A continuous flow model for three production units in series with buffers

A CONTINUOUS FLOW MODEL FOR THREE PRODUCTION UNITS IN SERIES WITH BUFFERS

M.B.M. de Koster
J. Wijngaard

Report ARW 03 THE BDK/ORS/85/02
Eindhoven University of Technology
Department of Industrial Engineering
P.O. Box 513
5600 MB EINDHOVEN

ABSTRACT

In this paper we study a three-stage production line with intermediate buffers. The goods flow is supposed to be continuous and the production rates of the individual machines may be different. Each production unit may be subject to stochastic failure and repair. Lifetimes and repairtimes are exponentially distributed. The average line production rate is calculated for some cases. Furthermore we prove some production lines can be reduced to simpler two-stage systems.

A CONTINUOUS FLOW MODEL FOR THREE PRODUCTION UNITS IN SERIES WITH BUFFERS

1. Introduction

In Wijngaard (1979) a technique is introduced for analytically treating two production units in series with interstage buffer storage. In that model the goods flow is supposed to be continuous and the production units are subject to stochastic failure and repair.

In this paper we will apply the same techniques in order to obtain some results concerning the three stage production line. This technique uses regeneration points. The idea behind this is, that the average output rate of a production line can be written as the quotient of the expected production per cycle and the expected cycle length, where a cycle is defined as the time between subsequent regenerations.

In section 2 we work out the model. It will appear that in the general case (that is all machines behave stochastically and all machine speeds are different) partial differential equations are involved, which cannot be solved analytically. However, in section 3 we show that in case two production units never fail and only one production unit breaks down from time to time, the expected output rate can be calculated in some cases. As an example we will work out in section 4 the case where only the second production unit in the line is subject to failure and repair. Finally, in section 5 we discuss the case where exactly two production units break down from time to time.

2. Model of the production line

The three stage production line subject of our study in this paper, is shown in figure 2.1.

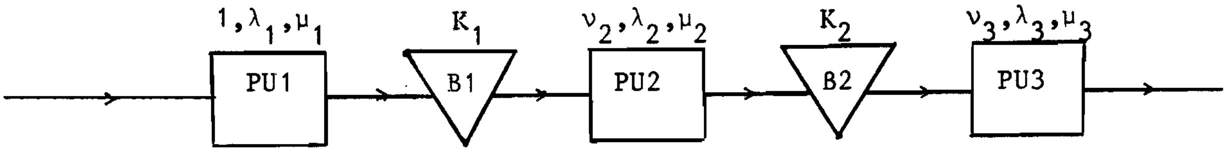

Fig. 2.1.

We suppose production is continuous, with different production rates. The production rate of production unit i (PUi) is ν_i (i = 1,2,3). The unit of time is chosen such that $\nu_1 \equiv 1$. The PU's are subject to machine failure; the time to the first failure for PUi is exponentially distributed with parameter λ_i. We assume failures to be time dependent, that is, they can also occur when the station is forced not to run or to run at a lower speed. For operation dependent failures the analysis can be carried out quite similarly. Since failure rates will only change in case a machine is blocked or starved, only the boundary conditions will change. For a discussion on failures with operation dependent or time dependent cause see Buzacott and Hanifin (1978).

Duration of repair of a PU which is broken down is also exponentially distributed, with parameter μ_i, respectively. We suppose PU1 is never starved, that is, it has always items to work on. In a similar way PU3 is never blocked by lack of storage capacity for finished items.

Now suppose PUi is working with rate ν_i, buffer (i-1) (B(i-1)) is empty and $\nu_i > \nu_{i-1}$ (i=2,3), then PUi has to slow down to rate ν_{i-1}, if PU(i-1) is working. If PU(i-1) is down then PUi is forced down. In the same way if $\nu_i > \nu_{i+1}$ and Bi is occupied (i=1,2), then PUi has to slow down to rate ν_{i+1}, if PU(i+1) is working. Otherwise, if PU(i+1) is down, then PUi is forced down. The capacities of the buffers are K_1 and K_2, respectively.

For this model, the state of the system can be described completely by the quintuple (a,b,c,x,y). The meaning of (1,0,1,x,y) for instance is that PU1 is up, PU2 is under repair because of a failure, PU3 is up, the inventory level in B1 is x and in B2 y. Of course $x \in [0,K_1]$,

$y \in [0,K_2]$. The different machine states are defined as in table 2.2.

state / PU	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	1	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	0	1	1	0	1

Table 2.2 Possible machine states

Now let $\alpha_i(x,y)$ be the cost rate in machine state i, given that the inventory level in B1 is x and in B2 is y (i=1,...,8). If $\alpha_i(x,y) = 1$, for all $x \in [0,K_1]$ and $y \in [0,K_2]$, then the expected cost per cycle, C_T, equals the expected cycle length, T. If $\alpha_i(x,y)$ equals the real net production rate of PU3 in machine state i, with inventory levels x and y, respectively, then C_T equals the expected production per cycle, P_T. P_T/T is the net production rate of the line.

In order to calculate C_T we define

$f_i(x,y)$ = expected cost till the end of the cycle, if we are now in machine state i, with inventory levels x and y, respectively.

The f_i's are differentiable functions on their domain. Now C_T can be expressed in the functions f_i, depending on the regeneration point we choose. For instance, if we choose for a certain parameter setting the regeneration point to be (0,0,1,0,0), then

$$C_T = \frac{\alpha_3(0,0)}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3} + \frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3} f_5(0,0) + \frac{\mu_2}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3} f_6(0,0) + \frac{\lambda_3}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3} f_7(0,0)$$

Here $\frac{1}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3}$ is the expected duration of a stay in (0,0,1,0,0) and, for instance, $\frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\lambda_3}$ is the conditional probability of a transition to state (1,0,1,0,0). However, the choice of a correct regeneration point is of crucial importance, since a transient point will lead to an incorrect net production rate. The choice depends on the parameters of the PU's.

By distinguishing between the cost in a certain small time interval and the cost during the rest of the cycle, we can deduce the following system of dynamic programming equations for the f_i's. We neglect some terms of $o(\Delta)$.

$$f_1(x,y) = \alpha_1(x,y)\,\Delta + (1-\lambda_1\Delta)\,(1-\mu_2\Delta)\,(1-\mu_3\Delta)\,f_1\,(x+\Delta,y) +$$
$$+\,\lambda_1\,\Delta(1-\mu_2\Delta)\,(1-\mu_3\Delta)\,f_7\,(x,y) + (1-\lambda_1\Delta)\,(1-\mu_2\Delta)\,\mu_3\,\Delta\,f_5\,(x+\Delta,y-\nu_3\Delta)$$
$$+\,(1-\lambda_1\Delta)\,\mu_2\,\Delta(1-\mu_3\Delta)\,f_4\,(x+(1-\nu_2)\,\Delta,y+\nu_2\Delta)$$

By letting $\Delta \to 0$ we obtain

$$-f_{1x}\,(x,y) = \alpha_1(x,y) - (\lambda_1+\mu_2+\mu_3)\,f_1\,(x,y) + \lambda_1\,f_7\,(x,y) + \mu_2\,f_4\,(x,y) +$$
$$+\,\mu_3\,f_5\,(x,y),\ x\in[0,K_1),\ y\in[0,K_2] \tag{2.1}$$

where $f_{1x}\,(x,y)$ is shorthand for $\frac{\partial f_1}{\partial x}\,\big|\,(x,y)$.

