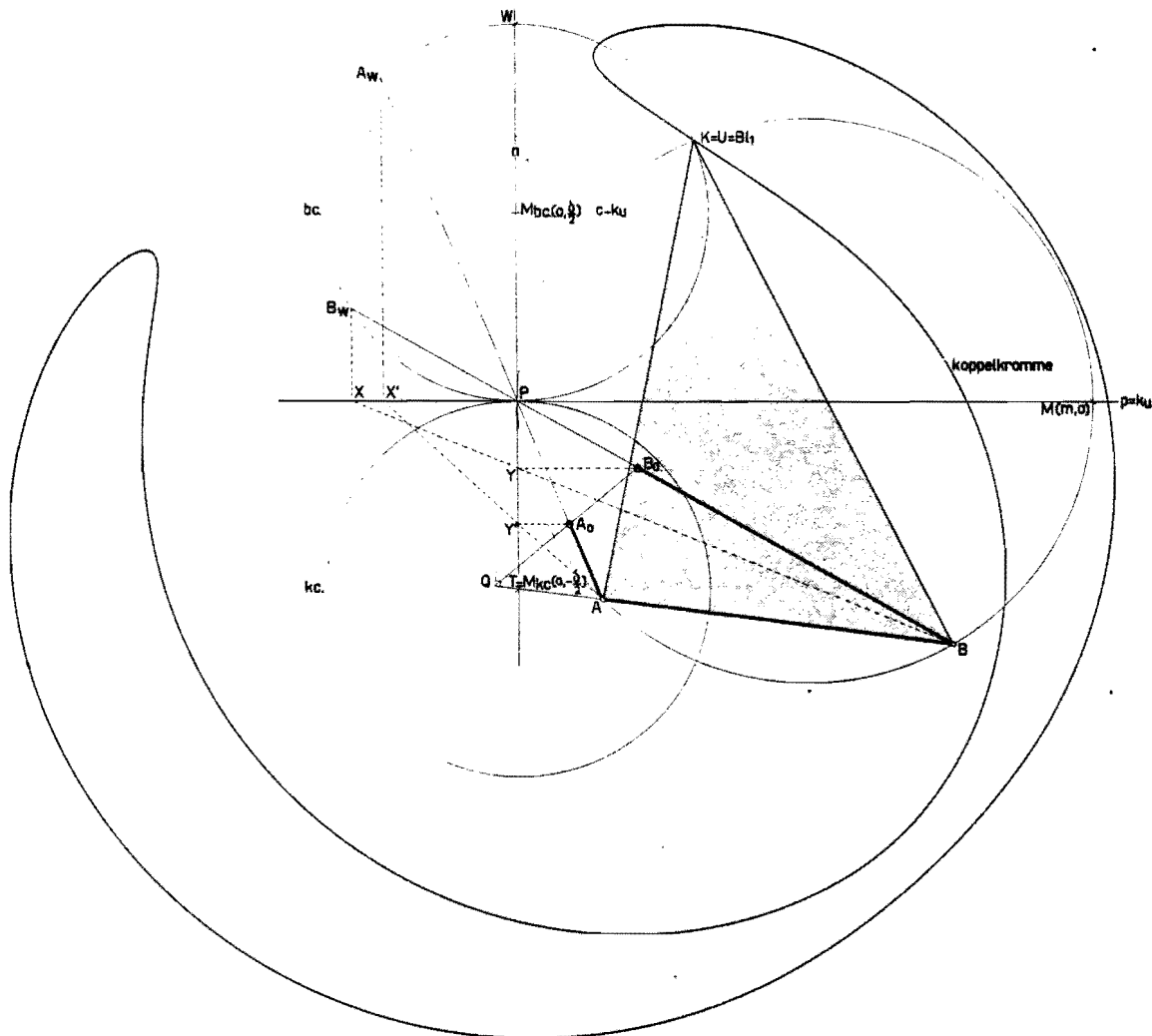
30.



31.

32.





33.

Cb. $t_1 t_2 + 1 = 0$ of $\tau_1 \tau_2 = -1$ (69)

