

## Plastisch omvormen van metalen : grondbegrippen

**Citation for published version (APA):**

Kals, J. A. G., Ramaekers, J. A. H., & Houtackers, L. J. A. (1983). *Plastisch omvormen van metalen : grondbegrippen*. (7e gecorr. dr redactie) Wibro.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1983

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

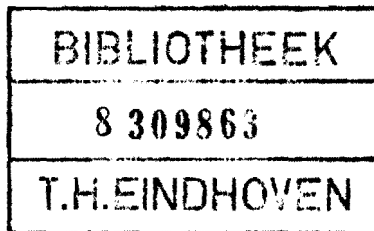
providing details and we will investigate your claim.

**PLASTISCH  
OMVORMEN  
VAN METALEN**

**grondbegrippen**

**PLASTISCH OMVORMEN  
VAN  
METALEN**

**grondbegrippen**



*Prof.Ir. J.A.Kals*

*Dr.Ir. J.A.H. Ramaekers*

*Ir. L.J.A. Houtackers*

*Vakgroep Produktietechnologie  
en  
Bedrijfsmechanisatie  
THE.*

Boekcode THE: KFK-78-KAL/bsw

Typewerk : Mevr. E. Langstadt

Tekeningen : M. v.d.Meulen

: M.Th. de Groot

Drukwerk : Wibro, Helmond

7e druk : aug.1983 (gecorr.)

Prijs : : f. 18,00.

## VOORWOORD

Hoewel de historie van de omvormtechniek terug reikt tot ver voor het begin van onze jaartelling kan men toch eerst sedert een twintigtal jaren spreken van een verbreide belangstelling voor de achtergronden van het omvormen van metalen. De wetenschappelijke interesse begon ruwweg halverwege de negentiende eeuw en voerde tot de huidige theoretische plasticiteitstheorie. De hoge vlucht die de massaproductie van metalen gebruiksvorwerpen in de afgelopen decennia heeft genomen leidde tot de noodzaak bruggen te slaan tussen de empirisch werkende produktiepraktijk en de begrippenwereld van de inmiddels hoogontwikkelde plasticiteitsmechanica. De hieruit voortkomende omvormtechnologie heeft inmiddels in voldoende mate haar bestaansrecht bewezen om een vaste plaats in het onderwijsprogramma van hogere beroepsopleidingen te rechtvaardigen. Wij hopen met deze tekst een eerste bijdrage geleverd te hebben aan de opbouw van het onderwijs in de omvormtechnologie en een logische voortzetting van het onderwijs, na de inleiding in de vakfenomenologie, mede mogelijk te maken.

Ondanks vele pogingen is het dusver niet mogelijk gebleken een functionele ordening van omvormprocessen te realiseren. Het grote aantal invloedsfactoren en de nagenoeg onbeperkte reeks van produktvormen maken elk proces anders. De betekenis van eerder verkregen gegevens of van informatie uit handboeken is dan ook meestal beperkt. Dit geldt des te meer omdat bij het huidige tempo van produktvernieuwing en ontwikkeling het steeds belangrijker wordt problemen te voorzien en zo bij voorbaat te kunnen vermijden in plaats van op tijdrovende wijze reeds gerealiseerde gereedschappen uit te proberen en te wijzigen. Het onderwijs in dit vak dient dan ook gericht te zijn op het creatief beoefenen ervan, d.w.z. het zelfstandig opbouwen van oplosstrategieën voor nieuwe problemen. De kennis van door anderen reeds ontwikkelde oplossingen is uiteraard wel nodig en nuttig maar niet voldoende. Inzicht is een persoonlijke verworvenheid en veronderstelt dus zelfwerkzaamheid, niet alleen m.b.t. het uitvoeren van berekeningen maar vooral ook m.b.t. het signaleren en formuleren van problemen, het zich maken van een voorstelling van de samenhang van de verschijnselen en last but not least het interpreteren en in praktijktermen vertalen van de rekenresultaten. Hoewel wij ons dus zeer wel bewust zijn van de enorme

samengesteldheid van een dergelijk leerproces en van de beperkte rol die een tekst hierbij kan spelen, hebben we gepoogd zoveel als mogelijk tegemoet te komen aan de eisen die een geïnteresseerd lezer zou kunnen stellen.

De onderhavige tekst omvat een afgeronde behandeling van grondbegrippen uit de zogenaamde puntmechanica. Ook in dit gebied voeren vele wegen naar Rome. Er werd gekozen voor een elementaire maar verantwoorde benadering die zo goed mogelijk aansluit bij de voorstellingswereld van een student in de werktuigbouwkunde. De internationale vakliteratuur biedt voldoende mogelijkheden om het inzicht via andere, meer abstrakt-mathematische wegen, uit te breiden voor degenen die hieraan behoefte gaan voelen. Uit ervaring weten wij echter, dat de hier geboden benadering in eerste aanleg voldoende mogelijkheden biedt voor een beginnende omvormtechnoloog. Hoewel mogelijk enigszins ongebruikelijk hebben wij gemeend de lezer in hoofdstuk 1 een steun te moeten bieden bij het verwerven van een algemeen relativerend denken tegenover vele aspecten van het vakgebied en de wijze van benaderen ervan. Deze tekst is nagenoeg ongewijzigd overgenomen van een lezing in 1975 door een der auteurs voor de leraren in de produktietechniek aan Hogere Technische Scholen in Nederland. De lezer die in deze materie niet geïnteresseerd is kan dit hoofdstuk zonder meer overslaan. Men dient zich echter te realiseren dat verbeteringen steeds worden ingeleid door mensen die de bestaande situatie, konstruktie of theorie niet zonder meer als dogma aanvaarden maar er afstand van (kunnen) nemen. In deze zin is het onze wens dat ook deze tekst slechts het begin zal blijken te zijn van een bouwwerk waaraan steeds meer mensen gaan meebouwen en vernieuwen.

Het ligt in onze bedoeling in een aantal volgende uitgaven voort te gaan met het behandelen van afgeronde probleemgebieden. Hierbij zal niet de klassieke indeling naar processorten worden gevolgd maar een, didaktisch meer geschikte, opbouw rond relevante technische problemen. Nieuwe grondbegrippen zullen dan vanzelf aan de orde komen op plaatsen waar er behoefte aan blijkt te bestaan. Op deze wijze hopen wij een bruikbare omvormtechnologie in te leiden die niet alleen theoretisch en didaktisch verantwoord is maar vooral ook representatief (niet: volledig) is voor de praktische omvormproblematiek.

Wij zijn dankbaar voor opmerkingen, kritiek en aanvulling van de kant van de lezers.

Eindhoven, zomer 1976

De auteurs.

HST 1 ALGEMENE INLEIDING TOT DE STUDIE

1.1.	De naam van het vak	1.1.
1.2.	Omvormtechniek en omvormtechnologie	1.2.
1.3.	De plaats van het omvormen in de produktie	1.3.
1.4.	Omvormen en verspanen	1.5.
1.5.	Enige stellingen over het onderwijs in de omvormtechnologie	1.6.
1.6.	Besluit	1.11.

## LITERATUUR

- {1.1} M.J. Koenen - J. Endepols: Verklarend Handwoordenboek der Nederlandse Taal. Wolters-Noordhoff, 1973.
- {1.2} J.G. Sligte: Mogelijkheden bij het Extruderen en Koudsmeden (voordracht voor de "Kring Metalen" van de Bond voor Materialenkennis op 4 oktober 1973 te Arnhem).
- {1.3} J.G. Sligte: Spaanloos Omvormen van Metalen (2 delen). Agon Elsevier, 1974.
- {1.4} E. Amann: Einführung in die Grundlagen der Umformtechnik, p. 5/6, Prost & Meiver Verlag, 1966.
- {1.5} C.R. Rogers: Leren in Vrijheid, De Toorts, 1973.
- {1.6} K. Lorenz: De Acht Doodzonden van de Beschaafde Mensheid, Ploegsma, 1973.
- {1.7} K.R. Popper: Objective Knowledge, Oxford, 1973.

## 1.1. DE NAAM VAN HET VAK

In een verklarend woordenboek {1.1} vinden we de volgende aanduidingen:

- techniek = 1) het geheel der bewerkingen of verrichtingen nodig om in een bepaalde tak van kunst, nijverheid enz. iets tot stand te brengen.  
2) het geheel der bewerkingen of verrichtingen der toegepaste ingenieurswetenschap.  
3) bedrevenheid, na een (langdurige) oefening verworven vaardigheid.
- technologie = de leer der bewerkingen welke de gronstoffen, door de natuur geleverd, ten behoeve van de nijverheid of een bepaalde tak van nijverheid ondergaan: de technologie bestudeert al wat met de methoden van fabricage samenhangt.

Beperken we ons tot "bewerkingen" in engere zin, dan zouden we (aansluitend bij de oorspronkelijke griekse woordinhouden) de betekenissen als volgt kunnen samenvatten. Bij "techniek" ligt de nadruk op het "doen" volgens daarvoor beschikbare regels en methoden, bij "technologie" daarentegen op het denken over het doen en in feite ook over die regels en methoden.

Hoewel men uiteraard niet de bedoeling heeft met een woordenboek kaders te stellen voor de beoefening van en het onderwijs in enigerlei techniek of technologie, lijkt het heilzaam deze definities - vooral met het oog op de duidelijk erin naar voren komende doelstellingen - te aanvaarden als grondslag voor de voortzetting van dit betoog. We onderscheiden dus de techniek en de technologie van het omvormen. In plaats van de term "omvormen" wordt vaak de uitdrukking "vervormen" gebezigd. Internationaal is men het erover eens {1.2} dat men dan niet zegt wat men bedoelt, namelijk op gerichte wijze een zeer bepaalde eindvorm realiseren. De term "vervormen" is van toepassing op een auto die onzacht tegen een boom belandt of bij het definiëren van begrippen in de plasticiteitsmechanika. Overeenkomstig hiermee bezigt men in Duitsland "umformen" in plaats van "verformen", in het Engels "forming" en in het Frans "formation" in plaats van "déformation". Overigens wordt het woord "omvormen" reeds lange tijd - in analoge betekenis - door elektrotechnici gebezigd. Verdere Nederlandse vakterminologie is o.a. door SLIGTE {1.3} gepubliceerd.



## 1.2. OMVORMTECHNIEK EN OMVORMTECHNOLOGIE

Deze onderscheiding is zinvol en actueel. Immers hoewel de uitgangspunten en de ontwikkeling totaal verschillend zijn staan beide naast elkaar - ieder met een eigen inbreng - bij het realiseren van hetzelfde doel: de geschikte materialisatie in vorm van een gebruiksvoorwerp door gebruik te maken van het plastisch gedrag van materialen.

De omvormtechniek is reeds zeer oud en steunt op traditie, ervaring en intuïtieve kennis. Deze werkwijze heeft in de loop der tijden vele vruchten afgeworpen en daarmee haar bestaansrecht bewezen. Goud- en zilverdraad werd duizenden jaren geleden reeds vervaardigd in het Egypte van de farao's. Ook het drijven van - meestal edelmetalen - vaatwerk was toen reeds een hoog ontwikkelde kunst. Het smeden en harden van zwaarden was bij het begin van onze jaartelling een verfijnde kunst, die als religieuze handeling in hoog aanzien stond. Vergelijkbaar was de stand van zaken in het rijk van Karel de Grote. Een van de beroemde Engelse ontdekkingsreizigers noteerde dat in het Afrika van toen inboorlingen ijzerdraad trokken en daarbij de "treksteen" tussen hun tenen vasthiielden etc. etc. Hoe men het ook bekijkt: de omvormtechniek was een van de feeën aan de wieg van onze cultuur.

Het is niet toevallig, dat de opkomst van omvormtechnologie - d.i. het inzicht in de achtergronden van de techniek - parallel loopt met de ontwikkeling van de methoden voor massaproductie. Een aantal nieuwe aspecten deden hun intrede: produktiesnelheid, gereedschaplevensduur, uitwisselbaarheid, materiaal- en energiebesparing. Optimaliseringsactiviteiten worden interessant omdat tegen de achtergrond der grote aantallen kleine oorzaken zeer grote gevolgen kunnen hebben. Deze activiteiten vergen meer, maar ook andere kennis van en inzichten in de achtergronden van het plastisch omvormen. Men is er niet meer tevreden mee dat een proces "loopt" maar wil ook weten hoe en waarom het "loopt". Met deze kennis wil men het proces - in verschillende opzichten - verbeteren, optimaliseren. Hoewel schoorvoetend en onzeker, verschijnt nu de technoloog ten tonele en probeert zich een zinvolle plaats naast de technikus, de gereedschapmaker te verwerven.

Aanvankelijk ontbreekt het beiden aan zicht op de juiste taakverdeling. Hoe kan het ook anders als beiden min of meer toevallig voortkomen uit

opleidingen waarin het omvormen op z'n gunstigst als kurieuze variant van het hoofdvak verspaningstechniek wordt vermeld? Dat de samenwerking aanvankelijk vooral op een kompetentiestrijd lijkt is dan ook niet verwonderlijk. Vooral in Nederland wordt de oplossing van dit probleem belemmerd door het nog steeds ontbreken van een adequate officiële opleiding tot gereedschapmaker en het - op een enkele uitzondering na - ontbreken van de omvormtechnologie op de roosters van de verschillende ingenieursopleidingen. Het is duidelijk, dat het gestelde doel alleen dan kan worden bereikt als techniek en technologie hand in hand werken.

Alvorens nader in te gaan op onderwijskundige aspecten van de omvormtechniek en -technologie, is het nuttig kort in te gaan op de plaats van het omvormen in het geheel van de produktie. Daar immers ligt het doel van het technisch beroepsopleiding.

### 1.3. DE PLAATS VAN HET OMVORMEN IN DE PRODUKTIE

Iedereen kan uit eigen waarneming snel vaststellen, dat in onze werktuigbouwkundige opleidingen de verspaningstechniek een verreweg dominerende rol speelt. Aan de hand van het overzicht door KIENZLE {1.4} van de verschillende produktieprocessen blijkt voorts dat een groot aantal industriële belangrijke processen volledig ontbreken op het onderwijsprogramma. Welke criteria liggen aan de tijdsverdeling binnen de voor produktietechniek beschikbare uren ten grondslag? Een onbevooroordeeld zelfonderzoek zou ongetwijfeld soms tot verrassende konklussies leiden. Laten we de vraag maar anders stellen: welke criteria zouden aan deze tijdsverdeling ten grondslag moeten liggen?

Zelfs indien we de doelstellingen (of in eigentijds jargon: de eindtermen) van een beroepsopleiding slechts zeer globaal kunnen aanduiden, staat één ding toch als een paal boven water, namelijk dat ze minstens samenhang moeten vertonen met de behoeften van de desbetreffende bedrijfstakken. Indien we ons nu beperken tot de produktie, dan kunnen we ons ook beperken tot massaproduktie (in eerste instantie) omdat in de opleiding die ter diskussie staat vooral technologische aspecten een rol spelen, of voorzichtig: dienen te spelen. Een objektief criterium zou nu kunnen zijn het relatief economisch belang van de verschillende produktieprocessen, nu en (volgens verwachting) in de toekomst.

Een ander criterium zou kunnen zijn een frekwentieverdeling van proces-families voor een voldoende groot aantal van representatieve bedrijven. Helaas ontbreken cijfers als deze nagenoeg volledig. Hieruit moeten we konkluderen dat de behoefte van de kant van het bedrijfsleven, als eerste belanghebbende, onvoldoende is duidelijk gemaakt. We dienen ons hier dus te beperken tot meningen van mensen die enig overzicht hebben.

In dit verband citeer ik enige stellingen die door SLIGTE {1.2} in 1973 tijdens voordrachten te Düsseldorf en Arnhem werden gelanceerd.

- I Alle metalen gebruiksgoederen moeten spaanloos tot stand komen. Verspanende metaalbewerking is nodig om de gereedschappen en machines daarvoor te bouwen.
- II Zolang in een onderneming de inkoopafdeling urenlang onderhandelt over tienden van centen per kg. metaal, heeft niemand in die onderneming het recht met grammen metaal lichtvaardig om te springen (d.w.z. "men kan zich niet de luxe permitteren metaal van guldens per kg. zo spoedig mogelijk tot centen per kg. te laten devalueren". Hieraan kan men inmiddels toevoegen: "... onder toevoeging van kostbare energie").
- III De verspaningsdrift heeft zich zo van onze metaalbewerkers meester gemaakt dat de draaibank die per minuut de meeste kubieke meters spanen kan produceren tot de beste wordt gerekend, of met andere woorden: de machine die het snelst grondstof van enkele guldens naar enkele centen per kilogram kan devalueren is de beste.

De auteur van deze stellingen geeft hierbij zelf aan dat hij ze opzettelijk zwaar chargeerde. Desalniettemin geven ze te denken, hetgeen bepaalde traditionele prioriteiten aan het wankelen zou kunnen brengen! En niet alleen in het onderwijs....! Aansluitend hierbij herinner ik me dat de bekende Japanse hoogleraar Kudo onlangs de mening uitsprak dat het relatieve aandeel van de "chipmaking" activiteiten in het totaal van produktietechnische onderzoekactiviteiten, internationaal gezien, onevenredig groot is.

Uiteraard is het bovenstaande betoog uiterst onvolledig. Belangrijke ontwikkelingen (zoals de steeds toenemende betekenis van het vonkerosief bewerken van metalen) en processen (zoals het sinteren) blijven buiten beschouwing. Ik hoop echter, dat hiermee enige belangstelling is gewekt

voor een problematiek die het onderwijs rechtstreeks raakt. In het volgende wordt de vergelijking van de omvormtechniek met de verspaningstechniek nog even voortgezet om een verschil te indiceren dat m.i. erg belangrijk is m.b.t. het "hoe" van het onderwijs in de omvormtechnologie.

#### 1.4. OMVORMEN EN VERSPANEN

Het verspaningsproces als zodanig is universeel, d.w.z. de produktvorm ligt niet in het gebeuren aan de snijkant opgesloten. De vorminformatie wordt tijdens het verspanen toegevoerd via de karakteristieke eigenschappen van het gereedschapwerktuig en de verdere instelmogelijkheden. De invloedsfactoren zijn steeds dezelfde, ze variëren alleen in getalwaarde. Omdat de beperkingen vooral samenhangen met het gebeuren aan de snijkant is reeds in een vroeg stadium de mogelijkheid herkend de controle over en het onderwijs in de verspaningstechniek in de vorm van een systeembenadering op basis van empirische of zuiver experimentele gegevens (Taylor bijv.) te gieten. Een diep inzicht in wat er precies aan de beitelpunt gebeurt is niet strikt nodig voor het optimaliseren van de bewerking, vooral als ingrijpen van buitenaf - zelfs tijdens de bewerking - mogelijk is.

Totaal anders is de situatie in het gebied van de omvormtechniek. De vorminformatie ligt verankerd in het gereedschap! Het aantal processsoorten en varianten is eigenlijk even groot als het aantal verschillende produkten, en daarmee zodanig onoverzichtelijk dat systeembenaderingen iedere grond missen. Verschillende indelingen naar processsoorten hebben een arbitrair karakter en zijn daardoor voornamelijk in het onderwijs gebruikt.

De systematisch werkende technoloog was dan ook in vele gevallen machteloos en veroordeeld tot eindeloos experimenteren. Hij kon weinig bijdragen naast de intuïtief werkende gereedschapmaker.

Ondanks vele klassifikatiepogingen is dit gebied in zijn feitelijke problematiek ontoegankelijk gebleken voor systeemmatige benaderingen van organisatorische aard. Voor vele vakgenoten vormt dit feit een van de grote aantrekkelijkheden van dit vakgebied. Ieder probleem is immers opnieuw een uitdaging aan het denkvermogen, dat het inzicht moet opleveren in de juiste oplosstrategie. Als regel moet men zich hierbij over de grenzen van verschillende vakgebieden begeven: die van de metaalkunde, de sterkteleer, de plasticiteitsmechanika etc. Enig creatief vermogen en wat ervaring in het

gericht opzetten van experimenten zijn voorts onmisbaar. Kortom we hebben te doen met een karakteristiek werktuigbouwkundige activiteit met een sterk integrerend karakter: een fascinerende uitdaging aan de ware **ingenieur**.

Dit **alles** heeft belangrijke konsekwenties voor de aard van het onderwijs. Wil men omvormtechnologen opleiden, die naast die van de gereedschapmaker een eigen gelijkwaardige inbreng kunnen ontwikkelen, dan moet men, evenals aan gereedschapmakers, weliswaar de fenomenologie van het vakgebied onderwijzen maar hierbij niet stil blijven staan. De technoloog zal zijn gereedschappen, namelijk zijn logisch denkvermogen en combinatievermogen moeten ontwikkelen op basis van een kritische kennis van de grondbegrippenwereld.

Bij het opzetten van dit onderwijs dient men niet alleen het voorgaande voortdurend in het oog te houden (techniek/technologie!) maar tevens een grote onderwijskundige creativiteit aan de dag te leggen. Zonder hierbij te streven naar volledigheid zou ik U een aantal stellingen willen voorleggen ter overdenking. Het aantal zeven is gekozen om U te herinneren aan de beroemde zeven sloten.

#### 1.5. ENIGE STELLINGEN OVER HET ONDERWIJS IN DE OMVORMTECHNOLOGIE

- I Een goede omvormtechnoloog heeft een grote en echte waardering en belangstelling voor de gereedschapmaker en diens benadering, zonder diens werkwijze (empirisch-intuïtief) over te nemen.
- II Gezien de enorme complexiteit en gevarieerdheid van de problemen in het gebied van de omvormtechniek is het niet zozeer van belang dat de student "het vak kent" alswel dat hij "het vak" leert gebruiken om steeds opnieuw zijn eigen inzichten te verwerven. Dit zijn twee fundamenteel verschillende zaken.

Het aanvaarden van deze stellingen heeft belangrijke konsekwenties. Bij wijze van voorbeeld: een goede technoloog beperkt zich niet tot het werken met handboekreceptuur etc. maar wijst deze ook niet af uit een vooringenomenheid zoals "dit is een onwetenschappelijke aanpak". Hij probeert dergelijke gegevens als uitgangspunten of bouwstenen in zijn eigen werkwijze in te passen. Dat wil zeggen hij is wel kritisch ingesteld

maar dit ontaardt niet in negativisme. Hij doet niet onnodig moeilijk, maar weet op grond van eigen criteria te beslissen wanneer de oplossing van een probleem "technisch voldoende" is. Door de student niet de uitkomsten van vraagstukken te geven maar hem zelf te laten uitmaken wanneer iets goed is kan men het hiertoe benodigde zelfvertrouwen o.m. aankweken.

Een andere konsekventie van deze stellingen is, dat wanneer men in verband met de beschikbare tijd moet kiezen tussen volledige presentatie van de stof (een zeer arbitraire zaak overigens) en leren gebruiken van een iets minder volledige, de keuze onmiddellijk op het laatste moet vallen.

III De confrontatie met een vakdeskundige die alles (beter) weet - of althans dit probeert te suggereren - ontmoedigd de student meer dan elke andere moeilijkheid die de student moet overwinnen bij het ontwikkelen van zijn vermogen om zelfstandig en creatief zijn vak te beoefenen. Een al te glad verlopende les is slechts "show-bussiness" en in mijn ogen een vorm van geschiedvervalsing. (In dit verband raad ik U aan eens het boek "Leren in Vrijheid" van de Amerikaanse {1.5} onderwijspsycholoog Carl Rogers te lezen.)

IV Bij het creatief beoefenen van "het vak" is enige kennis noodzakelijk over hoe de mens zijn inzichten verwerft. Wat is precies de rol van modelvorming, analyse en experimenten, ervaring hierbij? Wanneer is iets "waar"? De tijd hieraan besteed verdient men m.i. ruimschoots terug doordat men ordelijker gaat denken, meer bewust doelgericht. Een zeer beknopt, maar toch helder betoog hierover is gepubliceerd door de Oostenrijkse bioloog en Nobelprijswinnaar Karl Lorenz {1.6}. Voor de liefhebbers kan ik nog de zeer grondige wetenschappelijke studie door de Engelse wetenschapsfilosoof Karl Popper {1.7} noemen.

V Creatief vermogen in zijn vak ontwikkelt de student alleen door zelfwerkzaamheid bij het oplossen van (ook zeer kleine) problemen. Bij het oplossen hoort ook (en vooral) het formuleren van het probleem en het evalueren van de uitkomsten. Hij moet ervaren dat hierin de wezenlijke taak van de technoloog ligt, de wiskundige behandeling die ertussen ligt is niets meer of minder dan een gereedschap, een "informatie-omvormer". Zelfwerkzaamheid in deze zin is alleen mogelijk als:

- a. de student hiertoe duidelijk wordt aangemoedigd en ruimte krijgt,
- b. het onderwijs aan de hand van relevante problemen plaatsvindt, d.w.z. de leraar samen met de studenten een probleem uit de praktijk aanpakt. De ervaring dat sommige problemen wel, andere niet en verreweg de meeste slechts gedeeltelijke opgelost kunnen worden, hoort wezenlijk bij het onderwijs. Het onderwijs dat uitsluitend vraagstukken selekteert op volmaakt aansluiten bij de stof en gladde oplosbaarheid lost alleen zichzelf op ten koste van de student. Deze wordt dan hulpeloos losgelaten in het bedrijf waar hij keer op keer de kous op de kop krijgt en zich tenslotte alleen maar bedrogen en ontmoedigd voelt.

VI De leraar moet de student bevrijden van de alom tegenwoordige dwaalopinie dat het niveau van zijn kennis en werken hoger is naarmate er meer en moeilijke wiskunde aan toegevoegd wordt. Als de student er niet diep van doordrongen is wat de juiste functie van de wiskunde in de techniek is (Zie st. V) zal hij dit prachtige gereedschap nooit vruchtbaar leren gebruiken. Er is al heel wat technische onzin op hoog wiskundig niveau gepubliceerd! Het probleem is meestal niet dat de student niet kan rekenen (al of niet met rekenautomaten), maar dat hij het probleem niet kan formuleren en de eindresultaten niet kan evalueren, kortom dat hij daardoor ook niet veel aan zijn wiskunde heeft.

VII In het bijzonder in de omvormtechnologie wordt veel te veel informatie en veel te weinig inzicht geproduceerd. Indien men gebrek aan inzicht steeds weer probeert te compenseren met nieuwe gegevens begrijpt men domweg het verschil niet (zie ook st. IV). Ik ben er bijv. zeker van dat een objektieve studie van de tientallen zgn. technologische materiaalbeproevingsmethoden en vooral van wat er nu eigenlijk met die geproduceerde getallen gebeurt velen een licht zou doen opgaan. Persoonlijk zou ik hogelijk geïnteresseerd zijn in de mening van de testmachinefabrikanten in dit verband. Een van de belangrijkste en meest karakteristieke bezigheden van de mens is het evalueren van de gegevens/ervaringen waarover hij beschikt. Indien dit werkelijk grondig zou gebeuren, zou men ervaren dat vaak kan worden volstaan met zeer summier aanvullingsmateriaal of dat men reeds voldoende informatie heeft.

Kortom: de student moet leren woekeren met zijn informatie - niet alleen uit bezuinigingsoverwegingen maar ook - om zijn denkvermogen en zijn zelfvertrouwen te ontwikkelen.

Uiteraard zijn met de bovenstaande stellingen slechts problemen ááange-  
stipt, en ik ben onmiddellijk bereid toe te geven dat het geen eenvoudige  
zaak zal zijn er in het onderwijs rekening mee te houden. Deze zaken  
zullen bij velen dan ook als tèn idealistisch overkomen. Wat ik er in  
eerste instantie mee beoog is dan ook geen revolutie in het onderwijs  
of iets dergelijks, dus ook geen organisatorische aanpak, maar een  
bevordering van het bewustwordingsproces en de bereidheid tot gedachten-  
wisseling t.a.v. een aantal onderwijsaspecten, die m.i. nogal eens al  
te gemakkelijk onder de tafel verdwijnen. Overigens ben ik van mening  
dat de vele kleine en zeer kleine beslissingen - vaak door de leraar  
zelf genomen - een veel grotere invloed op het onderwijs in eigenlijke  
zin hebben dan de grote organisatorische beslissingen die door instituten  
en overheden genomen worden. Vele kleintjes maken één groot!

Althans wanneer ze elkaar niet tegenwerken of opheffen. En hier ligt nu  
precies de kern van wat ik bedoel: wanneer vele kleine beslissingen (t.a.v.  
de keuze van een vraagstuk, de volgorde en opzet van deelonderwerpen,  
het stimuleren van zelfwerkzaamheid van de student **etc. etc.**) vanuit steeds  
dezelfde basisvisie worden genomen is er sprake van een grootscheepse  
verandering van het onderwijs. Deze basisvisie moet dan echter wel zo  
groots en sterk zijn dat ze alle ad-hoc probleempjes automatisch over-  
schaduw!

Natuurlijk zijn de bovengenoemde punten ook van belang voor het onderwijs  
in (alle) ander vakken, indien men althans de wens koestert dat de  
student zich ontwikkelt tot zelfstandig en creatief beoefenaar van het vak.  
Naar mijn gevoel zijn ze echter bij uitstek van belang voor het onderwijs  
in de omvormtechnologie. Enige redenen zijn reeds ter sprake gekomen:

- a. het beoefenen van de omvormtechnologie eist een vaardigheid m.b.t. het  
nemen van beslissingen over vereenvoudigde aannamen bij het opstellen  
van rekenmodellen. Exakte oplossingen zijn doorgaans theoretisch onmo-  
gelijk, door de omvang van het vergelijkingstelsel, en technisch onnodig  
of zelfs ongewenst (spoedgevallen). Een en ander vergt een goed inzicht  
in de samenhang van de grondbegrippen en een duidelijk zicht op de  
technische doelstelling.



- b. receptmatige oplosprocedures zijn - ondanks vele pogingen daartoe - niet mogelijk gebleken. Het onderwijs kan er dus ook niet van uitgaan. Alle les- en oefenstof moet dus gericht zijn op het zelfstandig maken van de student omdat zoiets als een "afgeronde stof" niet bestaat.
- c. in vele praktijkgevallen is de behoefte aan nauwkeurige kwantitatieve gegevens niet bijzonder groot. Men wil weten welke factoren het procesverloop beïnvloeden en op basis hiervan (samen met overwegingen van praktische, economische en organisatorische aard etc.) beslissen waar en hoe men gaat ingrijpen om het proces optimaal te laten verlopen. De grootte van de verandering is het best en het snelst proberenderwijs vast te stellen. Ook bij wetenschappelijk en technologisch onderzoek is het experiment bijna steeds van doorslaggevende betekenis m.b.t. de kwantificering. De theoretische analyse levert de kwalitatieve richtlijnen om het experiment zo goed en zo snel mogelijk te laten verlopen.

Deze werkwijze sluit overigens geheel aan bij de criteria, die de wetenschapsfilosofie stelt voor "wetenschappelijk verantwoorde" onderzoekingen. In deze zin moet men een andere - eveneens gechargeerde - opmerking van SLIGTE {1.2} tijdens de reeds eerder genoemde lezing opvatten:

"De taak van de wetenschapsmensen die de omvormtechniek van de plasticiteits-theoretische en metaalkundige kant benaderen is het om de praktische technoloog het gevoel bij te brengen om tot de juiste gereedschapvorm en de juiste keuze van materialen te komen".

