

## (Semi-)actieve veersystemen

**Citation for published version (APA):**

Hak, A. A. J. (1989). *(Semi-)actieve veersystemen: literatuurstudie*. (DCT rapporten; Vol. 1989.044). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1989

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

**(SEMI-)ACTIEVE VEERSYSTEMEN**

**Literatuurstudie**

A. A. J. Hak

juli 1989

WFW 89.044

Behorend bij het rapport *Actieve  
veersystemen op basis van een  
optimale regelwet met 'preview'*,  
(WFW 89.043)

Technische Universiteit Eindhoven  
faculteit der Werktuigbouwkunde  
Vakgroep Fundamentele Werktuigbouwkunde

Geraadpleegde literatuur (auteurs in alfabetische volgorde):

- [1] Darenberg, Dr.Ing. W., Gall, Dipl.Ing. H., Acker, Dipl.Ing. B., *Chancen und Probleme aktiver Kraftfahrzeugfederungen*, VDI-berichte Nr. 515, 1984, p. 187-194.
- [2] Foag, W., Grubel, G., *Multi-criteria design for preview vehicle-suspension systems*, DFVLR-Institut für Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen D-8031 Weßling, FRG, 1987.
- [3] Goodall, R.M., Kortum, W., *Active controls in ground transportation - A review of the state-of-the-art and future potential*, *Vehicle System Dynamics*, 12(1983), p. 225-257.
- [4] Hall, B.B., Gill, K.F., *Performance of a telescopic dual-tube automotive damper and the implications for vehicle ride prediction*, *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, Vol. 200, No. D2, p. 115-123.
- [5] Hedrick, J.K., *Railway vehicle active suspensions*, *Vehicle System Dynamics*, 10(1981), p. 267-283.
- [6] Horton, D.N.L., Crolla, D.A., *Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle*, *Vehicle System Dynamics*, 15(1986), p. 351-372.
- [7] Iwata, Yoshiaki, Nakano, Mitsuo, *Optimum preview control of vehicle air suspensions*, *Bulletin of the JSME*, Vol. 19, No. 138, december 1976, p. 1485-1489.
- [8] Karnopp, Dean, *Active suspensions based on fast load levelers*, *Vehicle System Dynamics*, 16(1987), p. 335-380.
- [9] Karnopp, Dean, *Force generation in semi-active suspensions using modulated dissipative elements*, *Vehicle System Dynamics*, 16(1987), p. 333-343.
- [10] Kobayashi, Y., Shibuya, M., Ito, S., Desaki, Y., *Recent suspension techniques of Japanese passenger vehicles*, *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 106(2), p. 217-225.

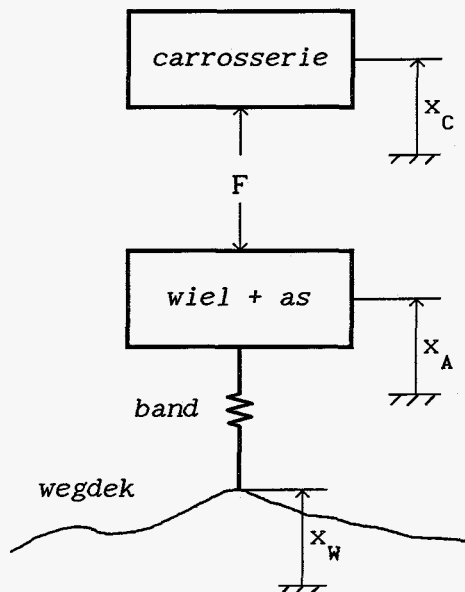
- [11] Meller, Theo, *Self-energizing hydropneumatic levelling systems*, Research and development Dept., Eitorf/Germany, SAE 780052, 1978.
- [12] Mitschke, Prof.Dr.Ing. M., *Fahrdynamik und Federkomfort*, ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 87(1985)11, p. 602-604.
- [13] Pitcher, R.H., *Technology showcase active ride control system*, Journal of terramechanics, Vol. 22, No. 4, p. 237-243, 1986.
- [14] Sharp, R.S., Hassan, S.A., *An evaluation of passive automotive systems with...*, Vehicle System Dynamics, 15(1986), p. 335-350.
- [15] Sharp, R.S. Hassan, S.A., *The relative performance capabilities of passive, active and semi-active car suspension systems*, Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 200, No. D3, 1986, p. 219-228.
- [16] Thompson, A.G., Davis, B.R., Pearce, C.E.M., *An optimal linear active suspension with finite road preview*, Univ. of Adelaide, S. Australia, SAE 800520.
- [17] Thompson, A.G., Davis, B.R., Salzborn, F.J.M., *Active suspension with vibration absorbers and optimal output feedback control*, SAE 841253, 1984.
- [18] Tomizuka, Masayoshi, *Optimal linear preview control with application to vehicle suspension*, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, september 1976, p. 309-315.
- [19] Van der Wal, Ing. R.P., *Hydraulische dempers elektronisch aan banden*, Koni BV, Elektronica, 21(1988), p. 35-49.
- [20] Wilson, D.A., Sharp, R.S., Hassan, S.A., *The application of linear optimal control theory to the design of active automotive suspensions*, Vehicle System Dynamics, 15(1986), p. 105-118.
- [21] Yoshimura, T., Ananthanarayana, Deepak, D., *An active vertical suspension for track/vehicle systems*, Journal of Sound and Vibration, 1986, 106(2), p. 217-225.

