

Vergelijking tussen de mogelijkheden van het werken met lineair-gepolariseerd en met circulair gepolariseerd licht

Citation for published version (APA):

Bergmans, J. (1960). *Vergelijking tussen de mogelijkheden van het werken met lineair-gepolariseerd en met circulair gepolariseerd licht*. (DCT rapporten; Vol. 1960.005). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1960

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

VERGELIJKING TUSSEN DE MOGELIJKHEDEN VAN HET WERKEN MET
LINEAIR - GEPOLARISEERD EN MET CIRCULAIR GEPOLARISEERD LICHT.

A. Inleiding:

In het "Overzicht Photo-elasticiteit" is reeds iets hiervan aangegeven:

om isoklinen te bepalen is lineair-gepolariseerd licht nodig, terwijl het circulair gepolariseerde licht ons snel zekerheid geeft over de isochromaten.

Het circulair-gepolariseerde licht grijpt alle punten van het model, ongeacht de oriëntering van de hoofdspanningsvlakken, zo aan, dat de spanningstoestand een maximale invloed op het licht kan uitoefenen.

Bij lineair-gepolariseerd licht oefent de spanningstoestand de maximale invloed op het licht uit bij een hoek van 45° tussen het polarisatievlak en de beide hoofdspanningsvlakken van het punt van het model.

Is nu circulair-gepolariseerd licht in zijn werking enigszins gelijk te stellen met lineair-gepolariseerd licht, waarvan het polarisatievlak een hoek van 45° maakt met de hoofdspanningsvlakken ?

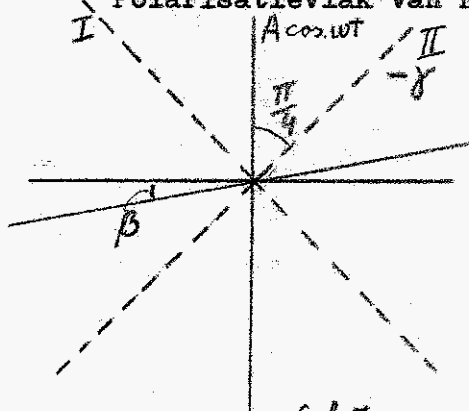
Als antwoord op deze vraag, wijs ik op een belangrijk verschil tussen deze beide lichtsoorten:

met lineair-gepolariseerd licht onder 45° met hoofdspanningsvlakken kan men door het draaien van de analysator geen enkele indicatie krijgen over de gebroken waarde van de orde, en

met circulair-gepolariseerd licht, mits men de $\frac{1}{4}\lambda$ plaat van de analysator onder 45° oriënteert met de hoofdspanningsvlakken van het punt van het model, kan men een zuivere meting doen over de gebroken waarde van de orde, omdat onder deze omstandigheden uit deze $\frac{1}{4}\lambda$ -plaat weer lineair gepolariseerd licht komt, waarvan de hoek, β , tussen het polarisatievlak en één van de genoemde hoofdspanningsvlakken gelijk is aan de helft van de onderlinge verdragingshoek, γ , tussen diezelfde hoofdspanningsvlakken.

- B. Berekening over het effect van de draaiing van de analysator bij lineair gepolariseerd licht, waarvan het polarisatie-vlak een hoek van 45° ($\frac{\pi}{4}$ radiaal) maakt met de hoofdspanningsvlakken van het punt van het model.

Polarisatievlak van het invallende licht is vertikaal (zie schets 1)



Op hoofdvlak I valt in: $\frac{1}{2}A\sqrt{2} \cos \omega t$
 " " II " " : $\frac{1}{2}A\sqrt{2} \cos \omega t$
 Uit hoofdvlak I treedt: $\frac{1}{2}A\sqrt{2} \cos \omega t$
 " " II " " : $\frac{1}{2}A\sqrt{2} \cos(\omega t - \gamma)$

Analysator is geplaatst onder een hoek β met de horizontaal.

De analysator constateert dus de momentane afwijking:

$$A_{t_a} = \frac{1}{2} AV^2 \left\{ \cos \omega t \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) - \cos(\omega t - \gamma) \sin \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) \right\}$$

Om de lichtenergie te weten, die de analysator doorlaat, moeten we de momentane afwijking A_{t_a} eerst kwadrateren en

daarna integreren over een volledige golflengte en vermenigvuldigen met het trillingsgetal.