Hierin steekt veel waars, het is immers gemakkelijk aan te tonen dat ook bij het bedrijven van "exakte" technologie het gevoel, de intuïtie, de ervaring een belangrijke rol speelt. Welnu, het niveau waarop die intuïtie werkt wordt onmiskenbaar bepaald door het inzicht dat men in vroeger denkwerk heeft verworven, d.w.z. de diepte, niet de fenomenologische omvang. Het is niet ondenkbaar dat Sligte de spijker hier beter op de kop sloeg dan sommige "exakte wetenschappers" bereid zijn toe te geven, immers de relativerende huidige opvattingen van wetenschapsfilosofen t.a.v. wat objectieve kennis ofwel "waarheid" eigenlijk is tenderen sterk naar de uitspraak: "Waar is wat vruchtbaar is". Deze lijkt verdacht veel op de oude wijsheid "Aan de vruchten kent men de boom".

## 1.6. BESLUIT

Als U met mij van mening bent dat een ingenieur zo opgeleid moet worden, dat hij in zijn bedrijfsloopbaan zichzelf - en daarmee zijn leraar - "waar" kan maken, d.w.z. dat hij mede dankzij zijn studie zijn eigen - eventueel nieuwe - weg kan volgen in plaats van uitsluitend platgetreden paden, dat hij niet alleen oplossingen van anderen kan reproduceren, dat hij niet alleen maar zonder kleerscheuren door een examen kan rollen, dan heeft het boven aangehaalde belangrijke konsekwenties voor het onderwijs in de omvormtechniek/technologie. Dit geldt niet zozeer voor de lesindeling, de stofkeuze en de organisatie alswel voor de wijze waarop de student de stof krijgt aangeboden en deze verwerkt. Ik geloof niet dat er zoiets als een ideaal onderwijssysteem bestaat voor de omvormtechnologie, wat ideaal ("waar") is hangt van de omstandigheden i.c. de studenten, de leraar en de communicatie tussen beiden en tussen de studenten onderling af. Mijns inziens zal de zaak steeds in orde komen als men zich door de volgende uitgangspunten konsekwent laat leiden:

- a. kennis, of beter: inzicht, is een persoonlijke verworvenheid.  
Goed onderwijs kan dan ook nooit meer zijn dan een beginvoorwaarde tot het verwerven van inzicht door de student zelf, moeten we ook constateren dat het opleiden van mensen niet inhoudt wat zogenaamde "onderwijsexperts" wel pretenderen. Die beweren wel dat hun werk erin bestaat kennis over te dragen aan een psyche waarin geen kennis is, alsof ze aan blinde ogen gezichtsvermogen gaven ... Niet het verlenen van gezichtsvermogen, men moet er bij de opleiding van uitgaan, dat de psyche dat vermogen al heeft, maar dat dat alleen niet goed is gericht en niet de juiste kan opkijkt en voor dit laatste moet men zorgen. - Plato -
- b. het te geven onderwijs moet aan een algemene doelstelling voldoen.  
Het examen is geen doel, maar kan een controle zijn of het gestelde doel bereikt is.
- c. grondbegrippen en theoriën zijn abstrakties. (Lat. "abstrahere" = uit de waarneming als begrip afleiden, in gedachte afzonderen). Waar moet een student zijn motivatie vandaan halen, als hij alsmaar gereedschappen (abstrakties) krijgt aangereikt en hij daarmee oplossingen moet proberen te geven voor problemen die hij niet kent? Het is ook niet toevallig dat juist studenten van avondopleidingen - zelfs na een zware dagtaak in het

bedrijf - vaak aanzienlijk **beter** gemotiveerd zijn: ze kennen of herkennen de problemen die achter de geboden oplosmethoden zitten. De moraal van het verhaal is m.i. dan ook: laat de studenten eerst het vakgebied (oppervlakkig) waarnemen, laat ze zich vervolgens bewust worden van de problemen en de behoefte deze op te lossen, begin tenslotte geleidelijk met het denkwerk dat tot de abstrakties leidt. Hierna is de fase voor het opdoen van vaardigheid in het oplossen aangebroken. Alleen op deze manier wordt een abstraktie tot iets zinvol en komt ze niet in de lucht te hangen. Veel leerboeken zijn in feite alleen achteraf als repetitorium bruikbaar. Het afdalen van de berg (dus abstraktie) gaat aanzienlijk beter en gericht als men weet hoe men erop is gekomen. Misschien heeft Multatuli iets dergelijks bedoeld toen hij schreef: "Niet in het snijden der padi is de vreugde. De vreugde is in het snijden der padi die men geplant heeft".

Rekening houdend met het voorgaande zou een cursus omvormtechnologie - over verschillende jaren gespreid - de volgende opbouw kunnen hebben:

1. OMVORMTECHNIEK I      Globale kennismaking met processen en hun mogelijkheden, het plastisch materiaalgedrag etc. Hiertoe zijn dia's, films, excursies, demonstraties en praktikum zeer geschikt. Een boek als dat van SLIGTE {1.3} is zeer geschikt, ook voor zelfstudie. Kracht-weg karakteristieken van processen.
2. OMVORMTECHNIEK II      Overzicht naar machines, indeling naar karakteristieke eigenschappen en globale werking. Elastisch gedrag van machines en de invloed op het procesverloop. Kracht en arbeidsberekeningen i.v.m. machinekeuze.
3. OMVORMTECHNOLOGIE I      Overzicht van problemen in de omvormtechniek. Eerste poging tot ordening en eerste elementaire benadering ervan. Introductie naar behoefte van begrippen en gedachtengangen uit de plasticiteitsmechanika. Oefeningen. Meetproblemen analyseren.

4. OMVORMTECHNOLOGIE II Plasticiteitstheorie ontwikkelen aan de hand van gedefiniëerde behoeften. Toepassing op een aantal representatieve processen. Zelfwerkzaamheid van de student in sterke mate inschakelen door stappen in de theorie in de vorm van vraagstukken te gieten.

Hierna past m.i. een overzicht van geavanceerde methoden (bijv. glijlijnenmethode, visioplastische methode, etc.) en van nog onopgeloste problemen, zowel theoretisch als praktisch.

5. AFSTUDEERWERK                      Hierbij wordt logisch in elkaar grijpend theoretisch/experimenteel werk verlangd aan de hand van een relevante probleemstelling.

In de loop van dit programma moet de zelfwerkzaamheid van de student geleidelijk toenemen. Dit moet zich niet tot het maken van min of meer steriele sommetjes beperken. Andere mogelijkheden: kritiek op een buitenlands artikel of boek, het bestuderen van een hoofdstuk uit een boek vanuit een concrete probleemstelling en dit voordragen in de klas, boekrecensies maken, een industrieprobleem "vertalen" in plastische grootheden, een optimaal experiment ontwerpen, het eindresultaat van een berekening in de klas evalueren etc. etc. De basisgedachte hierbij is dat de student geleidelijk op eigen "vleugels" moet leren vertrouwen, voor hij van "'t dak wordt gegooid".

HST 2 PLASTISCH GEDRAG VAN METALEN  
(elementaire fenomenologie)

2.1.	Spanning en rek	2.1.
2.2.	De maatrek en de "kleine rek"	2.3.
2.3.	Vergelijking van de twee rekdefinities	2.6.
2.3.1.	Het optellen van rekken	2.6.
2.3.2.	Symmetrie	2.7.
2.4.	De trekproef	2.9.
2.4.1.	De experimentele uitvoering van de trekproef	2.10
2.4.2.	Het bepalen van de ware spanning en de natuurlijke rek	2.11.
2.5.	De verstervigingsfunctie	2.13.
2.5.1.	De kracht-weg kromme	2.13.
2.5.2.	De verstervigingsfunctie volgens LUDWIK	2.14.
2.5.3.	Het bepalen van C en n	2.16.
2.6.	Insnoering en treksterkte	2.19.
2.6.1.	Uniforme rek	2.19.
2.6.2.	De treksterkte	2.20.
2.7.	De vloeigrens	2.24.
2.7.1.	De 0,2% rekgrens $\sigma_{0,2}$	2.24.
2.7.2.	De modelvloeigrens $\sigma_{vm}$	2.25.
2.8.	De spanningstoestand in een trekstaaf	2.28.
2.8.1.	De spanningen	2.28.
2.8.2.	De cirkel van MOHR voor de trekproef	2.29.
2.8.3.	Hoofdspanning en maximale schuifspanning.	2.33.

LITERATUUR.

- { 2.1. } J.Kals                    *"Het begrip deformatie"*  
Overdruk uit Metaalbewerking Jrg.39,Nr.5,10 jan.(1974)
- { 2.2. } D.Tabor                    *"The Hardness of Metals"*.  
Oxford Clarendon Press. (1951).
- { 2.3. } P.C.Veenstra                *"Grondslagen van de Mechanische Technologie I"*  
Technische Plasticiteitsleer.  
Coll.dictaat. Eindhoven University Press (1968).
- { 2.4. } L.J.A.Houtackers          *"Analyse van het Insnoerverschijnsel bij vlakke  
deformatie van plaat"*.  
Aantekeningen van intern rapport. Maart (1975).
- { 2.5. } J.A.H.Ramaekers            *"Härte und Verformung Metallischer Werkstoffe"*.  
THE dis. (1970).

2. PLASTISCH GEDRAG VAN METALEN. (elementaire fenomenologie)

In dit hoofdstuk zullen we aan de hand van de trekproef een aantal begrippen en definities uit de plasticiteitsmechanica introduceren. Een uitvoerige beschrijving is te vinden in J.KALS {2.1.}

2.1. SPANNING EN REK.

In Fig.2.1. zien we een schematische voorstelling van de trekproef. Een trekstaaf met uitgangslengte  $L_0$  en een begindoorsnede  $A_0$  wordt getrokken tot een lengte  $L$  en doorsnede  $A$ .

Onder invloed van een toename van de kracht  $F$  met een bedrag  $\Delta F$  ondergaat de trekstaaf een verlenging  $\Delta L$ .

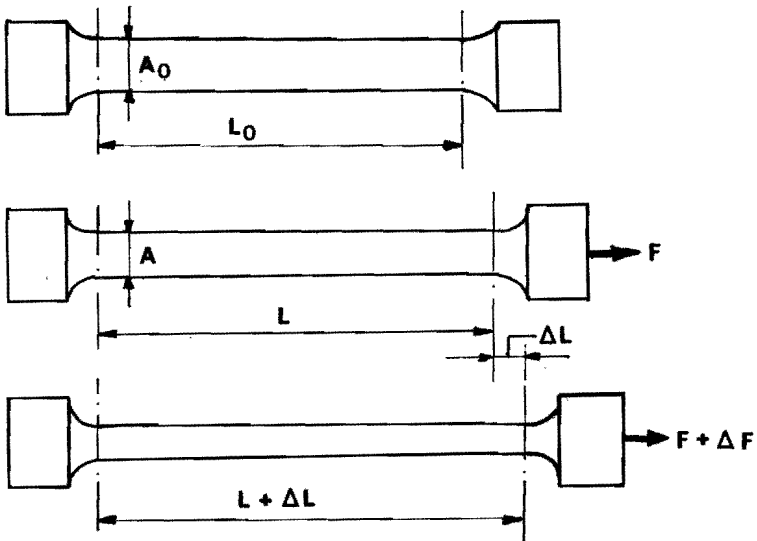


Fig.2.1. Schema trekproef ( $L$ ="meetlengte";  $L < \text{staaf}$ lengte)

In Fig.2.2 is de kracht-weg kromme voor de trekproef schematisch weergegeven. Op eenvoudige wijze is de arbeid af te leiden, die voor een kleine verlenging  $\Delta L$  opgebracht moet worden. Bij benadering vinden we:

$$(2.1.) \quad \Delta W \approx F \cdot \Delta L + \frac{1}{2} \cdot \Delta F \cdot \Delta L.$$

Indien we overgaan op een oneindige kleine stap  $dL$ , dan volgt uit verg.(2.1.), met verwaarlozing van de hogere orde term,  
de incrementele arbeid:

$$(2.2.) \quad dW = F \cdot dL$$

We betrekken deze arbeid op het momentane volume van de trekstaaf  $A \cdot L$  en vinden de arbeid per volumedeel of  
specifieke arbeid:

$$(2.3.) \quad dW_s = \frac{F}{A} \cdot \frac{dL}{L}$$

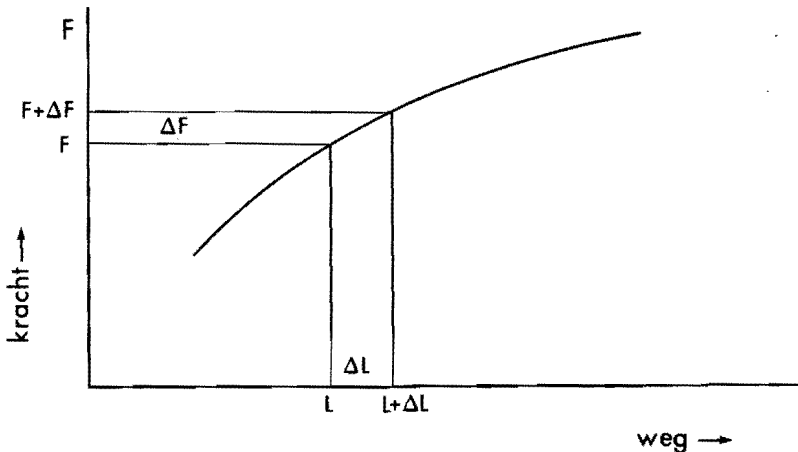


Fig.2.2. De kracht-weg kromme bij de trekproef

In verg.(2.3.) komen twee belangrijke grootheden tot uitdrukking:  
de ware spanning:

$$(2.4.) \quad \sigma_w = \frac{F}{A}$$

en de incrementele rek.

$$(2.5.) \quad d\epsilon = \frac{dL}{L}$$

De totale verlenging van de trekstaaf, van uitgangslengte  $L_0$  tot een lengte  $L$ , wordt beschreven door:

de eindige rek

$$(2.6.) \quad \epsilon = \int d\epsilon$$

Met verg. (2.5.) volgt dan:

$$(2.7.) \quad \epsilon = \int_{L_0}^L d\epsilon = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0}$$

Opmerking:

In de elasticiteitsmechanica wordt het symbool  $\epsilon$  óók voor de rek gebruikt. Deze rek is echter anders gedefinieerd.

In de plasticiteitsmechanica wordt - naast andere symbolen zoals  $\phi$  en  $\delta$  - het symbool  $\epsilon$  gebruikt voor de eindige rek. In verg. (2.7.) is te zien, waarom deze eindige rek ook wel natuurlijke of logaritmische rek wordt genoemd, n.l.:

De natuurlijke logaritme uit het quotient van de nieuw verkregen lengte en de uitgangslengte.

## 2.2. DE MAATREK EN DE "KLEINE REK".

Wordt de incrementele arbeid uit verg. (2.2.) betrokken op het oorspronkelijke volume  $A_0 \cdot L_0$  inplaats van op het momentane volume  $A \cdot L$ , dan vinden we:

$$(2.8.) \quad dW_s = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{dL}{L_0}$$

In deze vergelijking zien we twee nieuwe grootheden verschijnen:

de nominale "spanning"

$$(2.9.) \quad \sigma_N = \frac{F}{A_0}$$

en de incrementele maatrek

$$(2.10.) \quad d\Delta = \frac{dL}{L_0}$$



Het zal duidelijk zijn, dat bij grotere rekken (c.q. kleiner wordende doorsneden A) de nominale spanning steeds meer gaat afwijken van de ware spanning. In de plasticiteitsmechanica heeft de nominale "spanning"  $\sigma_N$  dan ook geen enkele fysische betekenis.

Analoog aan verg. (2.6.) en verg. (2.7) vinden we voor de (eindige) maatrek:

$$(2.11.) \quad \Delta = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1$$

Uit verg. (2.7.) en verg. (2.11.) volgt het verband tussen de natuurlijke rek en de maatrek

$$(2.12) \quad \epsilon = \ln(1 + \Delta)$$

Fig.2.3 geeft dit verband grafisch weer.

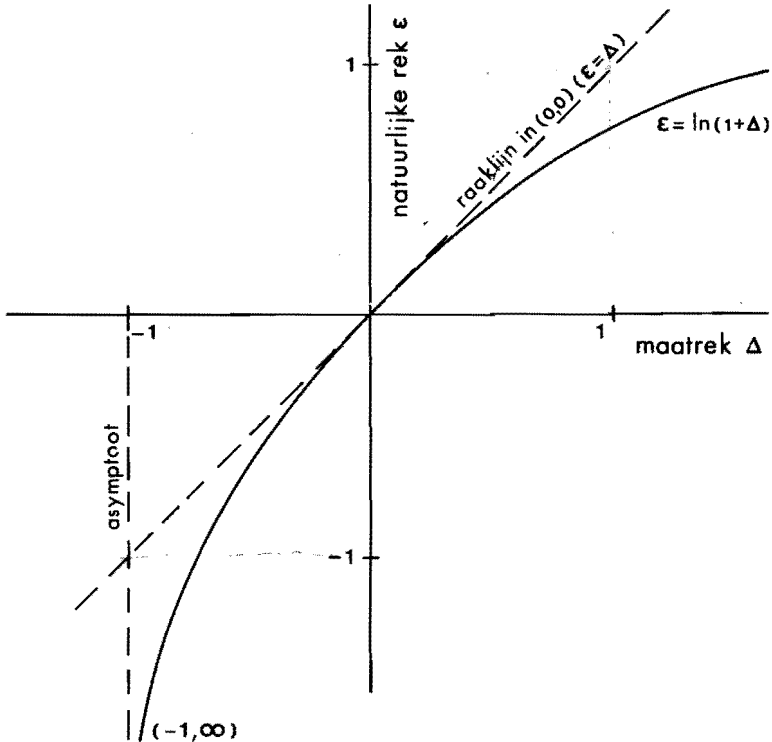


Fig.2.3. Het verband tussen de maatrek Δ en de natuurlijke rek ε.

Voor kleine waarden van de natuurlijke rek volgt uit verg. (2.12).

$$(2.13) \quad \epsilon = \ln(1 + \Delta) \approx \Delta \quad \text{als } \Delta \ll 1$$

In de elasticiteitsmechanica wordt normalerwijze slechts gerekend met zeer kleine rekken. De natuurlijke rek en de maatrek zijn dan gelijk aan elkaar (verg.2.13).

Ook de spanningen, berekend volgens de verg.(2.9.) en verg. (2.4.) geven dan gelijke waarden.

Terwijl het in de elasticiteitsmechanica numeriek geen verschil geeft, met welke van de twee rekconventies we werken, is het in de plasticiteitsmechanica zonder meer noodzakelijk met ware spanningen (verg.2.4.) en logaritmische rekken verg. (2.5; 2.6.; 2.7) te werken.

#### Opmerking.

De verg.(2.13) is te schrijven als (reeksontwikkeling).

$$\epsilon = \ln(1 + \Delta) = \Delta - \frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^3}{3} - \frac{\Delta^4}{4} + \dots\dots\dots$$

Deze reeks convergeert voor  $-1 \leq \Delta \leq 1$

Er geldt dus ook:  $\epsilon \approx \Delta$  voor  $\Delta \ll 1$  (kleine rek).

Aan de voorwaarde  $\Delta \ll 1$  is in het algemeen voldaan binnen het elastische gebied van alle metalen, die van technisch belang zijn. Algemeen geldt, dat  $\Delta < 0,01^*$ ) De afwijking van beide rekdefinities ten opzichte van elkaar is minder dan  $10^{-4}$  oftewel  $10^{-2}\%$ .

Deze algemene conclusie volgde in feite al uit fig.2.3.

Wanneer er in de toekomst sprake is van rek, zullen we, tenzij anders vermeld, steeds de natuurlijke of logaritmische rek bedoelen.

Verder zullen we bij de analyse er, in het algemeen, steeds van uitgaan, dat de elastische rek verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de plastische rek.

\*) ( $\Delta \approx 0,01$  voor gehard staal en ook messing. Dit zijn echter extreem hoge waarden, zie Fig. 2.20)

2.3. VERGELIJKING VAN DE TWEE REKDEFINITIES.

In deze paragraaf zullen een aantal aspecten bekeken worden, die het belang (en het gemak) van het werken met de natuurlijke rekconventie illustreren.

2.3.1. Het optellen van rekken.

Een lijnstuk (trekstaaf) met beginlengte  $L_0$  ondergaat in  $i$ -stappen een verlenging tot eindlengte  $L_i$  (zie Fig.2.4.).

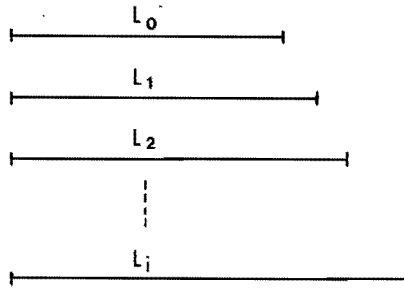


Fig.2.4. Verlenging van een trekstaaf in  $i$ -stappen.

De totale rek is verdeeld in een aantal deelrekken, elk met zijn eigen begin- en eindlengte.

Voor de natuurlijke rek kunnen we schrijven:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4 + \dots \epsilon_i = \\ &= \ln \frac{L_1}{L_0} + \ln \frac{L_2}{L_1} + \ln \frac{L_3}{L_2} + \ln \frac{L_4}{L_3} + \dots \ln \frac{L_i}{L_{i-1}} = \ln \frac{L_i}{L_0} \end{aligned}$$

Voor de maatrek geldt daarentegen niet:

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \dots \Delta_i, \text{ immers} \\ &= \frac{L_1 - L_0}{L_0} + \frac{L_2 - L_1}{L_1} + \frac{L_3 - L_2}{L_2} + \frac{L_4 - L_3}{L_3} + \dots + \frac{L_i - L_{i-1}}{L_{i-1}} \neq \frac{L_i - L_0}{L_0} \end{aligned}$$

maar:

$$\frac{L_1 - L_0}{L_0} + \frac{L_2 - L_1}{L_0} + \frac{L_3 - L_2}{L_0} + \frac{L_4 - L_3}{L_0} + \dots + \frac{L_i - L_{i-1}}{L_0} = \frac{L_i - L_0}{L_0}$$

Bij de natuurlijke rek zagen we, dat de beschrijving volkomen eenduidig is. Bij het gebruik van de maatrek is het echter in eerste instantie niet duidelijk op welke beginlengte de maatverandering steeds betrokken moet worden.

Uit voorgaande afleiding en de definiërende vergelijking (2.10) volgt, dat alle deelrekken op dezelfde referentielengte betrokken zouden moeten worden, n.l. de oorspronkelijke lengte  $L_0$ .

Een groot bezwaar treed op, wanneer de deelrekken in opvolgende vervormingsprocessen worden uitgevoerd, zodat er geen eenduidige "oorspronkelijke" lengte voor het geheel kan worden gedefinieerd. Wat is bijvoorbeeld de uitgangslengte van een koudgewalste plaat? Het bedrag van een willekeurige maatdeelrek is dus afhankelijk van de vraag welke somrek men wil weten en is om deze reden dan ook niet eenduidig.

### 2.3.2. Symmetrie.

Een proefstaaf met lengte  $L_0$  wordt gerekt tot een lengte  $i \cdot L_0$ . Een andere, met gelijke uitgangslengte wordt gestuikt tot een lengte  $\frac{1}{i} \cdot L_0$ . (zie Fig. 2.5.a en b).

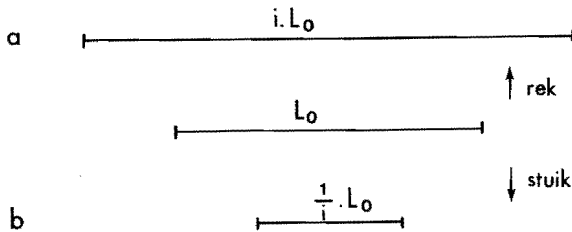


Fig.2.5. Symmetrie van de natuurlijke rekdefinitie.

Volgens de natuurlijke rekconventie geldt:

$$a) \epsilon_a = \ln \frac{i \cdot L_0}{L_0} = \ln i$$

$$\rightarrow \text{dus } \epsilon_a = - \epsilon_b$$

$$b) \epsilon_b = \ln \frac{\frac{1}{i} \cdot L_0}{L_0} = \ln \frac{1}{i} = - \ln i$$

Volgens de definitie van de maatrek geldt:

$$a) \Delta_a = \frac{i \cdot L_o - L_o}{L_o} = i - 1$$

$$b) \Delta_b = \frac{\frac{1}{i} \cdot L_o - L_o}{L_o} = \frac{1}{i} - 1 = \frac{1-i}{i} \rightarrow \text{dus } \Delta_a \neq \Delta_b$$

Voor de eenduidigheid van de rekdefinitie, d.w.z. dat de waarde van de rek, afgezien van het teken, in beide gevallen gelijk moet zijn, wordt dus een symmetrische rekdefinitie geeist. Dit is bij de natuurlijke rek wel en bij de maatrek definitie niet het geval.

Uit de grafiek van Fig.2.3. volgde reeds, dat de maatrek asymmetrisch is.

$$\Delta_{\min} = -1 \text{ en } \Delta_{\max} = +\infty$$

Onder andere door TABOR {2.2} is experimenteel aangetoond, dat de rek- en stuikkromme van een materiaal bij goede benadering symmetrisch zijn bij het gebruik van de natuurlijke rekdefinitie en, zoals uit het voorgaande volgt dus niet bij het gebruik van de maatrekdefinitie. (zie fig.2.6.).

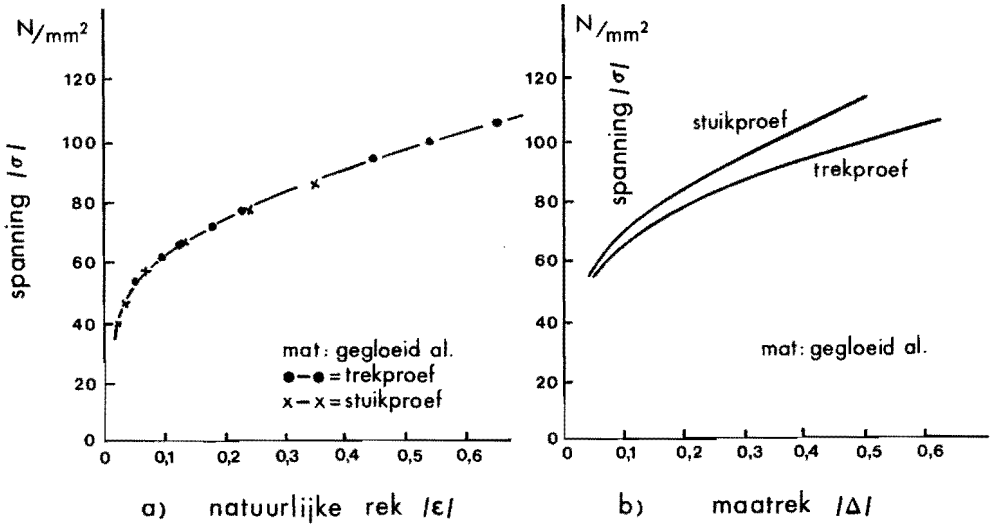


Fig.2.6.a De rek en stuikkromme, uitgedrukt in natuurlijke rekken, vallen wel samen en de rek en stuikkromme uitgedrukt in maatrekken vallen niet samen.

Uit de metaalfysica is bekend, dat grote rekken tot stand komen door afschuiving van bepaalde roostervlakken onder invloed van schuifspanningen in die roostervlakken.

Rekken of stuiken van een lichaam of een deel ervan betekent in dit opzicht niets anders dan afschuiven van dezelfde roostervlakken in tegen-gestelde richting.

Afgezien van enige invloeden van ondergeschikt belang - b.v. restspanningen - moet het gedrag van metalen bij rek of stuik gelijk zijn.

De natuurlijke rekconventie sluit dus beter aan bij het natuurlijke materiaalgedrag.

Eén afwijking van de symmetrie van trek- en stuikkromme wordt BAUSCHINGER-effect genoemd.

#### 2.4. DE TREKPROEF.

Wil men - in mathematische vorm - een plastisch proces kunnen beschrijven, dan is het nodig het verband tussen de spanningen en de rekken gedurende het gehele proces te kennen. Het definiëren van een enkel punt, zoals dit bij de klassieke trekproef met het bepalen van de vloeigrens of rekgrens en de treksterkte gebeurt, is niet voldoende. De functie, die het verband tussen de spanning en de rek in het plastische gebied beschrijft wordt de VERSTEVIGINGSFUNCTIE genoemd. De desbetreffende grafiek heet "VLOEIKROMME".

In principe leent elk plastisch proces zich als testmethode voor het bepalen van de versterkingsfunctie van een materiaal.

De trekproef is evenwel om diverse redenen - eenvoudigste spanningstoestand, wrijvingsloos, uniforme spanningsverdeling - het meest geëigend om de versterkingsfunctie te bepalen, hoewel er ook nadelen aan kleven.

Alhoewel er trek- en drukprocessen binnen het gebied van de plastische vormgeving voorkomen zullen we ons voorlopig beperken tot de eerste categorie.

De geldigheid van de, met de trekproef bepaalde, versterkingsfunctie voor andere spannings- en rektoestanden wordt bij de behandeling van de begrippen: effectieve spanning en effectieve rek nader aangegeven.

2.4.1. De experimentele uitvoering van de trekproef.

De trekproef kan op twee manieren uitgevoerd worden:

- a. Met kontinu toenemende deformatie.
- b. Intermitterend, d.w.z. de trekstaaf wordt, in stapjes, gerekt en na elke stap ontlast. (zie fig.2.7.).

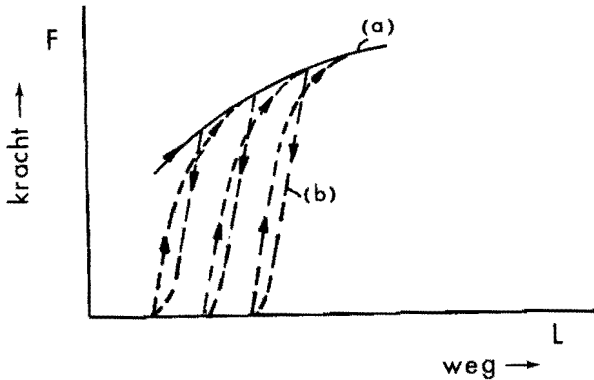


Fig.2.7. Schema van de continue- en intermitterende trekproef.

(a) (b)

Bij de continue trekproef worden de metingen (zie ook § 2.4.2.) aan de trekstaaf uitgevoerd in belaste toestand.

De natuurlijke rek die hieruit bepaald wordt is de som van de elastische- en plastische rek.

Bij plastische rekken groter dan 0,01 à 0,02 is de elastische rek verwaarloosbaar. (zie opmerking § 2.2 na verg. 2.13).