In genoemde literatuur, waarbij we ons zullen beperken tot de literatuur over regelstrategieën, wordt nergens 'preview' gecombineerd met het gebruik van semi-actieve elementen. Een pasklare oplossing voor ons probleem wordt hier derhalve niet gegeven. Voor een globale indruk vatten we [1], [2], [5], [6], [14], [15], [16] en [17] kort samen. De nadruk zal hierbij worden gelegd op:

1. De theoretische achtergrond van de regeling.
2. De mogelijkheid om de theorie op ons systeem (d.w.z. het oorspronkelijke model van de DAF-95) toe te passen, al dan niet in aangepaste vorm.
3. Voor- en nadelen die de desbetreffende regeling met zich meebrengt.

- [1] Darenberg, Dr.Ing. W., Gall, Dipl.Ing. H., Acker, Dipl.Ing. B.,  
*Chancen und Probleme aktiver Kraftfahrzeugfederungen*, VDI-Berichte  
Nr. 515, 1984, p. 187-194.

In [1] wordt aan de hand van een passief veersysteem duidelijk gemaakt dat rijcomfort en veiligheid strijdige doelstellingen zijn bij het ontwerp van een dergelijk veersysteem. Als alternatief wordt de actieve vering besproken. Op onderstaand systeem, voorstellende een enkelvoudige wielophanging, past men actieve vering toe m.b.v. toestands-terugkoppeling via een lineaire konstante regelwet



$$F = -k_1(x_C - x_A) - k_2(\dot{x}_C - \dot{x}_A) - k_3(x_A - x_W) - k_4(\dot{x}_A - \dot{x}_W)$$

De gedane keuze voor de toestandsgrootheden heeft de volgende voordelen:

- Men hoeft alleen relatieve verplaatsingen te meten.
- De bijdragen van de eerste twee termen kunnen desgewenst geleverd worden door een passieve veer met stijfheid  $k_1$  en een passieve demper met dempingskonstante  $k_2$  waardoor het systeem 'fail safe' wordt, d.w.z.: bij het onverhoeds wegvallen van de

actuatoorkracht zullen de passieve elementen voorkomen dat er veel schade wordt aangericht.

- Via de gemeten bandindrukking ( $x_A - x_W$ ) wordt direkt informatie over het wegdekprofiel verkregen.
- Ook bij taludvormige wegdeksignalen worden de toestandsgrootheden niet onbeperkt groot.

[1] eindigt met een aantal responsies en praktische uitvoeringsvormen van de actieve vering.

Uiteraard kan hetzelfde ook toegepast worden op ons systeem. Bij gebruik van semi-actieve elementen moet de stuurgrootheid  $F$  dan vertaald worden naar een geschikte instelling van de elementparameters.

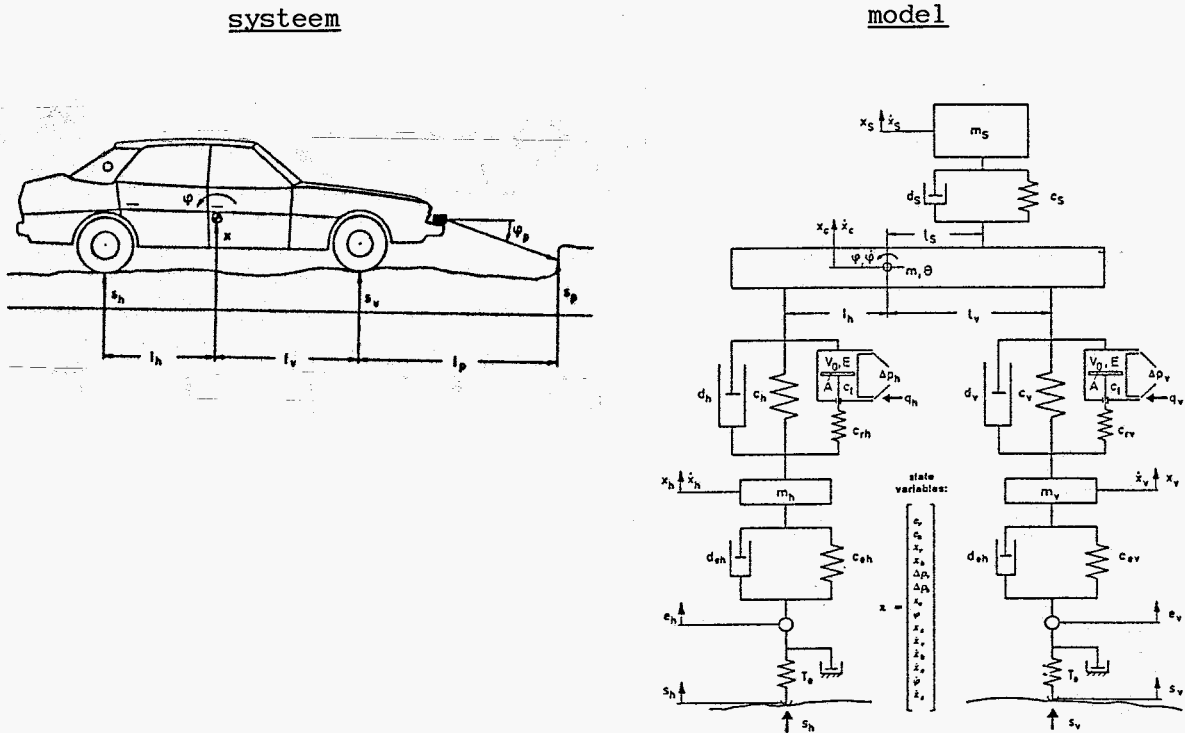
Het regelresultaat dat met semi-actieve vering te behalen is, zal vergeleken met actieve vering slechter zijn doordat de per definitie opzettelijk klein gehouden energiestromen naar de elementen niet altijd toestaan dat de gewenste kracht ook daadwerkelijk gegenereerd wordt. Merk op dat bovenstaande opmerking voor alle gevallen geldt waarin men een regeling die oorspronkelijk voor actieve vering ontworpen is, gebruikt voor passieve vering.