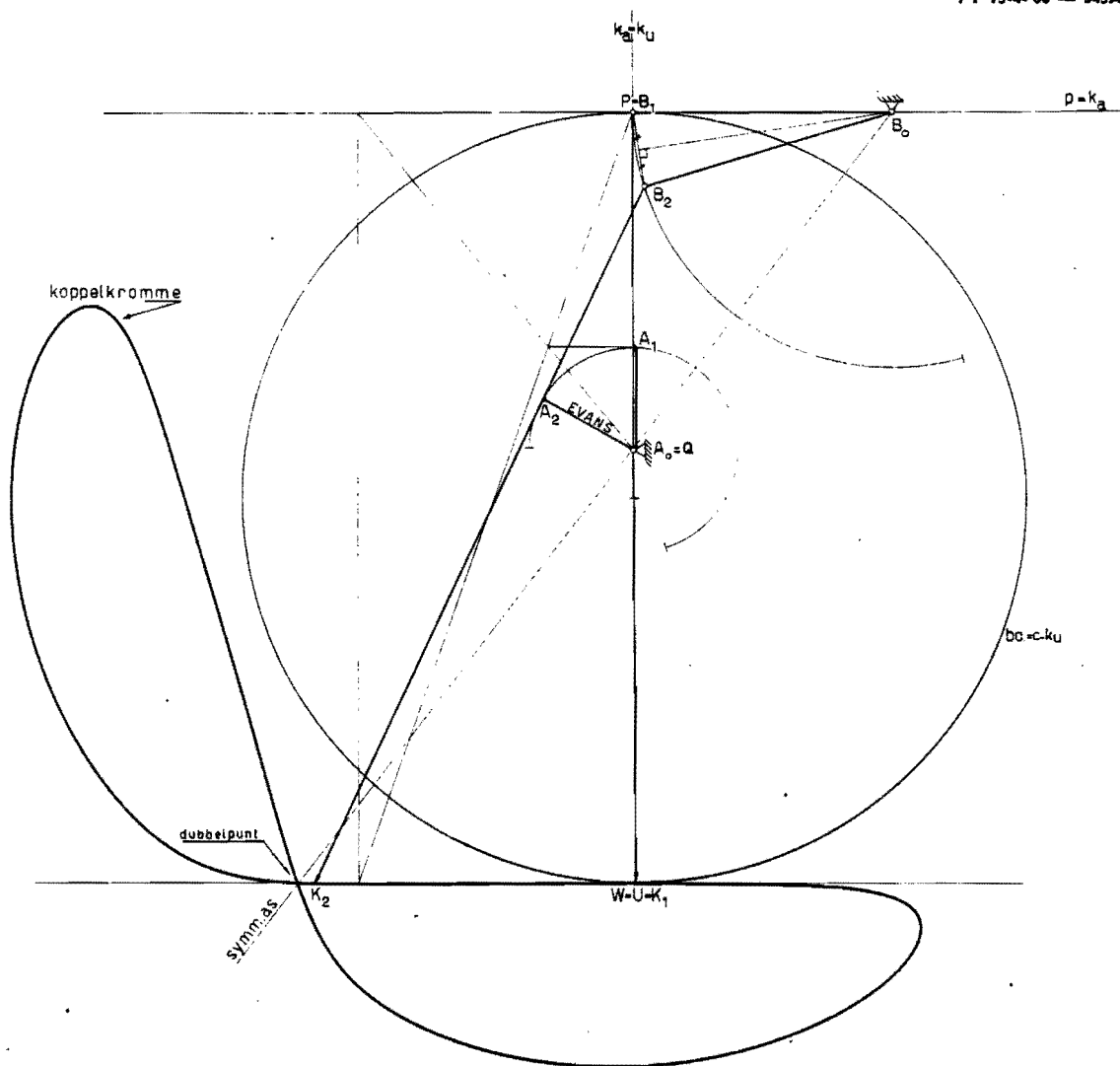
Meetkundig betekent dit, dat $PA \perp PB$. Er is dus een Bl_2 -punt, als AB door het middelpunt van de keercirkel gaat en AA_0 loodrecht staat op BB_0 (zie figuur 34).

8.3. De stangenvierzijde in de positie, waarbij $R_0 = 2R^*$
 Op grond van de betrekkingen (2), (10) en (16) wordt deze positie bereikt in het geval, dat $l_0^{-1} = 0$. De middelpuntskromme k_a ontgaat in de poolraaklijn en een cirkel door P met middelpunt op p. De asymptoot van k_a valt dus samen met p; de lijn door P in de asymptotische richting van k_a dus ook. Het punt van Ball is dus hier het snijpunt van p met de buigcirkel. Dit snijpunt is de pool, zodat $U = P$. De pool is echter altijd een *keerpunt*; hier dus een omkeerpunt in de rechtgeleide baan, hetgeen in het algemeen niet gewenst wordt (zie figuur 35). De positie wordt bereikt, indien de koppelstang in één lijn ligt met een van de twee andere bewegende schakels of indien de collineatieas PQ loodrecht staat op het gestel A_0B_0 . Door kinematische inversie, waarbij het gestel en de koppel-

stang elkaars functie overnemen, ontstaat weer het onder 8.2. besproken geval.

