

## Modale analyse van werktuigen

**Citation for published version (APA):**

van der Wolf, A. C. H. (1980). Modale analyse van werktuigen. *Constructeur*, 19(11), 88-91.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1980

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

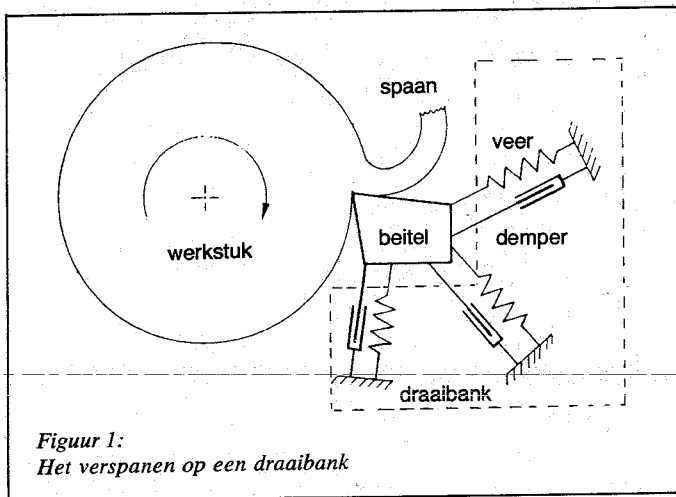
If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Modale analyse van werktuigen

Complexere werktuigen blijken vaak – ondanks zorgvuldige berekeningen vooraf – in dynamisch opzicht een gedrag te vertonen dat limiterend werkt op de functie van dat werktuig. Sinds enkele jaren is het mogelijk om via 'modale analyse' dit gedrag zichtbaar te maken, waardoor correcties in het werktuig gericht aangebracht kunnen worden. In de vakgroep Produktietechnologie (WPT) van de afdeling der Werktuigbouwkunde wordt deze experimenteertechniek onder andere toegepast bij het onderzoek van gereedschapswerktuigen.



De eigenschappen van een werktuig spelen een belangrijke rol bij het proces dat zich op dat werktuig afspeelt. Ter illustratie hiervan is in figuur 1 het verspaningsproces dat op een draaibank plaatsvindt, schematisch weergegeven. De ondersteuning van de beitel door de draaibank is hier voorgesteld door een aantal veren en dempers. De eigenschappen hiervan bepalen in hoge mate het al of niet stabiel verlopen van het verspaningsproces. Om de procesmogelijkheden goed te begrijpen, is het van essentieel belang om te weten hoe een werktuig reageert op een dynamische procesbelasting. Tot voor kort was het gebruikelijk hiervoor het werktuig op een aantal belangrijke punten aan te stoten met een sinusvormige kracht. Door bij voorbeeld de verplaatsing van het werktuig op te nemen verkreeg men een beeld van het 'antwoord' van de machine op het krachtsignaal bij de gekozen frequentie. Om een compleet beeld van dit 'antwoord' – de dynamische overdracht – te verkrijgen was het nodig dit experiment bij een groot aantal – van belang zijnde – frequenties te herhalen. In feite verkrijgt men op deze wijze de overdrachtsfunctie van het werktuig in het frequentiedomein door punt voor punt experimenten in het tijddomein uit te voeren. Schematisch is dit nog eens in figuur 2a weergegeven.

Figuur 2b toont een op deze wijze verkregen overdrachtsfunctie van een freesbank die met behulp van een constante, horizontaal gerichte krachtsamplitude van 173 N aangestoten is tussen tafel en spil.

Het 'antwoord' van de bank staat in de vorm van een verplaatsingsamplitude op de verticale as weergegeven. De gevonden informatie is op moeizame wijze verkregen en geeft beperkte mogelijkheden voor een eventuele correctie van het betreffende werktuig.