Bij de normale plastische processen (met rekken tot 0,6) is deze vereenvoudiging dus steeds toelaatbaar, zodat hiervoor bij benadering geldt:

$$(2.14) \quad \epsilon = \epsilon_{el} + \epsilon_{pl} \approx \epsilon_{pl} = \ln \frac{L}{L_0} \quad (\epsilon_{el} \ll \epsilon_{pl})$$

Bij zeer kleine blijvende vervormingen zijn elastische en plastische rekken van dezelfde orde van grootte (0,001 à 0,01) en mag dus deze vereenvoudiging niet worden toegepast. (zie later: model vloeigrens)

Verg. (2.14) geeft ook nog aanleiding om op een ander belangrijk feit te wijzen.

In het spraakgebruik wordt vaak de term elastische- c.q. plastische spanning(stoestand) gebezigd. Dit is echter principiëel niet juist.

Er is één belastingstoestand die èn elastische èn plastische vervormingen veroorzaakt.

Bij de intermitterende trekproef worden de metingen (zie ook § 2.4.2.) telkens verricht als de trekstaaf ontlast is. Uit deze metingen bepalen we dus de zuivere plastische rek.

Verder moet nog gewezen worden op de invloed, die de treksnelheid uitoefent op het verloop van de trekkromme. Hogere treksnelheden vergen hogere trekkrachten (zie Fig.2.8.). Om deze invloed uit te schakelen wordt de aandrijving van de trekbank even (bijv. 10 à 20 sec.) gestopt. De trekkracht daalt tot het niveau van de kromme voor  $v \approx 0$  en kan dan afgelezen worden.

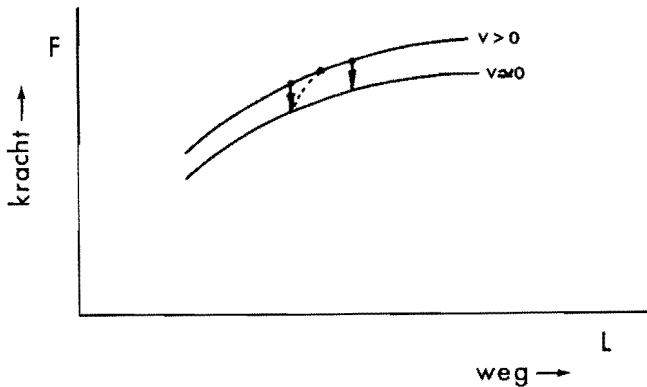


Fig.2.8. De invloed van de treksnelheid  $v$  op het verloop van de trekkromme.

Bij lage treksnelheden zijn voor de meeste metalen de verschillen zo gering, dat deze verwaarloosd kunnen worden. Kruip en superplasticiteit kunnen echter soms problemen opwerpen. Tevens wordt opgemerkt, dat in de praktijk elk vervormingsproces met een zekere snelheid plaats vindt.

De invloed van de deformatiesnelheid  $\dot{\epsilon}$  op het verloop van een proces is op dit moment een nog slechts zeer ten dele onderzocht probleem.

Tenslotte merken we nog op, dat de treksnelheid (cq stempelsnelheid bij een proces) iets anders is dan de deformatiesnelheid in een punt van het materiaal.

#### 2.4.2 Het bepalen van de ware spanning en de natuurlijke rek bij de trekproef.

Uit de vergelijking voor de ware spanning (2.4.) en de natuurlijke rek (2.7.) volgt, dat gemeten moet worden het verloop van :

- de trekkracht  $F$ ,
- de doorsnede  $A$  (inclusief  $A_0$ ) of
- de momentane lengte  $L$  (inclusief  $L_0$ ).



Nu kunnen we gebruik maken van een (-experimenteel door Taylor en Quinny aangetoonde-) eigenschap van normale metalen:

Het volume van een lichaam dat plastisch gedeformeerd wordt, vertoont slechts een kleine elastische verandering, die verwaarloosd wordt, en geen plastische - blijvende - verandering.

De verandering van volume is nul, ook wel invariantie van volume genoemd, is te formuleren als:

$$dV = 0 \quad \text{oftewel } V_0 = V$$

zodat

$$(2.15) \quad A_0 \cdot L_0 = A \cdot L \quad \rightarrow \frac{L}{L_0} = \frac{A_0}{A}$$

Voor een ronde staaf, uitgedrukt in de diameter  $d$  (resp.  $d_0$ ) wordt dit:

$$(2.16) \quad \frac{\pi}{4} d_0^2 \cdot L_0 = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot L \quad \rightarrow \frac{L}{L_0} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = \frac{A_0}{A}$$

Voor de spanning geldt dan:

$$(2.17) \quad \sigma_w = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

en voor de natuurlijke rek geldt:

$$(2.18) \quad \epsilon = \ln \frac{L}{L_0} = \ln \frac{A_0}{A} = - \ln \frac{A}{A_0} = - \ln \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 = - 2 \ln \frac{d}{d_0}$$

Uit de vergelijkingen (2.17) en (2.18) volgt nu, dat we kunnen volstaan met het meten van:

- de oorspronkelijke diameter  $d_0$
- en per stap
- de diameter  $d$
- de trekkracht  $F$

Uit het voorgaande blijkt, dat er tussen de twee uitvoeringsmethoden van de trekproef een formeel verschil bestaat. Dit verschil blijkt voor de normale materialen in de praktijk nauwelijks noemenswaardig en er worden voldoende betrouwbare resultaten verkregen als:

- bij de continue trekproef in belaste toestand de lopende kracht en (steeds op dezelfde plaats) de corresponderende diameter (c.q. doorsnede) van de trekstaaf wordt gemeten.

of

- bij de intermitterende trekproef de momentane kracht wordt afgelezen (na een korte pauze van de aandrijving) en na het ontlasten de diameter (c.q. doorsnede) van de trekstaaf (steeds op dezelfde plaats) wordt gemeten.

Opmerking:

Voor een trekstrip met rechthoekige doorsnede  $b_o \times s_o$  gaat verg. (2.15) over in:

$$\frac{L}{L_o} = \frac{A_o}{A} = \frac{b_o \times s_o}{b \times s}$$

Voor de spanning geldt dan:

$$\sigma_w = \frac{F}{A} = \frac{F}{b \times s}$$

en de nat.rek wordt:

$$\epsilon = \ln \frac{L}{L_o} = \ln \frac{A_o}{A} = \ln \frac{b_o \times s_o}{b \times s}$$

In het geval van een rechthoekige trekstrip kan volstaan worden met het meten van:

- de oorspronkelijke breedte  $b_o$
- de oorspronkelijke dikte  $s_o$
- de momentane kracht  $F$
- de momentane breedte  $b$
- en de momentane dikte  $s$ .

## 2.5. . DE VERSTEVIGINGSFUNCTIE.

### 2.5.1. De kracht-weg kromme.

Indien trekproeven worden uitgevoerd op verschillende kunststoffen en b.v.: staal, koper, messing, tin, plastics (zoals PVC, PE) dan zien we verschillende kracht-weg krommen ontstaan. (zie Fig.2.9.). De weg is  $S = L - L_0$ .

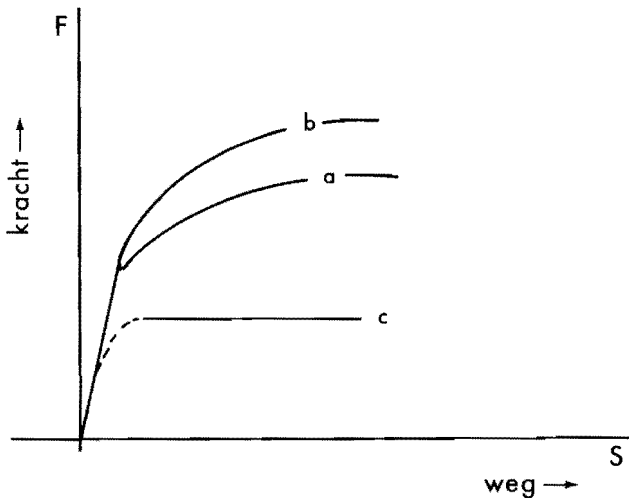


Fig.2.9. De kracht-weg krommen voor verschillende materialen.

Zo is (a) de kracht-wegkromme voor een staalsoort, met "vloeivlag" en (b) die van een andere staalsoort zonder duidelijke vloeigrens. De krommen (a) en (b) vertonen een maximum in de trekkracht, waarop we in § 2.6.2 nog zullen terugkomen. Een opmerkelijke vorm vertonen de trekkrachten van tin en een aantal thermoplasten (P.V.C. en dergelijke), waarbij de kracht konstant blijft over een groot rektraject (c).

Voor deze materialen geldt dus:

$$F = \text{konstant} = k$$

Met verg. (2.17) en (2.18) kan dan afgeleid worden dat:

$$(2.19) \quad \sigma_w = \frac{4}{\pi d_o^2} \cdot k \cdot e^\epsilon = \frac{k}{A_o} \cdot e^\epsilon = k' e^\epsilon$$

Vergelijking (2.19) geeft een gedeeltelijke beschrijving van het verband tussen spanning en rek voor de eerder genoemde materialen.

Een dergelijk verband heet verstevigingsfunctie.

Uitdrukkelijk is gezegd: "Een mogelijk verband".

Bij deze materialen zouden volledigheidshalve termen opgenomen moeten worden die de invloed van de vervormingssnelheid en de temperatuur in rekening brengen. Dit voert hier echter te ver.

Vergelijking (2.19) kan men beschouwen als een mathematisch model ter beschrijving van het materiaalgedrag bij trekken.

Dit model heeft een beperkt geldigheidsbereik, maar binnen dit bereik kunnen er zinvolle dingen mee berekend worden.

### 2.5.2. De verstevigingsfunctie volgens LUDWIK.

Voor de meeste technische materialen zoals:

koolstofstaal, roestvrijstaal, Messing, koper en aluminium geeft de spannings-rek relatie ( $\sigma_w - \epsilon$ ) een beeld zoals geschetst is in Fig. 2.10.

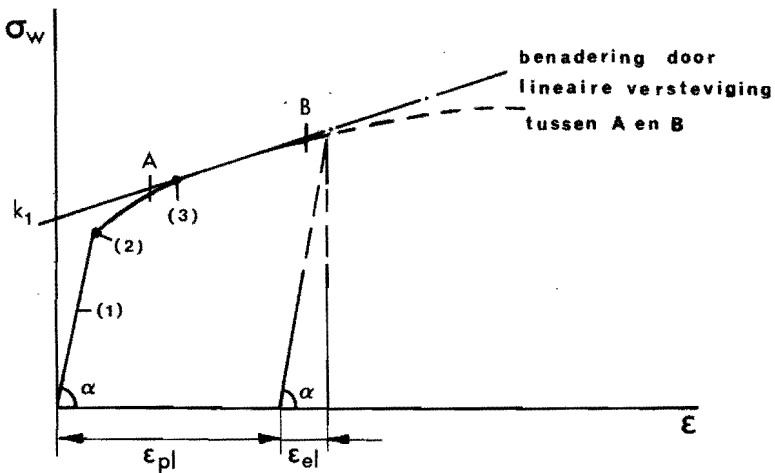


Fig.2.10 Het spannings-rek verloop  $\sigma_w - \epsilon$

In het gebied met kleine rek loopt de spanning-rek kromme eerst steil omhoog (1) en gaat daarna, na een min of meer scherpe overgang (2), steeds vlakker lopen (3).

Het eerste deel van de kromme is het zog. elastische gebied.

De vervormingen worden elastisch genoemd, omdat de trekstaaf tot de uitgangslengte terugveert als de belasting weggenomen wordt.

Hiervoor geldt voor een groot aantal materialen bij goede benadering de vergelijking van Hooke:

$$(2.20) \quad \sigma_w = E \cdot \epsilon \quad , \quad \text{met } E = \left[ \frac{d\sigma_w}{d\epsilon} \right] e_1$$

Het volgende traject, waarin de kromme steeds vlakker gaat lopen is het zog. plastische gebied.

Indien de belasting wordt weggenomen, veert de trekstaaf volgens de elastische lijn terug, maar het grootste deel van de vervorming is als blijvende ( of plastische) rek waar te nemen.

Als eerste benadering zou men in het plastische gebied van een zog. lineaire versterking uit kunnen gaan. (zie fig. 2.10).

$$(2.21) \quad \sigma_w = k_1 + k_2 \cdot \epsilon$$

zoals ook uit Fig.2.10 blijkt is deze benadering redelijk voor een beperkt gebied (A-B).

Een betere benadering geeft in vele gevallen de versterkingsfunctie van LUDWIK ( $\approx 1910$ ), ook wel de versterkingsfunctie van NADAI ( $\approx 1930$ ) genoemd,

$$(2.22) \quad \sigma_w = C \cdot \epsilon^n \quad \text{waarin:}$$

C = karakteristieke **deformatieweerstand**  
n = versterkingsexponent.

Omdat bij de procesanalyse blijkt, dat vrij veel effecten uit de vervormingstechniek met behulp van de versterkingsfunctie volgens LUDWIK verklaard en voorspeld kunnen worden, zullen we vrij veel aandacht aan deze functie besteden.

Benadrukt wordt echter, dat òn de vergelijking van Hooke (verg 2.20) òn de versterkingsfunctie van LUDWIK (verg.2.22) experimentele relaties zijn.

N.B. Een uitbreiding van de beschrijving van het materiaalgedrag vindt plaats in Hoofdstuk 4.

2.5.3. De bepaling van C en n.

In par.2.4.2. hebben we gezien, welke grootheden er gemeten dienen te worden om de momentane waarden van  $\sigma_w$  en  $\epsilon$  te kunnen bepalen.

Het bepalen van de C en n waarde van het beproefde materiaal betekent in feite het zoeken naar een lijn volgens verg. (2.22), welke het beste past bij de berekende waarden van  $\sigma_w$  en  $\epsilon$ .

Dit gebeurt met behulp van de z.g. regressie analyse, bijv. met de methode van de kleinste kwadraten.

Veel van deze regressieanalyses vereisen nogal wat rekenwerk en worden daarom op een computer uitgevoerd.

Er zijn enkele eenvoudige methoden, die in de praktijk vaak voldoende nauwkeurige oplossingen geven voor C en n.

1e. Neem de nat.logarithmen van de gevonden  $\sigma_w$  en  $\epsilon$  waarden en zet de waarden van deze nat. log. uit op lineair grafiekenpapier.

Uit verg. (2.22) volgt namelijk:

$$(2.23) \quad \ln \sigma_w = \ln C + n \ln \epsilon$$

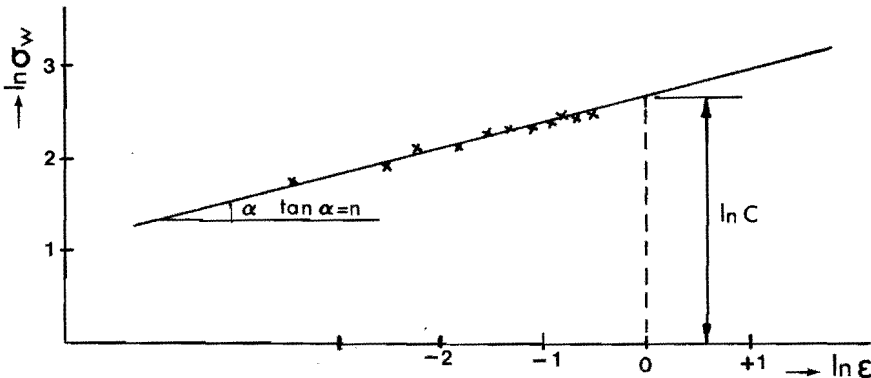


Fig.2.11 De bepaling van C en n in een lineair diagram.

(Gelijke decade lengte op beide assen).

Uit verg.(2.23) en Fig.2.11 volgt:

als  $\epsilon = 1$  dan is  $\ln \epsilon = 0$  en dus

$$(2.24) \quad \sigma_w = C \quad (\text{voor } \epsilon = 1)$$

en

$$n = \frac{d [\ln \sigma_w]}{d [\ln \epsilon]} = \text{"tan.}\alpha\text{"}$$

De berekende waarden voor  $(\sigma_w - \epsilon)$  liggen dus op een rechte lijn in een  $(\ln \sigma_w - \ln \epsilon)$  diagram.

De waarde van de karakteristieke spanning C vinden we door extrapolatie tot  $\epsilon = 1$  (en dus  $\ln \epsilon = 0$ ) terwijl de versterkingsexponent n gelijk is aan de tangens van de hellingshoek van de rechte bij gelijke asindeling.

2e. Een nog eenvoudiger manier is het uitzetten van de berekende  $\sigma_w - \epsilon$  waarden in een dubbel logarithmische grafiek, hetgeen in wezen gelijk is aan het voorafgaande.

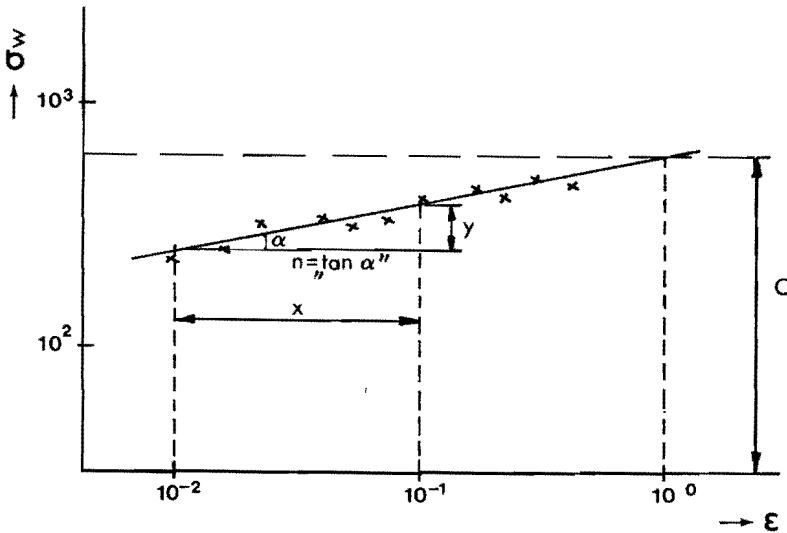


Fig.2.12 De bepaling van C en n in een dubbel log.diagram.

De opmerkingen over de bepaling van C en n zijn bij deze methode dezelfde als bij de eerste methode.

N.B. Voor de meeste materialen kan volstaan worden met één type dubbellog. papier:

X-as log verdeeld 1-300, Y-as log verdeeld 1-50. Eenheid = 100 mm (b.v. "Mercurius" no. 22H).

De bepaling van de waarde van n is dan vrij eenvoudig in Fig.2.12.

$n = \tan \alpha = \frac{y}{x}$  zodat  $y = nx$

Voor  $x =$  een decade = 100 mm volgt:  $y = 100 n$

Voor bijv.  $n = 0,25$  vinden we dan  $y = 25$  mm.

3e. Een derde eenvoudige manier om C en n te bepalen is, deze waarden te berekenen m.b.v. verg. (2.23).

Kies twee punten, die niet te dicht bij elkaar liggen, van de kracht-weg kromme (of uit het  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram). Als voorbeeld zou kunnen dienen de punten A en B uit Fig.2.10, waarbij punt A niet te dicht bij (2) wordt gekozen en punt B niet voorbij het begin van de insnoering ligt. (zie later).

Voorbeeld: punt A:  $\sigma_w = 224 \text{ N/mm}^2$  en  $\epsilon = 0,05$   
punt B:  $\sigma_w = 707 \text{ N/mm}^2$  en  $\epsilon = 0,50$

Substitutie in verg. (2.23) geeft 2 vergelijkingen met 2 onbekenden

$$\left. \begin{array}{l} \ln 224 = \ln C + n \ln 0,05 \\ \ln 707 = \ln C + n \ln 0,50 \end{array} \right\} \begin{array}{l} - C = 1000 \text{ N/mm}^2 \\ n = 0,5 \end{array}$$



Materiaal	$C$ (N/mm <sup>2</sup> )	n
Aluminium 99,5	130 - 150	0,30 - 0,35
Al. Si 1 Mg 0,6	420 - 450	0,20 - 0,30
koper (leveringstoest)	410 - 430	0,10 - 0,15
koper (gegloeid)	420 - 440	0,35 - 0,45
kMs 58(leveringstoest)		0,15
(gegloeid)	650 - 750	0,25
(voorverv.)		0,03
kMs 63	650 - 750	0,25 - 0,35
Ms 72	780 - 800	0,45 - 0,55
staal C 15 (gegloeid)	720	0,19
C 22 "	850	0,22
C 35 "	930	0,23
C 45 "	1030	0,18
C 60	1100	0,16
Corten staal		
C 12, Mg 0,2 - 0,5	900	0,25
Cu 0,25 - 0,55		
Cr 0,3 - 1,25		
Molybdeen	850 - 1010	0,06 - 0,10
Nikkel	1100 - 1150	0,40 - 0,45
R.V.staalsoorten (austenitisch)	1300 - 1500	0,40 - 0,60

Tabel 2.1. Enkele waarden van C en n.

Leveringstoestand, tenzij anders aangegeven.

Deze getallen zijn uitsluitend bedoeld om een indruk te verkrijgen.

## 2.6. INSNOERING EN TREKSTERKTE.

### 2.6.1. Uniforme rek.

Tot nu toe is de trekproef bekeken op een traject, waar de rek gelijkmatig verdeeld was over de meetlengte van de trekstaaf (trekstrip). In dit gebied is de rek uniform verdeeld.

Bij het uitvoeren van de trekproef zien we echter, dat op een bepaald moment de staaf (strip) niet langer cilindrisch (rechthoekig) blijft, maar plaatselijk insnoert.\*

De rek is niet meer uniform verdeeld over de meetlengte, maar gaat zich concentreren binnen een bepaald gebied van deze meetlengte. Dit gebied wordt de insnoering genoemd. Buiten de insnoering deformeert de staaf vooreerst niet meer. Zie fig.2.13.

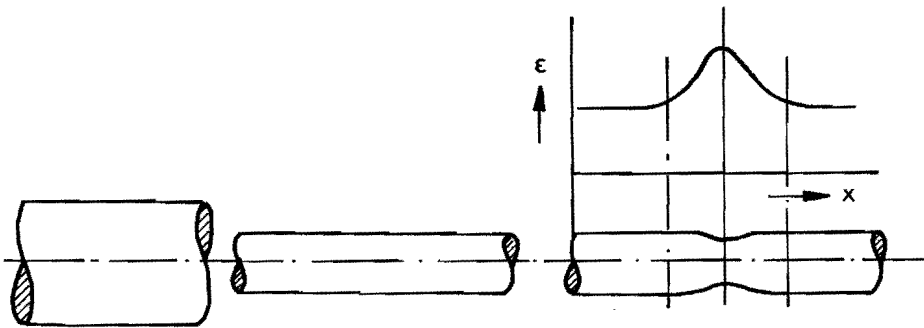


Fig.2.13 De rekverdeling over de trekstaaf bij insnoering.

Na de insnoering beschrijft  $\sigma_w = C \cdot \epsilon^n$  het materiaalgedrag niet meer op de juiste wijze. Op een correctie hierop, n.l. de correctie volgens BRIDGMAN \*\*, (voor een trekstaaf met ronde doorsnede) komen wij in hoofdstuk 4 nader terug. De C en n waarden blijven wel gelden.

N.B. \* Een stalen trekstaaf begint in te snoeren als de natuurlijke rek (uniform verdeeld) een waarde bereikt heeft van:  $\epsilon = 0,20 - 0,25$ .

\*\* In een nog te publiceren intern rapport van L.HOUTACKERS {2.4.} is de correctiefactor voor rechthoekige doorsneden (trekstrip) en voor plaat (vlakke deformatie) afgeleid.

Het al of niet uniform zijn van de rekverdeling speelt bij veel processen een grote rol.

Bij een ingesnoerde trekstaaf, zie Fig.2.14, is de rek niet uniform verdeeld in de lengterichting van de staaf. Het is duidelijk, dat een zorgvuldige beschouwing van rekverdelingen een betere rekdefinitie nodig maakt.

$$d\epsilon = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{dL}{L}, \text{ etc} \quad (\text{"plaatselijke" inkrementele rek, etc.})$$

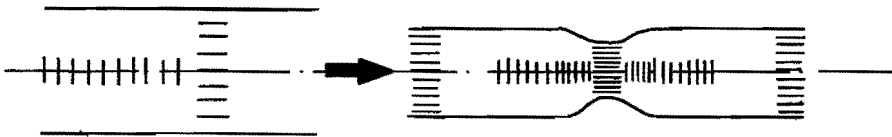


Fig.2.14 Uniforme rekverdeling in dikterichting.

Niet uniforme rekverdeling in lengterichting.

Met behulp van verg. (2.18), n.l.:  $\epsilon = -2 \ln \frac{d}{d_0}$  kunnen we de juiste rekverdeling bepalen.

Door een diktemeting bepalen we dan immers de langsrek over een oneindig kleine meetlengte  $L$  (indien althans met meskanten wordt gemeten).

$$(2.25) \quad \epsilon = -2 \ln \frac{d}{d_0} = \ln \frac{L}{L_0} \quad \text{voor } L \text{ en } L_0 \rightarrow 0.$$

In het vervolg wordt er steeds van uitgegaan, dat het beschouwde materiaaldeeltje zo klein is, dat de rek in alle richtingen uniform verondersteld mag worden. Bij een nadere uitwerking van een procesanalyse stuit men dan echter vaak op grote rekentechnische problemen. Ter vereenvoudiging wordt dan aangenomen, dat de rek uniform is over een bepaalde afmeting van het product (b.v. de plaatdikte bij walsen). De "rek", op deze manier berekend, geeft men vaak met het symbool  $\phi$  aan. Dus in ons voorbeeld van de ingesnoerde trekstaaf:

$$\phi = \ln \frac{L}{L_0} \quad (L \text{ en } L_0 \text{ zijn eindige meetlengten}).$$

bijv. uit fig.2.13 blijkt dat hierdoor soms grote fouten kunnen ontstaan.

### 2.6.2. De treksterkte.

Nauwkeurige observatie leert, dat de trekstaaf begint in te snoeren op het moment, dat de kracht haar maximale waarde heeft bereikt. Aan de hand van verg. (2.4.)  $F = \sigma_w \cdot A$  kan dit nader worden toegelicht. Differentiëren van deze vergelijking geeft:

$$(2.26) \quad dF = \sigma_w \cdot \underbrace{dA}_{\text{neg.}} + A \underbrace{d\sigma_w}_{\text{pos.}}$$

Indien de invloed van de doorsnede afname ( $dA < 0$ ) gaat overheersen over de invloed van de versterking ( $d\sigma_w > 0$ ) moet de kracht in grootte gaan afnemen ( $dF < 0$ ).

Voor het moment waarop dit gebeurt geldt dus:  $dF = 0$

Aan de hand van Fig.2.15 kan plausibel gemaakt worden waarom de trekstaaf dan begint in te snoeren.

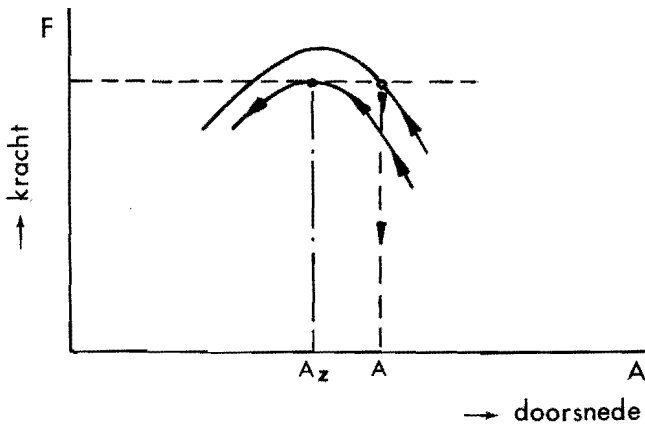


Fig.2.15 Het begin van de insnoering.

Een trekstaaf, met nominale uitgangdoorsnede  $A_0$  is nooit perfect. Ze heeft altijd een zwakste doorsnede  $A_0^z$ . Voor deze doorsnede wordt bij  $A_z$  het éérst het maximum bereikt en de kracht neemt daarna af. De minder zwakke doorsneden  $A_0$  kunnen daardoor niet verder plastisch deformeren dan  $A$  en veren elastisch terug.

De concentratie van de vervorming bij  $A_z$  is het begin van de insnoering. (zie ook § 2.6.2 en § 4.9).

Opmerking:

Veel processen (o.a. dieptrekken, ponsen) vertonen een krachtmaximum, zonder dat dit iets met "insnoering" te doen heeft.

Voor de trekproef kan uit de vergelijkingen (2.4), (2.7), (2.15) en (2.22) door substitutie afgeleid worden dat voor gelijkmatige rek:

$$(2.27) \quad F = \frac{A_o \cdot L_o}{L} \cdot C \cdot \left(\ln \frac{L}{L_o}\right)^n$$

Met  $\frac{dF}{dL} = 0$  volgt hieruit voor  $\epsilon_{kr}$ , waarbij het krachtmaximum optreedt:

$$(2.28) \quad \epsilon_{kr} = \ln \frac{L_{kr}}{L_o} = n$$

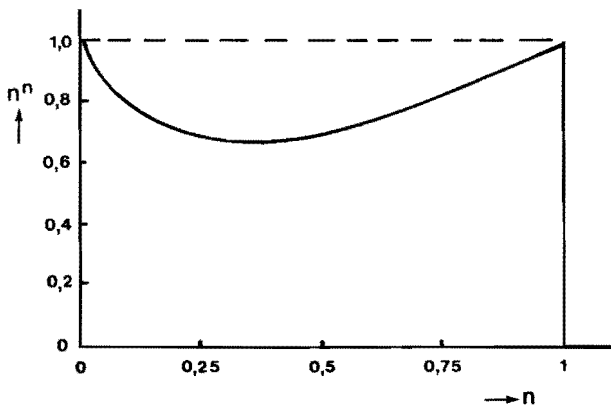
Bij de trekproef treedt dus het krachtmaximum op als de natuurlijke rek de waarde van de verstevigingsexponent  $n$  bereikt.

Ook bij veel andere processen is de kritische natuurlijke rek direct, maar anders gerelateerd aan de  $n$ -waarde van het materiaal. Dit illustreert het grote belang van deze grootte voor de omvormtechnologie.

Door substitutie van verg. (2.28) in verg. (2.22) vinden we de bijbehorende ware spanning.

$$(2.29) \quad \sigma_{w_{kr}} = C \cdot n^n = \frac{F_{max}}{A_{kr}}$$

De functie  $n^n$  is weergegeven in Fig.2.16



Zoals in Fig.2.16 te zien is, heeft de versterkingsexponent geen overheersende invloed op de grootte van de spanning. Vooral de karakteristieke spanning C bepaalt de grootte van de spanningen. Evenals dit voor de trekproef uit verg. (2.27) volgt, hangt ook bij de andere processen de kracht lineair af van de karakteristieke spanning C.

In veel technische handboeken wordt de zogenaamde treksterkte  $\sigma_B$  vaak gebruikt, vaak ook ten onrechte.

