

# De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers. Deel 3

**Citation for published version (APA):**

Landheer, D. (1981). De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers. Deel 3. *De constructeur*, 20(4), 76-82.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1981

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

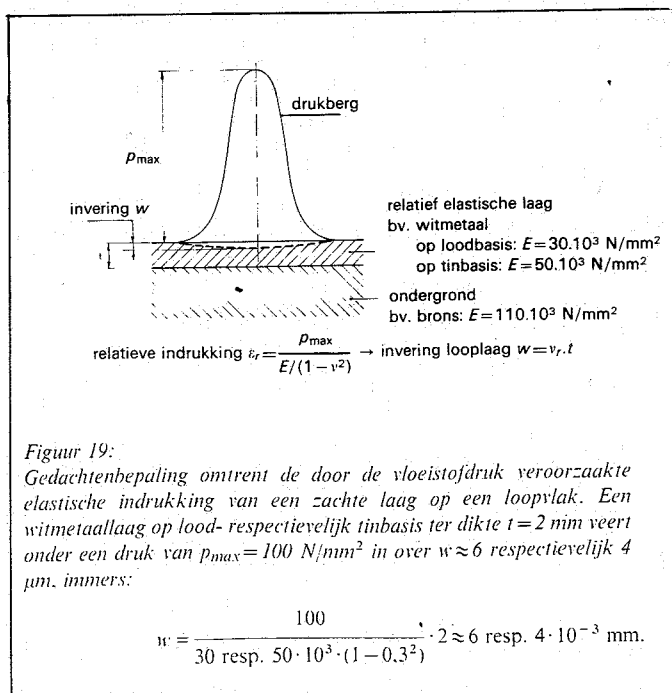
# De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers (3)

In dit deel komt de invloed van de vervormbaarheid van de loopvlakken op de smeringstoestand van een radiaal lager aan de orde. Hiermee moet men rekening houden in geval van grote relatieve excentriciteit van de asligging. Ingegaan wordt onder meer op de berekening van de minimale filmdikte bij sterk excentrische asligging. Voorts wordt behandeld het schatten van de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering en wordt de zogenaamde contactparameter geïntroduceerd als één van de criteria voor lagermateriaalkeuze.

In het laatste deel van dit artikel zal nog ingegaan worden op de invloed van slijtage op de grenscondities voor volledige smering.

## 7. Invloed van de vervormbaarheid van de loopvlakken op de smeringstoestand van een radiaal lager; kritieke waarde van het lagerkental

Bij de bespreking van enkele eigenschappen van de hydrodynamische smeerfilm bleek dat bij grote relatieve excentriciteit van de asligging een betrekkelijk smalle 'filmdrukberg' nabij de plaats met minimale filmdikte optreedt (figuur 6). Door deze concentratie van het draagvermogen op een klein deel van de lageromtrek kan de filmdruk vrij hoog oplopen: een maximale filmdruk  $p_{max}$  van tientallen malen de geprojecteerde vlaktedruk  $p_0$  kan makkelijk voorkomen. Vooral bij lagermaterialen met een tamelijk lage elasticiteitsmodulus kan dit tot - op de schaal van de minimale filmdikte - niet te verwaarlozen lokale vervorming leiden, terwijl ook de as en de lagersteunsschaal iets ingedrukt zullen worden.



Figuur 19: Gedachtenbepaling omtrent de door de vloeistofdruk veroorzaakte elastische indrukking van een zachte laag op een loopvlak. Een witmetaallaag op lood- respectievelijk tinbasis ter dikte  $t = 2 \text{ mm}$  veert onder een druk van  $p_{max} = 100 \text{ N/mm}^2$  in over  $w \approx 6$  respectievelijk  $4 \mu\text{m}$ , immers:

$$w = \frac{100}{30 \text{ resp. } 50 \cdot 10^3 \cdot (1 - 0,3^2)} \cdot 2 \approx 6 \text{ resp. } 4 \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

(Ter bepaling van de gedachten:  $p_{max}$  van  $100 \text{ N/mm}^2$  op een laagje witmetaal van  $2 \text{ mm}$  dik veroorzaakt een indrukking van omstreeks  $5 \mu\text{m}$ , zie figuur 19).

Dit effect is er verantwoordelijk voor, dat bij zonder meer toepassen van de theorie uit hoofdstuk 6 géén overeenstemming met het experimenteel vast te stellen lagergedrag wordt gevonden. Praktisch kan een hogere waarde van het lagerkental toegelaten worden dan berekend voor zekere loopvlakruwheid, vóórdat de lagerwrijving ten gevolge van mechanisch contact gaat oplopen, of omgekeerd: uitgaande van de gemeten grenswaarde van  $\phi$  berekent men een - gezien de oppervlakteruwheid - onrealistisch kleine waarde van de praktisch toelaatbare minimale filmdikte. Nog in 1962 vreesde Vogelponh [1] dat deze discrepantie voorlopig onoverbrugbaar zou zijn en zag er van af de oppervlakteruwheid in praktijkberekeningen voor de toelaatbare filmdikte - en dus voor grenscondities van het hydrodynamische smeringsgebied - op te nemen.

Inmiddels is door de ontwikkeling van kennis op het terrein van de elasto-hydrodynamische smering de achtergrond van het probleem opgehelderd en kwam voor het geval van isoviskeuze stroming een praktisch eenvoudig hanteerbare benaderingsberekening ter beschikking, die onder andere in [4] wordt gebruikt.

