

Plaatbuigen : modellen en analyse : deel 2

Citation for published version (APA):

Hoogenboom, S. M., & Perduijn, A. B. (1990). *Plaatbuigen : modellen en analyse : deel 2*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA0709). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1990

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

BB 44686T

Laboratorium voor Omvormtechnologie
Technische Universiteit Eindhoven

~~PLAATBUIGEN: Modellen en analyse~~
(Deel 2)

WE1

Auteurs: ir. S.M. Hoogenboom
ir. A.B. Perduijn

WPA rapport 0709

maart 1990

Literatuur

- [1] S.M. Hoogenboom Buigen van dikwandige plaat.
Interne publicatie TUE
WPB - rapport 0140
Eindhoven (dec. 1984)
- [2] S.M. Hoogenboom Plaatbuigen: Modellen en analyse
Interne publicatie TUE.
WPA rapport 0639
Eindhoven (sept. 1988)
- [3] S.M. Hoogenboom Analyse Vrijbuigen.
A.C.E.C. Melis Interne publicatie TUE
A.B. Perduijn WPA rapport 0694
Eindhoven (mei 1989)
- [4] idem Analyse strijkbuigen
Interne publicatie TUE
WPA rapport 0767
Eindhoven (aug. 1989)
- [5] idem Analyse U-buigen
Interne publicatie TUE
WPA rapport 0791
Eindhoven (sept. 1989)
- [6] idem Analyse matrixbuigen
Interne publicatie TUE
WPA rapport 0808
Eindhoven (mrt 1990)
- [7] S.M. Hoogenboom Plaatbuigen: modellen
A.B. Perduijn en analyse (dl 3)
Interne publicatie TUE
WPA rapport 0708
Eindhoven (mei 1990)

I Inleiding

Bij de analyse van plaatbuigprocessen vormt het verband tussen het buigend moment (M_B) en de kromtestraal van een plaattelement (ρ) de basis van de berekening.

M.b.t. bij voorgaand onderzoek toegepaste modelleringen ([1] en [2]) zullen in dit onderzoek enige modificaties worden aangebrecht die enerzijds resulteren in een voldoende nauwkeurige beschrijving van het gedrag van een plaat bij buiging en anderzijds i.v.m. rekentijden geschikt zijn voor toepassing in een rekenprogramma.

In hoofdstuk II wordt een berekening van het $M(\rho)$ verband gegeven voor een elastisch-star plastisch materiaal; de modellering die daarbij in eerste instantie wordt toegepast (paragraaf 2.1) impliceert een diskontinuiteit in de spanningen (paragraaf 2.2). Dit laatste kan loegenaamd teniet worden gedaan door continuïteit te eisen van de effectieve deformatie $\bar{\epsilon}$. E.e.a. leidt tot een verbeterde $M(\rho)$ relatie.

In hoofdstuk III worden de resultaten van de beide modellen gegeven en worden conclusies getrokken.

II Modelling en analyse

2.1 Berekening buigend moment (A)

Hierbij zal o.m. gebruik gemaakt worden van resultaten zoals die gevonden zijn in [2].

Er wordt de nu volgende modellering toegepast (zie fig 1):

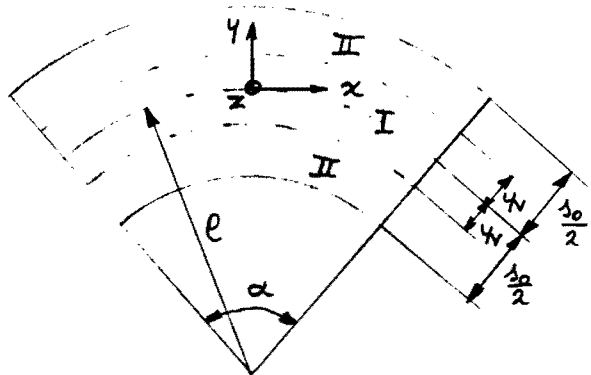


fig 1

- Er is rond het middenslak ($y=0$) een elastisch gebied (I). Buiten dit gebied ($|y| > y_t$) gedraagt het materiaal zich star plastisch (gebieden II)
- $\sigma_y = \epsilon_z = 0$
- plaatdikte blijft constant
- $\bar{\sigma} = C(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n$

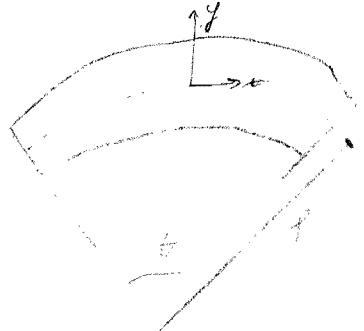
Dit betekent dat in gebied I de relaties van Hooke gelden en in II die van Von Mises.

