

Omschrijven van de stijfheidsmatrix Qn op de externe vrijheden

Citation for published version (APA):

Janssen, L. G. J. (1971). *Omschrijven van de stijfheidsmatrix Qn op de externe vrijheden*. (DCT rapporten; Vol. 1971.019). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1971

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Omschrijven van de stijfheids-
matrix \bar{Q}_n op de
externe vrijheden

juli - 1971

WE 71-19

L.G.J. Janssen

~~L.G.J. Janssen~~

Inhouds opgave.

	pag.
Afleiding van de berekening	1
De procedure CHOLBAND	4
De procedure CHOLMAT1	5
De procedure SUBMAT	6
De procedure CHOLMAT2	7
Overzicht	8

Afleiding van de te berekenen matrixvermenigvuldigingen.

In de topologische beschrijving is ingelezen welke verplaatsingen behoren tot:

interne vrijheden u_i

externe vrijheden u_e

voorgeschr. verpl. u_o

onderdr. verpl. u_n

In de geometrische beschrijving is, bij het opstellen van de totale stijfheidsmatrix \bar{Q}_n , rekening gehouden met de bovenstaande verdeling. Hierdoor kreeg \bar{Q}_n de volgende vorm:

$$\bar{Q}_n = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ii} & \bar{Q}_{ie} & \bar{Q}_{io} & \bar{Q}_{in} \\ \bar{Q}_{ie} & \bar{Q}_{ee} & \bar{Q}_{eo} & \bar{Q}_{en} \\ \bar{Q}_{io} & \bar{Q}_{eo} & \bar{Q}_{oo} & \bar{Q}_{on} \\ \bar{Q}_{in} & \bar{Q}_{en} & \bar{Q}_{on} & \bar{Q}_{nn} \end{bmatrix}$$

Ook de belastingsvectoren worden op deze manier gerangschikt.

Dus: $\bar{f} = \begin{bmatrix} \bar{f}_i & \bar{f}_e & \bar{f}_o & \bar{f}_n \end{bmatrix}$

De vergelijking $\bar{f} = \bar{Q}_n \bar{u}$ is dus:

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_i \\ \bar{f}_e \\ \bar{f}_o \\ \bar{f}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ii} & \bar{Q}_{ie} & \bar{Q}_{io} & \bar{Q}_{in} \\ \bar{Q}_{ie} & \bar{Q}_{ee} & \bar{Q}_{eo} & \bar{Q}_{en} \\ \bar{Q}_{io} & \bar{Q}_{eo} & \bar{Q}_{oo} & \bar{Q}_{on} \\ \bar{Q}_{in} & \bar{Q}_{en} & \bar{Q}_{on} & \bar{Q}_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_e \\ \bar{u}_o \\ \bar{u}_n \end{bmatrix}$$

met als onbekenden \bar{f}_n , \bar{f}_o , \bar{u}_i en \bar{u}_e en bekenden \bar{f}_e , \bar{f}_i , \bar{u}_o en \bar{u}_n .

De vergelijking wordt zo omgeschreven, dat in het rechterlid alleen nog \bar{u}_e als onbekende voorkomt.

Voor de eerste term van \bar{f} kunnen we schrijven:

$$\bar{f}_i = \bar{Q}_{ii} \bar{u}_i + \bar{Q}_{ie} \bar{u}_e + \bar{Q}_{io} \bar{u}_o$$

waaruit volgt:

$$\bar{u}_i = \bar{Q}_{ii}^{-1} \{ \bar{f}_i - \bar{Q}_{ie} \bar{u}_e - \bar{Q}_{io} \bar{u}_o \}$$

Voor de tweede term van \bar{f} kunnen we schrijven:

$$\bar{f}_e = \bar{Q}_{ie} \bar{u}_i + \bar{Q}_{ee} \bar{u}_e + \bar{Q}_{eo} \bar{u}_o. \quad \text{invullen van } \bar{u}_i \text{ geeft:}$$

$$\bar{f}_e = \bar{Q}_{ie} \{ \bar{Q}_{ii}^{-1} (\bar{f}_i - \bar{Q}_{ie} \bar{u}_e - \bar{Q}_{io} \bar{u}_o) \} + \bar{Q}_{ee} \bar{u}_e + \bar{Q}_{eo} \bar{u}_o$$