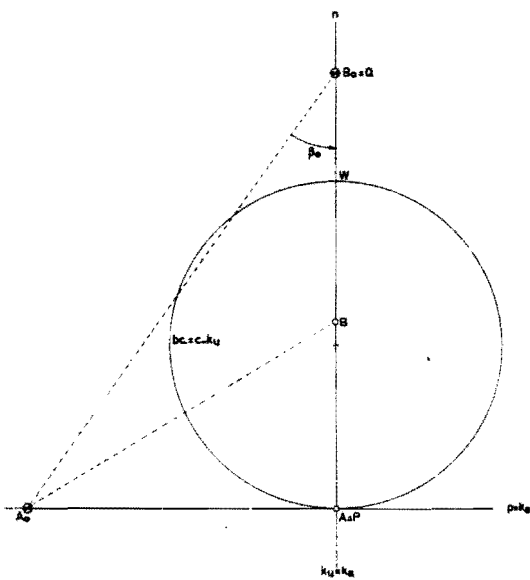
8.4. De cardanuspositie van de stangenvierzijde ***)
 Een combinatie van de mogelijkheden, zoals die in het voorgaande zijn behandeld, treedt op als in de cycloïdale positie van de stangenvierzijde de verhouding der rolcirkelstralen $R_0/R = 2$. Dit is het geval als $m^{-1} = l_0^{-1} = 0$. Bij deze ontgaarding valt $c-k_u$ samen met de buigcirkel en is $c-k_a$ oneindig groot, zodat k_a uiteen valt in p, n en de oneindig verre rechte. Hier is dus *elk punt van de buigcirkel een punt van Ball*. Een voorbeeld van een mechanisme in deze positie, is het *mechanisme van Evans**)*, waarbij het koppelpunt in de buigpool is gekozen (zie figuur 36). Het vaste draaipunt op p kan daarbij willekeurig worden aangenomen, omdat het daarmee gekoppelde bewegende draaipunt met P samenvalt. Bij uitsluiting van *streekbare vierzijden*, treedt de cardanuspositie op, als

*) Hoewel de verhouding der rolcirkeldiameters dezelfde is als die bij de cardanusbeweging, ook wel de elliptische beweging genoemd, spreken we pas van een cardanuspositie van de stangenvierzijde als bovendien de buigcirkeldiameter een extremum bereikt heeft.
 **) Zie P.T.-A no. 10, 1965, pag. 423.
 ***) Deze benaming is afkomstig van Prof. dr O. Bottema. (Proc. Kon. Ak. v. W. 52, 643-651, (1949)).

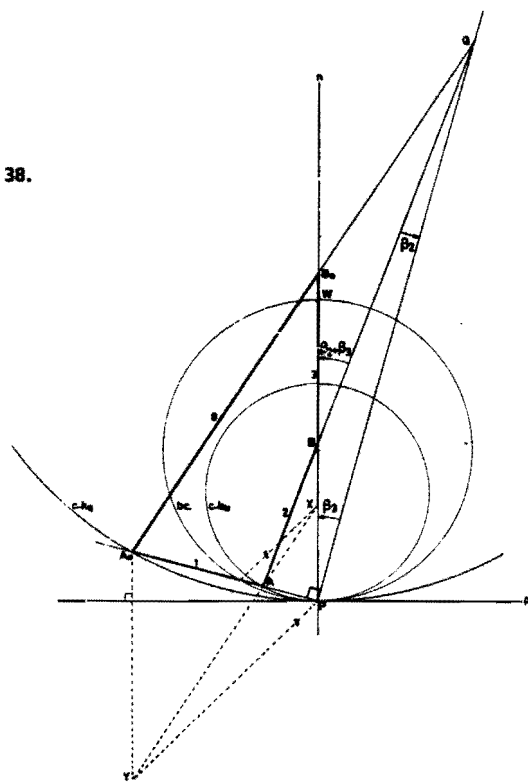


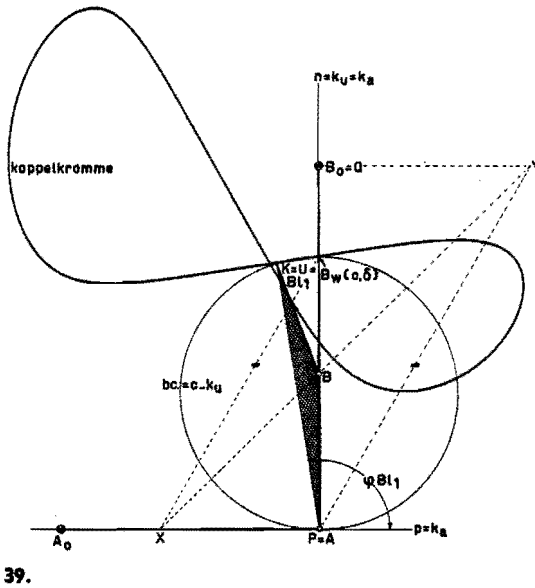
36.