### Berekening van de minimale filmdikte bij sterk excentrische asligging en-elastisch vervormbare loopvlakken

Herrebrugh [14] loste het probleem van stroming van een onsamen-drukbare en isoviskeuze vloeistof tussen oneindig brede elastisch vervormbare cilinders theoretisch op: bij gegeven geometrie, snelheid, belasting, viscositeit en elasticiteit kon hij filmdikte en -drukken berekenen (figuur 20). Daarvan gebruikmakend formuleerde Spiegel [15] een benaderingsberekening voor de minimale filmdikte in een radiaal lager met elastische loopvlakken. De Gee [16] voegde aan dit werk een nieuwe schatting van de te hanteren kritische filmdikte  $h_c$  volgens vergelijking (17) toe en introduceerde het begrip 'contactparameter' (zie verderop).

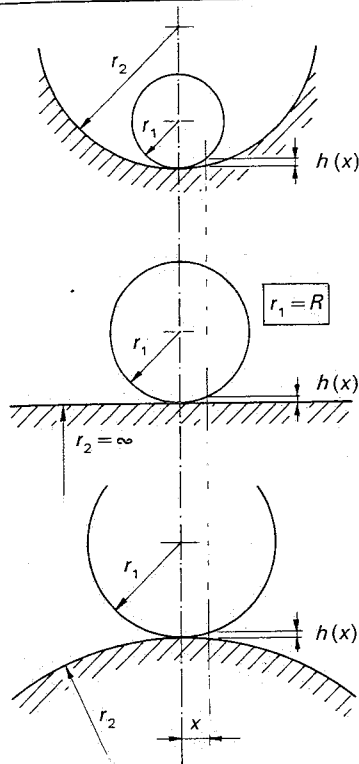
Bij deze berekeningsmethode wordt gebruik gemaakt van een tweetal inzichten uit de hydrodynamische smeringstheorie voor onvervormbare lagersingen:

- de limietwaarde van de relatieve minimale filmdikte  $h_{min}/\Delta r$  bij zeer excentrische, parallelle asligging is onafhankelijk van de breedte/diameter-verhouding van het lager en wordt gegeven door

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 1} \frac{h_{min}}{\Delta r} = 1,224 \cdot \frac{1}{\phi} \quad (9b)$$

- onder deze omstandigheden is de filmdrukberg zo smal en de wrijvingscoëfficiënt zo klein, dat benaderender wijze de loopvlak-kromming verwaarloosd mag worden (de druk wijst recht tegen de belasting in - vergelijk de figuren 3, 6 en 14).

Bijgevolg is deze filmdikteberekening uitsluitend geldig voor grote relatieve excentriciteit (dus grote waarden van  $\phi$ ) en niet in het gewone bedrijfsgebied met 'dikke filmsmering' ( $\phi$  omstreeks de eenheid, vergelijk figuur 13).



(a)

$$\text{kromming} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R} = \frac{1}{\text{gereduceerde kromtestraal}}$$

$$\text{lokale afstand } h(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{r_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{R}$$

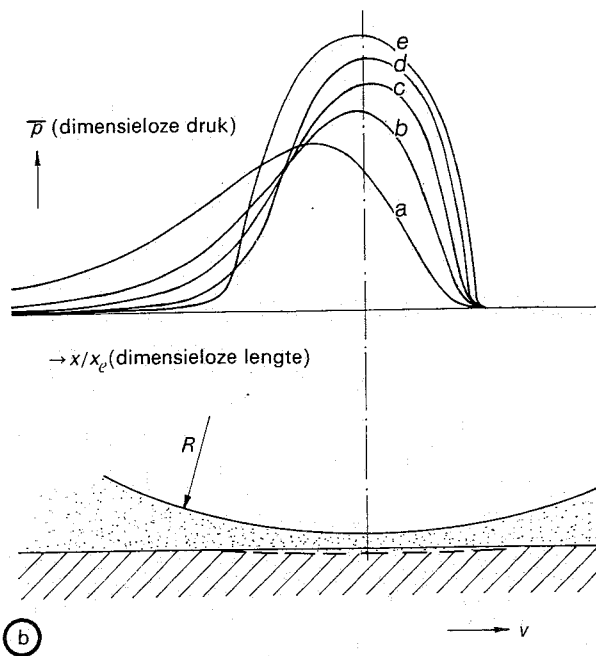
(voor  $x < R$ )

Figuur 20:

a. Gelijkwaardige contactgeometrieën.

Bij aanraking tussen twee evenwijdige cilinderen met stralen  $r_1$  en  $r_2$  ontstaat op afstand  $x$  van de raaklijn een afstand  $h(x)$  tussen de cilinders (gemeten loodrecht op het raakvlak). Dezelfde  $x$ - $h$ -relatie ontstaat bij cilinders met stralen  $r_1^*$  en  $r_2^*$  indien:

$$\frac{1}{r_1^*} + \frac{1}{r_2^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R}$$



$R$  heet de gereduceerde kromtestraal,  $1/R$  de kromming in het contact. De situatie wordt overzichtelijk door keuze  $r_1^* = R$  en  $r_2^* = \infty$  (cilinder op plat vlak). NB: voor holle oppervlakken is  $r$  negatief. Contacten met gelijke  $R$  zijn smeringstechnisch en voor wat betreft elastische vervorming equivalent.

b. Aanduiding van de drukverdeling in een incompressibele en isotherme smeermilieu tussen een cilinder en een plat vlak naar Herrebrugh [14]. Naarmate de elasticiteit een belangrijker rol speelt ( $a \rightarrow e$ ) benadert de drukberg meer de elliptische gedaante, die door Hertz voor stilstaand contact is behandeld. Gezien figuur a is dit beeld ook representatief voor de situatie in een glijlager.