Deze grootte is gedefinieerd als de maximale trekkracht, betrokken op de oorspronkelijke doorsnede (bij de trekproef):

$$(2.30) \quad \sigma_B = \frac{F_{\max}}{A_0}$$

Wanneer een materiaal voldoet aan de versterkingsfunctie volgens LUDWIK, verg.(2.22), dan is in het "kritische punt", waar de kracht haar maximale waarde bereikt, met behulp van de verg. (2.15), verg. (2.29) en verg. (2.28) voor de zog. treksterkte af te leiden (zelf doen!):

$$(2.31) \quad \sigma_B = C \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

waarin e = het getal van Neper (nat. log.).

De treksterkte is dus afhankelijk van de waarden van C en n, twee onafhankelijke grootheden waarmee mechanisch materiaalgedrag beschreven kan worden. Het is dus mogelijk, dat twee geheel verschillende materialen dezelfde treksterkte bezitten. Zie Fig. 2.17 en Tabel 2.2. Het gebruik van de treksterkte als kwalificatie voor materialen voor vervormingsprocessen is dus niet aan te bevelen.

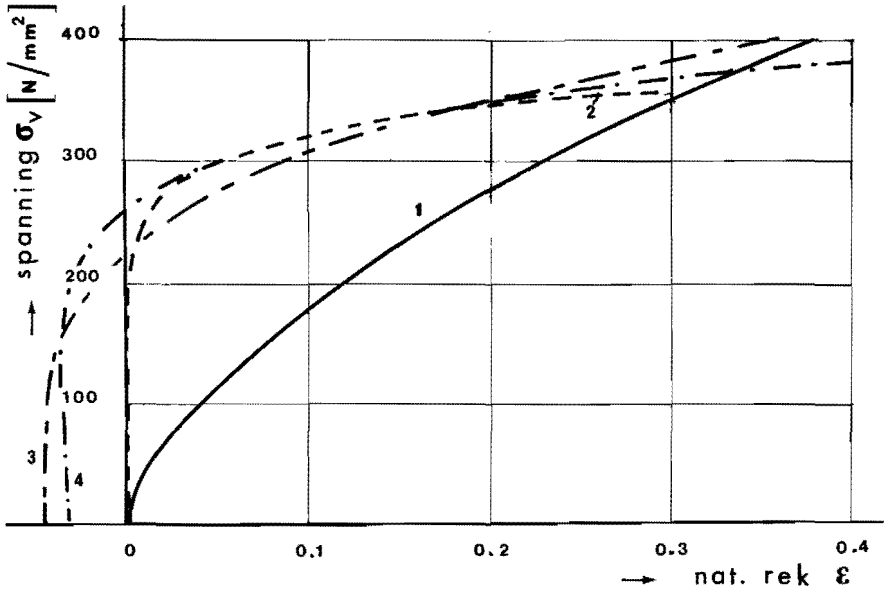


Fig. 2.17. Spanning-tek diagram voor materialen volgens tabel 2.2.

No	Materiaal	C N/mm <sup>2</sup>	n	$\epsilon_0$	$\sigma_B$ N/mm <sup>2</sup>
1	Gegloeid Messing (zacht)	710	0,60	0	287
2	Aluminium (hard)	400	0,10	0	287
3	Staal Spo (voorverv.)	500	0,25	0,04	287
4	Koper electr. (voorverv.)	430	0,15	0,03	287

Tabel 2.2. De treksterkte volgens verg. (2.31) voor verschillende materialen (zie ook fig.2.17).

N.B. De voorvervorming  $\epsilon_0$  zal behandeld worden in hoofdstuk 4.

## 2.7. DE VLOEIGRENS.

### 2.7.1. De 0,2% rekgrens $\sigma_{0,2}$ .

Een tweede technische, materiaal karakteriserende, grootheid is de vloeigrens.

Deze grens is gedefinieerd als die spanning, waarbij voor het éérs plastisch vloeien in technisch belangrijke mate optreedt.

Een aantal materialen hebben een duidelijke vloeigrens in de vorm van een "vloeivlag", (zie fig.2.18).

De meeste materialen kennen dit verschijnsel niet.

Voor deze materialen, maar ook vanwege het eenvoudig bepalen, is de 0,2 % rekgrens ( $\sigma_{0,2}$ ) ingevoerd. Deze wordt ook wel de "sigma nul komma twee grens" genoemd. Dit is de spanning bij 0,002 blijvende rek (zie fig.2.18) die technisch doorgaans niet van belang is.

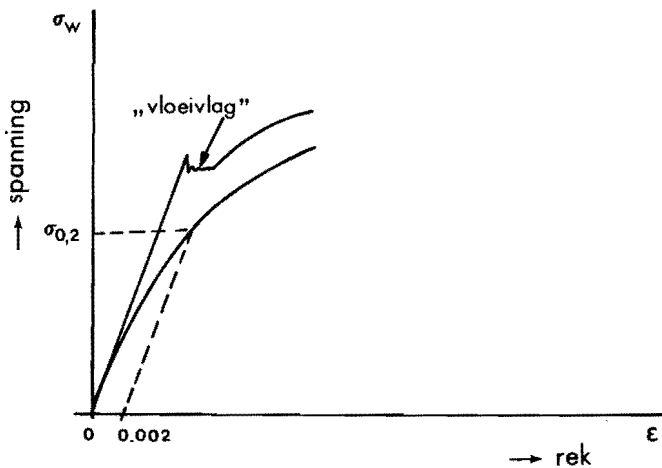


Fig.2.18 De z.g. "vloeivlag" en de  $\sigma_{0,2}$  grens.

Met  $\epsilon = 0,002$  volgt uit verg. (2.22)

$$(2.32) \quad \sigma_{0,2} = C (0,002)^n$$

De waarden voor de "vloeigrens", die met deze vergelijking berekend worden, komen vaak goed overeen met de  $\sigma_{0,2}$  - waarden, welke in de NORM-bladen worden opgegeven. Men dient echter te bedenken dat zowel naar kleinere als naar grotere rekken geëxtrapoleerd wordt vanuit het werkelijke meetgebied in de trekstaaf. Hierdoor kunnen fouten worden gemaakt.



2.7.2. De model-vloei-grens  $\sigma_{vm}$ .

In fig.2.19 zijn de resultaten weergegeven van een trekproef, die onder continue belasting is uitgevoerd. Daarbij werd de momentane kracht m.b.v. een piezo-element en de momentane dwars-afmetingen van de trekstaaf m.b.v. verplaatsings-opnemers gemeten. Het materiaal heeft geen gepro- nounced vloei-begin.

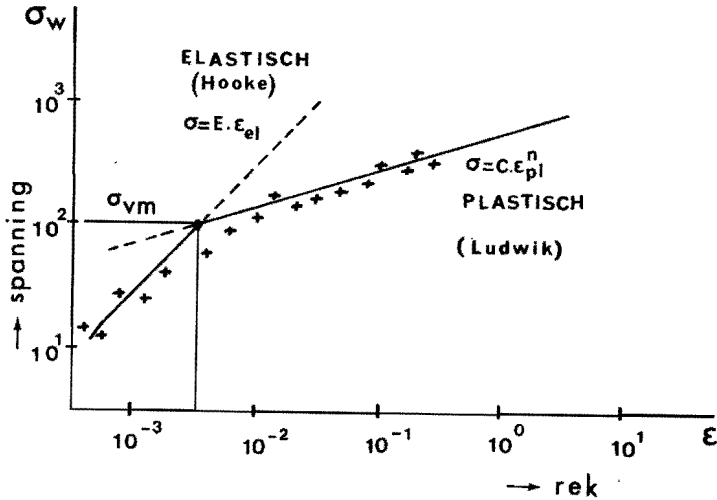


Fig. 2.19 De spanning-tek relatie (dubbellog.)

Onder invloed van de belasting zijn er gedurende de hele proef, steeds elastische- ( $\epsilon_{el}$ ) en plastische rekken ( $\epsilon_{pl}$ ), zodat:

$$(2.33) \quad \epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \epsilon_{pl} = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{C}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Voeren we nu arbitrair de modelvloeigrens  $\sigma_{vm}$  in als de spanning waarbij de lijnen volgens HOOKE en LUDWIK elkaar snijden, dan geldt:

$$\epsilon_{el} = \epsilon_{pl} \quad \text{en dus} \quad \frac{\sigma_{vm}}{E} = \left(\frac{\sigma_{vm}}{C}\right)^{\frac{1}{n}}$$

De modelvloeigrens wordt dan:

$$(2.34) \quad \sigma_{vm} = C \left(\frac{C}{E}\right)^{\frac{n}{1-n}}$$

Deze vergelijking geeft lagere waarden dan verg. (2.32),  $\sigma_{0,2} = C(0,002)^n$ . Fig.2.20a laat de invloed zien van de verstevigingsexponent n op de modelvloeigrens voor konstante waarde van C.

Materialen, zoals electrolytisch koper en kMs 63 (Messing met 63% Cu), welke een relatief hoge n-waarde kunnen bezitten, vertonen in overeenstemming hiermee een lage (gemeten) vloe- c.g. rek-grens. Men dient echter zeer voorzichtig te zijn met hieraan andere dan kwalitatieve waarde toe te kennen.

$$\epsilon_{vm\,el} = \frac{\sigma_{vm}}{E} = \frac{1 \cdot C}{E} \cdot \left(\frac{C}{E}\right)^{\frac{n}{1-n}} = \left(\frac{C}{E}\right)^{\frac{1-n}{1-n}} \cdot \left(\frac{C}{E}\right)^{\frac{n}{1-n}} = \left(\frac{C}{E}\right)^{\frac{1}{1-n}} \quad \text{Zie Fig.2.20 b.}$$

Uit vergelijking (2.34) volgt dat voor  $n=1$  de modelvloei-grens onbepaald is. Dit is echter technisch niet interessant omdat  $n_{\max} \approx 0,6$  volgt uit metingen.

Aan de hand van Fig.2.21 kan het vervormingsgebied globaal in vier gebieden verdeeld worden.

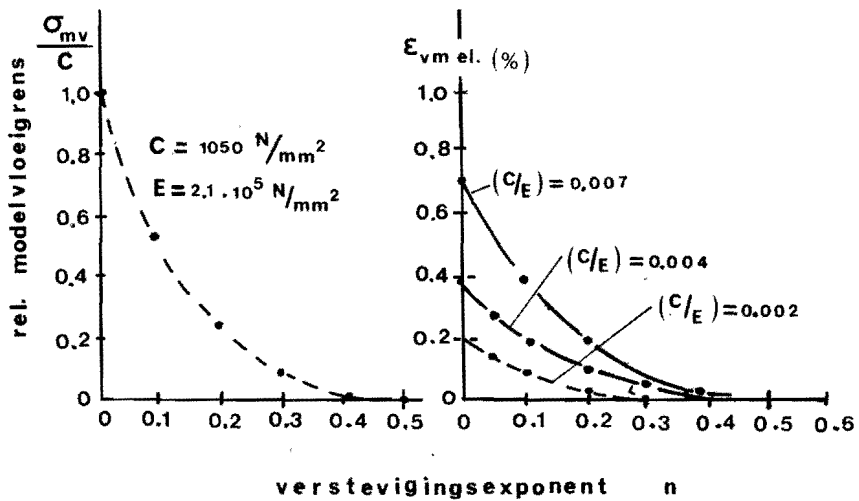


Fig.2.20 a) De invloed van de verstevingsexponent op de rel. modelvloei-grens voor een materiaal.

b) De invloed van de verstevingsexponent op  $\epsilon_{vm\,el}$  (diverse materialen).

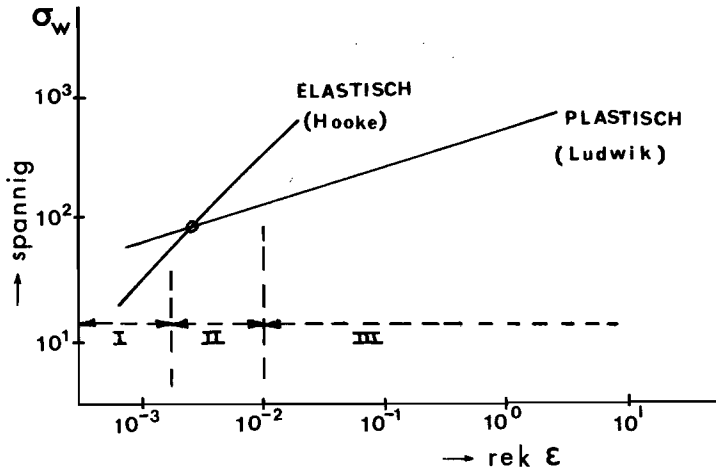


Fig.2.21 Globale verdeling van het vervormingsgebied. (dubbellog.).

Deze gebieden worden ingedeeld naar de wijze, waarop met de daarin optredende rekken rekening gehouden dient te worden.

- I. Het gebied, waarin de plastische rekken verwaarloosbaar klein zijn t.o.v. de elastische rekken. Dit is het gebied van de elasticiteitsleer. (de sterkteleer).  
 In de praktijk wordt vaak de vloeigrens in combinatie met een "onzekerheidsfactor" gebruikt om een toelaatbare waarde voor de spanningen in de konstrukties vast te leggen. Daardoor wordt tegengegaan dat door onbekende belastinginvloeden in een konstruktie plastische deformaties optreden.
  
- II. Het gebied, waarin elastische- en plastische rekken van dezelfde orde van grootte zijn.  
 Dit is het gebied van de elasto- plastische analyses en de zog. "limit-design".  
 Wil men catastrofes vermijden, dan is het noodzakelijk een goed beeld van de optredende belastingen en zeer goede spannings- en elastisch/plastische rekanalyses te ontwikkelen.  
 In dat geval is het mogelijk grote besparingen te realiseren. De in dit gebied vereiste analyses zijn mathematisch van een hoge moeilijkheidsgraad.

III. Het gebied, waarin de elastische rekken verwaarloosbaar klein zijn t.o.v. de plastische rekken. Dit is het gebied van de grote plastische rekken, welke optreden bij vrijwel alle omvormprocessen.

De moeilijkheidsgraad van technologische analyses in dit verband hangt sterk af van de eisen die men stelt aan oplossingen t.a.v. omvattendheid en nauwkeurigheid. Vaak is een eenvoudige oplossing, reeds een "technisch voldoende" oplossing.

OPMERKING: Voor plastische processen met niet te grote deformaties waarbij men met een sage (d.w.z. niet te gevoelige) modelvloeispanning (konstant) buiten het steile stuk van de vloeikromme wil rekenen, zou men kunnen nemen:

$$\frac{\sigma_{vm}}{C} = \frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon_{vn}} = n = \frac{n}{1-n} \text{ welke volgt uit: } \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = 1 \text{ en waarden rond } \frac{C}{2} \text{ oplevert.}$$

## 2.8. DE SPANNINGSTOESTAND IN EEN TREKSTAAF.

### 2.8.1. De spanningen.

In het voorgaande is de trekspanning, die in een trekstaaf heerst, gedefinieerd als de kracht per oppervlakteenheid.

Als betreffend oppervlak werd de doorsnede van de trekstaaf, loodrecht op de richting van de kracht genomen.

In fig.2.22 is een trekstaaf met rechthoekige doorsnede en een bijbehorend assenstelsel (X, Y, Z) getekend.

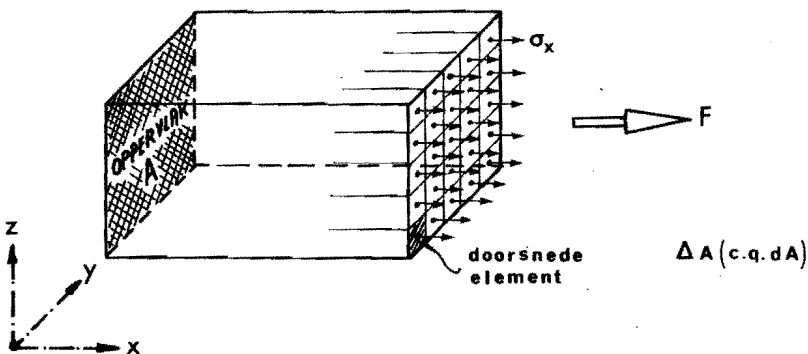


Fig.2.22 Trekstaaf met rechthoekige doorsnede en bijbehorend assenstelsel (X,Y,Z).

Een vlak, dat loodrecht op een bepaalde richting staat, wordt benoemd naar die richting.

De doorsnede, waarop in fig.2.22 de kracht  $F$  staat is dus een  $X$ -vlak. De bijbehorende spanning is dan  $\sigma_x$ . Anders gezegd:  $\sigma_x$  is de normaalspanning op een  $x$ -vlak en van een  $x$ -vlak wijst de normaal in de  $x$ -richting.

Om de begrippen spanning en kracht in te voeren kan ook een omgekeerde benaderingswijze gevolgd worden. Ga uit van een staafelementje met zeer kleine doorsnede  $\Delta A$  (c.q.  $dA$ ). De kracht die hierop per eenheid (meestal  $\text{mm}^2$ ) van doorsnede-oppervlak werkt noemen we de trekspanning  $\sigma$ .

Een aantal staafelementjes vormt samen een trekstaaf met doorsnede  $A$ . De totale doorsnede is dus:

$$A = \Sigma \Delta A \quad \text{c.q.} \quad A = \int dA$$

De trekkracht  $F$  wordt dan:

$$F = \Sigma_{i=0}^m \sigma_{x_i} \Delta A_i \quad \text{of beter} \quad F = \int_0^A \sigma_x dA$$

Als de spanning  $\sigma_x$  constant is over de doorsnede, m.a.w. als  $\sigma_x$  een uniform verdeelde spanning is, dan volgt:  $F = \sigma_x \cdot A$

We hebben hier slechts één vlak (het  $x$ -vlak) en de bijbehorende spanning  $\sigma_x$  bekeken.

In de primitieve werktuigbouwkunde werd het beschouwen (en meten) van deze ene richting vaak gevoelsmatig als voldoende en representatief voor allerlei toepassingen beschouwd. Laten we nu ook eens bijvoorbeeld het  $Y$  en  $Z$ -vlak en de daarbij behorende spanningscomponenten:  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$ , in de beschouwing van de spanningstoestand betrekken.

Stilzwijgend is er, tot nu toe, van uitgegaan, dat de  $y$ - en  $z$ -vlakken irrelevant waren. ( $\sigma_y = 0$  en  $\sigma_z = 0$ ).

We denken de staaf verdeeld in een bundel eenheidstrekstaafjes. Bij een trekproef wordt elk staafje langer en dunner, maar er treden geen relatieve bewegingen tussen de staafoppervlakjes op.

Dit betekent, dat de contactvlakken tussen de staafjes geheel spanningsvrij moeten zijn.

Niet alleen de y- en z-vlakken zijn dus spanningsvrij, maar ook alle vlakken die we dóór de x-as kunnen leggen.

Dit is geen bewijs maar een eerste poging om ons een beeld te vormen van de spanningstoestand in de trekstaaf.

### 2.8.2. De cirkel van Mohr voor de trekproef.

Met  $\sigma_x = F/A$ ;  $\sigma_y = 0$ ;  $\sigma_z = 0$ , is de spanningstoestand in een trekstaaf beschreven. Deze spanningstoestand wordt echter mede bepaald door de keuze van het assenstelsel. Kiezen we een ander assenstelsel, dan kunnen we ons afvragen welke spanningen er dan heersen.

In de vorige paragraaf is reeds plausible gemaakt, dat de spanningen op alle vlakken door de x-as, dus alle vlakken die loodrecht op het x-vlak staan, gelijk aan nul zijn.

Welke spanningen staan er nu op een vlak, dat een willekeurige hoek  $\phi$  met het x-vlak maakt? (zie fig.2.23).

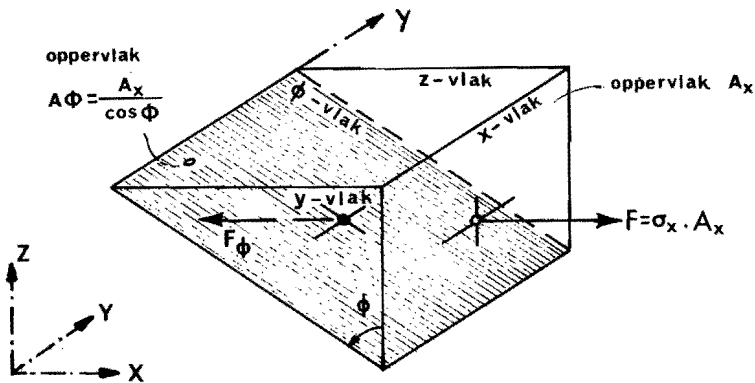


Fig.2.23 Krachtenevenwicht in de X-richting.

Uit het krachtenevenwicht in de X-richting volgt, dat op het  $\phi$ -vlak een kracht in de X-richting moet staan, welke gelijk is aan de trekkracht. Evenwicht in de X-richting geeft:

$$F_{\phi} = F_x = \sigma_x \cdot A_x$$

N.B. Een spanning, die een willekeurige hoek maakt met een vlak geven we aan met het symbool  $S$ .

Op het  $\phi$ -vlak werkt dus:

$$S_{\phi} = \frac{F_{\phi}}{A_{\phi}} = \frac{\sigma_x \cdot A_x}{A_x / \cos \phi} = \sigma_x \cdot \cos \phi$$

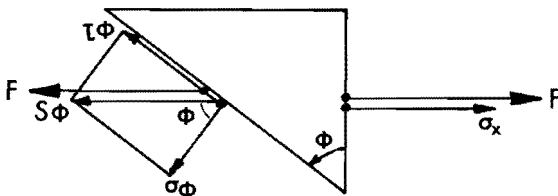


Fig. 2.24 De spanningscomponenten op het  $\phi$ -vlak.

Ontbinden we deze spanning  $S_{\phi}$  in een normaalspanning  $\sigma_{\phi}$ , loodrecht op het  $\phi$ -vlak en een schuifspanning  $\tau_{\phi}$ , langs het oppervlak (zie fig. 2.24). We vinden dan:

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi} &= S_{\phi} \cos \phi = \sigma_x \cos^2 \phi \\ \tau_{\phi} &= S_{\phi} \sin \phi = \sigma_x \sin \phi \cos \phi. \end{aligned}$$

Uit de goniometrie is bekend dat:

$$\begin{aligned} \cos 2 \phi &= 2 \cos^2 \phi - 1 \\ \sin 2 \phi &= 2 \sin \phi \cos \phi \\ 1 &= \sin^2 2 \phi + \cos^2 2 \phi \end{aligned}$$

zodat na enig rekenwerk volgt:

$$(2.35) \quad \frac{\sigma_{\phi} - \sigma_x/2}{\sigma_x/2} = \cos 2 \phi \quad \text{en} \quad \frac{\tau_{\phi}}{\sigma_x/2} = \sin 2 \phi$$

kwadrateren en optellen geeft:

$$(2.36) \quad \left( \frac{\sigma_{\phi} - \sigma_{x/2}}{\sigma_{x/2}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{\phi}}{\sigma_{x/2}} \right)^2 = 1$$

Vergelijking (2.36) is de vergelijking van een cirkel en verg. (2.35) is de parametervoorstelling hiervan.  
De cirkel heeft een straal R:

$$R = \sigma_{x/2}$$

en een middelpunt-verschuiving langs de X-as.

$$\overline{OM} = \sigma_{x/2}$$

Hiermee is de cirkel te construeren (zie fig.2.25).

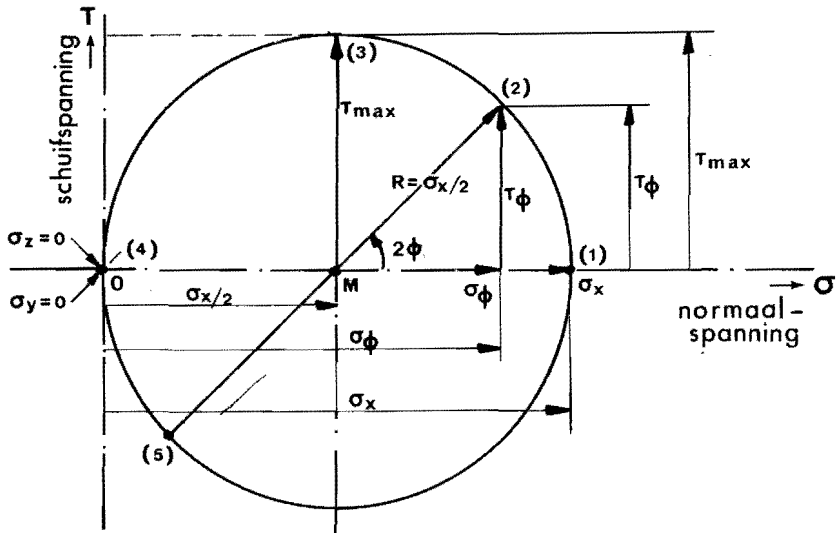


Fig.2.25 De cirkel van MOHR voor de trekproef.

Fig.2.25 is de zg. cirkel van MOHR voor de trekproef en is dus in feite niets anders, dan de grafische voorstelling van het evenwicht.

De vergelijkingen (2.35) en (2.36), maar vooral de grafische voorstelling in fig.2.25 is een belangrijk en handig hulpmiddel bij het beoordelen van een spanningstoestand.



In hoofdstuk 3 zal de MOHR voorstelling voor het algemene geval behandeld worden, omdat Fig. 2.25 op een bijzonder geval betrekking heeft.

Anders geformuleerd is Fig. 2.25 de verzameling van beeldpunten die de spanningstoestand representeren, in een  $(\sigma - \tau)$ -assenstelsel, van alle doorsneden (vlakken), evenwijdig aan de Y-as.

Aangezien de voorgaande gedachtengang niet verhindert elke richting loodrecht op de X-richting de Y-richting te noemen, onafhankelijk van de vorm van de doorsnede van de trekstaaf, is feitelijk de spanningstoestand bekend in elke willekeurige doorsnede.

Punt (1) geeft de spanningstoestand van het X-vlak

$$\sigma_x = \sigma_x \text{ en } \tau_x = 0 \quad (\text{zie fig.2.22 en 2.23})$$

Punt (2) geeft de spanningstoestand van het  $\phi$ -vlak

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos 2\phi \text{ en } \tau_\phi = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\phi$$

Opmerking: Zoals uit verg. (2.35) volgt, is het gezochte beelpunt steeds onder de dubbele hoek terug te vinden.

Punt (3). In dit punt is de schuifspanning maximaal.  $\tau_{\max}$ .

De hoek met de  $\sigma$ -as is  $90^\circ = 2 \times 45^\circ$ .

In fig.2.23 maakt de maximale schuifspanning dus een hoek van  $45^\circ$  met de normaalspanning  $\sigma_x$ .

Punt (4) Omdat de doorlopenhoek  $180^\circ = 2 \times 90^\circ$  is, vinden we hier de beeldpunten van het y-en het z-vlak.

Deze staan immers loodrecht op het x-vlak

$$\sigma_y = 0 \text{ en } \tau_y = 0$$

$$\sigma_z = 0 \text{ en } \tau_z = 0$$

Punt (5) De doorlopen hoek is  $2\phi + 180^\circ$  ten opzichte van de  $\sigma$ -as.

In fig.2.23 is dit een vlak onder een hoek van  $\phi + 90^\circ$  met het x-vlak.

Ten opzichte van punt (2) - het beeldpunt van het  $\phi$ -vlak is de doorlopen hoek  $180^\circ = 2 \times 90^\circ$ .

Punt (5) representeert dus de spanningstoestand van een vlak dat loodrecht op het  $\phi$ -vlak staat.

### 2.8.3. Hoofdspanning en maximale schuifspanning.

In de cirkel van Mohr, fig.2.25, zagen we een aantal bijzondere punten. In de punten (1) en (4) zijn de schuifspanningen nul. De vlakken die bij deze punten behoren zijn dus schuifspannings-vrij.

Dergelijke vlakken - in fig.2.22 het x-vlak en alle vlakken loodrecht op het x-vlak, o.a. de y- en de z-vlakken - noemen we hoofdvlakken. De op deze vlakken werkende normaalspanningen zijn dan hoofdspanningen.

- Per definitie is een hoofdvlak dus schuifspanningsvrij ( $\tau = 0$ ) en de normaalspanningen op een hoofdvlak zijn hoofdspanningen.

Bij elke belastingsstoestand zijn er drie, onderling loodrechte, vlakken te vinden welke schuifspannings vrij zijn.

Ga na:

Een symmetrievlak is steeds een hoofdvlak!

Ter vereenvoudiging van het rekenwerk is het vaak een eerste vereiste bij een procesanalyse deze hoofdvlakken op te sporen en de bijbehorende hoofdspanningen te bepalen (of een gemotiveerde aanname te maken).

De hoofdspanningen geven we meestal aan met de indices 1, 2, 3.

Bij de trekproef volgens fig.2.22 betekent dit dus:

$$\sigma_1 = \sigma_x = F/A$$

$$\sigma_2 = \sigma_y = 0$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = 0$$

Het (X, Y, Z)-assenstelsel in fig.2.22 is dus tegelijkertijd het (1,2,3)-hoofdasenstelsel.

Vandaar, dat de beeldpunten van  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  zich in dit geval op de  $\sigma$ -as bevonden en de hoek  $\phi$  vanaf deze as werd doorlopen.

De hoofdasen geven de richtingen (hoofdrichtingen) aan waarin de hoofdspanningen werken.

In punt (3) is de schuifspanning maximaal ( $\tau_{\max}$ ).

We zien dus bij een trekproef de richting van de maximale schuifspanning een hoek van  $45^\circ$  maken met de trekspanning  $\sigma_x$ .

De hier behandelde trekproef is een bijzonder en een eenvoudig geval.

Later wordt nog diverse malen op gecompliceerdere gevallen teruggekomen.

HST 3 MEERDIMENSIONALE SPANNINGSTOESTANDEN

3.1	Beschrijving van de spanningstoestand in een Carthesisch stelsel	3.1.
3.2	Het momentenevenwicht	3.3.
3.3	De cirkel van MOHR voor de vlakspanningstoestand	3.3.
3.4	De cirkel van MOHR voor de ruimtelijke spanningstoestand	3.7.
3.5	De vloeivoorwaarde	3.8.
3.5.1	De vloeivoorwaarde volgens TRESKA	3.9.
3.5.2	De vloeivoorwaarde volgens von MISES	3.12
3.6	De deviatorische en isostatische spanningstoestand	3.15.

### 3. MEERDIMENSIONALE SPANNINGSTOESTANDEN.

In hoofdstuk 2 werd de lijn spanningstoestand onderzocht.

In dit hoofdstuk worden de algemene beschrijving van meerdimensionale spanningstoestanden en enige algemene vergelijkingen behandeld.

#### 3.1. BESCHRIJVING VAN DE SPANNINGSTOESTAND IN EEN CARTHESISCH ASSENSTELSEL.

In fig.3.1. is een willekeurige spanning  $S$  op een eenheidsvlakje ( $dx, dy$ ) getekend.

In een rechthoekig koördinatenstelsel ( $X, Y, Z$ ) noemt men dit een  $z$ -vlak.