37.

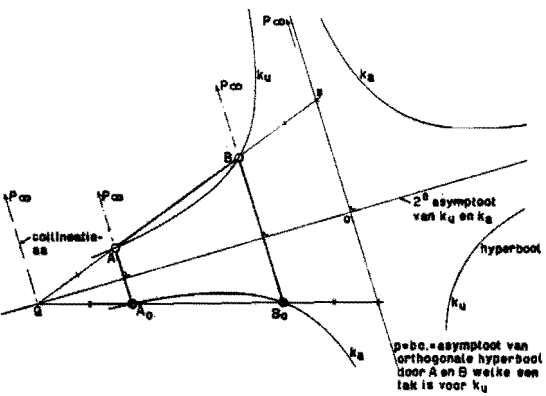


38.

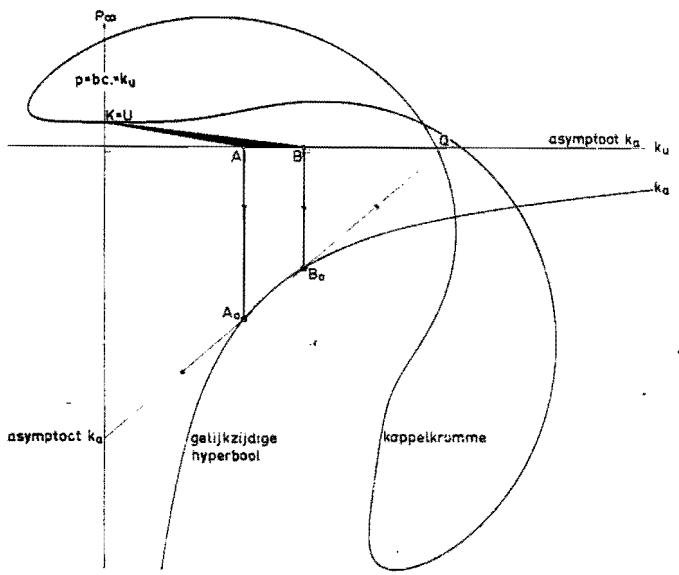




39.



40.



41.

1a. $\tau_1 \rightarrow \infty$ en $\tau_2 = v \tau_3 = 0$ (zie figuur 37).
of als

1b. $\tau_3 \rightarrow \infty$ en $\tau_2 = v \tau_1 = 0$ (zie figuur 36),
indien de schakels 1 en 3 verwisseld zijn.

Het houdt dus geen beperking in zich tot geval 1a te bepalen.

Daarbij wordt de meetkundige betekenis van de factor v gevonden door uit te gaan van de cycloidale positie, waarbij $PQ \perp A_0A$ en dus $\tau_1 \rightarrow \infty$ (zie figuur 38).
Op grond van de sinusregel in ΔPBQ , is

$$\frac{PB}{PQ} = + \frac{\sin \beta_2}{\sin (\beta_2 + \beta_3)} = + \frac{\tau_2 \sqrt{1 + \tau_3^2}}{\tau_2 + \tau_3}$$

Voor de beschouwde cardanuspositie is $Q = B_0$ en $\tau_2 = v \cdot \tau_3 = 0$, zodat

$$\frac{PB}{PB_0} = + \frac{v}{1 + v} \tag{70}$$

en dus ook

$$v = + \frac{1}{\left(\frac{PB_0}{PB}\right) - 1} \tag{71}$$

Zie voor de betekenis van de gebruikte symbolen figuur 39.

Het is in tegenstelling met de reeds behandelde posities, hier niet de vraag aan welke voorwaarde de vierzijde moet voldoen, opdat het punt van Ball tevens een punt van Burmester is, maar wel de vraag welke van de oneindig vele undulatiepunten op de buigcirkel een BI_1 -punt is. Zoals voorheen gezocht werd naar de ligging van het punt van Ball in een bepaalde positie van de vierzijde, wordt dus nu gezocht naar de ligging van het BI_1 -punt op de buigcirkel in de cardanuspositie van de vierzijde.

