

Grammatica van WOT

Citation for published version (APA):

Bruijn, de, N. G. (1979). Grammatica van WOT. *Euclides*, 55, 66-72.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1979

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Grammatica van WOT

PROF. DR. N. G. DE BRUIJN

1. In een vorig artikeltje (Wees contextbewust in WOT, Euclides blz. 7) werd de afkorting 'WOT' voor 'wiskundige omgangstaal' ten tonele gevoerd. In dat artikeltje hadden we het over 'context'. Het zal nu over heel wat anders gaan, nl. over de zinsbouw in WOT, d.w.z. over de grammatica.

2. De grammatica van een levende taal zit vol voetangels en klemmen. Wordt het ons in afgeronde vorm aangeboden zodat we het 'alleen maar even hoeven te leren'? Allerminst. Zou dan WOT, dat mengsel van woorden en formules, niet nog een graadje lastiger zijn?

We hoeven niet zo somber te zijn. Wat in WOT wezenlijk is, is grammaticaal erg eenvoudig. Maar zodra we proberen van WOT redelijk proza te maken, krijgen we met de hele grammatica van de natuurlijke taal te maken.

3. Bij dit laatste een voorbeeldje. Het zinnetje '*l* halveert het lijnstuk *AB*' is ons wiskundig even lief als de geïnverteerde vorm (die bijv. in bijzinnen voorkomt) '*l* het lijnstuk *AB* halveert' en even lief als de lijdende vorm 'het lijnstuk *AB* wordt door *l* gehalveerd'. We zullen doen of al deze zinnen hetzelfde zijn. Liever gezegd: we beschouwen een eenvoudige maar houterig klinkende taal WOT en daarbij relaties naar twee kanten: aan de ene kant naar fraai proza, aan de andere kant naar de door de tall aangeduide wiskundige zaken. De eerste relatie is hoofdzakelijk het terrein van taalkundigen, de tweede hoofdzakelijk van wiskundigen. We doen er verstandig aan ons voorlopig te beperken tot de tweede relatie. Dit wil niet zeggen dat die taalkundige kant vergeten mag worden. Er komen allerlei kwesties bij die juist voor het schoolonderwijs belangrijk zijn. Om een voorbeeld te noemen: ieder moet leren om de ontkenning van een ingewikkelde zin te bouwen en om ontkenkende zinnen correct te interpreteren. Het zou geen kwaad kunnen in de wiskundeles taal oefeningen met wiskundig materiaal te houden!

4. Maar wat *is* WOT nu eigenlijk precies? Wat WOT van andere talen onderscheidt is dat *formules* (eventueel losse letters) als zinsdelen kunnen optreden, en zelfs als gehele zinnen. We zullen spreken over *formulaire* zinsdelen. Maar rekenen we alles wat er in een wiskundeboek staat tot WOT? Laat ons eens proberen een soort indeling te maken. We treffen aan:

- a. Kernzinnen.
- b. Contextaangevende zinnen.
- c. Definiërende zinnen.
- d. Argumenterende zinnen.
- e. Overige zinnen.

De kernzinnen vormen de harde kern van WOT. Ze doen echte wiskundige uitspraken. Voorbeelden: ' $a > b$ ', 'het snijpunt van l en m ligt binnen de cirkel C '. Over dit soort zinnen kan men een serieuze grammatica gaan beschrijven. Om een idee te geven welke zinnen we kernzinnen noemen, zeggen we dat het uitspraken zijn die in formules mogen voorkomen. Als we spreken over de verzameling van alle x die aan . . . voldoen, mag op de stippeltjes een kernzin staan. Hieruit zien we dat de volgende zin geen kernzin is: 'Daar $x > 5$ is $\log x > 0$ en dus $x \in V$ '.

Contextaangevende zinnen zeggen dat er een letter wordt ingevoerd (bijv. 'laat k een geheel getal voorstellen') of een onderstelling wordt gemaakt (bijv. 'we onderstellen dat . . .', en op de stippeltjes komt de een of andere kernzin).

Definiërende zinnen voeren een nieuw symbool of een nieuw woordgebruik in, omschreven in termen van bestaande begrippen. Bijv.: 'we korten $\frac{1}{2}(a + b + c + d)$ af tot s ', 'een priemgetal is een geheel getal dat geen echte delers heeft'.

Argumenterende zinnen doen beweringen die met argumenten gestaafd worden. Bijv.: 'Door stelling 25 toe te passen op driehoek PQA zien we dat . . .' en op die stippeltjes komt er een kernzin.