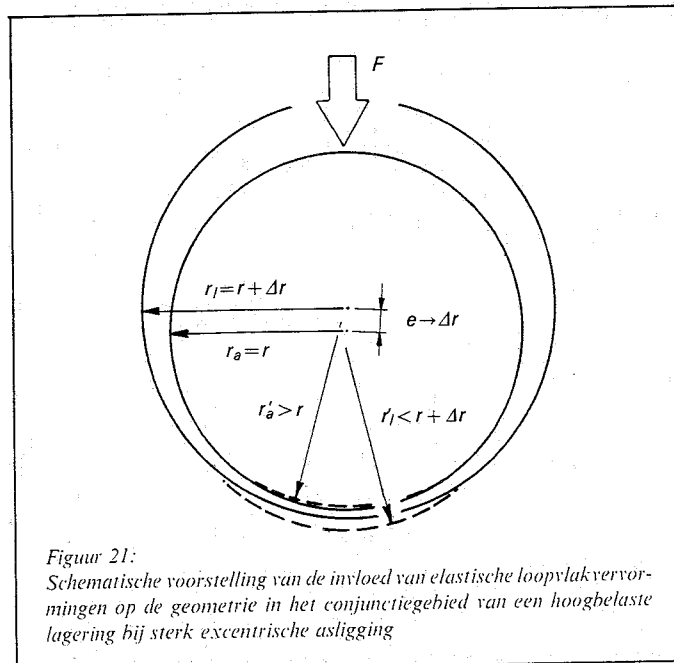
In het gebied van de hoogste filmdrukken veroorzaakt de loopvlakvervorming een afname van de lagerstraal en een (wegens de in het algemeen grotere stijfheid van as- dan lagermateriaal) geringere toename van de asstraal, zie figuren 9f en 21. Lokaal neemt dus het verschil in as- en lagerstraal af: precies in het gebied dat voor de hydrodynamische drukopbouw essentieel is ontstaat een situatie, die hoort bij een lagering met een kleinere relatieve radiale speling  $(\Delta r/r)_e$  dan de nominale, terwijl belasting, snelheid en viscositeit onveranderd blijven. Het nominale lagerkental staat voor:

$$\phi = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 \cdot \frac{p_g}{\eta \cdot \omega} \quad (7)$$

Het feitelijk optreden van  $(\Delta r/r)_e < (\Delta r/r)$  in het essentiële deel van het lager brengt met zich mee, dat de werkelijke relatieve minimale filmdikte ligt in de buurt van die van een starre lagering, werkend bij

$$\phi_e = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)_e^2 \cdot \frac{p_g}{\eta \cdot \omega} \quad (23)$$

Zonder meer hanteren van het nominale lagerkental in (9b) levert voor een elastisch vervormbare lagering dus een te kleine minimale filmdikte op.



Figuur 21: Schematische voorstelling van de invloed van elastische loopvlakvervormingen op de geometrie in het conjunctiegebied van een hoogbelaste lagering bij sterk excentrische asligging

# De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers (3)

Voor de starre lagering zal  $k_E = 1.224$  zijn; zodra elastische vervorming in het conjunctiegebied (gebied van dichtste loopvlaktoenadering) een rol speelt, moet  $k_E > 1.224$ ;  $k_E$  kan men daarom de ineringsfactor noemen. De waarde van  $k_E$  wordt volledig bepaald door die van de dimensieloze elasticiteitsparameter  $\Pi_E$ , zoals te zien in figuur 22a, waarbij

$$\Pi_E = \frac{F}{b} \cdot \frac{1}{h_{\min}} \cdot \frac{1}{E'} \quad (25)$$

Hierin zijn:

$F/b$  = lagerbelasting per eenheid van lagerbreedte

$E'$  = gereduceerde elasticiteitsmodulus volgens

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1 - \nu_{as}^2}{E_{as}} + \frac{1 - \nu_{lager}^2}{E_{lager}} \right\} \quad (26)$$

Een goede benadering van de werkelijke relatieve minimale filmdikte bij sterk excentrische asligging naar de methode Herrebrugh-Spiegel krijgt men door (9b) te schrijven als:

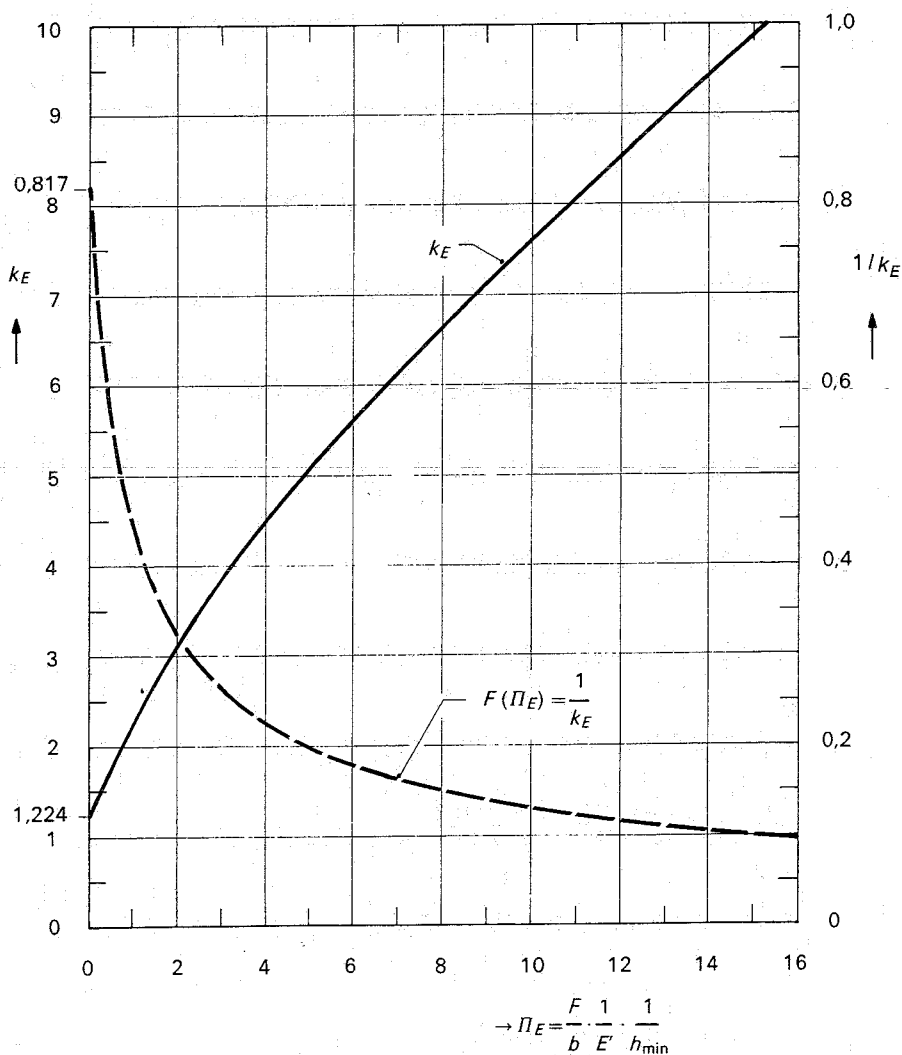
$$\lim_{\epsilon \rightarrow 1} \frac{h_{\min}}{\Delta r} = k_E \cdot \frac{1}{\phi} \quad (24)$$

