

## Een analyse van stabiliteitsextrema

***Citation for published version (APA):***

Leemreis, J. H. (1961). *Een analyse van stabiliteitsextrema*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Laboratorium voor mechanische technologie en werkplaatstechniek : WT rapporten; Vol. WT0082). Technische Hogeschool Eindhoven.

***Document status and date:***

Gepubliceerd: 01/01/1961

***Document Version:***

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

***Please check the document version of this publication:***

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

***General rights***

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

***Take down policy***

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.



technische hogeschool eindhoven

laboratorium voor mechanische technologie en werkplaatstechniek

rapport van de sectie: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling

titel: Een analyse van stabiliteitsextrema

auteur(s): J.H. Leemreis

sectieleider:

hoogleraar: prof.ir. C. de Beer

samenvatting

Het geven van twee verschillende eigenschappen ( in dynamisch opzicht ) aan een beitel in een baar in twee onderling loodrechte richtingen kan tot verbetering van de stabiliteit van het systeem aanleiding geven.

Men realiseert dit door een baar bijvoorbeeld van twee platte kanten te voorzien. In een bepaalde stand van de beitel t.o.v. de hoofdassen van de baardoorsnede is dan de stabiliteit maximaal. Berekend is nu, bij welke verhouding van de twee traagheidsmomenten van de baardoorsnede dit maximum zo groot mogelijk is.

prognose

nr. 0-45-3  
rapport nr. 0-45-3

codering:  
C.1.0.4

trefwoord:  
dynamische  
eigenschap-  
pen aan  
beitel.

datum:  
9-5-'61

aantal blz.  
3

geschikt voor  
publicatie in:



RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling.

datum: 3-5-1951

RTZL: Een analyse van stabiliteits-extrema.

ONDERZOEK NO.:

AUTEURS: J.H. Leenreis.

BIJLAGEN:

U.D.C.:

### 1. Inleiding.

1.1. Uitgangspunt is het artikel van Tlusty: Beispiele der Behandlung der selbsterregten Schwingungen der Werkzeugmaschinen (U.D.C. 621.91.071.014.2:534.1 ; verspaningstrillingen).

1.2. Getracht werd met behulp van de theorie uit dit artikel aan te tonen dat, indien aan bepaalde geometrische condities wordt voldaan, een max. aan stabiliteit kan worden verkregen.

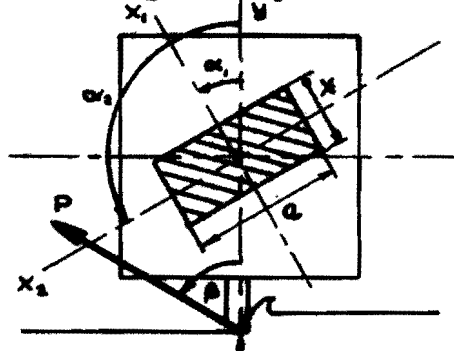
1.3. Notaties. Voorzover niet anders vermeld werden de notaties van Tlusty aangehouden.

Aparte symbolen werden gebruikt voor:

1.3.1. De negatieve extrema in de  $\beta - \omega^2$ -grafiek.

Van het negatieve extremum t.p.v.  $\Omega_1^2$  werd de grootste waarde gegeven met  $T_1$ ; van dat t.p.v.  $\Omega_2^2$  met  $T_2$ .

1.3.2. De eigen-frequenties.



$$\Omega_1^2 = \xi x a^3$$

$$\Omega_2^2 = \xi x^3 a$$

$$\text{met } \xi = \frac{E}{4ml^3}$$

$$u_1 = \cos \alpha_1 \cos(\alpha_1 - \beta)$$

$$u_2 = \cos(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}) \cos(\alpha_1 + \frac{\pi}{2} - \beta) = \sin \alpha_1 \sin(\alpha_1 - \beta)$$

$$\text{Neem } \alpha_1 = \alpha$$

$$u_1 = \cos \alpha \cos(\alpha - \beta)$$

$$u_2 = \sin \alpha \sin(\alpha - \beta)$$

$$\beta = 60^\circ.$$



RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling.

DATE: 9-5-61

TITEL: Een analyse van stabiliteits-extrema.

ONDERZOEK NO:

AUTEURS: J.H. Leemreis.

