

## Een proefmodel voor metingen aan de verschijnselen slingerfrequentie en kritieke onbalans

**Citation for published version (APA):**

Aken, van, N. P. D. M. (1992). *Een proefmodel voor metingen aan de verschijnselen slingerfrequentie en kritieke onbalans*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA1291). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1992

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

**EEN PROEFMODEL VOOR  
METINGEN AAN DE VERSCHIJNSELEN  
SLINGERFREQUENTIE EN  
KRITIEKE ONBALANS**

**door: N.P.D.M. van Aken.**

WPA 1291

**Onderzoeksopdracht WPA**

**- Specifieke productiemiddelen - Prof. ir. J.M. van Bragt -**

**Begeleiders: Ir. P.W. Koumans  
Ir. A.T.J.M. Smals**

**Maart 1992**

## **SAMENVATTING**

Indien een rotor die in onbalans is in een lager draait en de lagerspeling is niet nul, komen bij bepaalde combinaties van toerental, excentriciteit van het zwaartepunt en lagerspeling verschijnselen voor die de as wild in het lager doen bewegen. Deze verschijnselen: de slingerfrequentie en kritieke onbalans, wil men bij voorkeur voorkomen. Hiervoor wil men uitgaande van de theorie algemene regels opstellen die bij ontwerpen gebruikt kunnen worden om het optreden van deze verschijnselen uit te sluiten.

Eerst moet echter bekend zijn of de werkelijkheid overeenkomt met de theorie. Om dit te onderzoeken dienen metingen t.a.v. deze verschijnselen uitgevoerd te worden. Het proefmodel waarvan hier de ontwerpcyclus en het ontwerp beschreven is, lijkt geschikt om deze metingen uit te voeren.

## SYMBOLENLIJST

U	onbalans	[kgm]
$\omega$	hoeksnelheid van de as	[rad s <sup>-1</sup> ]
m	massa van de as	[kg]
g	gravitatieconstante = 9,81	[ms <sup>-2</sup> ]
e	excentriciteit van het zwaartepunt van de rotor t.o.v. het middelpunt	[m]
n	toerental van de as	[omw min <sup>-1</sup> ]
R	lagerspeling (0,5*radiale lagerspeling)	[m]
$\rho$	dichtheid	[kg m <sup>-3</sup> ]
d <sub>a</sub>	diameter as	[m]
l <sub>a</sub>	lengte as	[m]
F <sub>c</sub>	centrifugaalkracht	[N]
F <sub>G</sub>	gravitatiekracht	[N]

## INHOUD

Samenvatting	
Symbolenlijst	blz.
1. Inleiding	1
2. De slingerfrequentie en kritieke onbalans	2
2.1 De slingerfrequentie	2
2.2 De kritieke onbalans	3
3. Oriëntatie t.a.v. het proefmodel	7
3.1 Het meetbereik	7
4. Het ontwerpproces van het proefmodel	9
4.1 Het lager met variabele lagerspeling	9
4.1.1 Oriëntatie	9
4.1.2 Planning	10
4.1.3 De instelnaauwkeurigheid	13
4.2 De excentriciteit	15
4.2.1 Oriëntatie	15
4.2.2 Planning	15
4.3 Het toerental	17
4.4 De askeuze	17
4.5 De keuze van de motor-as-koppeling	17
4.6 De keuze van het lager met constante lagerspeling	18
5. Conclusie	19
Appendix A	20
Appendix B	22
Literatuur	23
Bijlagen:	
Bijlage 1: Het meetbereik	24
Bijlage 2: De horizontale verplaatsing als functie van de hartafstandsinstelling	25
Bijlage 3: Nomogram ter bepaling van kritische toerentallen van assen	26
Bijlage 4: Tekeningen van het proefmodel	27
4 <sup>a</sup> : Het proefmodel	27
4 <sup>b</sup> : Doorsnede A-A	28

## 1. INLEIDING

Indien een rotor die in onbalans is in een lager draait en de lagerspeling is niet nul, treden er 2 bijzondere verschijnselen op die bekend staan als slingerfrequentie en kritieke onbalans [1]. Deze verschijnselen leiden tot duidelijk waarneembare en soms hinderlijke "rammel". Aangezien zelfs een gebalanceerde rotor vaak nog een (geringe) onbalans bezit en de lagerspeling vrijwel nooit 0 is, kunnen deze verschijnselen bij elk ontwerp optreden. De bedoeling van de opdracht was het ontwerpen van een proefmodel waarmee metingen verricht kunnen worden t.a.v. het fenomeen slingerfrequentie en eventueel ook t.a.v. de kritieke onbalans. Dit opdat experimenteel bepaald kan worden onder welke omstandigheden de situaties zich voordoen en hoe deze zich verhouden met de theorie, zodat er bij de constructie van machines en aandrijvingen rekening mee kan worden gehouden.

Voordat met het eigenlijke ontwerpproces kan worden begonnen is het belangrijk precies te weten wat de slingerfrequentie is, wanneer ze optreedt en welke factoren haar beïnvloeden. Dit is beschreven in hoofdstuk 2. Ook staat hierin een korte beschrijving van de kritieke onbalans. In de daaropvolgende hoofdstukken staat het ontwerpproces van het proefmodel beschreven.

## 2. DE SLINGERFREQUENTIE EN KRITIEKE ONBALANS

Als een as die niet in balans is in een lager met lagerspeling R draait, doet zich de situatie voor zoals getekend in figuur 1. De rotoronbalans veroorzaakt een centrifugaalkracht  $F_c$  die kan leiden tot 2 instabiliteiten: de slingerfrequentie en de kritieke onbalans.

### 2.1 De slingerfrequentie

Als de centrifugaalkracht  $F_c$  kleiner is dan de kracht  $F_G$  t.g.v. de rotormassa (figuur 2<sup>a</sup>) zal de horizontale component van  $F_c$  leiden tot een slingerende beweging van de as t.o.v. het lagermiddenpunt. Als het toerental van de as overeenkomt met de eigenfrequentie van het slingermodel, zal de opslingering steeds groter worden en gaat de as wild door het lager bewegen. In theorie zal de slingerfrequentie alleen optreden als aan de volgende 2 voorwaarden is voldaan:

$$F_c < F_G: \quad U\omega^2 < m \cdot g \quad (1)$$

$$\text{met:} \quad U = m \cdot e \quad (2)$$

(door verwaarlozing van onbalansmassa  $u$  t.o.v.  $m$  [2]: fout  $\pm 5\%$ ).

$$\text{en:} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (3)$$

$$m e \left( \frac{2\pi n}{60} \right)^2 < m \cdot g. \quad (4)$$

$$\text{levert dit:} \quad e < g \left( \frac{30}{\pi} \right)^2 \frac{1}{n^2} \quad (= C \cdot \frac{1}{n^2}). \quad (5)$$

Het gebied onder de lijn  $F_c = F_G$  in van figuur 3 representeert de excentriciteits-toerentalcombinaties waarbij aan deze voorwaarde is voldaan.

. Het toerental van de rotor moet gelijk zijn aan de frequentie van de slinger.

De eigenfrequentie van de slinger is:

$$\text{met:} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R+e}} \quad (6)$$

$$f = \frac{n}{60} \quad (7)$$

volgt voor het toerental van de as:

$$n = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{R+e}} \quad (8)$$

De slingerfrequentie is dus afhankelijk van het toerental, de lagerspeling en de excentriciteit.

Formule (8) is ook te schrijven als:

$$R = g \left( \frac{30}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2} - e \quad (9)$$

Deze functie is weergegeven in figuur 4.

Het blijkt dat slingerfrequentie optreedt bij lagerspelingen die liggen tussen  $R=0$  en  $R = g \left( \frac{30}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2}$ . Dit gebied is vooral bij hoge toerentallen klein.

## 2.2 De kritieke onbalans

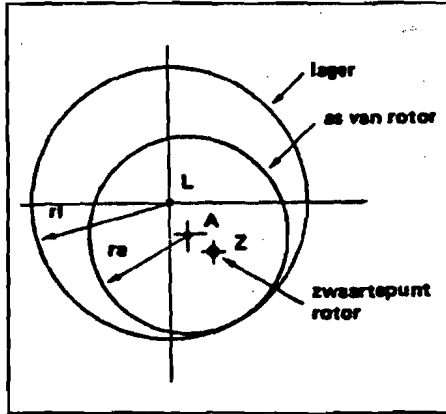
In dit geval is de centrifugaalkracht groter dan de gravitatiekracht (figuur 2<sup>b</sup>). De as zal als gevolg "opgetild" kunnen worden en willekeurig door het lager bewegen. Dit fenomeen kan voorkomen bij excentriciteit-toerental-combinaties uit het gebied boven  $F_c = F_g$  in figuur 3.

Daar dit gebied niet onbelangrijk is zal er bij het ontwerp van het proefmodel rekening mee gehouden worden dat het bij voorkeur ook geschikt moet zijn voor metingen aan de kritieke onbalans.