Daarnaast wordt afbreuk gedaan aan het regelresultaat door het feit dat de snelheid waarmee de elementparameters in de praktijk kunnen worden ingesteld, beperkt is.

Hoe een regelwet met 'preview' te combineren is wordt in [1] niet vermeld.

[2] Foag, W., Grubel, G., *Multi-criteria design for preview vehicle-suspension systems*, DFVLR-Institut für Dynamik der Flugsysteme, Oberpfaffenhofen D-8031 Weßling, FRG, 1987.

Beschrijving van het ontwerp van een actieve vering voor een personenauto m.b.v. hydraulische actuatoren.

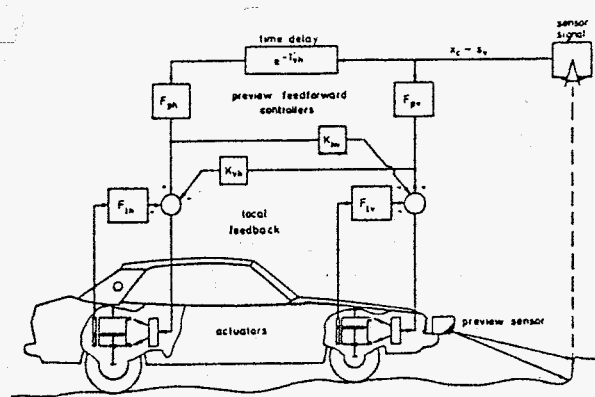


Mechanical model of a single-tracked road vehicle with hydraulic secondary suspension actuators

Als stuurgrootheden kiest men de volumestromen door de actuatoren,  $q_h$  en  $q_v$ . Voor beide wielen past men terugkoppeling toe met als doel: een betere stabiliteit en meer demping vergeleken met de passieve vering. Dit gebeurt via PI-regelaars, in het overzicht van de regeling op pagina 7 aangeduid met  $F_{1h}$  en  $F_{1v}$ . Aan de hand van een eenvoudig voorbeeld wordt aangetoond dat de zogenaamde dynamische compensatoren  $F_{pv}$  en  $F_{ph}$  de volgende structuur moeten hebben:

$$F_{pj} = \frac{b_{0j} + 1_j s + \dots + b_{4j} s^4}{a_{0j} + a_{1j} s + \dots + a_{5j} s^5} ; \quad j = v, h$$





Structure of an active suspension system incorporating local feedback controllers and preview feedforward.

Nog nader te bepalen zijn dus:

- de coëfficiënten  $b_{0j}, \dots, b_{4j}, a_{0j}, \dots, a_{5j}$
- de versterkingsfactoren  $K_{vh}$  en  $K_{hv}$  (zie bovenstaande figuur)
- de 'preview'-tijd  $T_{pv}$

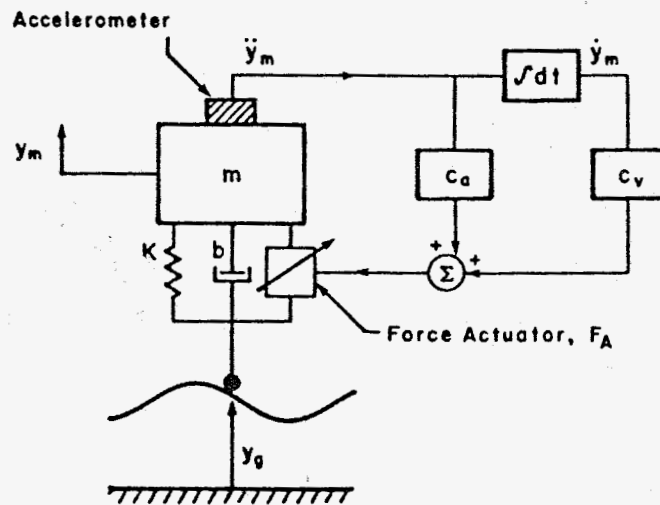
De gevolgde methode is de zgn. Pareto-optimalisatie.

Men kiest hierbij een conditie waaronder men het systeem wil optimaliseren d.w.z. een rijnsnelheid, een soort wegdekprofiel en een belasting. Vervolgens worden bovengenoemde coëfficiënten, factoren en 'preview'-tijd middels een iteratief proces zodanig aangepast (vanaf hun gekozen startwaarden) dat zo goed mogelijk voldaan wordt aan een aantal mathematisch geformuleerde eisen voor wat betreft rijcomfort, dynamische wiellast etc..

De regeling zal ook in ons geval toepasbaar zijn omdat er geen zware eisen aan het te regelen systeem worden gesteld. Gunstig is ook het feit dat de regeling uiteindelijk resulteert in een afweegprobleem. Het gebruikte model komt goed in de buurt van de realiteit en heeft bovendien het voordeel 'fail safe' te zijn. Het enige essentiële verschil met ons model ligt in het toegepaste type vering (hier: actieve vering).

[5] Hedrick, J.K., *Railway vehicle active suspensions*, Vehicle System Dynamics, 10(1981), p. 267-283.

