

Gestructureerde aanpak systeemanalyse, modelvorming en simulatie. Deel 3

Citation for published version (APA):

Hezemans, P. M. A. L. (1987). Gestructureerde aanpak systeemanalyse, modelvorming en simulatie. Deel 3. *Aandrijftechniek*, 10(12), 46-49.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1987

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Simulatie met computers, ook voor aandrijftechnische toepassingen, komt steeds meer voor. In een artikelenreeks gaat de auteur in op dit fenomeen en verklaart technieken en methoden om tot een goed resultaat te komen.

GESTRUCTUREERDE AANPAK SYSTEEMANALYSE, MODEL- VORMING EN SIMULATIE

Ing. P. M. A. L. Hezemans
Wetenschappelijk hoofdmedewerker
vakgroep Aandrijftechniek, TU Eindhoven

In dit derde deel worden de in het vorige deel gestarte beschrijvingen van systeemelementen voortgezet en wordt ingegaan op de bronnen en tweepoorten.

Bronnen

Bronnen zijn actieve elementen, die energie leveren aan een combinatie van passieve systeemelementen en ze worden beschouwd als energieleveranciers of energiebronnen. In onze systeembenadering wordt een energiebron gezien als de plaats waar de energiestroom ontspringt. Slechts door één poort van de bron gaat de energiestroom naar buiten, zodat deze bron als een eenpoort opgevat mag worden. Overeenkomstig de gemaakte afspraak moet voor alle soorten energiebronnen gelden:
 $P < 0$ en $E < 0$

Het negatieve teken geeft aan, dat er energie aan de bron wordt onttrokken. Een verklaring waarom bronenergie en bronvermogen negatief moeten zijn, is eenvoudig te geven:

In een stationaire bedrijfstoestand (lees: de energiebuffers zijn in rust) levert bron #1 energie aan dissipator #2. Omdat de eerste hoofdwet van de thermodynamica dicteert dat:

$$E_1 + E_2 = 0$$

$$P_1 + P_2 = 0,$$

betekent dit tesamen met $E_2 > 0$ en $P_2 > 0$ voor de dissipator, dat

$$E_1 < 0 \text{ en } P_1 < 0$$

moet zijn.

Omdat een energiebron volgens deze wet niet onuitputtelijk is, moet een bron eigenlijk als een tweepoort worden opgevat, waarbij de bron energetisch bevoorrad wordt door de tweede poort. In onze systeembeschouwing moet er van worden uitgegaan dat een bron een voldoende energievoorraad heeft, zodat deze als een eenpoort beschouwd mag worden. In dit opzicht mag bijvoorbeeld een stuwmeer met een zeer grote capaciteit en met prak-

tisch constant waterpeil (lees: een gigantische energiebuffer) worden benaderd als een energiebron met een constante valhoogte.

In sommige gevallen kan een bron zich gedragen als een last met $E > 0$ en $P > 0$. Enkele voorbeelden daarvan zijn:

- een veeruurwerk, waarbij tijdens het opwinden $E > 0$ en gedurende het aflopen $E < 0$ is;
- een gewichtsblok, waarbij bij het hijsen $E > 0$ en bij het vieren $E < 0$ is;
- een "volle" batterij is een energiebron, maar een lege werkt als een weerstand!

We onderscheiden twee soorten energiebronnen, te weten:

α -bron met symbool: SA \leftarrow
en

τ -bron met symbool: ST \leftarrow

Indien een α -bron werkt volgens:

$$\alpha = \alpha(t) \quad (19)$$

dan spreken we van een ideale α -bron; de doorheengrootheid τ wordt niet bepaald door de bij de α -bron behorende vergelijking (19), maar kan pas worden gevonden na berekening en/of computersimulatie van het complete systeemmodel.

Indien een τ -bron functioneert volgens:

$$\tau = \tau(t) \quad (20)$$

dan is er sprake van een ideale τ -bron; ook hier geldt dat de α -grootheid niet wordt bepaald door (20), maar pas gevonden kan worden via berekening en/of computersimulatie van het volledige systeemmodel.

Wanneer deze twee soorten bronnen bovendien tijdsafhankelijk zijn, dan zien hun bronkarakteristieken er als weergegeven in afbeelding 9. Tabel 6 geeft voor fysisch-verschillende domeinen de bronnen aan, die binnen bepaalde grenzen kunnen worden beschouwd als α -respectievelijk τ -bron.