Gebied I

Er geldt

$$\epsilon_x = \frac{y}{e}$$

$$\begin{aligned}
 l' &= (r-y)\theta \\
 l-l' &= (r-y)\theta - r\theta = -y\theta \\
 \epsilon_x &= \frac{l-l'}{l} = \frac{-y\theta}{r\theta} = -\frac{y}{r} \quad (1)
 \end{aligned}$$



Met Hooke is ($\epsilon_z = \sigma_y = 0$)

$$\sigma_z = \nu \sigma_x \tag{2}$$

en

$$\epsilon_x = \frac{y}{\rho} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_z) = \frac{1}{E} (1 - \nu^2) \sigma_x \tag{3}$$

of

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{y}{\rho} \tag{4}$$

$$M_{be} = \int \sigma_x A y dy = \frac{E}{(1 - \nu^2) \rho} \int y^2 dy = \frac{E I}{(1 - \nu^2) \rho} = b.k$$

Voor het geval de plaat in zijn geheel elastisch is, geldt voldoende voor het buigend moment M_{be}

$$M_{be} = \int_{-\frac{s_0}{2}}^{\frac{s_0}{2}} \sigma_x \cdot b \cdot y \cdot dy = \frac{b E s_0^3}{12 (1 - \nu^2) \rho} \tag{5}$$

hierin is b de plaatbreedte. Dimensieloos wordt (5)

$$M_{be}^* = \frac{M_{be}}{c \cdot b \cdot s_0^2} = \frac{E^*}{12 (1 - \nu^2) \rho^*} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \text{waarin: } E^* &= \frac{E}{c} \\ \rho^* &= \frac{\rho}{s_0} \end{aligned} \tag{7}$$

relatie (6) geldt tot het materiaal op $y = \pm \frac{s_0}{2}$ juist gaat vloeien. Voor de kromtestraal waarbij dit optreedt, geldt

$$\rho_v^* = \frac{E^* \sqrt{\nu^2 - \nu + 1}}{2 (1 - \nu^2) \cdot \bar{E}_0^n}$$

$$\begin{aligned} \sigma_v &= (\bar{E}_0^n \rightarrow \sigma_v = \sqrt{\nu^2 - \nu + 1} \sigma_x) \\ \sigma_v &= \sigma_{fv} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{y}{\rho} &= (\bar{E}_0^n / \sqrt{\nu^2 - \nu + 1}) \rightarrow \rho = \end{aligned} \tag{8}$$

Bij verdere buiging ontstaat het plastische gebied II, $y_0 =$ voor de grens tussen I en II geldt (zie fig 1)

$$y_v^* = \frac{2 y_0}{s_0} = \frac{2 \bar{E}_0^n (1 - \nu^2) \rho^*}{E^* (\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}} \tag{9}$$

Gebied II

Omdat er sprake is van een rechte rekweg, kan met de eindige rekken gerekend worden; er geldt $\epsilon_x = 0$ dus voor in de toename

$$\epsilon_x = -\epsilon_y = \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) \quad (10)$$

Hiermee is

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) \right| \quad (11)$$

Met de sloeivoorwaarde en Levy-Von Mises in de x -richting kan gevonden worden

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \quad \text{voor } y > y_v \\ \sigma_x &= \frac{-2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \quad \text{voor } y < -y_v \end{aligned} \right\} (12)$$

ofwel met (11)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2C}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \quad \text{voor } y > y_v \\ \sigma_x &= \frac{-2C}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{-2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y}{\rho}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \quad \text{voor } y < -y_v \end{aligned} \right\} (13)$$