Stellen we nu $\bar{Q}_{io} \bar{u}_o = \bar{f}_{io}$ en

$$\bar{Q}_{eo} \bar{u}_o = \bar{f}_{eo}$$

En schrijven we de vergelijking nu zo, dat alleen \bar{u}_e in het linkerlid als onbekende overblijft, dan krijgen we:

$$(\bar{Q}_{ee} - \bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}) \bar{u}_e = (\bar{f}_e - \bar{f}_{eo}) - \bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1} (\bar{f}_i - \bar{f}_{io})$$

Als uit de bovenstaande vergelijking \bar{u}_e is opgelost dan wordt \bar{u}_i bepaald uit:

$$\bar{u}_i = \bar{Q}_{ii}^{-1} (\bar{f}_i - \bar{f}_{io}) - \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie} \bar{u}_e$$

Te bepalen is dus $\bar{Q}_{ee} - \bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}$

en $\bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1}$ welke de getransponeerde is van $\bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}$.

In de twee te berekenen matrix-vermenigvuldigingen komt de term \bar{Q}_{ii}^{-1} voor.

De matrix \bar{Q}_{ii} heeft de afmetingen $[1:AV[i], 1:AV[i]]$, met $AV[i]$ is het aantal inwendige graden van vrijheid. Over het algemeen is \bar{Q}_{ii} dus een grote matrix, waardoor het inverteren een bewerkelijke zaak wordt.

Dit inverteren zullen we voor de berekening van $\bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}$ op de volgende manieren ontwijken.

Eerst wordt de matrix \bar{Q}_{ii} gedeclineerd met behulp van een CHOLESKI-subroutine. $\bar{Q}_{ii} = \bar{R}'\bar{R}$ of $\bar{Q}_{ii}^{-1} = \bar{R}^{-1}\bar{R}'^{-1}$

Dus de vermenigvuldiging wordt nu:

$$\bar{Q}_{ie} \bar{R}^{-1} (\bar{R}')^{-1} \bar{Q}_{ie}$$

$$\text{Stel } \bar{B} = \bar{Q}_{ie} \bar{R}' \quad \text{endus } \bar{B} = (\bar{R}')^{-1} \bar{Q}_{ie}$$

$$\text{of } \bar{Q}_{ie} = \bar{R} \bar{B}$$

Uit deze laatste vergelijking is \bar{B} te bepalen met CHOLESKI-SOLUTION. Deze procedure lost de matrix \bar{B} kolom voor kolom op. De procedure CHOLESKI-SOLUTION is enigszins aan de hier voorkomende omstandigheid aangepast en de naam is gewijzigd, om vergissingen te voorkomen, in CHOLMAT1

Als \bar{B} berekend is wordt $Q_{sh} = \bar{Q}_{ee} - \bar{Q}_{ie} \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}$ gelijk aan $Q_{sh} = \bar{Q}_{ee} - \bar{B}\bar{B}$.

De berekening $\bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie}$ kunnen we splitsen in:

$$\bar{R}^{-1} (\bar{R}')^{-1} \bar{Q}_{ie} = \bar{R}' \bar{B}$$

Stel $C = \bar{Q}_{ii}^{-1} \bar{Q}_{ie} = \bar{R}' \bar{B}$ dus $\bar{B} = \bar{R} C$ en hieruit is C

op te lossen met de procedure CHOLMAT2

De procedure CHOLBAND(n, m, a, fail)

n = aantal rjen van de matrix a .

m = aantal kolommen van de matrix a .

a = pos. definitie bandmatrix.

fail = label waar naartoe gegaan wordt als a niet pos. def. is.

De procedure bepaalt de matrix R uit $a = RR^T$.