In the same way we have

$$\nu_2\,f_{2x}\,(x,y) - \nu_2\,f_{2y}\,(x,y) = \alpha_2\,(x,y) - (\lambda_2+\mu_1+\mu_3)\,f_2\,(x,y) +$$
$$+\,\lambda_2\,f_7\,(x,y) + \mu_1\,f_4\,(x,y) + \mu_3\,f_6\,(x,y),$$
$$x\in(0,K_1],\ y\in[0,K_2) \tag{2.2}$$

$$\nu_3\,f_{3y}\,(x,y) = \alpha_3\,(x,y) - (\lambda_3+\mu_1+\mu_2)\,f_3\,(x,y) +$$
$$+\,\mu_1\,f_5\,(x,y) + \mu_2\,f_6\,(x,y) + \lambda_3\,f_7\,(x,y),$$
$$x\in[0,K_1],\ y\in(0,K_2] \tag{2.3}$$

$$(\nu_2-1)\,f_{4x}\,(x,y) - \nu_2\,f_{4y}\,(x,y) = \alpha_4\,(x,y) - (\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)\,f_4\,(x,y) +$$
$$+\,\lambda_1\,f_2\,(x,y) + \lambda_2\,f_1\,(x,y) + \mu_3\,f_8\,(x,y),$$
$$x\in(0,K_1),\ y\in[0,K_2) \tag{2.4}$$

if $\nu_2 \le 1$, then (2.4) also holds for $x = 0$,
if $\nu_2 \ge 1$, then (2.4) also holds for $x = K_1$.

$$-f_{5x}\,(x,y) + \nu_3\,f_{5y}\,(x,y) = \alpha_5\,(x,y) - (\lambda_1+\mu_2+\lambda_3)\,f_5\,(x,y) +$$
$$+\,\lambda_1\,f_3\,(x,y) + \mu_2\,f_8\,(x,y) + \lambda_3\,f_1\,(x,y),$$
$$x\in[0,K_1),\ y\in(0,K_2] \tag{2.5}$$

$$\nu_2 f_{6x}(x,y) + (\nu_3-\nu_2) f_{6y}(x,y) = \alpha_6(x,y) - (\mu_1+\lambda_2+\lambda_3) f_6(x,y) + \\ + \mu_1 f_8(x,y) + \lambda_2 f_3(x,y) + \lambda_3 f_2(x,y), \\ x\in(0,K_1],\ y\in(0,K_2) \qquad (2.6)$$

if $\nu_2 \geq \nu_3$, then (2.6) also holds for $y = 0$,
if $\nu_2 \leq \nu_3$, then (2.6) also holds for $y = K_2$.

$$0 = \alpha_7(x,y) - (\mu_1+\mu_2+\mu_3) f_7(x,y) + \\ \mu_1 f_1(x,y) + \mu_2 f_2(x,y) + \mu_3 f_3(x,y), \\ x\in[0,K_1],\ y\in[0,K_2] \qquad (2.7)$$

$$(\nu_2-1) f_{8x}(x,y) + (\nu_3-\nu_2) f_{8y}(x,y) = \alpha_8(x,y) - (\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3) f_8(x,y) + \\ \lambda_1 f_6(x,y) + \lambda_2 f_5(x,y) + \lambda_3 f_4(x,y), \\ x\in(0,K_1),\ y\in(0,K_2) \qquad (2.8)$$

if $\nu_2 \geq 1$, then (2.8) also holds for $x = K_1$,
if $\nu_2 \leq 1$, then (2.8) also holds for $x = 0$,
if $\nu_2 \geq \nu_3$, then (2.8) also holds for $y = 0$,
if $\nu_2 \leq \nu_3$, then (2.8) also holds for $y = K_2$.

It is straightforward to derive the boundary conditions for these equations. For instance, the boundary conditions for equation (2.4) are as follows.
For $x\in[0,K_1)$, $y = K_2$ we have

$$-f_{4x}(x,K_2) = \alpha_4(x,K_2) - (\lambda_1+\lambda_2+\mu_3) f_4(x,K_2) + \\ + \lambda_1 f_2(x,K_2) + \lambda_2 f_1(x,K_2) + \mu_3 f_8(x,K_2) \qquad (2.4a)$$

For $x = K_1, y = K_2$ we have

$$0 = \alpha_1(K_1,K_2) - (\lambda_1+\lambda_2+\mu_3) f_4(K_1,K_2) + \\ + \lambda_1 f_2(K_1,K_2) + \lambda_2 f_1(K_1,K_2) + \\ + \mu_3 f_8(K_1,K_2) \qquad (2.4b)$$

Furthermore, for $\nu_2 \geq 1$, $x = 0$, $y \in [0,K_2)$ we have

$$\begin{aligned} -f_{4y}(0,y) = {} & \alpha_4(0,y) - (\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)\, f_4(0,y) + \\ & + \lambda_1 f_2(0,y) + \lambda_2 f_1(0,y) + \\ & + \mu_3 f_8(0,y) \end{aligned} \tag{2.4c}$$

For $\nu_2 \leq 1$, $x = K_1$, $y \in [0,K_2)$ we have

$$\begin{aligned} -\nu_2 f_{4y}(K_1,y) = {} & \alpha_4(K_1,y) - (\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)\, f_4(K_1,y) + \\ & + \lambda_1 f_2(K_1,y) + \lambda_2 f_1(K_1,y) + \\ & + \mu_3 f_8(K_1,y) \end{aligned} \tag{2.4d}$$

However, depending on the regeneration point we choose, one of these boundary conditions may have to be exchanged against the condition that the corresponding f_i has to be continuous in the regeneration point.

By substituting equation (2.7) in (2.1) - (2.8) we obtain

$$A\, \underline{f}_x(x,y) + B\, \underline{f}_y(x,y) = \underline{c}(x,y) + C\, \underline{f}(x,y),$$

where $\underline{f}(x,y)$ is the vector $(f_1(x,y), f_2(x,y), \ldots, f_6(x,y), f_8(x,y))^T$, $\underline{c}(x,y)$ is the vector $\left(\alpha_1(x,y) + \frac{\lambda_1}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}\alpha_7(x,y),\ \alpha_2(x,y) + \frac{\lambda_2}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}\alpha_7(x,y),\ \alpha_3(x,y) + \frac{\lambda_3}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}\alpha_7(x,y),\ \alpha_4(x,y),\ \alpha_5(x,y),\ \alpha_6(x,y),\ \alpha_8(x,y)\right)^T$.

A is the diagonal matrix with diagonal elements $(-1, \nu_2, 0, \nu_2-1, -1, \nu_2, \nu_2-1)$, B is the diagonal matrix with diagonal elements $(0, -\nu_2, \nu_3, -\nu_2, \nu_3, \nu_3-\nu_2, \nu_3-\nu_2)$ and $\mathcal{C}$ is

$$\begin{bmatrix} -\mu_2-\mu_3-\frac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}-\frac{\lambda_1\mu_3}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \frac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \frac{\lambda_1\mu_3}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \mu_2 & \mu_3 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & -\mu_1-\mu_3-\frac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}-\frac{\lambda_2\mu_3}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \frac{\lambda_2\mu_3}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \mu_1 & 0 & \mu_3 & 0 \\ \frac{\lambda_3\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & \frac{\lambda_3\mu_2}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & -\mu_1-\mu_2-\frac{\lambda_3\mu_1}{\mu_1+\mu_2+\mu_3}-\frac{\lambda_3\mu_2}{\mu_1+\mu_2+\mu_3} & 0 & \mu_1 & \mu_2 & 0 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 0 & -\lambda_1-\lambda_2-\mu_3 & 0 & 0 & \mu_3 \\ \lambda_3 & 0 & \lambda_1 & 0 & -\lambda_1-\lambda_3-\mu_2 & 0 & \mu_2 \\ 0 & \lambda_3 & \lambda_2 & 0 & 0 & -\lambda_2-\lambda_3-\mu_1 & \mu_1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 & -\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3 \end{bmatrix},$$

In case A (B) is regular and $A^{inv}\,B\,(B^{inv}A)$ has 7 real eigenvalues and a full set of 7 linearly independent row eigenvectors, the system may be reduced to a system of 7 ordinary differential equations, which may be solved. For more details see Garabedian (1964). However, since A, B and C are all singular matrices it is very hard to give a general solution for this system. Therefore we will restrict ourselves to somewhat less complicated, but analytically solvable, systems.

