

Numerieke bepaling van breukmechanicaparameters voor tandtechnische composieten

Citation for published version (APA):

Slagmaat, van, M. T. P. (1991). *Numerieke bepaling van breukmechanicaparameters voor tandtechnische composieten*. (DCT rapporten; Vol. 1991.088). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1991

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

NUMERIEKE BEPALING van
BREUKMECHANICPARAMETERS voor
TANDTECHNISCHE COMPOSITIEN

M.T.P van Slagmaat
december 1990
WFW nr. 91.088

INHOUD

1	INLEIDING	blz. 1
2	DE DRIEPUNTS BUIGPROEF	blz. 2
3	DE MATERIALEN	blz. 3
	3.1 Materiaalgegevens	blz. 3
	3.2 Effekt verschillend gedrag bij trek en druk	blz. 4
4	SCHEURVOORTPLANTIGSCRITERIA	blz. 7
	4.1 K1-faktor	blz. 8
	4.2 Energy release rate	blz. 10
	4.3 J1-integraal	blz. 10
5	ANALYTISCHE BEPALING VAN K1	blz. 11
6	DE REKENPROCEDURE MET MARC	blz. 11
	6.1 Probleeminvoering	blz. 12
	6.2 Genereren van de elementverdeling	blz. 12
	6.3 Het plastisch gebied	blz. 14
	6.4 Verschil trek druk	blz. 16
7	REKENMETHODES EN RESULTATEN	blz. 18
	7.1 K1-waarde bepaling middels de direkte methode	blz. 18
	7.2 K1-faktor bepaling met J-integraal	blz. 21
	7.3 De methode van de virtual crack extension	blz. 21
	7.4 De methode van Lorenzi	blz. 23
8	KONKLUSIE	blz. 26
	REFERENTIES	blz. 27

1 INLEIDING

Het doel van deze stage was het vergroten van het inzicht in de diverse breukmechanicaparameters.

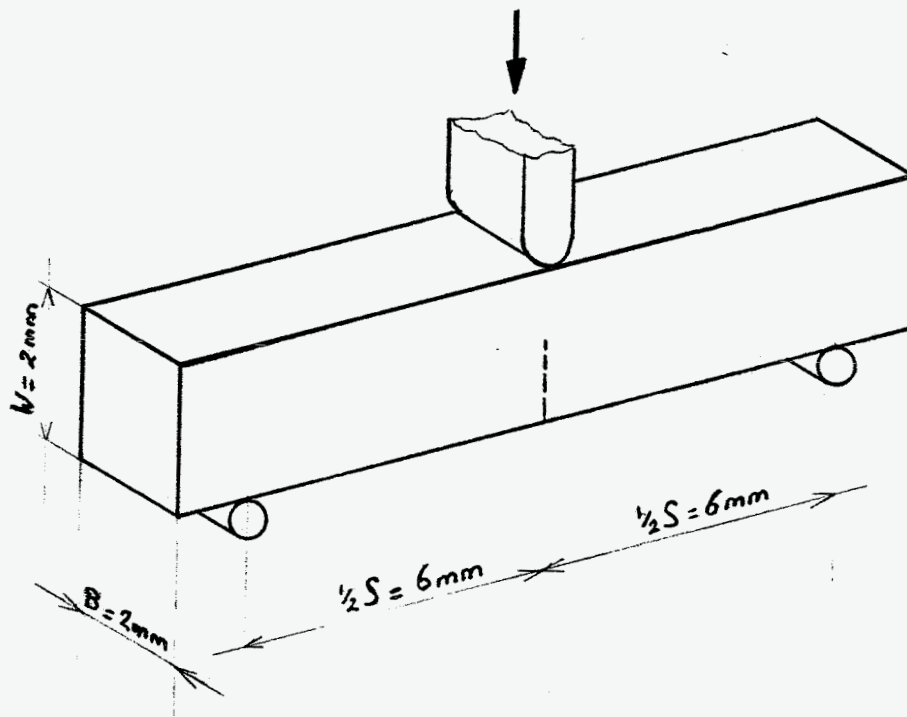
Hiertoe zijn experimenten met een aantal tandtechnische materialen, uitgevoerd aan de Katholieke Universiteit Nijmegen met behulp van een eindig elementen pakket nagerekend. Daarbij zijn met verschillende methoden de K_{I} -faktor en de J -integraal bepaald. Nadat de waarden van de J -integraal zijn teruggerekend naar K_{I} -waarden, zijn alle methoden met een, middels een empirisch formule bepaalde, K_{Ic} vergeleken.

2 DE DRIEPUNTS BUIGPROEF

Bij een verplaatsinggestuurde driepunts buigproef worden proefstaafjes in het midden door een stempel belast (zie figuur 1). Deze stempel wordt met een konstante lage snelheid naar beneden bewogen totdat breuk optreedt. Tijdens deze beweging wordt de kracht die daarvoor nodig is geregistreerd. Dit wordt gedaan voor een aantal proefstaafjes, waarna de waarden worden gemiddeld.

De proef werd met de volgende drie verschillende proefstaafconfiguraties uitgevoerd:

- Niet ingezaagde proefstaafjes.
- Tot de halve hoogte ingezaagde proefstaafjes.
- Tot driekwart hoogte ingezaagde proefstaafjes.



figuur 1
De driepunts buigproef

Op deze wijze worden twee verschillende materialen, P-30 en silux getest. Deze materialen worden in de tandheelkunde gebruikt voor het vullen van tanden en kiezen. De afmetingen van de proefstaafjes zijn in figuur 1 aangegeven. De zaagsnede heeft een breedte van 0.15 [mm] en een afronding aan de top met een straal ter grootte van de halve zaagsnede-breedte.

3 DE MATERIALEN

De geteste materialen worden in de tandheelkunde gebruikt om tanden en kiezen te vullen. P-30 en silux zijn komposieten bestaande uit kwarts kristallen in een polymeermatrix. Het verschil tussen beide materialen is de deeltjesgrootte en de vulgraad. De vulgraad is gedefiniëerd als de gewichtsfractie van de kwarts kristallen in het matrixmateriaal. (zie tabel 1)

	gewichtsfractie	gemiddelde grootte
P-30	87 %	3,5 [μm]
silux	51 %	0,04 [μm]

tabel 1
Samenstelling van de materialen

3.1 Materiaalgegevens

Het materiaal wordt op grond van de experimenten lineair, elastisch, homogeen, isotroop verondersteld.

De elasticiteitsmoduli zijn:

$$E_{\text{silux}} = 5.11 \text{ [GN/m}^2 \text{]}$$

$$E_{\text{p-30}} = 12.11 \text{ [GN/m}^2 \text{]}$$

De dwarskontraktie is voor deze materialen nooit bepaald. Voor andere, overeenkomstige materialen worden waarden van 0.23 to 0.33 vermeld. Een dwarskontraktiecoëfficiënt van 0.3 lijkt een redelijk waarde te zijn.

