

# Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren. Deel 6. Constructies berustend op elastische deformatie. Deel 3.

**Citation for published version (APA):**

Koster, M. P., Rosielle, P. C. J. N., & Reker, E. A. G. (1992). Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren. Deel 6. Constructies berustend op elastische deformatie. Deel 3. *Mikroniek*, 32(3), 68-72.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1992

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

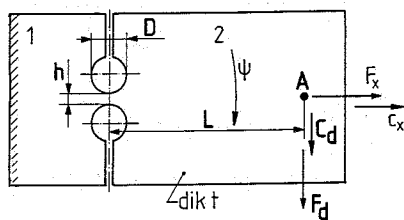
Constructies berustend op elastische deformatie

# Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (6)

M.P. Koster, P.C.J.N. Rosielle en E.A.G. Reker

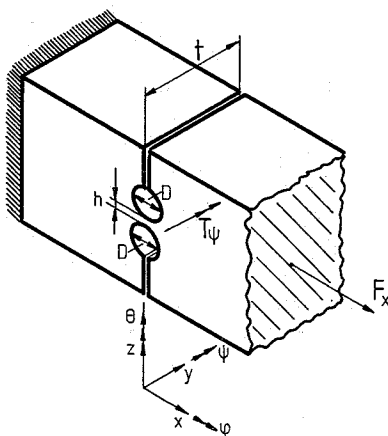
## Gatscharnieren

In aflevering 4 in deze serie (Mikroniek 32(1992)1) is reeds ter sprake gekomen het toepassen van bladveren bij relatief kleine hoekverdraaiingen waarbij de langsrichting van de bladveer samenvalt met de belastingsrichting door het scharnier. Het doel van zo'n scharnier is in het algemeen het scheppen van een extra graad van vrijheid, respectievelijk het opheffen van een overbepaaldheid.



Figuur 49.

Een scharnier dat deze functie ook kan vervullen ontstaat door het boren van twee gaten (D), zie figuur 49, naast elkaar in plaat of massief materiaal (dikte t), met een tussenruimte, de damhoogte (h). Het aanbrengen van zaagsneden maakt dat het deel 2 rotatieslap aan het deel 1 verbonden is.



Figuur 50a.

## Dimensionering

Ten gerieve van dimensioneren en optimaliseren is, als resultaat van eindige-elementen-berekeningen, de dimensieloze grafiek van figuur 50a-b samengesteld.

Als functie van h/D treft men aan:

- de genormeerde trekstijfheid:  $c_x/(E.t)$ ;
- de genormeerde afschuifstijfheid:  $c_z/(E.t)$ ;
- de genormeerde rotatiestijfheid:  $12k_\psi/(E.t.h^2)$ ; (de rotatiestijfheid is gedefinieerd als  $k_\psi = dM_\psi/d\psi$ );
- de rotatie  $\psi$ , genormeerd naar de buigspanning  $\sigma_\psi$  tengevolge daarvan, reciproke terwille van de afleesbaarheid bij kleine h/D:  $\sigma_\psi/(\psi E)$ ;

Uit de trekstijfheid ( $c_x$ ) laat zich snel berekenen de buigstijfheid uit het vlak van de plaat:  $k_\theta = c_x t^2/12$ .

Uit de afschuifstijfheid ( $c_z$ ) kan snel worden berekend de torsiestijfheid van het scharnier:  $k_\phi = c_z \rho^2/12$ .