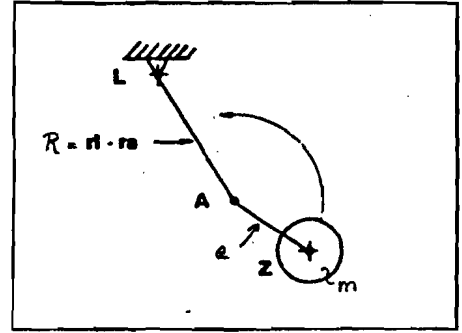
---

<sup>1</sup>Voor de afleiding van deze vergelijking zie APPENDIX A



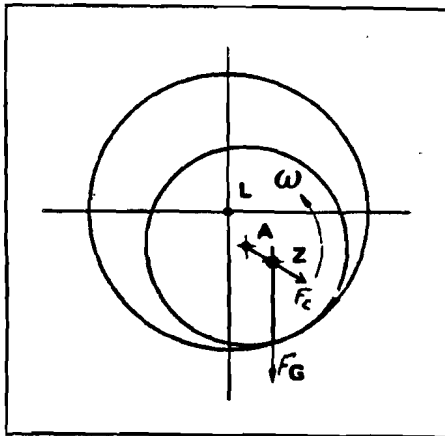


Een wat overdreven voorstelling van een as in een lager waarbij het rotorlichaam een zekere onbalans heeft. L is het lager-middelpunt, A is het as-middelpunt, Z is het zwaartepunt van de rotor. De afstand L-A kan wel kleiner, maar niet groter worden.

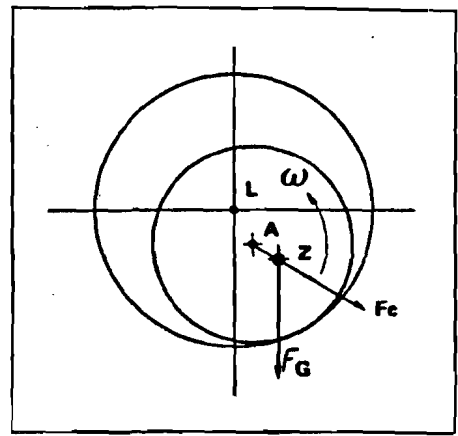


Een dynamica-model van de situatie.

fig. 1.



2<sup>a</sup>:  $F_c < F_G$  : Slingerfrequentie



2<sup>b</sup>:  $F_c > F_G$  : Kritieke onbalans

fig 2.

Excentriciteit  $e$  ( $\mu\text{m}$ ) als functie van toerental  $n$  (omw./min.)

---

$$e = c \cdot g \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad ; \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_c = c \cdot F_G$$

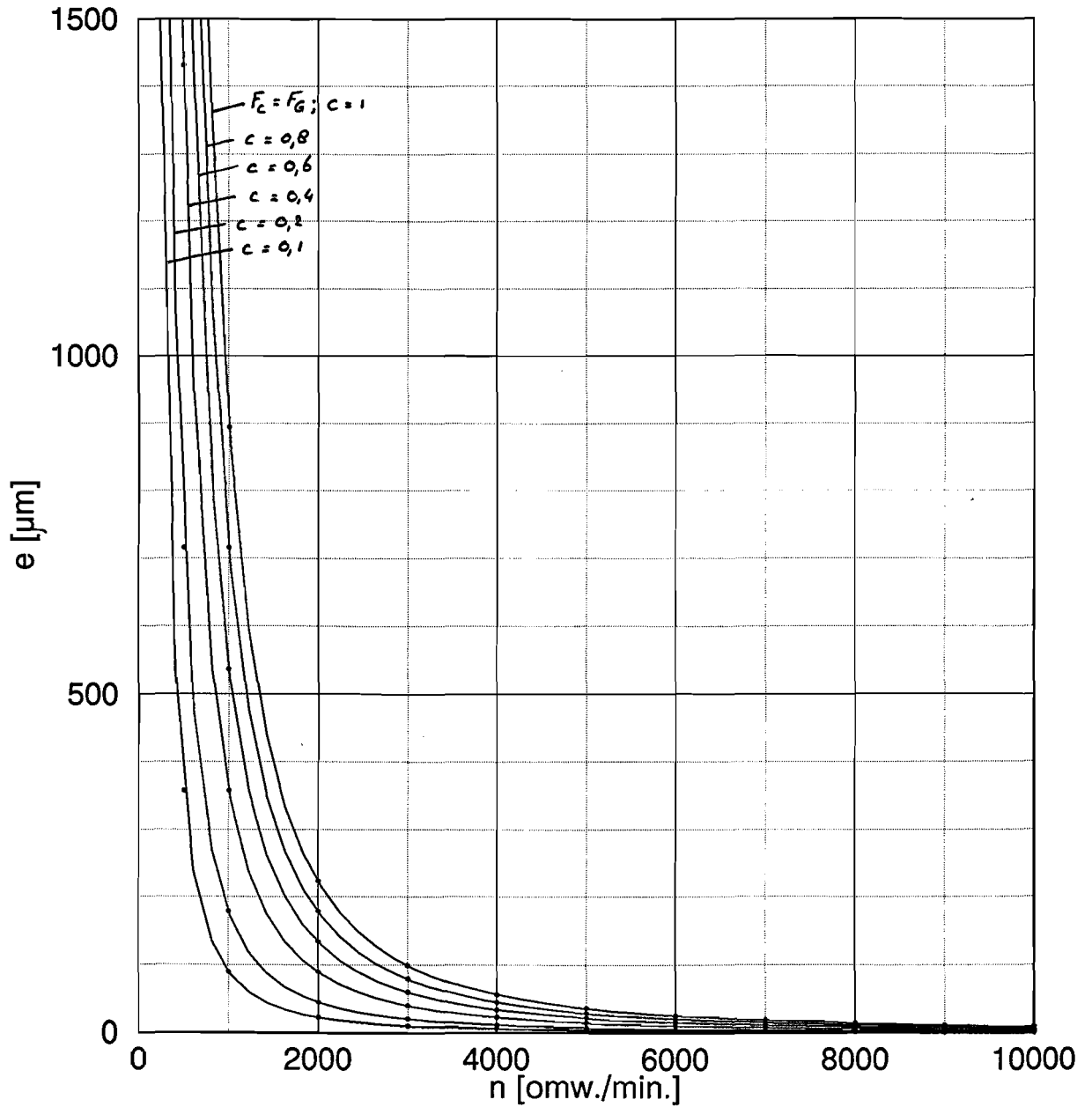


fig. 3.

Lagerspeling  $R$  [ $\mu\text{m}$ ] als functie van toerental  $n$  [omw/min].

$$R = g \left( \frac{30}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2} - e \quad ; \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

/// Gebied waar slingerfrequentie op kan treden.