In werkelijkheid zijn energiebronnen verre van ideaal. Deze niet-ideale bronkarakteristieken zijn weergegeven in afbeelding 10. Terecht kan men zeggen dat een

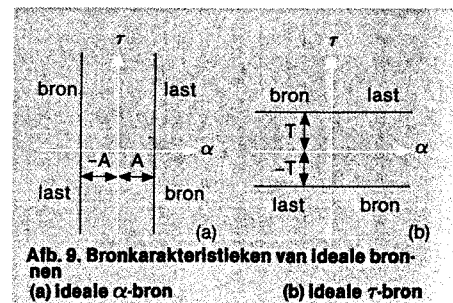
niet-ideale energiebron opgevat mag worden als een combinatie van een ideale energiebron en verschillende soorten passieve systeemelementen (o.a. dissipatoren en buffers).

Tekenafpraak voor ideale bronnen

Neem als voorbeeld een gewichtsblok met massa m , die in twee verschillende referentiekaders voor de verticale snelheid verticaal wordt verplaatst, zie afbeelding 11. In de grafiek 11a, waar de oriëntatie van de naar boven gerichte snelheid positief is genomen, moet het volgende gelden:

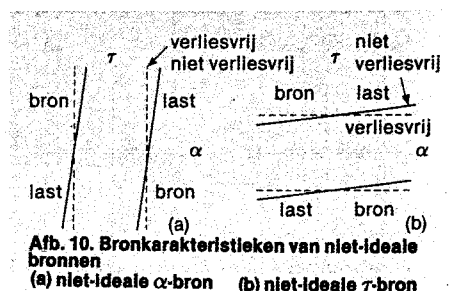
voor het hijsen: $\alpha > 0$; $P > 0$, dus $\tau > 0$
voor het vieren: $\alpha < 0$; $P < 0$, dus $\tau > 0$
m.a.w.: $T1 = m \cdot g$.

Ideale bronnen



Afb. 9. Bronkarakteristieken van ideale bronnen
(a) Ideale α -bron (b) Ideale τ -bron

Niet-ideale bronnen

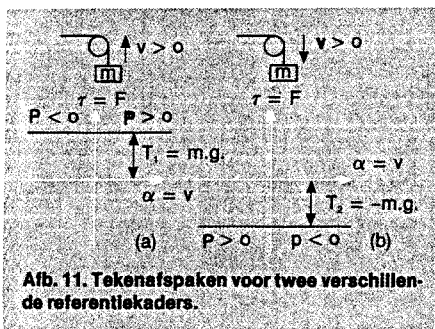


Afb. 10. Bronkarakteristieken van niet-ideale bronnen
(a) niet-ideale α -bron (b) niet-ideale τ -bron

Tabel 6. Voorbeelden van gegeneraliseerde bronnen

stelsel	α -bron	τ -bron
translatie-mechanisch	gedwongen bewegingen in mechanische systemen zoals aardbevingen, wegoneffenheden, vlotterbeweging veroorzaakt door golfbewegingen	gewicht
rotatie-mechanisch	dieselmotor met toerenreguleerder synchroonmotor, hydrostatische motor met constante volumestroom	gewicht over een katrol
hydraulisch/pneumatisch	stuwmeer, gasbel, centrifugaalpomp met constant toerental	hydrostatische pomp met constant toerental
elektrisch	batterij, gelijkstroomgenerator met constant toerental, spanningsbron	zonnecel, stroombron
magnetisch		

Tekenafspraken



Afb. 11. Tekenafspraken voor twee verschillende referentiekaders.

In de grafiek 11b, waar de naar beneden gerichte snelheid positief is georiënteerd, moet het volgende gelden: voor het hijsen: $\alpha < 0$; $P > 0$, dus $\tau < 0$ voor het vieren: $\alpha > 0$; $P < 0$, dus $\tau < 0$ m.a.w.: $T_2 = m.g$.

Het is duidelijk, dat tekenafspraken voor bronnen afhankelijk zijn van de oriëntatiekeuze in het referentiekader.