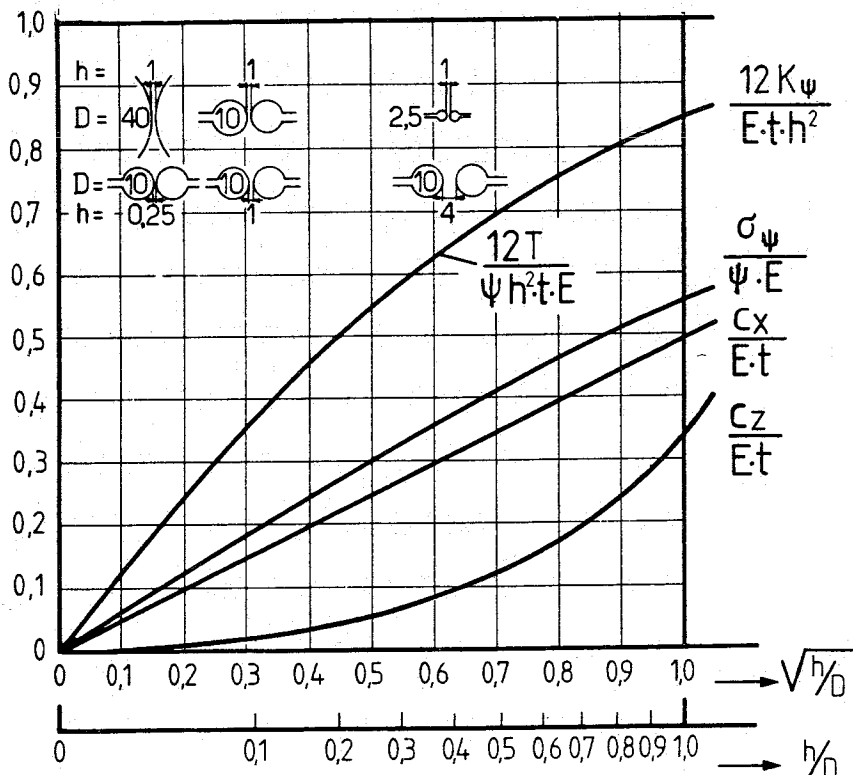
De spanningen die optreden bij vervormingen in de  $\theta$ -, respectievelijk  $\phi$ -richting ontstaan bij belastingen uit het plaatvlak. Het zijn meestal onbedoelde belastingen, optredend bij transport en bij montage en zijn bij de dimensionering niet voorzien. Het is dan ook meestal nodig de plaatdelen ten opzichte van elkaar te beschermen tegen te grote uitwijkingen uit het plaatvlak.

## Equivalente trekstijfheid

In het voor gatscharnieren relevante gebied geldt in goede benadering, volgens de karakteristiek voor  $c_x/(E.t)$  in figuur 50b, dat een dam op trek net zo stijf is als een rechthoekig balkje met een doorsnede h.t en een lengte  $l_x \approx 2\sqrt{D.h}$ .

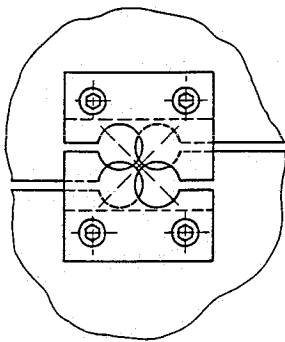
## Equivalente buigstijfheid

Voor buigstijfheid geldt in het relevante gebied, volgens de karakteristiek voor het kental  $12k_\psi/(E.t.h^2)$ , dat een dam op buiging net zo stijf is als een rechthoekig balkje met een doorsnede  $\eta.t$  en een lengte  $l_\psi \approx 0,9\sqrt{D.h}$ .



Figuur 50b.

## Constructies berustend op elastische deformatie



Figuur 51.

voering van een kruisveerscharnier. Een nadere beschouwing leert dat deze asymmetrische uitvoering ten aanzien van de stijfheid in het  $x$ - $z$ -vlak van figuur 52 in het nadeel is ten opzichte van de symmetrische uitvoering van figuur 53.

**Equivalente afschuifstijfheid**

Voor de afschuifstijfheid in de ( $z$ -richting) geldt, in het relevante gebied, volgens de karakteristiek van het kental  $c_z/(E.t)$  dat een dam op  $z$ -afschuiving net zo stijf is als een rechthoekig balkje met een doorsnede  $h.t$  en een lengte  $l_z \approx 1,2\sqrt{D.h}$ .

**Overschrijden van de vloeigrens**

Voor het instellen, nastellen en uitrichten mag men eventueel tot in het plastisch gebied gaan, waardoor het bereik van het gatscharnier sterk wordt vergroot.

Als men de constructie zou laten functioneren in de meest gedeformeerde toestand, waarbij het materiaal op kritische plaatsen op vloeien staat, dan zou al bij de geringste uitwendige belasting vloeit optreden. Men kan in zo'n geval het best eerst de elastische terugvering meten (door de constructie te verstellen tot in het vloeigebied en dan te laten terugveren) en vervolgens de constructie in het plastische gebied instellen tot circa het gemeten bedrag voorbij de gewenste positie.