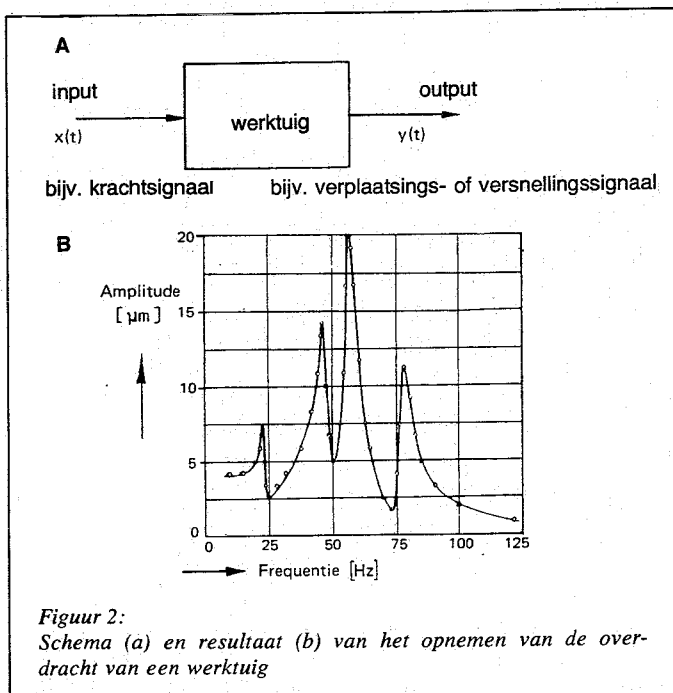
Sinds enkele jaren is het mogelijk om de geschetste overgang van tijd- naar frequentiedomein op zeer snelle wijze te maken via de 'Fast Fourier Transform'-methode. Niet alleen kan hiermee uitermate snel een overdrachtsfunctie van een bepaald punt van een werktuig verkregen worden, maar kunnen ook de 'antwoorden' van een groot aantal punten van het werktuig op de aangebrachte belasting bewaard en gecombineerd worden. Hierdoor wordt een compleet beeld van de trillende machine ('mode') bij elke gewenste frequentie verkregen. Dit geheel van metingen en berekeningen wordt 'modale analyse' genoemd.