Twee poorten

Twee poorten zijn systeemelementen waarbij energie door de ene poort binnenstroomt en door de andere uitstroomt. Voor verliesvrije en accumulatievrije energieoverdracht moet gelden: $i = 2$

$$\sum P_i = 0$$

dus:

$$\alpha_1 \cdot \tau_1 + \alpha_2 \cdot \tau_2 = 0$$

met onderstaand symbool:

$$\begin{matrix} \rightarrow 2P \leftarrow \\ \#1 \quad \#2 \end{matrix}$$

Hun functie is klaarblijkelijk *vermogensoverdracht*:

$$P_2 = \alpha_2 \cdot \tau_2 = -\alpha_1 \cdot \tau_1 = -P_1$$

Dit betekent dat, indien aan de eerste poort het vermogen is opgenomen, aan de tweede poort een even groot vermogen wordt afgegeven.

De vermogensoverdracht kan op verschillende manieren geschieden, nl. door:

- transformatie;
- gyratie;
- overbrenging;
- omzetting.

Transformatie

Het symbool voor transformatie is:

$$\begin{matrix} \rightarrow TF \leftarrow \\ \#1 \quad \#2 \end{matrix}$$

α_2 is een functie van α_1 en τ_1 is een functie van τ_2 . Wanneer $\alpha_2 = n \cdot \alpha_1$, dan volgt uit $\alpha_1 \cdot \tau_1 + \alpha_2 \cdot \tau_2 = 0$ de elementvergelijkingen voor de transformatie:

$\alpha_2 = n \cdot \alpha_1$ en $\tau_1 = -n \cdot \tau_2$ met $n =$ transformatieverhouding.

Gyratie

Het symbool voor gyratie is:

$$\begin{matrix} \rightarrow GY \leftarrow \\ \#1 \quad \#2 \end{matrix}$$

τ_2 is een functie van α_1 en τ_1 is een functie van α_2 . Wanneer $\tau_2 = r \cdot \alpha_1$, dan volgt uit de vermogensconventie de vergelijkingen voor de gyratie:

$\tau_2 = r \cdot \alpha_1$ en $\tau_1 = -r \cdot \alpha_2$ met $r =$ gyratieverhouding.

Overbrenging

Een overbrenging brengt energie over

in hetzelfde fysische domein: de aard van de energie blijft onveranderd.

Omzetting

Een omzetter brengt energie over naar een ander fysisch domein: de aard van de energie verandert.

Bepaalde combinaties van transformatie, gyratie, overbrenging en omzetting geven vier verschillende tweepoorten voor accumulatievrije vermogensoverdracht:

- transformatieoverbrenging;
- gyratieoverbrenging;
- transformatieomzetter;
- gyratieomzetter.

Transformatieoverbrenging

Een transformatieoverbrenging is een systeemelement, waarin energie in hetzelfde fysische domein van poort #1 naar poort #2 wordt overgebracht volgens:

$$\alpha_2 = n \cdot \alpha_1 \text{ en } \tau_1 = -n \cdot \tau_2 \quad (21)$$

Voorbeelden van transformatieoverbrengingen zijn:

mechanisch (translatie)

wig, krik, handtassel;

mechanisch (rotatie)

tandwieloverbrenging, wrijvingswieloverbrenging, kettingoverbrenging,

riemoverbrenging, hydrostatische overbrenging, hydrokinetische overbrenging,

elektrische overbrenging;

hydraulisch

hydraulische transformator;

elektrisch

gelijkstroomtransformator.

Het kader "Voorbeeld transformatieoverbrenging geeft de uitwerking van een ideale tandwieloverbrenging als transformatieoverbrenging.

Voorbeeld transformatie-overbrenger

Constructie:

ideale tandwieloverbrenging als transformatie-overbrenging

Veronderstellingen:

massaloos, oneindig stijf en verliesvrij

Element-analyse:

Uit de kinematica volgt:

$$v_1 = -R_1 \cdot \omega_1; v_2 = R_2 \cdot \omega_2; v_1 = v_2$$

waardoor:

$$\omega_2 = -(R_1/R_2) \cdot \omega_1$$

Uit de evenwichtsbeschouwingen volgt:

$$T_1 - F_1 \cdot R_1 = 0; T_2 + F_2 \cdot R_2 = 0;$$

$$F_1 + F_2 = 0$$

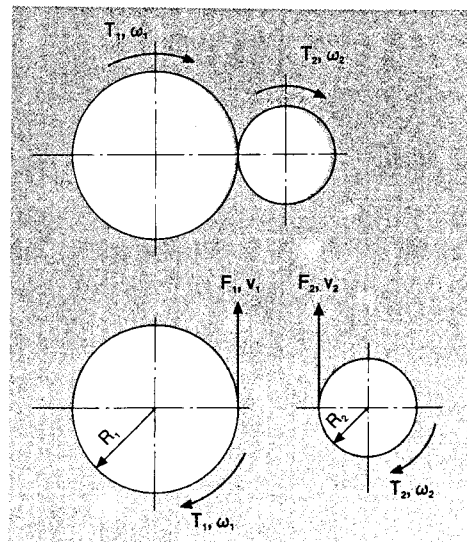
waardoor:

$$T_1 = (R_1/R_2) \cdot T_2$$

De transformatorverhouding n is dan:

$$n = \omega_2/\omega_1 = \alpha_2/\alpha_1 = -\tau_1/\tau_2 = -T_1/T_2 = -R_1/R_2 = -D_1/D_2 = -z_1/z_2,$$

omdat $D_i = m \cdot z_i$, met $z_i =$ aantal tanden van het i -de tandwiel en $m =$ tandmoduul.



Gyratieoverbrenging

Een gyratieoverbrenging is een systeem-element, waarin energie in hetzelfde fysische domein van poort #1 naar poort #2 wordt overgebracht volgens:

$$\tau_2 = r \cdot \alpha_1 \text{ en } \tau_1 = -r \cdot \alpha_2 \quad (22)$$

Voorbeelden van gyratieoverbrengingen zijn:

mechanisch
gyroscop;
elektrisch
Hall-generator.

Transformatieomzetter

Een transformatieomzetter is een systeem-element, waarin energie van poort #1 naar poort #2 wordt overgebracht naar een ander fysisch domein volgens:

$$\alpha_2 = n \cdot \alpha_1 \text{ en } \tau_1 = -n \cdot \tau_2 \quad (23)$$

Voorbeelden van transformatieomzeters zijn:

rotatie-translatie
rondsel-heugel, hijstroommel, schroefspindel;
translatie-rotatie
pompschroevendraaier;
mechanisch-hydraulisch
centrifugaalpomp;
hydraulisch-mechanisch
waterturbine;
elektrisch-mechanisch
gelijkstroommotor;
mechanisch-elektrisch
gelijkstroomgenerator.

Het kader "Voorbeeld transformatieomzetter" geeft de uitwerking van een ideale gelijkstroommachine als transformatieomzetter.

Gyratieomzetter

Een gyratieomzetter is een systeem-element, waarin energie van poort #1 naar poort #2 wordt overgebracht naar een ander fysisch domein volgens:

$$\tau_2 = r \cdot \alpha_1 \text{ en } \tau_1 = -r \cdot \alpha_2 \quad (24)$$

Voorbeelden van gyratieomzeters zijn:

rotatie-translatie
Watt-reguleur;
mechanisch-hydraulisch
hydrostatische pomp;
hydraulisch-mechanisch
hydrostatische motor, hefcilinder.

Het kader "Voorbeeld gyratieomzetter" geeft de uitwerking van een ideale hydraulische cilinder als gyratieomzetter.

Doordat de elementvergelijking van een accumulatievrije tweepoort de vermogensoverdracht niet alleen mathematisch, maar ook fysisch weergeeft, kan men hier volstaan met slechts twee symbolen voor deze vier genoemde tweepoort-elementen:

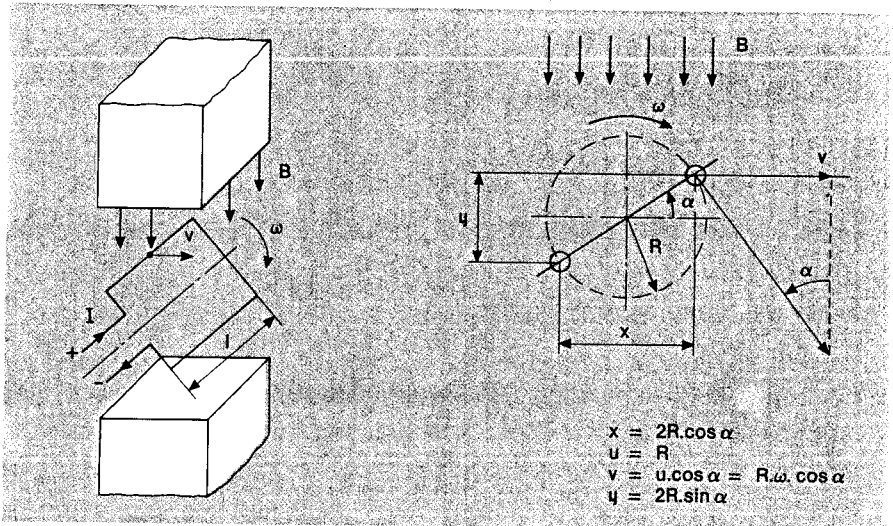
→ TF ← voor transformatieoverbrenging en -omzetter.: in het algemeen: voor *transformatoren*