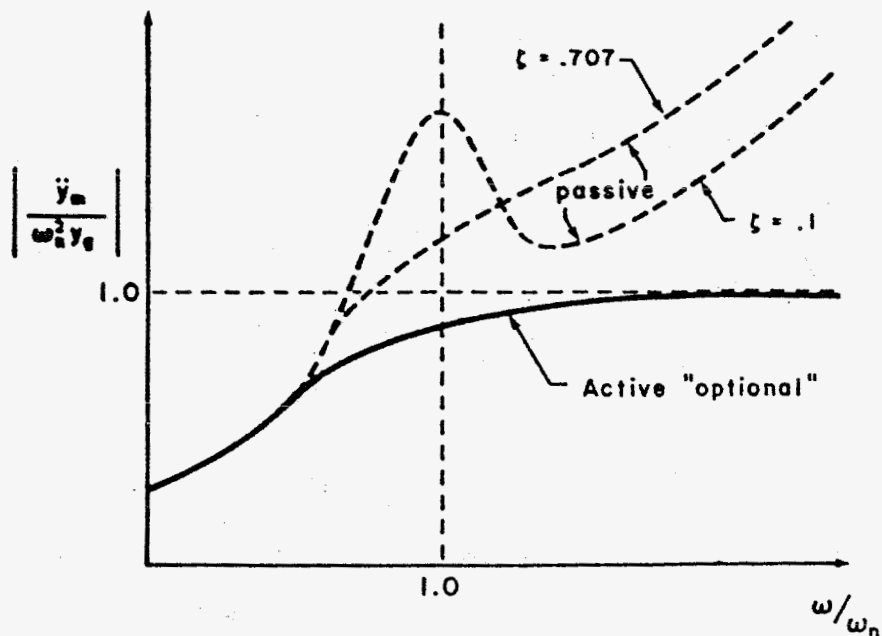
Men beperkt zich hier in eerste instantie tot railvoertuigen en stelt als hoofddoel: verbetering van het rijcomfort. Dit tracht men te bereiken door enerzijds passieve vering (voor ons niet interessant) en anderzijds actieve vering toe te passen:



Resulterende bewegingsvergelijking:

$$(C_a + m)\ddot{y}_m + (C_v + b)\dot{y}_m + Ky_m = b\dot{y}_g + Ky_g$$

Onderstaande figuur toont aan dat  $\ddot{y}_m$  (een maat voor het rijcomfort) met deze relatief eenvoudige regeling goed onderdrukt wordt, met name voor de hogere frequenties van het wegdeksignaal.



Qua structuur is de regeling niets anders dan een eenvoudige lineaire regelwet. In ons geval hebben we te maken met meerdere vrijheidsgraden en meerdere eisen (bijv. m.b.t. dynamische wiellast en afstand wielas-chassis) waaraan voldaan moet kunnen worden. Het vinden van de optimale instelling van de regelwetparameters zal hierbij (net als bij [1]) zonder verdere theoretische onderbouwing grote problemen opleveren.

Toepassing van de theorie in ongewijzigde vorm zou bijv. kunnen door voor  $y_m$  de verplaatsing van het chassis te nemen en voor  $y_g$  de achterasverplaatsing. Of deze in eenvoud uitmuntende regeling dan nog geschikt is, valt te betwijfelen.

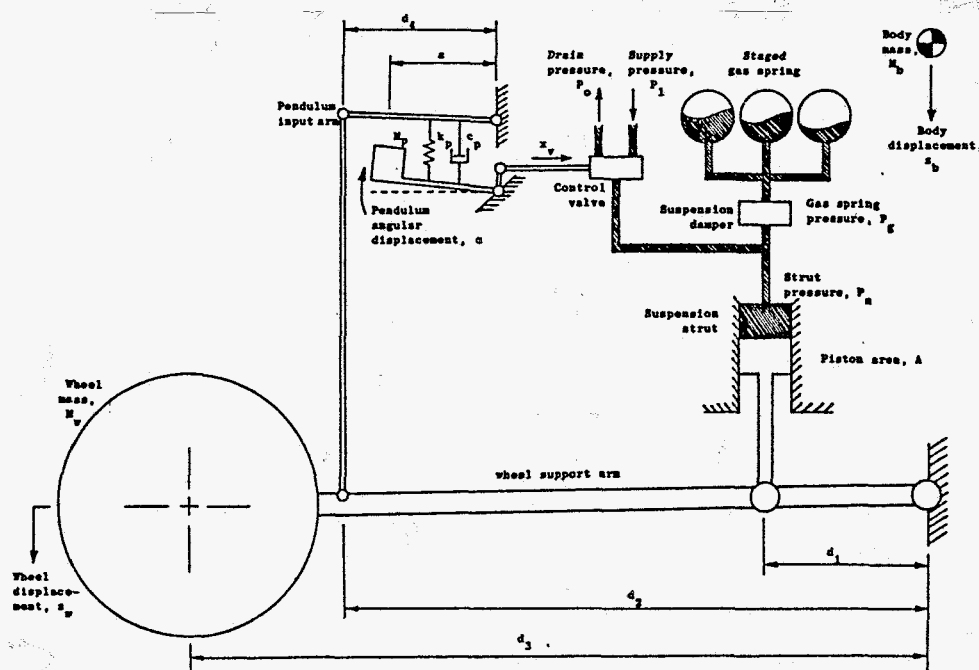
'Preview' komt in [5] niet aan de orde.

[6] Horton, D.N.L., Crolla, D.A., *Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle*, Vehicle System Dynamics, 15(1986), p. 351-372.

De regeling die hier besproken wordt heeft als hoofddoel het horizontaal houden van een voertuig onder verschillende omstandigheden. Met name de roll-bewegingen (om een horizontale as in langsrichting) en dombewegingen (om een horizontale as loodrecht op de rijrichting) dienen te worden onderdrukt.

Dankzij de regeling krijgt men een grotere vrijheid in de keuze van de (gas)veerstijfheden in vergelijking tot de volledig passieve vering. Dit komt weer ten goede aan het rijcomfort.