3. Two production units perfect, one production unit stochastic

One of the first results on the average output rate of a two-stage production line, consisting of two stochastic (that is: subject to failure and repair) machines separated by a buffer, and working with the same speed, was obtained by Finch (see Koenigsberg (1959)). These results were generalised for PU's with different speeds by Wijngaard (1979).

In this and the next two sections we simplify the three-stage production line, by assuming one or more PU's are perfect. We first suppose exactly one PU is stochastic, the other two are perfect.

To obtain the net average output rate we in general have to distinguish between the thirteen possibilities for the machine speeds as represented in table 3.1.

<table>
<tr><th>ν_2 \ ν_3</th><th>$\nu_3 < 1$</th><th>$\nu_3 = 1$</th><th>$\nu_3 > 1$</th></tr>
<tr><td rowspan="3">$\nu_2 < 1$</td><td>$\nu_2 < \nu_3$</td><td rowspan="3">$\nu_2 < \nu_3$</td><td rowspan="3">$\nu_2 < \nu_3$</td></tr>
<tr><td>$\nu_2 = \nu_3$</td></tr>
<tr><td>$\nu_2 > \nu_3$</td></tr>
<tr><td>$\nu_2 = 1$</td><td>$\nu_2 > \nu_3$</td><td>$\nu_2 = \nu_3$</td><td>$\nu_2 < \nu_3$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$\nu_2 > 1$</td><td rowspan="3">$\nu_2 > \nu_3$</td><td rowspan="3">$\nu_2 > \nu_3$</td><td>$\nu_2 < \nu_3$</td></tr>
<tr><td>$\nu_2 = \nu_3$</td></tr>
<tr><td>$\nu_2 > \nu_3$</td></tr>
</table>

Table 3.1 Different possibilities for the machine speeds

However, depending on which PU is the stochastic one, many of these cases can be dealt with in the same way. Some of the cases can be reduced, as far as the average output rate is concerned, to a two-stage production line with one perfect machine. This is a special case of the model of Wijngaard (1979), with $\lambda_i = 0$ for some $i \in \{1,2,3\}$. We first will give some examples.
Suppose PU2 is stochastic with parameters λ_2 and μ_2 and $1 \geq \nu_2$, $\nu_2 \leq \nu_3$. PU1 and PU3 are not subject to machine failures. After some time B1 will be occupied and will remain filled. Then PU2 and PU3 can operate independent of PU1. Since B2 always remains empty the expected output per unit of time will be $\nu_2 \cdot \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2}$. If $1 \geq \nu_2 \geq \nu_3$, then again B1 will be occupied after some time and the system will operate effectively as a system consisting of PU2, B2 and PU3 alone. It can be analysed by methods of Wijngaard (1979), by setting $\lambda_3 = 0$ $(=\lambda_1)$. The case $\nu_3 = 1 < \nu_2$ will be treated in section 4. The case $1 < \nu_2 \leq \nu_3$ can be treated by methods of Wijngaard (1979), since B2 will remain empty. We have to set $\lambda_1 = 0$ $(=\lambda_3)$. The two remaining cases $\nu_3 < 1 < \nu_2$ and $1 < \nu_3 < \nu_2$ could not be solved.

Now suppose PU3 is stochastic and PU's 1 and 2 produce constantly with rates 1 and ν_2, respectively. We will not discuss all the cases mentioned before, but suppose $\nu_3 > \nu_2 > 1$. This system can be analysed by looking at the aggregate inventory level $u := x+y$. PU3 has to slow down (to rate 1) if and only if $u = 0$. This is because the inventory level in B2 is always higher than in B1, except perhaps when B2 is filled and $K_1 > K_2$. A similar analysis is carried out in section 5. The production line will behave in the same way as a system consisting of two production units, namely PU3 and PU1, separated by a buffer of capacity $K_1 + K_2$.

4. A production line with one imperfect machine

Suppose we have a production line consisting of a number of perfect machines with speed 1 and somewhere in the line a stochastic machine with speed $\nu > 1$, immediately preceded and succeeded by a buffer. Such a line behaves exactly in the same way as our three-stage system, where PU1 and PU3 are perfect, $1 = \nu_3$, and PU2 is stochastic with $\nu_2 > 1$. We are again interested in the average line production rate.

The system of equations (2.1) - (2.8) reduces to

$$-f_{5x}(x,y) + f_{5y}(x,y) = \alpha_5(x,y) - \mu_2 f_5(x,y) + \mu_2 f_8(x,y),$$
$$x \in [0,K_1),\ y \in (0,K_2] \tag{4.1}$$

$$) f_{8x}(x,y) + (1-\nu_2) f_{8y}(x,y) = \alpha_8(x,y) - \lambda_2 f_8(x,y) + \lambda_2 f_5(x,y),$$
$$x \in (0,K_1],\ y \in [0,K_2) \tag{4.2}$$

As regeneration points we choose the states (1, 0, 1, K_1, 0). Note that if $\| (x,y) - (K_1,0) \| \to 0$, then $f_5(x,y) \to 0$. Therefore, in order to make f_5 continuous, we define $f_5(K_1,0) = 0$. (4.3)
Other boundary conditions are

$$f_{5y}(K_1,y) = \alpha_5(K_1,y) - \mu_2 f_5(K_1,y) + \mu_2 f_8(K_1,y),\ y \in (0,K_2] \tag{4.4}$$

$$-f_{5x}(x,0) = \alpha_5(x,0) - \mu_2 f_5(x,0) + \mu_2 f_8(x,0),\ x \in [0,K_1) \tag{4.5}$$

$$0 = \alpha_8(0,y) - \lambda_2 f_8(0,y) + \lambda_2 f_8(0,y),\ y \in [0,K_2] \tag{4.6}$$

$$0 = \alpha_8(x,K_2) - \lambda_2 f_8(x,K_2) + \lambda_2 f_8(x,K_2),\ x \in [0,K_1] \tag{4.7}$$

The expected cost per cycle, $C_T = \dfrac{\alpha_5(K_1,0)}{\mu_2} + f_8(K_1,0)$ (4.8)

Firstly, suppose the line is not completely balanced, that is,
$\nu_2 \cdot \dfrac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2} \neq 1$.
By dividing (4.2) by $1 - \nu_2$ and then subtracting (4.1) from (4.2) we obtain

$$-(f_{8x}(x,y) - f_{5x}(x,y)) + (f_{8y}(x,y) - f_5(x,y)) = \frac{1}{1-\nu_2}(\alpha_8(x,y) +$$
$$- (1-\nu_2)\,\alpha_5(x,y)) \quad - \frac{1}{1-\nu_2}(\lambda_2 + (1-\nu_2)\,\mu_2).$$
$$(f_8(x,y) - f_5(x,y)),\ x \in (0,K_1),\ y \in (0,K_2) \tag{4.9}$$

Let the function W(.,.) be defined by $W(x,y) = f_8(x,y) - f_5(x,y)$.
The expected cost per cycle can be expressed in $W(x,y)$.
Substitution of (4.3) in (4.8) yields

$$C_T = \frac{1}{\mu_2}\left[\alpha_5(K_1,0) + \mu_2 W(K_1,0)\right] \tag{4.10}$$