Integrerend over de gebieden I en II kan nu voor het buigend moment worden gevonden:

$$M_{BP} = \int_{-y_v}^{-y_v/2} \sigma_x \cdot b \cdot y \cdot dy + \int_{-y_v}^{y_v} \sigma_x \cdot b \cdot y \cdot dy + \int_{y_v}^{y_v/2} \sigma_x \cdot b \cdot y \cdot dy \quad (14)$$

of met (4) en (13)

$$\begin{aligned}
 M_{BP} = & \frac{-2C \cdot b}{\sqrt{3}} \int_{-3/2}^{-4v} \left\{ \frac{-2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y}{e}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \cdot y \cdot dy + \\
 & \frac{E}{1-v^2} \cdot \frac{b}{e} \int_{-4v}^{4v} y^2 dy + \\
 & \frac{2C \cdot b}{\sqrt{3}} \int_{4v}^{3/2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y}{e}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n y dy
 \end{aligned} \quad (5)$$

De tweede integraal opgelost en dimensieloos geschreven geeft ($y^* = 2y/3_0$):

$$\begin{aligned}
 M_{BP}^* = \frac{M_{BP}}{C \cdot b \cdot 3_0^2} = & \frac{E^* \cdot 4v^{*3}}{12(1-v^2) e^*} - \\
 & \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-1}^{-4v^*} \left\{ \frac{-2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y^*}{2e^*}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \cdot y^* \cdot dy^* + \\
 & \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{4v^*}^1 \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y^*}{2e^*}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \cdot y^* \cdot dy^*
 \end{aligned} \quad (16)$$

waarin: $y_v^* = \frac{2\bar{\epsilon}_0^n (1-v^2) \cdot e^*}{E^* (v^2 - v + 1)^{1/2}}$

Hiermee is het verband $M_{BP}^* = M_{BP}^*(e^*)$ gevonden met de materiaelgedrag beschrijvende grootkeden

$$\bar{\epsilon}_0, n, v \text{ en } E^* = E/C$$

als parameters.

2. g.v. grote waarden van e^* kan de \ln -term onder de integraal bij goede benadering vervangen worden door

$$\ln\left(1 + \frac{y^*}{2e^*}\right) \approx \frac{y^*}{2e^*} \quad (17)$$

met de standaardintegraal

$$\int (a.u + b)^n \cdot u \, du = \frac{(a.u + b)^{n+1}}{a^2} \left(\frac{a.u + b}{n+2} - \frac{b}{n+1} \right) + \text{Const.} \quad (18)$$

wordt dan voor (16) gevonden ($e^* < e_v^*$)

$$M_{BP}^* = \frac{E^* e^{*2}}{12(1-\nu^2) e_v^{*3}} + \frac{\sqrt{3} e^{*2}}{(n+1)(n+2)} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{3} e^*} + \bar{\epsilon}_0 \right)^{n+1} \left(\frac{n+1}{\sqrt{3} e^*} - \bar{\epsilon}_0 \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{3} e_v^*} + \bar{\epsilon}_0 \right)^{n+1} \left(\frac{n+1}{\sqrt{3} e_v^*} - \bar{\epsilon}_0 \right) \right\} \quad (19)$$

waarin: $e_v^* = \frac{E^* \sqrt{\nu^2 - \nu + 1}}{2(1-\nu^2) \bar{\epsilon}_0^n}$

2.2 Diskontinuiteiten in de spanningen

Er treedt t.p.v. $y = y_v$ een diskontinuiteit op in de spanningen (m.n. σ_x) omdat:

- een elastisch gebied grenst aan een star plastisch gebied
- de $\bar{\epsilon}$ ter plaatse diskontinu is ($\bar{\epsilon}(y < y_v) = 0$ en $\bar{\epsilon}(y = y_v) \neq 0$, zie form. (11))

Vanaf het plastisch gebied gerekend geldt met (13) ($\gamma = \gamma_v$) en met (9)

$$\sigma_{xp} = \frac{2C}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}_0^n (1-\nu^2)}{E^* (\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}} \right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \quad (20)$$

Bij goede benadering geldt hiervoor

$$\sigma_{xp} = \frac{2C}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\bar{\epsilon}_0^n (1-\nu^2)}{E^* (\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}} + \bar{\epsilon}_0 \right)^n \quad (21)$$

Vanaf de elastische kant geldt met (4)

$$\sigma_{xe} = \frac{C \bar{\epsilon}_0^n}{(\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}} \quad (22)$$

Voor het quotiënt geldt dan

$$\frac{\sigma_{xp}}{\sigma_{xe}} = \frac{2 (\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\bar{\epsilon}_0^{n-1} (1-\nu^2)}{E^* (\nu^2 - \nu + 1)^{1/2}} + 1 \right)^n \quad (23)$$

Dit betekent dat σ_{xp}/σ_{xe} voor een bepaald materiaal alleen nog maar afhangt van de voordeformatie $\bar{\epsilon}_0$.