Overige zinnen. Hieronder valt een grote hoeveelheid materiaal van zeer verscheiden aard. Sommige zinnen hebben tot doel aan te geven wat de schrijver van plan is ('Deze stelling zal in het volgende hoofdstuk een rol gaan spelen'). Er zijn zinnen die kernzinnen op vage wijze omschrijven ('Hetzelfde geldt voor driehoek PQR ') of gehele stukken tekst vervangen ('een dergelijk bewijs kan voor het geval $p < 0$ gegeven worden'). Dan zijn er nog opgaven ('bereken q ', 'bewijs dat $t > 3$ '), soms in de vorm van een vraag ('Is $a + b > 0$?').

5. Met de rubriek 'overige zinnen' zullen we ons niet bezighouden. Laten we ze maar niet tot WOT rekenen, al bevatten ze dan ook vaak weer formuleire stukken of stukken die kernzinnen zijn. Ook de 'argumenterende zinnen' zullen we voorlopig buitensluiten. We kunnen ons op het standpunt stellen dat een zin als 'uit stelling 25 volgt $a < b$ ' moet worden vervangen door de kernzin ' $a < b$ ' met een voetnoot die zegt dat dit uit stelling 25 volgt.

6. Over contextaangevende zinnen is in ons vorige stukje 'Wees contextbewust in WOT' het een en ander gezegd. Het is belangrijk daarvoor een goed spraakgebruik te hebben, maar grammaticale moeilijkheden komen er niet aan te pas.

7. Moeilijker zijn de definiërende zinnen. Hoe moet een definitie worden gebouwd. Mag je zomaar alles definiëren?

Merk eerst op dat definiërende zinnen er vaak als kernzinnen uitzien. Met 'Een ruit is een vierhoek' is geen definitie bedoeld, maar met 'Een ruit is een parallellogram waarvan de diagonalen loodrecht op elkaar staan' misschien wél. Het

is verstandig af te spreken dat definiërende zinnen duidelijk als zodanig herkenbaar moeten zijn (het voorplaatsen van de aankondiging 'definitie' is afdoende, maar er zijn ook andere middelen).

8. Wanneer we een groot aantal definities bekijken valt het op dat er verschillende soorten zijn. We onderscheiden er vier.

a. *Naamsdefinities*. Een nieuwe naam of een nieuw symbool wordt ingevoerd: 'Het snijpunt van de zwaartelijnen van driehoek ABC wordt het zwaartepunt van die driehoek genoemd'. De nieuwe naam is 'het zwaartepunt van driehoek ABC '. Het valt op dat er *parameters* A, B, C zijn. Later kan ook met andere letters P, Q, R de naam 'het zwaartepunt van driehoek PQR ' worden gehanteerd. Men kan zeggen dat de definitie gegeven is in de context 'laat ABC een driehoek zijn'. (Nog lang kan ruzie gemaakt worden over de vraag of hier één dan wel drie variabelen zijn opgevoerd).

In dit voorbeeld bestond de naam uit een stel woorden, maar het kan evengoed een letter zijn (bijv. 'de halve omtrek van een cirkel met straal 1 stellen we door π voor'), eventueel met aangeplakte variabelen (' $x^2 - xy + y$ korten we af tot $f(x, y)$ ').

b. *Substantiefdefinitie*. Een nieuw substantief wordt ingevoerd (of aan een bekend substantief uit de 'volkstaal' wordt een wiskundige betekenis gegeven). Men kan woorden definiëren, zoals 'ruit', 'cirkel', maar ook een groep van meer woorden kan als substantief worden ingevoerd: 'kwadratische vorm', 'grote cirkel' (op een bol), 'loodlijn op m ', 'deler van k '.

c. *Kernzindefinitie*. Hier wordt een kernzin (meestal met parameters) ingevoerd, die nog niet eerder betekenis had. Voorbeeld: 'We zeggen dat $a \equiv b \pmod{m}$ als $a - b$ deelbaar is door m '. De nieuwe kernzin is ' $a \equiv b \pmod{m}$ '. Een ander voorbeeld: 'We zeggen dat a en b onderling ondeelbaar zijn als ...'. Hier is ' a en b zijn onderling ondeelbaar' de nieuwe kernzin.

d. *Adjectiefdefinitie*. Nu wordt een nieuw adjectief ingevoerd. 'Een geheel getal heet even wanneer het deelbaar is door 2'. Hierin is 'even' het nieuwe adjectief. Daardoor is bijv. het nieuwe substantief 'even getal' bruikbaar geworden zonder dat daar weer een definitie voor nodig is.