Regelt men dan terug op de juiste waarde dan zijn in die stand in het algemeen de spanningen het laagst en is de externe belastbaarheid het grootst.

**Oriëntatie van een gatscharnier**

De afschuifstijfheid ( $c_z$ ) wordt bepaald door twee soorten vervorming, namelijk de echte afschuifstijfheid en de buiging van de dam (vanuit de  $z$ -richting gezien in een S-vorm). Bij relatief grote verhoudingen van  $h/D$  overheerst de echte afschuifstijfheid  $c_z$ ; die wordt dan in de orde van grootte van de trekstijfheid ( $c_x$ ). Bij kleine  $h/D$ , het voor de toepassing interessante gebied, overheerst de buiging van de dan relatief dunne dam. Het is dus belangrijk om de langsrichting van de dam te oriënteren in de werklijn van de belasting door het scharnier, zodat deze belasting als een trekbelasting door het scharnier wordt opgenomen.

Soms is de krachtrichting niet gedefinieerd of wordt stijfheid in een andere richting gevraagd, dan waarin de kracht werkt. In een dergelijk geval kan de toepassing van een kruisveerscharnier een oplossing zijn. Een uitvoering hiervan is het kruisveergatscharnier volgens figuur 51.

**Kruisveerscharnieren****Asymmetrie**

In figuur 52 is afgebeeld een, op het eerste gezicht, voor de hand liggende uit-

**Excentrische belasting**

Op het blok 2 in figuur 52 werkt een kracht  $F$ , in het middenvlak ( $y,z$ ) van het scharnier, zoals in figuur 54 is aangegeven. De belastende trekkrachten  $F_x$  en  $F_z$  hebben hun werklijn niet door de middens van de respectievelijke bladveren, doch evenwijdig daarmee op een afstand  $a > h/2$  ( $h$  is de breedte van een bladveer). In figuur 55 is één bladveer nog eens getekend.

Figuur 56 laat zien in welke mate het uit het midden belasten ( $a$ ) van een trekstaaf de stijfheid reduceert.

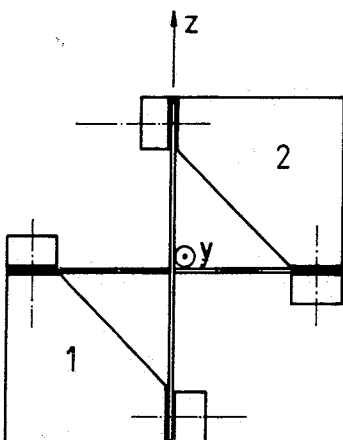
De symmetrische uitvoering van figuur 53 verbetert de stijfheid in het  $x$ - $z$ -vlak zonder meer met een factor vier en hij voorkomt hoekverdraaiingen  $\varphi$  en  $\theta$  (figuur 54) onder invloed van de belasting ( $F$ ) op het blok 2 (figuur 52).

**Opmerking**

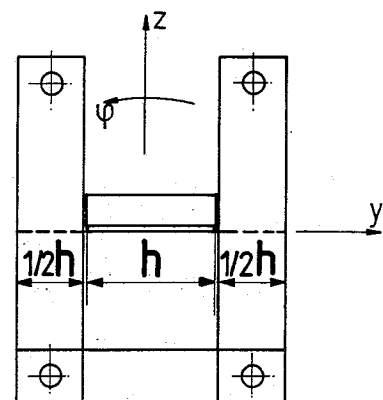
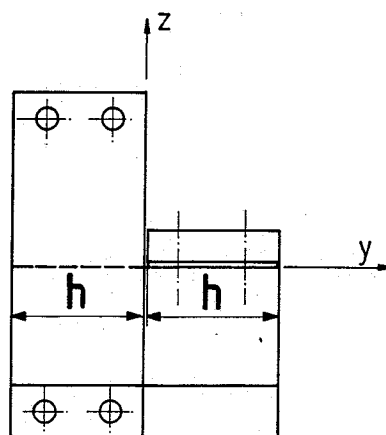
Men realiseert zich dat constructies uit "enkele" op elkaar geschroefde of gelaste strippen (zonder rechtbuigend moment) principieel werken met krachtleiding bij  $a/h = 1/2$  en dus vier maal zo slap zijn als "kops" of symmetrisch aan weerszijden doorverbonden strippen. Constructies die stijf moeten zijn moet men dus bij voorkeur symmetrisch uitvoeren.