In order to determine T, or P_T, we have to substitute $\alpha_5(x,y) = \alpha_8(x,y) = 1$, for all $x \in [0,K_1]$, $y \in (0,K_2]$. The general solution of (4.9) is now

$$W(x,y) = h(x+y)\, e^{-\frac{1}{1-\nu_2}(\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu)y} + \frac{\nu_2}{\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2}, \quad x \in (0,K_1),\ y \in (0,K_2) \tag{4.11}$$

where h(.) is an orbitrary function, to be determined from the boundary equations.
In case $K_2 \geq K_1$ we obtain from (4.6)

$$0 = \alpha_8(0,y) - \lambda_2 W(0,y) \qquad , y \in [0,K_2]$$

Substitution of (4.11) gives

$$h(y) = \left\{\frac{\alpha_8(0,y)(\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2) - \nu_2\lambda_2}{\lambda_2(\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2)}\right\} e^{\frac{1}{1-\nu_2}(\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2)y}, \quad y \in [0,K_2]$$

Substitution of $\alpha_5(K_1,0) = 1$, $\alpha_8(0,K_1) = 1$ in (4.10) now yields

$$T = \frac{1}{\mu_2}\left[1 + \frac{\mu_2\nu_2}{\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2} + \frac{\mu_2(1-\nu_2)(\lambda_2+\mu_2)}{\lambda_2(\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2)} e^{\frac{1}{1-\nu_2}(\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2)K_1}\right] \tag{4.12}$$

In the same way, substituting $\alpha_5(K_1,0) = 0$ and $\alpha_8(0,K_1) = 1$ in (4.10) yields

$$P_T = \frac{1}{\mu_2}\left[\frac{\mu_2\nu_2}{\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2} + \frac{\mu_2(1-\nu_2)(\lambda_2+\mu_2)}{\lambda_2(\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2)} e^{\frac{1}{1-\nu_2}(\lambda_2+(1-\nu_2)\mu_2)K_1}\right] \tag{4.13}$$

If $K_1 \geq K_2$, we use equation (4.7) to obtain

$$0 = \alpha_8 \, (x,K_2) - \lambda_2 \, W(x,K_2) \qquad x \in [0,K_1] \tag{4.14}$$

Substitution of (4.11) in this equation yields

$$h(x+K_2) = \left\{ \frac{\alpha_8(x,K_2) \, (\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2) - \lambda_2 \, \nu_2}{\lambda_2 \, (\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2)} \right\} e^{\frac{1}{1-\nu_2} (\lambda_2 + (1-\nu_2)\mu_2) K_2},$$

$$x \in [0,K_1]$$

The expressions for T and P_T obtained in this case are the same as above, except that K_1 has to be replaced by K_2. We conclude that the average line production rate depends only on the buffer with the smallest capacity.

The reason why the system of partial differential equations can be solved in this case is that the problem is actually one dimensional. In case $K_1 = K_2$ the aggregate inventory level will equal K_1 after some time and from that moment on the aggregate buffer contents will only move along the line $y = K_1-x$, $x \in [0,K_1]$. See also figure 4.1.

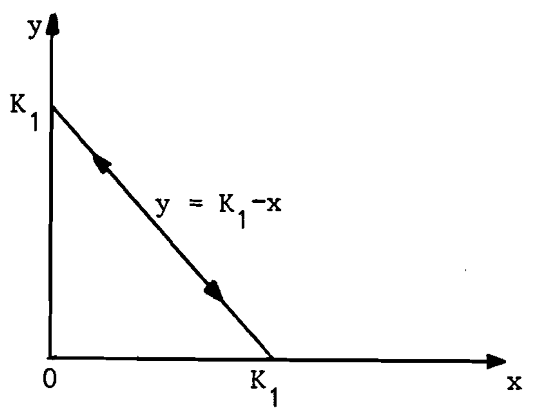

Fig. 4.1 Aggregate inventory level moving along the line $y = K_1-x$

When we check the formulas (4.12) and (4.13) for the limiting cases we find $P_T/T \to \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2}$, if $\min(K_1,K_2) \to 0$. If $\nu_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2} > 1$, then $\lim_{\min(K_1,\, K_2) \to \infty} P_T/T = 1$, if $\nu_2 \cdot \frac{\mu_2}{\mu_2+\lambda_2} < 1$, then $\lim_{\min(K_1,K_2) \to \infty} P_T/T =$
$= \nu_2 \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2}$

Now suppose $\nu_2 \cdot \frac{\mu_2}{\lambda_2+\mu_2} = 1$

From (4.1) and (4.2) we obtain, substituting $\alpha_5\ (x,y) = 1$, $\alpha_8\ (x,y) = 1$

$$-W_x\ (x,y) + W_y\ (x,y) = \frac{\nu_2}{1-\nu_2} \qquad , x\in (0,K_1),\ y\in (0,K_2) \tag{4.15}$$

The general solution of (4.15) is

$$W(x,y) = h(x+y) + \frac{\nu_2}{1-\nu_2}\, y \tag{4.16}$$

where again h(.) is an arbitrary function.
We distinguish the cases $K_1 \geq K_2$, $K_2 \geq K_1$.
If $K_2 \geq K_1$, then from (4.6) we have

$$0 = \alpha_8\ (0,y) - \lambda_2\ W(0,y) \qquad , \qquad y\in [0,K_2],$$

from which we obtain, after substition of (4.16) and $\lambda_2 = \mu_2\ (\nu_2-1)$

$$h(y) = \frac{1}{\mu_2\ (\nu_2-1)} \left[\alpha_8\ (0,y) + \mu_2\ \nu_2\ y\right] \qquad y\in [0,K_2]$$

For the average cycle time we now obtain

$$T = \frac{\nu_2}{\mu_2\ (\nu_2-1)} \left[1 + \mu_2\ K_1\right] \tag{4.17}$$

For the average production per cycle we have

$$P_T = \frac{1}{\mu_2\ (\nu_2-1)} \left[1 + \nu_2\ \mu_2\ K_1\right] \tag{4.18}$$

The formulas obtained for T and P_T in case $K_1 \geq K_2$ equal (4.17) and (4.18), respectively, except that K_1 has to be replaced by K_2.
Note that $\lim\limits_{\min (K_1,K_2) \to 0} P_T/T = \frac{1}{\nu_2}$ and $\lim\limits_{\min (K_1,K_2) \to \infty} P_T/T = 1$.

It is interesting to compare the performance of this production line, which we will denote by A, with the performance of the production lines B and C of figure 4.2.