9. Zijn er geen andere typen van definities dan deze vier? En zijn deze vier echt verschillend? Dat is maar een kwestie van opvatting; zolang de taal niet keihard vastligt is het niet zo duidelijk. Men kan bijvoorbeeld volhouden dat adjectiefdefinities verkapte substantiefdefinities zijn: invoering van het adjectief 'even' dient eigenlijk alleen maar om het substantief 'even getal' in te voeren, want ook de zin ' k is even' is met dat substantief te beschrijven. Waarom we dan de adjectiefdefinitie afzonderlijk hebben genoemd? Omdat adjectieven zo gemakkelijk hanteerbaar en ook stapelbaar zijn ('gelijkbenige rechthoekige driehoek'). We zeggen ook gemakkelijker 'mijn fiets is groen' dan 'mijn fiets is een groenfiets'.

10. Het klassificeren van definities leidt ertoe dat we ook maar vier grammaticale categorieën hanteren:

- a. Namen.
- b. Substantieven.
- c. Kernzinnen.
- d. Adjectieven.

De grammatica kan nu heel eenvoudig worden, althans in vergelijking met gewone taalkundige grammatica. We behoeven niet te zeggen hoe een kernzin gebouwd is, want kernzinnen worden via definities ingevoerd en later eenvoudig herhaald, met namen ingevuld voor de parameters. We hebben ten aanzien van die gedefiniëerde zinnen alleen de plicht ervoor te zorgen dat ze duidelijk herkenbaar zijn, ook nog nadat voor de parameters langere namen zijn ingevuld. We laten ze meestal een beetje lopen als zinnen in de huis-tuin-en-keukentaal, dat heeft allerlei voordelen, maar een plicht is het niet. Als de zin geheel formu- lair is hebben we met gewone taal trouwens ook niets te maken!

Naast de mogelijkheid om via definities nieuwe kernzinnen te maken, zijn er nog een aantal regels (zie §14) die aangeven hoe uit aanwezige bestanddelen nieuwe zinnen kunnen worden gebouwd.

11. Kernzinnen vormen de harde kern van WOT, maar wie een wiskundeboek openslaat, komt heel weinig zinnen tegen die in hun geheel kernzinnen zijn. Voor een deel is dat gekomen doordat het lelijk gevonden werd om zinnen met een formule te beginnen. Daarom zet men vaak in het begin van een zin informatie over de afleiding. Soms is dat nogal inhoudloos: 'we zien nu dat . . .', 'we have . . .'. Dat zijn aanwensels van hetzelfde soort als 'met twee woorden spreken', 'het mooie handje geven'.

12. We zeiden al dat we niet hoeven te zeggen hoe kernzinnen eruit zien, want het zijn eenvoudig de zinnen die we in zinsdefinities believe te schrijven. Maar om precies dezelfde reden behoeven we ook niet te zeggen hoe namen, substantieven en adjectieven eruit zien. Alleen: deze onverschilligheid legt ons wél de plicht op ervoor te zorgen dat bij definiërende zinnen duidelijk blijkt welk van de vier soorten definities bedoeld is.

Helemaal vrij om te definiëren wat we willen zijn we ook weer niet. We moeten denken aan de ontleedbaarheid: het moet van elk stukje WOT onomstotelijk vaststaan op welke definities het een en ander terug te voeren is. Dit maakt dat we niet mogen toestaan dat eenzelfde ding twee keer wordt gedefiniëerd, of dat er iets wordt gedefiniëerd dat via vastgelegde WOT-constructies al interpreteerbaar was. (Voorbeeld: je mag niet 'a is niet groter dan b' definiëren als je al eerder had gedefiniëerd wat 'a is groter dan b' betekent).

13. Discussies over een taal kunnen niet altijd in de taal zelf worden gehouden, daarvoor heeft men de zg. metataal. De taal waarin we WOT bespreken zullen we METAWOT noemen. Schrijvende in METAWOT zullen we de zinnen en zinsdelen uit WOT door letters voorstellen. Kernzinnen zullen we voorstellen door ζ , ζ_1 , ζ_2 , . . . , substantieven door β , β_1 , β_2 , . . . , adjectieven door θ , θ_1 , θ_2 , . . . , en namen door Latijnse letters.