Voor één wiel ziet het regelsysteem er als volgt uit:

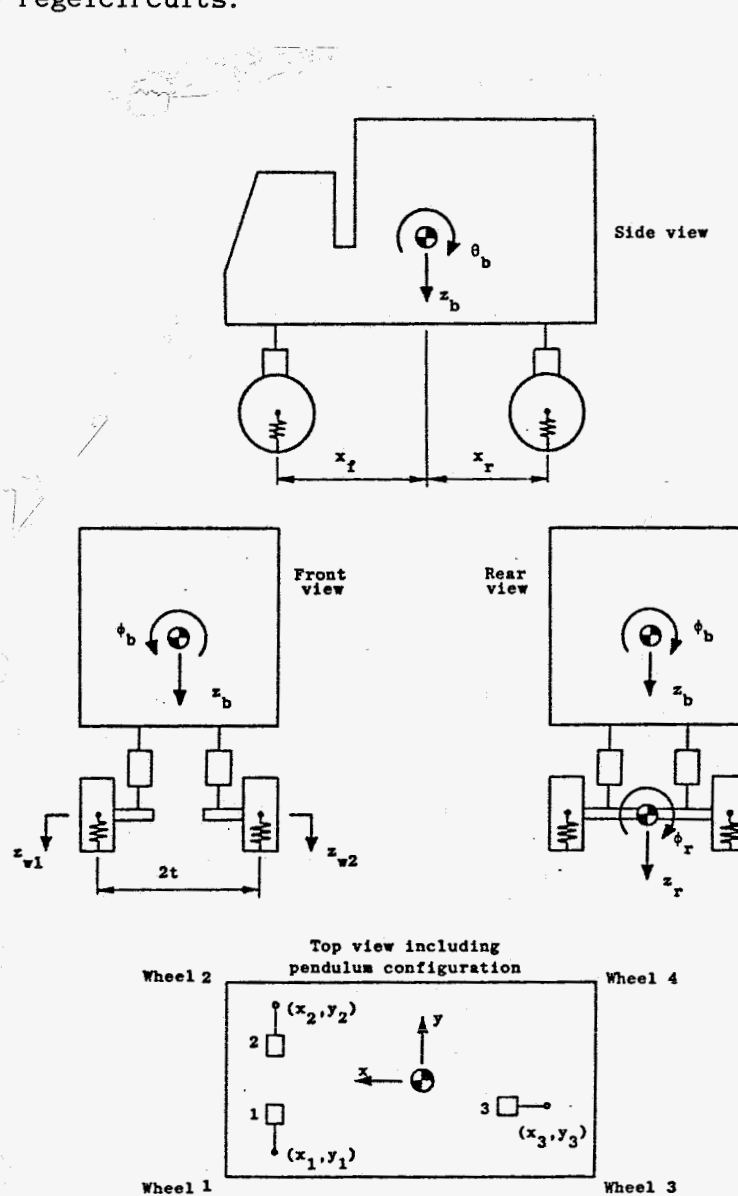


Schematic diagram of a single wheel station with semi-active gas suspension.

De vering op zich wordt gevormd door de gas/olie-veer, gecombineerd met een hydraulische demper. Statisch gezien veroorzaakt een wielverplaatsing t.o.v. de carrosserie via een regelklep de toe- of afvoer van olie waardoor het hydraulische systeem in staat wordt gesteld de

wielverplaatsing (t.o.v. de carrosserie) te compenseren. Men neemt vervolgens aan dat de draaipunten van de achterwielen via een starre as met elkaar in verbinding staan zodat volstaan kan worden met drie aparte regelsystemen. Worden de drie regelsystemen in één voertuig samengebracht, dan moeten i.v.m. de ontstane nevencondities de regelsystemen met elkaar kunnen communiceren. Dit is te realiseren door een hydraulische koppeling van de regelsystemen.

Onderstaand figuur toont de resterende vrijheidsgraden en positionering van de drie regelcircuits.



The four wheel vehicle ride model and control pendulum configuration.

Na het opstellen van alle bewegingsvergelijkingen volgt na experimenteel onderzoek de optimale parameterinstelling.

De systeemresponsies op:

- een rampfunctie als wegdeksignaal
- stapvormig veranderende carrosseriemassa

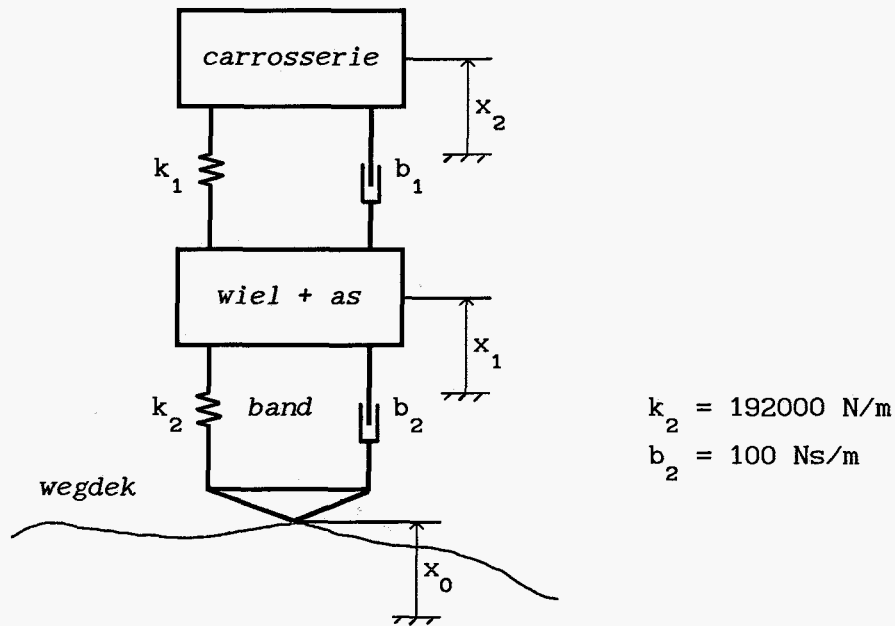
voor een volledig passieve resp. semi-actieve vering, tonen aan dat de regeling doeltreffend werkt.