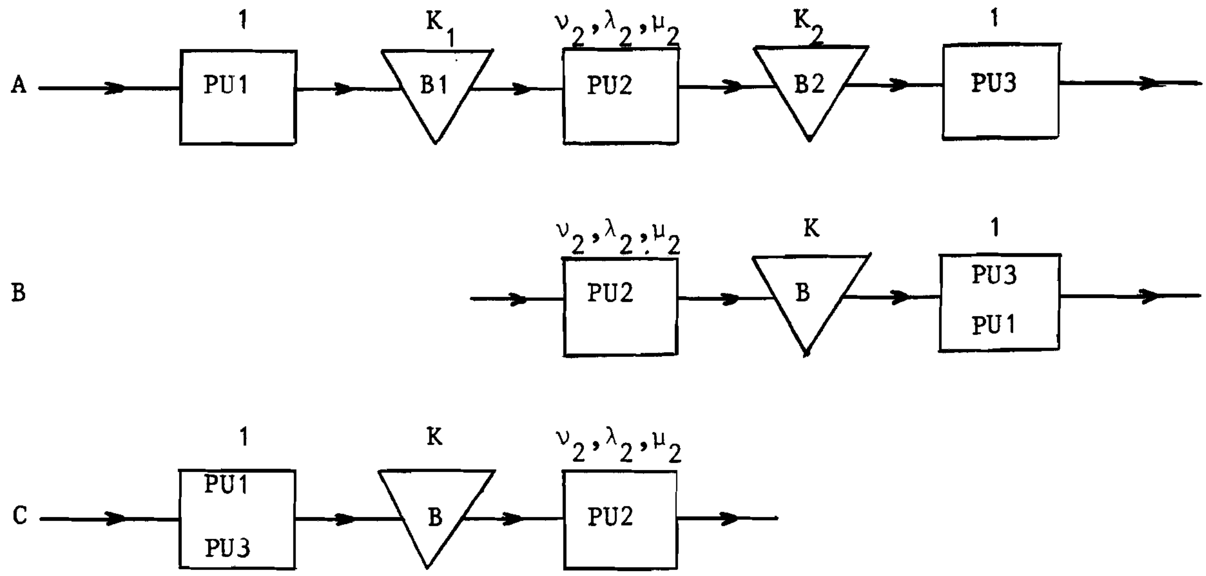

Fig. 4.2 Three production lines

We suppose, as always, that the first production unit in a line is never starved and the last production unit is never blocked. Furthermore, since the case $\nu_2 \leq 1$ is unrealistic we suppose $\nu_2 > 1$. For B and C we choose as regeneration points the entrance of the states (0,1,0) and (1,0,K) respectively. The last entry stands for the inventory level in B. After some straightforward calculations, quite similar to the calculations just done, it appears that, in case min $(K_1,K_2) = K$, for all production lines A, B and C, the expected cycle time is the same, and this also holds for the expected production per cycle!

That this indeed has to be the case can be seen as follows.
Let $a(t)$ = state of PU2 at time t, $a(t) = 1$, if PU2 is up
$a(t) = 0$, if PU2 is down.
Suppose $a(0) = 0$ and the buffer contents at time $t = 0$ is 0 for line B, and K for line C.
Let $\{(t, a(t)) | t \in \mathbb{R}_+\}$ be a stochastic realisation of PU2. The graphs of the buffer contents for lines B and C, corresponding to such a realisation, are sketched in figure 4.3. In case $K_1 = K_2 = K$ it is also the graph of the contents of B2 and B1, respectively, of line A, provided we start with B2 empty and B1 filled. The picture can easily be adapted for line A if $K = \min(K_1, K_2)$, $K_1 \neq K_2$.

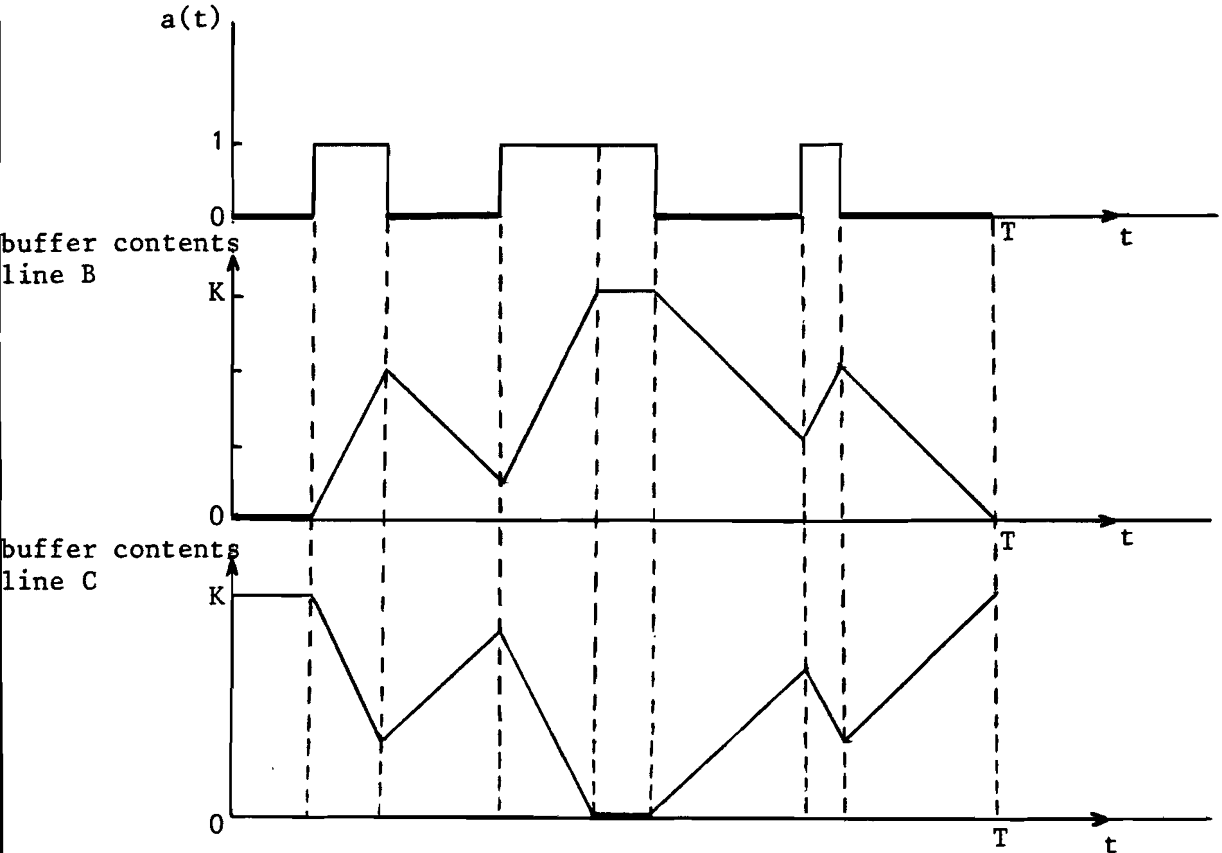

Fig. 4.3 Buffer contents for the lines B and C as function of time

We see that, because of the choice of the different regeneration points, the cycle time distribution is the same for all the production lines A, B en C.

Now the only time line B cannot produce in a cycle is when the buffer is empty and PU2 is down. The only time in a cycle line C has no input is when the buffer is filled and PU2 is down. Since this only happens once in a cycle, by definition, we see that the input distribution of line C is equal to the output distribution of line B. We see also that the input distribution of line A is equal to its output distribution (and equal to the input distribution of line C). In particular, since the average input equals the average output, per cycle, for all lines, we have that the average output per cycle is the same for all lines ($= T - \frac{1}{\mu_2}$).

For more information about the reversibility of production lines see also the paper of Muth (1979).

5. Two production units stochastic, one production unit perfect

In this section we suppose that the production rate for every PU equals 1. However, it is easy to see that some results also hold for more general cases.

If PU1 never fails and PU's 2 and 3 are stochastic, then the inventory level in B1 will increase monotonically. After the moment this inventory level equals K_1, the system will behave as a system consisting of PU2 and PU3, separated by B2, only. This system has been analysed by Wijngaard (1979).

In the same way, if only PU's 1 and 2 are stochastic, then B2 always remains empty. Therefore, since $\nu_3 = 1$, the average line output per unit of time equals the average line output per unit of time of PU1, B1 and PU2.