In WOT zelf is het heel gebruikelijk om letters (en langere formules) als namen te hebben, en in het deel van WOT dat men 'logica' noemt zijn ook kernzinnen letters of formules. Bij substantieven is zo iets niet gebruikelijk, maar WOT wordt bruikbaar wanneer we het wél gaan doen. (Er zijn sporen van aanwezig: algebraïci korten vaak lange substantieven af, bijv. 'commutatieve ring met eenheidselement' tot 'CRME'. En er is 'plat WOT' waarin men spreekt over 'een y ' als men bedoeld 'een reëel getal' in een geval waarin y de voor de hand liggende letter is).

In METAWOT zullen we het teken $::$ gebruiken voor 'is een'. We schrijven bijv. $\zeta ::$ kernzin, $\beta ::$ substantief, $\theta ::$ adjectief, $a + b ::$ naam.

14. We geven nu een paar voorbeelden van taalregels.

(i) Als $a ::$ naam en $\beta ::$ substantief dan is

$$a \text{ is een } \beta \quad :: \quad \text{kernzin.} \quad (1)$$

We zullen zo'n kernzin een *typeringszin* noemen, en door $a : \beta$ voorstellen. Dus $3 : \text{positief getal}$, $\pi : \text{reëel getal}$, enz. De formulering van (1) is oppervlakkig, want we willen $a : \beta$ alleen als kernzin toelaten wanneer er een substantief β_1 is waarbij al vaststaat dat $a : \beta_1$ en dat elke β een β_1 is.

(ii) Als $\beta ::$ substantief dan is

de klasse van alle β 's $::$ naam.

Laat ons het linkerlid door β^\dagger voorstellen. Dus $\mathbb{R} = (\text{reëel getal})^\dagger$, enz. De omgekeerde pijl kunnen we gebruiken om uit de klasse het substantief te maken, bijv. $\text{establishment}^\dagger = \text{lid van het establishment}$. We kunnen nu in plaats van $a : \beta$ ook schrijven $a \in \beta^\dagger$ en in plaats van $a \in K$ ook $a : K^\dagger$. Dit laatste maakt dat we met gemak substantieven in formules kunnen gebruiken. We hoeven niet eerst een letter voor de klasse in te voeren, maar kunnen met het substantief blijven werken. Voorbeeld:

$\forall_s : \text{parabool} \dots$

en op de stippeltjes staat bijvoorbeeld dat de as van s loodrecht staat op de top-raaklijn.

(iii) Als $\alpha ::$ substantief, en als de klasse α^\dagger precies één element heeft, dan is

de $\alpha \quad :: \quad \text{naam}$

(als α onzijdig is zeggen we natuurlijk 'het α '). Voorbeeld: de positieve wortel van $x^5 + x = 1$. Overigens ziet men hoe verwarrend WOT kan zijn, want veel namen die met 'de' beginnen zijn op andere wijze gevormd. In 'de som van a en b ' is 'som van a en b ' geen substantief! De naam 'de som van a en b ' is in een definitie ingevoerd, en kan in WOT dan ook niet grammaticaal worden ontleed.

(iv) Als ζ :: kernzin dan is

niet ζ :: kernzin.

(v) Als ζ_1 :: kernzin en ζ_2 :: kernzin dan is

als ζ_1 dan ζ_2 :: kernzin.

15. In §14 deden we maar een greepje uit de taalregels. De meer interessante regels zijn degene waarbij gebonden variabelen een rol spelen, maar daar gaan we nu niet op in. Alleen merken we op dat het constructies zijn die in de gewone taal met dingen als betrekkelijke voornaamwoorden worden uitgedrukt.

16. Met onze notatie kunnen we nu heel snel zeggen wat contextaangevende zinnen zijn. Er zijn twee soorten. Als ζ :: kernzin dan is

Onderstel ζ

een contextaangevende zin. En als β :: substantief, en x een beschikbare letter, dan is

Zij $x : \beta$

een contextaangevende zin. Die kan ook geschreven worden als: 'laat x een β zijn'. Binnen de nu geopende context fungeert x als een naam.