Omdat we alleen willen weten, bij welke waarde van β het licht, dat de analysator doorlaat, minimaal is bij een bepaalde γ , kunnen we $\frac{1}{2} AV^2$ weglaten en ook het trillingsgetal.

Als "momenteel-kwadraat" vinden we dus:

$$\begin{aligned} & \cos^2 \omega t \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) + \cos^2(\omega t - \gamma) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) - \\ & - 2 \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \gamma) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) = \\ = & \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) + \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega t - 2\gamma) \right\} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) - \\ & - \frac{1}{2} \left\{ \cos(2\omega t - \gamma) + \cos \gamma \right\} \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) = \\ = & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) + \frac{1}{2} \cos(2\omega t - 2\gamma) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) - \\ & - \frac{1}{2} \cos(2\omega t - \gamma) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) - \frac{1}{2} \cos \gamma \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) \end{aligned}$$

Geïntegreerd over een golflengte:

$$\int_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} \left[\frac{1}{2} \cdot t + \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) + \frac{1}{4\omega} \sin(2\omega t - 2\gamma) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \beta \right) - \frac{1}{4\omega} \sin(2\omega t - \gamma) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) - \frac{1}{2} t \cdot \cos \gamma \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) \right]$$

De grenswaarden maken, dat de 2e, 3e en 4e term wegvallen; dus de integraal schrijven we aldus:

$$L = \frac{\pi}{\omega} - \frac{\pi}{\omega} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta \right) \quad \text{of wel:}$$

$$L = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} \cdot \cos \gamma \cdot \cos 2\beta \quad (1)$$

Deze formule bevestigt de bekende feiten:

voor $\gamma = 0 + n \cdot 2\pi$ is $\cos \gamma = 1$ en wordt de formule:

$$L = \frac{\pi}{\omega} (1 - \cos 2\beta)$$

voor $\beta = 0$ wordt $L = 0$ geen licht

voor $\beta = \frac{\pi}{2}$ wordt $L = 2 \cdot \frac{\pi}{\omega}$ max. licht.

Differentiëren we nu (1) naar β om de standen te vinden voor de analysator, waarbij voor een willekeurige waarde van γ het maximum of minimum licht uit de analysator komt.

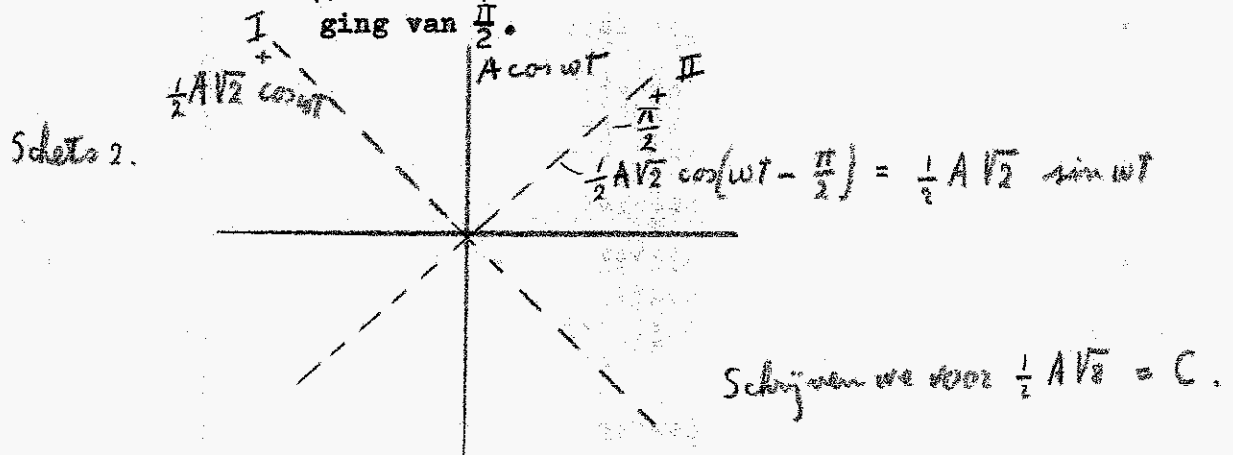
$$\frac{dL}{d\beta} = 2 \frac{I}{\omega} \cdot \cos \gamma \cdot \sin 2\beta = 0$$

Voor alle waarden van γ blijkt het dus, dat minimum of maximum waarden alléén gevonden worden, als de analysator loodrecht of evenwijdig met de polarisator staat. Dit betekent niet, dat de loodrechte stand altijd een minimum en de evenwijdige stand altijd een maximum is. Voor alle waarden van γ , waarvoor $\cos \gamma$ negatief is, is dit namelijk net omgekeerd.