If PU2 is perfect and PU's 1 and 3 are stochastic the system can be analysed as follows. If x and y are the inventory levels in B1 and B2, respectively, then let $u := x+y \quad u \in [0,K_1+K_2]$. The state of the system can be described completely by the quadruple (a, 1, c, u), where a is the state of PU1, c the state of PU3. This is so, because starvation of PU3 is possible only if u = 0. Let $\beta_i(u)$ be the cost per unit of time in machine state i (for a list see table 2.2), where the aggregate inventory level equals u. The functions $g_i(u)$ are defined as the expected cost till the end of the cycle, if we are now in machine state i, with aggregate inventory level u. As regeneration points we choose (0, 1, 1, 0). Now the average cost per cycle, C_T, can be expressed as follows

$$C_T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1}\left[\beta_6\,(0) + \lambda_3\, g_2\,(0) + \mu_1\, g_8\,(0)\right]$$

To determine C_T (and T, P_T) we have to solve the following system of differential equations

$$\begin{aligned}
-g_4'\,(u) &= \beta_4\,(u) - (\lambda_1+\mu_3)\, g_4\,(u) + \lambda_1\, g_2\,(u) + \mu_3\, g_8\,(u)\,, \quad u \in [0,K_1+K_2) \\
g_6'\,(u) &= \beta_6\,(u) - (\mu_1+\lambda_3)\, g_6\,(u) + \mu_1\, g_8\,(u) + \lambda_3\, g_2\,(u)\,, \quad u \in (0,K_1+K_2] \\
0 &= \beta_2\,(u) - (\mu_1+\mu_3)\, g_2\,(u) + \mu_1\, g_4\,(u) + \mu_3\, g_6\,(u)\,, \quad u \in [0,K_1+K_2] \\
0 &= \beta_8\,(u) - (\lambda_1+\lambda_3)\, g_8\,(u) + \lambda_1\, g_6\,(u) + \lambda_3\, g_4\,(u)\,, \quad u \in [0,K_1+K_2]
\end{aligned}$$

The corresponding boundary conditions are

$$0 = \beta_4 \ (K_1+K_2) - (\lambda_1+\mu_3) \ g_4 \ (K_1+K_2) + \lambda_1 \ g_2 \ (K_1+K_2) + \mu_3 \ g_8 \ (K_1+K_2)$$
$$0 = g_6 \ (0)$$

The system can be expressed in the function W(.), where $W(u) := g_6(u) - g_4(u)$. Furthermore

$$C_T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \left[\eta(0) + r_\ell \ g_4 \ (0)\right] = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \left[\eta(0) - r_\ell \ W(0)\right],$$

where $r_k = \frac{\lambda_1 \ \mu_3}{\mu_1+\mu_3} + \frac{\lambda_1 \ \mu_3}{\lambda_1+\lambda_3}$, $r_\ell = \frac{\lambda_3 \ \mu_1}{\mu_1+\mu_3} + \frac{\lambda_3 \ \mu_1}{\lambda_1+\lambda_3}$,

$$\eta \ (u) = \beta_6 \ (u) + \frac{\lambda_3}{\mu_1+\mu_3} \beta_2 \ (u) + \frac{\mu_1}{\lambda_1+\lambda_3} \beta_8 \ (u) \quad , \quad u \in [0,K_1+K_2]$$

To obtain T, we have to substitute $\beta_i \ (u) = 1$, $u \in [0,K_1+K_2]$.
To obtain P_T, we have to substitute $\beta_4 \ (u) = \beta_2 \ (u) = 0$, $u \in [0,K_1+K_2]$,
$\beta_6 \ (u) = \beta_8 \ (u) = 1$, $u \in (0,K_1+K_2]$ and $\beta_6 \ (0) = 0$, $\beta_8 \ (0) = 1$.
The solution is (see also Wijngaard (1979))
for $r_k \neq r_\ell$

$$T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \left[\frac{(\lambda_1+\mu_1) \ (\lambda_3+\mu_3)}{\lambda_3 \ \mu_1 - \lambda_1 \ \mu_3} \left(\frac{\lambda_3 \ \mu_1}{\lambda_1 \ \mu_3} e^{(r_\ell - r_k) \ (K_1+K_2)} - 1\right) \right]$$

$$P_T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \left[\frac{\mu_1 \ \mu_3}{\lambda_3 \ \mu_1 - \lambda_1 \ \mu_3} \left(\frac{\lambda_3 \ \mu_1}{\lambda_1 \ \mu_3} e^{(r_\ell-r_k) \ (K_1+K_2)} - 1 \right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda_3 \ \mu_1}{\lambda_3 \ \mu_1 - \lambda_1 \ \mu_3} \left(e^{(r_\ell-r_k) \ (K_1+K_2)} - 1\right) \right]$$

For $r_k = r_\ell$ we get

$$T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \frac{(\lambda_3+\mu_3)^2}{\lambda_3 \ \mu_3} \left(1 + r_\ell \ (K_1+K_2)\right)$$

$$P_T = \frac{1}{\lambda_3+\mu_1} \left[\frac{\mu_3}{\lambda_3} \left(1 + r_\ell \ (K_1+K_2)\right) + r_\ell \ (K_1+K_2)\right].$$

Unfortunately, this method does not work if $\nu_2 < 1$.

REFERENCES

Buzacott, J.A. and L.E. Hanifin (1978), Models of Automatic Transfer Lines with Inventory Banks: A Review and Comparison, AIIE Transactions 10, 197-207.

Garabedian, P.R. (1964), Partial Differential Equations, John Wiley, New York.

Koenigsberg, E. (1959), Production Lines and Internal Storage: A Review, Management Science 5, 410-433.

Muth, E.J. (1979), The Reversibility Property of Production Lines, Management Science 25, 152-158.

Wijngaard, J. (1979), The Effect of Interstage Buffer Storage on the Output of Two Unreliable Production Units in Series, with Different Production Rates, AIIE Transactions 11, 42-47.

Wijn 79] Uitgewerkt voor storingsfrequentie 0 voor blocked/starvedstations:

$$C_T = \frac{\beta(0)}{\mu_1} + \ell(0) \qquad ①$$

$$-f'(x) = \alpha(x) - (\lambda_1+\mu_2)f(x) + \lambda_1 h(x) + \mu_2 \ell(x) \qquad 0 \leq x < K \qquad ②$$

$$g'(x) = \beta(x) - (\lambda_2+\mu_1)g(x) + \lambda_2 h(x) + \mu_1 \ell(x) \qquad 0 < x \leq K \qquad ③$$

$$0 = \gamma(x) - (\mu_1+\mu_2)h(x) + \mu_1 f(x) + \mu_2 g(x) \qquad 0 \leq x \leq K \qquad ④$$

$$-1)\ \ell'(x) = \delta(x) - (\lambda_1+\lambda_2)\ell(x) + \lambda_1 g(x) + \lambda_2 f(x) \qquad 0 < x < K \qquad ⑤$$

ω:

$$0 = \alpha(K) - \mu_2 f(K) + \mu_2 \ell(K) \qquad (2a)$$

$$g(0) = 0 \qquad (3a)$$

$\nu \leq 1 \rightarrow$

$$0 = \delta(K) - (\lambda_1+\lambda_2)\ell(K) + \lambda_1 \nu g(K) + \lambda_2 f(K) \qquad (5a)$$

$\nu \geq 1 \rightarrow$

$$0 = \delta(0) - (\lambda_1 + \lambda_2/\nu)\ell(0) + \cancel{\lambda_1 g(0)} + \lambda_2/\nu\, f(0) \qquad (5b)$$

HOOFDSTUK 5
CONCLUSIES

Onroerende zaken vormen in fiscale kringen een bijzonder groot en interessant onderwerp. Dit is ook wel te verklaren, aangezien veel belastingwetten op de een of andere manier een heffing met betrekking tot onroerende zaken kennen. Denk maar aan de in hoofdstuk 1 genoemde onroerende zaak belasting, de rechten van successie/overgang en schenking, de inkomstenbelasting en natuurlijk de omzetbelasting. Door dit brede toepassingsgebied is voor veel personen, ook niet-fiscalisten, het onderwerp van groot belang. In de praktijk zullen immers velen nu of in de toekomst met één van deze heffingen te maken krijgen.

Het is overigens niet vreemd dat onroerende zaken een populair aanknopingspunt vormen voor belastingheffing. Er zijn in verhouding namelijk maar weinig belastingobjecten die zo herkenbaar en daardoor goed controleerbaar zijn. Ook 'waarde-vastheid' is een van de oorzaken dat de fiscale aspecten van onroerende zaken aandacht verdienen en krijgen.