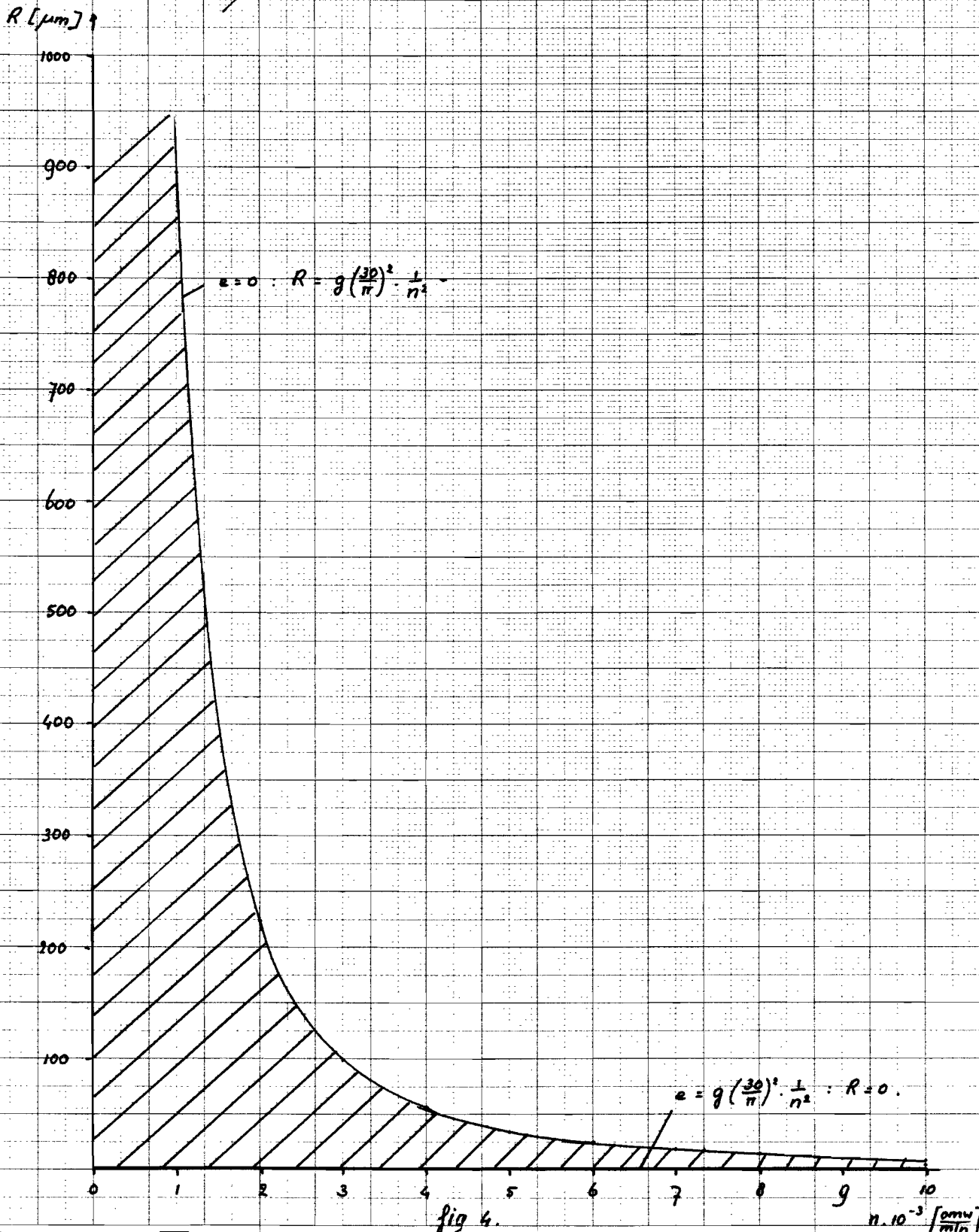


fig 4.  
6

### 3. ORIENTATIE T.A.V. HET PROEFMODEL

Het proefmodel dat ontworpen moet worden, moet geschikt zijn om metingen uit te voeren t.a.v. de slingerfrequentie. Dit om te onderzoeken bij welke verhouding  $F_c/F_G$  het verschijnsel optreedt en of het theoretische model de werkelijkheid goed representeert.

Indien het mogelijk zou zijn om ook de kritieke onbalans te meten, wordt dit op prijs gesteld.

Aangezien met het model verschillende combinaties van excentriciteit, lagerspeling en toerental moeten kunnen worden ingesteld, wordt geëist dat:

- . de lagerspeling te variëren is.
- . de excentriciteit van het zwaartepunt is te variëren.
- . het toerental te variëren is.

In paragraaf 3.1 is de keuze van de grenzen van deze parameters beschreven.

Verder is van belang dat het proefmodel:

- . eenvoudig te bedienen is.
- . eenvoudig is te vervaardigen.
- . voldoende nauwkeurig is.
- . niet duur is.

#### 3.1. Het meetbereik

Het meetbereik van het proefmodel, dat wordt bepaald door de grenswaarden van de 3 factoren toerental, lagerspeling en excentriciteit, moet zo gekozen worden dat de slingerfrequentie optreedt. De voorwaarden waaraan dan voldaan moet worden,  $F_c < F_G$  en  $R = g \left( \frac{30}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{n_1} - e$ , zijn weergegeven in figuur 3 resp. figuur 4. Uit figuur 3 blijkt dat de toelaatbare  $e_{\max}$  bij toenemend toerental steeds kleiner wordt. Uit figuur 4 blijkt dat aangezien de slingerfrequentie alleen optreedt in het gearceerde gebied de mogelijke lagerspelingsvariatie kleiner wordt als het toerental toeneemt.

De meetresultaten worden beïnvloed door spelings, instelonnauwkeurigheden en andere onnauwkeurigheden (bv. uitzetting van het lager t.g.v. opwarming door gebruik). Kleine afwijkingen hebben grotere invloed op de meetresultaten bij kleine wijzigingen van de instelling van excentriciteit en lagerspeling, dan bij grotere instellingsveranderingen. Aangezien de grafiek (figuur 4) bij lage toerentalen steil is komen hier grote excentriciteits- en lagerspelingsvariatiën voor. Daarom wordt er bij lage toerentalen gemeten:  $n=1500-2000$  omw./min. Hoewel dit toerentalbereik klein is, kan toch op een voldoende aantal punten gemeten worden, omdat bij kleine toerentalvariatiën de lagerspeling waarbij slingerfrequentie optreedt duidelijk anders is.

Om te voorkomen dat men bij een bepaalde excentriciteit na toerentalvariatie overgaat van het gebied met slingerfrequentie naar het gebied met kritieke onbalans, mag de excentriciteit voor de slingerfrequentie-metingen niet groter zijn dan  $e_{\max}$  bij het grootste toerental.

Kiest men  $R=50 \mu\text{m}$  als minimum, vanwege het functioneren van het lager, dan volgt het excentriciteitsbereik:

- . slingerfrequentie  $0 \leq e \leq 175 \mu\text{m}$
- . kritieke onbalans  $425 \leq e \leq 600 \mu\text{m}$ .

Als men kritieke onbalans wil meten mag de excentriciteit niet kleiner zijn dan  $e_{\text{max}}$  bij het kleinste toerental. Uit figuur 3 volgt het excentriciteitsbereik:  $425 \leq e \leq 600 \mu\text{m}$ .

Omdat er voor de kritieke onbalans geen relatie bekend is tussen  $R$  en  $e$ , wordt het lagerspelingsbereik gebaseerd op het excentriciteitsbereik voor slingerfrequentie. De minimale  $R$  bedraagt  $50 \mu\text{m}$  en de maximale lagerspeling  $R$  volgt uit figuur 4:  $50 \leq R \leq 397$ .

Het lagerspelingsbereik wordt dan gekozen:  $50 \leq R \leq 400 \mu\text{m}$ .

Resumerend:

toerental :  $n = 1500 - 2000 \text{ omw/min.}$   
excentriciteit : slingerfrequentie  $e: 0 - 175 \mu\text{m}$   
                  kritieke onbalans  $e: 425 - 600 \mu\text{m}$ .  
lagerspeling :  $R: 50 - 400 \mu\text{m}$ .

Dit gebied is weergegeven in bijlage 1.

#### **4. HET ONTWERPPROCES VAN HET PROEFMODEL**

Volgens de literatuur [1] voldoet een proefmodel zoals afgebeeld in figuur 5 goed. Het ontwerp is op dit model gebaseerd, maar heeft de mogelijkheid tot variatie van de lagerspeling, excentriciteit en het toerental. Voor de eerste 2 factoren is er via een afzonderlijke ontwerpcyclus een oplossing gevonden. In de volgende paragraaf worden deze ontwerpcycli beschreven. Ook andere belangrijke keuzen worden toegelicht.

##### **4.1. Het lager met variabele lagerspeling**

###### **4.1.1 Oriëntatie**

Om de situatie uit figuur 1 in dit lager na te bootsen moet ten eerste de lagerspeling van het lager gewijzigd kunnen worden. Ten tweede moet ook de hartafstand tussen lager- en asmiddelpunt ingesteld kunnen worden.

Het lager moet uiteindelijk voldoen aan 3 sets eisen. Een set met eisen die betrekking hebben op de instelling van de lagerspeling, een set eisen die betrekking heeft op de instelling van de hartafstand en een set eisen m.b.t. de fysische eigenschappen van het lager. De eerste twee sets zijn vooral van invloed op de constructie. De andere set bepaalt het soort lager dat gekozen wordt (glijlager, wentellager, etc.).

###### **Eisen t.a.v. de lagerspelingsvariatie**

- . De lagerspeling R moet gevarieerd kunnen worden tussen 50 en 400  $\mu\text{m}$ .
- . De lagerspeling R moet op minimaal 10  $\mu\text{m}$  nauwkeurig in te stellen zijn.
- . De lagerspelingsinstelling mag tijdens de meting niet verlopen.
- . Over de gehele lagerbreedte dient de lagerspeling constant te zijn.
- . De lagerrondheid mag niet wijzigen door de methode van lagerspelingsvariatie.
- . De spelingsvariatie bij voorkeur continu variabel.
- . Eenvoudig principe.
- . Het principe moet toepasbaar zijn bij de benodigde lagersoort.
- . Het principe moet compatibel zijn met de manier van hartafstandsinstelling.

###### **Eisen t.a.v. de hartafstandsvariatie:**

- . De lagerhartlijn moet t.o.v. de ashartlijn over een afstand van 350  $\mu\text{m}$  kunnen verplaatsen.
- . De afstand moet op 3  $\mu\text{m}$  nauwkeurig in te stellen zijn.
- . De afstand mag tijdens de metingen niet wijzigen.
- . De hartafstandsvariatie bij voorkeur continu variabel.
- . De lagerhartlijn moet evenwijdig blijven aan de ashartlijn.
- . Eenvoudig principe.
- . Het principe moet compatibel zijn met de manier van lagerspelingsvariatie.
- . Het principe moet toepasbaar zijn bij de benodigde lagersoort.

## Eisen t.a.v. de lagerkenmerken

- . Geschikt voor een lagerkracht  $< 10$  N.
- . Het lager moet bij vrij grote spelingen (R: 50 - 400  $\mu\text{m}$ ) kunnen functioneren.
- . Levensduur  $\pm 300$  uur.  
(300 uur lijkt ruim voldoende om metingen in het gewenste meetbereik uit te voeren).
- . De ingestelde lagerspeling mag door uitzetting van het lager niet veel veranderen.  
(Dit betekent dat eventueel het lager gekoeld moet worden, of intermitterend gebruikt moet worden zodat de temperatuurverhoging door gebruik klein is.)
- . Het lager moet geschikt zijn voor de gekozen spelingsvariatie-methode en de methode van hartafstandsinstelling.
- . Toerental dat optreedt: 1500 - 2000 omw./min.
- . Goede noodloopeigenschappen (vanwege intermitterend gebruik).
- . Bestand tegen afbrokkelen (as beweegt wild door het lager).
- . Goede droogloopeigenschappen (smering leidt tot demping).