BILJAGEN:

U.D.C.:

2. Analyse en berekening.

2.1.  $T_1$  en  $T_2$  werden bepaald als functie van  $\alpha$ :

$$\begin{matrix} 0^\circ < \alpha < 90^\circ \\ 150^\circ < \alpha < 180^\circ \end{matrix} \quad T_1 = \frac{1}{m \xi x a} \left[ \frac{u_1}{4da^2} + \frac{u_2}{a^2 - x^2} \right]$$

$$90^\circ < \alpha < 150^\circ \quad T_1 = \frac{1}{m \xi x a} \left[ \frac{-u_1}{4da^2} + \frac{u_2}{a^2 - x^2} \right]$$

$$0^\circ < \alpha < 60^\circ \quad T_2 = \frac{1}{m \xi x a} \left[ \frac{u_2}{4dx^2} + \frac{-u_1}{a^2 - x^2} \right]$$

$$60^\circ < \alpha < 180^\circ \quad T_2 = \frac{1}{m \xi x a} \left[ \frac{u_2}{4dx^2} + \frac{-u_1}{a^2 - x^2} \right]$$

Hierbij werd aangenomen:

2.1.1. De waarde der individuele negatieve extrema werd benaderd door:

$$\frac{u_1}{4m\delta_1} \cdot \frac{1}{\Omega_1 + \delta_1} \approx \frac{u_1}{4m\delta_1 \Omega_1^2}$$

2.1.2.  $4\delta_1 \omega^2 < (\Omega_1 - \omega^2)^2$

Met behulp van elementaire beschouwingen kan aangetoond worden dat deze vereenvoudigingen slechts weinig invloed hebben op het eindresultaat.

2.2. Beziet men de grafische voorstellingen van  $T_1 = T_1(\alpha)$  en  $T_2 = T_2(\alpha)$  dan kan eenvoudig ingezien worden dat  $T_1$  en  $T_2$  elkaar alleen kunnen snijden voor  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  en  $150^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

Tevens kan aangetoond worden dat o.m. een nulpunt van  $T_2 = T_2(\alpha)$  aanwezig is voor  $60^\circ < \alpha < 75^\circ$  en  $165^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

2.3. Samenstelling van  $T_1 = T_1(\alpha)$  en  $T_2 = T_2(\alpha)$  tot  $T = T(\alpha)$  als  $T_1(\alpha) > T_2(\alpha)$  en  $T = T_2(\alpha)$  als  $T_2(\alpha) > T_1(\alpha)$

levert een minimum voor  $T = T(\alpha)$ , daar waar  $T_1(\alpha) = T_2(\alpha)$ . Dit blijkt mede op grond van voorgaande overwegingen het geval te zijn voor  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  en voor  $150^\circ < \alpha < 180^\circ$



RAPPORT UIT DE SECTIE: Gereedschappen en Gereedschapsontwikkeling.

DATE: 9-5-1961

TITEL: Een analyse van stabiliteits-extrema.

ONDERZOEK NO.:

AUTEURS: J.H. Leenreis.

BIJLAGEN:

U.D.C.:

2.4. Men verkrijgt dit minimum door  $T_1(\alpha) = T_2(\alpha)$  te stellen in de boven vermelde gebieden.

Dit levert:

$$\frac{u_2}{u_1} = f(\alpha) = \frac{\frac{1}{4da^2} + \frac{1}{a^2 - x^2}}{\frac{1}{4dx^2} - \frac{1}{a^2 - x^2}} \quad \left. \vphantom{\frac{u_2}{u_1}} \right\} \rightarrow u_1 \text{ en } u_2$$

Bekend is dat  $u_1 + u_2 = \cos \beta = \frac{1}{2}$

Substitutie van de gevonden  $u_1$ -waarden levert:

$$T = \frac{1}{2} \frac{x}{da} \left[ \frac{1}{4dx^2(a^2 - x^2)} + \frac{4da^2}{(a^2 - x^2)^2} \right]$$

2.5. Beschouwen we de gevonden  $T = T(x)$  en zoeken naar waarden van  $x$  waarvoor  $T$  minimaal is.

$$\frac{dT}{dx} = 0 \rightarrow a^2 - 3x^2 = \frac{16d^2 a^2 x^2 (a^2 + 5x^2)}{(a^2 - x^2)^2}$$

Rekening houdende met de grootte van  $d$  ( $\approx 0,04$ ) dan blijkt  $x = \frac{a}{1,7}$  een voldoende nauwkeurige oplossing van deze vergelijking te zijn.

### 3. Conclusies.

3.1. Als  $\beta = 60^\circ$  kan maximum stabiliteit verwacht worden voor  $\alpha = 65^\circ - 75^\circ$  en  $\alpha = 165^\circ - 175^\circ$ .

3.2. Dit maximum is optimaal voor  $x = \frac{a}{1,7}$

3.3. In de overige gebieden is de stabiliteit in het gebied  $0^\circ < \alpha < 60^\circ$  groter dan in het gebied  $90^\circ < \alpha < 150^\circ$ .

3.4. De praktische waarde van de keuze van het optimum tot werkpunt is beperkt door de scherpe piek die ontstaat in het polaire stabiliteitsdiagram; daarvoor zijn ook de variaties in de richting der beitelkracht vermoedelijk te groot.

3.5. De resultaten zijn alleen geldig als de functies  $T_1$  en  $T_2$  bepalend zijn voor de grootte der negatieve extrema. Dat zal in het algemeen het geval zijn indien de eigen-frequenties  $\Omega_1$  en  $\Omega_2$  niet te dicht bij elkaar liggen.