In fig. 2.1 is (23) voor een tweetal materialen uitgeset als functie van $\bar{\epsilon}_0$.

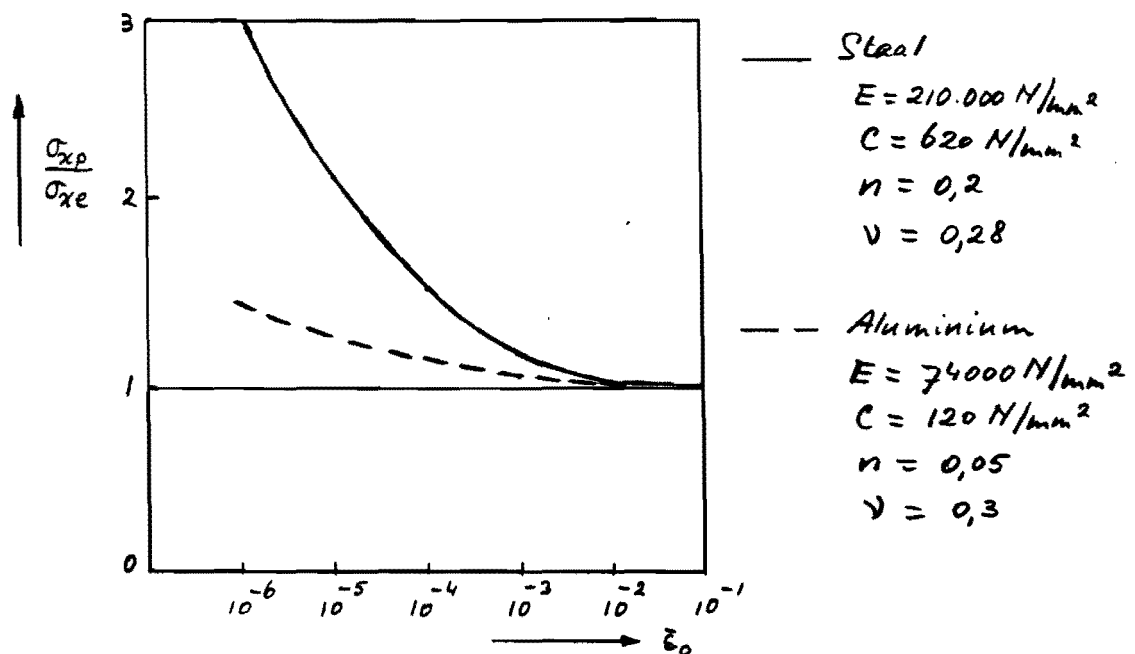


fig 2.1

Figuur 2 laat zien dat voor kleine waarden van ξ_0 de diskontinuiteit in σ_x ontoelaatbaar groot wordt.

Nu is een diskontinuiteit in $\bar{\epsilon}$ te voorkomen door te eisen dat

$$\bar{\epsilon}(y = \pm y_v) = 0 \quad (24)$$

De eenvoudigste manier om hieraan te voldoen als i.p.v. (11) voor $\bar{\epsilon}$ wordt geschreven:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(1 + \frac{y - y_v}{e} \right) \quad \text{voor } y \geq y_v \\ \text{en} \\ \bar{\epsilon} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(1 + \frac{y + y_v}{e} \right) \quad \text{voor } y \leq -y_v \end{aligned} \right\} (25)$$

Hiermee wordt

$$\sigma_{xp} = \frac{2C}{\sqrt{3}} \cdot \bar{\epsilon}_0^n \quad (26)$$

zodat

$$\frac{\sigma_{xp}}{\sigma_{xe}} = \frac{2}{\sqrt{3}} (v^2 - v + 1)^{1/2} \quad (27)$$

Dit betekent dat voor $v = 0,3$

$$\frac{\sigma_{xp}}{\sigma_{xe}} = 1,025$$

en dit is alleszins toelaatbaar.