**Overbepaaldheid**

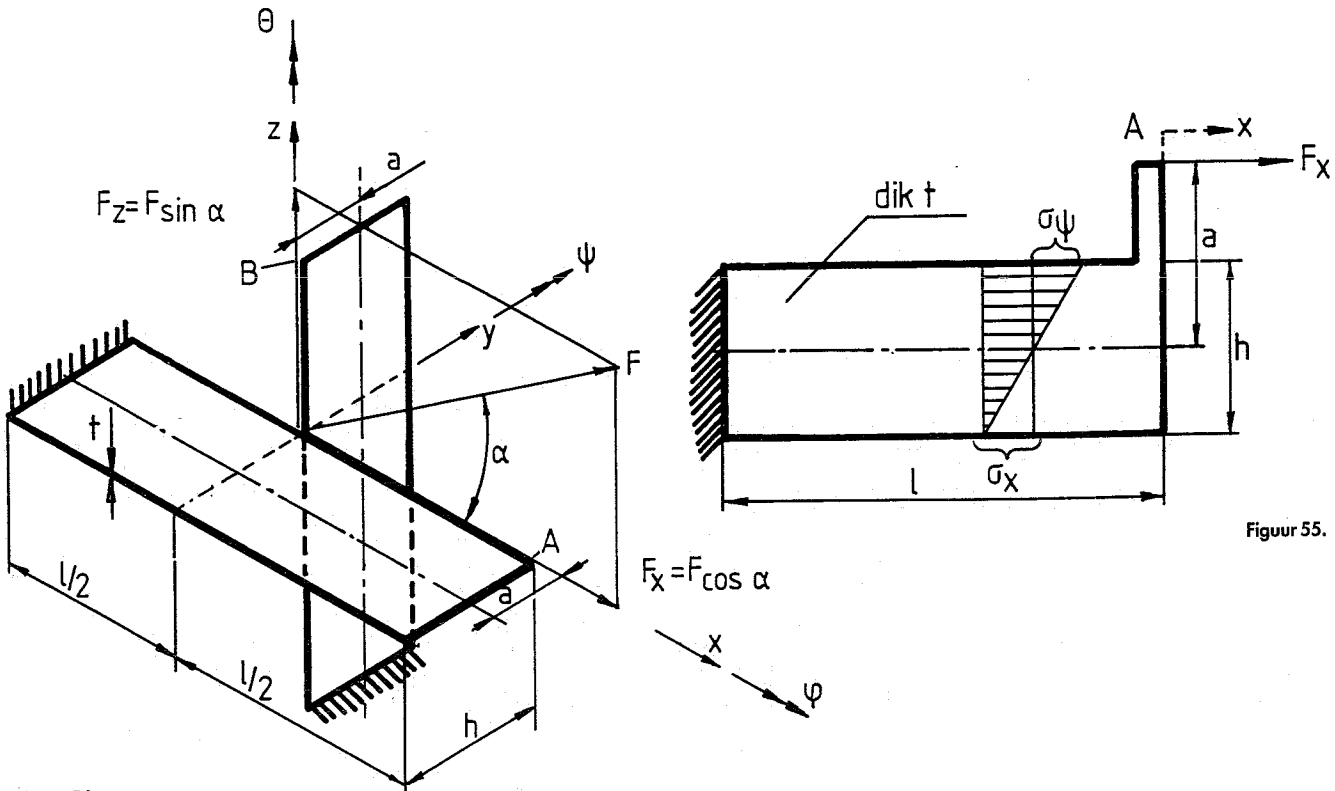
Bij de introductie van het symmetrische kruisveerscharnier volgens figuur 53 doemt onmiddellijk een nieuwe pro-



Figuur 52.



Figuur 53.



Figuur 54.