17. In §2 spraken we al over het omwerken van WOT tot redelijk proza. Daarbij kunnen we dingen doen die we desgewenst ook wel tot taalregels van WOT zouden kunnen maken. Opvallend is de terminologie gekoppeld aan *bezit*. Als bijvoorbeeld eenmaal het substantief 'buigpunt van een algebraïsche kromme K ' is ingevoerd, kan men later zonder verdere toelichting spreken over 'kromme met drie buigpunten', ' K heeft een buigpunt', 'haar buigpunten' (O arme Nederlanders met hun eeuwige angst om het verkeerde geslacht te gebruiken!).

18. Het gangbare WOT heeft veel schoonheidsfouten. Denk aan de verwarrend vele verschillende constructies waarin het simpele woordje 'is' optreedt. En aan de vele constructies met onbepaald lidwoord. We moeten vaststellen dat 'een punt' in WOT niet als naam fungeert, maar als onderdeel van iets als een existentieuitspraak of universele uitspraak. Veel constructies met onbepaald lidwoord zijn alleen voor de goede verstaander duidelijk. Het zou verstandig zijn om WOT wat op te kalefateren. Wat oude constructies eruit, wat nieuwe erin, om zo tot een vlekkeloze taal te komen. Laten we een dergelijk schone taal WOT* noemen. Het is nog te vroeg om die helemaal vast te leggen, maar niet te vroeg om er eisen voor te formuleren: redelijk klinkend, gemakkelijk schrijven leesbaar, glashelder, vrij van dubbelzinnigheden. Zouden we dit ooit bereiken? Natuurlijk niet, daarvoor zijn die eisen te subjectief. Maar we zijn op de goede weg: het WOT van vandaag is duidelijk helderder dan dat van een eeuw

geleden. Jammer is alleen dat de wiskundige parvenu direct van 'plat WOT' overgegaan is naar 'bekakt WOT'. Dit laatste is gekenmerkt door overmatig gebruik van logische en verzamelingstheoretische notaties op plaatsen waar dat best gemist kan worden.

Voor onderwijsdoeleinden is het van groot belang aandacht te geven aan de vertaling van volkstaal naar correct WOT. Het bekakte WOT helpt daar niet veel bij. Als men op tijd een beetje energie in WOT had gestoken was die behoefte aan verzamelingstaal er misschien nooit gekomen!

Gefeliciteerd

Op 14 september is Fred Goffree, lid van de redactie van EUCLIDES, gepromoveerd tot doctor in de sociale wetenschappen op een proefschrift, getiteld: Leren onderwijzen met wiskobas, onderwijsontwikkelingsonderzoek 'Wiskunde en Didaktiek' op de pedagogische akademie.

Een uitgebreide bespreking hopen wij in de loop van deze jaargang op te nemen.

Eén stelling (niet de laatste) willen wij u niet onthouden:

Het onderwijs in de statistiek, waar geen gebruik gemaakt mag worden van rekenmachientjes, is vergelijkbaar met schrijfonderwijs, waarbij het gebruik van een vulpen of balpen niet is toegestaan.

Wij wensen Fred van harte geluk met deze promotie.

De redactie

De Internationale Wiskunde Olympiade 1979

Twee Nederlanders hebben een prijs behaald bij de 21e Internationale Wiskunde Olympiade 1979 te Londen. Freek Wiedijk uit Den Burg kreeg een tweede prijs, en Jan Koen Annot uit Veenendaal een derde prijs. Aan deze Olympiade namen 166 leerlingen van het V.W.O. uit 23 landen deel. De leerlingen kregen in twee zittingen van 4 uren in totaal 6 wiskundige vraagstukken voorgelegd. De wedstrijd vond plaats in het Westfield College van de University of London op 2 en 3 juli 1979. Elke deelnemer kon maximaal 40 punten behalen. De 8 deelnemers met 37-40 punten ontvingen een eerste prijs, de 32 scholieren met 29-36 punten een tweede, en de 42 deelnemers met 20-28 punten kregen een derde prijs. Een scholier uit Vietnam ontving een schoonheidsprijs voor zijn oplossing van opgave 3.

De resultaten van de Nederlandse deelnemers waren: Jan Koen Annot 22 punten, Harry Bruning 10 punten, Jos van der Bijl 17 punten, Hugo Cramer 18 punten, Carel Faber 11 punten, Payl Louis Iske 8 punten, Jan Luuk Roelfsema 11 punten en Freek Wiedijk 33 punten. In het officieuze landenklassement kwam Nederland met 130 punten op de 16e plaats. Dit klassement werd aangevoerd door de Sovjet Unie (267 punten), Roemenië (240 punten) en West Duitsland (235 punten).