Ook in ons geval van een trekker-opleggercombinatie is zeer waarschijnlijk een goed regelresultaat te bereiken. Vooral ook omdat de situatie van een plotseling veranderende carrosseriemassa in zekere zin te vergelijken is met een situatie waarin het chassis van de trekker plotseling wordt belast door de traagheidskrachten van de oplegger bij stapvormige wegdeksignalen.

Een bezwaar is uiteraard dat het systeem niet 'fail safe' is en dat geen 'preview' wordt toegepast.

[14] Sharp, R.S., Hassan, S.A., *An evaluation of passive automotive systems with...*, Vehicle System Dynamics, 15(1986), p. 335-350.

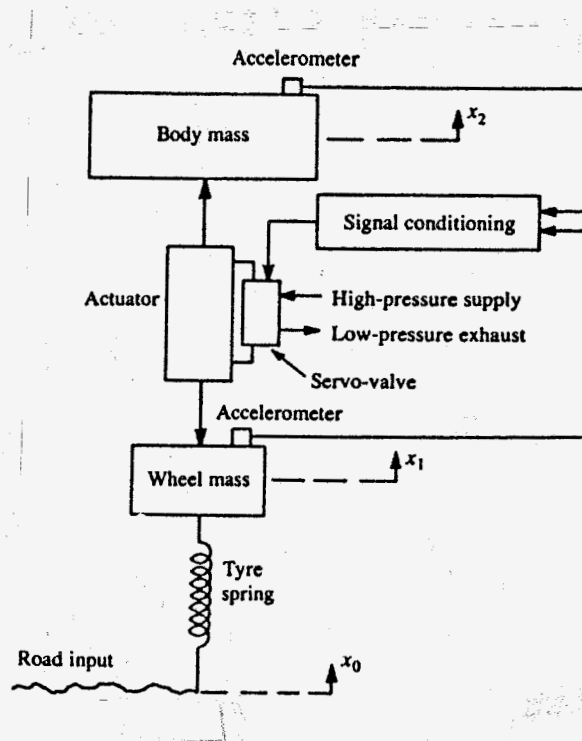
Aan de hand van onderstaand model wordt hier duidelijk gemaakt hoe door een geschikte keuze van de veer- en dempingskonstante  $k_1$  resp.  $b_1$  afhankelijk van het type wegdekprofiel een dynamisch gedrag van het voertuig te verkrijgen is dat voldoet aan de eisen van goed rijcomfort, kleine dynamische wiellast en een toelaatbare as-carrosserieafstand.



Tevens geeft men aan hoe de parameterinstelling moet worden bij remmen of optrekken en het rijden in bochten. Een instelling die af te leiden is uit de via sensoren verkregen informatie over o.a. stuurhoek, voertuigstand en -snelheid, rem- en gaspedaalstand. Men vermeldt helaas niet hoe in andere situaties de optimale parameterinstelling in relatie tot het type wegdekprofiel te bewerkstelligen is. Zodoende levert bovenstaande literatuur maar weinig bruikbare informatie op.

[15] Sharp, R.S. Hassan, S.A., *The relative performance capabilities of passive, active and semi-active car suspension systems*, Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 200, No. D3, 1986, p. 219-228.

Wederom kiest men voor toestandsterugkoppeling via een lineaire regelwet voor onderstaand model.



Men bespreekt de volgende twee mogelijkheden.

- Volledige toestandsterugkoppeling met de door een actuator uitgeoefende kracht  $F$  als stuurgrootheid:

$$\begin{aligned} F &= k_1(x_1 - x_0) + k_2(x_2 - x_0) + k_3\dot{x}_1 + k_4\dot{x}_2 = \\ &= k_1(x_1 - x_2) + k_3(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (k_1 + k_2)(x_2 - x_0) + (k_3 + k_4)\dot{x}_2 \end{aligned}$$

De bijdrage van de eerste twee termen kunnen desgewenst door een passieve veer met stijfheid  $k_1$  en een passieve demper met dempingskonstante  $k_2$  geleverd worden. De bijdragen van de derde en vierde term moeten geleverd worden door een (semi-)actieve veer resp.



(semi-)actieve demper. Laatstgenoemde element kan indien gewenst ook de taak van de passieve demper op zich nemen.

- Onvolledige toestandsterugkoppeling wanneer afgezien wordt van het moeilijk te bepalen wegdeksignaal  $x_0$ :

$$\begin{aligned} F &= k_1^* \dot{x}_1 + k_2^* \dot{x}_2 + k_3^* \dot{x}_1 + k_4^* \dot{x}_2 = \\ &= k_1^* (x_1 - x_2) + k_3^* (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (k_1^* + k_2^*) x_2 + (k_3^* + k_4^*) \dot{x}_2 \end{aligned}$$

De bijdrage van de laatste term kan op de zelfde wijze gegenereerd worden als bij de volledige toestandsterugkoppeling.