Figuur 55.

bleem op, namelijk dat de beide veren ( $l/2h$ ) ieder de coördinaten  $z$ ,  $y$  en  $\varphi$  voorschrijven. De drie bladveren van deze figuur schrijven dus 9 coördinaten voor. Het blok 2 heeft 6 graden van vrijheid, één is er vrij, er is dus sprake van een  $9-5=4$ -voudige overbepaaldheid. Als de blokken, waar de bladveren op ingeklemd zijn, zeer stijf en de veren zorgvuldig vlak gemonteerd zijn, dan valt daarmee te werken, zeker als men besluit de neutrale stand van het kruisveerscharnier buiten het werkgebied te houden.

Figuur 57 geeft een fraaie uitvoering van het kruisveerscharnier, waarbij goed aan de bovengenoemde montagevoorwaarden valt te voldoen.

Wil men de overbepaaldheid vermijden die men introduceert met bladveren in het kruisveerscharnier, dan is een constructie met draadveren een oplossing.

### Inklemming van bladveren en bandmateriaal

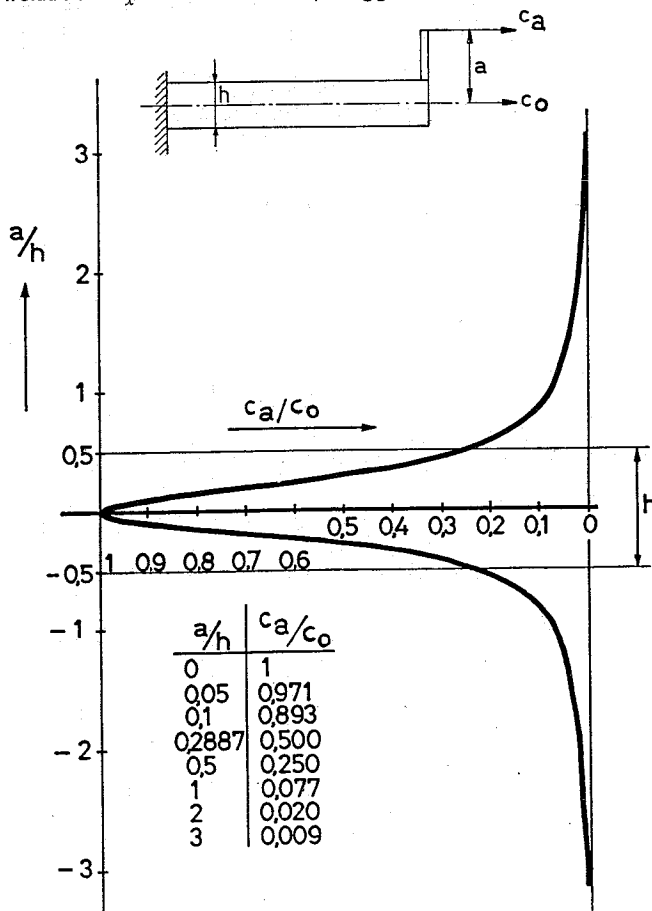
Wanneer de trekkraft op een ingeklemde staalband onder een hoek staat met de inklemming dan bestaat het risico dat de band bij de inklemming wordt omgebogen en overbelast.

Dan kan het nuttig zijn om de inklemming met cirkelbogen met straal  $R$  "af te ronden", zie figuur 58a. Voorwaarde is dan:  $R \geq tE/(2\sigma - \sigma_t)$ , waarin  $\sigma$  de toelaatbare spanning is.

Niet altijd is dit afronden nodig, want bij voldoende lage trekkraft  $F_x$  en kleine

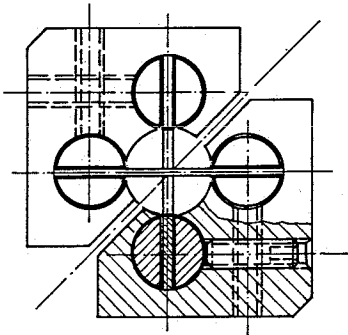
hoek  $\varphi$  blijft de kromming beperkt tot acceptabele waarden, zie figuur 58b. In deze figuur wordt de band door de trekkraft  $F_x$  onder een hoek  $\varphi$  wegge-

troken. Van de nu volgende formules die dienen om de bandbelasting te kunnen berekenen, wordt de afleiding niet gegeven.