met:

$E$  = elasticiteitsmodulus

$\nu$  = constante van Poisson (voor staal  $\approx 0.3$ )

$E/(1 - \nu^2)$  = vlakspanningelasticiteitsmodulus



Figuur 22:  
a. Ineringsfactor  $k_E$  - die de invloed van de loopvlakvervorming op  $\lim_{\epsilon \rightarrow 1} h_{\min} / \Delta r$  weergeeft - als functie van de elasticiteitsparameter  $\Pi_E$  (naar Spiegel [15])

b. Reciproke ineringsfactor  $1/k_E = F(\Pi_E)$  als functie van  $\Pi_E$  (in [16] uit [15] afgeleid)

$h_{\min}$  = minimale filmdikte, dat wil zeggen minimale afstand tussen de middenlijnen der hoogteprofielen op de samenwerkende loopvlakken.

De elasticiteitsparameter weerspiegelt twee fysische verschijnselen.  $h_{\min}$  is via de excentriciteit  $\varepsilon$  van de asligging een maat voor de uitbreidbaarheid over de lageromtrek van het hydrodynamische drukgebied (vergelijk figuur 6).  $F/b \cdot h_{\min}$ , met de dimensie van spanning, hangt derhalve samen met de druk in de conjunctiezone en  $(F/b \cdot h_{\min})/E'$  duidt de specifieke inverting aan. Het zijn deze twee verschijnselen samen, die het effect van de vervormbaarheid op de resulterende minimale filmdikte beheersen: pas bij concentratie op een klein deel van het lageroppervlak door sterk excentrische asligging leidt een hoge lagerbelasting tot merkbare vervormingen en dus vergroting van  $h_{\min}/\Delta r$  ten opzichte van vergelijking (9b), en omgekeerd: bij sterk excentrische asligging wordt  $k_E$  in vergelijking (24) alléén vergroot als ook de belasting hoog is (zie voorbeeld verderop).

Ter oriëntatie wordt in figuur 23a de gereduceerde elasticiteitsmodulus  $E'$  voor contact tussen staal en diverse lagermaterialen getoond. Daarvan uitgaande levert figuur 23b de elasticiteitsparameter voor twee waarden van  $F/b$  bij een  $h_{\min} = 1,5 \cdot 10^{-6}$  m. De belasting per lengte-eenheid hangt met de geprojecteerde vlaktedruk samen volgens

$$\frac{F}{b} = \frac{p_q \cdot b \cdot d}{b} = p_q \cdot d$$

De waarden  $F/b = 60$  respectievelijk  $600 \text{ N/mm}$  ( $= 60 \cdot 10^3$  respectievelijk  $600 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ ) verkrijgt men bij een lager met een diameter van  $60 \text{ mm}$ , dus bij  $p_q = 1$  respectievelijk  $10 \text{ N/mm}^2$ .

NB: Als het lagermateriaal in een (zeer) dunne laag voorkomt – bij voorbeeld in zogenaamde gelamineerde of multiplexlagen het witmetaal op loodkoper of loodbrons, dat zelf weer in een stalen steunschaal ligt – beïnvloedt de ondergrond de vervormbaarheid van de

bovenlaag en mag bij de berekening van  $E'$  voor  $E_{\text{lager}}$  niet de waarde van de buitenste laag genomen worden. Wat voor een eenvoudige berekening dan wél gedaan moet worden, is nog niet precies opgehelderd.