Het verschil in druksterkte en treksterkte wordt gegeven door de faktor:

$$k = \frac{\text{druksterkte}}{\text{treksterkte}} \approx 8$$

Dit is voor tandtechnische materialen natuurlijk wenselijk omdat er tijdens het kauwen zeer grote drukkrachten op de vullingen uitgeoefend worden.

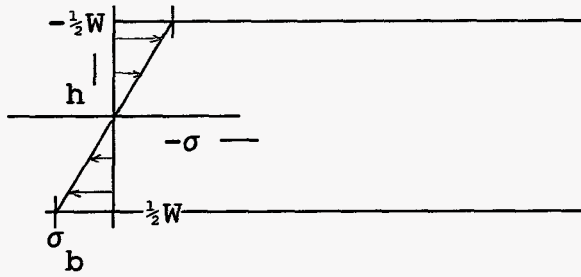
Voor de beide materialen is met niet ingezaagde proefstukjes de breukspanning σ_b bepaald.

$$\sigma_{\text{silux}} = 68 \text{ [MN/m}^2 \text{]}$$

$$\sigma_{\text{p-30}} = 119 \text{ [MN/m}^2 \text{]}$$

3.2 Effekt verschillend gedrag bij trek en druk

Er wordt bij de berekening van de σ_b bij de driepunts buigproef vanuitgegaan dat er geen verschil in trek en druksterkte is. Is dit het geval dan geldt de volgende spanningsverdeling:



figuur 2
Spanningverdeling geen verschil trek-druk

Voor het maximale buigend moment geldt: (P is belasting bij breuk)

$$M = \frac{1}{2} \cdot S \cdot P \quad [\text{Nm}]$$

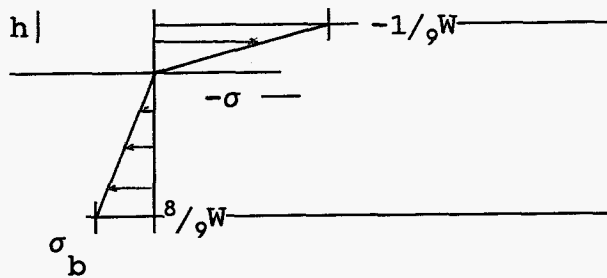
De breukspanning moment is als volgt aan het moment te koppelen:

$$M = \int_{-\frac{1}{2}W}^{\frac{1}{2}W} \sigma(h) \cdot h \cdot B \, dh \quad ; \quad \sigma(h) = \frac{2 \cdot h}{W} \cdot \sigma_b$$

Voor de breukspanning geldt dan:

$$\sigma_b = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot L}{B \cdot W^2}$$

Een verschil in trek en druksterkte komt bijvoorbeeld voor bij gietijzer waarbij het dragende oppervlak voor trek kleiner is dan dat voor druk. Dit wordt veroorzaakt door de in het gietijzer aanwezige koolstofdeeltjes die nauwelijks trek kunnen verwerken, terwijl ze bij druk samen geperst worden. In een dergelijk geval zal de spanningsverdeling als volgt zijn (als $k=8$):



figuur 3
Veronderstelde spanningverdeling

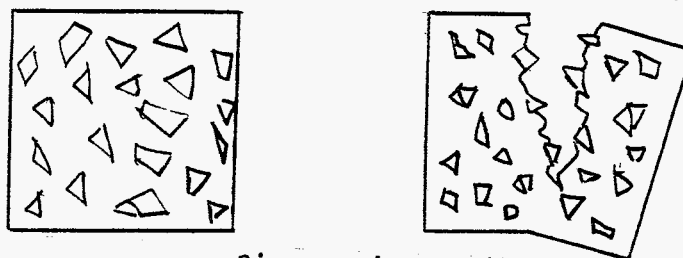
Voor het moment geldt nu:

$$\begin{aligned}
 M &= \int_{-1/9W}^0 \frac{-8 \cdot 9 \cdot B}{W} \cdot h^2 \cdot \sigma_b \, dh + \int_0^{8/9W} \frac{9 \cdot B}{8 \cdot W} \cdot h^2 \cdot \sigma_b \, dh \\
 &= \left[\frac{-8 \cdot 3 \cdot B}{W} \cdot \left(-\frac{1}{9W}\right)^3 \cdot \sigma_b \right] + \left[\frac{3 \cdot B}{8 \cdot W} \cdot \left(\frac{8}{9W}\right)^3 \cdot \sigma_b \right]
 \end{aligned}$$

Voor de breukspanning geldt dan:

$$\sigma_b (k=8) = \frac{27}{32} \cdot \frac{P \cdot L}{B \cdot W^2}$$

Bij de bepaling van de breukspanning is ervan uitgegaan dat het materiaal hetzelfde gedrag vertoont voor trek- en drukspanning. Dit zou inhouden dat de experimenteel bepaalde σ_b te hoog is. Dat is echter niet het geval. Zoals zal blijken in hoofdstuk 5.3 gedragen beide materialen zich bros. Tot het moment van breuk heerst er in het materiaal een symmetrische spanningverdeling. Bij bezwijken (zie figuur 4) wordt de verbinding kwarts-polymeer in één keer verbroken.

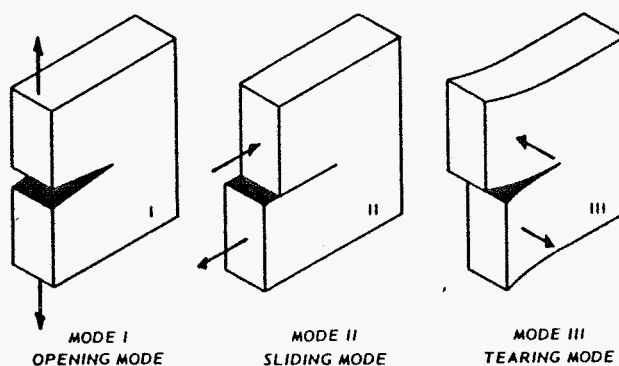


figuur 4

Bezwijkgedrag van de materialen

4 SCHEURVOORTPLANTINGSCRITERIA

Een scheurvoortplantingscriterium stelt dat scheurgroei zal optreden als een of andere scalaire functie van de spanning een grenswaarde bereikt. Deze functie is afhankelijk van de geometrie van de scheur en het lichaam. Ook is de wijze waarop de scheur belast wordt van invloed. In figuur 5 zijn de drie belastingsgevallen weergegeven.



figuur 5

De drie belastingsgevallen

Het is duidelijk dat de scheur in het geval van de driepunts buigproef op mode-1 belast wordt. Voor deze mode-1 zullen we de volgende drie scheurvoortplantingscriteria bekijken.