→ GY ← voor gyratieoverbrenging en -omzetter. in het algemeen: voor *gyratoren*.

Voorbeeld transformatie-omzetter

Constructie:

ideale gelijkstroommachine als transformatie-omzetter



Veronderstellingen:

geen elektrische en mechanische dissipatie, geen inductieve en capacitieve effecten in de stroomgeleider.

Elementanalyse:

Voor de elektromechanische energieomzetting geldt de volgende "Faraday" wet van elektromagnetische inductie (wet van Lenz):

$$U = -d\phi/dt = -d(B \cdot I \cdot x)/dt = 2BIR\omega \sin \alpha$$

en de "Lorentz" wet voor de elektromotorische kracht (EMK) met de linkerhandregel):

$$F = -B \cdot I \cdot l \quad (F \text{ in oppositie van } v)$$

$$T = F \cdot y = -B \cdot I \cdot R \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Met behulp van de gelijkrichter (commutatie) en "intelligente" poolconfiguratie zal voor een gelijkstroommachine met een aantal windingen N gelden:

$$U = B \cdot I \cdot R \cdot N \cdot \omega; T = -B \cdot I \cdot R \cdot N \cdot l$$

waaruit de transformatieverhouding n volgt:

$$U/I\omega = \alpha_2/\alpha_1 = -\tau_1/\tau_2 = -T/I = n = B \cdot l \cdot R \cdot N.$$

Twee- en meerpoorten met energie-accumulatie

Allereerst wijzen we op het bekende feit dat energie in een energiebuffer (hetzij capaciteit, hetzij inductie) door één poort wordt opgeslagen om later door diezelfde poort te worden afgevoerd. Deze buffer is per definitie een eenpoort-buffer.

In dit licht introduceren we nu tweepoort-buffers met de volgende energiefunctie: energie wordt door de ene poort opgeslagen om later door de andere poort te worden afgevoerd, waarbij deze energie óf getransformeerd óf omgezet wordt. Tot dit type tweepoorten behoren onder andere:

- elektromagneet (solenoiden);
- elektrische condensator met beweegbare membraan (condensator-microfoon);
- piezokristal;
- gekoppelde spoelen;
- thermofluidische omzeters;
- thermomechanische omzeters;
- thermochemische omzeters;

- thermoelektrische omzeters;
- fotoweerstand.

In navolging van de eenpoort-buffer wordt in de tweepoortbuffer een totale energie toegevoerd ter grootte van $E > 0$ waarbij zal gelden:

$$i = 2$$

$$\sum P_i \neq 0$$

Voor het gecombineerde proces van energieaccumulatie en energietransito, waarbij ervan wordt uitgegaan dat de energietransito volledig is, geldt:

$$E = 0; \sum P_i = 0$$

Aan de hand van een voorbeeld met een solenoïde zullen we nagaan dat het bovenstaande inderdaad geldt.

De constitutieve relatie van de inductie L van de solenoïde is eenvoudigheidshalve gegeven als:

$$L = \phi/I = n^2 A/x = L(x)$$

met ϕ = flux

I = stroomsterkte

n = aantal windingen

A = flux-oppervlak

We beginnen met een zekere waarde voor

Voorbeeld gyratie-omzetter

Constructie:

ideale hydraulische cilinder als gyratieomzetter

Veronderstellingen:

olie onsamendrukbaar, cilinderwand niet elastisch, zuiger massaloos, wrijvingsloos en lekvrij

Elementanalyse:

De volumeverdringing door de zuigerverplaatsing wordt beschreven door:

$$Q = A \cdot \dot{x}$$

In het krachtcontact is de oppervlakvector van het "control"-volume naar rechts gericht, derhalve kan de krachtenevenwicht in dit contact als volgt worden opgesteld:

$$\vec{A} \cdot p + \vec{F} = 0, \text{ dus } F = -A \cdot p$$

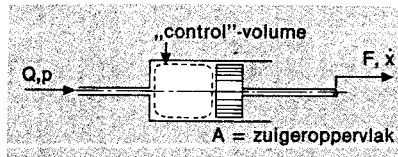
De gyratieverhouding r is dan:

$$Q/\dot{x} = \tau_2/\alpha_1 = -F/p = -\tau_1/\alpha_2 = r = A$$

Geheel analoog met bovenstaande vinden we voor de hydrostatische machine de gyratieverhouding:

$$Q/\omega = \tau_2/\alpha_1 = -T/p = -\tau_1/\alpha_2 = r = V/(2\pi)$$

- met V = slagvolume van de hydrostatische machine
- Q = volumestroom van de hydrostatische machine
- ω = toerental van deze machine
- P = drukverschil over deze machine.
- T = koppel van deze machine.



x en met flux $\phi = 0$. We fixeren de staaf op $x = x_0 > 0$ en brengen daarna ϕ op een bepaalde waarde ($\phi = \phi_0 > 0$). Na deze fluxverandering met $dx = 0$ wordt alleen elektromagnetische energie opgeslagen:

$$E(\phi, x) = \int_0^{\phi_0} I \cdot d\phi = \phi_0^2 / (2 \cdot L(x_0)) =$$

$$E(\phi_0, x_0) > 0$$

en daarmee wordt het toegevoerde vermogen:

$$P(\phi, x) = dE/dt = I \cdot U = I \cdot d\phi/dt = (\phi/L(x)) \cdot d\phi/dt > 0$$

omdat $\phi > 0$; $x > 0$ en $d\phi/dt > 0$.

Het verloop van het proces van energieaccumulatie gecombineerd met energietransitto kan worden beschreven door de totale differentiaal van de energiefunctie $E(\phi, x)$:

$$dE(\phi, x) = (\delta E/\delta \phi) \cdot d\phi + (\delta E/\delta x) \cdot dx = I \cdot d\phi + F \cdot dx \quad (25)$$

waarbij de partiële afgeleiden fysisch "herkend" worden als respectievelijk stroomsterkte I en kracht F . Bij fixatie ($x = x_0$ en $dx = 0$) is volgens (25):

$$dE_I = I \cdot d\phi > 0 \quad (26)$$

die bij loslaten van de staaf (met $dx \neq 0$ en $d\phi = 0$) overgaat in $dE_2 = F \cdot dx$. Het is nu de vraag welke tekenwaarde dE_2 zal hebben: positief of negatief. We moeten namelijk, thermodynamisch gezien, bewijzen dat $dE_1 + dE_2 = 0$, met andere woorden dat vanwege (26) geldt:

$$dE_2 = -dE_1 < 0 \quad (27)$$

Omdat de partiële differentiaal van E in x :

$$F = \delta E/\delta x = \delta/\delta x \cdot (\phi^2/(2 \cdot L(x))) = -\phi^2 \cdot (\delta L(x)/\delta x)/(2 \cdot L^2(x)) = \phi^2/(2 \cdot n^2 \cdot A)$$

altijd positief is, moeten we nog bewijzen dat

$$dx < 0 \quad (28)$$

moet zijn.

Het integrale effect van dit proces wordt als volgt beschreven:

$$E = \int dE = \int dE_1 + \int dE_2 = \int_0^{\phi_0} I \cdot d\phi + \int_{x_0}^0 F \cdot dx = \int_0^{\phi_0} (\phi/L(x_0)) \cdot d\phi - \int_{x_0}^0 \phi_0^2 \cdot (\delta L(x)/\delta x) \cdot dx/(2 \cdot L^2(x)) =$$

$$\phi_0^2/(2 \cdot L(x_0)) \Big|_0^{\phi_0} + \phi_0^2/(2 \cdot L(x)) \Big|_{x_0}^0 = 0$$

$$\phi_0^2/(2 \cdot L(x_0)) \Big|_0^{\phi_0} + \phi_0^2/(2 \cdot L(x)) \Big|_{x_0}^0 = 0$$