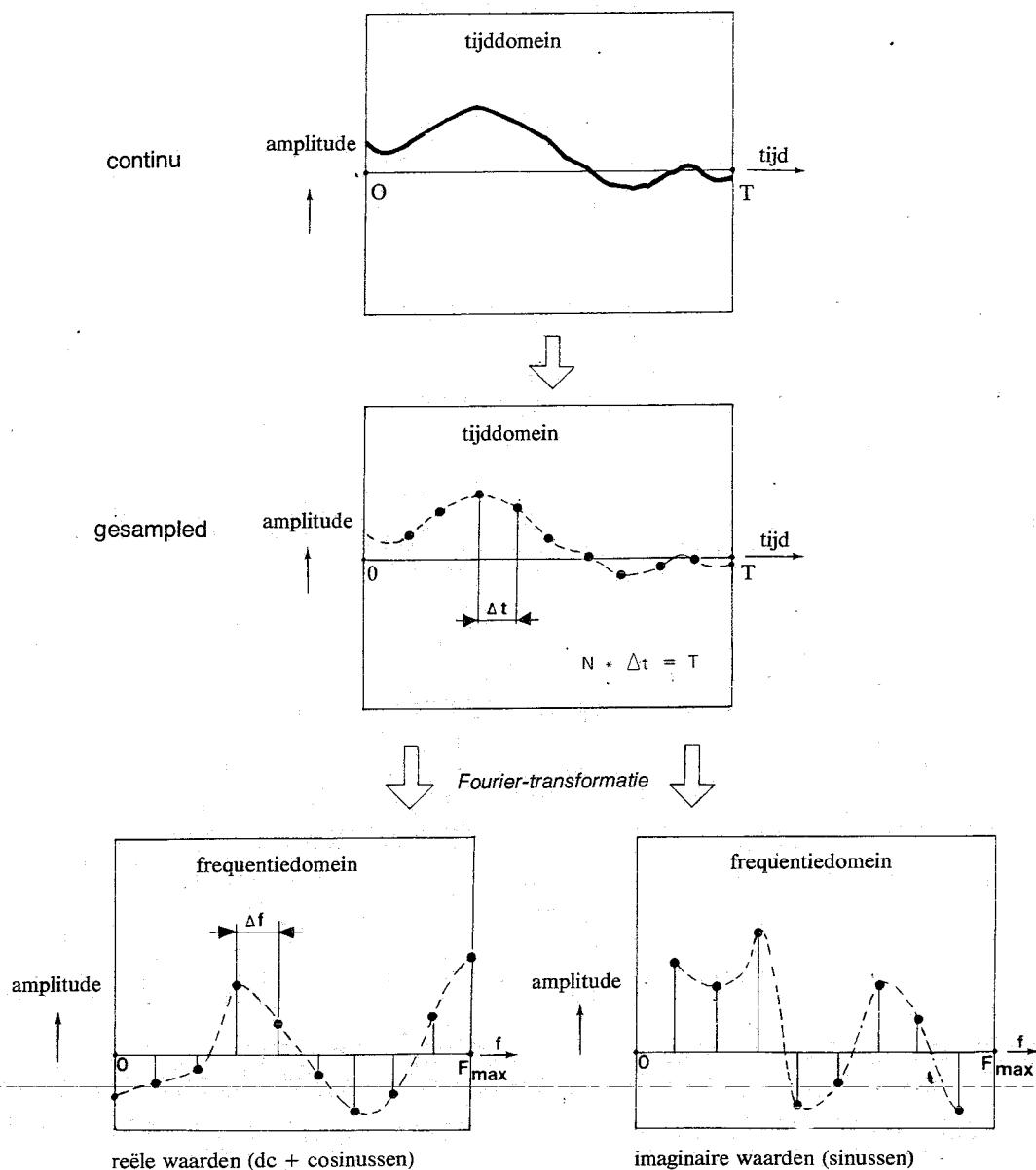
## Methodebeschrijving

Reeds lang is bekend dat de overgang van tijd- naar frequentiedomein gemaakt kan worden met de Fouriertransformatie. Passen we deze bij voorbeeld toe op het signaal  $y(t)$  in figuur 2a, dan vinden we de Fourier-getransformeerde van het 'antwoord' van de machine:

$$S_y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

waarin  $\omega = 2\pi f$ .





**Figuur 3:**  
Het digitaliseren van een continu signaal en de overgang van tijd- naar frequentiedomein

De formule beschrijft hoe – althans in theorie – bij ieder signaal in de tijd  $t$  een signaal  $S$  hoort dat met behulp van de variabele  $f$  (de frequentie) beschreven kan worden. Op gelijke wijze kan de betreffende transformatie toegepast worden op de input  $x(t)$  van het in figuur 2a beschreven systeem. We vinden dan  $S_x(f)$ .

Het aardige van deze transformatie is nu dat de transferfunctie van een lineair systeem hiermee vrijwel onmiddellijk gevonden kan worden. Er geldt namelijk:

$$\begin{aligned} \text{transferfunctie} &= \frac{\text{Fouriergetransformeerde output}}{\text{Fouriergetransformeerde input}} & (2) \\ &= \frac{S_y(f)}{S_x(f)} \end{aligned}$$

Opgemerkt dient te worden dat de voor de transformatie gebruikte signalen niet per se periodiek behoeven te zijn. Was het vroeger nodig om de machine aan te stoten met een sinusvormige kracht, nu kan – indien gewenst – de machine ook met een pulsformige kracht (klap met een hamer) geëxciteerd worden. Verder heeft de transformatie tot gevolg dat een oorspronkelijk reëel getal – bij voorbeeld het krachtsignaal  $x(t)$  – overgaat in een complex getal. Het getal  $S_x(f)$  bestaat dus, evenals uiteraard de met behulp van vergelijking (2) verkregen transferfunctie, in de regel uit een reëel en een imaginair deel.

