# Een analyse van stabiliteitsextrema

**technische hogeschool eindhoven**
laboratorium voor mechanische technologie en werkplaatstechniek



rapport nr. [illegible]

rapport van de sectie: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling

codering: C.1.c.4

titel: Een analyse van stabiliteitsextrema

auteur(s): J.H. Leemreis

trefwoord: dynamische eigenschappen aan beitel.

sectieleider:

hoogleraar: prof.ir. C. de Beer

samenvatting

Het geven van twee verschillende eigenschappen ( in dynamisch opzicht ) aan een beitel in een baar in twee onderling loodrechte richtingen kan tot verbetering van de stabiliteit van het systeem aanleiding geven.
Men realiseert dit door een baar bijvoorbeeld van twee platte kanten te voorzien. In een bepaalde stand van de beitel t.o.v. de hoofdassen van de baardoorsnede is dan de stabiliteit maximaal.
Berekend is nu, bij welke verhouding van de twee traagheidsmomenten van de baardoorsnede dit maximum zo groot mogelijk is.

prognose

datum: 9-5-'61

aantal blz. 3

geschikt voor publicatie in:

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN
LABORATORIUM VOOR MECHANISCHE TECHNOLOGIE
EN WERKPLAATSTECHNIEK

WT - [illegible]
00[illegible]
BL. 1

RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling. | DATUM: 9-5-'61

TITEL: Een analyse van stabiliteits-extrema. | ONDERZOEK NO.:

AUTEURS: J.H. Leemreis.

BIJLAGEN:

U.D.C.:

## 1. Inleiding.

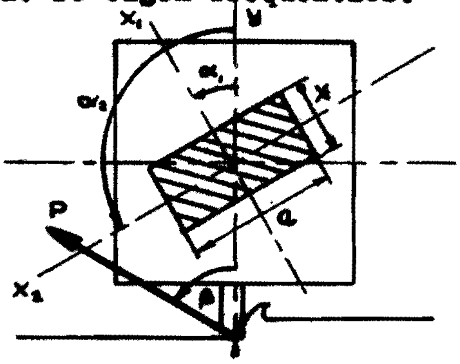
1.1. Uitgangspunt is het artikel van Tlusty: Beispiele der Behandlung der selbsterregten Schwingungen der Werkzeugmaschinen (U.D.C. 621.91.071.014.2:534.1 ; verspaningstrillingen).

1.2. Getracht werd met behulp van de theorie uit dit artikel aan te tonen dat, indien aan bepaalde geometrische condities wordt voldaan, een max. aan stabiliteit kan worden verkregen.

1.3. Notaties. Voorzover niet anders vermeld werden de notaties van Tlusty aangehouden.
Aparte symbolen werden gebruikt voor:

1.3.1. De negatieve extrema in de $\phi-\omega^2$-grafiek.
Van het negatieve extremum t.p.v. $\Omega_1^2$ werd de grootte aangegeven met $T_1$; van dat t.p.v. $\Omega_2^2$ met $T_2$.

1.3.2. De eigen-frequenties.




$$\Omega_1^{\,2} = \xi\, x\, a^3$$

$$\Omega_2^{\,2} = \xi\, x^3 a$$

met $\xi = \dfrac{E}{4ml^3}$

$$u_1 = \cos\alpha_1 \cos(\alpha_1 - \beta)$$

$$u_2 = \cos(\alpha_1 + \tfrac{\pi}{2})\cos(\alpha_1 + \tfrac{\pi}{2} - \beta) = \sin\alpha_1 \sin(\alpha_1 - \beta)$$

Noem $\alpha_1 = \alpha$

$$u_1 = \cos\alpha \cos(\alpha - \beta)$$

$$u_2 = \sin\alpha \sin(\alpha - \beta)$$

$\beta = 60^\circ$.

RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling. DATUM: 9-9-'61

TITEL: Een analyse van stabiliteits-extrema. ONDERZOEK NO:

AUTEURS: J.H. Leemreis. BIJLAGEN:

U.D.C.:

## 2. Analyse en berekening.

2.1. $T_1$ en $T_2$ werden bepaald als functie van $\alpha$;

$0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $150^\circ < \alpha < 180^\circ$:
$$T_1 = \frac{1}{m\xi\, xa}\left[\frac{u_1}{4da^2} + \frac{u_2}{a^2 - x^2}\right]$$

$90^\circ < \alpha < 150^\circ$:
$$T_1 = \frac{1}{m\xi\, xa}\left[\frac{-u_1}{4da^2} + \frac{u_2}{a^2 - x^2}\right]$$

$0^\circ < \alpha < 60^\circ$:
$$T_2 = \frac{1}{m\xi\, xa}\left[\frac{-u_2}{4dx^2} + \frac{-u_1}{a^2 - x^2}\right]$$