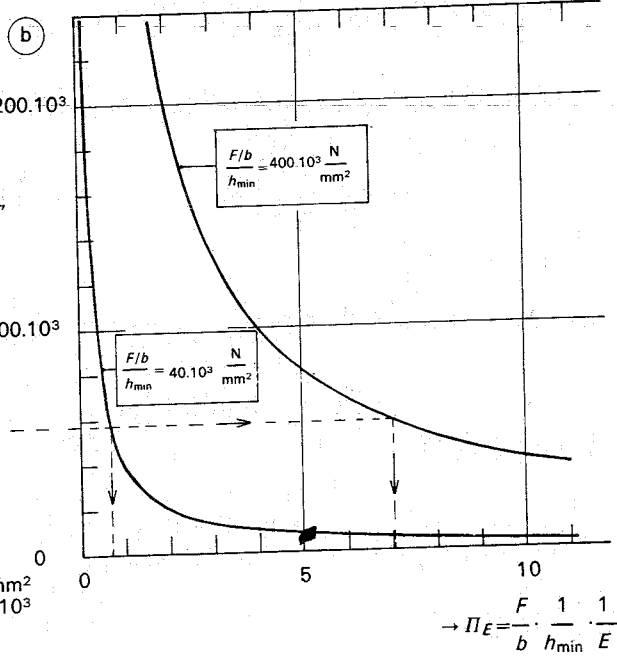
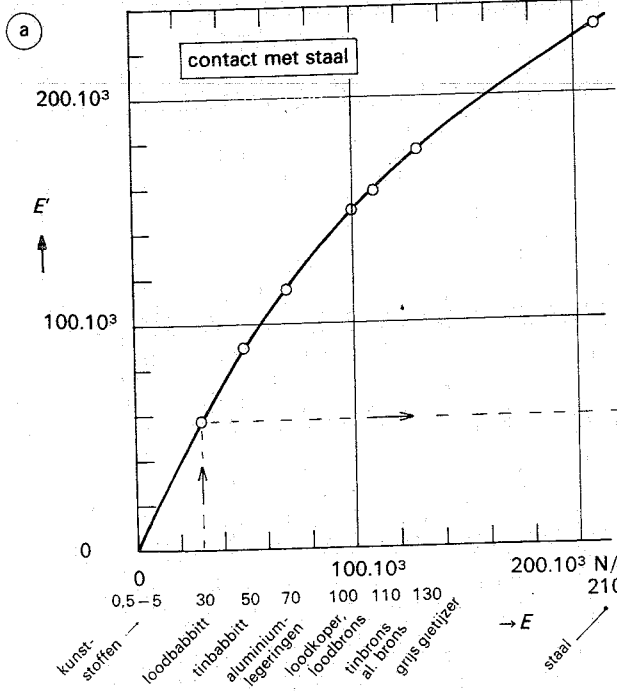
Te verwachten is, dat in een criterium voor in het spel komen van de ondergrond minstens de relatieve indrukking van de looplaag – bij voorbeeld gekarakteriseerd door  $\Pi_{E \text{ looplaag}}^*$  – van belang is. Bij zeer elastische looplagen moet dus eerder de ondergrond meegerekend worden dan bij stijf lagermateriaal. Ruwweg geldt misschien, dat bij laagdiktes van minder dan 5% van de asstraal de ondergrond niet meer verwaarloosbaar is en bij diktes in de orde van  $0,01 \cdot r$  de elasticiteit van de ondergrond maatgevend wordt.

Bij toepassing van vergelijking (24) voor een minimale filmdikterekening doet zich de moeilijkheid voor, dat ook  $k_E$  afhankelijk van de gezochte  $h_{\min}$  is. Men komt daaruit, door voor de eerste benadering van  $k_E$  in  $\Pi_E$  een globale schatting van  $h_{\min}$  – bij voorbeeld op grond van het nominale lagerkental en figuren 8 of 13 – in te vullen. De met deze waarde van  $\Pi_E$  in figuur 22 gevonden waarde van  $k_E$  gebruikt men in vergelijking (24) om  $h_{\min}$  voor het vervormde lager te benaderen.

Hierna past men de in  $\Pi_E$  gebruikte  $h_{\min}$  aan, net zo vaak als nodig om overeenstemming met de volgens (24) berekende waarde te verkrijgen. In de regel zijn enkele iteratiestappen voldoende.

Neem bij voorbeeld weer het bij figuur 13 geïntroduceerde lager met  $d = 60 \text{ mm}$ ,  $b/d = 1$ ,  $\Delta r/r = 10^{-3}$  en veronderstel een bedrijfsviscositeit van het smeermiddel van  $\eta = 10^{-2} \text{ Ns/m}^2$ . Het lagermateriaal zij witmetaal op lood-

$$* \Pi_{E \text{ looplaag}} = \frac{F}{b} \cdot \frac{1}{h_{\min}} \cdot \frac{1}{E_i}$$



Figuur 23:  
a. Gereduceerde elasticiteitsmodulus  $E'$  volgens  $E' = 2 \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_{\text{staal}}^2}{E_{\text{staal}}}$  voor het contact van diverse materialen met elasticiteitsmodulus  $E$  tegen staal

b. Elasticiteitsparameter  $\Pi_E$  voor de gevallen dat  $(F/b) \cdot h_{\min} = 40 \cdot 10^3$  resp.  $400 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$  (bij voorbeeld  $F/b = 60$  resp.  $600 \text{ N/mm}$  bij  $h_{\min} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$ ) als functie van de gereduceerde  $E$ -modulus  $E'$