### 4.1.2 Planning

Tijdens deze fase worden verschillende mogelijke oplossingen bedacht en aan de eisen, die bij de oriëntatie naar voren kwamen, getoetst.

De alternatieven m.b.t. de manier van lagerspelingsvariatie zijn in figuur 6 schematisch weergegeven. Ook de eigenschappen zijn er beschreven. Omdat een lager met conische vorm het beste aan de eisen voldoet, heeft dit alternatief de voorkeur.

In figuur 7 zijn de verschillende methoden om de hartafstand in te stellen voorgesteld. Omdat bij alternatief 3 erg nauwkeurig en gemakkelijk ingesteld kan worden, is dit principe gekozen.

De keuze van het toe te passen lagertype is gebaseerd op de 3<sup>e</sup> set eisen.

In principe zijn er 4 basistypen:

- . glijlager (drooglopend of gesmeerd)
- . wentellager
- . hydrodynamisch glijlager
- . hydrostatisch glijlager.

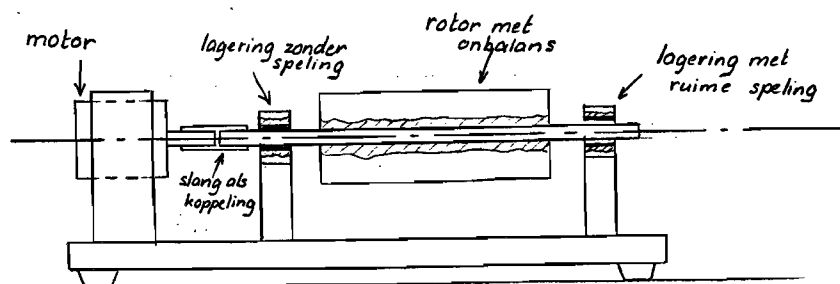
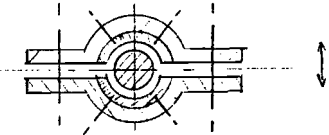
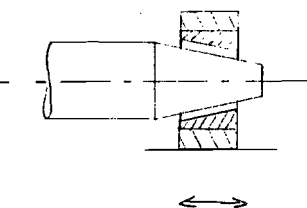


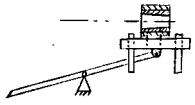
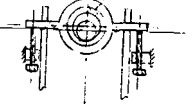
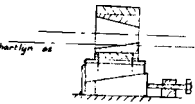
fig 5 : Een proefmodel

**FIGUUR 6**

Alternatief	Lagerspeling continu variabel tussen 50 en 400 $\mu\text{m}$	Nauwkeurigheid spelingsinstelling	Lagerspeling constant over lagerbreedte	Lagerspeling constant over asomtrek	Verlopen van speling	Eenvoudig	Opmerkingen
<p>1. Gedeeld lager</p> 	ja	Niet eenvoudig om op 0,01 mm nauwkeurig in te stellen	ja	nee	uitzetting van het lager door opwarming bij bedrijf	ja	Op enkele plaatsen is geen lagermateriaal aanwezig
<p>2. Conisch lager</p> 	ja	zeer nauwkeurig; afhankelijk van de hellingshoek	ja	ja	uitzetting van het lager door opwarmen bij bedrijf	ja	
<p>3. Lager met geregelde uitzetting</p>	ja	Zeer nauwkeurig; bij nauwkeurige meting en regeling, als de uitzettingscoëff. bekend is en het tijdsverschil tussen regeling en effect klein is	onbekend	onbekend	-	nee, een continue temperatuurregeling over de gehele lagerbreedte en -omtrek is niet eenvoudig	
<p>4. Samendrukbaar lager</p>	nee, slechts variabel over enkele $\mu\text{m}$ 's	wegens onbekendheid van elastisch gedrag niet nauwkeurig	onbekend	onbekend	uitzetting van lager door opwarmen bij bedrijf	de methode om lager samen te drukken komt overeen met de manier waarop alt. 1 en 2 functioneren	



**FIGUUR 7**

Alternatief	Lagerhartlijn continu variabel over 350 $\mu\text{m}$	Nauwkeurigheid instelling	Verlopen van de plaats van de hartlijn bij gebruik	Hartlijn ook na verplaatsing // hartlijn	Eenvoud	Compatibel met manier van lagerspelingsvariatie
1) 	ja	Afhankelijk van de overbrengingsverhouding door de hefboom	nee	ja	Bij grote overbrenging aanzienlijke ruimte nodig voor de hefboom. Bediening is eenvoudig.	ja
2) 	ja	Afhankelijk van de minimale verplaatsing van de stelschroeven	nee	ja	Beperkte ruimte van de hantering van de stelschroeven	ja
3) 	ja	Zeer nauwkeurig (afhankelijk van hellingshoek en spoed van de schroef)	nee	ja	Eenvoudige bediening en bouw	ja
4) Pneum. of hydr. cilinder	ja	Afhankelijk van instel-nauwkeurigheid van de cilinder.	ja, als gevolg van de beperkte stijfheid van de cilinder en eventuele lek.	ja	Eenvoudige bediening en bouw	ja

Wentellagers zijn niet geschikt voor gebruik bij lagerspelingen van deze grootte en worden buiten beschouwing gelaten.

Omdat een hydrodynamisch glijlager bij intermitterend gebruik geen goede smeerfilm opbouwt, komt de werking ongeveer overeen met dat van een gesmeerd glijlager. Er wordt daarom verder aan dit type geen aandacht besteed. Ook een hydrostatisch lager wordt niet behandeld omdat het een dure en niet eenvoudige oplossing is voor een lichtbelast lager van een proefmodel.

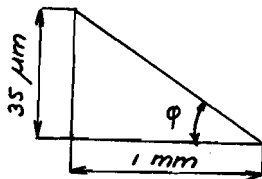
Van het lagertype glijlager, zijn in figuur 8 van de verschillende uitvoeringen de eigenschappen gegeven. Aangezien een grafietlager een zeer kleine uitzettingscoëfficiënt en grote warmtegeleidingscoëfficiënt heeft, zal de uitzetting van dit lager t.g.v. temperatuurverandering door gebruik het kleinste zijn.

Ook heeft dit lager goede droogloopeigenschappen. Een nadeel is de geringe toelaatbare vlaktedruk bij hoge glijnelheden. De lagerkracht die bij het proefmodel optreedt is echter zeer gering, zodat te verwachten is dat de draagkracht van het grafietlager toch voldoende is. De keuze is dus gevallen op een grafietlager.

#### 4.1.3 De instelnaauwkeurigheid

De mogelijke instelnaauwkeurigheid van de hartafstand en lagerspeling wordt bij de gekozen principes bepaald door de hellingshoeken en minimale verplaatsingen. Deze kunnen naar wens worden gekozen, maar de vereiste nauwkeurigheid moet haalbaar blijven. Bijvoorbeeld zou toegepast kunnen worden:

hartafstandsinstelling:

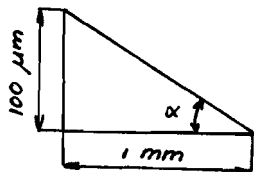


$$\varphi = 2^\circ$$

Spoed van schroefdifferentieel:

$$p = 0,3 \text{ mm/omw.}$$

lagerspelingsinstelling:



$$\alpha = 5,7^\circ$$

Spoed van de stelschroef:

$$p = 1 \text{ mm/omw.}$$

De instelling van de hartafstand dient gemeten te worden met een meetklok op het lager (in verticale richting). Voor de instelling van de lagerspeling kan de horizontale verplaatsing van het lager gemeten worden. In bijlage 2 is weergegeven welke horizontale verplaatsing nodig is om bij bovenstaande hellingshoeken, bij een bepaalde hartafstandinstelling de lagerspeling zo in te stellen dat de situatie die van figuur 1 is.