Een dergelijk punt, dat een punt van Burmester is, kan op grond van (31) gevonden worden met de vierkantsvergelijking:

$$\frac{1}{\tau_1} \tan^2 \varphi + \left(\frac{\tau_2}{\tau_0} + \frac{\tau_3}{\tau_2} - 1 - \frac{\tau_3}{\tau_1} \right) \tan \varphi + \frac{1}{\tau_0} \cdot \frac{\tau_3}{\tau_2} = 0.$$

Daar $\tau_1 \rightarrow \infty$ en $\tau_2 = \gamma$, $\tau_3 = 0$ geldt voor de eindige wortel, dat

$$\left(\frac{1}{v} - 1 \right) \tan \varphi_{BI_1} + \frac{1}{\gamma \tau_0} = 0,$$

zodat

$$\tan \varphi_{BI_1} = - \frac{1/\tau_0}{1 - v} \tag{72}$$

Een poolstraal die in de door deze vergelijking gegeven richting wordt getrokken, snijdt dus de buigcirkel in het BI_1 -punt.

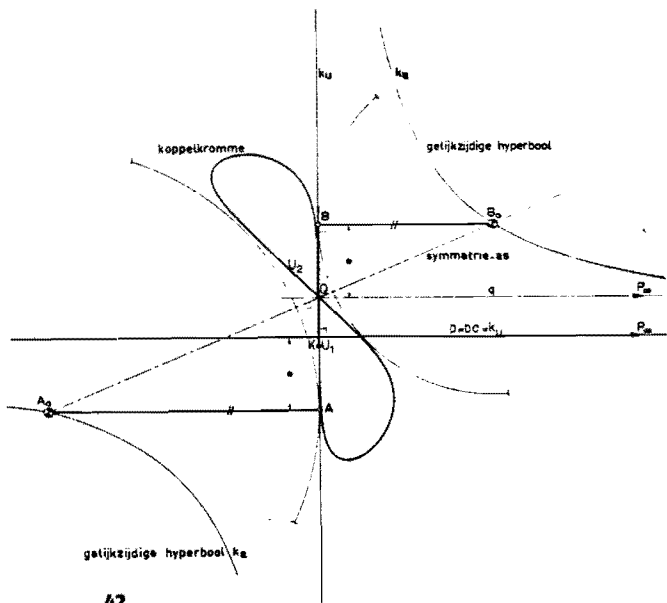
Substitutie van de waarden voor v en τ_0 geeft

$$\frac{y_{BI_1}}{x_{BI_1}} = - \frac{(\overline{PB_0 / PA_0}) \left\{ \left(\frac{PB_0}{PB}\right) - 1 \right\}}{\left(\frac{PB_0}{PB}\right) - 2} \tag{73}$$

In deze betrekking is $(\overline{PB_0 / PA_0}) > 0$ als $\beta_0 > 0$ is en $(\overline{PB_0 / PA_0}) < 0$ als $\beta_0 < 0$ is.

Voorts is $(\overline{PB_0 / PB}) > 0$, als B_0 en B aan dezelfde zijde van P op n liggen en is $(\overline{PB_0 / PB}) < 0$ als B_0 en B door P worden gescheiden.

Met behulp van betrekking 73 is in figuur 39 een mechanisme in de cardanuspositie geconstrueerd, waarvan het koppelpunt een punt van Ball is met excess 1.