4.1 K1-faktor

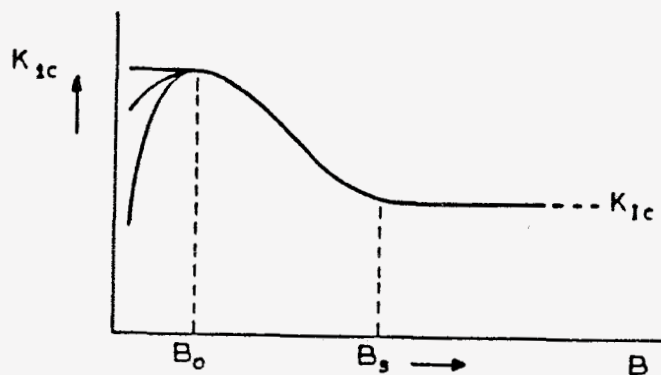
Griffith konkludeerde in 1920 al dat de sterkte van materialen vooral bepaald wordt door de verzwakkende effecten van defekten.

Met deze theorie kon hij de afwijking tussen theoretische en praktische sterkte gedeeltelijk verklaren.

Deze denkwijze leidde uiteindelijk tot de ontwikkeling van de K1-faktor als scheurvoortplantingscriterium. Het criterium stelt dat scheurgroei zal optreden indien de K1 een bepaalde kritische waarde K_{1c} bereikt.

4.1.1 Breedte-afhankelijkheid van K_{1c}

De K_{1c} blijkt afhankelijk te zijn van de afmetingen van het proefstuk. In het algemeen is de K_{1c} een functie van de breedte zoals in de volgende grafiek is uitgezet.



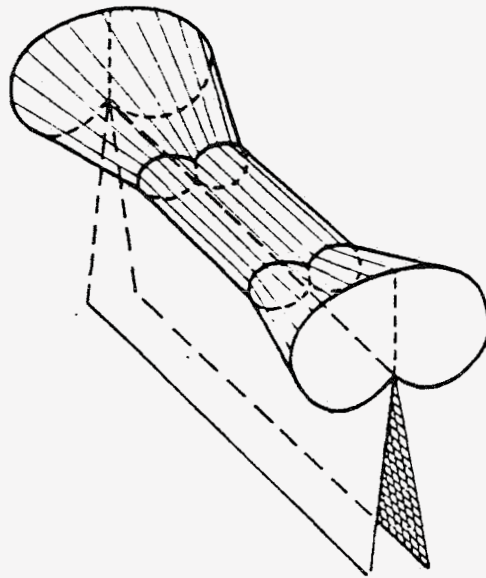
figuur 6

K_{1c} als functie van de breedte

4.1.2 Vlakke rek

De afhankelijkheid van $K1_c$ wordt veroorzaakt doordat de breedte van het proefstuk van invloed is op de spanningstoestand. Is het proefstuk smal (bijvoorbeeld een plaat), dan heerst er over de gehele breedte een vlakspanningstoestand. Als het proefstuk zoals in het huidige geval breed is, dan ontstaat er aan het oppervlak een vlakspanningstoestand en in het midden van het proefstuk een vlakke rek situatie. Dit heeft tot gevolg dat het plastisch gebied over de breedte verandert van grootte (zie figuur 7). Hieruit valt eenvoudig te beredeneren dat de $K1_c$ waarde voor brede proefstukken lager is en naar een konstant waarde nadert.

De geteste proefstukken zijn balkjes met een vierkante doorsnede waarvan sommige ook nog ingezaagd zijn. Het is duidelijk dat er bij alle berekeningen vanuitgegaan mag worden dat er een vlakke rek situatie heerst.



figuur 7

Het plastische gebied

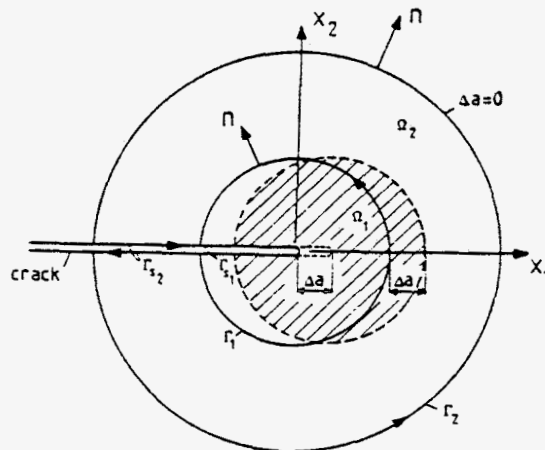
4.2 Energy release rate

Griffith benaderde het probleem vanuit een andere hoek en ontwikkelde een energiebalanscriterium. Dit stelt dat er scheurgroei zal optreden als de verandering in het lichaam opgeslagen elastische energie plus de arbeid van de uitwendige belastingen gelijk wordt aan de toename van oppervakke energie bij scheurgroei. De verandering in het lichaam opgeslagen elastische energie wordt de energy release rate G genoemd. Als deze G gelijk wordt aan de crack resistance R treedt er scheurgroei op.

4.3 J-integraal

De bovenstaande theorieën zijn geldig zolang linear elastisch materiaalgedrag mag worden aangenomen. Als dit niet geldt kan de J -integraal als scheurvoortplantingscriterium gebruikt worden.

De J -integraal is een gesloten lijnintegraal, die gelijk aan nul is als diskontinuiteiten in het integratiegebied afwezig zijn. Als het pad van de integraal volgens figuur 8 loopt (dus rond een scheurtip) zal de x_1 -component van de vector J een waarde krijgen. Deze waarde is dan onafhankelijk van het doorlopen pad. Evenals het K_I -criterium treedt scheurgroei op bij overschrijding van een bepaalde kritische J_I -waarde.



figuur 8, Integratiepad voor J -integraal

5 ANALYTISCHE BEPALING K_{Ic}

Uit het diktaat breukmechanica (rapport WFW-89.056) komt de volgende empirische formule voor de bepaling van de K_{Ic} -waarde van een buigstaaf met een rechthoekige doorsnede:

$$K_{Ic} = \frac{PS}{B} W^{-3/2} \left[2.9 \left[\frac{a}{W} \right]^{1/2} - 4.6 \left[\frac{a}{W} \right]^{3/2} + 21.8 \left[\frac{a}{W} \right]^{5/2} + \right. \\ \left. - 37.6 \left[\frac{a}{W} \right]^{7/2} + 38.7 \left[\frac{a}{W} \right]^{9/2} \right]$$

Invullen geeft de in tabel 2 weergegeven K_{Ic} waarden.

	$a = 1/2 W$	$a = 3/4 W$
P-30	57.10 [Nmm-1.5]	34.20 [Nmm-1.5]
silux	31.66 [Nmm-1.5]	14.87 [Nmm-1.5]

tabel 2
 K_{Ic} -waarden volgens empirische formule

6 DE REKENPROCEDURE MET MARC

MARC is een eindige elementen pakket dat een grote verscheidenheid aan mogelijkheden biedt. Van deze mogelijkheden wordt in eerste instantie het berekenen van de spanningen benut. Later zullen de verschillende methoden voor de berekening van J-integralen gebruikt worden.