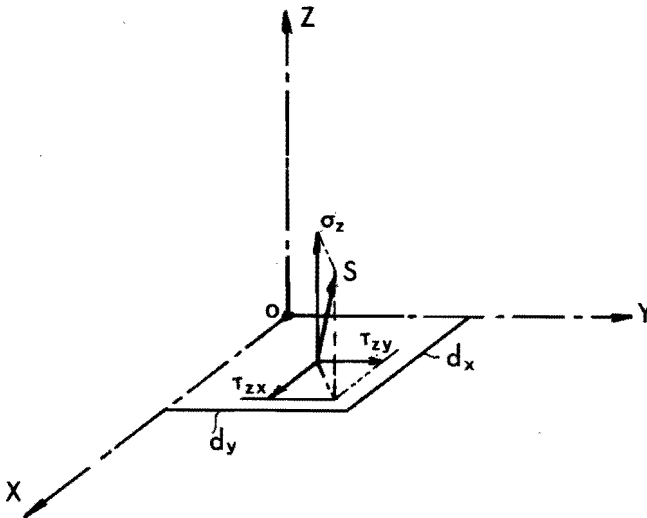


Fig.3.1. Willekeurige spanning  $S$  op een eenheidsvlak ( $dx, dy$ ).

Het kiezen van een koördinatenstelsel betekent, dat de spanning  $S$  te beschrijven is door haar componenten in de gekozen koördinaatrichtingen, nl. door:  $\sigma_z, \tau_{zx}$  en  $\tau_{zy}$ .

De indices  $x, y, z$  zijn zodanig gekozen dat:

- de eerste index - hier  $z$  - het VLAK aangeeft waarop de normaalspanning (c.q. waarin de schuifspanning) werkt.
- de tweede index geeft de RICHTING aan, waarin de spanning werkt.

De schuifspanning b.v.  $\tau_{zx}$  werkt dus in het z-vlak in de x-richting. Konsekvent doorredenerend wordt daarom voor de normaalspanning  $\sigma_z$  op het z-vlak ook wel het symbool  $\sigma_{zz}$  (of  $t_{zz}$ ) gebruikt. De spanningstoestand wordt pas volledig beschreven door de spanningskomponenten op drie onderling loodrechte vlakken (zie Fig.3.2.).

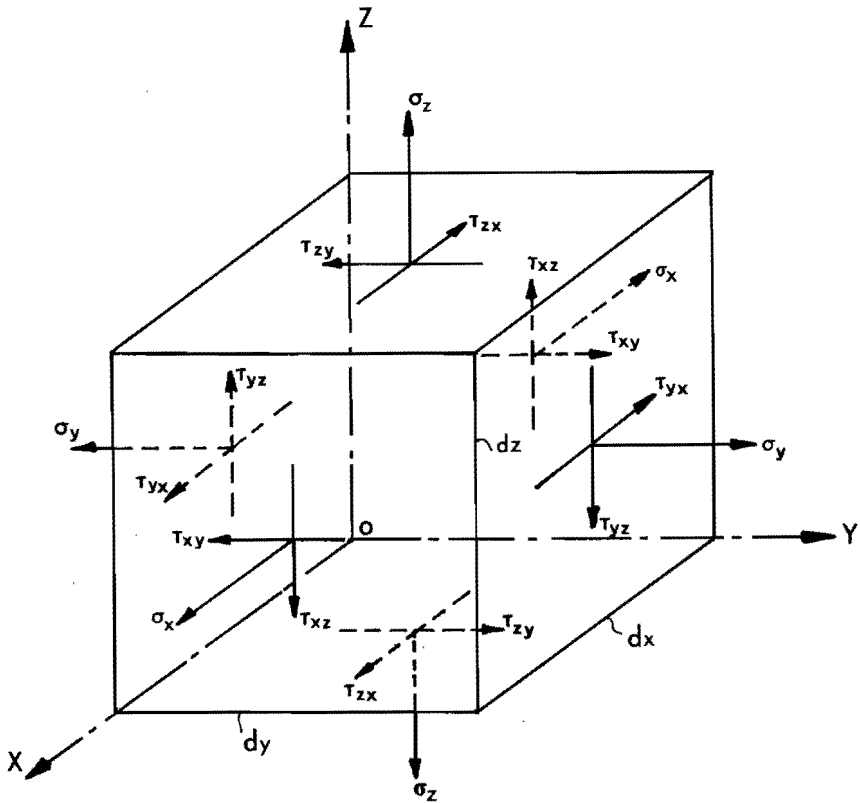


Fig.3.2. De componenten van de spanningstoestand in punt 0 voor èèn bepaald Carthesisch koördinatenstelsel (X,Y,Z) door 0

De algemene spanningstoestand wordt dus gerepresenteerd door

- 3 normaalspanningen  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$
- en - 6 schuifspanningen  $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ .

Vaak wordt deze spanningstoestand beschreven in matrixvorm, de zog.  
"spanningstensor"  $\sigma_{ij}$ :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

of

$$t_{ij} = \begin{bmatrix} t_{xx} & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yz} & t_{yy} & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & t_{zz} \end{bmatrix}$$

of in vektorvorm:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \sigma_y \\ \text{enz.} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Deze notaties worden gebruikt in de theoretische (plasticiteits-)  
mechanica (kontinuümsmechanica). Hierop gaan we niet verder in.

### 3.2. HET MOMENTENEVENWICHT.

Uit fig.3.2 volgt voor het momentenevenwicht om de X-as

$$\begin{aligned}
 & - \cancel{\tau_{xz} dy dz \frac{dy}{2}} + \cancel{\tau_{xy} dy dz \frac{dz}{2}} - \cancel{\tau_{xy} dy dz \frac{dz}{2}} + \\
 & + \cancel{\tau_{xz} dy dz \frac{dy}{2}} + \cancel{\sigma_y dx dz \frac{dz}{2}} - \tau_{yz} dx dz dy + \\
 & - \cancel{\sigma_y dx dz \frac{dz}{2}} - \cancel{\sigma_z dx dy \frac{dy}{2}} + \tau_{zy} dx dy dz + \cancel{\sigma_z dx dy \frac{dy}{2}} = 0.
 \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$(3.1.a) \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Evenzo volgt voor het momentenevenwicht om de y- en z-as:

$$(3.1.b) \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$(3.1.c) \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

We houden dus 6 onafhankelijke spanningscomponenten over:

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \text{ en } \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$$

### 3.3 DE CIRKEL VAN MOHR VOOR DE VLAKSPANNINGS-TOESTAND.

We beschouwen in eerste instantie een vlakspanningstoestand.

Dit betekent, dat alle spanningen in b.v. de z-richting nul zijn.

Dus  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  en  $\tau_{yz}$ , maar vanwege verg. (3.1.) ook  $\tau_{zx}$  en  $\tau_{zy}$ , zijn gelijk nul.

De spanningen kunnen nu in een X-Y vlak weergegeven worden (zie fig.3.3.). Voor een antwoord op de vraag, welke spanningen er in dit twee-dimensionale geval op een willekeurig  $\phi$ -vlak werken bekijken we de spanningen ten opzichte van een over een hoek  $\phi$  geroteerd assenstelsel ( $X'$ ,  $Y'$ ) en gaan op analoge wijze te werk als in par.2.8.2 voor de lijnspanning.



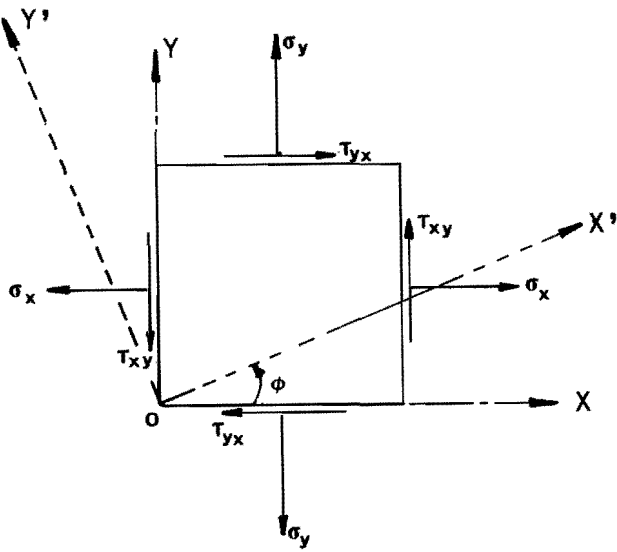


Fig.3.3. Een vlakspanningstoestand.

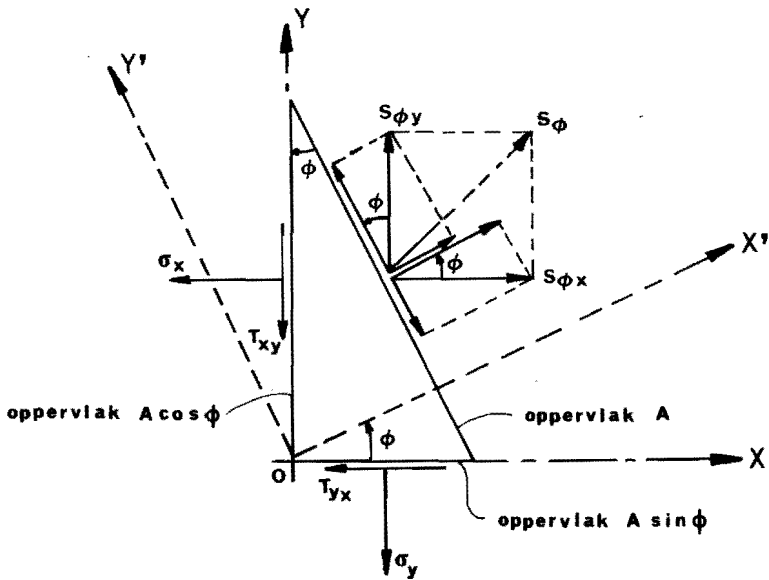


Fig.3.4. De spanningstoestand op een  $\phi$ -vlak. (2 dim.).

Het krachterevenwicht in de X-richting (zie Fig.3.4.) na deling door het oppervlak A:

$$- \sigma_x \cos \phi - \tau_{yx} \sin \phi + S_{\phi x} = 0$$

en in de Y-richting

$$- \tau_{xy} \cos \phi - \sigma_y \sin \phi + S_{\phi y} = 0.$$

Uit de Fig.3.4 is verder af te leiden dat de normaalspanning  $\sigma_\phi$  op het  $\phi$ -vlak wordt:

$$\sigma_\phi = S_{\phi y} \sin \phi + S_{\phi x} \cos \phi$$

met behulp van het voorgaande volgt dan:

$$\sigma_\phi = \sigma_y \sin^2 \phi + \tau_{xy} \sin \phi \cos \phi + \sigma_x \cos^2 \phi + \tau_{yx} \sin \phi \cos \phi$$

Substitutie van verg. (3.1.c),  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ , en gebruik makend van de goniometrische vergelijkingen:

$$2 \sin \phi \cos \phi = \sin 2 \phi$$

$$2 \sin^2 \phi = 1 - \cos 2 \phi$$

$$2 \cos^2 \phi = 1 + \cos 2 \phi$$

$$\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1.$$

geeft voor de normaalspanning:

$$\sigma_\phi = \sigma_x \cos^2 \phi + \sigma_y \sin^2 \phi + 2 \tau_{xy} \cos \phi \sin \phi$$

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2 \phi) + \frac{\sigma_y}{2} (1 - \cos 2 \phi) + \tau_{xy} \sin 2 \phi$$

$$(3.2.) \sigma_\phi = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) + \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \cos 2 \phi + \tau_{xy} \sin 2 \phi$$

Voor de schuifspanning  $\tau_\phi$  op het  $\phi$ -vlak volgt op analoge wijze dat:

$$\tau_\phi = - S_{\phi y} \cos \phi + S_{\phi x} \sin \phi =$$

$$\tau_\phi = - \sigma_y \sin \phi \cos \phi - \tau_{xy} \cos^2 \phi + \sigma_x \sin \phi \cos \phi + \tau_{yx} \sin^2 \phi$$

$$\tau_{\phi} = (\sigma_x - \sigma_y) \sin \phi \cos \phi - \tau_{xy} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)$$

$$\tau_{\phi} = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \sin 2\phi - \frac{\tau_{xy}}{2} (1 + \cos^2 \phi - 1 + \cos 2\phi)$$

$$(3.3.) \quad \tau_{\phi} = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \sin 2\phi - \tau_{xy} \cos 2\phi$$

Uit de verg. (3.2.) en (3.3.) volgt dan:

$$\begin{aligned} \left( \sigma_{\phi} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{\phi}^2 &= \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 \cos^2 2\phi + \tau_{xy}^2 \sin^2 2\phi + 2 \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \tau_{xy} \cos 2\phi \sin 2\phi + \\ &+ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 \sin^2 2\phi + \tau_{xy}^2 \cos^2 2\phi - 2 \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \tau_{xy} \cos 2\phi \sin 2\phi = \\ &= \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 (\cos^2 2\phi + \sin^2 2\phi) + \tau_{xy}^2 (\cos^2 2\phi + \sin^2 2\phi) \end{aligned}$$

zodat we tenslotte vinden:

$$(3.4.) \quad \left( \sigma_{\phi} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{\phi}^2 = \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

Vergelijking (3.4) is de vergelijking van een cirkel in het  $(\sigma_{\phi}, \tau_{\phi})$ -vlak met straal R:

$$(3.5.) \quad R = \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

en een verschoven middelpunt  $\overline{OM}$ :

$$(3.6.) \quad \overline{OM} = \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)$$

Dit is de cirkel van MOHR voor de vlakspanningstoestand, zie Fig. 3.5.

$$(\sigma_z = 0, \tau_{xz} = 0, \tau_{yz} = 0).$$

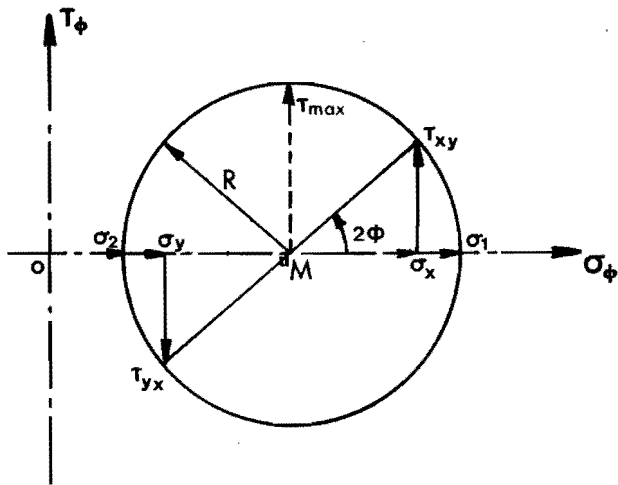


Fig. 3.5. De cirkel van MOHR voor vlakspanningstoestand.

Bijzondere punten zijn de beeldpunten van

- de hoofdspansingen  $\sigma_1$  en  $\sigma_2$

$$(3.7.) \quad \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(nl.: \sigma_1, \sigma_2 = \overline{OM} \pm R)$$

- de maximale schuifspanning  $\tau_{\max}$ :

$$(3.8.) \quad \tau_{\max} = \pm \left[ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \cos 2\phi} \right]$$

$$\tau_{\max} = \pm \left[ \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right]$$

$$(nl.: \tau_{\max} = \pm R)$$

Uit de afgeleide parameter voorstelling van de cirkel, verg. (3.2 en 3.3), volgt weer, dat in de grafische voorstelling van Fig. 3.5, voor het vinden van de beeldpunten, over een hoek  $2\phi$  gedraaid moet worden. Dit in tegenstelling tot de enkele hoek  $\phi$  in Fig. 3.4.

3.4. DE CIRKEL VAN MOHR VOOR DE RUIMTELIJKE SPANNINGSTOESTAND.

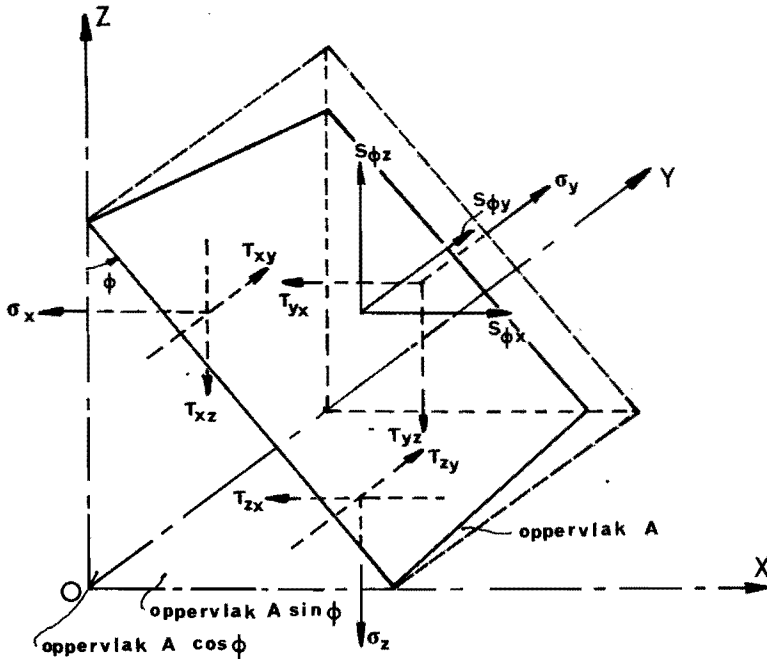


Fig. 3.6. De spanningstoestand op het  $\phi$ -vlak (3 dim.)

Op analoge wijze als in § 3.3 kan ook voor de ruimtelijke spanningstoestand een vergelijkingenstelsel gevonden worden, dat de spanningstoestand beschrijft bij een dubbel geroteerd assenstelsel (zie Fig.3.6).

De analoge maar meer complexe uitwerking blijft hier achterwege.

Fig. 3.7 geeft het resultaat:

De cirkels van MOHR voor een ruimtelijke spanningstoestand.

Het gearceerde gebied (inclusief de grenzen) bevat de beeldpunten van alle  $\sigma$ - $\tau$  combinaties, die door rotatie van vlakken te vinden zijn.

Fig. 3.7 is vaak een belangrijk hulpmiddel om de spanningstoestand te beoordelen.

Door meervoudige rotatie worden dus steeds drie onderling loodrechte vlakken, de hoofdvlakken, gevonden waarop uitsluitend normaalspanningen werken.

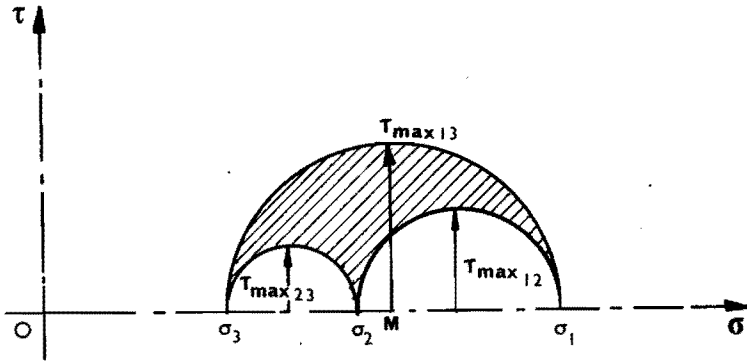


Fig. 3.7. De cirkel van MOHR voor een ruimtelijke Spanningstoestand.  
 (Het is gebruikelijk de hoofdspansingen zo te indexeren dat  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  en wel in algebraïsche zin. Let op tekens!)

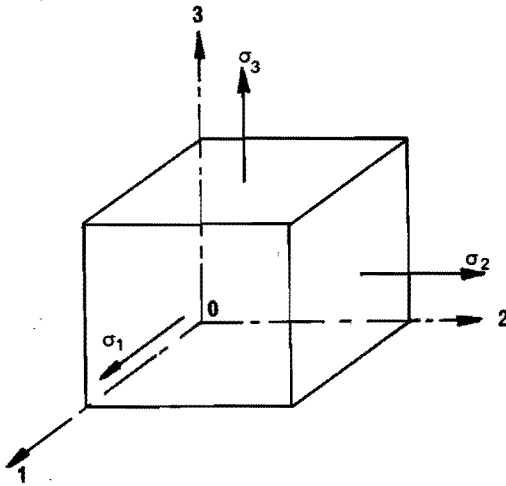


Fig. 3.8. De drie hoofdvlakken en de drie hoofdspansingen.

De spanningstoestand kan dus beschreven worden met drie hoofdspansingen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  (zie Fig. 3.8).

Waar mogelijk, zal in de analyses hiervan gebruik gemaakt worden. Dan zullen we eerst de hoofdrichtingen opsporen en daarna met de hoofdspansingen verder werken. Het zal blijken, dat de analyse daardoor aanzienlijk vereenvoudigd wordt. Met betrekking tot beeldpunten binnen het gearceerde vlak van Fig. 3.7 wordt volstaan met de mededeling dat de hiervoor benodigde transformatie ook grafisch uitgevoerd kan worden. Deze techniek blijft hier echter eveneens buiten beschouwing.

### 3.5. DE VLOEIVORWAARDE

Bij de trekproef hebben we gezien, dat het materiaal bij toenemende belasting eerst elastisch en vervolgens na het passeren van de vloeistofgrens ook plastisch deformeert. De verstevigingsfunctie is dan te beschouwen als een aaneenschakeling van "vloeigrenzen"  $\sigma_1 = \sigma_v$ , welke door de voorafgaande deformatie steeds hoger worden (zie Fig. 3.9).

Bovenstaande geldt bij een trekproef, waarbij een lijnspanning heerst ( $\sigma_1 = F/A$ ;  $\sigma_2 = 0$  en  $\sigma_3 = 0$ ).

Wat geldt nu voor een ruimtelijke spanningstoestand, waarbij  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  dus niet gelijk aan nul zijn?

(Zie ook Fig. 3.10).

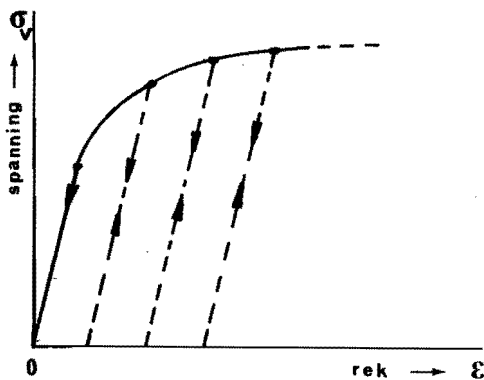


Fig. 3.9. Het verloop van de vloeigrens. (door versteviging)

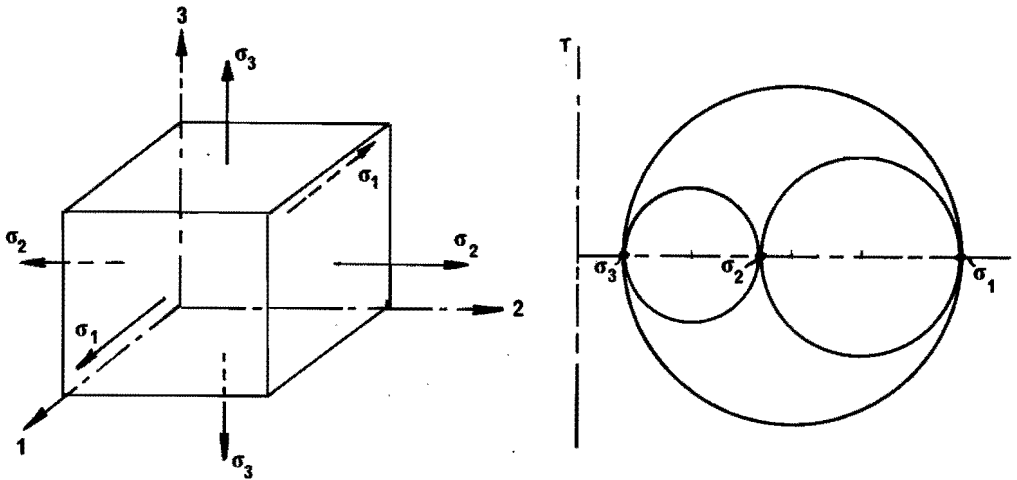


Fig. 3.10. De ruimtelijke spanningstoestand en de cirkels van MOHR.

### 3.5.1 De vloeivoorwaarde volgens TRESCA

Wordt aan een proefstuk in de 1-richting getrokken en zijn  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  drukspanningen, dan is het aannemelijk, dat de deformatie "gemakkelijker" verloopt - m.a.w. bij een lagere trekspanning  $\sigma_1$  -, dan bij een normale trekproef het geval zou zijn geweest.

Alle spanningen oefenen invloed uit op het "vloei gedrag". Het volgende experiment helpt ons op weg een "vloeivoorwaarde" te vinden, waaraan de spanningstoestand i.h.a. moet voldoen om plastisch vloeien te veroorzaken.

We brengen een blokje materiaal in een drukvat onder een hoge alzijdige druk (isostatische spanningstoestand). Bij deze belasting werkt in alle richtingen dezelfde spanning en dus geldt:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \quad (= \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z)$$

We constateren dan dat het blokje niet blijvend van vorm, wel tijdelijk en in geringe mate van volume verandert en er dus geen plastisch vloeien heeft plaatsgevonden. Uit zijn ervaringen en experimenten trok TRESCA (in 1864) de konklusie, dat er kennelijk bepaalde spanningsverschillen aanwezig moeten zijn om het materiaal plastisch te doen vloeien. Het lag voor de hand in eerste aanleg te stellen dat het grootste spanningsverschil ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) ofwel de grootste schuifspanning  $\tau_{\max}$  (zie Fig. 3.7) maatgevend is.



TRESCA formuleerde zijn vloeivoorwaarde als:

$(3.9) \quad 2 \tau_{\max_{13}} (= \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_v$	<u>VLOEIVoorWAARDE</u>
$(\tau_{\max_{13}} < \sigma_v/2 \text{ elastisch gebied})$	<u>VGLS.</u> <u>TRESCA</u>

Het materiaal vloeit, als het verschil tussen de grootste en de kleinste hoofdspanning een kritische waarde  $\sigma_v$  bereikt.

In de literatuur treft men ook nog notaties aan:

$k_f$  = "Flieszgrenze" en

$Y$  = "Yieldstress" in plaats van  $\sigma_v$ .

Voor een vlakspanningstoestand - met  $\sigma_3 = 0$  - kunnen we vergelijking (3.9) in een  $(\sigma_1, \sigma_2)$  diagram weergeven (zie Fig. 3.11). Voor belangstellenden is de desbetreffende afleiding in APPENDIX II gegeven.

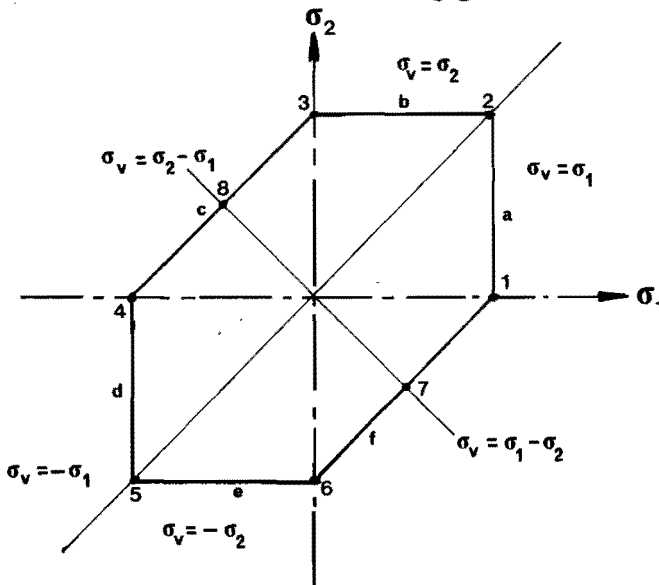


Fig. 3.11. De vloeifiguur volgens TRESCA.

Voor een aantal bijzondere punten of lijnen uit Fig. 3.11 is ter verduidelijking in Fig. 3.12 de heersende spanningstoestand d.m.v. de cirkels van MOHR weergegeven, met corresponderende letters voor de lijnen, en cijfers voor de punten.

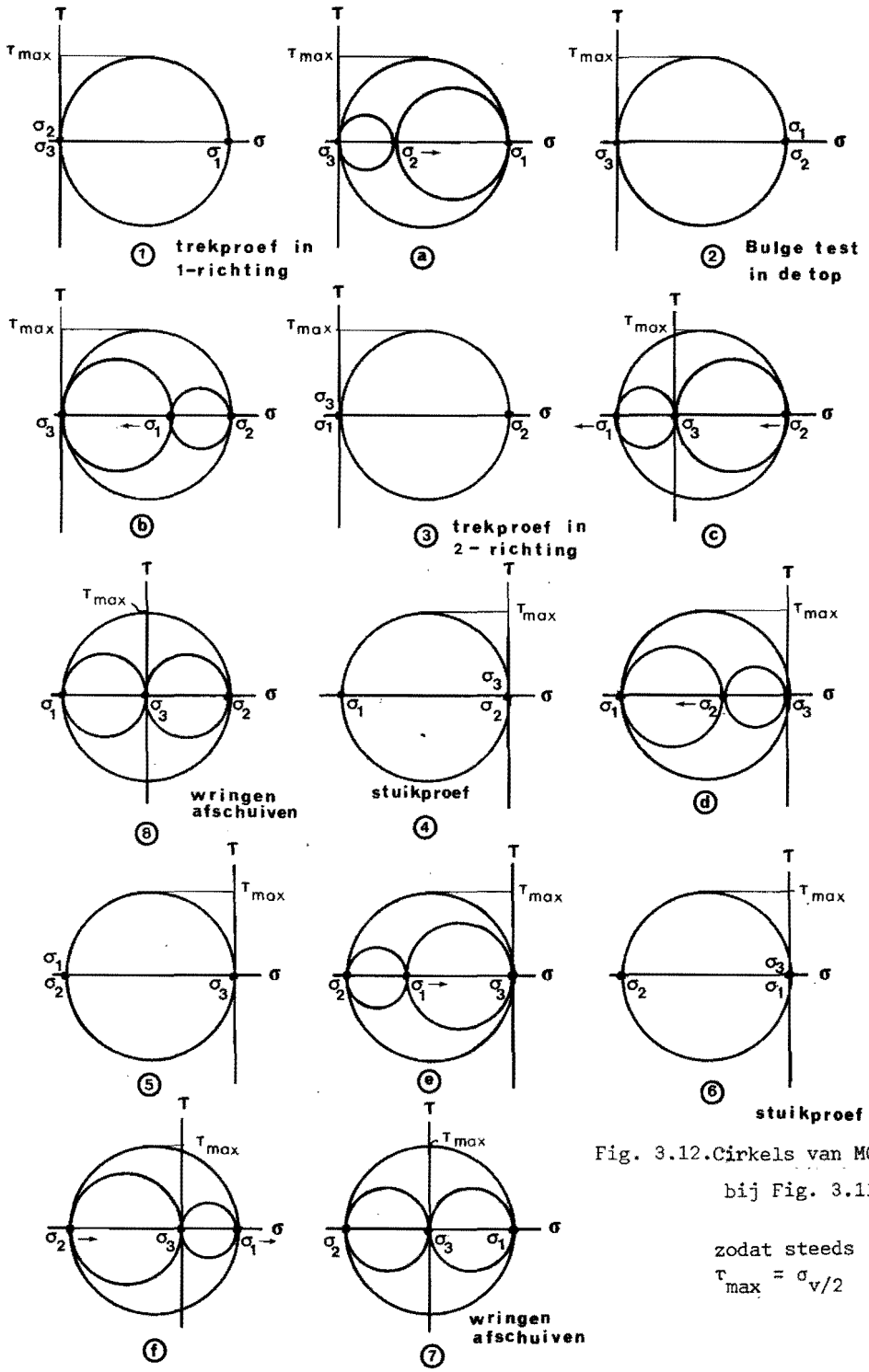


Fig. 3.12. Cirkels van MOHR bij Fig. 3.11

zodat steeds  $\tau_{max} = \sigma_v/2$

Versteving, of m.a.w. toename van de vloeispanning  $\sigma_v$ , vereist bij voortgaande plastische vervorming dus een toename van de maximale schuifspanning  $\tau_{\max}$  of, hetgeen op hetzelfde neerkomt, een toename van het spanningsverschil  $\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ .

De versteving van het materiaal ten gevolge van het deformereren kan voor de cirkels van MOHR, Fig. 3.7 en de vloeifiguur volgens TRESCA in Fig. 3.11 weergegeven worden door het "opblazen" van deze figuren (zie Fig. 3.13). Meestal vermijdt men grafische komplikaties door langs de assen  $\sigma_1 / \sigma_v$  resp.  $\sigma_2 / \sigma_v$  enz. uit te zetten.

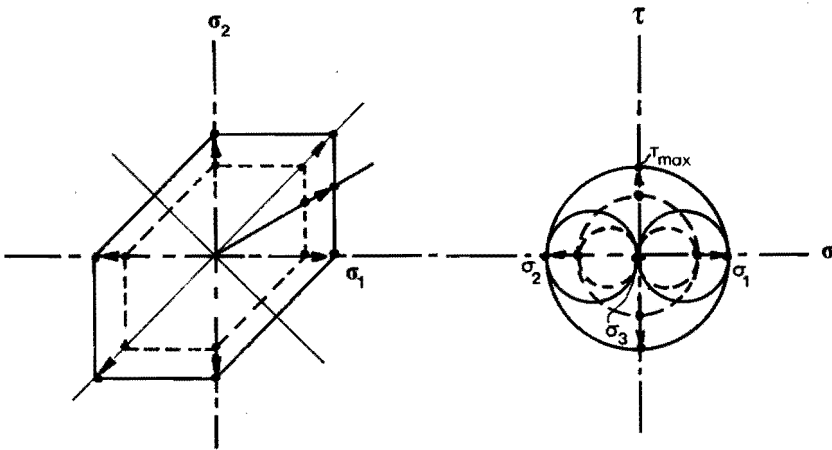


Fig. 3.13. De vloeifiguur vlg. TRESCA en de cirkels van MOHR voor verstevend materiaal.

### 3.5.2 De vloeivoorwaarde volgens VON MISES

Met de vloeivoorwaarde volgens TRESCA wordt slechts rekening gehouden met twee hoofdspansingen, de maximale en de minimale spanning. De derde hoofdspanning wordt buiten beschouwing gelaten. Anders geformuleerd laat TRESCA twee van de drie extreme schuifspanningen buiten beschouwing.

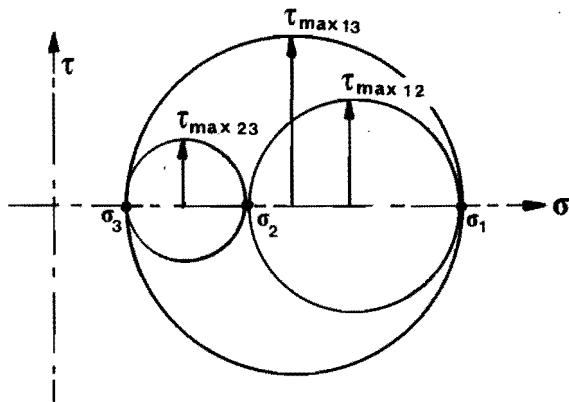


Fig. 3.14. De drie extreme schuifspanningen in de cirkels van MOHR.

Een vloeivoorwaarde waarbij deze drie extreme schuifspanningen wel tot uitdrukking komen is de vloeivoorwaarde volgens VON MISES.

$$(3.10) \quad \bar{\sigma} = f \left( \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2} \right) = \sigma_v$$

Hiertoe wordt het kwadratisch gemiddelde van de drie extreme schuifspanningen bepaald.

De namen van BELTRAMI (1885), HUBERT (1904), HENCKY (1924) en VON MISES (1910) zijn met de theoretische afleiding van deze vloeivoorwaarde en de daartoe benodigde wiskunde verbonden.

In hoofdspansingen geschreven:

$$(3.11.) \quad \bar{\sigma} = f \left( \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \right) = \sigma_v$$

Omdat de trekproef als referentie voor alle andere spanningstoestanden genomen wordt, is het handig deze functie  $f$  zo te kiezen, dat

$$(3.12.) \quad \bar{\sigma} = \sigma_1 \quad (\text{TREKPROEF})$$

Met verg. (3.11) en  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

vinden we dan de meest gebruikelijke vorm van deze vloeivoorwaarde:

$$(3.13.) \quad 2 \bar{\sigma}^2 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2 \sigma_v^2$$

DE VLOEIVoorWAARDE VLGS . VON MISES

Hoewel de wetenschappelijke waarde van deze vloeivoorwaarde langs verschillende wegen hecht gefundeerd is, wordt hier volstaan met de voorgaande eenvoudige introductie.

Belangrijk is nog, dat de bruikbaarheid door experimenten en in de praktijk al vele malen is aangetoond.

De grootheid  $\bar{\sigma}$  wordt vergelijkspanning of effektieve spanning genoemd.

In de meeste gevallen werkt men in het hoofdspansingssysteem.

Soms is het gewenst, de spanningstoestand in zijn algemene vorm  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz})$  te hanteren.

T.o.v. een willekeurig assenstelsel (X,Y,Z) verkrijgt men de (zelfde) waarde van de effektieve spanning uit:

$$(3.14.) \quad 2 \bar{\sigma}^2 = [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]$$

In een  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ -stelsel wordt de vloeivoorwaarde weergegeven door het manteloppervlak van een cirkelcylinder met als cylinder-as de  $\{1,1,1\}$ -richting en  $\sigma_v \sqrt{2/3}$  als straal (zie Fig.3.15).

De doorsnijding van deze cylinder met het  $(\sigma_1, \sigma_2)$ -vlak is een ellips, welke om het scheve zeskant van TRESCA past (Fig.3.16).

Zoals ook uit verg. (3.13) en verg. (3.9) volgt, zijn de spannings-toestanden, waarbij plastische vloeï optreedt, voorspeld vlgs. TRESCA en vlgs. VON MISES, in een aantal gevallen gelijk (zie Fig. 3.16, punt 1 t/m 6).

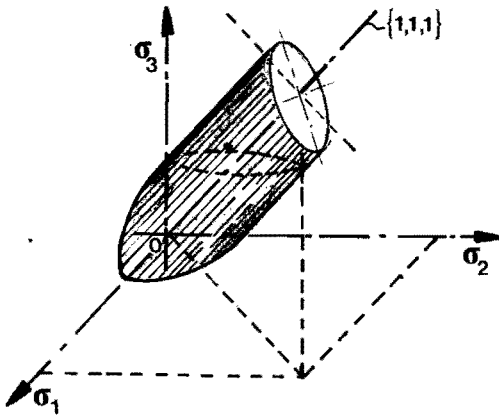


Fig. 3.15. De vloeicylinder

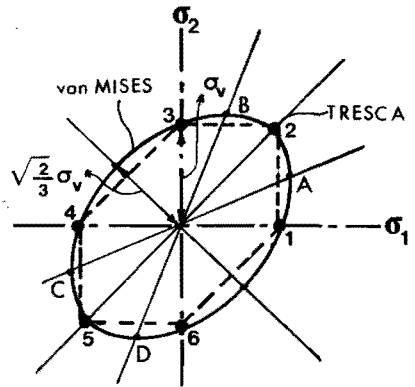


Fig. 3.16. De vloeie-ellips

Men kan aantonen, dat de maximale afwijking van VON MISES ten opzichte van TRESCA optreedt in de punten A, B, C en D waarbij

$$\frac{\sigma_1 \text{ MISES}}{\sigma_1 \text{ TRESCA}} = 1,155$$

m.a.w. dat de maximale afwijking tussen beiden 15,5% van TRESCA is.

### 3.6. HET DEVIATORISCHE EN ISOSTATISCHE DEEL VAN EEN SPANNINGSTOESTAND

Zoals uit de vloeivoorwaarden van TRESCA en VON MISES duidelijk volgt, hangt plastisch vloeien samen met de verschillen tussen hoofdspinningen of, wat feitelijk hetzelfde is, met schuifspinningen.

Bij elke spanningstoestand kan een alzijdige spanning (isostatische spanningstoestand) opgeteld worden zonder dat dit invloed heeft op de vorm van het lichaam.

De cirkel van MOHR verplaatst dan langs de  $\sigma$ -as zonder van vorm te veranderen, d.w.z. de hoofdspanningsverschillen  $(\sigma_1 - \sigma_2)$ ,  $(\sigma_2 - \sigma_3)$ , en  $(\sigma_3 - \sigma_1)$  blijven konstant. (Zie Fig. 3.17) Uit verg. (3.13) volgt dat ook de effectieve spanning niet wordt beïnvloed.

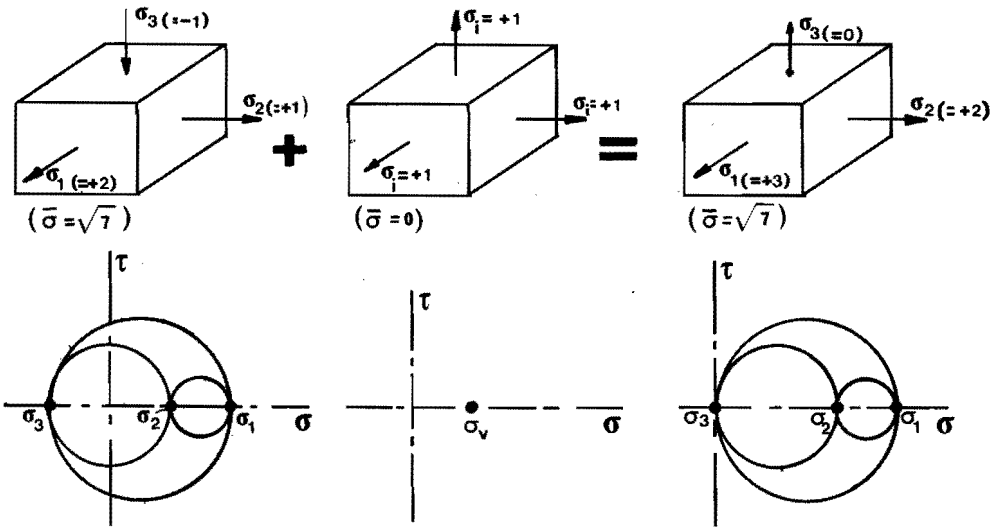


Fig. 3.17. Een gesuperponeerde isostatische spanningstoestand heeft geen invloed op de vormverandering van het materiaal.

In een aantal beschouwingen wordt een speciale alzijdige spanningskomponent  $\sigma_m$  gebruikt.

Deze is gedefinieerd als gemiddelde spanning:

$$(3.15.) \quad \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Het verschil tussen de werkelijke spanningstoestand en het isostatische deel met spanningen  $\sigma_m$  heet "deviatorische" spanningstoestand.

De deviatorische spanningscomponenten (zie Fig. 3.18) zijn:

$$(3.16.) \quad \sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_m$$

$$\sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_m$$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_m$$

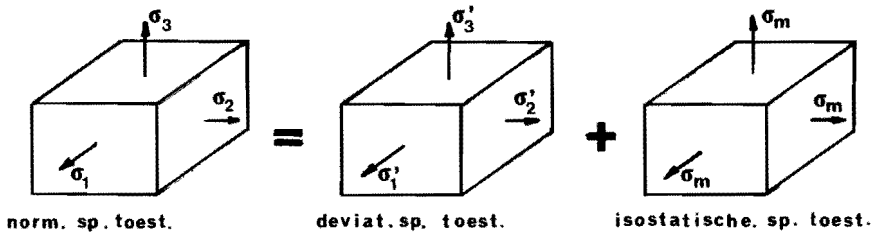


Fig. 3.18. De verg. (3.16) in beeld gebracht.

Uitgedrukt in de deviatorische hoofdspansingen (zie Hoofdstuk 4) krijgt de vloeivoorwaarde vlg. VON MISES een zeer eenvoudige vorm:

$$(3.17.) \quad 2 \bar{\sigma}^2 = 3 (\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)$$

Voor een willekeurige spanningstoestand  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  - (geen hoofdspansingen) - geldt:

$$(3.18.) \quad \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}, \text{ en} \quad (3.19.) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x' + \sigma_m \\ \sigma_y &= \sigma_y' + \sigma_m \\ \sigma_z &= \sigma_z' + \sigma_m \end{aligned}$$

Hoewel een isostatische spanningstoestand geen invloed heeft op de vormverandering van lichamen houdt dit niet in dat een dergelijke spanningstoestand (of het isostatisch deel van een willekeurige spanningstoestand) technologisch onbelangrijk is. Uit vele onderzoeken is bekend, dat hierdoor het optreden van scheuren en breuken sterk kan worden beïnvloed. Een grote hydrostatische druk blijkt de vorming van mikroholten en de uitbreiding ervan tot scheuren tegen te gaan, zodat zelfs brosse materialen soms sterk gedeformeerd kunnen worden zonder dat breuk optreedt (gietijzer, marmer enz.). Een technische belangrijke oorzaak voor het optreden van positieve isostatische (trek)-spanningstoestanden, waardoor breuk bevorderd wordt, wordt gevormd door kerven, holten, scherpe overgangen enz.



HST 4 SPANNING-REK RELATIES EN ARBEID.

blz.

4.1.	Vormverandering van een elementair blokje	4.1.
4.2.	De volume-invariantie	4.2.
4.3.	De relaties van HOOKE	4.3.
4.4.	De relatie van LEVY	4.4.
4.5.	Vorm- en volumeveranderingsarbeid	4.4.
4.6.	De effectieve deformatie	4.5.
4.7.	De LEVY-VON MISES vergelijkingen	4.5.
4.8.	De geïntegreerde vergelijkingen	4.6.
4.9.	De trekproef	4.7.
4.9.1.	De insnoering en de correctiefactor van BRIDGMAN	4.8.
4.9.2.	De voordeformatie $\bar{\epsilon}_0$	4.10.
4.9.3.	De invloed van temperatuur T en deformatiesnelheid $\dot{\epsilon}$ , $\dot{\epsilon}$ op de effectieve spanning $\bar{\sigma}$	4.11

LITERATUUR

- {4.1.} P.W. Bridgman      *"Studies in Large Plastic Flow and Fracture"*  
MacGraw-Hill, New York-London (1952)

#### 4. SPANNING-REK RELATIES EN ARBEID

In hoofdstuk 2 werd, aan de hand van de trekproef, het begrip rek behandeld waarmee de lengteverandering van een lijnstuk wordt beschreven. Het is duidelijk dat dit weliswaar verwant is aan de vormverandering van een lichaam maar niettemin niet hetzelfde is. De vormverandering van een (blijvend) rechthoekig volumeelement (en dus van een lichaam dat uit dergelijke elementen is samengesteld) kan worden beschreven met de rekken in drie onderling loodrechte richtingen. Een ernstige komplikatie die optreedt bij de exakte theoretische beschrijving van andere dan inkrementele rekken is dat tijdens de deformatie alle materiële richtingen (met uitzondering van de momentane hoofdrichtingen) ten opzichte van elkaar roteren en dus ook ten opzichte van elk cartesisch coördinatenstelsel. Hier komt nog bij dat de volumeelementen in het algemeen tijdens een deformatieproces verschillende deformatiezones doorloopt waardoor tijdens eindige vervormingen de hoofdrichtingen van de spanningstoestand roteren ten opzichte van het materiaal, zodat de deformatie niet zog. "koaxiaal" is. Uit de vakliteratuur blijkt echter dat voor een relatief groot deel van de voorkomende problemen in de omvormtechniek een "technisch voldoende" bijdrage aan de oplossing kan worden verkregen door uit te gaan van vereenvoudigde aannamen waardoor deze en andere komplikaties worden voorkomen. Aan het volgende wordt, behalve de gebruikelijke aanname van homogeen en isotroop materiaal, de beperking tot koaxiale deformatie ten grondslag gelegd (althans voorzover het eindige rekken betreft.).

##### 4.1. VORMVERANDERING VAN EEN ELEMENTAIRE BLOKJE

We beschouwen een volumeelement dat in de richtingen van de hoofdspansingen (1, 2, 3) geïoriënteerd blijft. Hiermee wordt dus bereikt dat de eindige rekken in de hoofdrichtingen een reële betekenis hebben omdat alle rekinkrementen per richting steeds op hetzelfde materieel-gebonden lijntje betrekking hebben.

In Fig. 4.1 is dit geschetst. De oorspronkelijke zijden  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  zijn vervormd tot een willekeurige tussensituatie. Voortgaand veroorzaken  $F_1$ ,  $F_2$ , en  $F_3$  in de 1, 2 en 3-richting verlengingen  $da$ ,  $db$  en  $dc$ . De verrichte arbeid is dan:

$$(4.1.) \quad dW = F_1 da + F_2 db + F_3 dc$$

N.B. "Volumeelement" betekent dat het blokje zo klein is dat de rekken in het blokje uniform verdeeld zijn.

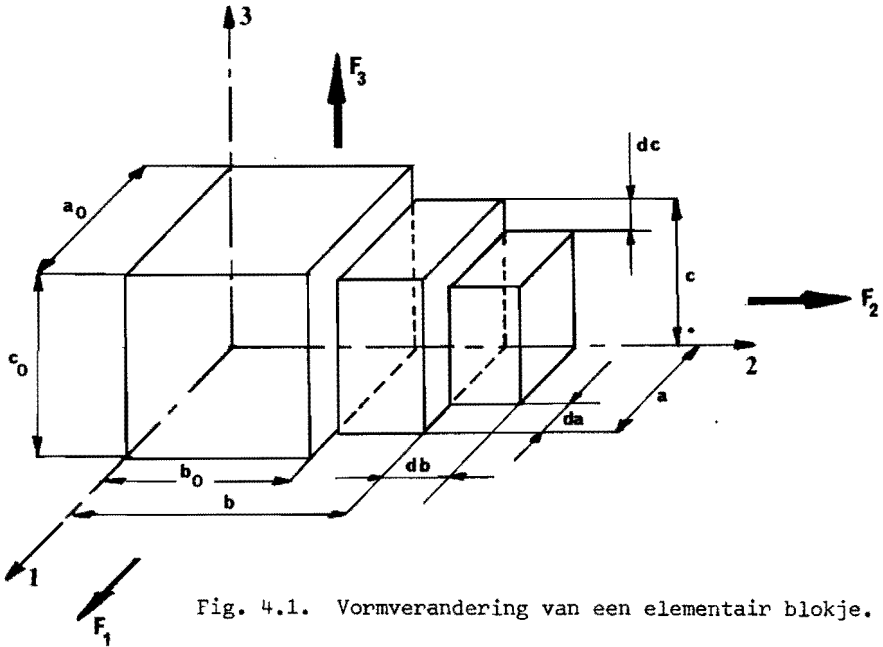


Fig. 4.1. Vormverandering van een elementair blokje.

De specifieke infinitesimale arbeid  $dW_s$  is dus:

$$dW_s = \frac{dW}{a \cdot b \cdot c} = \frac{F_1}{b \cdot c} \cdot \frac{da}{a} + \frac{F_2}{a \cdot c} \cdot \frac{db}{b} + \frac{F_3}{a \cdot b} \cdot \frac{dc}{c}$$

$$\text{Met } \sigma_1 = \frac{F_1}{b \cdot c}, \quad \sigma_2 = \frac{F_2}{a \cdot c} \quad \text{en} \quad \sigma_3 = \frac{F_3}{a \cdot b}$$

$$\text{en } d\epsilon_1 = \frac{da}{a}, \quad d\epsilon_2 = \frac{db}{b} \quad \text{en} \quad d\epsilon_3 = \frac{dc}{c}$$

volgt:

(4.2.)

$$dW_s = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3$$

#### 4.2. DE VOLUME-INVARIANTIE

Tijdens het omvormen is er geen blijvende (plastische) volumeverandering.

We kunnen schrijven:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

en

$$dV = da \cdot b \cdot c + a \cdot db \cdot c + a \cdot b \cdot dc (= 0)$$

en dus voor de relatieve volumeverandering

$$\frac{dV}{V} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c}$$

Bij gelijkblijvend volume (volume-invariantie) volgt dus:

(4.3.)  $d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3 = 0$

Met  $a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 = a \cdot b \cdot c$  kan ook rechtstreeks afgeleid worden:

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \ln \frac{a}{a_0} + \ln \frac{b}{b_0} + \ln \frac{c}{c_0} = \ln \frac{a \cdot b \cdot c}{a_0 \cdot b_0 \cdot c_0} = \ln 1 = 0$$

4.3. DE RELATIES VAN HOOKE

Tengevolge van een spanning  $\sigma_1$  op een blokje (Fig. 4.1) ondergaat dit een elastische rek die, volgens de lineaire elasticiteitstheorie, gelijk is aan:

$$\epsilon_1^{el} = \frac{\sigma_1}{E}$$

In de 2- en 3-richting is er dan een dwarscontractie waarvoor geldt:

$$\epsilon_2^{el} = -\nu \frac{\sigma_1}{E} \quad \text{en} \quad \epsilon_3^{el} = -\nu \frac{\sigma_1}{E}$$

Indien er ook spanningen in de 2- en 3-richting werken kan het totale effect door eenvoudige superpositie (alleen mogelijk bij lineaire relaties!) worden verkregen:

(4.4.)

		$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	
	$\epsilon_1^{el}$	$\frac{\sigma_1}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_2}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_3}{E}$	$\epsilon_1^{el} = \frac{1}{E} \{ \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \}$
elementen van:	$\epsilon_2^{el}$	$-\nu \frac{\sigma_1}{E}$	$\frac{\sigma_2}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_3}{E}$	of $\epsilon_2^{el} = \frac{1}{E} \{ \sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1) \}$
	$\epsilon_3^{el}$	$-\nu \frac{\sigma_1}{E}$	$-\nu \frac{\sigma_2}{E}$	$\frac{\sigma_3}{E}$	$\epsilon_3^{el} = \frac{1}{E} \{ \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \}$

Dit zijn de spanning-rek relaties van HOOKE, die gelden in het lineair-elastische gebied. De elasticiteitsmodulus E en dwarscontractiecoëfficiënt  $\nu$  zijn materiaalkonstanten.

Ook voor het plastische gebied is gezocht naar dergelijke relaties. De eerste aanzet is gemaakt door LEVY.

4.4. DE RELATIE VAN LEVY

Zoals we gezien hebben is plastische vloeï verbonden met schuifspanningen, c.q. verschillen van hoofdspansingen of, zoals in § 3 behandeld met deviatorische spanningen.

LEVY stelde dan ook dat bij isotrope materialen een, niet van de gekozen koördinaatrichtingen afhankelijke, relatie bestaat tussen de rekincrementen ( $d\epsilon_i$ ) en de bijbehorende deviatorische spanningen ( $\sigma'_i$ ), welke met:

$$(4.5.) \quad \frac{d\epsilon_1}{\sigma'_1} = \frac{d\epsilon_2}{\sigma'_2} = \frac{d\epsilon_3}{\sigma'_3} = d\beta \quad \text{in de eenvoudigste vorm geschreven zijn.}$$

Met

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_m = \sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{2}{3} \left\{ \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) + \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \right\}$$

$$\sigma'_2 = \dots\dots\dots \text{cyclisch} \dots\dots \text{etc.}$$

kunnen we dit ook schrijven als functie van hoofdspansingen c.q. extreme schuifspanningen:

$$\frac{\frac{d\epsilon_1}{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}}{\frac{d\epsilon_2}{\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}}} = \frac{\frac{d\epsilon_2}{\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}}}{\frac{d\epsilon_3}{\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} + \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{2}}} = \frac{2}{3} d\beta .$$

4.5. VORM- EN VOLUMEVERANDERINGSARBEID

Indien we de vergelijking voor de deviatorische spanningen  $\sigma'_i = \sigma_i - \sigma_m$  in verg. 4.2 substitueren volgt voor de arbeid per volumedeel:

$$(4.6.) \quad dW_s = \sigma'_1 d\epsilon_1 + \sigma'_2 d\epsilon_2 + \sigma'_3 d\epsilon_3 + \sigma_m (d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3)$$

De arbeid  $dW_s$  bestaat dus kennelijk uit een deviatorisch<sup>s</sup> deel

$$dW'_s = \sigma'_1 d\epsilon_1 + \sigma'_2 d\epsilon_2 + \sigma'_3 d\epsilon_3 \quad \text{en een volumetrisch deel} \quad \sigma_m (d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3)$$

Voor dit volumetrische deel geldt, wat het plastische deel van de arbeid betreft, wegens de volume-invariantie:

$$\sigma_m (d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3) = 0$$

De gemiddelde spanning  $\sigma_m$  verricht dus geen plastische arbeid, wel elastische volumeveranderingsarbeid zoals uit de relaties van HOOKE volgt:

$$\epsilon_1^{el} + \epsilon_2^{el} + \epsilon_3^{el} = \frac{3(1-2\nu)}{E} \sigma_m$$

Voor de vormveranderingsarbeid (plastisch) volgt nu met  $dW_s = dW'_s$  en verg. (4.5):

$$(4.7.) \quad dW_s = d\beta (\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2)$$

Met verg. (3.17)  $\frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 = \sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2$  volgt dus:

$$(4.8) \quad \boxed{dW_s = \frac{2}{3} d\beta \bar{\sigma}^2}$$

$\bar{\sigma}^2$  is het "spanningspotentiaal", en drukt de capaciteit van de spanningstoestand tot het verrichten van vormveranderingsarbeid uit. Hiermee hebben we een belangrijke energetische grond voor de vloeivoorwaarde volgens VON MISES gevonden !!

#### 4.6. DE EFPEKTIEVE DEFORMATIE

We definiëren nu een inkrementele effectieve deformatie ( $d\bar{\epsilon}$ ) zodanig dat geldt (analoog met verg.(4.2)):

$$(4.9.) \quad \boxed{dW_s = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}}$$

Omdat plastisch deformeren irreversibel is, moeten we eisen, dat  $dW_s \geq 0$ . Hieruit volgt, dat altijd geldt  $\bar{\sigma} \geq 0$ ,  $d\bar{\epsilon} \geq 0$ .

Met (4.8) volgt dus:

$$(4.10.) \quad \boxed{d\beta = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}}}$$

een evenredigheidsfaktor die aan iedere effectief deformatieinkrement de bijbeh. effectieve spanning (= lopende waarde van  $\sigma_i'$ ) koppelt, en dus naast het spanningspotentiaal de vorm van de verstevigingskromme inbrengt in verg.(4.8)

Met de vergelijking van LEVY (4.5) laat de vormveranderingsarbeid volgens verg. (4.7) zich ook omwerken tot:

$$(4.11.) \quad dW_s = \frac{d\epsilon_1^2}{d\beta} + \frac{d\epsilon_2^2}{d\beta} + \frac{d\epsilon_3^2}{d\beta}$$

Met (4.9) en (4.10) volgt dan hieruit de inkrementele effectieve deformatie:

$$(4.12.) \quad \boxed{d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (d\epsilon_1^2 + d\epsilon_2^2 + d\epsilon_3^2)}}$$

#### 4.7. De LEVY-VON MISES vergelijkingen

Met  $\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_m = \frac{2}{3} (\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2})$   
 $\sigma_2' = \dots\dots\dots$  cyclisch  $\dots\dots\dots$  etc.

en verg. (4.10) volgt uit de verg. van LEVY (4.5)

(4.13.)

$$\begin{aligned}d\epsilon_1 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \\d\epsilon_2 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_2 - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} \right) \\d\epsilon_3 &= \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)\end{aligned}$$

Hoewel deze vergelijkingen uit een zeer eenvoudige aanname volgen (verg. (4.5)) blijken ze zeer goed te voldoen. Merk op dat verg. (4.13) de voorwaarde van volumeverandering omvat en voorts dat er een interessante analogie met de relaties van HOOKE, verg. (4.4) blijkt te bestaan.

Dit zijn de LEVY-VON MISES spanning-rek relaties voor de hoofdrichtingen.

N.B. Vaak wordt het symbool  $d\lambda$  gebruikt waarvoor geldt:

$$d\lambda = \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}}$$

#### 4.8. DE GEÏNTEGREERDE VERGELIJKINGEN

Tot dusver zijn de vergelijkingen bekend voor een plaatselijke kleine (inkrementele) stap in de rekken. Hoe komen we nu tot de beschrijving van eindige rekken?

In § 2.1 is de integratie van de incrementele rek tot de (eindige) natuurlijke rek behandeld. Dit is mogelijk als aan de voorwaarde wordt voldaan dat tijdens een proces steeds dezelfde materiële lijnstukjes beschouwd worden, dus zoals in Fig. 4.1 de ribben van een kubus, die orthogonaal zijn en blijven.

Onder de additionele voorwaarde, dat er gedurende de gehele beschouwde deformatie een vaste verhouding tussen de eindige hoofdrekken blijft bestaan ( "rechte deformatieweg" ) kan verg. (4.12) eenvoudig geïntegreerd worden tot verg. (4.14).

(omdat uiteraard algemeen geldt dat  $\bar{\epsilon} = \int d\bar{\epsilon}$  ) .

Voor de eindige effectieve deformatie geldt nu:

$$(4.14.) \quad \bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2)}$$

En de LEVY-VON MISES vergelijkingen:

$$(4.15.) \quad \begin{aligned}\epsilon_1 &= \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \\ \epsilon_2 &= \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \\ \epsilon_3 &= \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left( \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)\end{aligned}$$

Is zelfs niet bij benadering aan deze voorwaarde voldaan dan kan eventueel numerieke integratie toegepast worden.

Verg. (4.13) kan tot verg. (4.15) worden geïntegreerd als de onderlinge verhouding van  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  en  $\sigma_3$  en daarmee met  $\bar{\sigma}$  konstant is ("rechte spanningsweg").

Er wordt hier nadrukkelijk op gewezen, dat tot dusver uitsluitend van "puntmechanica" sprake is geweest, d.w.z. de relaties tussen spanningen, rekken, effectieve spanning, vloeivoorwaarde, materiaalgedrag enz, in een punt of elementair volumeelementje van het deformerend lichaam.

Om tot het gedrag van het lichaam als geheel en de uitwendige belasting daarop te komen dienen alle volumeelementjes gekoppeld te worden.

Desbetreffende integraties leiden dan tot maatveranderingen, belasting en arbeid. De koppelrelaties zijn evenwichtsvergelijkingen en continuïteitsvoorwaarden, waarop nu niet verder wordt ingegaan. Vaak zullen we echter benaderend uitgaan van uniformiteit van de rek (gelijkmatige rekverdeling). Bij processen waarbij plaatmateriaal omgevormd wordt (dieptrekken, strekken), gaat men er bijv. bijna steeds van uit, dat de rek over de plaatdikte uniform verdeeld is. De lokale dikterek is dan rechtstreeks af te leiden uit de plaatdikteverandering die tijdens het proces optreedt.