# De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers (3)

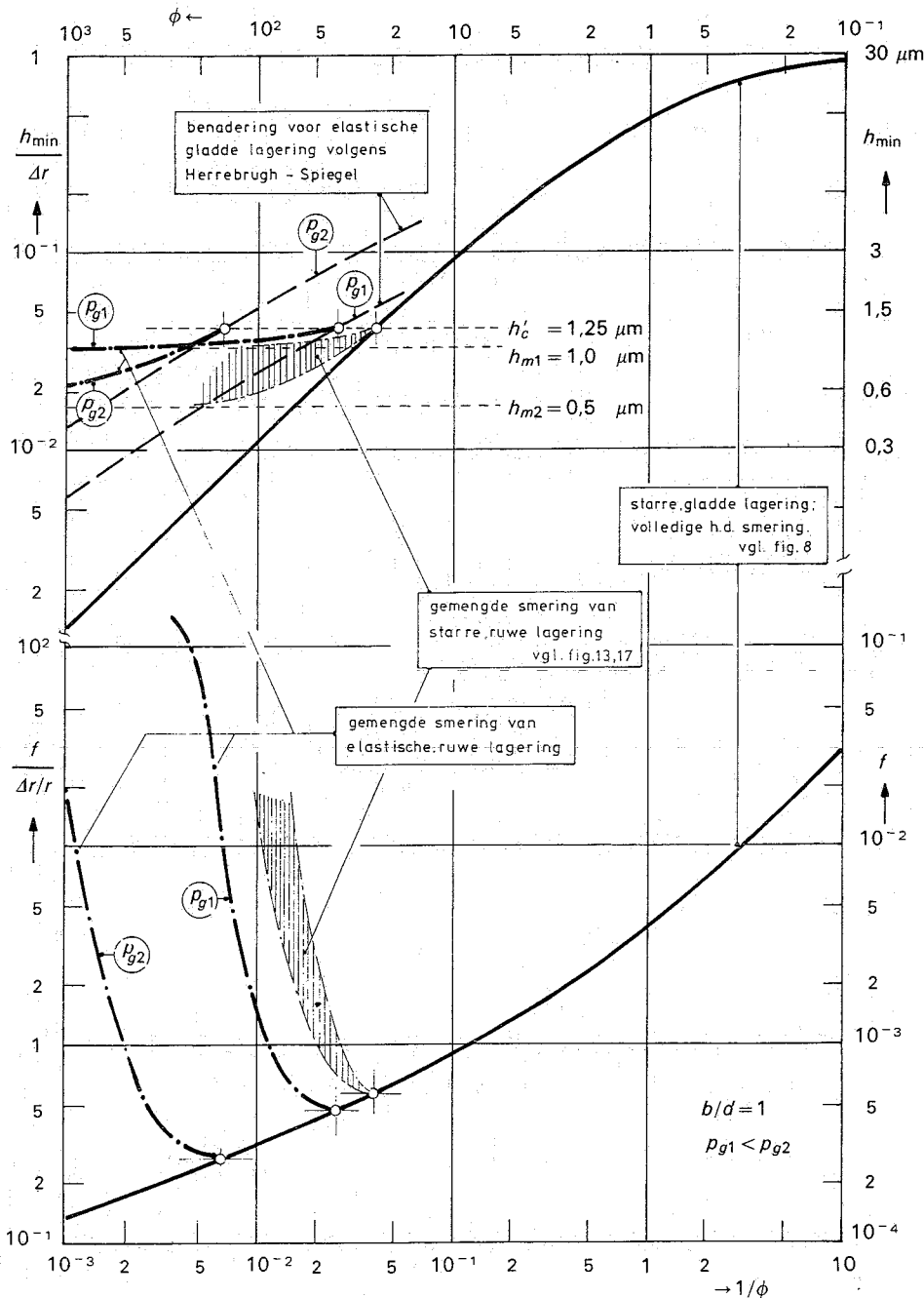
basis ( $E_{\text{lager}} = 30 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ ), de as staal ( $E_{\text{as}} = 200 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ ). zodat  $E'$  volgt uit:

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1 - (0.3)^2}{200 \cdot 10^3} + \frac{1 - (0.3)^2}{30 \cdot 10^3} \right\} \rightarrow E' = 57 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \left( = 57 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

Beschouw nu twee bedrijfscondities, die ieder een lagerkental  $\phi = 20$  opleveren en volgens figuur 8:  $h_{\text{min}}/\Delta r = 0.05$ , dus

$$h_{\text{min}} = (h_{\text{min}}/\Delta r) \cdot \Delta r = 0.05 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ mm} (= 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}), \text{ namelijk:}$$

- a.  $p_{g1} = 8 \text{ N/mm}^2 (= 8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2)$  en  $\omega_a = 40 \text{ rad/s}$
- b.  $p_{g1} = 1 \text{ N/mm}^2 (= 10^6 \text{ N/m}^2)$  en  $\omega_b = 5 \text{ rad/s}$



Figuur 24: (Relatieve) filmdikte en wrijving als functie van het (reciproke) lagerkental voor een elastisch vervormbare lagering (stalen as, loodbabbitt schaal). Als voorbeeld is dezelfde situatie (afgezien van vervormbaarheid) beschouwd als in figuren 13 en 17:  $b/d = 1$ ;  $\Delta r/r = 10^{-3}$ ;  $r = 30 \text{ mm}$ ;  $p_{g1}$  en  $p_{g2} = 1$  resp.  $8 \text{ N/mm}^2$ ; kritieke filmdikte voor merkbare invloed van mechanisch contact:  $h'_c = 1.25 \text{ micrometers}$ ; grenswaarde voor de minimale filmdikte  $h_{m1}$  en  $h_{m2} = 1$  resp.  $0.5 \text{ micrometers}$ . Ter vergelijking

zijn door verticale arcering de voor de overeenkomstige starre lagering berekende karakteristieken aangegeven. Door in rekening brengen van de elastische vervorming blijkt  $h_{\text{min}}$  te stijgen ten opzichte van de voor een star lager berekende waarden, zodat ook de kritieke waarden  $\phi_c$  toenemen en goede overeenkomst met experimentele waarnemingen tonen.

at Een eerste benadering van de elasticiteitsparameter voor geval a wordt dan

$$\Pi_{Ea} = \frac{F_a}{b} \cdot \frac{1}{E} \cdot \frac{1}{h_{\min}} = \frac{p_{ga} \cdot d}{E \cdot h_{\min}} = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{57 \cdot 10^9 \cdot 1.5 \cdot 10^{-6}} = 5.6$$

waarbij uit figuur 22 wordt afgelezen  $k_{Ea} \approx 5.4$ . Met vergelijking (24) vindt men dan:

$$h_{\min} = k_{Ea} \cdot \frac{\Delta r}{\phi} = 5.4 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-6}}{20} = 8.1 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 8.1 \mu\text{m}$$

Dit is aanzienlijk groter dan de eerste schatting van  $1.5 \mu\text{m}$ . Een paar maal proberen leert dat een goede overeenstemming ontstaat bij  $h_{\min} = 4.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , welke  $\Pi_{Ea} = 1.87$  en  $k_{Ea} \approx 3$  oplevert, zodat de conclusie is:  $h_{\min a} \approx 4.5 \mu\text{m}$ . Bij de geringere belasting van geval b is op overeenkomstige wijze te berekenen:  $h_{\min b} \approx 2.5 \mu\text{m}$  met  $\Pi_{Eb} = 0.43$  en  $k_{Eb} \approx 1.65$ .