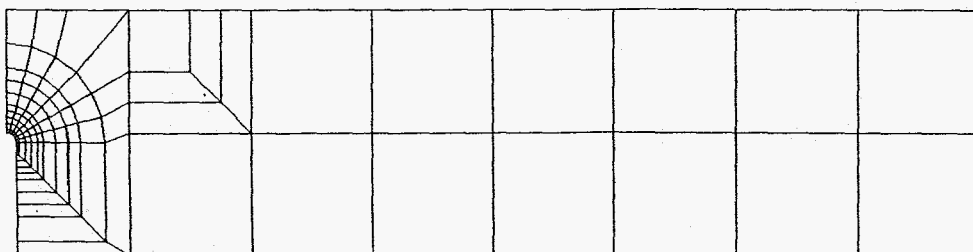
6.1 Probleeminvoering

Voor het probleem moet tenminste het materiaal, de belastingsituatie en de elementverdeling gespecificeerd zijn. Voor de verwerking van de rekenresultaten met MENTAT moeten er uitvoervariabelen, zoals bijvoorbeeld de Von Mises spanning, aangegeven worden.

Verdere opties zoals de verschillende J-integraal berekeningen moeten ook in de invoerfile aangegeven worden.

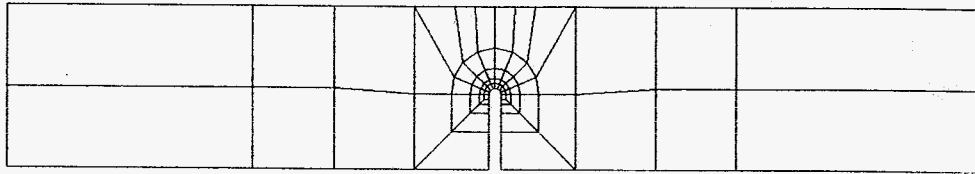
6.2 Genereren van de elementverdeling

Het genereren van de invoerfile gebeurt gedeeltelijk met het MENTAT. Met dit pakket worden twee elementverdelingen gemaakt (zie figuur 9 en 10). De rest van de invoerfile wordt door de gebruiker zelf ingevoerd. De verschillende materialen worden gekarakteriseerd met de elasticiteitsmodulus en de dwarskontractiecoëfficiënt. De belasting wordt zowel als punt en als verdeelde belasting aangebracht. Dit is gedaan om de invloed van deze modellering van de stempelbelasting te bekijken.



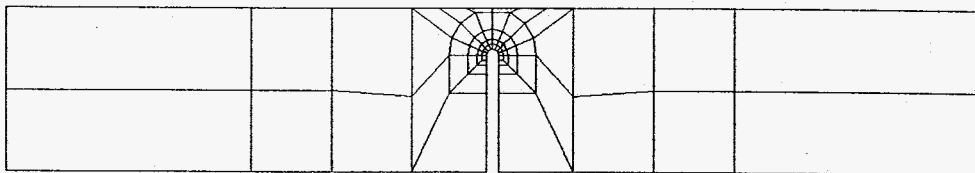
figuur 9

Elementverdeling voor K1-extrapolatie



figuur 10

Elementverdeling halve zaagsnede voor J-integraal bepaling



figuur 11

Elementverdeling driekwart zaagsnede voor J-integraal bepaling

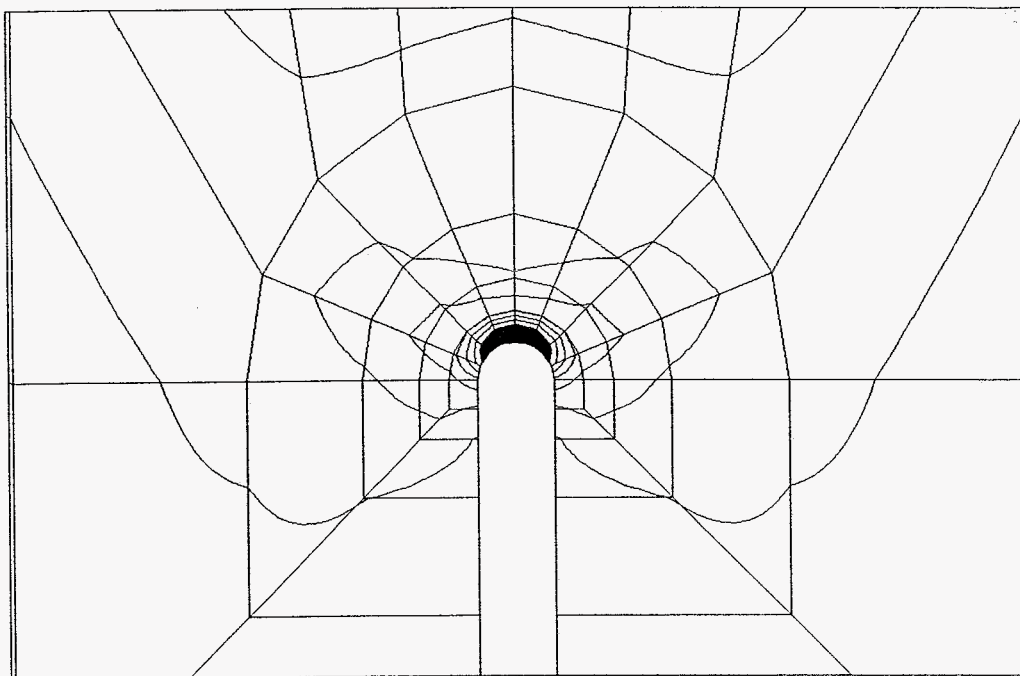
Bij de fijne elementverdeling van figuur 9 wordt aanzienlijk op de rekentijd bespaard door de berekeningen met één in plaats van met vier integratiepunten per element uit te rekenen. Dit vermindert natuurlijk de nauwkeurigheid.