#### 4.9. DE TREKPROEF

Zoals we in Hoofdstuk 2 gezien hebben geldt voor de trekproef: (zie Fig. 4.2)

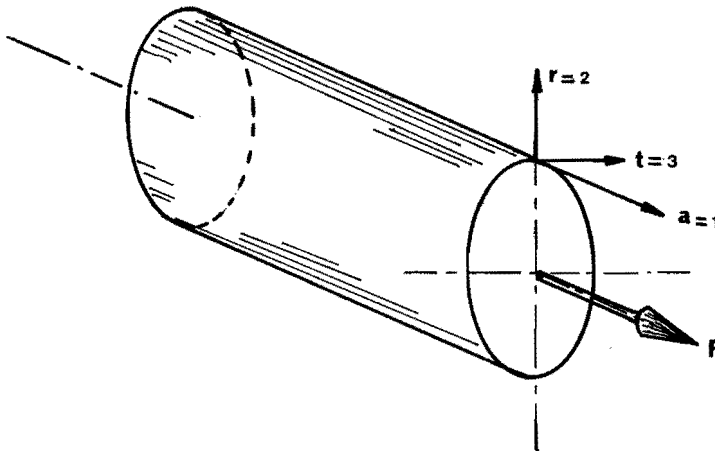


Fig. 4.2. De richtingen axiaal, tangentiaal en radiaal bij de trekproef.



$$\sigma_a = \sigma_1 = C(\epsilon_1)^n \quad \text{en} \quad \sigma_r = \sigma_2 = 0, \quad \sigma_t = \sigma_3 = 0$$

Met VON MISES verg. (3.13) volgt dan (zoals reeds gezien):

$$(4.16.) \quad \bar{\sigma} = \sigma_a = \sigma_1$$

De LEVY-VON MISES vergelijkingen (4.15) zijn hier van toepassing:

$$(4.17.) \quad \epsilon_2 = \epsilon_3 = -\frac{1}{2} \epsilon_1$$

Verg. (4.14) is eveneens geldig en leidt tot:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_1$$

Voor de trekproef kunnen we dus het verband tussen de effectieve spanning  $\bar{\sigma}$  en de effectieve rek  $\bar{\epsilon}$  volgens LUDWIK dus schrijven als:

(4.18.)

$$\bar{\sigma} = C \bar{\epsilon}^n$$

Uit de vloeihypothese volgens VON MISES zie verg. (3.10 e.v.) volgt dus nu, dat de versterkingsfunctie zoals die, voor een bepaald materiaal, met de trekproef wordt bepaald, direkt generaliseerbaar is voor alle andere omvormende processen. Dit wordt door zeer veel experimenteel werk ondersteund.

4.9.1. De insnoering en de correctiefactor vlg. BRIDGMAN.

Indien een trekstaaf is ingesnoerd, geldt verg. (4.16) niet meer.

In de insnoering heerst dan geen lijnspanning meer.

Dus:  $\sigma_r \neq 0$  en  $\sigma_t \neq 0$ .

Er ontstaan trekspanningen in radiale en tangentiële richting, waarvan de verdeling lijkt op die van een gekerfde staaf. (zie Fig. 4.3).

BRIDGMAN {4.1.} heeft via een evenwichtsbeschouwing, voor de kleinste doorsnede, het verband afgeleid tussen de gemiddelde trekspanning ( $\bar{\sigma}_a = F/2\pi a^2$ ) en de effectieve spanning  $\bar{\sigma}$ .

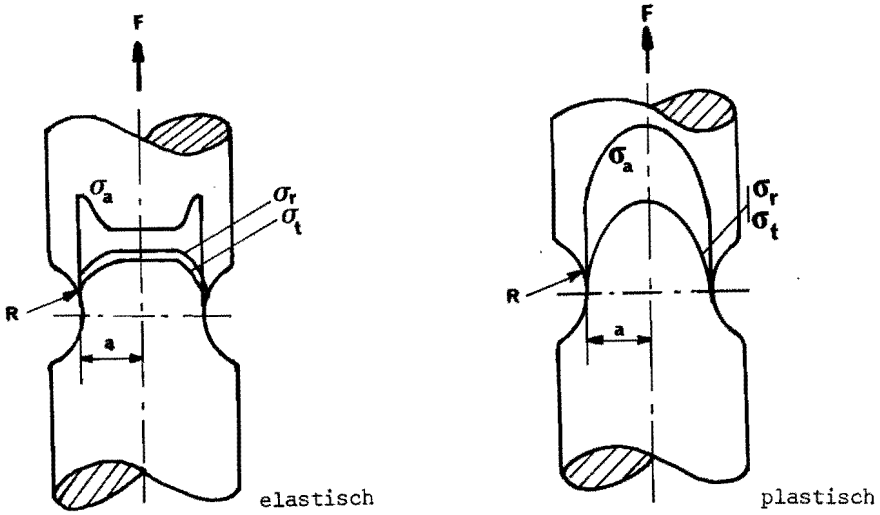


Fig. 4.3. Principeschets van de spanningsverdeling in de kleinste doorsnede.

Dit verband wordt gegeven door:

$$(4.19) \quad \bar{\sigma} = C_B \cdot \bar{\sigma}_a$$

$C_B$  is de korrektiefactor vgl. BRIDGMAN.

$$(4.20) \quad C_B = \left\{ \left( 1 + \frac{2R}{a} \right) \ln \left( 1 + \frac{a}{2R} \right) \right\}^{-1}$$

met:  $R$  = straal van de insnoering (b.v. meten op een profielprojector),  
 $a$  = straal van de kleinste doorsnede.

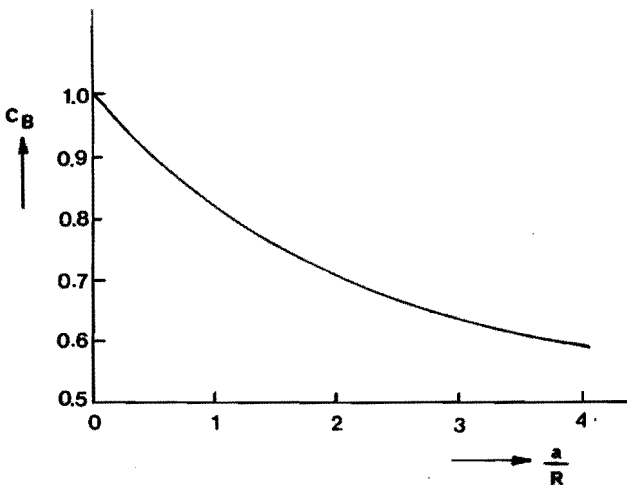


Fig. 4.4. Korrektiefactor vgl. BRIDGMAN.

In werkelijkheid blijkt dat  $a/R$  toeneemt in de tijd. Uit Fig. 4.4 volgt dat bij relatief scherper wordende insnoering (of kerf) de effectieve spanning in verhouding tot de trekspanning  $\tilde{\sigma}_a$  afneemt. Dit is de verklaring voor het feit dat bij een zeer scherpe kref de proefstaaf breekt zonder noemenswaardige plastische vervorming.

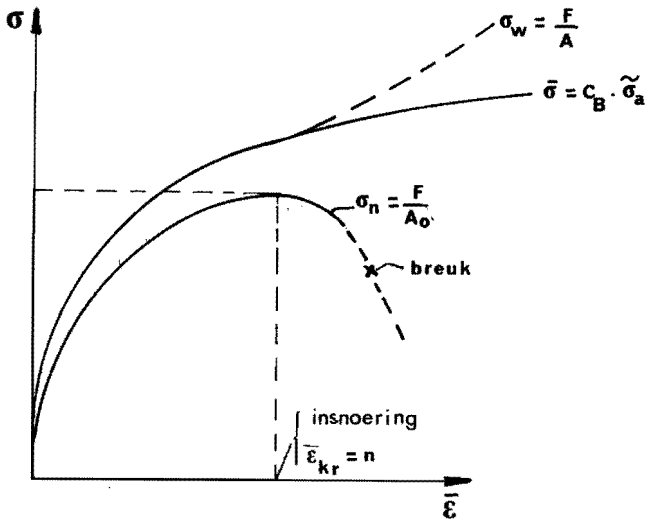


Fig. 4.5.  $\sigma_w$ ,  $\bar{\sigma}$  en  $\sigma_n$  als functie van de effectieve deformatie.

Figuur 4.5 toont het verloop van de spanning zoals deze op diverse wijzen gedefiniëerd is als functie van de effectieve deformatie in de kleinste doorsnede. De effectieve versterigingskromme, zoals deze bepaald wordt met behulp van de correctiefactor van BRIDGMAN, kan ook na de insnoering goed met de versterigingsfunctie van LUDWIK worden beschreven. (zie verg. (4.18))

#### 4.9.2 De voordeformatie $\bar{\epsilon}_0$

Veel processen (en proeven) worden uitgevoerd met uitgangsmateriaal in de vorm van halffabrikaten, zoals plaat en staf, zonder dat gloeien vooraf plaatsvindt. Deze halffabrikaten hebben in hun vormgevend proces (vaak walsen) een reeks van achtereenvolgende vervormingen (koud en warm) en gloeibehandelingen ondergaan. Trekproeven op deze materialen in levertoestand geven zelden rechte lijnen in het  $\log \bar{\sigma} - \log \bar{\epsilon}$  diagram zoals volgens  $\log \bar{\sigma} = \log C + n \log \bar{\epsilon}$  het geval zou moeten zijn.

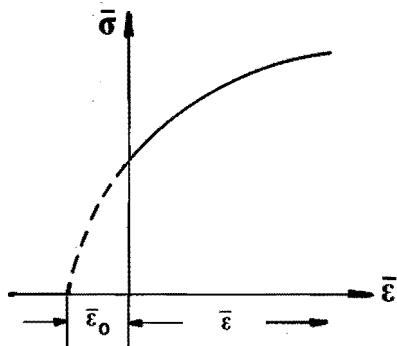


Fig. 4.6. Voorstelling van verg. (4.21) in het  $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$  diagram.

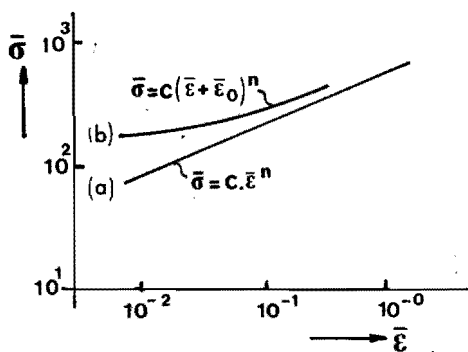


Fig. 4.7. Logarithmische weergave van verg. (4.21)

De vorm van de werkelijke kromme wordt doorgaans goed beschreven met:

$$(4.21) \quad \bar{\sigma} = C (\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n$$

$\bar{\epsilon}_0$  is een korrektieterm in de versterkingsfunctie van LUDWIK, die (vaak) voordeformatie genoemd wordt. De effectieve deformaties zijn in wezen energie-grootheden (toestandgrootheden van het materiaal), die voor opeenvolgende processen eenvoudig optelbaar zijn. In  $\bar{\epsilon}_0$  is feitelijk het effect ( op  $\bar{\sigma}$  ) van alle voorafgegane veranderingen van het materiaal verdiskonteerd.

Voor materialen, die met verg. (4.21) goed beschreven kunnen worden, kan, analoog als in hoofdstuk 2, door enig rekenwerk worden afgeleid:

$$(4.22.) \quad \text{De vloeigrens} \quad \bar{\sigma}_v = C \bar{\epsilon}_0^n$$

$$(4.23.) \quad \text{De treksterkte} \quad \sigma_B = C \left(\frac{n}{e}\right)^n (e)^{\bar{\epsilon}_0}$$

$$(4.24.) \quad \text{De gelijkmatige rek} \quad \bar{\epsilon}_{kr} = n - \bar{\epsilon}_0$$

We zien hier, een in de praktijk algemeen bekend verschijnsel, dat door koudvervormen de vloeigrens en treksterkte van een materiaal toenemen en de gelijkmatige rek (of kritische rek) afneemt.

De invloed van een gloeibehandeling is precies omgekeerd. Door gloeien verdwijnen de gevolgen van de voordeformatie  $\bar{\epsilon}_0$ , op de effectieve versterkingskromme geheel of gedeeltelijk. In Fig. (4.7) betekent koud vervormen het verschuiven van de  $\bar{\sigma}$ -as naar rechts, en een gloeibehandeling het verschuiven naar links. Dit alles betekent uiteraard niets meer dan dat ons theoretisch model een aantal belangrijke verbanden goed kan beschrijven.

4.9.3 De invloed van temperatuur  $T$  en de deformatiesnelheid  $\dot{\bar{\epsilon}}$  op de effectieve spanning  $\bar{\sigma}$ .

Volledigheidshalve zouden in verg. (4.21) nog termen opgenomen moeten worden die de invloed van de temperatuur  $T$  en de deformatiesnelheid  $\dot{\bar{\epsilon}}$  ( $= d\bar{\epsilon}/dt$ ) op de effectieve spanning, of deformatieweerstand, van het materiaal beschrijven.

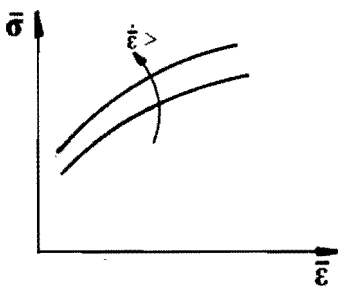


Fig. 4.8.

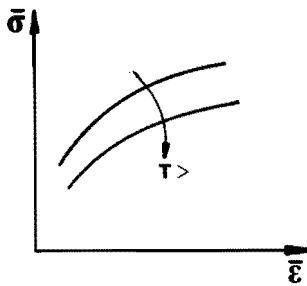


Fig. 4.9.

De invloed van de deformatiesnelheid  $\dot{\epsilon}$  en de temperatuur  $T$  op het spannings-rek verloop.

In de literatuur zijn gegevens te vinden over het effect van temperatuur en snelheid. De algemene tendens is:

- grotere  $\dot{\epsilon}$  heeft tot gevolg: grotere deformatieweerstand  $\bar{\sigma}$  en kleinere gelijkmatige rek.
- grotere  $T$  heeft tot gevolg: lagere deformatieweerstand en vaak grotere gelijkmatige rek.

Het gebied is echter nog zeer onvoldoende bewerkt en bevredigende beschrijvingen, in formele vorm, ontbreken. Onderzoek in dit gebied is, experimenteel gezien, zeer moeilijk, omdat een proef waarbij temperatuur en deformatiesnelheid konstant blijven praktisch ondenkbaar is.

Bij de trekproef geldt b.v.:

$$d\bar{\epsilon} = d\epsilon_L = \frac{dL}{L}$$

Dus: 
$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{d\bar{\epsilon}}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{v}{L}$$

Om een proef uit te voeren met konstante  $\dot{\bar{\epsilon}}$  moet de treksnelheid  $v$  dus niet konstant zijn maar evenredig met de lengte  $L$  toenemen ( $v = L \cdot \dot{\bar{\epsilon}}$ ).

Verder wordt tijdens de proef de deformatie-arbeid gedissipeerd in warmte. Hierdoor stijgt de temperatuur en de deformatieweerstand  $\bar{\sigma}$  neemt dus af.

Bij het normale koudvervormen kunnen deze effecten echter meestal verwaarloosd worden.

Voor belangstellenden, die hun kennis m.b.t. de geboden stof willen verbreden, hun diepgang willen vergroten of behoefte hebben aan een naslagwerk worden onderstaande boeken aanbevolen.

De letter-cijfer combinatie onder de naam van de auteur is de boekcode van de Bibliotheek van de Afdeling der Werktuigbouwkunde van de T.H. Eindhoven.

1. Kals, J.A.G.                                *"Inleiding in het onderzoek van het plastisch gedrag van metalen"*.  
Overdruk (1971) uit:  
*"Grondslagen van de Mechanische Technologie, deel 3, DIEPTREKKEN"*.  
College-dictaat, T.H. Eindhoven (1968).
2. Hill, R.                                    *"The Mathematical Theory of Plasticity"*.  
FDK-71-HIL                                Oxford, Clarendon Press (1956).  
- mathematisch-theoretisch.
3. Thomsen, E.G.                            *"Mechanics of Plastic Deformation in Metal Processing"*.  
Yang, C.T.                                 The Mac Millan Company, New York (1965).  
Kobayashi, S.                             - technisch-theoretisch, geen plaatbewerking.  
KFK-65-THO
4. Oehler, G.W.                            *"Schnitt-, Stanz- und Ziehwerkzeuge"*.  
Kaiser, F.                                 3e Auflage, Springer Verlag (1957).  
KFB-57-OEH                                - ingekleed tekstboek met praktijkgegevens.
5. Romanovski, W.P.                        *"Handbuch der Stanzereitechnik"*.  
KFM-59-ROM                                V.E.B. Verlag Technik, Berlin (1959).  
- uitgebreide praktische gegevens (encyclopedisch).
6. Hofner, K.H.                             *"Verfahren der Umformtechnik"*.  
KFK-69-HOF                                Carl Hanser Verlag, München (1969).  
- overzicht technologieën in perspectief.  
- begin, tussenvorm, eindproduct, gereedschap.

7. Lange, K.  
KFK-72-LEH  
*"Lehrbuch der Umformtechnik, Band I, Grundlagen, Band II, Massivumformung und Band III, Blechumformung"*.  
Springer Verlag, Berlin,  
Band I (1972), Band II (1974), Band III (1975).  
- overzicht theorie en praktijk van processen en een hoofdstuk "Machines".
8. Avitzur, B.  
KFK-68-AVI  
*"Metal Forming : Processes and Analysis"*.  
Mc Graw Hill Book Company, New York (1968).  
- mathematisch-theoretisch, gericht op de praktijk (massief vervormen).
9. Amann, E.  
KFK-66-AMA  
*"Einführung in die Grundlagen der Umformtechnik"*.  
Prost und Meiner-Verlag, Coburg (1966).  
- elementaire stofbehandeling HTS-niveau.
10. Johnson, W.  
Mellor, P.  
FDK-78-JOH  
*"Engineering Plasticity"*.  
van Norstrand Reinhold Company, London (1973).  
- onderwijstechnisch goed.
11. Sligte, J.G.  
KFK-74-Sli  
*"Spaanloos Omvormen van Metalen"*.  
deel 1 en 2  
AGON-ELSEVIER A'dam/Brussel (1974).  
- uitvoerig overzicht van Machines.
12. Den Hartog, J.  
*"Sterkteleer"*.  
Prisma-Technica no.: 8.  
Het Spectrum N.V., Utrecht/Antwerpen (1967).



## APPENDIX II

### KONSTRUKTIE VAN HET SPANNINGSHEXAGON VOLGENS TRESCA

We gaan uit van de plasticiteits- of vloeivoorwaarde volgens TRESCA (e.a.) in de algemene formulering

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_v$$

Eenvoudigheidshalve normeren we deze uitdrukking tot

$$(1) \quad \bar{\sigma}_{\max}^* - \bar{\sigma}_{\min}^* = 1 \quad (\text{met } \bar{\sigma}_{\max}^* = \sigma_{\max}/\sigma_v \text{ enz.})$$

Beperken we ons tot de vlakke spanningstoestand, en wordt dit vastgelegd door de formulering

$$(2) \quad \bar{\sigma}_3^* = 0$$

dan hebben we voor de grafische weergave van de vloeifiguren een ortho-normaal assenstelsel ( $\bar{\sigma}_1^*$ ,  $\bar{\sigma}_2^*$ ) nodig. Aangezien voor een homogeen en isotroop materiaal - waarvan we steeds zijn uitgegaan - het materiaalgedrag onmogelijk beïnvloed kan worden door de willekeurige keuze van de asindexering moet de gezochte vloeifiguur symmetrisch zijn t.o.v. de lijn  $\bar{\sigma}_1^* = \bar{\sigma}_2^*$ . We hoeven dus slechts de halve figuur te ontwikkelen. Mathematisch geformuleerd luidt dit:

$$(3) \quad \bar{\sigma}_1^* \geq \bar{\sigma}_2^*$$

Duidelijkheidshalve beginnen we met het zoeken van enige karakteristieke punten van de vloeifiguur.

A. Snijpunten met symmetrielijn. Hiervoor geldt algemeen dat  $\bar{\sigma}_1^* = \bar{\sigma}_2^*$ , de grens van het gebied dat door verg. (3) wordt aangeduid. We hebben nu twee mogelijkheden:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^* = \sigma_2^* > 0 \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* = \sigma_2^* = \sigma_{\max} \\ \sigma_3^* = \sigma_{\min} = 0 \end{array} \left. \right\} \text{snijpunt } \boxed{\sigma_1^* = 1; \sigma_2^* = 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^* = \sigma_2^* < 0 \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* = \sigma_2^* = \sigma_{\min} \\ \sigma_3^* = \sigma_{\max} = 0 \end{array} \left. \right\} \text{snijpunt } \boxed{\sigma_1^* = -1; \sigma_2^* = -1}$$

B. Snijpunt met  $\sigma_1^*$ -as. Hiervoor geldt:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_2^* = 0 \\ \sigma_1^* \geq \sigma_2^* \quad (3) \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* = \sigma_{\max} \\ \sigma_2^* (= \sigma_3^*) = \sigma_{\min} = 0 \end{array} \left. \right\} \text{snijpunt } \boxed{\sigma_1^* = 1; \sigma_2^* = 0}$$

C. Snijpunt met  $\sigma_2^*$ -as. Dit volgt analoog uit:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^* = 0 \\ \sigma_1^* \geq \sigma_2^* \quad (3) \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* (= \sigma_3^*) = \sigma_{\max} = 0 \\ \sigma_2^* = \sigma_{\min} \end{array} \left. \right\} \text{snijpunt } \boxed{\sigma_1^* = 0; \sigma_2^* = -1}$$

In Fig. 11.1 zijn de bepaalde punten ingetekend. In feite kunnen we de figuur nu reeds in haar geheel tekenen omdat we uit het lineaire karakter van verg. (1) af kunnen leiden dat de gevonden punten door rechte lijnen zijn verbonden. We vinden dus een diskontinue figuur. Dit was echter te verwachten omdat we niet over een continue vloeivoorwaarde in  $\sigma_1$  en  $\sigma_2$  beschikken.

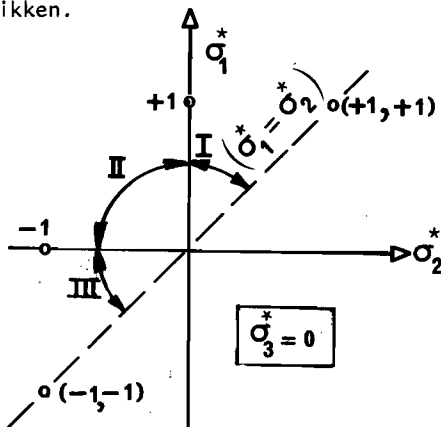


Fig. 11.1. Karakteristieke punten van de vloeifiguur volgens TRESCA voor de vlakke spanningstoestand.

Bij een iets nauwkeuriger beschouwing zien we dat wisseling van de betekenis van de indices "max" en "min", en daarmee het ontstaan van diskontinue overgangen in de figuur, uitsluitende in de karakteristieke punten plaatsvindt. Volledigheidshalve zullen we de lijnen in de figuur echter nog exakt afleiden. Hiertoe onderzoeken we de gebieden I, II en III afzonderlijk (zie Fig. 11.1) met uitsluiting van de reeds bepaalde punten.

I. Gebied rechts van de  $\sigma_1^*$ -as.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_2^* > 0 \\ \sigma_1^* > \sigma_2^* \quad (3) \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \sigma_1^* > \sigma_2^* > \sigma_3^* (= 0) \\ \text{lijnstuk} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* = 1 \\ \text{voor } 1 > \sigma_2^* > 0 \end{array}$$

II. Tweede kwadrant van de grafiek.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^* > 0 \\ \sigma_2^* < 0 \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{(omvat (3) reeds)} \\ \sigma_1^* > \sigma_3^* (= 0) > \sigma_2^* \\ \text{lijnstuk} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1^* = 1 + \sigma_2^* \\ \text{voor } \sigma_1^* > 0 > \sigma_2^* \end{array}$$

III. Gebied onder (negatieve)  $\sigma_2^*$ -as.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1^* < 0 \\ \sigma_1^* > \sigma_2^* \quad (3) \\ \sigma_3^* = 0 \quad (2) \\ \sigma_{\max}^* - \sigma_{\min}^* = 1 \quad (1) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \sigma_3^* (= 0) > \sigma_1^* > \sigma_2^* \\ \text{lijnstuk} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_2^* = -1 \\ \text{voor } 0 > \sigma_1^* > \sigma_2^* \end{array}$$

De eerder bepaalde punten zijn dus inderdaad door rechte lijnen verbonden die binnen de gebieden I, II en III eenduidig geformuleerd zijn, zodat de diskontinuiteiten uitsluitend in de karakteristieke punten liggen. We kunnen de lijnen nu intekenen (zie Fig. 11.2) en spiegelen t.o.v. de symmetrielijns om de vloeifiguur af te maken.

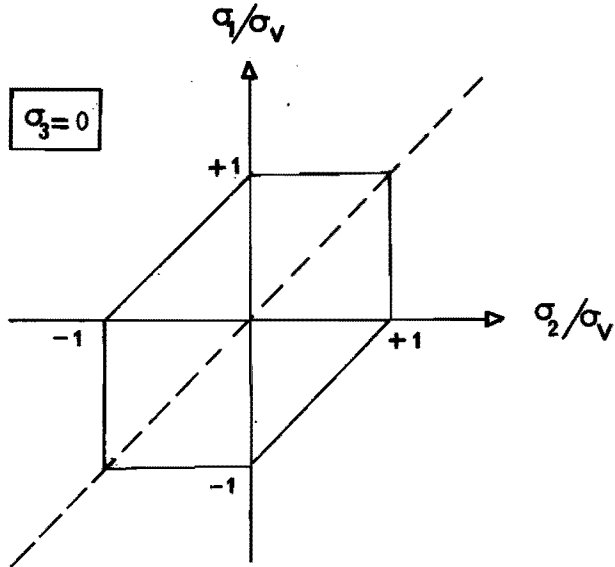


Fig. 11.2. Grafische voorstelling van de plasticiteits- of vloeivoorwaarde volgens TRESCA (Het door de figuur omsloten vlak bevat de beeldpunten van alle mogelijke vlakke spanningstoestanden waarbij het desbetreffende volume-element uitsluitend elastisch gedeformeerd is.)

OPMERKINGEN:

- Door de grafiek in de genormeerde vorm weer te geven met dimensieloze getalwaarden langs de assen, wordt bereikt dat deze onafhankelijk is van de momentane waarde van de vloeispanning  $\sigma_v$  bij lijnspanning en dus ook van de verstevigingsinvloed van de voortschrijdende plastische deformatie.
- Fig. 11.2 is eigenlijk de snijlijn van het ruimtelijke zog. "vloeioppervlak" - een regelmatige zeshoekcylinder - en het koördinaatvlak  $\sigma_3/\sigma_v = 0$ . Voor  $\sigma_3 = \text{konstant} \neq 0$  verschuift de vloei-figuur onveranderd en evenwijdig langs de gestippelde symmetrielijn. Desbetreffende situaties kunnen op geheel analoge wijze als boven separaat worden geanalyseerd. Zie Fig. 11.3.

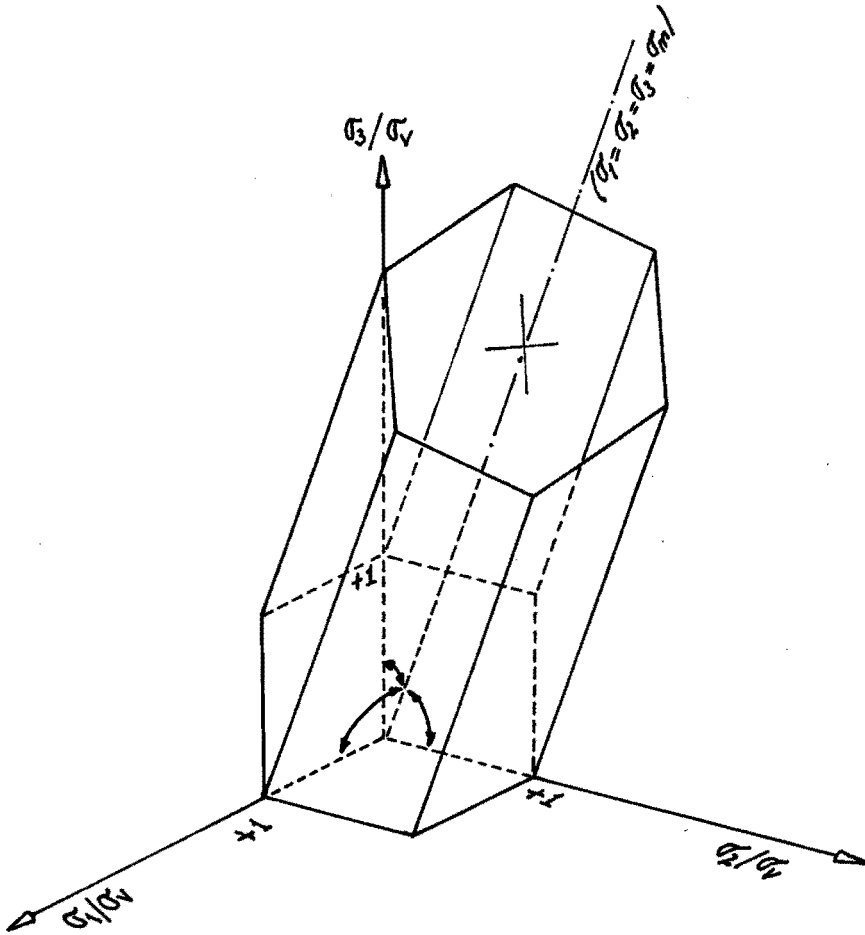


Fig. 11.3. Stereometrische afbeelding van het vloeiooppervlak volgens TRESCA met doorsnijding van de eerste kwadranten van de koördinaatvlakken en (bovenzijde) van een willekeurig vlak loodrecht op de hartlijn van de cylinder.

- Aangezien het vloeiooppervlak (uiteraard) een gelijke positie inneemt t.o.v. alle drie de hoofdspansingsassen - althans voor homogeen en isotroop materiaal - heeft het cyclisch verwisselen van indices in het gehele voorgaande verhaal geen invloed op de verkregen figuren.
- De hartlijn van het vloeiooppervlak heeft de (1,1,1)-richting, gaat door de oorsprong van het assenstelsel, en is de meetkundige plaats van de beeldpunten van alle zuiver isostatische spanningstoestanden.