In de praktijk zal het voor belanghebbende normaal gesproken duidelijk zijn dat hij voor wat betreft zijn handelingen met de onroerende zaak in de belastingheffing zal worden betrokken.
Met ingang van 29 december 1995 zou naar mijn mening aan deze situatie wel eens een einde kunnen zijn gekomen.
Een zeer belangrijk gevolg van de inwerkingtreding van de op grond van het wetsvoorstel nr. 24172 doorgevoerde wetswijziging is immers het toenemend aantal gevallen waarin sprake is van het verrichten van vrijgestelde prestaties. Dit houdt verband met het 90%-criterium. Indien men daar namelijk niet aan voldoet, zal de optie voor belaste levering dan wel verhuur niet mogelijk zijn. Dit geldt ook ten aanzien van reeds 'lopende opties' (zij het dat daar voor huurovereenkomsten een overgangsregeling is getroffen). In de toekomst kunnen dergelijke onroerende zaken echter niet belast verhuurd blijven en de regeling met betrekking tot herzieningsomzetbelasting zal dus in werking treden, met alle gevolgen van dien.

Ook bij de levering van een onroerende zaak werken de wijzigingen verder door dan slechts de te bestrijden constructies. Een ondernemer die voor minder dan 90% aftrekgerechtigde prestaties verricht, kan immers bij aankoop van een onroerende zaak niet opteren voor belaste levering. Dit leidt dus tot cumulatie van belastingheffing, terwijl er geen sprake was van een onrechtmatige constructie.
Gevaar hiervan is dat de ondernemer op andere manieren de druk van de omzetbelasting tracht te reduceren. Men moet hierbij denken aan het opschroeven van de prijzen van prestaties die de ondernemer met de onroerende zaak verricht.

Het is overigens bij verhuur van onroerende zaken eigenlijk niet juist dat vrijwel gelijke gevallen ongelijk worden behandeld. Indien de huurprijs voldoet aan het criterium van 7% (met elk jaar een verhoging van 0,15%) van de stichtingskosten is de overgangsregeling van toepassing. Wanneer er echter sprake is van een huurprijs die maar net onder dit percentage blijft, is er geen toepassing van de overgangsregeling mogelijk. Dit kan tot gevolg hebben dat de optie belaste verhuur met terugwerkende kracht per 31 maart 1995 is vervallen, zodat men onder de regeling van herziening van de belasting valt. Men wordt dus op dezelfde manier behandeld als wanneer men wel een constructie heeft gehanteerd.

Zeker gezien de schending van het rechtszekerheidsbeginsel, welk beginsel in ons belastingstelsel (en eigenlijk in ons hele rechtsstelsel) van uitermate groot belang is, acht ik deze wijzigingen niet op zijn plaats. Daarbij komen de in paragraaf 4.2 uiteengezette tekortkomingen ten aanzien van het met terugwerkende kracht in werking laten treden van de wijzigingen.

$\nu = 1$ (both stations produce equally fast)

$f'(x) = \epsilon(x) + r_f\left[g(x) - f(x)\right]$

$g'(x) = \eta(x) + r_g\left[f(x) - g(x)\right]$

met: $\epsilon(x) = \alpha(x) + \frac{\lambda_1}{\mu_1+\mu_2} \gamma(x) + \frac{\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2} \delta(x)$

$\eta(x) = \beta(x) + \frac{\lambda_2}{\mu_1+\mu_2} \gamma(x) + \frac{\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2} \delta(x)$

$r_f = \frac{\lambda_1 \mu_2}{\mu_1+\mu_2} + \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}$ $\qquad r_g = \frac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1+\mu_2} + \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2}$

RVW:

$h(K) = \frac{\gamma(K) + \mu_1 f(K) + \mu_2 g(K)}{\mu_1+\mu_2}$

(a) $\ell(K) = \frac{\delta(K) + \lambda_1 \nu\, g(K) + \lambda_2 f(K)}{\lambda_1+\lambda_2}$

(a) $0 = \alpha(K) - \mu_2 f(K) + \mu_2\left[\frac{\delta(K) + \lambda_1\nu g(K) + \lambda_2 f(K)}{\lambda_1+\lambda_2}\right]$

$= \epsilon(K) + r_{fK}\left[g(K) - f(K)\right]$

met: $r_{fK} = \frac{\mu_2\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$

$\epsilon(K) = \alpha(K) + \frac{\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}\delta(K)$

Stel $\omega(x) = g(x) - f(x)$: $\quad \omega'(x) = \epsilon(x) + \eta(x) + (r_f - r_g)\,\omega(x)$

$\omega(K) = \frac{-\epsilon(K)}{r_{fK}}$

Hieruit voor C_T: (met (5b) en (3a))

$$\boxed{C_T = \frac{\beta(0)}{\mu_1} + \frac{\delta(0) + \lambda_1 g(0) + \lambda_2 f(0)}{\lambda_1+\lambda_2}} = \frac{\beta(0)}{\mu_1} + \frac{\delta(0)}{\lambda_1+\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\,\omega(0)$$

Cycle time: $\alpha(x) = \beta(x) = \gamma(x) = \delta(x) = 1 \quad \forall\ 0 \leq x \leq K$

Cycle production: $\alpha(x) = \gamma(x) = 0$; $\beta(x) = \delta(x) = 1\ \forall\ 0 < x \leq K$

$\alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) = 0$; $\delta(0) = 1$

Dit nieuwe lid in art. 15 WBR is opgenomen teneinde constructies met omzetbelasting tegen te gaan. Met name ten aanzien van 'nieuwe' onroerende zaken bestond immers de mogelijkheid om naast het profijt van een lage omzetbelastingdruk ook nog eens de vrijstellingbepaling ter zake van samenloop van toepassing te doen laten zijn (art. 15 lid 1 sub a WBR).
Een verkrijger van een onroerende zaak die geen of slechts gedeeltelijke aftrek van omzetbelasting geniet, kan geen beroep meer doen op de vrijstellingsbepaling indien de (OB)prijs lager is dan de waarde.
In het geval zich zo'n situatie voordoet, wordt op grond van art. 9 lid 6 WBR[19] de maatstaf van heffing gesteld op ten minste de kostprijs van de onroerende zaak, inclusief de omzetbelasting, zoals die zou ontstaan bij een derde.

In de samenloopbepaling, welke is opgenomen in art.15 lid 1 sub a WBR is de voorwaarde dat de geleverde onroerende zaak niet door de leverancier als bedrijfsmiddel is gebruikt vervangen. De nieuwe voorwaarde eist dat de onroerende zaak niet als bedrijfsmiddel is gebruikt. Er is dus sprake van een inperking van de vrijstelling.
Tevens kan de vrijstelling worden verleend indien de verkrijging van de onroerende zaak plaatsvindt krachtens een aan omzetbelasting onderworpen dienst (vestiging e.d. beperkte rechten).

Een verkrijging krachtens natrekking wordt voortaan in de heffing overdrachtsbelasting betrokken, indien de vergoeding voor de werkzaamheden een bepaalde hoogte bedraagt. Het moet gaan om een levering waarover omzetbelasting is verschuldigd èn de vergoeding lager is dan de kostprijs van de onroerende zaak bij voortbrenging door een onafhankelijke derde èn de verkrijger de omzetbelasting niet of niet nagenoeg geheel (dat wil zeggen 90% of meer) in aftrek kan brengen.
Ook deze wijziging hield verband met de doelstelling om BTW-constructies tegen te gaan.

De in art. 15 lid 1 sub g WBR opgenomen vrijstelling van overdrachtsbelasting is beperkt tot verkrijgingen krachtens verdeling door samenwoners die gezamenlijk hebben verkregen en waarbij de ene partij is gerechtigd voor ten minste 40% en de andere partij voor maximaal 60%. In het geval van gemeenschappelijke eigendom met andere verhoudingen geldt bij toedeling dus de regel dat overdrachtsbelasting wordt geheven.