6.3 Het plastische gebied

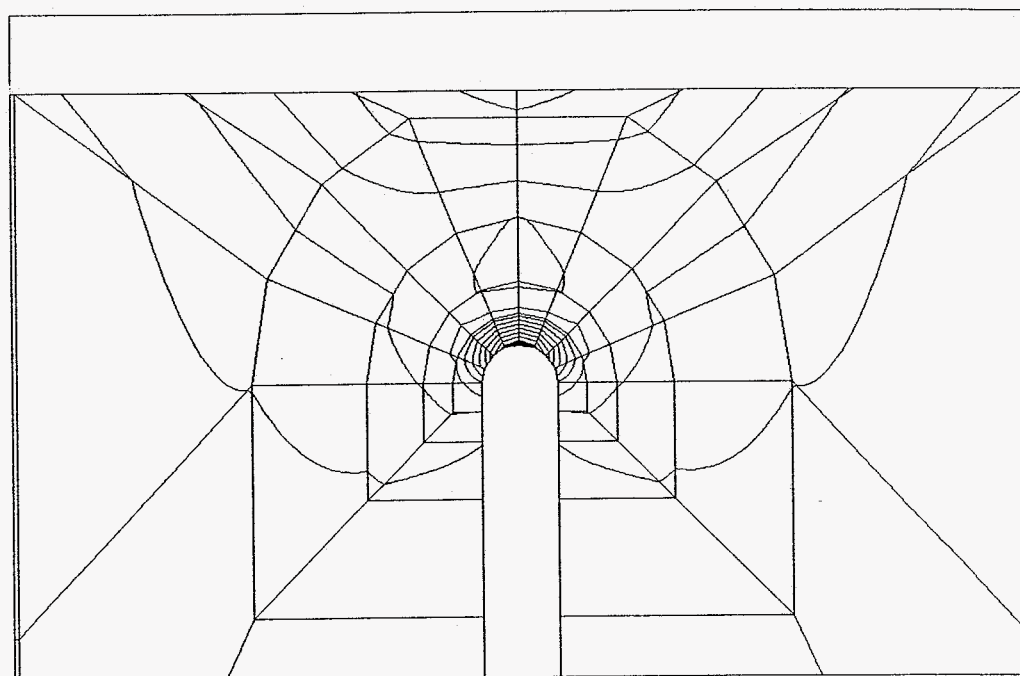
Er wordt aangenomen dat de twee te testen materialen zich dusdanig gedragen, dat de lineair elastische breukmechanica toegepast kan worden. Het is hiervoor noodzakelijk dat de materialen een bros gedrag vertonen. Dit houdt in dat de plastische vervorming bij breuk verwaarloosbaar klein moet blijven.

Indien er met K-factoren gewerkt mag worden, moet gelden dat het gebied waar de spanningstoestand beschreven wordt door de K-factor groter is dan het plastische gebied. Anders dan het plastische gebied is het K-factor gebied moeilijk te bepalen. Om nu toch een idee te krijgen of er met K-factoren gewerkt mag worden, wordt het plastische gebied bepaald voor de halve en de driekwart zaagsnede. Hiertoe rekenen we de belastingsituatie bij breuk met MARC uit. De vloeispanning wordt gelijkgesteld aan de breukspanning. Door in de oorspronkelijke elementverdeling de punten met een gelijke von Mises spanning te verbinden krijgen we figuur 12 voor de halve zaagsnede en figuur 13 voor de driekwart zaagsnede, de plastische gebieden zijn hierin zwart aangegeven.

In de figuren is duidelijk te zien dat het gebied waar de spanning groter is dan de vloeispanning klein is. Lineair elastisch gedrag mag aangenomen worden omdat het materiaal bij breuk een verwaarloosbare plastische vervorming vertoont. (de beide materialen zijn erg bros). Verder is het plastische gebied zo klein dat er voor de spanningen boven de vloeispanning niet gecorrigeerd hoeft te worden.



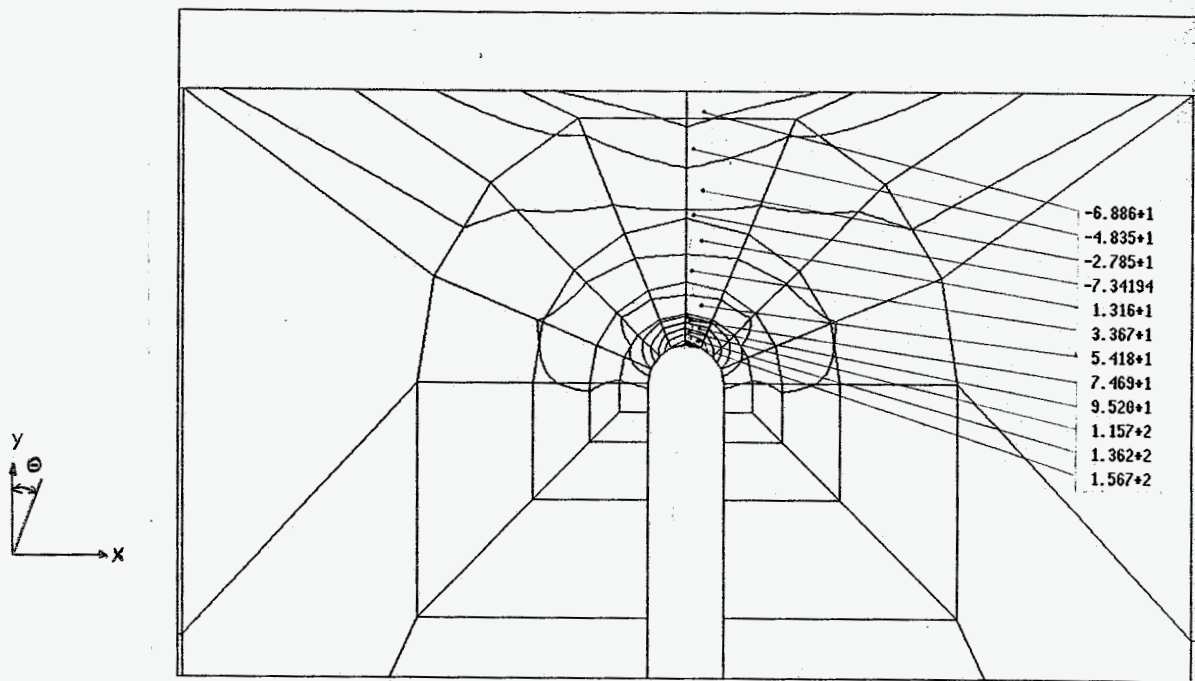
figuur 12
Het plastische gebied voor halve zaagsnede