De geschetste methode is eerst sinds de opkomst van de kleine digitale rekenmachines bruikbaar geworden voor de ingenieur in het laboratorium. Voor de snelheid van het experiment is het namelijk absoluut nodig om de signalen eerst te digitaliseren. In figuur 3 is dit voor een signaal weergegeven. Het gedigitaliseerde signaal dat in het tijddomein nog slechts uit een aantal ( $N$ ) waarden bestaat, wordt gebruikt om de Fouriertransformatie uit te voeren. Bij dit alles is het van belang om de afstand  $\Delta t$  – het zogenaamde 'sample interval' – goed te kiezen. Het interval  $\Delta t$  moet zo gekozen worden dat het oorspronkelijke continue signaal correct door zo weinig mogelijk discrete waarden beschreven wordt. Bovendien bepaalt  $\Delta t$  de maximale frequentie  $F_{max}$  die na de Fouriertransformatie nog kan voorkomen volgens:

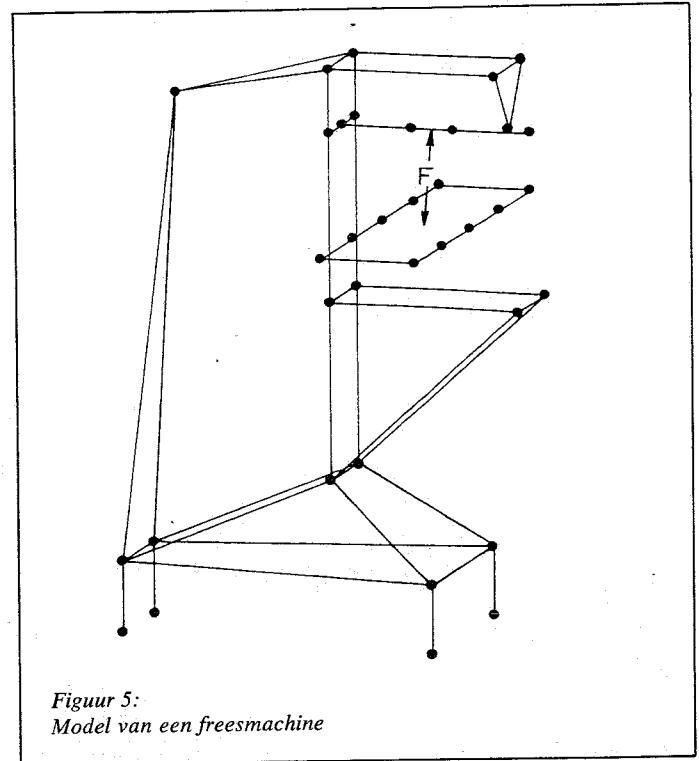
$$F_{max} \approx \frac{1}{2\Delta t} \quad (3)$$

Vergelijking (3) geeft het theorema van Shannon weer, dat in woorden luidt: om een sinusvorm juist te transformeren zijn er iets meer dan twee samples per periode nodig.

In de vakgroep WPT wordt voor het uitvoeren van de in het voorgaande geschetste bewerkingen gebruik gemaakt van een zogenaamde 'Digital Signal Analyzer' (Hewlett Packard 5420A).

Hiermee kunnen alle benodigde operaties op de experimentele gegevens uitgevoerd worden. Het is evenwel zeer noodzakelijk dat de gebruiker zich realiseert dat het digitaliseren zoals aangegeven in figuur 3, een aantal beperkende consequenties voor hem heeft. Op enkele hiervan zal worden ingegaan.