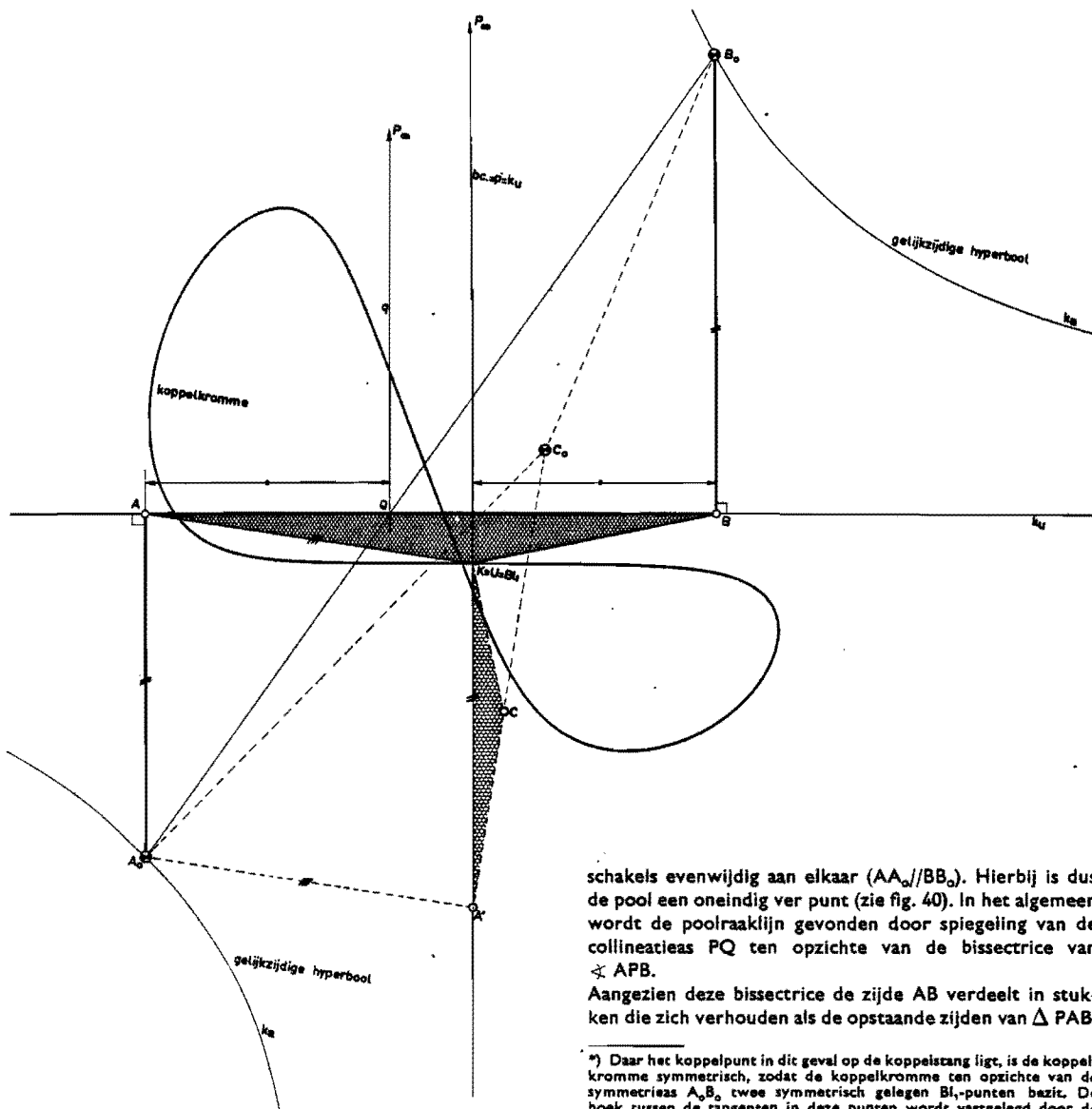


Valt in het bijzonder het draaipunt B samen met het middelpunt van de buigcirkel, dan is $B_0 = W$ en $v = 1$, zodat $Bl_1 = W^*$. Is bovendien het gestelpunt A_0 het oneigenlijke punt van p , dan wordt de verhouding y_{Bl_1}/x_{Bl_1} onbepaald en is elk punt van de buigcirkel een Bl_1 -punt. Het mechanisme dat hierbij behoort, is een gelijkbenig krukdrijfstangmechanisme, waarvan de drijfstang een cardanusbeweging uitvoert: elk punt van de buigcirkel beschrijft een rechte lijn door B_0 , hetgeen met het voorgaande in overeenstemming is.

De Bl_2 -conditie (49) leert in combinatie met (47), dat met $B_0 \neq W$ slechts een Bl_2 -punt aanwezig kan zijn, wanneer $\tau_0 = \tau_0^{-1} = 0$.

Dit is het geval, als A_0 het oneigenlijke punt is van p . Uit (72) volgt, dat het Bl_2 -punt dan samenvalt met de pool, welk punt een uitzonderingspunt van de buigcirkel is. In het algemeen heeft een ongelijkbenig krukdrijfstangmechanisme in de cardanuspositie dus geen Bl_2 -punt.

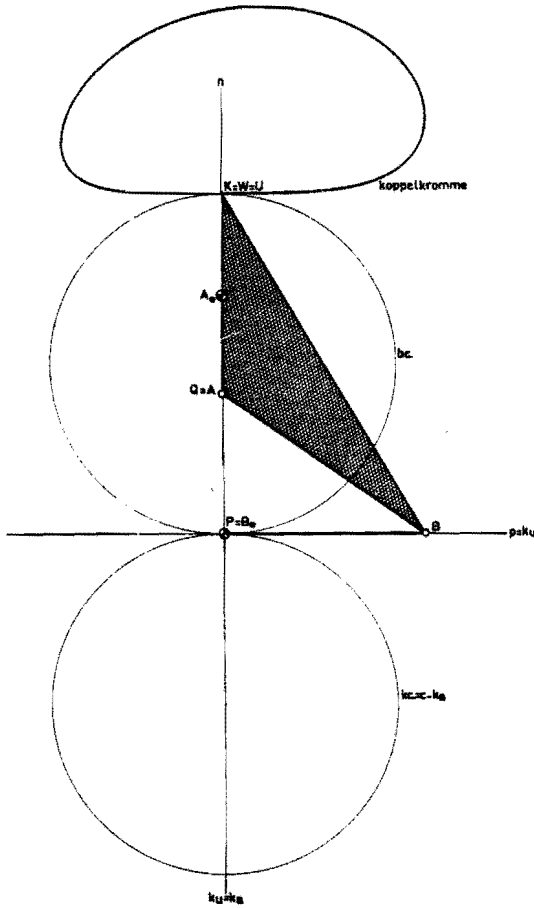
8.5. De translatiepositie van de stangenvierzijde
 In deze positie staan de beide aan het gestel gekoppelde