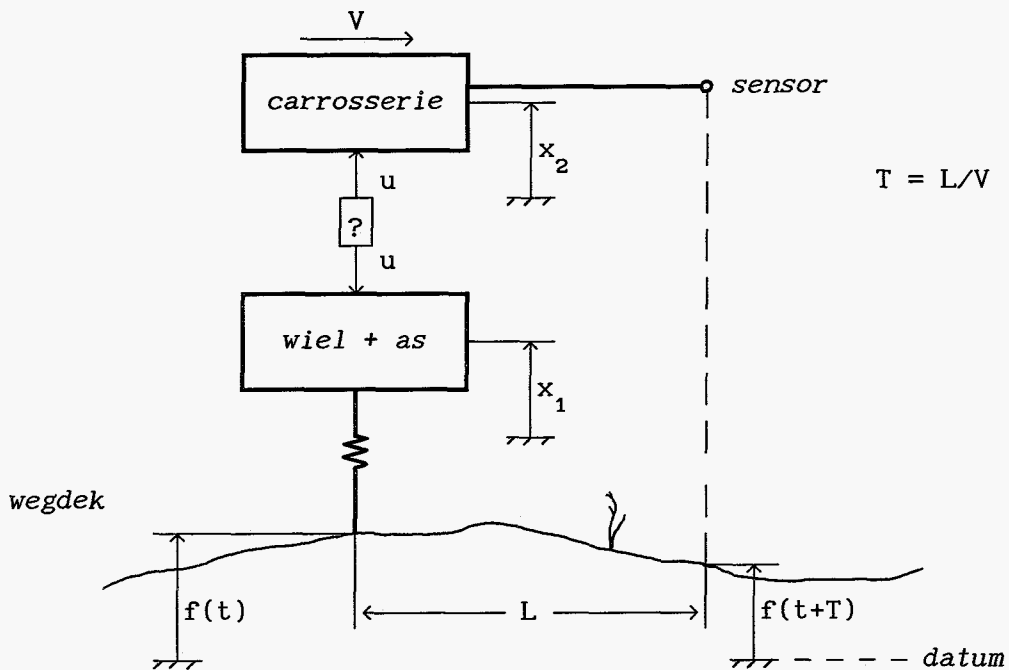
De theorie wordt op zowel actieve als semi-actieve veersystemen toegepast. [15] toont aan dat semi-actieve veersystemen in de meeste gevallen niet veel slechter zijn dan volledig actieve wat o.a. tot uiting komt in het aantal malen dat de semi-actieve elementen uitgeschakeld worden en het verloop van de zgn. discomfort-parameter bij een stochastisch wegdeksignaal.

Het zal duidelijk zijn dat ook ons systeem in aanmerking komt voor deze regelstrategie. We kunnen stellen dat [15] in grote lijnen overeenkomt met veel van de overige literatuur (bijv. [1]) over regelingen die op al dan niet volledige toestandsterugkoppeling gebaseerd zijn. Voor [15] gelden dan ook in principe dezelfde eerder gemaakte opmerkingen.

[16] Thompson, A.G., Davis, B.R., Pearce, C.E.M., *An optimal linear active suspension with finite road preview*, Univ. of Adelaide, S. Australia, SAE 800520.

Naast volledige toestandsterugkoppeling gebruikt men hier ook de voorwaartskoppeling van het vooraf gemeten wegdeksignaal. Er volgt nu een beknopt overzicht met daarin de belangrijkste tussenresultaten.

Model:



Toestandsvergelijking:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{u} + \mathbf{B}_2\mathbf{w} \quad ; \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{0}$$

( $\mathbf{w}$  = vektor met "verstoringen" waaronder  $f$ )

Definieer als de zgn. kosten op het tijdsinterval  $[t, t_f]$  het kwadratische integraalcriterium

$$J(\mathbf{x}(t), t, \mathbf{u}(\tau)) = \frac{1}{2} \int_t^{t_f} (\mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S} \mathbf{w} + \mathbf{w}^T \mathbf{P} \mathbf{w}) dt$$

met  $\tau \in [t, t_f]$  en waarbij de matrices  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$  en  $\mathbf{R}$  als volgt gekozen worden:

$$\begin{aligned} P &\geq 0 ; P = P^T \\ Q &\geq 0 ; Q = Q^T \\ R &> 0 ; R = R^T \end{aligned}$$

Minimalisatie van dit criterium wordt vertaald naar minimalisatie van een Hamiltoniaan wat uiteindelijk resulteert in de welbekende matrix Riccati vergelijking

$$\begin{cases} \dot{K} = -KA - A^T K + KB_1 R^{-1} B_1^T K - Q \\ K(t_f) = K_f \text{ (hier de nulmatrix)} \end{cases}$$

en (t.g.v. de verstoring  $w(t)$ ) een vectorvergelijking:

$$\dot{g} = -[A - B_1 R^{-1} B_1^T K]^T g - [KB_2 + S]w \quad (1)$$

Voor een konstant systeem en  $t_f \rightarrow \infty$ :  $K(t) \rightarrow K$ .

De optimale ingang  $u^0(t)$  wordt hiermee:

$$u^0(t) = \underbrace{-R^{-1} B_1^T K x(t)}_{\text{Kalman feedback}} - \underbrace{R^{-1} B_1^T g(t)}_{\text{'pre-filter' } w(t)}$$

Er doen zich echter problemen voor met:

- de fysische realisatie van het 'pre-filter',
- het vaststellen van de beginwaarde  $g(t_0)$  die verkregen wordt door achterwaartse integratie van (1) met kennis over de verstoring  $w(t)$  op het beschouwde tijdsinterval  $[t_0, t_f]$ .

Men tracht daarom deze problemen m.b.v. 'preview' op te heffen. Stel  $t_0 = 0$ , dan is af te leiden dat voor de oplossing van (1) geldt:

$$g(t) = \int_t^\infty e^{W(t-\alpha)} M w(\alpha) d\alpha$$

waarin de konstante matrices  $W$  en  $M$  gegeven worden door:

$$W = -A^T + KBR^{-1}B_1^T$$

$$M = KB_2 + S$$

$g(t)$  is te schrijven als ( $T=L/V$ : 'preview'-tijd)

$$g(t) = \int_t^{t+T} e^{W(t-\alpha)} M w(\alpha) d\alpha + \int_{t+T}^{\infty} e^{W(t-\alpha)} M w(\alpha) d\alpha \quad (2)$$