**FIGUUR 8**

Uitvoering	Toelaatbare vlaktedruk [Nmm <sup>2</sup> ] bij glij snelheid v 1)		Lineaire uit- zettingscoëff. [μm/K] 2)	Warmtegelei- dingscoëfficient [w/mK] 2)	Bestendigheid tegen afbrokke- len 3)	Noodloopeigen- schappen (intern gebruik) 3)	Droogloopeigen- schappen	Mogelijke smeermiddelen 3)	Bewerkingen mogelijk
	v ≤ 1 ms <sup>-1</sup>	v = 2-4 ms <sup>-1</sup>							
Grijs gietijzer GG140, GG190	2-1,2	2-1,2	10	60	slecht	voldoende	slecht	olie; vet	ja
Sintermetaal (ijzer of brons met olie verz.)	3	2-1	17	41	slecht	zeer goed	slecht	olie; vet	niet slijpen
Gegoten tinbrons	5	-	17,5	46-60	goed	goed	slecht	olie; vet	ja
Gegoten loodbrons	25	20-10	18,5	80-160	goed	goed	slecht	olie; vet	ja
Witmetaal	3-1	3-1	21-24	24-38	zeer goed	goed	slecht	olie; vet	ja
Kunststof	2,5	1	> 100	< 0,5	zeer goed	zeer goed	zeer goed	olie; vet	ja
Grafiet	3,5	-	1-4	115	voldoende	zeer goed	zeer goed	olie; vet; water	ja

- 1). [3] tabel 4.2.4 pag. 4.8  
 2). [4] tabel 8.1 pag. 172-173  
 3). [3] tabel 4.2.5 pag. 4.9

## 4.2 De excentriciteit

### 4.2.1 Oriëntatie

De 2<sup>e</sup> parameter die van invloed is op de slingerfrequentie, is de excentriciteit van het zwaartepunt van de rotor t.o.v. de middelpuntsas van de rotor. Deze excentriciteit kan alleen aanwezig zijn als de rotor in onbalans is. Vrijwel iedere rotor heeft een (geringe) onbalans, meestal een dynamische onbalans die opgebouwd is uit een statische onbalans en een momentenonbalans. In figuur 9 wordt duidelijk gemaakt wat met statische onbalans en momentenonbalans wordt bedoeld. De excentriciteit van het zwaartepunt in een snede is bij de momentenonbalans afhankelijk van  $\alpha$  en de axiale afstand van de snede tot het aszwaartepunt S. Dit zou betekenen dat bij horizontale verplaatsing van het lager ook de excentriciteit zou veranderen. Daarom wordt alleen de statische onbalans gebruikt.

Deze bedraagt volgens [2]:

$$U = (m+u)e = u \cdot r \quad (\text{zie figuur 10}) \quad (10)$$

en als u verwaarloosd wordt t.o.v. m:

$$U = m \cdot e = u \cdot r \quad (11)$$

(Omdat (11) gebruikt is bij het theoretische model, wordt deze formule ook gebruikt bij de berekening van e, u en r (zie Appendix B).

Aan het proefmodel worden de volgende eisen gesteld:

- . Er moet een statische onbalans aanwezig zijn.
- . De onbalans moet te variëren zijn (eventueel continu) tussen 0-175  $\mu\text{m}$  en 425-600  $\mu\text{m}$ .
- . De variatie moet op minimaal 10  $\mu\text{m}$  nauwkeurig ingesteld kunnen worden.
- . Eenvoudig in te stellen.
- .  $u < 5\% m$ .

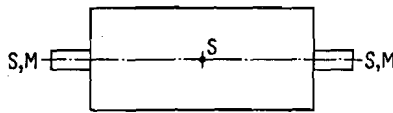
### 4.2.2 Planning

Er zijn verschillende mogelijkheden om de excentriciteit te variëren d.m.v. een statische onbalans.

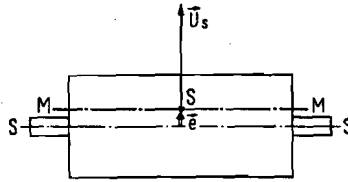
- . Variëren van de onbalansmassa u (figuur 11<sup>a</sup>).
- . Variëren van de straal r waarop de onbalansmassa zich bevindt (fig. 11<sup>b</sup>).
- . Variëren van de massa van de as (dit wordt als onpraktisch afgewezen).

Er is gekozen voor het alternatief van figuur 11<sup>b</sup>. Met dit principe is het mogelijk e continu te variëren over het gehele excentriciteitsbereik. Ook zijn kleine excentriciteiten gemakkelijk in te stellen.

- a. Beim vollkommen ausgewuchteten Rotor fällt die Massenträgheitsachse  $M - M$  mit der Schaftachse  $S - S$  zusammen.



- b. Durch eine statische Unwucht wird die Massenträgheitsachse um die Schwerpunktzentrizität  $e$  aus der Schaftachse parallel verschoben.



- c. Eine Momentenunwucht dreht die Massenträgheitsachse um den Winkel  $\alpha$  aus der Schaftachse heraus. Der Schwerpunkt bleibt auf der Schaftachse.

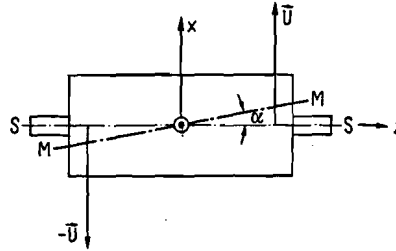
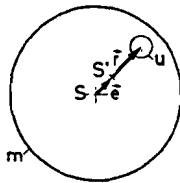


fig 9: Onbalans

Bron: Auswuchttechnik; H. Schneider  
VDI-Verlag GmbH Düsseldorf 1977

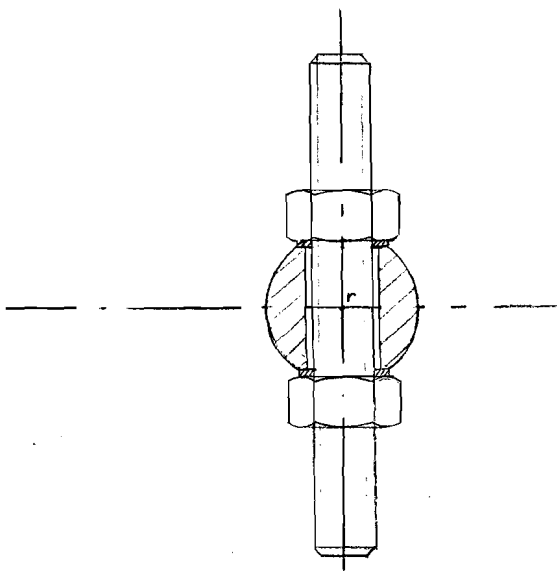


De doorsnede van de rotor in fig 8<sup>b</sup>. Door de onbalansmassa  $u$  op radius  $r$  ontstaat een nieuw zwaartepunt  $S'$  met excentriciteit  $e$ .

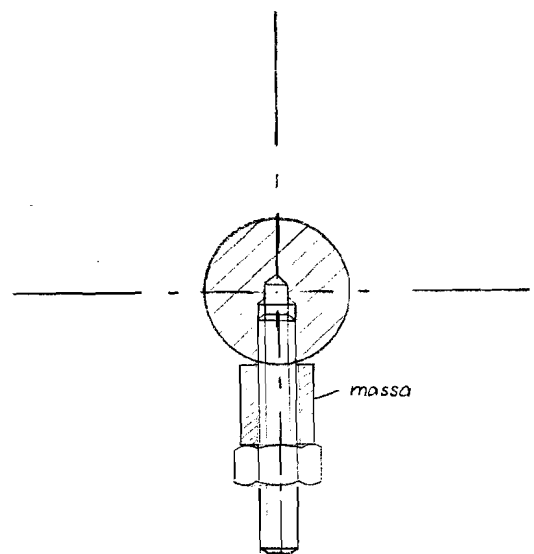
$$\vec{U}_s = (m+u) \cdot \vec{e} = u \cdot \vec{r} \quad \text{of}$$

$$\vec{U}_s = m\vec{e} = u \cdot \vec{r} \quad \text{als } u \ll m.$$

fig 10 . Statische onbalans



b)  $r$  verandert door verplaatsing van de bout



a)  $u$  verandert door wijzigen van de massa

Belangrijk is dat deze variatie van  $r$  in de zwaartepuntssnede van de as plaats vindt zodat er geen momentenonbalans optreedt. In Appendix B zijn de formules afgeleid waarmee bepaald kan worden welke stand van de bout nodig is om een bepaalde excentriciteit  $e$  te veroorzaken.

#### 4.3 Het toerental

Het toerental moet te variëren zijn tussen 1500 en 2000 omw./min.

Hiervoor kan een gelijkstroommotor gekozen worden, waarvan het toerental te regelen is met een voorschakelweerstand. Er wordt hier verder geen aandacht aan besteed.

#### 4.4 De askeuze

De asafmetingen zijn in principe niet van invloed op de verschijnselen slingerfrequentie en kritieke onbalans. Toch kunnen ze niet willekeurig gekozen worden. Ze beïnvloeden namelijk verschillende factoren die van belang zijn voor een goede werking van het proefmodel.

De asafmetingen zijn bijvoorbeeld van belang voor de glijnsnelheid in het lager, de massa van de as en bijgevolg de grootte van de onbalansmassa  $u$  en lagerkrachten. Aangezien er voor het lager met variabele speling een grafietlager gebruikt wordt, wil men de snelheden en krachten graag klein houden. Een kleine asdiameter wordt daarom geprefereerd.

Ook het kritisch toerental is afhankelijk van de asafmetingen. Als het toerental van de as overeenkomt met het kritisch toerental, treedt er resonantie op. Deze resonantie mag binnen het meetgebied niet voorkomen, omdat dan niet meer duidelijk is of er resonantie optreedt als gevolg van de slingerfrequentie of kritieke onbalans, of als gevolg van het kritisch toerental. Als het kritisch toerental ver buiten het toerentalbereik voor de metingen ligt, zijn er geen problemen.