M. b. v. (25) kan nu een verbeterde versie van het buigend moment worden bepaald.

2.3 Berekening buigend moment (B)

met (25) wordt nu voor σ_x gevonden

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2C}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y-4v}{e}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \quad \text{voor } y > 4v \\ \text{en} \\ \sigma_x &= -\frac{2C}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{-2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y+4v}{e}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n \quad \text{voor } y < -4v \end{aligned} \right\} (28)$$

met (14) en dimensieloos geschreven wordt dan voor M_{BP}^* gevonden

$$\begin{aligned} M_{BP}^* &= \frac{E^* y_v^{*3}}{12(1-\nu^2) e^*} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-1}^{-4v^*} \left\{ \frac{-2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y^*+4v^*}{2e^*}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n y^* dy^* \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{4v^*}^1 \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\left(1 + \frac{y^*-4v^*}{2e^*}\right) + \bar{\epsilon}_0 \right\}^n y^* dy^* \end{aligned} \quad (29)$$

Reeksontwikkeling van de ln in de integrand geeft

$$\begin{aligned} M_{BP}^* &= \frac{E^* y_v^{*3}}{12(1-\nu^2) e^*} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-1}^{-4v^*} \left(-\frac{y^*+4v^*}{e^* \sqrt{3}} + \bar{\epsilon}_0 \right)^n y^* dy^* \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{4v^*}^1 \left(\frac{y^*-4v^*}{e^* \sqrt{3}} + \bar{\epsilon}_0 \right)^n y^* dy^* \end{aligned} \quad (30)$$

Met behulp van de standaardintegraal (18) opgelost geeft dit

$$\boxed{\begin{aligned} M_{BP}^* &= \frac{E^* e^{*2}}{12(1-\nu^2) e_v^{*3}} + \\ &\frac{\sqrt{3} e^{*2}}{(n+1)(n+2)} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{3} e^*} - \frac{1}{\sqrt{3} e_v^*} + \bar{\epsilon}_0 \right)^{n+1} \left(\frac{n+1}{\sqrt{3} e^*} + \frac{1}{\sqrt{3} e_v^*} - \bar{\epsilon}_0 \right) \right. \\ &\quad \left. - \bar{\epsilon}_0^{n+1} \left(\frac{n+2}{\sqrt{3} e_v^*} - \bar{\epsilon}_0 \right) \right\} \end{aligned} \quad (31)}$$

III Resultaten en conclusies

Relatie (19) geeft het buigmodel weer zoals dat is toegepast in een aantal analyses van plaatbuigprocessen ([3] t/m [6]) t.b.v. een in 1989 uitgevoerd TNO-TUE plaatbuigproject.

T.a.v. de geldigheid van dit en de andere in dit rapport voorkomende modellen kunnen de nu volgende opmerkingen worden gemaakt:

- 1 Relatie (16) (numeriek geïntegreerd en grafisch weergegeven in fig 3.1) is verkregen op basis van een aantal benaderingen, waaronder
- Verschuiving van het neutrale vlak is niet in rekening gebracht.
 - Er is geen onderscheid gemaakt tussen de initiële en de momentane positie van materiële deeltjes, dit werkt o.a. door in de integratiegrenzen welke constant blijven.

Genoemde benaderingen worden slechter naarmate de kromtestraal kleiner wordt.

Dit heeft o.a. tot gevolg dat vanwege de asymmetrie van de natuurlijke logaritme (verg. (13)) de normaalkracht $N \neq 0$ wordt (zie fig 3.2, $N^* = N/(Cb_0) = 1/(Cb_0) \int \sigma_x dy$); dit is in strijd met de aanname van zuivere buiging.

Dit laatste kan nu worden vermeden door voor de natuurlijke logaritme een lineaire functie te nemen (verg. (17)) waarvoor wel geldt dat $N=0$.

Genoemde lineairisering heeft tot gevolg dat de integraal analytisch kan worden opgelost met als resultaat de in fig 3.1 grafisch weergegeven relatie (19).

Zoals in de betreffende figuur is te zien, is het verschil tussen de beide relaties klein.