figuur 13
Het plastische gebied voor driekwart zaagsnede

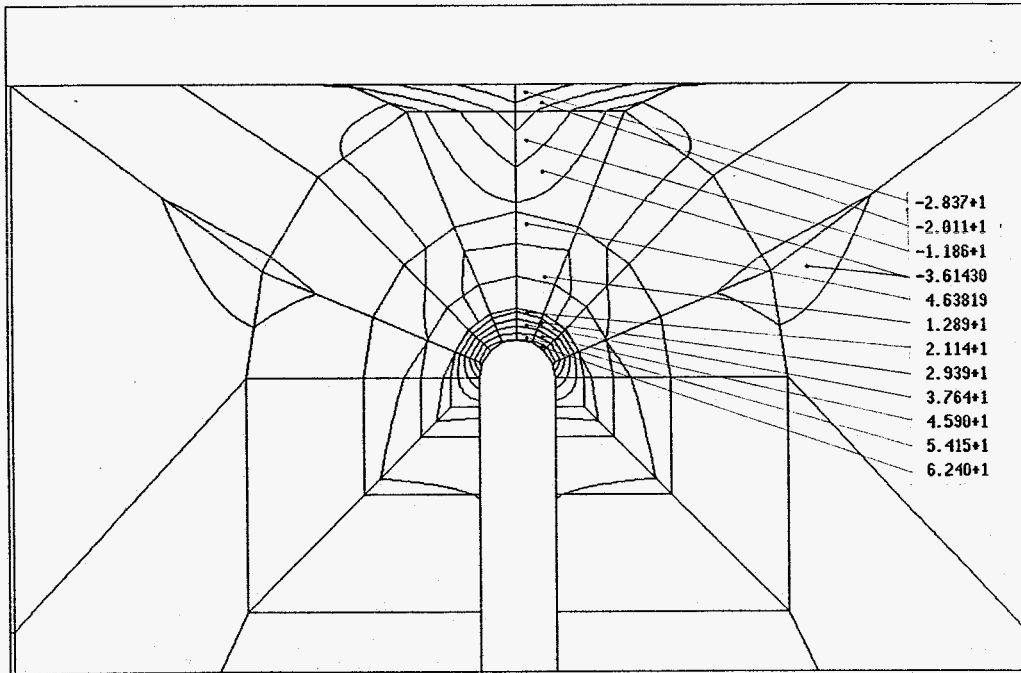
6.4 Verschil trek druk

In paragraaf 2.2 is gebleken dat de beide materialen bij trek veel eerder bezwijken. Om enig inzicht te krijgen in de invloed van dit effect bij de scheurtip zijn in de figuren 14 tot en met 16 σ_x , σ_y en σ_z uitgezet op dezelfde wijze als in figuur 12. De spanningen van de driekwart zaagsnede situatie zijn uitgezet omdat in deze situatie dichterbij de scheurtip drukspanningen optreden. Uit deze figuren volgt dat alle spanningscomponenten in de buurt van de scheurtip positief zijn. Het verschillend gedrag bij trek of druk speelt dus geen rol bij het bezwijken.

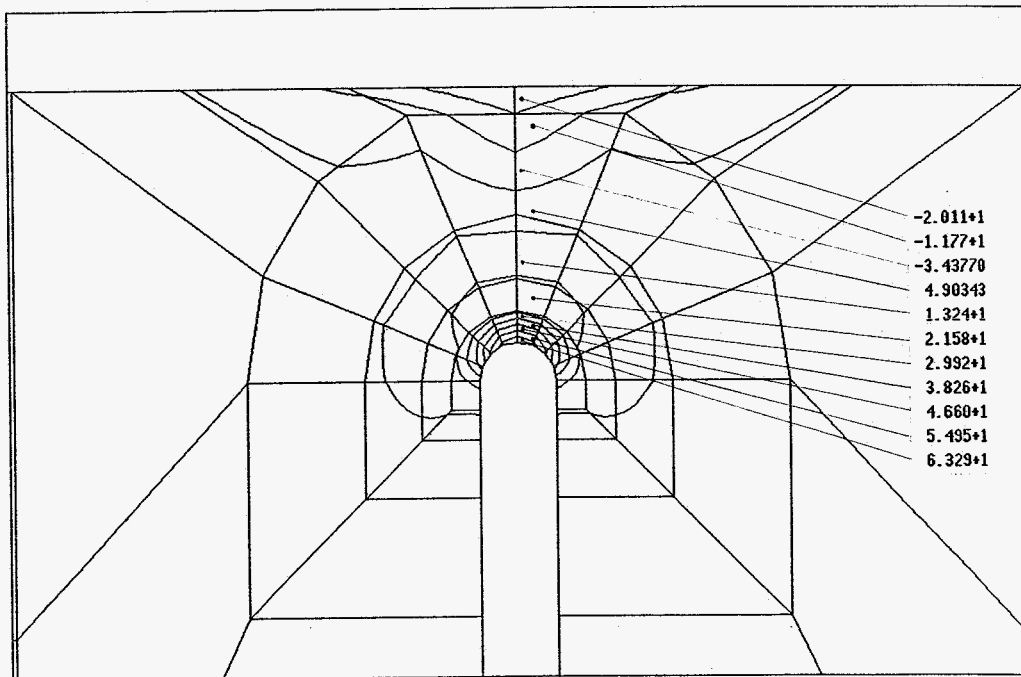


figuur 14

σ_x voor driekwart zaagsnede



figuur 15
 σ_y voor driekwart zaagsnede



figuur 16
 σ_z voor driekwart zaagsnede

7 REKENMETHODES EN RESULTATEN

Er zijn een aantal manieren om de K1-waarde te bepalen met behulp van een eindig elementen pakket.

De meest voor de hand liggende methode is de direkte methode. Met deze methode wordt via de berekende spanning het verloop van de K1-waarde bepaald.

Een andere methode is het berekenen van de J-integraal om daaruit de K1-waarde te bepalen.

Het pakket MARC heeft twee manieren om de J-integraal te bepalen: De methode van de virtual crack extension en een als methode van Lorenzi bekend staande J-integraal benadering.

7.1 K1-waarde bepaling middels de direkte methode

Bij deze methode worden met een fijne elementverdeling de spanningscomponenten berekend. Vervolgens wordt met de functies voor het spanningsveld in de buurt van een lineaire scheur de K1-waarde bepaald. De waarde die ter plaatse van de scheurtip geldt kan uit de berekende K1-waarden via extrapolatie verkregen worden. Het is duidelijk dat dit een bewerkelijke en rekenintensieve manier is, waarbij de nauwkeurigheid sterk van de fijnheid van de elementverdeling afhangt.

7.1.1 De spanningsintensiteitsfactor K1

Voor de berekening van de spanningsintensiteitsfactor is het nodig om de spanningsveld bij een scheurtip te bekijken. Rond een lineaire scheur in een oneindige plaat kan met behulp van de complexe funktietheorie voor dit spanningsveld het volgende worden afgeleid:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{(2r)}} \cdot \cos(\theta/2) \cdot [1 + \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)]$$

$$\sigma_{YY} = \frac{\sigma \sqrt{a}}{\sqrt{(2r)}} \cdot \cos(\theta/2) \cdot [1 - \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)]$$

$$\sigma_{XY} = \frac{\sigma \sqrt{a}}{\sqrt{(2r)}} \cdot \sin(\theta/2) \cdot \cos(\theta/2) \cdot \cos(3\theta/2)$$

$$\sigma_{ZZ} = \mu \cdot (\sigma_{XX} + \sigma_{YY}) \quad ; \quad (\text{vlakke rek})$$

$$\sigma_{ZZ} = 0 \quad ; \quad (\text{vlakspanning})$$

Het bovenstaande spanningsveld is slechts geldig voor oneindige afmetingen. Voor de configuratie van figuur 1 blijkt voor de spanningscomponent in y-richting te gelden:

$$\sigma_{YY} = \frac{K1}{\sqrt{(2\pi r)}} \cdot \cos(\theta/2) \cdot [1 - \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)]$$