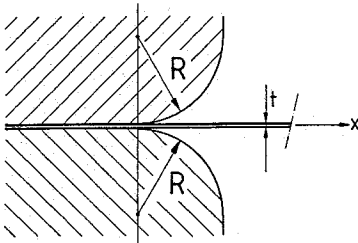
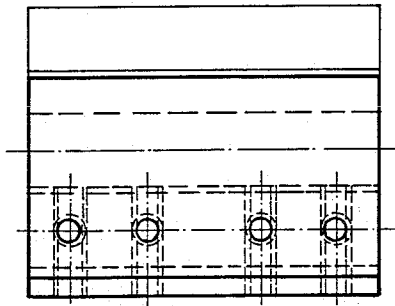


Figuur 56. Stijfheidsreductie bij trekbelasting buiten de zwaartelijn (C.D. van Dijk).

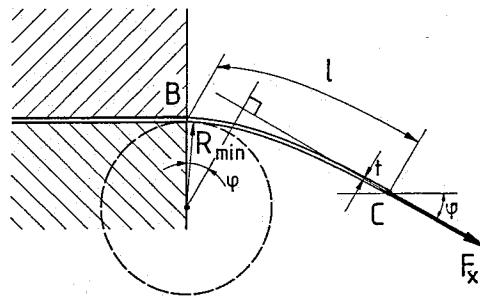
Constructies berustend op elastische deformatie



Figuur 57



Figuur 58a

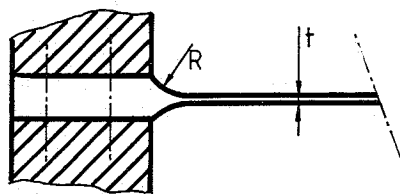


Figuur 58b

$\varphi = \sqrt{EI/(F_x R^2)}$ ,  
 en de straktrekstijfheid in punt C – dat is de stijfheid die in de bocht met de lengte  $l$  aanwezig is – bedraagt:  
 $c_B = 8R^2 \cdot F_x^{5/2} \cdot (EI)^{-3/2}$   
 mits  $l > (0,6 \text{ à } 1)R$  is.  
 In dit geval kunnen we de maximale buigspanning en de straktrekstijfheid uitdrukken in de banddoorsnede  $b.t$ , de trekkracht  $F_x$  en de hoek  $\varphi$ :  
 $R_{min} = \sqrt{EI/(F_x \varphi^2)}$  waaruit volgt voor de buigspanning:  
 $\sigma_{bmax} = \varphi \sqrt{3EF_x/(b.t)} = \varphi \sqrt{\sigma_r E}$ ,  
 waarin  $\sigma_r$  de trekspanning is, en voor de straktrekstijfheid:  
 $c_B = 18 \sqrt{F_x^3/(b.t^3 \cdot E)/\varphi^2}$ .

**Microslip in de inklemming**

Na het nemen van de constructieve maatregel volgens figuur 58a en figuur 58b is het elastisch element beschermd tegen een te scherpe kromming. Toch houden we nog een inklemprobleem over – zelfs als de trekkracht  $F_x$  van figuur 58b zou werken in de inklemvlakken – namelijk dat van microslip. De trek- en buigspanning in de uiterste vezels van het ingeklemde materiaal ter plaatse B van figuur 58b zijn veel hoger dan de trekspanning in het aangrenzende inklemmateriaal – verder naar binnentoe neemt het verschil af. De rek in het ingeklemde materiaal is derhalve veel groter dan in het inklemmateriaal. Het rekverschil langs de inklemvlakken veroorzaakt



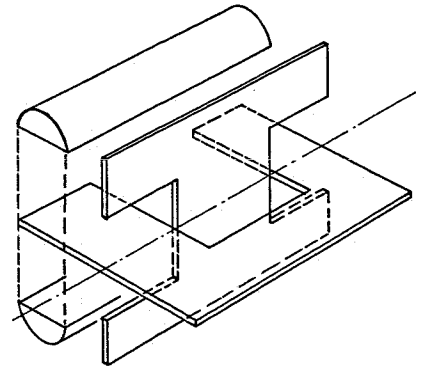
Figuur 59

relatieve verplaatsingen, microslip met een zekere hysteresis als gevolg.

De relatief dure constructie van figuur 59, te beschouwen als afgeleid uit de gatscharnieren, is een antwoord op het probleem van de microslip. De rek in de inklemming wordt hier verkleind door een grotere materiaaldikte. Bij de sterkteberekening dient men rekening te houden met de kerfwerking.