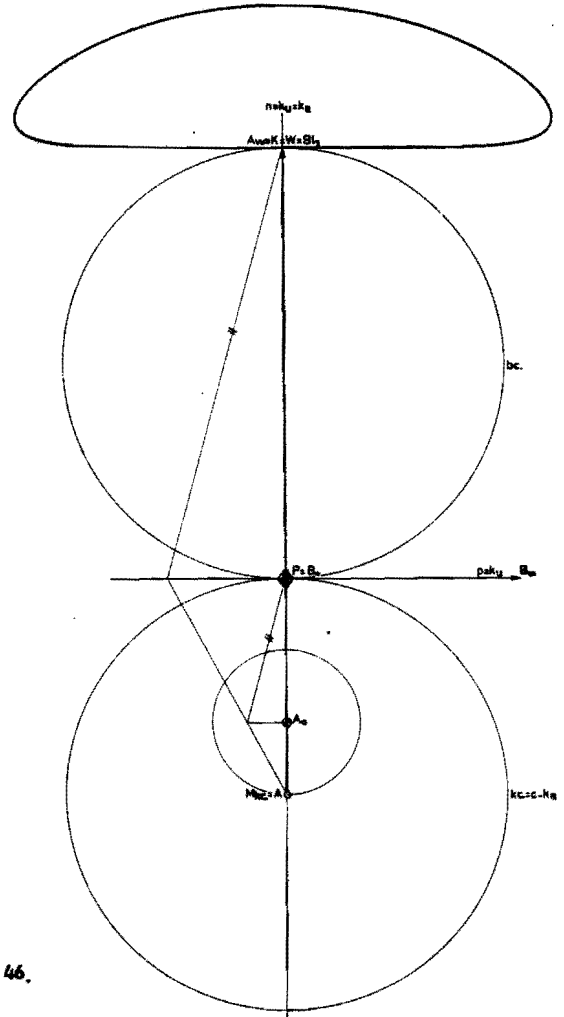
schakels evenwijdig aan elkaar (AA_0/BB_0). Hierbij is dus de pool een oneindig ver punt (zie fig. 40). In het algemeen wordt de poolraaklijn gevonden door spiegeling van de collineatie PQ ten opzichte van de bissectrice van $\sphericalangle APB$.

Aangezien deze bissectrice de zijde AB verdeelt in stukken die zich verhouden als de opstaande zijden van $\triangle PAB$,

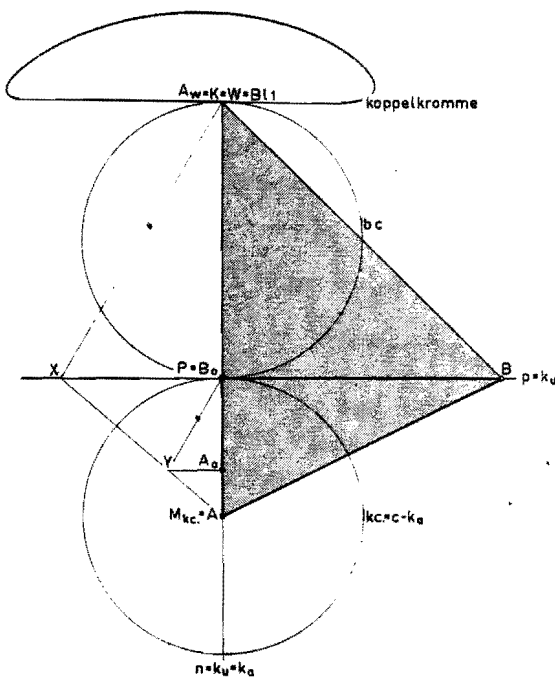
^{*)} Daar het koppelpunt in dit geval op de koppelstang ligt, is de koppelkromme symmetrisch, zodat de koppelkromme ten opzichte van de symmetrieas A_0B_0 twee symmetrisch gelegen Bl_1 -punten bezit. De hoek tussen de tangenten in deze punten wordt vastgelegd door de keuze van het punt A_0 op p .



44.



46.