$60^\circ < \alpha < 180^\circ$:
$$T_2 = \frac{1}{m\xi\, xa}\left[\frac{u_2}{4dx^2} + \frac{-u_1}{a^2 - x^2}\right]$$

Hierbij werd aangenomen:

2.1.1. De waarde der individuele negatieve extrema werd benaderd door:

$$\frac{u_i}{4m\delta_i}\cdot\frac{1}{\Omega_i + \delta_i} \approx \frac{u_i}{4md\Omega_i^2}$$

2.1.2. $4\delta_i\omega^2 \ll (\Omega_i - \omega^2)^2$

Met behulp van elementaire beschouwingen kan aangetoond worden dat deze vereenvoudigingen slechts weinig invloed hebben op het eindresultaat.

2.2. Beziet men de grafische voorstellingen van $T_1 = T_1(\alpha)$ en $T_2 = T_2(\alpha)$ dan kan eenvoudig ingezien worden dat $T_1$ en $T_2$ elkaar alleen kunnen snijden voor $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ en $150^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Tevens kan aangetoond worden dat o.m. een nulpunt van $T_2 = T_2(\alpha)$ aanwezig is voor $60^\circ < \alpha < 75^\circ$ en $165^\circ < \alpha < 180^\circ$.

2.3. Samenstelling van $T_1 = T_1(\alpha)$ en $T_2 = T_2(\alpha)$
tot $T = T_1(\alpha)$ als $T_1(\alpha) > T_2(\alpha)$
en $T = T_2(\alpha)$ als $T_2(\alpha) > T_1(\alpha)$

levert een minimum voor $T = T(\alpha)$, dáár waar $T_1(\alpha) = T_2(\alpha)$. Dit blijkt mede op grond van voorgaande overwegingen het geval te zijn voor $0^\circ < \alpha < 75^\circ$ en voor $165^\circ < \alpha < 180^\circ$.

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN

LABORATORIUM VOOR MECHANISCHE TECHNOLOGIE
EN WERKPLAATSTECHNIEK

WT - R
0082

BLZ. 3

RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling. | DATUM: 9-5-'61

TITEL: Een analyse van stabiliteits-extrema. | ONDERZOEK NO:

AUTEURS: J.H. Leemreis. | BIJLAGEN:

U.D.C.:

2.4. Men verkrijgt dit minimum door $T_1(\alpha) = T_2(\alpha)$ te stellen in de boven vermelde gebieden.

Dit levert:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{u_2}{u_1} = f(\alpha) = \dfrac{\dfrac{1}{4da^2} + \dfrac{1}{a^2 - x^2}}{\dfrac{1}{4dx^2} - \dfrac{1}{a^2 - x^2}} \\[2em] \text{Bekend is dat } u_1 + u_2 = \cos\beta \;\; = \tfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow u_1 \text{ en } u_2$$

Substitutie van de gevonden $u_i$-waarden levert:

$$T = \frac{1}{2}\,\frac{x}{[illegible]\,a}\left[\frac{1}{4dx^2(a^2 - x^2)} + \frac{4da^2}{(a^2 - x^2)^3}\right]$$

2.5. Beschouwen we de gevonden $T = T(x)$ en zoeken naar waarden van $x$ waarvoor $T$ minimaal is.

$$\frac{dT}{dx} = 0 \rightarrow a^2 - 3x^2 = \frac{16d^2a^2x^2(a^2 + 5x^2)}{(a^2 - x^2)^2}$$

Rekening houdende met de grootte van $d$ ($\approx 0{,}04$) dan blijkt $x = \frac{a}{1{,}7}$ een voldoend nauwkeurige oplossing van deze vergelijking te zijn.

## 3. Conclusies.

3.1. Als $\beta = 60^\circ$ kan maximum stabiliteit verwacht worden voor $\alpha \approx 65^\circ - 75^\circ$ en $\alpha = 165^\circ - 175^\circ$.

3.2. Dit maximum is optimaal voor $x = \frac{a}{1{,}7}$

3.3. In de overige gebieden is de stabiliteit in het gebied $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ groter dan in het gebied $90^\circ < \alpha < 150^\circ$.

3.4. De praktische waarde van de keuze van het optimum tot werkpunt is beperkt door de scherpe piek die ontstaat in het polaire stabiliteitsdiagram; daarvoor zijn ook de variaties in de richting der beitelkracht vermoedelijk te groot.

3.5. De resultaten zijn alleen geldig als de funkties $T_1$ en $T_2$ bepalend zijn voor de grootte der negatieve extrema. Dat zal in het algemeen het geval zijn indien de eigen-frequenties $\Omega_1$ en $\Omega_2$ niet te dicht bij elkaar liggen.