Als de gebruiker bij voorbeeld een resolutie  $\Delta f = 1$  Hz vereist, maar bovendien ook signalen tot 5 kHz wil behandelen, dan zijn er volgens het voorgaande minimaal 10000 digitaliseringspunten bij betrokken, hetgeen de capaciteit van de meeste analyzers ver te boven gaat.



Figuur 5:  
Model van een freesmachine

Door het samplen is het continue signaal (waar in principe alle frequenties in kunnen zitten) vervangen door een digitaal signaal dat maximaal de frequentie  $F_{max}$  bevat. Fouten ontstaan nu als het continue signaal frequenties bevat die hoger zijn dan  $F_{max}$ . Zonder voorzorgen komen deze hogere frequenties dan als lagere - in werkelijkheid niet aanwezige frequenties - terug. Door alleen maar via een tijdvenster T naar het continue signaal te kijken (zie figuur 3), loop je het risico dat aan het begin en het einde fouten ontstaan. Een voorbeeld van het laatste is het 'dichtgaan' van het venster op het moment dat de trilling nog niet uitgedempt is.

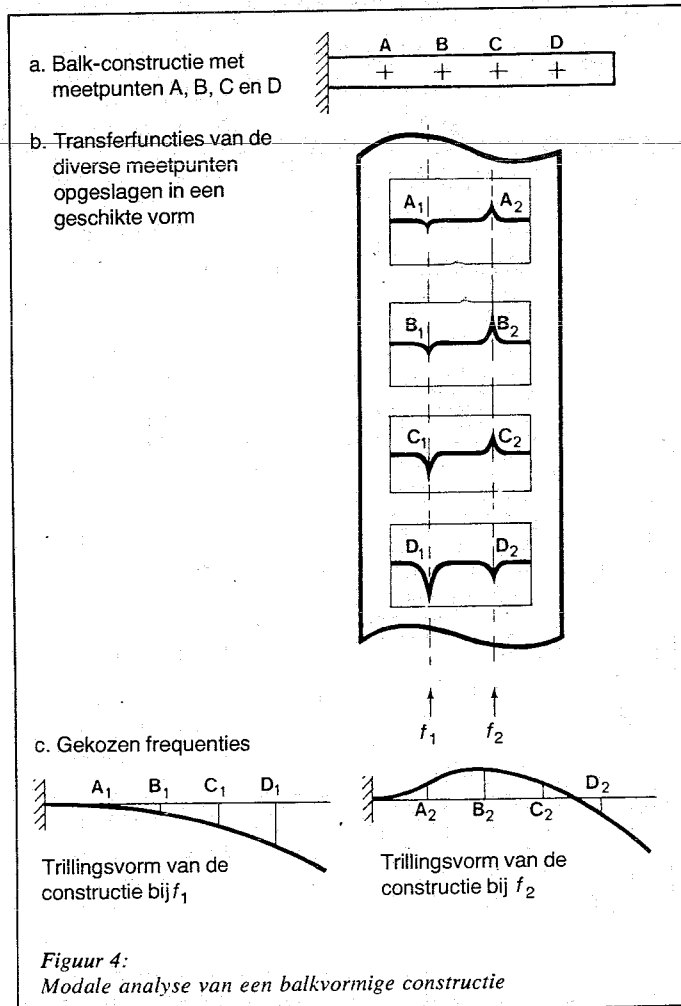
In feite ontstaan bovenstaande problemen, doordat de in vergelijking (1) vermelde Fourierintegraal in de analyzer vervangen wordt door een eindige Fouriersom, hetgeen slechts onder bepaalde voorwaarden bruikbare uitkomsten geeft. Hierop zal in het kader van deze uiteenzetting niet nader worden ingegaan. De toepassingen zullen de lezer wellicht meer interesseren.