Voor het beschouwde lager is bij een lagerkental  $\phi = 20$  en een  $p_g = 8 \text{ N/mm}^2$  het effect van de loopvlakelasticiteit, dat de minimale filmdikte wordt verhoogd van  $1.5 \mu\text{m}$  - zoals te berekenen voor starre loopvlakken - tot  $4.5 \mu\text{m}$  (zie figuur 24). Bij een lagere belasting  $p_g = 1 \text{ N/mm}^2$  en hetzelfde lagerkental stijgt de minimale filmdikte belangrijk minder dan de elasticiteitscorrectie, namelijk van  $1.5$  tot  $2.5 \mu\text{m}$ .

Schatting van de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering

De behoefte aan vaststelling van de grenscondities voor volledige smering kan in twee verschillende omstandigheden ontstaan:

1. van een nieuw ontworpen of bestaand lager zoekt men theoretisch de overgang van volledige naar grenssmering, uitgedrukt in een kritische waarde van het lagerkental
2. van een lagering, waarvan experimenteel is vastgesteld bij welke bedrijfsomstandigheden de minimale wrijvingscoëfficiënt optreedt, vraagt men zich af wat daarbij de minimale filmdikte was.

In het eerste geval is het nodig een schatting te maken van de feitelijke toelaatbare minimale filmdikte. Deze is uiteraard gerelateerd aan ruwheid van as- en lagerloopvlak. Voor verse, verspanend bewerkte loopvlakken kan men zich bedienen van vergelijking (17d) om  $h_{\min} = h'_c$  te vinden, voor andere oppervlakken moet het oppervlakprofiel bestudeerd worden of een experimenteel gegeven voor  $h'_c$  van de betrokken materiaalcombinatie na inlopen gehanteerd worden (zie hoofdstuk 8).

Met behulp van  $h'_c$  en enkele verdere gegevens van de lagering bepaalt men de elasticiteitsparameter  $\Pi_E$ , waarna figuur 22 de waarde van  $k_E$  oplevert.

Met vergelijking (24) volgt dan

$$\phi_c \approx k_E \cdot \frac{\Delta r}{h'_c} \quad (27)$$

Toegepast op het eerder als voorbeeld genomen lager (figuur 13b) levert deze aanpak voor  $p_{ga} = 8 \text{ N/mm}^2$  en  $p_{gb} = 1 \text{ N/mm}^2$  respectievelijk:

$$h'_c = 2.5 \{ (0.3 \cdot 10^{-6})^2 + (0.4 \cdot 10^{-6})^2 \}^{1/2} = 1.25 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (17d)$$

$$\Pi_{Ea} = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{57 \cdot 10^9 \cdot 1.25 \cdot 10^{-6}} = 6.7 \rightarrow k_{Ea} = 6$$

$$\Pi_{Eb} = \frac{10^6 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{57 \cdot 10^9 \cdot 1.25 \cdot 10^{-6}} = 0.84 \rightarrow k_{Eb} = 2$$

waardoor

$$\phi_{ca} = 6 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-6}}{1.25 \cdot 10^{-6}} = 144 \quad (27)$$

en

$$\phi_{cb} = 2 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-6}}{1.25 \cdot 10^{-6}} = 48 \quad (27)$$

De grensconditie is dus ten opzichte van de voor een starre lagering in hoofdstuk 6 gevonden waarde met een factor 6 respectievelijk 2 verruimd (vergelijkingen 17 en 24).

Bij het terugzoeken van de minimale filmdikte uit bekende geometrie en bedrijfscondities (geval 2) ontmoet men weer het probleem dat  $h_{\min}$  in het linkerlid van vergelijking (24) expliciet én rechts impliciet - door  $\Pi_E$  in  $k_E$  - voorkomt. Via het eerder besproken iteratieproces moet dus een passende waarde voor  $h_{\min} = h'_c$  gezocht worden om te voldoen aan de uit (24) af te leiden uitdrukking

$$h'_c \approx k_E \cdot \frac{\Delta r}{\phi_c} \quad (28)$$

Uit experimenteel werk [16] blijkt vergelijking (17) een goed passende schatting voor  $h'_c$  op te leveren voor nieuwe lagers. Hetzelfde werk biedt een in hoofdstuk 8 te bespreken correlatie van  $h'_c$  met de ruwheidsprofielen voor ingelopen lagers.

Gebruik van het kental  $\eta \cdot \omega / p_g$  in plaats van  $\phi$

In het voorgaande is ter karakterisering van de bedrijfstoestand van het lager dikwijls het lagerkental  $\phi$  of de reciproke daarvan gebruikt (bij gegeven  $b/d$ -verhouding is hiermee in het hydrodynamische smeringsgebied de beschrijving volledig). Soms wordt het plezieriger gevonden in plaats daarvan de dimensieloze combinatie van bedrijfsomstandigheden  $\eta \cdot \omega / p_g$  te gebruiken, die gezien vergelijking (7) met  $\phi$  samenhangt volgens

$$\left( \frac{\eta \cdot \omega}{p_g} \right) = \left\{ \frac{\eta \cdot \omega}{p_g} \cdot \left( \frac{r}{\Delta r} \right)^2 \right\} \cdot \left( \frac{\Delta r}{r} \right)^2 = \frac{1}{\phi} \cdot \left( \frac{\Delta r}{r} \right)^2 \quad (29)$$

waarin:

$\eta$  = bedrijfsviscositeit (Ns/m<sup>2</sup>)