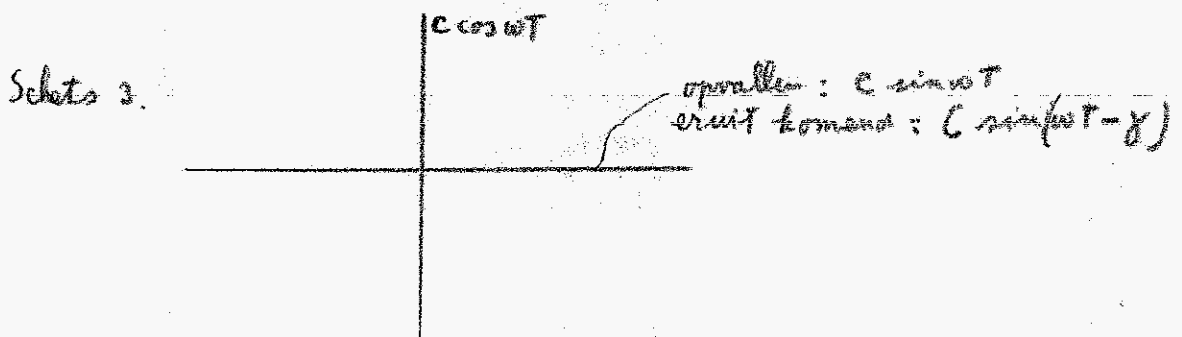
C. Draaiing van de analysator bij circulair gepolariseerd licht.

Schets 2 geeft aan, hoe het circulair gepolariseerde licht ontstaat, namelijk:

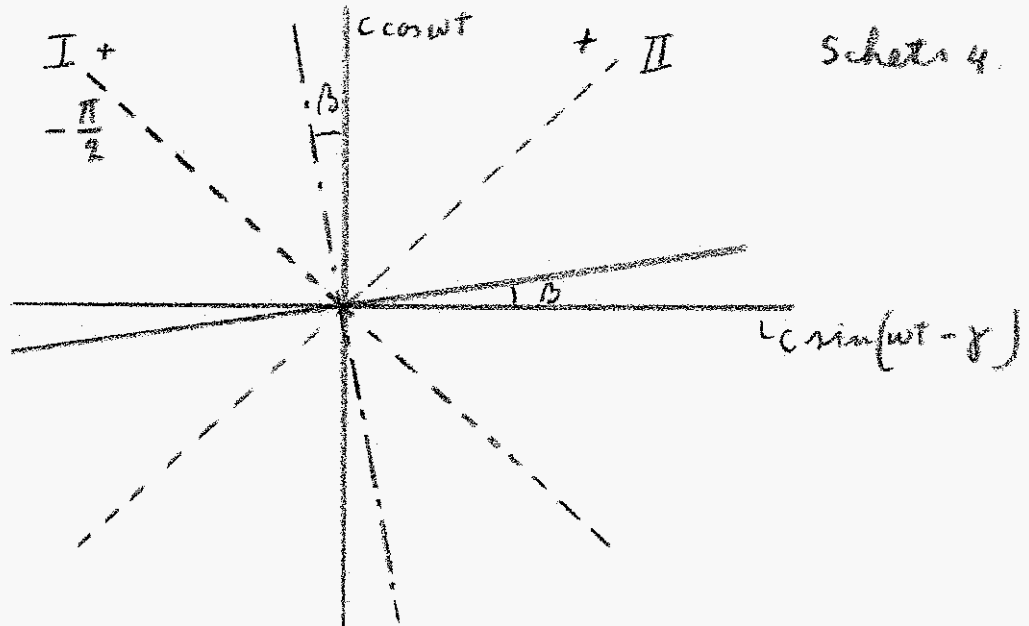
Lineair gepolariseerd licht (polarisatievlak vertikaal) met waarde $A \cdot \cos \omega t$, valt op een $\frac{1}{4}\lambda$ -plaat, waarvan de hoofdvlakken onder 45° ($\frac{\pi}{4}$ radiaal) staan. In hoofdvlak II een vertraging van $\frac{\pi}{2}$.