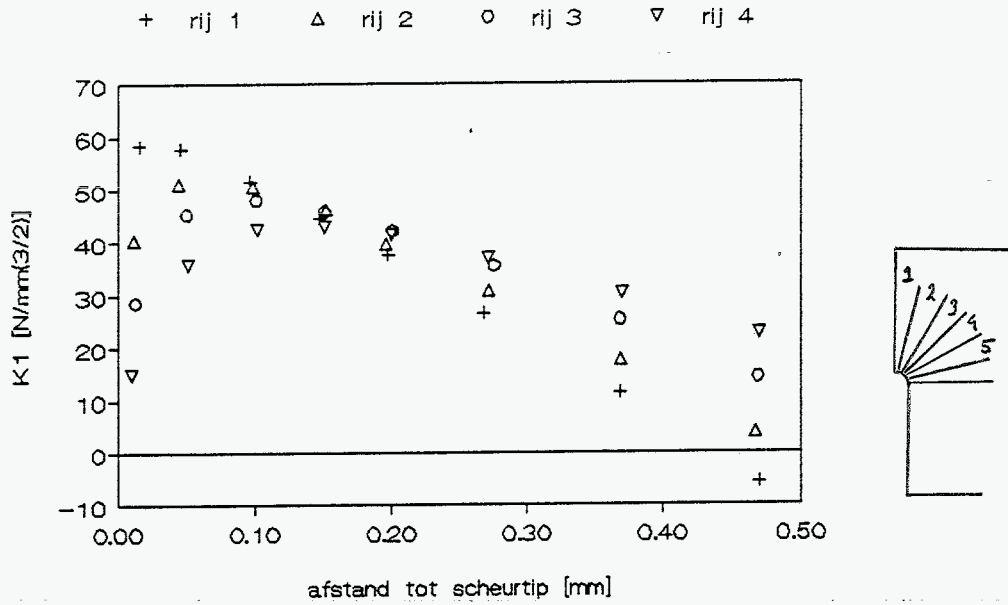
waaruit voor K1 volgt:

$$K1 = \sigma_{YY} \cdot \frac{\sqrt{(2\pi r)}}{\cos(\theta/2) \cdot [1 - \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)]}$$

7.1.2 De resultaten van de direkte methode

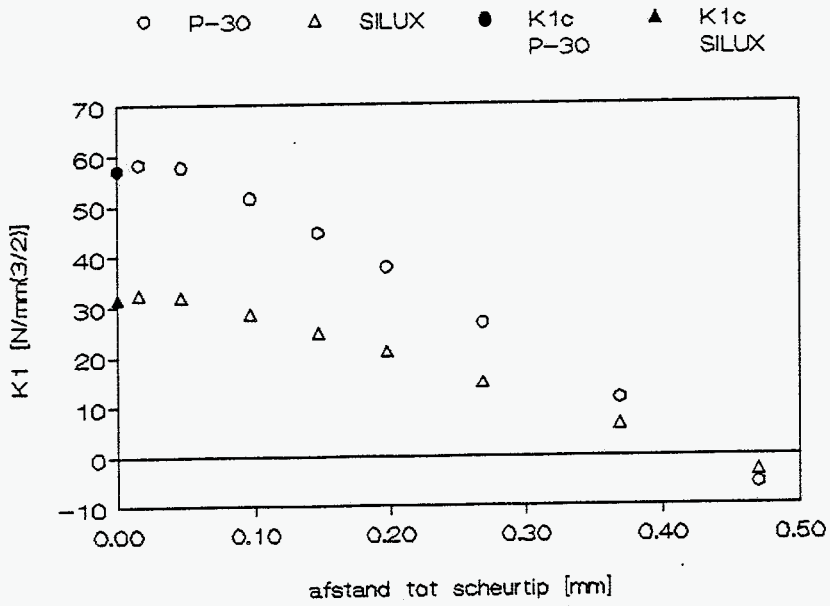
Om de spanningscomponenten nauwkeurig te kunnen bepalen is er met MENTAT een fijn verdeelde mesh gegenereerd (zie figuur 9). Nu worden met MARC voor beide materialen de spanningscomponenten berekend tengevolge van een puntbelasting ter grootte van de P. Met de spanningscomponent in y-richting wordt het verloop voor K1 op een radiale lijn naar de zaagtop bepaald. Het resultaat voor de opeenvolgende radiale elementrijen is uitgezet in figuur 17 (voor halve zaagsnede). Zoals te verwachten was levert het K1 verloop van de eerste rij de beste voorspelling. In figuur 18 is het resultaat van de eerste rij voor P-30 en silux uitgezet.

K-factoren P-30



figuur 17
K1-verloop diverse rijen

K1-faktor



figuur 18
K1-verloop eerste rij, P-30 en silux

7.2 K1-faktor bepaling met J-integraal

Het is ook mogelijk om de K1-waarde middels de waarde van de J-integraal te bepalen. Voor het lineair elastische geval is de J-integraal gelijk aan de energy release rate G:

$$J = G$$

7.2.1 Relatie K1-G

Er bestaat een relatie die de energy release rate G koppeld aan de spanningsintensiteitsfactor K1 (vlakke-rek):

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} K1^2$$

7.3 De methode van de virtual crack extension.

De werkwijze in het twee dimensionale geval bestaat uit het bepalen van de strain energy middels een oppervlakteintegraal. Dit is gemakkelijk te implementeren omdat het bepalen van de spanningscomponenten eveneens met oppervlakteintegralen gaat. De bepaling van de strain energy wordt voor twee situaties uitgevoerd, de oorspronkelijke en de situatie waarbij een aantal knooppunten rond de scheurtip een virtuele verplaatsing hebben ondergaan.

Het programma geeft na numerieke differentiatie als output het verschil in de strain energy van de beide situaties. Dit verschil moet dan nog door de verandering in scheuroppervlak gedeeld worden om de J-integraal te verkrijgen.

Vanwege de afrondingsfouten die de numerieke differentiatie kan veroorzaken adviseert MARC knooppuntsverplaatsingen in de orde van een duizendste van het de scheurtipelement.

In wezen is deze J-integraal schatting niet anders dan de

berekening van de compliantieverandering van de buigbalk bij een kleine voortschreiding van de scheur.

De invoer voor deze methode bestaat uit het aangeven van de te verplaatsen knooppunten en de verplaatsing.

7.3.1 De resultaten van de crack extension methode

De methode wordt toegepast met zowel een puntbelasting als een verdeelde belasting. Allereerst wordt alleen het middelste knooppunt verplaatst vervolgens de middelste vijf en als laatste alle negen knooppunten die de zaagtop vormen. De J-waarden zijn omgerekend naar K1-waarden en in tabel 3 (P-30) en tabel 4 (silux) opgenomen.