$\omega$  = rotatiesnelheid (rad/s)

$p_g$  = geprojecteerde vlaktedruk,  $F/bd$  (figuur 1) (N/m<sup>2</sup>)

$\Delta r$  = radiale lagerspeling (m) } zonder elastische

$r$  = asstraal (m) } vervorming

De uitdrukking (27) voor  $\phi_c$  bij het minimum in de Stribeck-kromme kan eenvoudig omgewerkt worden om de kritieke waarde van  $\eta \omega / p_g$  aan te geven door:

$$\left( \frac{\eta \cdot \omega}{p_g} \right)_c = \frac{1}{k_E} \cdot \frac{h'_c}{\Delta r} \cdot \left( \frac{\Delta r}{r} \right)^2 = \frac{1}{k_E} \cdot h'_c \cdot \frac{\Delta r}{r^2} \quad (30)$$

In deze uitdrukking kan met behulp van de reeds in figuur 20 gebruikte formule  $(\Delta r / r^2)$  in goede benadering vervangen worden door de netto kromming  $(1/R)$  in het nominale contact van as en lager. Voor de gereduceerde kromtestraal  $R$  geldt immers:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_{as}} - \frac{1}{r_{lager}} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta r} \approx \frac{\Delta r}{r^2} \quad (31)$$

$k_E$  is een functie van de elasticiteitsparameter  $\Pi_E$ . Noemt men nu de reciproke van  $k_E$   $F(\Pi_E)$ , dan wordt (30)

$$\left( \frac{\eta \cdot \omega}{p_g} \right)_c = F(\Pi_E) \cdot \frac{h'_c}{R} \quad (32)$$

Met behulp van de grafische weergave van  $F(\Pi_E) = 1/k_E$  als functie van  $\Pi_E$  in figuur 22b en de schattingen van de kritieke gecombineerde ruwheidswaarde in hoofdstuk 8 kan bij door  $R$  gegeven nominale contactgeometrie dus eenvoudig  $(\eta \cdot \omega / p_g)_c$  berekend worden.

De contactparameter

In de uitdrukkingen (27) en (32) voor de kritieke waarden van het lagerkental en van  $(\eta \cdot \omega / p_g)_c$  speelt de verhouding van de kritieke gecombineerde ruwheidswaarde  $h'_c$  en de 'vervormingsfactor'  $k_E$  een

## De invloed van het lagermateriaal op de grenscondities voor volledige hydrodynamische smering in radiale lagers (3)

rol. Deze verhouding – maar dan geschreven als het produkt  $F(\Pi_E) \cdot h'_c$  – wordt in [4] en [16] de *contactparameter* genoemd. Voert men als symbool voor de contactparameter de Griekse hoofdletter lambda in, dan is

$$\Lambda = F(\Pi_E) \cdot h'_c = \frac{h'_c}{k_E(\Pi_E)} \quad (33)$$

Merk op, dat deze parameter afhangt van de belasting per eenheid van lagerbreedte én de  $E$ -moduli der loopvlakken (via  $\Pi_E$ ) én de gecombineerde loopvlakruwheden (direct via  $h'_c$ , indirect via  $\Pi_E$ ). De contactparameter is representatief voor een bepaalde *materiaalcombinatie* onder zekere *belasting* en vormt zodoende een der criteria voor *lagermateriaalkeuze* (NB: ook de waarde van  $h'_c$ , zoals bij inlopen ontstaat, hangt mede van de materiaalcombinatie af – vergelijk hoofdstuk 8).

Andere keuzecriteria worden in [4] behandeld.

Met gebruikmaking van  $\Lambda$  worden de formules voor  $\phi_c$  en  $(\eta\omega/p_g)_c$

$$\phi_c \approx \frac{\Delta r}{\Lambda} \quad (27b)$$

$$\left(\frac{\eta \cdot \omega}{p_g}\right)_c \approx \frac{\Lambda}{R} \quad (32b)$$

(wordt vervolgd; literatuuropgave bij volgende, laatste, deel)

## Tescom Regulators

voor drukken tot  
1000 BAR

Tescom is de leidinggevende fabrikant van Regulators voor lage en hoge drukken. Reduceerventielen geschikt voor drukken tot 1000 BAR.

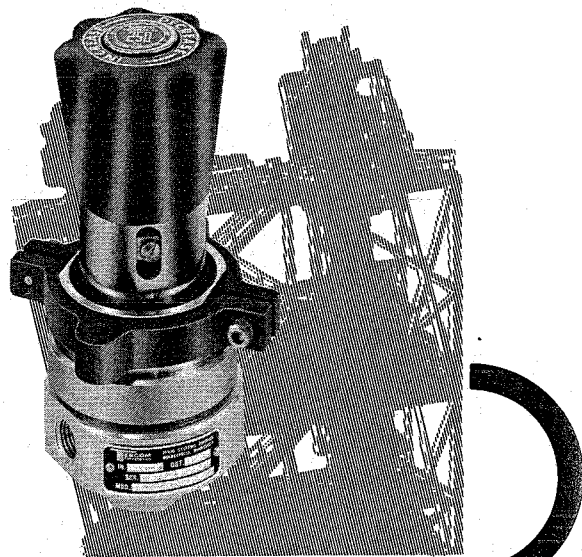
Toepassingsgebieden, zowel gassen als vloeistoffen.

Standaardmateriaalsoorten: messing, aluminium en roestvrij staal.

Tescom Regulators worden volop toegepast in de: petrochemische industrie, research, off-shore, analysers en instrumentatie.

Op aanvraag wordt uitgebreide Tescom-dokumentatie verstrekt.

Alleenvertegenwoordiger voor Nederland is:



ingenieursbureau  
**j. gommer**

fluid  
control  
specialist

herenstraat 66 • voorburg • holland • telefoon: 070-864540/861797