Omdat het circulair gepolariseerde licht niet verandert, als we de assen draaien, kunnen we het licht, dat op het punt van het proefmodel valt, ook aangeven met in het verticale vlak: $C \cdot \cos \omega t$ en in het horizontale vlak: $C \cdot \sin \omega t$ (zie schets 3).



Uit dit punt komt dus licht, dat samengesteld is uit een vertikaal aandeel: $C \cdot \cos \omega t$ en horizontaal aandeel: $C \cdot \sin(\omega t - \gamma)$. Dit valt op een $\frac{1}{4}\lambda$ -plaat (schets 4), waarvan de hoofdvlakken onder $\frac{\pi}{4}$ radiaal staan en waarvan hoofdvlak I nu een vertraging van $\frac{\pi}{2}$ heeft.



Het licht, dat uit de $\frac{1}{4}\lambda$ -plaat komt, is samengesteld:

$$\text{in vlak I : } \frac{1}{2} C \sqrt{2} \left\{ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\omega t - \gamma - \frac{\pi}{2}\right) \right\}$$

$$\text{in vlak II: } \frac{1}{2} C \sqrt{2} \left\{ \cos(\omega t) + \sin(\omega t - \gamma) \right\}$$

of vereenvoudigd:

$$\text{in vlak I : } \frac{1}{2} A \left\{ \sin(\omega t) + \cos(\omega t - \gamma) \right\}$$

$$\text{in vlak II: } \frac{1}{2} A \left\{ \cos(\omega t) + \sin(\omega t - \gamma) \right\}$$

We onderzoeken nu, of dit lineair gepolariseerd licht is door na te gaan of er een stand van de analysator is (onder hoek β met de horizontaal), waarbij geen licht uit de analysator komt. Dit is het geval als de grootte:

$$G = \frac{1}{2} A \left\{ \sin(\omega t) + \cos(\omega t - \gamma) \right\} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) - \\ - \frac{1}{2} A \left\{ \cos(\omega t) + \sin(\omega t - \gamma) \right\} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$$

voor een bepaalde relatie tussen β en γ voor alle waarden van t de waarde nul heeft.

$$G = \frac{1}{2} A \left\{ \sin(\omega t) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) - \cos(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) + \right. \\ \left. + \cos(\omega t - \gamma) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) - \sin(\omega t - \gamma) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \right\} = \\ = \frac{1}{2} A \left\{ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \beta\right) + \cos\left(\omega t - \gamma + \frac{\pi}{4} + \beta\right) \right\} = \\ = \frac{1}{2} A \left\{ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \beta\right) - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \gamma + \beta\right) \right\}$$

Het is duidelijk, dat voor $-\beta = -\gamma + \beta$ of wel $\beta = \frac{1}{2}\gamma$ de waarde van G voor alle waarden van t gelijk aan nul is.

Er treedt dus lineair gepolariseerd licht uit te tweede $\frac{1}{4}\lambda$ -plaat en de analysator moet onder een hoek, $\frac{1}{2}\gamma$, met de horizontaal geplaatst worden om dit licht volledig te absorberen.

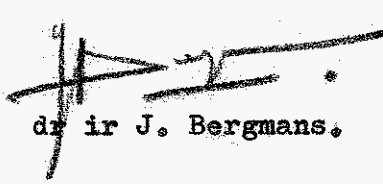
Omdat we nergens met verliezen hebben gerekend, moet dit lineair gepolariseerde licht dezelfde amplitude A hebben als het lineair gepolariseerde licht, waarvan we uitgingen.

We verifiëren dit door het licht afkomstig uit de beide hoofdvlakken van de $2e \frac{1}{4}\lambda$ -plaat samen te stellen in de richting van het vlak, dat een hoek, $\frac{1}{2}\gamma$, met de vertikaal maakt (zie in schets 4 de streep-stip-lijn) en dus loodrecht staat op de stand, waarbij de analysator geen licht doorlaat.

We krijgen dan:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} A \left\{ \sin(\omega t) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) + \cos(\omega t - \gamma) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) + \right. \\ & \left. + (\cos \omega t) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin(\omega t - \gamma) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) \right\} = \\ & = \frac{1}{2} A \left\{ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) + \cos\left(\omega t - \gamma - \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) \right\} = \\ & = \frac{1}{2} A \left\{ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) \right\} = \\ & = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \\ & = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) \end{aligned}$$

Eindhoven, 29 april 1960


dr. ir J. Bergmans.