

## Gebruik van Castigliano voor stangenconstructies

**Citation for published version (APA):**

Bergmans, J. (1965). *Gebruik van Castigliano voor stangenconstructies*. (DCT rapporten; Vol. 1965.013). Technische Hogeschool Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1965

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

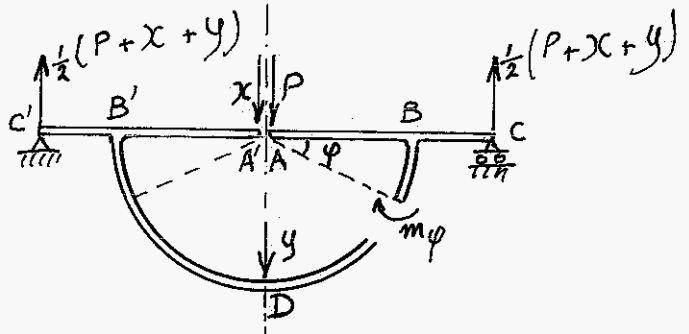
Gebruik van Castigliano voor stangenconstructies

Vraagstuk 2 van het „Practicum 3e semester, voorjaar 1965" betreft een vlakke constructie in zijn vlak belast, welke zo gekozen is, dat de oplossing met symmetrie-antimetrie voor de hand ligt.

Ik stuur U ingesloten dit vraagstuk met de oplossing, zoals ik van plan ben deze aan de studenten uit te reiken, nadat ik hun bantwoording heb ontvangen.

Toen ik dit vraagstuk ook eens probeerde met Castigliano, zonder gebruikmaking van enige kunstgreep, dus ook zonder de symmetrie-antimetrie beschouwing, was ik verbaasd over de eenvoud van de berekening. Ik laat deze berekening hieronder volgen opdat ook de andere leden van de onderwijsbespreking deze twee methoden kunnen vergelijken.

We voeren twee schijnkrachten in: X en Y zie de figuur, die ook de reactiekrachten in C en C' aangeeft.



Elastische arbeid in de verschillende delen van de constructie:

$$\text{in BC en B'C' samen: } 2 \int_0^a \frac{\frac{1}{2}(P+X+Y)x^2}{2EI} dx$$

$$\text{in AB: } \int_0^{2a} \frac{P^2 x^2 dx}{2EI}$$

$$\text{in A'B': } \int_0^{2a} \frac{X^2 x^2 dx}{2EI}$$

$$\begin{aligned} \text{In boog BD: } & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\{P \cdot 2 \cdot a \cdot \cos \varphi + \frac{1}{2}(P+X+Y)(3a-2a \cos \varphi)\}^2}{2EI} 2a d\varphi = \\ & = \frac{a^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ P \left( \frac{3}{2} + \cos \varphi \right) + X \left( \frac{3}{2} - \cos \varphi \right) + Y \left( \frac{3}{2} - \cos \varphi \right) \right\}^2 d\varphi. \end{aligned}$$

Door P en X te verwisselen vinden we de arbeid in boog B'D:

$$\frac{a^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ P \left( \frac{3}{2} - \cos \varphi \right) + X \left( \frac{3}{2} + \cos \varphi \right) + Y \left( \frac{3}{2} - \cos \varphi \right) \right\}^2 d\varphi.$$

$$f_{A \downarrow} = \frac{\partial A}{\partial P} = \frac{Pa^3}{6EI} + \frac{8Pa^3}{3EI} + \frac{Pa^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \left\{ \left( \frac{3}{2} + \cos \varphi \right)^2 + \left( \frac{3}{2} - \cos \varphi \right)^2 \right\} d\varphi =$$

$$= \frac{Pa^3}{EI} \left( \frac{1}{6} + \frac{8}{3} + \frac{9}{2}\pi + \pi \right) = \frac{Pa^3}{EI} \left( \frac{17}{6} + \frac{11}{2}\pi \right).$$

$$f_{A \downarrow} = \frac{\partial A}{\partial X} = \frac{Pa^3}{6EI} + \frac{Pa^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \left\{ \left( \frac{9}{4} - \cos^2 \varphi \right) + \left( \frac{9}{4} - \cos^2 \varphi \right) \right\} d\varphi =$$

$$= \frac{Pa^3}{EI} \left( \frac{1}{6} + \frac{9}{2}\pi - \pi \right) = \frac{Pa^3}{EI} \left( \frac{1}{6} + \frac{7}{2}\pi \right)$$

$$f_{A \downarrow} = \frac{Pa^3}{EI} \left( 2\pi + \frac{8}{3} \right) = 8,94 \frac{Pa^3}{EI} = b. \quad \text{Dus } P = 0,112 \frac{b \cdot E \cdot I}{a^3}$$

t.o.v. A'

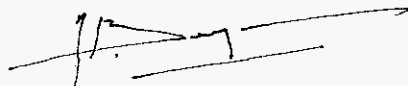
$$f_{D \downarrow} = \frac{\partial A}{\partial Y} = \frac{Pa^3}{6EI} + \frac{Pa^3}{EI} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \left\{ \left( \frac{9}{4} - \cos^2 \varphi \right) + \left( \frac{9}{4} - 3 \cdot \cos \varphi + \cos^2 \varphi \right) \right\} d\varphi =$$

$$= \frac{Pa^3}{EI} \left( \frac{1}{6} + \frac{9}{2}\pi - 6 \right) = 8,29 \frac{Pa^3}{EI} = \frac{8,29}{8,94} b = \underline{\underline{0,93 b.}}$$

Commentaar:

De opgave, waarbij de „elegante“ oplossing met symmetrie en antimetrie voor de hand ligt, maakt ook met Castigliano verrassende vereenvoudigingen mogelijk.

Eindhoven, 10 maart 1965



dr.ir. J. Bergmans.