- Hoewel de afleiding hier achterwege blijft, wordt vermeld dat alle vlakken loodrecht op de (1,1,1)-richting (zoals bijv. het vlak van de bovenkant van de cylinder) voldoen aan de vergelijking  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 =$  konstant. De doorsnijding van deze vlakken door de cylinder is een regelmatig zeskant en is de meetkundige plaats van de beeldpunten van alle spanningstoestanden welke voldoen aan de plasticiteitsvoorwaarde van TRESCA en een gelijke isostatische component bezitten. Het bijzondere vlak uit deze verzameling dat door de oorsprong van het assenstelsel gaat voldoet aan de vergelijking  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ . De doorsnijding van dit zogenaamde " $\pi$ -vlak" door de vloeicylinder is dus de meetkundige plaats van de beeldpunten van alle zuiver deviatorische spanningstoestanden. Samenvattend: De beeldpunten van alle spanningstoestanden welke binnen de vloeicylinder liggen veroorzaken géén plastische deformatie. Aangezien de spanningen desondanks vele malen groter dan de vloeispanning  $\sigma_v$  in de trekproef kunnen zijn kan de elastische deformatie (volumeverandering vooral!) eveneens groter zijn dan behorend bij de  $\sigma_{0,2}$ -grens e.d. (In het positieve geval ontstaat gevaar voor brosse breuk).
- Een willekeurig punt op de vloeicylinder voldoet steeds aan de voorwaarde voor plasticiteit volgens TRESCA. Projekteert men dit op de hartlijn van het vloeiooppervlak dan wordt het beeldpunt van het isostatisch deel van de spanningstoestand verkregen (volumeverandering, breukgevaar). Projekteert men echter het punt op het  $\pi$ -vlak dan verkrijgt men het beeldpunt voor het deviatorisch deel van de spanningstoestand (plastische deformatie).

Bij dit alles moet men, tenslotte, voor ogen houden dat de vloeivoorwaarde niet exakt de werkelijkheid beschrijft. Zoals steeds is dit een benadering. De diskontinuiteiten in de vloeifiguur of de ribben van de vloeicylinder zijn oneenduidigheden die erop wijzen dat de beschrijving van de vloeivoorwaarde nog niet helemaal correct is. Desondanks toont het voorafgaande dat toch reeds veel inzicht in een complexe materie kon worden verworven. De betere vloeivoorwaarde volgens VON MISES vermijdt de diskontinuiteiten omdat i.p.v. de zeshoekcylinder een cirkelcylinder (door dezelfde ribben) wordt gevonden. Bij technische analyses wordt de oude vloeivoorwaarde echter nog vaak toegepast omdat de fout bekend is en het rekenen (vooral integreren) vaak veel eenvoudiger. Evenals TRESCA geldt ook VON MISES uitsluitend voor isotroop en homogeen materiaal.

De met \* gemerkte opgaven of onderdelen van opgaven kunnen niet zonder meer met de behandelde stof worden beantwoord.

DEFENVRAAGSTUKKEN.

APPENDIX III

OPGAVE 1

In een bepaalde produktiefase van vloeistofcontainers moeten in de voor- gevormde vlakke wandpanelen verstijvingsribben volgens Fig.1 worden door- gezet. Deze vervorming wordt ( vlg. Fig. 2 ) met een pers uitgevoerd.

In Fig. 2 zijn tevens vorm en afmetingen van de ribben aangegeven. In verband met de produktieplanning is voor de keuze van een geschikte pers, behalve globale afmetingen van het produkt, kennis van de benodigde perskracht noodzakelijk.

- Van de volgende simplificaties mag bij de globale berekening worden uit- gegaan:
- De invloed van de buigspanningen op het totaal van de maximale stempelkracht is verwaarloosbaar klein.
  - De deformatie beperkt zich uitsluitend tot het gebied van de matrijsholten. d.w.z. Uit de vlakke plaat vloeit geen materia- aal over de randen van de strekholten.
  - De optredende rekken zijn uniform verdeeld door een zorgvul- dige stempelsmering.
  - De rek in langsrichting van de doorgedrukte ribben is verwaar- loosbaar klein in vergelijking met de dwarsrek.

Door het metaalkundig bedrijfslaboratorium werden de volgende gegevens over het tog te passen materiaal verstrekt:

$C = 700 \text{ N/mm}^2$  ;  $n = 0,33$  ; de aanvankelijke plaatdikte  $s_0 = 1,0 \text{ mm}$ .

GEVRAAGD: Een globale, doch verantwoorde berekening van de vereiste maximale perskracht.

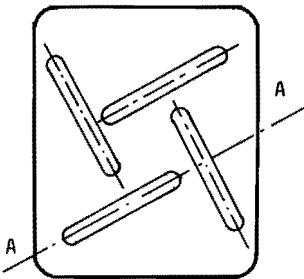


Fig.1 Zijaanzicht Container.

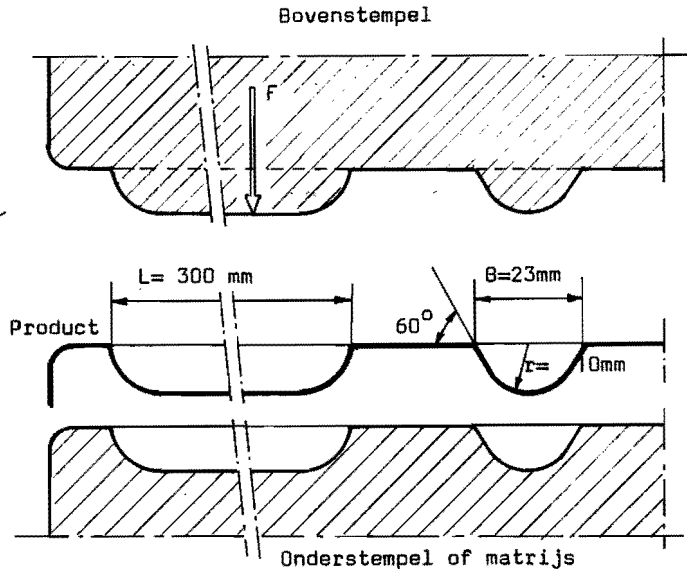


Fig.2 Principeschets vlg. doorsnede A-A uit Fig.1

OPGAVE 2

Een fabriek heeft tot opdracht golfpaneeltjes te vervaardigen naar de schets van Fig. 1 , waarbij Fig. 2 een geometrisch detail geeft. De bedrijfsleiding wil nagaan of met het ter beschikking staande persen- park mogelijk is, het produkt door persen te vervaardigen, evenzo naar het schema van Fig. 1 tussen een geprofileerd onder- en bovenstempel. De eigenschappen van het materiaal zijn door het metaalkundig laborato- rium vastgelegd. (zie Fig. 3 ).

Aangenomen wordt dat:

- loodrecht op het vlak van tekening geen rek optreedt.
- de bijdrage van de buigkrachten tot het totaal van de perskracht verwaarloosbaar klein is.
- de optredende rekken uniform verdeeld zijn.

GEVRAAGD: Verlangd wordt een globale, doch verantwoorde schatting van de vereiste maximale perskracht.

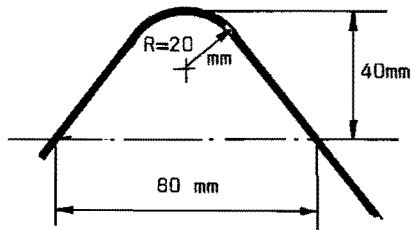


Fig. 2 Detail van de productgeometrie.

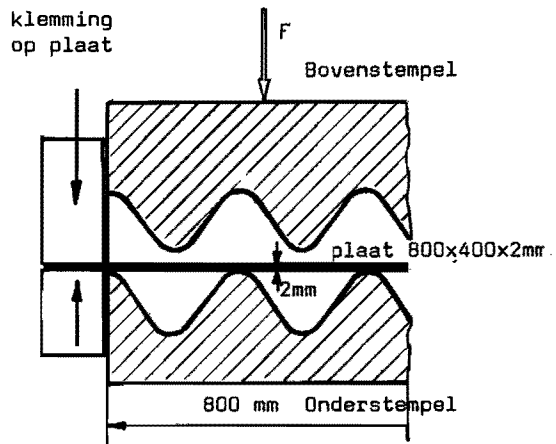


Fig. 1 Principe van het proces.

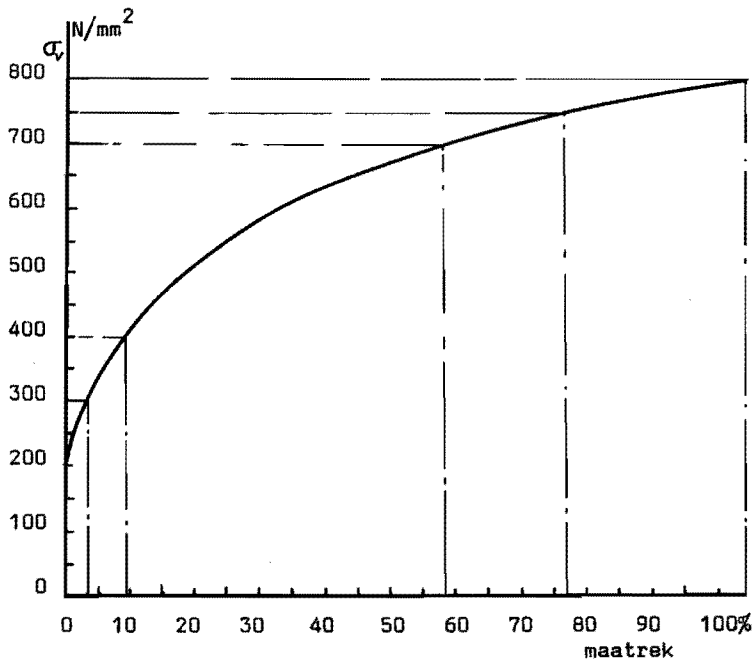


Fig. 3 De ware trekkromme.



### OPGAVE 3

Tijdens het dieptrekken neemt de dikte van de flens toe tengevolge van de tangentiële stuiking. Om al te grote normaaldrukken in de inloop van de trekspleet te voorkomen - en daarmee beschadiging van de kostbare gereedschappen - moet ook de trekspleet groter zijn dan de oorspronkelijke plaatdikte. Vooral bij materialen met hoge C-waarden en "vreetneiging" (Cr-Ni-staal) kiest men de trekspleet gelijk aan de grootste materiaaldikte, die vrij moet passeren. Bij zachte materialen geeft men de voorkeur aan een 0.1  $s_0$  kleinere waarde, omdat de opgewekte wrijvingsspanningen dan het produkt mooi "strak" trekken.  $s_0$  = de oorspronkelijke plaatdikte.

GEVRAAGD:

- Welk verband bestaat er tussen de minimale trekspleet voor vrije inloop, de trekverhouding en de oorspronkelijke plaatdikte?  
De in het algemeen zeer geringe plooihouderdruk mag worden verwaarloosd (ronde blank en rond produkt).
- Welke invloed heeft de anisotropiefactor R op de trekspleetafmeting?
- Bereken de praktische trekspleet voor 2 mm dik (technisch zuiver) aluminium bij een trekverhouding = 2 = (blankdiam./produktdiameter) als verondersteld wordt dat het materiaal isotroop is.

### OPGAVE 4

In een laboratorium beschikt men over een pers, waarvan de stempelsnelheid - d.m.v. schabloon besturing - willekeurig gevarieerd kan worden gedurende de persbeweging. Men wil de invloed van de DEFORMATIESNELHEID op het materiaalgedrag (bijv. koolstofarm staal en alle staalsoorten bij smeedtemperatuur) onderzoeken doormiddel van stuikproeven, waarbij de smearing van de drukplaten zodanig goed is dat het proefobjekt gedurende het stuiken cirkelcilindrisch blijft, zodat het materiaal voortdurend homogeen vervormt onder lijnspanning.

GEVRAAGD:

- Aan welke eis moet de stempelbeweging voldoen om een konstante deformatiesnelheid te realiseren?
- Voor een hydraulische pers ligt de max. stotersnelheid in de orde van 200 mm/s.  
Bereken voor een cilindertje met hoogte  $h_0 = 50$  mm de DEFORMATIESNELHEID bij het begin en op het moment dat  $h = h_0/2$  is bereikt bij KONSTANTE STOTERSNELHEID.  
Geef Uw antwoord in de vorm van de verhouding:  
deformatiesnelheid $_{h=h_0}$  : deformatiesnelheid $_{h=h_0/2}$

### OPGAVE 5

Een relatief dunne en voorgeboorde plaat (boordiameter  $d = 3$  mm) wordt doormiddel van een drevel (cilindrische stift met een kegelvormige spits) met een diameter  $D = 8$  mm doorgezet.

- Bereken in eerste benadering de hoogte van de verkregen kraagvormige rand boven het plaatoppervlak, als hiertoe de wrijving mag worden verwaarloosd en scheurvorming niet optreedt.
- Geef een verantwoorde schatting van de hoogstbereikbare kraag, indien scheuren nog juist vermeden wordt).
- Wat zijn volgens U belangrijke praktische oorzaken waarom de voorspelling uit b) toch te hoog kan zijn?
- Geef een kwalitatieve verklaring van het verschijnsel dat voor materialen, die een relatief sterke invloed van de DEFORMATIESNELHEID ( $\frac{1}{2}$ ) op de hoogte van de vloekromme vertonen, de uitkomst uit b) de praktisch bereikbare kraaghoogte onderschat. (zoals bijv. koolstofarm staal)

\* OPGAVE 6

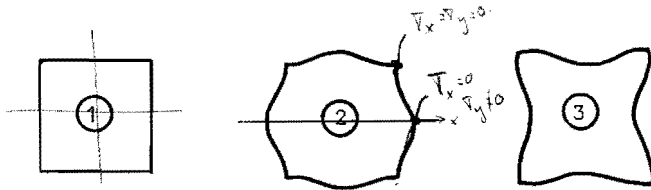
Tijdens het uitvoeren van een trekproef kan men waarnemen dat de beide dwarskontrakties aan elkaar gelijk zijn. Vooral in het geval van een ronde trekstaaf valt geen enkele reden te bedenken (behalve anisotropie) waarom dit niet zo zou zijn.

- Toon aan, dat de waarneming in overeenstemming is met het steeds door ons gehanteerde deformatiemodel voor een stoffelijk punt.
- Onderzoek de fysische achtergrond van het verschijnsel en toon het bijzondere karakter van de trekproef in energetisch opzicht aan.

\* \* OPGAVE 7

Een warmgesmeed kubusvormig halfprodukt wordt in de volgende productiefase koud gestuikt tot de eindhoogte gelijk is aan ongeveer de helft van de oorspronkelijke hoogte.

- Met welke schets zal het bovenaanzicht (gezien in stuikrichting) na het stuiken korresponderen indien ideale smering wordt gerealiseerd?



- Welke schets is van toepassing indien niet of slecht wordt gesmeerd?
- Licht Uw antwoorden duidelijk maar beknopt toe.

\* OPGAVE 8

Een gegloeide staalplaat wordt in lengterichting koud gewalst en 15% in dikte gereduceerd.

Verder is gegeven dat: breedte  $B \gg$  dikte  $s$ ;  $C = 800 \text{ N/mm}^2$ ;  $n = 0,25$ ;  $\bar{\epsilon}_0 = 0$ .

- Welke waarde van de vloeispanning  $\sigma_v$  verwacht U te vinden uit een trekproef op het gewalste materiaal?
- Indien U een hogere waarde uit de trekproef zou vinden dan de berekende, hoe verklaart U die?

\* OPGAVE 9

Met behulp van drevel en matrijsring wil men in roestvrij stalen plaat een kraag trekken.

Gegeven is:  $C = 1200 \text{ N/mm}^2$ ;  $n = 0,5$ ; dikte  $s_0 = 1 \text{ mm}$ ; de gemiddelde kraagdikte  $D = 40 \text{ mm}$ .

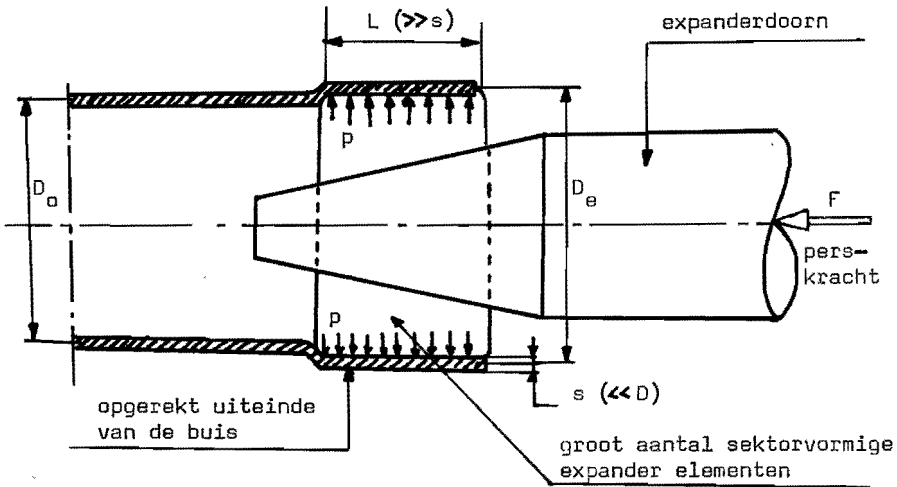
- Wat is de hoogste haalbare kraag indien men defekten ( insnoering, scheur ) bij voorbaat wil vermijden?
- Hoe groot moet het voor te boren gat in dat geval worden gekozen?

\* OPGAVE 10

Een konstrukteur moet voor het ontwerp van een zogenaamde "EXPANDER" ( dit is een machine waarmee buizen van grote diameter en relatief geringe wanddikte aan het uiteinde worden opgerekt volgens de principeschets) de benodigde expansiedruk  $p$  op de binnenwand van de buis kennen.

In zijn instructieblad wordt als formule voor de berekening van de druk  $p$  opgegeven:

$$p = \frac{2 \cdot s}{D_e} \cdot \sigma_v \cdot f_c$$



waarin de wanddikte  $s$ , de gemiddelde einddiameter  $D_e$  en de vloeispanning ( uit de trekproef )  $\sigma_v$  betrekking hebben op  $D_e$  de eindtoestand. Uit ervaring weet men, dat men altijd " goed zit " als men de waarde van de korrektiefaktor  $f_c \approx 1,154$  neemt.

GEVRAAGD:

Verklaar deze waarde door uit te gaan van de juiste spanningstoestand in de buis voor het extreme geval dat wrijving axiale kontraktie volledig verhindert ( de wrijving in omtreksrichting mag verwaarloosd worden evenals de invloed van de overgangszone naar de ongedeformeerde pijp ).

#### OPGAVE 11

Van een lange voorbewerkte aluminium pijp wil men het dikkere uiteinde ( Fig.1 ) door koudreduktie ( Fig.2 ) naar binnen brengen zodat een eindprodukt volgens Fig.3 wordt verkregen.

Men wil knellen van de buiswand tussen doorn en matrijs vermijden om overmatige gereedschapsbelasting en daarmee matrijsbreuk en "vreten" tegen te gaan.

Men dient dus rekening te houden met toename van de wanddikte.

GEVRAAGD:

- Toon aan dat  $( D_e - d_e ) > ( D_o - d_o )$  indien men door goede smearing en kleine hellingshoek van de  $D_o$  reduceermatrijs de axiale spanning in het produkt verwaarloosbaar klein veronderstelt.
- Bereken de ideale doorndiameter  $d_e$  indien  $D_o = 100$  mm,  $d_o = 90$  mm,  $D_e = 94$  mm, in eerste benadering  $e$  en zodanig dat klemmen worden voorkomen maar de ondersteunende functie van de doorn tegen bijv. knik behouden blijft.
- Bereken de bijbehorende minimale hoogte  $H_e$  van het verjongde doornuiteinde zodat het produkt geheel ondersteund blijft. (  $H_o = 80$  mm )

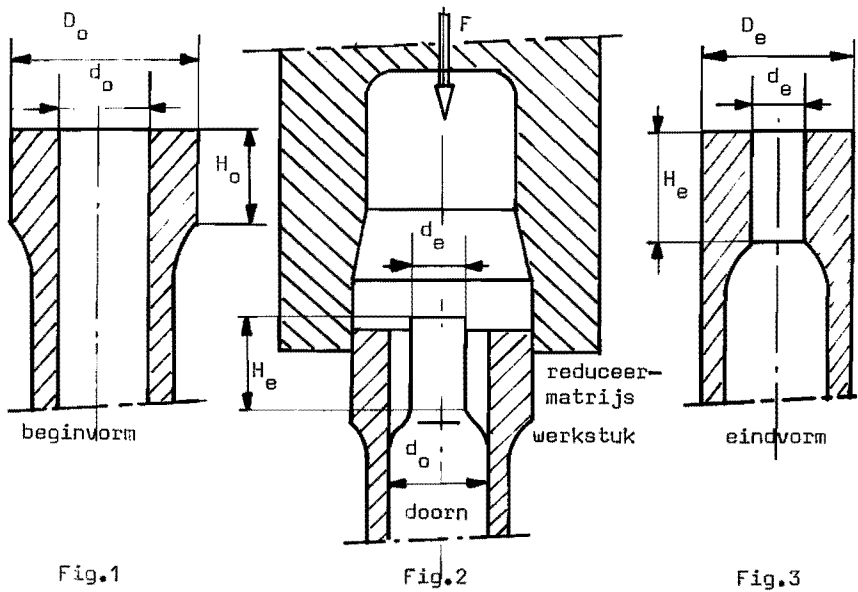


Fig.1

Fig.2

Fig.3

\* OPGAVE 12

In de eerste fase van een boutenfabrikage wordt een (ronde)kop aan een staaf koud aangestuikt ( Fig.1 ). Bij wijze van eerste benadering kan worden aangenomen, dat de vervorming onder een eenzijdige druk ( lijnspanningstoestand ) tot stand komt, en de kop ( dus ) steeds een cilindrische vorm heeft. Verder is gegeven :

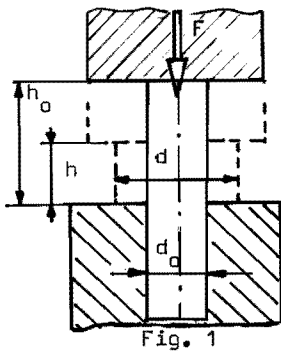


Fig. 1

Uitgangsdiameter staaf  $d_o = 10,0 \text{ mm}$   
 De gewenste kophoogte  $h_o = 10,0 \text{ mm}$   
 Materiaalgegevens  $C = 700 \text{ N/mm}^2$   
 $n = 0,2$   
 $\bar{\epsilon}_o = 0$

GEVRAAGD:

Maak een eerste - maar verantwoorde - schatting van de benodigde ( grootste ) perskracht  $F$ , indien de diameter  $d$  van de kop twee maal zo groot moet worden als die van het uitgangsmateriaal.

\* OPGAVE 13

Uit 1 mm dik plaatmateriaal wil men bekens ( diameter  $d = 100 \text{ mm}$  en  $h = 60 \text{ mm}$  ) dieptrekken.

- Bereken de trekverhouding  $\beta_o$  indien de gemiddelde diktere over het produkt bij goede benadering  $\beta_o$  gelijk aan nul mag worden gesteld.
- Bereken de trekspleetbreedte  $z$ , indien men deze ( ten behoeve van licht nastrekken van de wand ) 10% kleiner dan de theoretische waarde voor vrije doorgang wenst te nemen.

#### OPGAVE 14

Een koperdraad (  $d_0 = 2 \text{ mm}$  ;  $C = 400 \text{ N/mm}^2$  ;  $n = 0,33$  ) moet 40 % in diameter worden gereduceerd.

Op grond van ervaring wil men deze reductie in twee stappen realiseren. Gemakshalve kan van uniforme deformatieverdeling en rechte deformatieweg worden uitgegaan.

GEVRAAGD:

- Hoe groot moet de boring van de eerste treksteen zijn indien men de effectieve deformatie gelijk over beide rekken wil verdelen ?
- Hoe groot moet men de boring van de eerste treksteen maken als men de totale specifieke deformatiearbeid in de beide rekken gelijk wil maken ?

#### \* OPGAVE 15

Een ringvormig plaatje ( uitwendige diameter  $d_{uo} = 50 \text{ mm}$  , inwendige diameter  $d_{io} = 10 \text{ mm}$  , dikte  $s_0 = 2 \text{ mm}$  ) moet met een kegelvormig stempel worden doorgedrukt en tangentiëel gerekt tot een afgeknotte kegel. Men wil, in verband met het feit, dat het produkt later wisselend belast zal worden met zekerheid insnoering vermijden.

GEVRAAGD:

- Waar zal een eventuele insnoering beginnen en waarom?
- Welk instabiliteitskriterium is in de gegeven situatie het veiligst?
- Bereken tot welke diameter het centrale gat mag worden opgerekt als  $n = 0,28$  ?
- Hoe groot is de wanddikte op de rand van het centrale gat als dit de bovenberekende diameter heeft bereikt ?

#### \* OPGAVE 16

Gegeven is een trekstaaf van gegloeid materiaal. De proefstaaf wordt getrokken tot insnoering plaats vindt. ( Fig.1 ) De insnoering is in het midden van de staaf. Vervolgens wordt de staaf voorzichtig afgedraaid en afgewerkt op een diameter  $d$  . Op deze laatste staaf wordt weer een trekproef uitgevoerd.

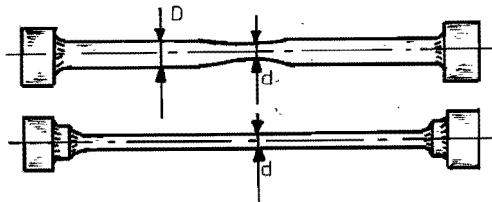


Fig. 1

GEVRAAGD:

Wat kunt U zeggen over de plaats waar nu de insnoering zal optreden ? De eventuele invloed van de inspankoppelen wordt hierbij buiten beschouwing gelaten. Motiveer Uw antwoord.

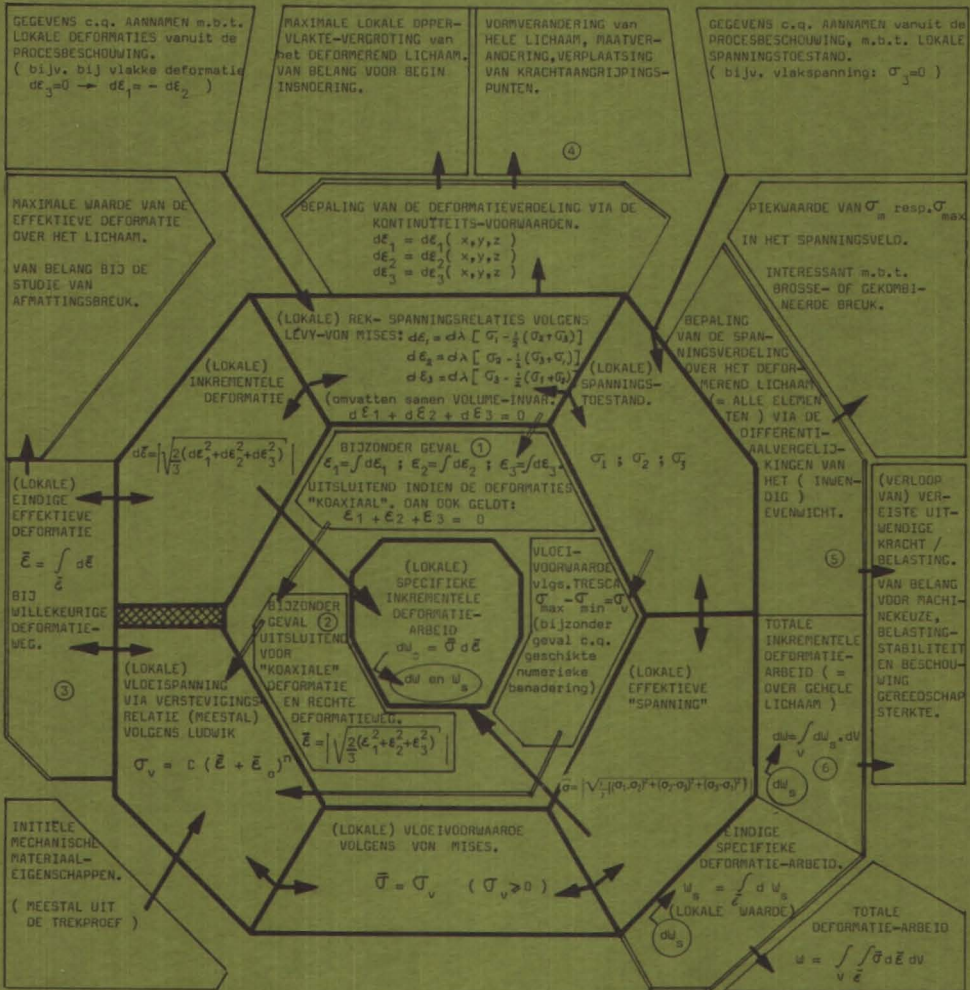
#### OPGAVE 17

Bij het analytisch oplossen van vervormingsproblemen werkt men bij voorkeur met de vloeivoorwaarde volgens von MISES ( ook wel naar Maxwell genoemd ). Vaak ziet men zich echter genoodzaakt naar het minder nauwkeurige TRESCA-kriterium te grijpen om rekenmoeilijkheden te vermijden.

GEVRAAGD:

Onderzoek hoe groot de grootste en de gemiddelde afwijking van TRESCA ten opzichte van von MISES is voor alle vlakke spanningstoestanden in het gebied  $0 \leq i \leq 1$  waarbij  $i = \sigma_2 / \sigma_1$  en  $\sigma_1$  steeds de grootste hoofdspanning genoemd wordt.

OVERZICHT VAN GRONDBEGRIPPEN EN DE SAMENHANG ERTUSSEN.



- OPMERKINGEN: - BINNEN de dik-omlijnde gesloten achtkanten: "PUNTMECHANIKA" (alleen in HOOFDRICHTINGEN) en de "REKENWEGEN" die gevolgd kunnen worden.
- Inkrementele hoofdrekken in dezelfde richting als de hoofdspanningen.
  - Indien hoofdspanningen NIET roteren t.o.v. het materiaal hebben opeenvolgende inkrementale hoofdrekken betrekking op dezelfde materiele richting en spreken we van "KOAXIALE" DEFORMATIE. Strikt genomen hebben EINDIGE hoofdrekken alleen dan betekenis.
  - Aanduidingen BUITEN de dik-omlijnde gesloten achtkanten zijn slechts bedoeld als globale verwijzing naar relaties tussen PUNT-ANALYSE en het OMVORMPROCES in kwestie.

- TOELICHTING: ① Technisch belangrijk als benadering voor globale eenvoudige berekeningen.
- ② Wordt veel gebruikt in technische valiliteratuur, vaak ten onrechte.
  - ③ Deze integratie vormt eigenlijk het sluitstuk van de kring, omdat hiermee de nieuwe waarde van de vloeik-constante ( voor de volgende inkrementale stap) wordt verkregen. Dit blijkt vooral duidelijk bij numerieke procedures.
  - ④ Integrezen over lengten / maten.
  - ⑤ Integrezen over oppervlakken ( c.q. doorsneden).
  - ⑥ Krachtbepaling via de ENERGIE-WET:  $F \cdot d_s = dw + dw_u$  ( $dw_u =$  inkrementale wrijvingsarbeid).