Vooruitlopend op de resultaten van een vervolgonderzoek [7] waarbij een vollediger modellering (incl. verschuiving van het neutrale vlak)

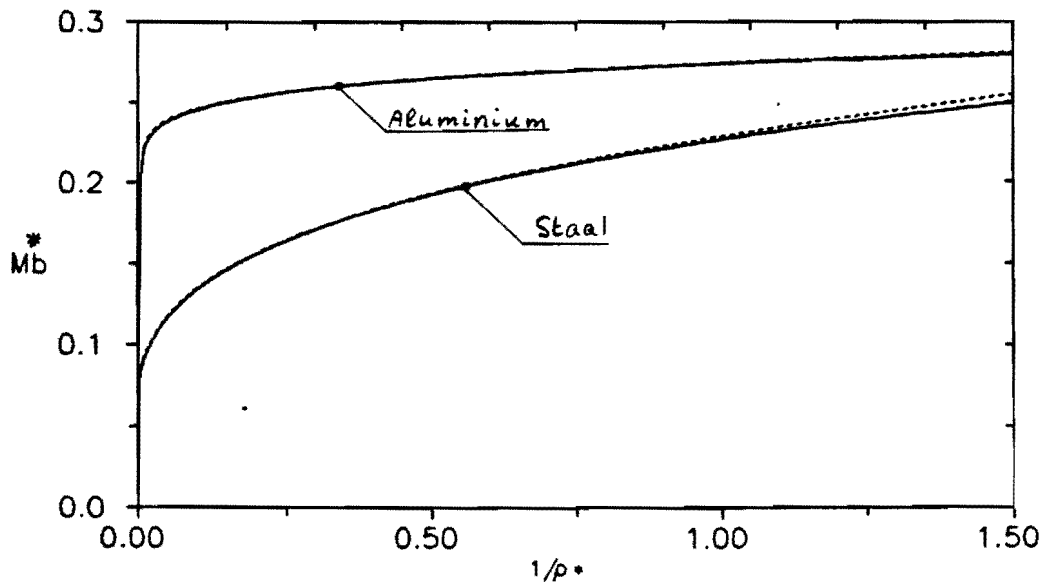


fig. 3.1 $M_b^* - 1/p^*$ verband voor

Staal: $n = 0,24$, $C = 580 \text{ N/mm}^2$, $\bar{\epsilon}_0 = 0,005$
 $E = 210 \text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0,28$.

Aluminium: $n = 0,05$, $C = 140 \text{ N/mm}^2$, $\bar{\epsilon}_0 = 0,005$
 $E = 70 \text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0,3$.

----- verg. (16)

————— verg. (19)

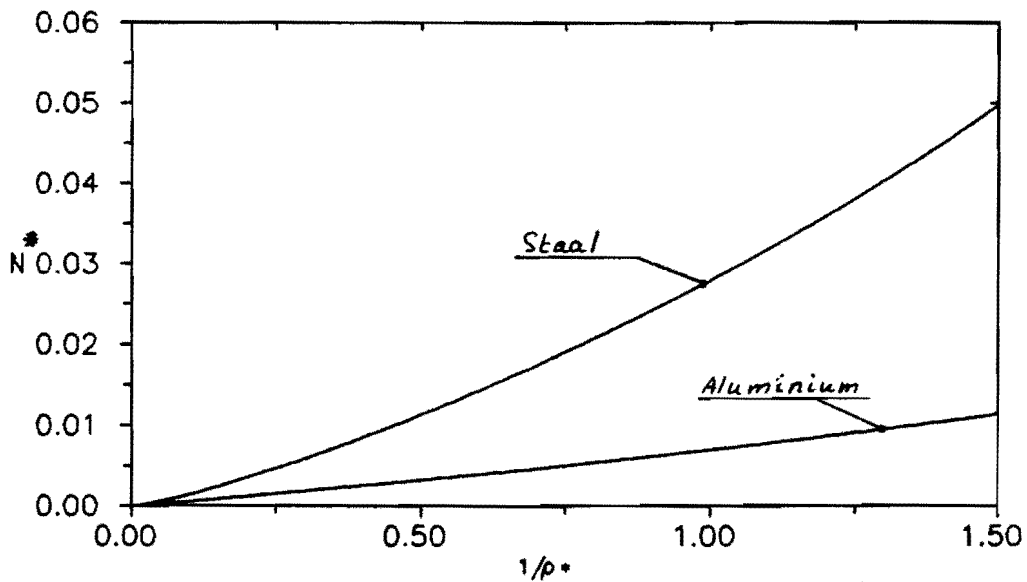


fig 3.2 De normaalkracht t.g.v. asymmetrie van de natuurlijke logaritme (materiaalgegevens zie fig 3.1)

is toegepast en welke lager gelegen $M_b^* - 1/e^*$ krommen oplevert, mag geconcludeerd worden dat relatie (19) waarschijnlijk iets beter voldoet dan (16).