**Oplegging van schroefveren**

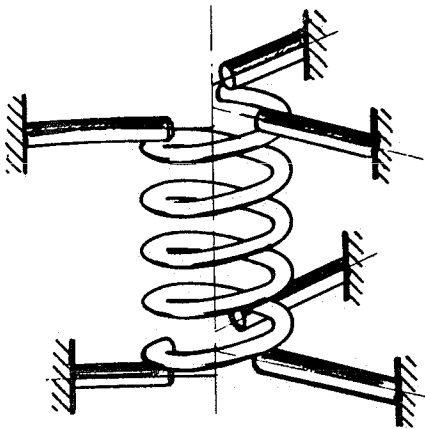
De overgang van (nagenoeg) niet vervormende omgeving naar het sterk vervormende elastische element dient men met de nodige zorg te omgeven. Figuur 60 geeft een veel voorkomende oplegging van een schroefveer. Het vlak opleggen van het vlakgeslepen einde van de veer is een hoogst ongelukkige constructie. Slechts bij één waarde van de axiale belasting is de veer correct centrisc belast. Bij hogere belasting is



Figuur 60

het wringend moment ongelijkmatig over de draadlengte verdeeld, waardoor de veer zijdelings uitbuigt met wrijving (dus hysteresis) in de oplegging. Voorts kan de braam van het slijpen in een constructie als deze aanleiding geven tot vreten en tenslotte kan de veer alleen als drukveer gebruikt worden.

Voor een goede veeroplegging geldt als voornaamste eis dat hij het principe van de schroefveer niet ondermijnt. Dat principe is als volgt te omschrijven: bij belasting volgens de schroefas verplaatsen vlakke doorsneden van de draad zich zonder rotatie om de hartlijn van de draad in de richting van de kracht, over een weg die evenredig is met de grootte van de kracht (en met de ontwikkelde draadlengte tussen de beschouwde doorsnede en een als nulniveau gekozen doorsnede). De spoedhoek van de draad verandert daardoor van de oorspronkelijke waarde  $\alpha_0$  naar een waarde  $\alpha$  onder belasting. Elke draaddoorsnede kantelt daarbij over



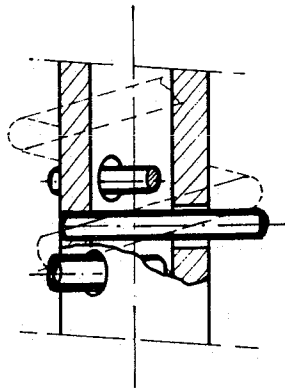
Figuur 61a

een hoek ( $\alpha_0 - \alpha$ ) om een (middel-)lijn loodrecht op de as van de schroefveer.

Wordt de veer uitsluitend op trek of uitsluitend op druk belast dan is een oplegging op drie punten onder  $120^\circ$  (bijvoorbeeld drie radiale staafjes) aan te bevelen, waarbij de stijfheid van elk oplegpunt (in casu de lengte van de staafjes) zodanig wordt gekozen, dat bij elke axiale belasting van de veer steeds elk oplegpunt éénderde van de belasting opneemt; zie de figuren 61 a en 61 b.

Vanaf het laatste oplegpunt is de veer dan op de juiste wijze belast. Als drukveer knikken deze veren ook bij grotere belasting niet uit, wanneer hun ontspannen lengte kleiner is dan  $8 \text{ à } 10R$ . Drukveren waarbij de ontspannen lengte kleiner is dan  $4 \text{ à } 5R$ , zullen zelfs als ze scharnierend zijn opgelegd, niet uitknikken.

Dan kan men dus volstaan met goedkope veerschotels onder de niet-afgewerkte veereinden – bijvoorbeeld drie-armige schotels die in het oplegvlak centraal on-