R wordt in a geschreven.

procedure CHOLBAND(n, m, a, fail);

value n, m ; integer n, m ; array a ; label fail ;

begin integer i, j, k, l, m_1 ; real d ;

$m_1 := m - 1$;

for $k := 1$ step 1 until n do

begin $d := a[k, k]$; if $d \leq 0$ then goto fail ;

$a[k, k] := d := \text{sqrt}(d)$;

if $m > n - k + 1$ then $m_1 := n - k$;

for $j := 1$ step 1 until m_1 do $a[k, j+1] := a[k, j+1] / d$;

for $j := 1$ step 1 until m_1 do

begin $l := j + k$;

for $i := 0$ step 1 until $m_1 - j$ do

$a[l, i+1] := a[l, i+1] - a[k, j+1] * a[k, j+i+1]$

end

end

end decompositie van a in $R^T * R$;

De procedure CHOLMAT1(n, m, r, a, b);

n = aantal rijen van de matrix a en b
 m = aantal kolommen van de matrix a
 r = aantal kolommen van de matrix b
 a en b zijn matrices.

De procedure berekent $b = a * B$, waarbij rekening wordt gehouden met het feit dat a een gedeecomposeerde stijfheidsmatrix is.

De matrix B wordt kolom voor kolom berekend.

B wordt in b geschreven.

procedure CHOLMAT1(n, m, r, a, b);

value m, n, r ; integer m, n, r ; array a, b ;

begin integer i, j, k, m_1 ; real d ; array $e[1:m]$;

$m_1 := m - 1$;

for $k := 1$ step 1 until n do

begin if $k > n - m + 1$ then $m_1 := n - k$;

for $i := 1$ step 1 until m_1 do $e[i] := a[k, i + 1]$; $d := a[k, 1]$;

for $i := 1$ step 1 until r do

begin $b[k, i] := b[k, i] / d$;

for $j := 1$ step 1 until m_1 do

$b[k + j, i] := b[k + j, i] - e[j] * b[k, i]$

end

end

end CHOLMAT1;

De procedure SUBMAT(n, r, b, c)

b en c zijn matrices met de grenzen $b[1:n, 1:r]$ en $c[1:r, 1:r]$

De procedure berekent $c = c - b'b$;

procedure SUBMAT(n, r, b, c);

value n, r ; integer n, r ; array b, c ;

begin integer i, j, k ; real d ;

for $i := 1$ step 1 until r do for $j := 1$ step 1 until r do

begin $d := c[i, j]$;

for $k := 1$ step 1 until n do $d := d - b[i, k] * b[k, j]$;

$c[i, j] := c[j, i] := d$

end

end SUBMAT;

De procedure CHOLMAT2 (n, m, r, a, b)

n = aantal rijen van de matrices a en b .

m = aantal kolommen van de matrix a

r = aantal kolommen van de matrix b

De procedure berekent $b = a * B$, waarbij rekening wordt gehouden met het feit dat a een gedecomposeerde stijfheidsmatrix is.

De matrix B wordt kolom voor kolom berekend.

B wordt in b geschreven.

procedure CHOLMAT2 (n, m, r, a, b);

value m, n, r; integer m, n, r; array a, b;

begin integer i, j, k, m; real d; array e[1:m];

$m := m - 1;$

for k := n step -1 until 1 do

begin if k < m then m := k - 1;

for j := 1 step 1 until m do e[j] := a[k-j, j+1]; d := a[k, j];

for i := 1 step 1 until r do

begin b[k, i] := b[k, i] / d;

for j := 1 step 1 until m do

b[k-j, i] := b[k-j, i] - e[j] * b[k, i]

end

end

end CHOLMAT2;

Overzicht van het „Omschrijven van de stijfheids matrix \bar{Q}_n
op de externe vrijheden”

In de geometrische beschrijving zijn de matrices \bar{Q}_{ee} , \bar{Q}_{ii} en \bar{Q}_{ie} gevormd. De bewerkingen, die op deze matrices in dit gedeelte, worden uitgevoerd zijn achtereenvolgens:

- CHOLBAND [AV[1], bb, Q_{ii}, fail];
- CHOLMAT1 [AV[1], bb, AV[2], Q_{ii}, Q_{ie}];
- SUBMAT [AV[1], AV[2], Q_{ie}, Q_{ee}];
- CHOLMAT2 [AV[1], bb, AV[2], Q_{ii}, Q_{ie}];
- Wegschrijven naar de magneet band van
Q_{ee}, Q_{ii}, Q_{ie} en het array $Npc[1:Np, 1:3]$, welk in het
eerste deel van dit blok gevormd is.