Daar de doorbuiging van de as t.g.v. de excentriciteit afhankelijk is van het kritisch toerental [5] is een situatie waarbij het kritisch toerental aanzienlijk hoger ligt dan het maximale toerental van het meetbereik, het beste. De maximale doorbuiging is dan zeer gering, (Max. doorbuiging:

$$w = e \frac{(\omega/\omega_{\text{kritisch}})^4}{1 - (\omega/\omega_{\text{kritisch}})^2}$$

zodat dit de nauwkeurigheid van de metingen nauwelijks beïnvloedt.

In bijlage 3 is een nomogram gegeven waarmee het kritisch toerental kan worden bepaald. Hierbij wordt u verwaarloosd t.o.v.  $m$ . Het verschil dat hierdoor ontstaat is gering.

Een geschikte keuze is b.v.:

$$d_a = 20 \text{ mm}$$

$$l_a = 300 \text{ mm (lagerafstand 200 mm).}$$

Het kritisch toerental ligt dan bij 60.000 omw/min, zodat de maximale doorbuiging  $< 1 \mu\text{m}$ .

De lagerkrachten in het grafietlager zijn klein ( $=10\text{N}$ ) en de glijnsnelheid bedraagt max. 2,6 m/s.

#### 4.5 De keuze van de motor-as-koppeling

De koppeling van de motor aan de as dient zeer elastisch te zijn zodat de eventuele onbalans van de motor een geringe of geen invloed heeft op de onbalans van het proefmodel.

#### 4.6 De keuze van het lager met constante lagerspeling

Het is van belang dat in dit lager de beide verschijnselen niet optreden. Daarom moet de lagerspeling kleiner zijn dan de minimale lagerspeling bij het andere lager. Een wentellager kan bij geringe lagerspeling werken en is daarom geschikt.

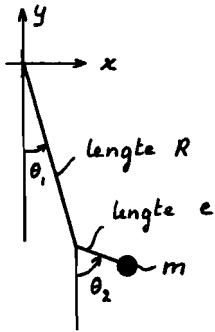
## 5. CONCLUSIE

Volgens het theoretische model zijn de verschijnselen slingerfrequentie en kritieke onbalans afhankelijk van de combinatie van lagerspeling, excentriciteit van het zwaartepunt van het asdeel in het lager en het toerental. Met het ontworpen proefmodel zijn metingen t.a.v. deze verschijnselen uit te voeren. Hoewel binnen het meetgebied van het proefmodel grote lagerspelingen voorkomen, is te verwachten dat de resultaten toch overdraagbaar zijn naar situaties waarbij de lagerspelingen kleiner zijn.

Het is duidelijk dat de nauwkeurigheid van de opstelling de meetnauwkeurigheid beïnvloedt. Het verdient aanbeveling om de conische vlakken en geleidingen te slijpen en het model zeer nauwkeurig uit te lijnen.



## APPENDIX A.



$R = r_l - r_a$  (= straal lager - straal as)  
 $e$  = excentriciteit van het zwaartepunt  
 $m$  = massa van de as.

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} R \sin \theta_1 + e \sin \theta_2 \\ -R \cos \theta_1 - e \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 R \cos \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \cos \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 R \sin \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

De kinetische energie volgt uit:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^T \dot{\vec{x}} \\ &= \frac{1}{2} m \left[ \dot{\theta}_1 R \cos \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \cos \theta_2 \quad \dot{\theta}_1 R \sin \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \sin \theta_2 \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 R \cos \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \cos \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 R \sin \theta_1 + \dot{\theta}_2 e \sin \theta_2 \end{bmatrix} \\ &= \dot{\theta}_1^2 R^2 \cos^2 \theta_1 + 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 R e \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 e^2 \cos^2 \theta_2 + \\ &\quad \dot{\theta}_1^2 R^2 \sin^2 \theta_1 + 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 R e \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 e^2 \sin^2 \theta_2 \\ &= \dot{\theta}_1^2 R^2 + 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 R e \cos (\theta_1 - \theta_2) + \dot{\theta}_2^2 e^2 \end{aligned}$$

De potentiële energie bedraagt:

$$V = -m \cdot g (R \cos \theta_1 + e \cos \theta_2)$$

De Lagrangiaan wordt nu [6]:

$$L = T - V = \frac{1}{2} m (R^2 \dot{\theta}_1^2 + e^2 \dot{\theta}_2^2 + 2 R e \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos (\theta_1 - \theta_2)) + m g (R \cos \theta_1 + e \cos \theta_2)$$

$L$  wordt nu gedifferentieerd naar  $q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$  en  $\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$ :

$$L_{,q} = \begin{bmatrix} -m R e \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin (\theta_1 - \theta_2) - m g R \sin \theta_1 \\ m R e \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin (\theta_1 - \theta_2) - m g e \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$L_{,\dot{q}} = \begin{bmatrix} m R^2 \dot{\theta}_1 + m R e \dot{\theta}_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) \\ m e^2 \dot{\theta}_2 + m R e \dot{\theta}_1 \cos (\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} L, \dot{q} = \begin{bmatrix} mR^2 \ddot{\theta}_1 + mRe \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + mRe \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - mRe \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ me^2 \ddot{\theta}_2 + mRe \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - mRe \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + mRe \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix}$$

Uit de vergelijking van Lagrange :  $\frac{d}{dt} L, \dot{q} - L, q = 0$  [6],  
volgt nu:

$$\begin{bmatrix} mR^2 \ddot{\theta}_1 + mRe \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + mRe \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + mgR \sin \theta_1 \\ me^2 \ddot{\theta}_2 + mRe \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - mRe \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + mge \sin \theta_2 \end{bmatrix} = 0$$

Door nu te lineariseren :  $\cos \alpha = 1$  ;  $\sin \alpha = \alpha$  en termen van hogere orde dan 1 te verwaarlozen, krijgt men na enig rekenwerk de volgende vergelijking:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} mR^2 & mRe \\ mRe & me^2 \end{bmatrix}}_{\text{massamatrix } \underline{M}} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} mgR & 0 \\ 0 & mge \end{bmatrix}}_{\text{stijfheidsmatrix } \underline{K}} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = 0$$

De eigenfrequentie volgt na uitwerking van het eigenwaarde-probleem :  $[\lambda^2 \underline{M} + \underline{K}] \underline{u}_0 = 0 \Rightarrow \det [\lambda^2 \underline{M} + \underline{K}] = 0$ .

$$\det \begin{bmatrix} mR^2 \lambda^2 + mgR & mRe \lambda^2 \\ mRe \lambda^2 & me^2 \lambda^2 + mge \end{bmatrix} = 0.$$

Na enig rekenwerk volgt:

$$\lambda = \pm j \sqrt{\frac{g}{R+e}} = \pm j \nu^* \quad ; \quad \nu = \text{eigenhoekfrequentie van het systeem.}$$

De eigenfrequentie is dus:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R+e}} \quad \text{met} \quad f = \frac{n}{60}$$

$$n = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R+e}} \quad \text{dus:}$$

$$R = g \left( \frac{30}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2} - e.$$

\* Het  $\pm$ -teken geeft weer dat de draairichting van de as niet van belang is.

## APPENDIX B

Er wordt verondersteld dat de as goed gebalancerd is. D.w.z. dat in het geval dat  $S_b$  op  $x$  ligt (zie naaststaande figuur) de excentriciteit  $e=0$ .

Nu gelden de volgende vergelijkingen:

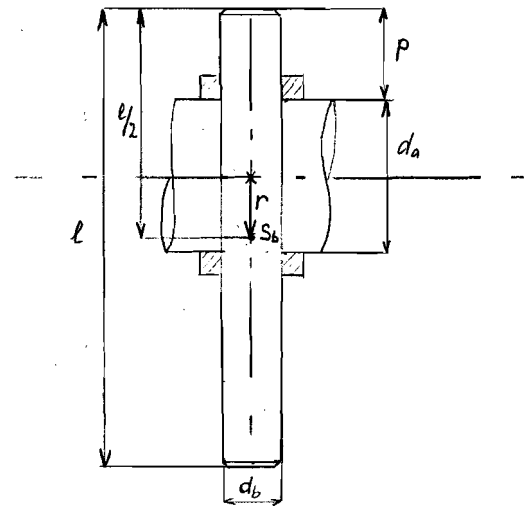
$$r = \frac{l}{2} - p - \frac{d_a}{2} = \frac{l - d_a}{2} - p$$

$$u = \frac{\pi}{4} d_b^2 l \rho$$

$$u = \frac{m \cdot e}{r}$$

Hieruit volgt: 
$$p = \frac{l - d_a}{2} - \frac{4 m e}{\pi d_b^2 l \rho}$$

Na constructie van het proefmodel en keuze van de bout zijn alle parameters behalve  $p$  en  $e$  constanten zodat de lineaire vergelijking  $p = -a \cdot e + b$  overblijft.