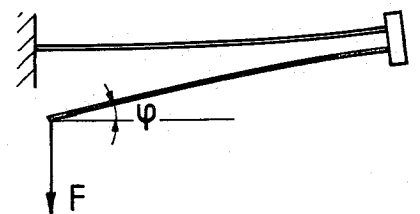
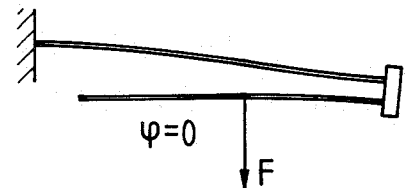
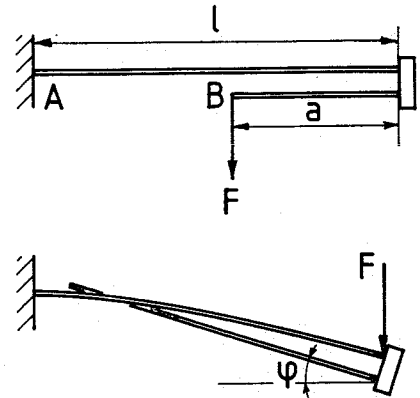
Figuur 61b

dersteund zijn; zie figuur 62.

Wanneer een speciale vormgeving van de veeruiteinden geen bezwaar is, kan een fraaie voor trek en druk geschikte "zuivere inklemming" verkregen worden op de in figuur 63 aangegeven wijze. Hierbij moet men de groottheden  $a/R$  en  $r/R$  zodanig kiezen dat bij inklemming in A en belasting volgens de hartlijn in B, het punt B volgens de hartlijn zakt en wel juist zonder hoekverdraaiing.

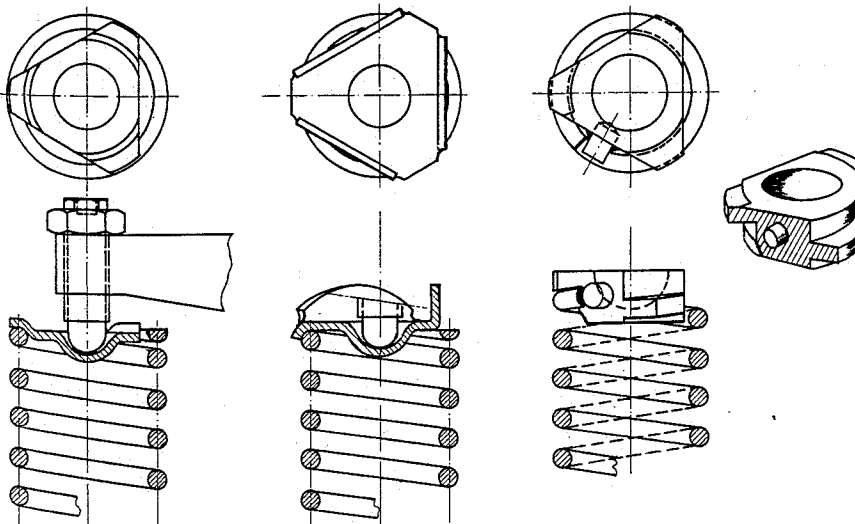
Voor het in figuur 64 gestyleerde geval geldt bijvoorbeeld  $a/l = \sqrt{2} - 1 \approx 0,41$ . De hoekverdraaiing is nul op plaats B ongeacht de grootte van de dwarskracht. Als men de belasting iets verplaatst over de balk, dan verandert de hoek snel, maar de doorbuiging niet. Die heeft (toevallig) juist in dit punt haar minimum.

"Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren" is een selectie uit de verzameling constructieprincipes die op initiatief van Prof. ir. W. v.d. Hoek in 1962 is opgezet en die nog steeds wordt uitgebreid. Onder redactionele leiding van Prof.dr.ir.

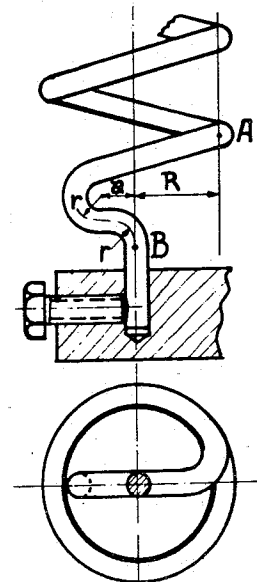


Figuur 64

M.P. Koster (TU-Twente) is door Ir. P.C.J.N. Rosielle en E.A.G. Reker (TU-Eindhoven) speciaal voor de lezers van *Mikroniek* een selectie gemaakt die in 18 afleveringen wordt gepresenteerd. Bijdragen van lezers als kritiek, suggesties of eigen ervaring worden door de auteurs op prijs gesteld.



Figuur 62



Figuur 63