## Toepassingen

De gang van zaken bij het doormeten van een werktuig bestaat nu uit de volgende stappen:

- op de constructie wordt een voldoende aantal meetpunten aangebracht
- de constructie wordt in trilling gebracht met behulp van een excitatiesignaal dat voldoende energie bevat in de frequentieband die beschouwd wordt
- de overdrachtsfunctie van de diverse meetpunten wordt berekend en in een geschikte vorm opgeslagen in de analyzer
- bij één frequentie kan nu nagegaan worden, wat elk meetpunt bijdraagt aan de trillingsvorm (mode) van de constructie bij die frequentie
- door middel van een plotter, of door het vertraagd laten bewegen van de constructie op een beeldscherm kan de trillingsmode voor de onderzoeker zichtbaar gemaakt worden.

In figuur 4 is deze gang van zaken voor een eenvoudige balkconstructie schematisch aangegeven. De balk is bij het experiment voorzien van vier meetpunten A, B, C en D. In de be-



Figuur 4:  
Modale analyse van een balkvormige constructie

schouwde frequentieband bevinden zich twee 'voorkeursfrequenties'  $f_1$  en  $f_2$ , waarbij de balkconstructie grote opslingeringen vertoont. In de yktaal wordt een dergelijke frequentie aangeduid met de term 'eigenfrequentie'. In figuur 4c zien we het resultaat voor de eerste en tweede eigenfrequentie van de balk.

Het zal duidelijk zijn dat voor andere constructies zoals gereedschapswerktuigen de analysetechniek hetzelfde blijft. Alleen zal men bij werktuigen meer punten en meer richtingen gebruiken dan in het vorige voorbeeld, om een goed idee te krijgen van het dynamisch gedrag. Dit leidt er wel toe dat de meettijd aanzienlijk toe zal nemen.

Als voorbeeld kunnen we de modale analyse van een freesmachine laten zien. In figuur 5 is schematisch de freesmachine met zijn meetpunten weergegeven. In ieder van de meetpunten is in drie richtingen de overdracht gemeten van de versnelling in dat punt ten gevolge van een dynamische kracht  $F$  tussen de tafel en de freesspil. Het is gebleken dat in het gebied van 100 tot 700 Hz twaalf 'modes' (mode = trillingsvorm bij een bepaalde eigenfrequentie) aanwezig waren. Van deze modes zijn in figuur 6 twee voorbeelden gegeven.

Mode 2 is een voorbeeld van een trillingsvorm waarbij de gehele machine deformeert, de tafel en de kop met freesspil bewegen in tegengestelde richting. Alleen een ingrijpende verandering aan deze machine zal de situatie verbeteren. In het voorbeeld van mode 12 zien we dat een lokale trilling van de freesspil optreedt. Verbeteringen zijn in dit geval op een meer eenvoudige wijze te realiseren.

Bij de freesmachine is het duidelijk dat er in de machine een aantal zwakke schakels zitten die er de oorzaak van zijn dat trillingen op kunnen treden tijdens het verspanen.

Er zijn echter ook gevallen bekend waarbij niet het werktuig, maar het produkt zelf de bron van optredende trillingen is. Een goed voorbeeld hiervan is het bewerken van de remvlakken van een remschijf van een personenauto. Bij de productie van deze schijven had men regelmatig last van trillingen, waardoor het gedraaide oppervlak een zeer duidelijk golfpatroon te zien gaf, dat ontoelaatbaar was in verband met een veilig remgedrag van de auto. Besloten werd een modale analyse uit te voeren op een remschijf. In figuur 7 zijn twee modes van de schijf weergegeven. Door het aantal golfjes op de omtrek van de

schijf te tellen kon, samen met het toerental van de schijf, worden berekend dat de eerste mode verantwoordelijk was voor deze trilling. Een oplossing moet in dit geval dan ook niet gezocht worden in een verbetering van de machine, maar in het aanpassen van de verspaningscondities of het dempen van de remschijf tijdens de bewerking.

*Overgenomen uit th-berichten, weekblad TH-Eindhoven*