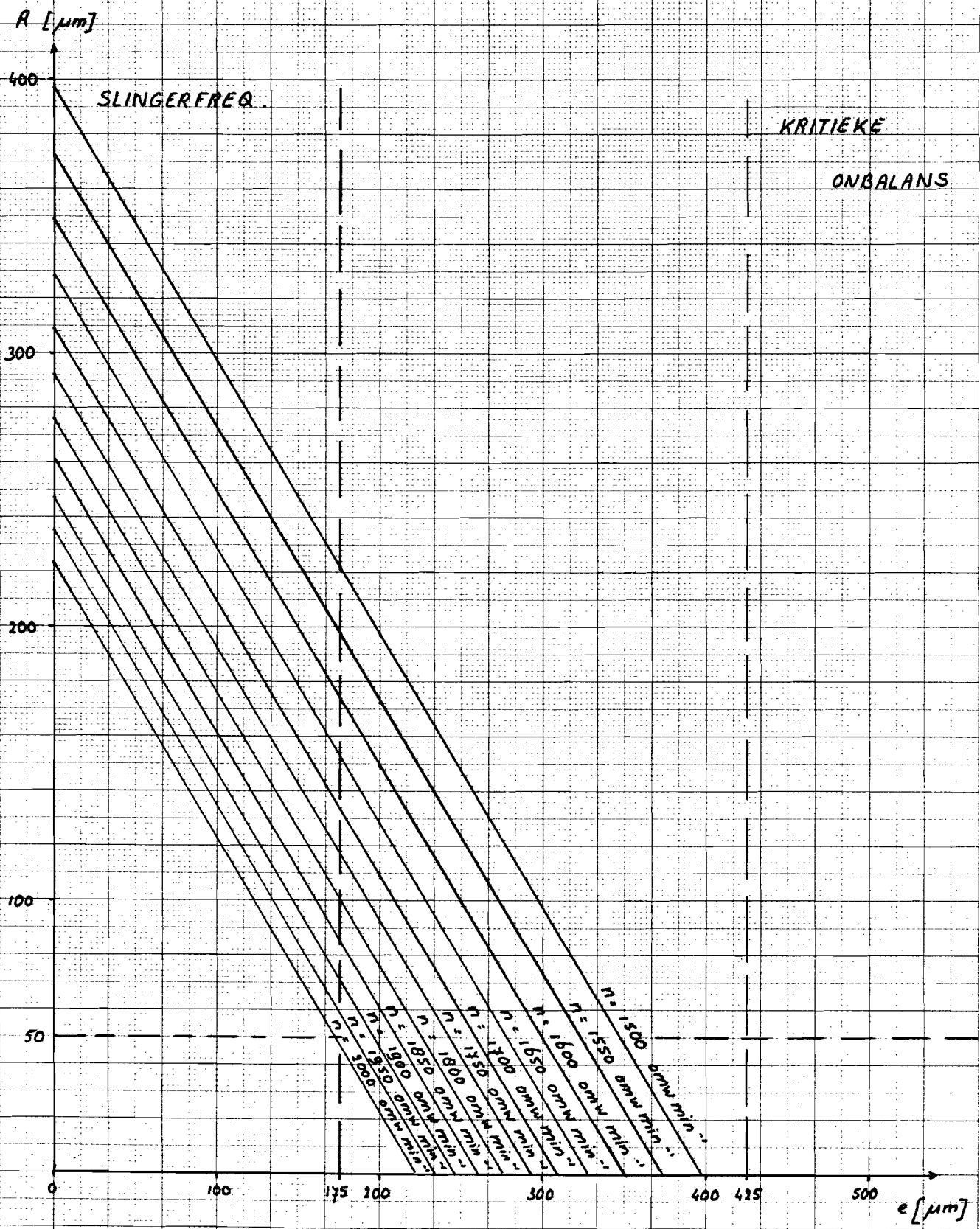


$S_b$ : Zwaartepunt bout; op  $l/2$

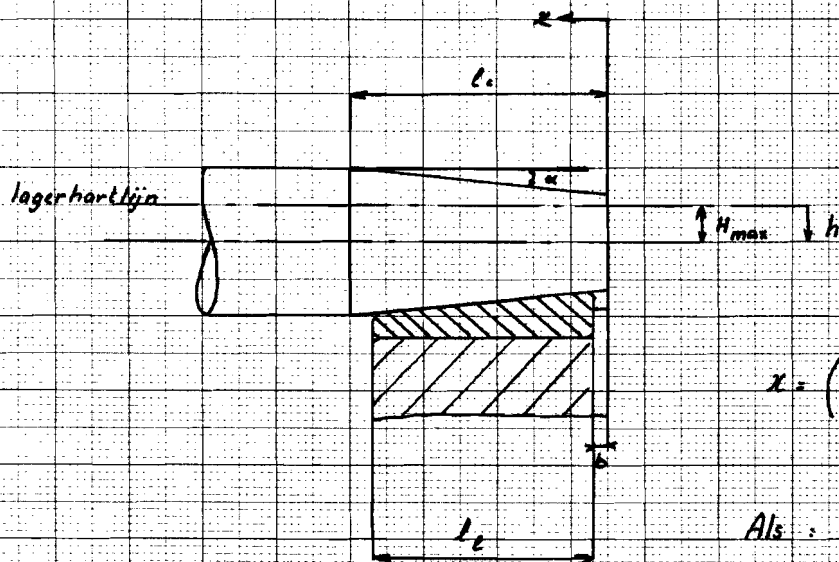
## LITERATUUR

- [1] Onbekende verschijnselen in lagers: Slingerfrequentie en kritieke onbalans.  
ing. FXC. van Swaay.  
PT Werktuigbouw 42 (1987), nr. 8.
- [2] Auswuchttechnik  
H. Scheider  
VDI Taschenbücher T29; VDI-Verlag Düsseldorf 1977.
- [3] Ontwerpkunde, Methodiek en Werktuigonderdelen IV  
Sectie: Ontwerp en Onderhoud, WOP, Werktuigbouwk.  
TUE-W: dictaat 4527; 1986
- [4] Gleitlagertechnik Teil 1: Auslegung. Konstruktion, Werkstoffwahl und Schmierung.  
W.J. Bartz u.a.  
Expert Verlag 1981
- [5] Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau  
Springer Verlag 1990
- [6] Dynamisch gedrag van Constructies & Mechanismen  
D.H. van Campen; A. de Kraker.  
TUE-W: dictaat 4552; 1987
- [7] Machine Tool Vibrations  
S.A. Tobias  
Blackie 1965.
- [8] Rotordynamik, eine Einführung  
R. Gasch; H. Pfützner  
Springer Verlag 1975.

# BIJLAGE I : HET MEETBEREIK.



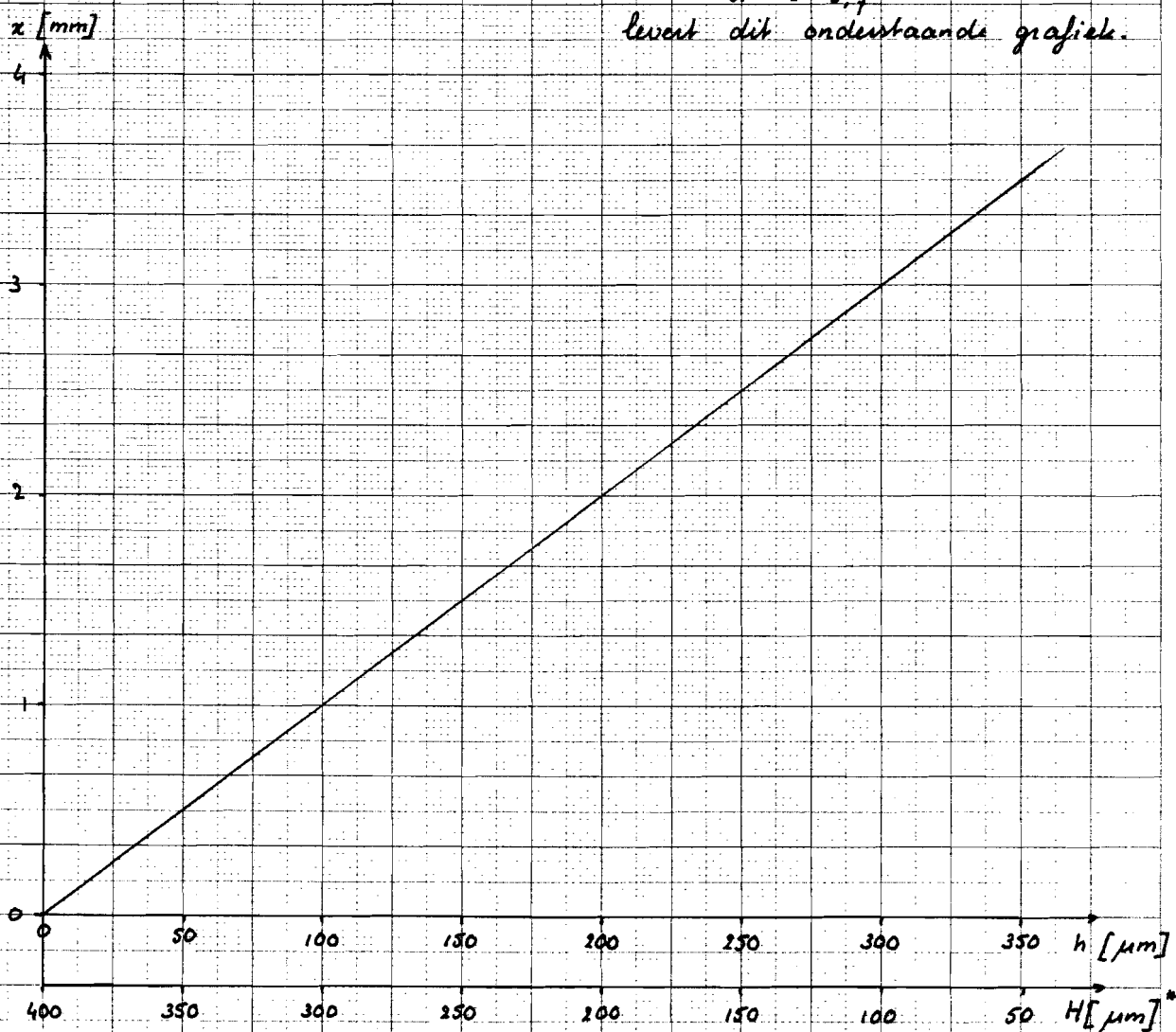
BIJLAGE 2: De horizontale lagerverplaatsing als functie van de hartafstandsinstelling H.