Met $E = 0$ kunnen we aantonen dat in de tweepoort energie voor 100% van de ene poort naar de andere poort wordt overgebracht. Men zegt dan dat deze poorten volledig gekoppeld zijn. Waarmee het bewijs voor (27) en (28) is gegeven. (28) kan worden geïnterpreteerd als een afstandsverkleining van de staaf bij het loslaten, fysisch kan worden gezien als "magnetische aantrekking". (25)

geldt niet alleen voor het ene (bepaalde) geval "eerst x fixeren, dan ϕ opvoeren en vervolgens x loslaten, maar ook voor het andere (algemene) geval waarbij accumuleren en doorgeven gelijktijdig kunnen optreden.

De voorwaarden voor de energietransitto (energieoverdracht van de ene poort naar de andere poort) kan het best worden samengevat in het zogenaamde reciprociteitstheorema van Maxwell, dat als volgt luidt:

Gegeven de energiefunctie $E = E(\phi, x) = \phi^2/(2 \cdot L(x))$ met partiële differentiaal $I = \delta E/\delta \phi = I(\phi, x)$ en $F = \delta E/\delta x = F(\phi, x)$.

Indien $\delta I/\delta x = \delta F/\delta \phi = \delta^2 E/(\delta \phi \cdot \delta x)$ dan zijn de poorten energetisch gekoppeld.

We zijn echter geïnteresseerd in de mate van de energetische koppeling tussen twee poorten. Daartoe lineariseren wij I en F met als resultaat:

$$\Delta I = K_{11} \cdot \Delta \phi + K_{12} \cdot \Delta x$$

$$\Delta F = K_{21} \cdot \Delta \phi + K_{22} \cdot \Delta x$$

met:

$$K_{11} = \delta I/\delta \phi = 1/L(x)$$

$$K_{12} = \delta I/\delta x = -\phi \cdot (\delta L(x)/\delta x)/L^2(x)$$

$$K_{21} = \delta F/\delta \phi = -\phi \cdot (\delta L(x)/\delta x)/L^2(x)$$

$$K_{22} = \delta F/\delta x =$$

$$\phi^2 \cdot (\delta^2 L(x)/\delta x^2)/(2 \cdot L^2(x)) + \phi^2 \cdot (\delta L(x)/\delta x)^2/L^3(x)$$

Men ziet dat:

$$K_{12} = K_{21},$$

wat overeenkomt met het reciprociteitstheorema van Maxwell.

Verder kan worden bewezen dat, als de poorten energetisch volledig gekoppeld zijn, geldt:

$$K_{11} \cdot K_{22} = K_{12} \cdot K_{21}$$

en bij onvolledige koppeling:

$$K_{11} \cdot K_{22} > K_{12} \cdot K_{21}$$

Bij onvolledige koppeling wordt bij energieafgifte slechts een bepaald deel van de door de eerste poort binnengekomen energie naar de tweede poort overgebracht, terwijl de rest via de eerste poort wordt teruggegeven.

De mate van deze koppeling kan hier worden vastgelegd met een koppelfactor k met bijbehorende definitie:

$$k = K_{12} \cdot K_{21}/K_{11} \cdot K_{22}$$

In het geval van de solenoïde is $k = 1$, omdat de eerste term van K_{22} gelijk is aan nul.

Het geval $K_{11} \cdot K_{22} < K_{12} \cdot K_{21}$ is fysisch onmogelijk.

Tenslotte kent de thermodynamica de relaties van Onsager:

$$K_{11} > 0$$

$$K_{22} > 0$$

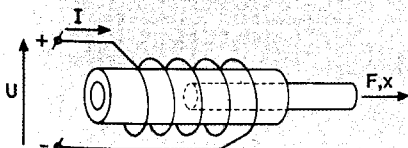
$$K_{12} = K_{21}$$

$$K_{11} \cdot K_{22} = K_{12}^2 \quad (29)$$

Indien een tweepoort deze relaties bezit, dan is de betrokken energieoverdracht (energieomzetting er in begrepen) omkeerbaar.

De zojuist gemaakte beschouwingen over een solenoïde mogen ten behoeve van andere fysische tweepoorten en meerpoorten worden generaliseerd. De energiefunctie van een meerpoort heeft dan even zoveel variabelen als het aantal poorten. ■

Solenoïde



Afb. 12. Schema van een solenoïde.