45.

wordt in het geval $P = P_{\infty}$ de collineatieas gespiegeld ten opzichte van een lijn door P_{∞} en het midden van AB . Daar op grond van de stelling van Hartmann het kromtemiddelpunt van een willekeurig baanpunt van de poolraaklijn steeds met P samenvalt en in dit geval $P = P_{\infty}$ is p een tak van de buigcirkel.

De oneindig verre rechte snijdt de cirkelloopkromme in het algemeen in de twee isotrope punten en in een asymptotisch punt. Daar komt nu een dubbelpunt bij, namelijk het punt P_{∞} . Dit is voor een kubische kromme alleen mogelijk, als de gehele oneindig verre rechte een tak is van k_u . De resterende tak is dan van de tweede graad en wel een hyperbool, doordat de poolraaklijn een asymptoot is van deze tak. Snijdt een lijn de hyperbool in twee reële punten, dan valt het midden tussen deze punten samen met het midden tussen de twee snijpunten van deze lijn met de asymptoten van de hyperbool. Op grond van de stelling van Bobillier is dus het collineatiepunt Q een punt van de niet met p samenvallende asymptoot van de hyperbool. Daar deze tweede asymptoot de richting heeft van de poolnormaal, staat zij loodrecht op p . De hyperbool is dus orthogonaal. In het algemeen is hierbij geen eindig punt van Ball te vinden, dat het snijpunt is van k_u en de buigcirkel, doordat de hyperbool de poolraaklijn slechts asymptotisch raakt (zie figuur 40).

8.5.1. De translatiepositie van de stangenvierzijde, waarbij de beide opstaande stangen loodrecht op de koppelstang staan

indien in de translatiepositie van de vierzijde AA_0 loodrecht staat op AB, valt AB samen met de door Q gaande asymptoot van k_u . Doordat bovendien de punten A en B cirkellooppunten zijn, valt de hyperbool uiteen in haar asymptoten p en AB, zodat elk punt van p een punt van Ball is.

Een voorbeeld van een constructie van een vierzijde in deze positie wordt gevonden in een constructie voor een bijzonder type tuimelarmkraan. Zij is gebouwd door de N.V. Figeo in Haarlem en wordt gebruikt bij de Hoogovens te IJmuiden voor het lossen van erts uit zeeschepen. Aangezien daarbij een brugkraan moet kunnen passeren, die met zijn uithouder over de tuimelarmkraan reikt, is de laatste aan een beperkte hoogte gebonden (zie figuur 41*). Een tweede voorbeeld wordt gevonden in het mechanisme van Watt, waarbij het rechtgeleide koppelpunt het snijpunt is van de poolraaklijn en de koppelstang (zie figuur 42).

In de beschouwde positie is een punt van de poolraaklijn aan te wijzen, dat een vijfpuntsaanraking met de baan-tangente in dat punt vertoont.

Dit kan worden gevonden door uit te gaan van een stangenvierzijde in de cardanuspositie, zoals besproken in de voorgaande paragraaf, en daarbij het koppelpunt in het Bl_1 -punt te kiezen. Toepassing van de stelling van Roberts op dit mechanisme, geeft dan in een van de twee mogelijke

varianten een vierzijde in de translatiepositie, waarbij het koppelpunt ook een Bl_1 -punt is (zie figuur 43).

8.6. De cardioïdale positie van de stangenvierzijde

De genoemde positie is een cycloïdale positie, waarbij de verhouding der rolcirkelstralen $R/R_0 = 2$. Hierbij is dus $m' = l' = 0$. In dit geval bestaat k_u uit p, n en de oneindig verre rechte, terwijl k_a uiteengevallen is in n en de keercirkel.

Het punt van Ball valt samen met de buigpool (zie figuur 44). Hierbij is $\tau_3 \rightarrow \infty$ en $\tau_0 = \mu\tau_1 = 0$, indien A_0 het gestelpunt is, dat op de poolnormaal is gekozen.

Op grond van het besprokene onder paragraaf 8.2.A. is in dit geval het punt van Ball een punt van Burmester, als het draaipunt A met het middelpunt van de keercirkel samenvalt (zie figuur 45).

Uit 8.2.Ab volgt, dat het punt van Ball een (Bl_2) -punt is, als bovendien het draaipunt B het oneigenlijke punt is van p (zie figuur 46).

Literatuur

1. Meyer zur Capellen, W., „Fünf- und sechspunktige Geradführung in Sonderlagen des ebenen Gelenkvier-ecks“. Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Nr. 481, Westdeutscher Verlag/Köln und Opladen (1958).
2. Veldkamp, G. R.: „Curvature Theory in plane kinematics“, J. B. Wolters, Groningen (1963) blz. 90 en 97.

*) Zie het artikel van Prof. ir. G. Prins: „Kinematische constructies in de kraanbouw“, De Ingenieur, 77. W. 92, fig. 39, (1965).