$$x = \left( l_c - l_e - b - \frac{h_{max} - h_{min}}{\tan \alpha} \right) + \frac{h}{\tan \alpha}$$

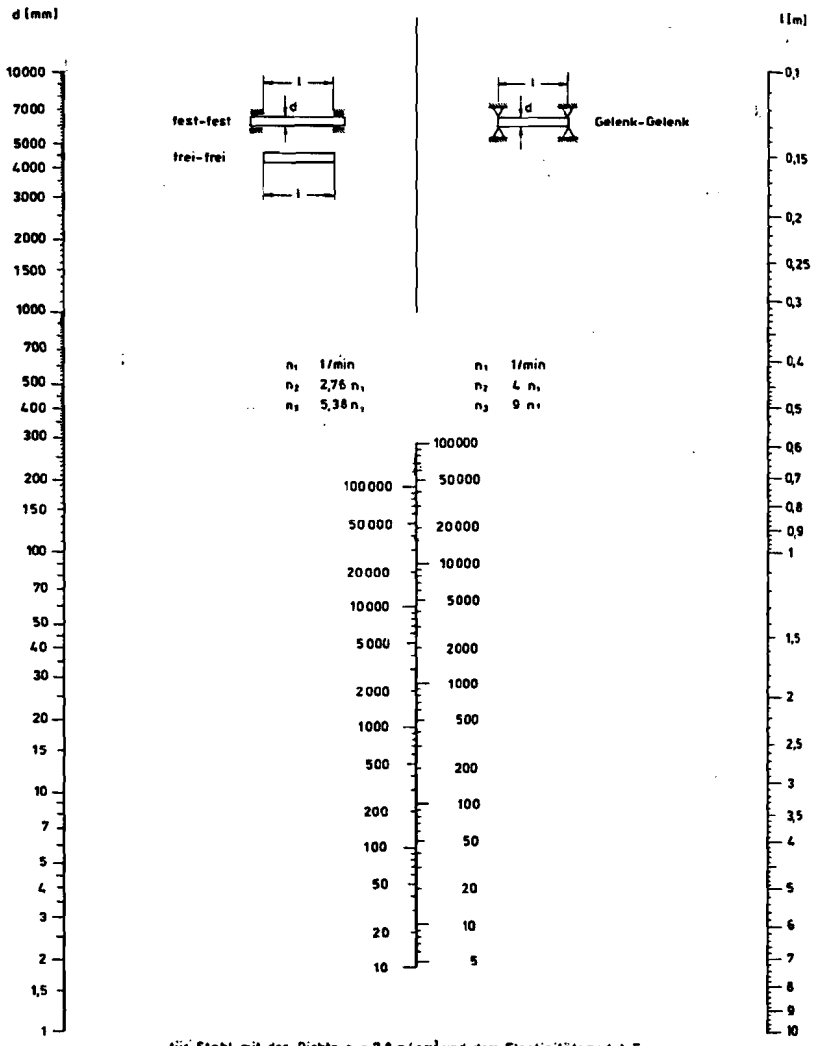
Als:  $l_c = 35 \text{ mm}$   
 $l_e = 30 \text{ mm}$ ;  $b = 1,5 \text{ mm}$   
 $h_{max} = 400 \text{ } \mu\text{m}$   
 $h_{min} = 50 \text{ } \mu\text{m}$   
 $\alpha = 5,4^\circ$

levert dit onderstaande grafiek.



\*  $H = R$  als  $x$  op de juiste waarde is ingesteld.

# Nomogramm zur Ermittlung kritischer Drehzahlen von Wellen.



für Stahl mit der Dichte  $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$  und dem Elastizitätsmodul  $E = 20,5 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$  für andere Werkstoffe mit den Konstanten  $\rho_w$  und  $E_w$  ist die ermittelte Drehzahl  $n_2$  folgendermaßen umzurechnen:

$$n_w = n_2 \sqrt{\frac{E_w \cdot \rho}{E \cdot \rho_w}}$$

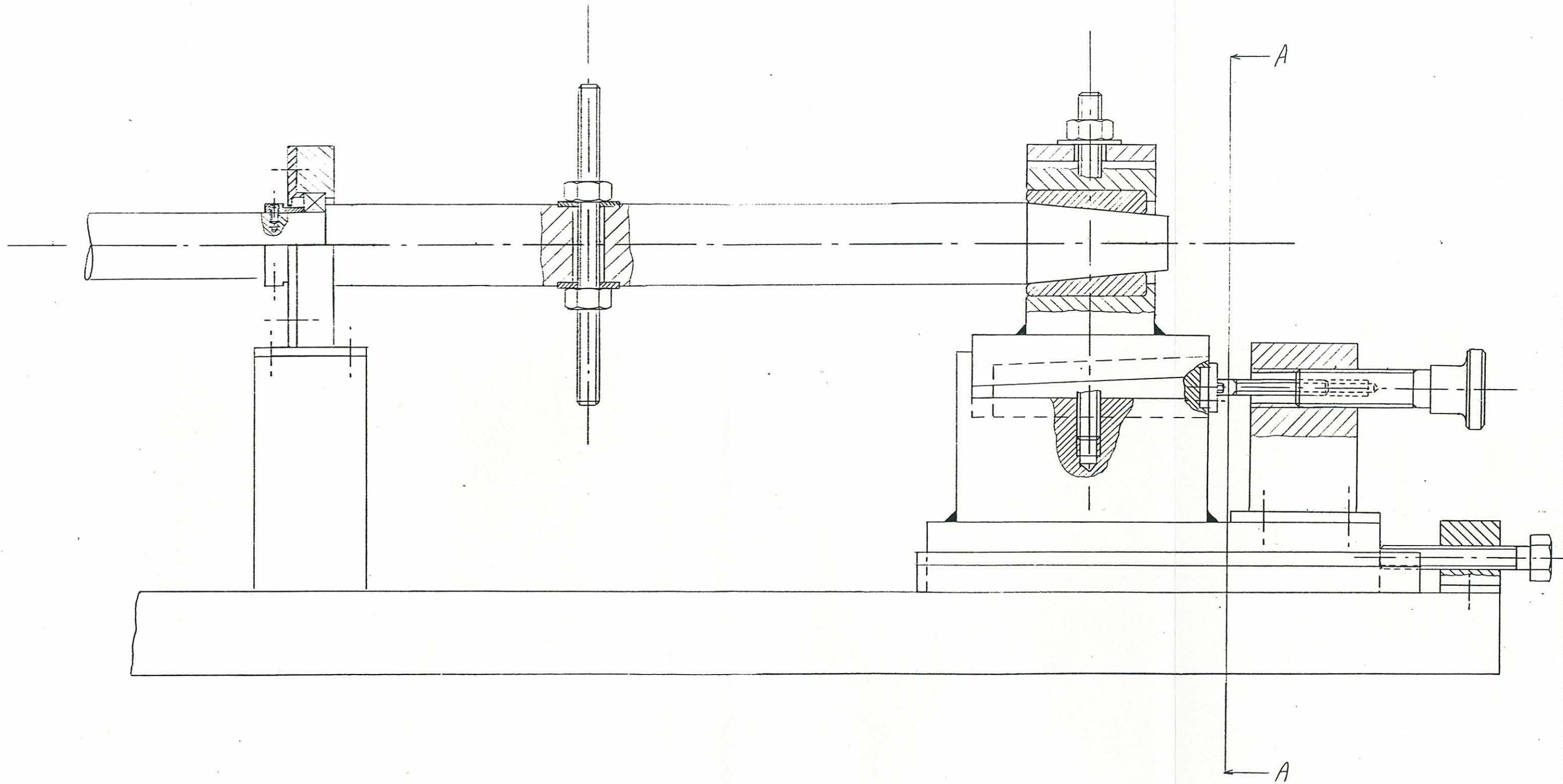
Die Werte gelten für volle Wellen. Bei hohlen Wellen mit Innendurchmesser

$d_i$  ist:

$$n_{\text{hohl}} = n_{\text{voll}} \sqrt{1 - \left(\frac{d_i}{d_e}\right)^4}$$

Bron: Auswuchttechnik ; H. Schneider  
 VDI-Verlag GmbH Düsseldorf 1977.

BIJLAGE 4<sup>o</sup>: HET PROEFMODEL.





BIJLAGE 4<sup>b</sup>: DOORSNEDE A-A.