Stel dat  $w(t)$  deterministisch is en gegenereerd wordt door een lineair vormend filter, beschreven door de volgende toestands- en uitgangsvergelijking:

$$\begin{cases} \dot{y} = Fy(t) + h\delta(t-T) \\ w(t) = Gy(t) \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} F, G: \text{konstante matrices} \\ h: \text{konstante vektor} \\ \delta(t-T): \text{Dirac-puls op } t = T \end{array}$$

met als oplossing:

$$y(t) = e^{F(t-T)} hU(t-T) \quad U: \text{eenheidsstap op } t = T$$

zodat de tweede integraalterm van (2) gelijk wordt aan  $Zy(t+T)$  met

$$Z = e^{-WT} \int_0^{\infty} e^{-W\sigma} M G e^{F\sigma} d\sigma \quad ; \quad \sigma = \alpha - t - T$$

Stel  $\alpha - t = l$ , dan is (2) te schrijven als:

$$\boxed{g(t) = Zy(t+T) + \int_0^T e^{-Wl} M w(t+l) dl} \quad \text{voor } t \geq 0 \quad (3)$$

Dit vereist wel:

- kennis over het vormend filter en dus  $G$ ,  $F$  en  $h$ ,

- kennis over de "verstoring"  $w(t)$  op het tijdsinterval  $[0, t+T]$ ,
- een toestandschatter voor  $y(t+T)$ .

Voor een random verstoring toont men aan dat deze mag worden voorgesteld als de uitgang van een lineair vormend filter met witte ruis op de ingang. In dat geval zal de tweede term van  $g(t)$  uit (3) er iets anders uit gaan zien. [16] eindigt met de resultaten van een aantal simulaties.

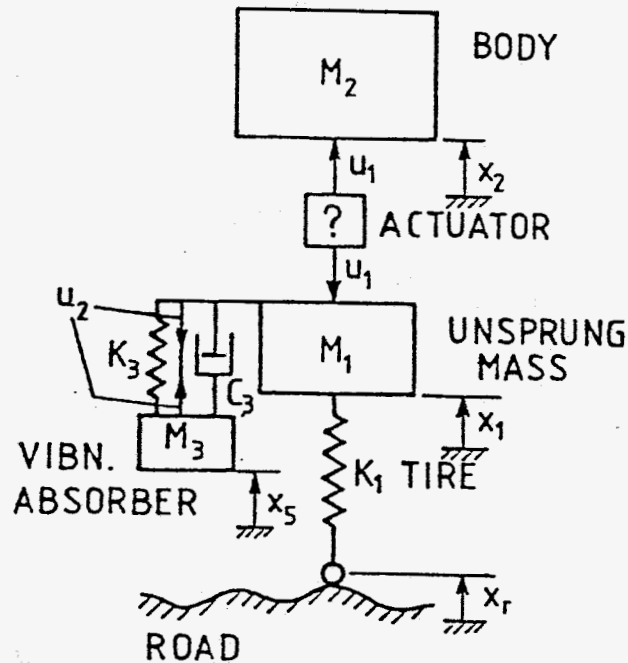
De besproken regeling voldoet aan de eisen:

- toepassing van 'preview',
- het kunnen opleggen van eisen t.a.v. verschillende grootheden in de vorm van een afweegprobleem,
- het toepasbaar zijn op een willekeurig, door een lineaire toestandsvergelijking te beschrijven systeem.

Een bezwaar is dat men (ook bij de uitgevoerde simulaties) is uitgegaan van volledig actieve vering, doch, het verschil met semi-actieve vering zal, zoals bij de meeste regelingen is gebleken, niet erg groot zijn. Daarnaast moet worden opgemerkt dat de regeling vergeleken met de vorige regelingen minder snel te voorzien is wat manipulatie enigszins bemoeilijkt. Ook is het systeem niet 'fail safe'.

[17] Thompson, A.G., Davis, B.R., Salzborn, F.J.M., *Active suspension with vibration absorbers and optimal output feedback control*, SAE 841253, 1984.

Men past uitgangsterugkoppeling toe bij de vering van een voertuig met onderstaand model:



Op grond van de wetenschap dat het voertuig ook taludvormige wegdeksignalen moet kunnen volgen (overeenkomend met een variërende 'datum') zonder dat er numerieke problemen ontstaan, kiest men als toestandsgrootheden:

$$\mathbf{x}^T = [x_1 - x_r \quad x_2 - x_r \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad x_5 - x_r \quad \dot{x}_5]$$

Toestands- en uitgangsvergelijking:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad ; \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx}$$

kies:

$$\mathbf{y}^T = [x_1 - x_r \quad x_2 - x_r \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad x_1 - x_5 \quad \dot{x}_1 - \dot{x}_5] \Rightarrow \mathbf{C}$$

Uitgangsterugkoppeling:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{y} \quad \text{met} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_3 & \mathbf{C}_3 \end{bmatrix}$$

Te minimaliseren kwadratische integraalcriterium:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Z} \mathbf{x} dt$$

waarin  $\mathbf{Z}$  gegeven wordt door:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \mathbf{R} \mathbf{G} \mathbf{C} + \mathbf{Q}$$

De optimale waarden van de matrixelementen van  $\mathbf{G}$  en daarmee de optimale ingang berekent men m.b.v. de zgn. Fletcher-Reeves methode. Aangetoond wordt, net als bij [1] en [15], dat een deel van de benodigde kracht ook door passieve elementen (in de figuur:  $\mathbf{K}_3$  en  $\mathbf{C}_3$  met massa  $M_3$ ) verzorgd kunnen worden.

De door [17] gevolgde methode zijn we al vaker tegengekomen. Ze bestaat samengevat uit:

- keuze van geschikte toestandsgrootheden die ook bij taludvormige wegdeksignalen 'netjes' blijven,
- formulering van een aantal eisen door het kiezen van weegmatrices (hier  $\mathbf{Q}$  en  $\mathbf{R}$ ),
- opstellen en minimaliseren van een kwadratisch integraalcriterium,
- toepassing van passieve elementen om de benodigde energiestroom te verkleinen.