P-30	Belasting	1	5	9	theorie
halve zaag- snede	punt	45.07	48.60	40.19	57.10
	verdeeld	44.74	48.33	39.96	
driekwart zaag- snede	punt	29.52	32.03	26.55	34.20
	verdeeld	38.58	41.92	34.74	

tabel 3

K-waarden P-30 VCE-methode

silux	Belasting	1	5	9	theorie
halve zaag- snede	punt	24.97	26.97	22.30	31.66
	verdeeld	24.81	26.79	22.15	
driekwart zaag- snede	punt	12.86	13.92	11.55	14.87
	verdeeld	16.79	18.21	15.10	

tabel 3
K-waarden silux VCE-methode

7.4 De methode van Lorenzi.

Deze methode lijkt veel meer op de echte bepaling van een J-integraal.

Evenals de schatting wordt er een aantal knooppunten rond de scheurtip verplaatst in de scheurvoortplantingsrichting.

Verder wordt er gebruik gemaakt van een soort integratie-pad waarlangs de J-integraal plaatsvindt. Dit pad is bestaat uit de contour van een aantal ingegeven elementen (zie figuur 8).

deLorenzi stelt dat de J-integraal opgebouwd is uit een volume en een oppervlakte integraal. En in het twee dimensionale geval uit een oppervlakte en een lijn integraal.

$$J = \frac{1}{\Delta a} \int_A \left[\left(\sigma_{ij} \frac{du_i}{dx_k} - W \delta_{ik} \right) \frac{d\Delta x_k}{dx_i} - f_i \frac{du_i}{dx_j} \Delta x_j \right] da$$

$$- \int_s t_i \frac{du_i}{dx_j} \Delta x_j ds \quad \text{met } i, j, k = 1, 2$$

σ_{ij} de spanningsensor, δ_{ij} is de Kronecker delta, W de strain energy, Δa de knooppuntsverplaatsing, f_i de volume belasting,

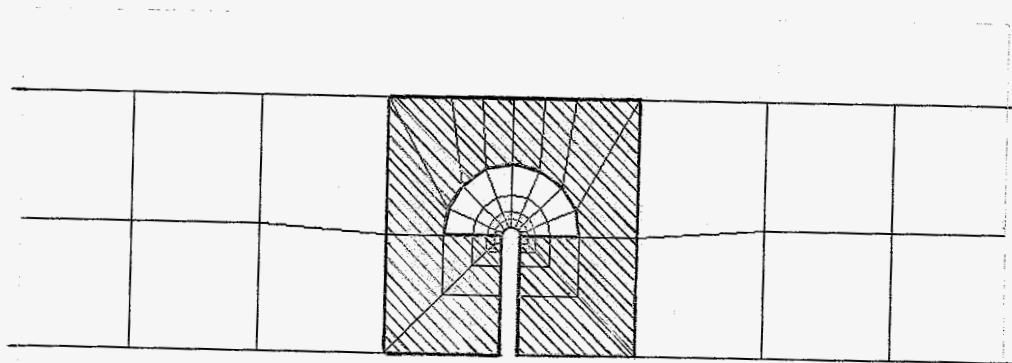
t_i , de oppervlaktespanning en Δx_j is een interpolatiefunctie. Het uitvoeren van een lijnintegraal is bijzonder lastig. Gelukkig wordt het bovenstaande, bij afwezigheid van traagheidskrachten, volumekrachten, initiële spanningen en krachten op vrije oppervlakken, gereduceerd tot:

$$J = \frac{1}{\Delta a} \int_A \left[\left(\sigma_{ij} \frac{du_i}{dx_k} - w \delta_{ik} \right) \frac{d\Delta x_k}{dx_i} \right] da$$

En deze integraal is weer redelijk gemakkelijk in het pakket te implementeren.

7.4.1 De resultaten van de Lorenzi methode

Evenals bij de virtual crack extension methode wordt een aantal knooppunten rond de scheurtip een virtuele verplaatsing gegeven. Deze knooppunten geven het gebied Ω_1 in figuur 8 aan. Met elementen moet dan verder nog een gedeformeerd gebied (Ω_2) en een rigide gebied (Ω_3) aangegeven worden. De proef is doorgerekend voor de halve zaagsnede met de in tabel 4 en 5 aangegeven verschillende verdelingen van de diverse gebieden. De J-waarden zijn weer omgerekend naar K1-waarden. Ter verduidelijking is het laatste geval in figuur 19 weer gegeven.



figuur 19
De gehele hoogte deformeerbaar

Ω_1	Ω_2	Ω_3	puntb.	verd.b.
1e rij	2e rij	rest	136.50	135.70
1e rij	2e + 3e	rest	136.50	135.70
1e + 2e	3e rij	rest	98.08	97.41
1e tot 3e	4e rij	rest	76.05	77.63
1e tot 4e	vierkant	rest	49.27	49.10

tabel 4
P-30, Lorenzi methode

Ω_1	Ω_2	Ω_3	puntb.	verd.b.
1e rij	2e rij	rest	75.68	75.24
1e rij	2e + 3e	rest	75.68	75.24
1e + 2e	3e rij	rest	54.38	54.01
1e tot 3e	4e rij	rest	42.16	43.04
1e tot 4e	vierkant	rest	27.32	27.22

tabel 5
silux, Lorenzi methode

8 KONKLUSIE

Het doorrekenen van een experiment met MARC geeft snel inzicht in de spanningstoestand nabij de scheurtip en levert betrouwbare spanningscomponenten op. Mede hierdoor levert de direkte methode K_I -waarden die het meest overeenstemmen met de empirisch bepaalde K_{I_c} .

De methode van de virtual crack extension komt tot lagere waarden voor K_I . Bij deze methode valt op dat de waarden bij de verdeelde belastingsituatie in het geval van de driekwart zaagsnede beter overeenstemmen met de K_{I_c} -waarden.

Bij de methode van Lorenzi is de spreiding in het resultaat, afhankelijk van de gebiedskeuze, erg groot. Verder blijkt uit de eerste twee gebiedsverdelingen dat de J_I -waarde alleen onafhankelijk is van het integratiepad als Ω_1 hetzelfde blijft. De methode leidt alleen in het laatste geval, als de gehele buigstaafhoogte deformeerbaar verondersteld wordt (zie ook figuur 19) tot waarden, die overeenstemmen met de J -integraal schatting.

REFERENTIES

Broek, D., 1989, The Practical use of Fracture Mechanics.

Delorenzi, H.G., 1985, Energy Release Rate calculations by the finit element method, J Engineering Fracture Mechanics.

Groot, R., de, 1986, Failure characteristics of tooth composite structures.

Owen, P.R.J., Fawkes, A.J., 1983, Engineering Fracture Mechanics.

Schreurs, P., 1990, Breukmechanica, college diktaat Technische Universiteit Eindhoven, Fakulteit Werktuigbouwkunde.

Usermanual, M.A.R.C., Rev.K.3, volume A/F.