Doordat nu ook de verkrijging van economische eigendom in de heffing van overdrachtsbelasting is opgenomen, kunnen zich met betrekking tot één onroerende zaak verschillende belastbare feiten voordoen. Via het in art. 9 WBR opgenomen nieuwe vierde lid, wordt cumulatie van belastingheffing voorkomen. Bij de zogenaamde completerende verkrijging door dezelfde persoon of diens rechtsopvolger krachtens erfrecht of huwelijksvermogensrecht, wordt slechts over het verschil in waarde geheven. Voorwaarde is dat ter zake van de eerste verkrijging daadwerkelijk overdrachts- of omzetbelasting verschuldigd is geweest die niet aftrekbaar was.

Art. 13 WBR regelt de zogenaamde opvolgende verkrijging van eenzelfde goed door een ander. Indien binnen korte tijd na de vorige verkrijging de onroerende zaak door een ander wordt verkregen, wordt in feite alleen het verschil in waarde in de heffing betrokken. De periode bedroeg drie maanden, maar is verlengd tot zes maanden. Het oprekken van deze periode is gebeurd, omdat door het in de belastingheffing betrekken van de verkrijging van economische eigendom met name voor handelaren in onroerende zaken nadelen zouden kunnen ontstaan. In die branche is het immers normaal om in eerste instantie slechts de economische eigendom over te dragen.

Deze wijzigingen treden met terugwerkende kracht per 31 maart 1995 in werking.

---

[19] Dit artikel is door middel van wetsvoorstel nr. 24428 ingevoerd. Het wetsvoorstel is als "Wet van 18 december 1995 tot wijziging van de Wet op de vermogensbelasting 1964, de Wet op de omzetbelasting 1968, de Wet op belastingen van rechtsverkeer, de Wet op de vennootschapsbelasting 1969 en de Invorderingswet 1990 (terugsluis opbrengst reparatiewetsvoorstel-BTW)' gepubliceerd in Staatsblad 1995, nr. 660.

s $\nu \neq 1$ (each station has its own production speed).

④: $h(x) = \dfrac{y(x) + \mu_1 f(x) + \mu_2 g(x)}{\mu_1 + \mu_2}$

$$f'(x) = c(x) + A\, f(x)$$

met $f(x) = \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \\ \ell(x) \end{pmatrix}$ $\quad c(x) = \begin{bmatrix} -\alpha(x) - \dfrac{\lambda_1}{\mu_1+\mu_2} y(x) \\ \dfrac{1}{\nu}\left[\beta(x) + \dfrac{\lambda_2}{\mu_1+\mu_2} y(x)\right] \\ \dfrac{1}{\nu-1}\, \delta(x) \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} \mu_2 + \dfrac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1+\mu_2} & -\dfrac{\lambda_1\mu_2}{\mu_1+\mu_2} & -\mu_2 \\ \dfrac{1}{\nu}\dfrac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1+\mu_2} & -\dfrac{1}{\nu}\left(\mu_1 + \dfrac{\lambda_2\mu_1}{\mu_1+\mu_2}\right) & \dfrac{\mu_1}{\nu} \\ \dfrac{\lambda_2}{\nu-1} & \dfrac{\lambda_1}{\nu-1} & -\dfrac{(\lambda_1+\lambda_2)}{\nu-1} \end{bmatrix}$$

vw: $\quad \alpha(K) - \mu_2 f(K) + \mu_2 \ell(K) = 0$

$\quad g(0) = 0$

$\nu < 1$: $\delta(K) + \lambda_2 f(K) + \lambda_1 \nu g(K) - (\lambda_1 \nu + \lambda_2)\ell(K) = 0$

$\nu > 1$: $\delta(0) + \dfrac{\lambda_2}{\nu} f(0) - \left(\lambda_1 + \dfrac{\lambda_2}{\nu}\right)\ell(0) = 0$

4.3 Evaluatie

Uit de reeds in paragraaf 3.3 behandelde bezwaren blijkt dat de staatssecretaris naar aanleiding van een aantal (juiste) bezwaren actie heeft ondernomen om de nadelige effecten te verzachten. Men kan daarbij onder andere denken aan de aanpassing van de definitie van economische eigendom en de invoering van de overgangsregelingen ten aanzien van lopende huurovereenkomsten en 'kale' economische eigendom.
Tevens moet als een tegemoetkoming worden gezien, de aangepaste regeling voor het optieverzoek bij concurrentieverstoring en de andere bij Besluit van 19 december 1995 gedane mededelingen (zie bijlage II tot en met IV).

Uit paragraaf 4.1 valt af te leiden dat de tekortkomingen van de 'oude' regelgevingen op een juiste manier zijn ondervangen door de per 29 december 1995 ingevoerde wetswijzigingen.
Een vraag die naar mijn mening daarbij nog aan de orde komt, is of deze doorgevoerde wijzigingen niet op een andere wijze hadden kunnen geschieden. Ik doel hier op alternatieven die minder ingrijpend zouden zijn geweest, maar waarmee uiteraard wel het beoogde doel (bestrijding van de constructies) kon worden bereikt.

4.3.1 Alternatieven

In theorie zouden er in tegenstelling tot de in paragraaf 3.2 voorgestelde wijzigingen ook een aantal andere methoden mogelijk zijn geweest om de beoogde doelstelling te bereiken. Het gaat daarbij om alternatieven die veel minder ingrijpend voor de praktijk hadden kunnen zijn.

Ten aanzien van de beperking van het recht op aftrek van voorbelasting was met betrekking tot bijvoorbeeld een tussengeschoven lichaam het volgende alternatief mogelijk geweest. Door aan het lichaam, dat optreedt als verhuurder, niet meer voorbelasting in aftrek toe te laten dan er ter zake van de verhuur is verschuldigd, was de 'tussenschuif-constructie' veelal niet meer interessant geweest.
Een zeer mooi alternatief bij de zogenaamde BTW-constructies had voorts de aanpassing van de maatstaf van heffing kunnen zijn. Dit heeft dan consequenties voor die gevallen waarin partijen bij een huurovereenkomst bewust een te lage vergoeding overeenkomen en daarmee dus een verlaging van de druk van omzetbelasting creëren. Indien men namelijk in die gevallen een objectieve vergoeding kan vaststellen, waarover het verschuldigde bedrag aan omzetbelasting wordt berekend, waren de constructie haar voordelen ontnomen.
Een belemmering bij dergelijke alternatieve oplossingen is de Zesde richtlijn, zodat Nederland (als EG-lidstaat) zulke afwijkende maatregelen niet mag invoeren.

In dit kader moet ook de verlenging van de herzieningstermijn worden bezien. De eerste versie van wetsvoorstel nr. 24172 bevatte namelijk een maatregel die deze termijn naar 20 jaar zou verlengen. Aangezien de Zesde richtijn daarvoor geen mogelijkheid bood, is hiervan afgezien.
Achteraf was het wel mogelijk geweest de termijn te verlengen, aangezien op grond van art. 1 sub 4 Tweede Vereenvoudigingsrichtlijn de bepaling in art. 20 lid 2 Zesde richtlijn in die zin is gewijzigd. De verlenging (tot maximaal 20 jaar) kan geschieden door wijziging van de Uitvoeringsbeschikking OB.
De staatssecretaris heeft tot op dit moment geen uitvoering gegeven aan deze mogelijkheid, waarschijnlijk omdat er toch nog wat problemen aan kleven. Die problemen hebben dan met name betrekking op een eventuele lastenverzwaring, omdat voor zowel de belastingplichtige als ook voor de Belastingdienst de administratie over 20 jaar moet worden bijgehouden.
Toch zou een invoering van een langere herzieningstermijn beter aansluiten bij de economische levensduur van een onroerende zaak (aangehouden ter investering). Bij verkoop van de onroerende zaak zou men de herzieningstermijn kunnen meenemen naar de nieuwe afnemer (zodat bij hem géén nieuwe termijn gaat lopen).