- 2 Bij de afleiding van verg. (19) is er een diskontinuiteit in de $\bar{\epsilon}$ en daarmee in σ_x aanwezig (par. 2.2, fig 2.1). Dit leeft tot gevolg dat voor kleine waarden van $\bar{\epsilon}_0$ het $M_b^* - 1/e^*$ verband in de omgeving van e_v^* in zijn afgeleide een diskontinuu verloop heeft (zie fig 3.3); terugvering in dat gebied levert dan zelfs een tegengestelde kromming op.

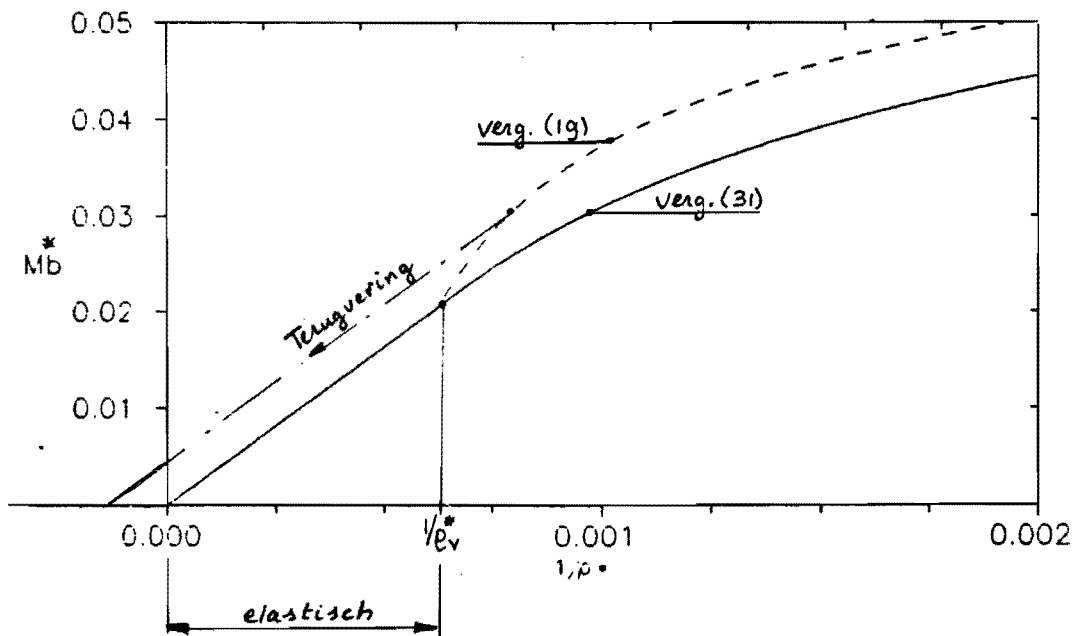


fig 3.3 $M_b^* - 1/e^*$ verband in de omgeving van e_v^* (Staal: $n=0,24$, $C=580 \text{ N/mm}^2$, $\bar{\epsilon}_0=0,0001$).

Dit effect kan vrij eenvoudig loegenamd teniet worden gedaan door continuïteit te eisen van $\bar{\epsilon}$ t.p.v. y_v (verg. (24) en (25)).

ze loegenaamd samen. Echter op basis van het onder opmerking 2 genoemde, mag gesteld worden dat verg (31) beter zal voldoen, m.n. voor zover het de numerieke verwerking betreft waarbij i.v.m. terugverberekeningen in de omgeving van $1/\rho_v^*$ de gediifferentieerde vorm wordt toegepast (lit [5]).

- 4 In de omgeving van $1/\rho_v^*$ zijn de in dit rapport opgenomen buigmodellen erg gevoelig voor de waarde van $\bar{\epsilon}_0$.
Voor de limiet $\bar{\epsilon}_0 \rightarrow 0$ ($\rho_v^* \rightarrow \infty$) is verg (31)

$$M_B^* = \frac{1}{(n+2) \cdot (\sqrt{3})^{n+1} \cdot \rho_v^{*n}}$$

Er is dan geen elastisch gebied meer. Het verdient daarom aanbeveling om bij de bepaling van de materiaalgegevens m. b. v. de trekproef een rekgebied te kiezen dat ongeveer overeenkomt met de gemiddelde rek bij het betreffende buigproces.

Resumerend kan tenslotte worden geconcludeerd dat van de drie in dit rapport vermelde buigmodellen (verg. (16), (19) en (31)) model (31) het beste zal voldoen.