

# Onderzoek naar het niet-lineair dynamisch gedrag van een scheerkop

**Citation for published version (APA):**

Jonge, de, T. W. G. (1990). *Onderzoek naar het niet-lineair dynamisch gedrag van een scheerkop*. (DCT rapporten; Vol. 1990.066). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1990

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

Onderzoek naar het niet-lineair dynamisch  
gedrag van een scheerkop.

door: T.W.G. de Jonge

rapportnummer: W.F.W. 90.066

stagebegeleiders:

dr.ir. A.de Kraker  
ir. J.van der Spek

# Samenvatting

In eerste instantie wordt een bestaand scheerkopmodel met twee graden van vrijheid uitgebreid naar een model met vier graden van vrijheid. Vervolgens wordt het model verwerkt in een simulatieprogramma welke de oplossingen berekent van de bewegingsvergelijkingen met behulp van een Runge-Kutta integratie algoritme. De globale opzet van het programma komt aan de orde als mede het werken met het programma. Hierop volgend worden er enkele resultaten gepresenteerd. Tenslotte worden er aan de hand van de resultaten, eventueel vergeleken met de verwachtingen, enige conclusies getrokken en opmerkingen gemaakt.

## Lijst met gebruikte symbolen

$x, (\xi)$	: (dimensieloze) verplaatsing van het geometrisch middelpunt van de rotor in $x$ -richting t.o.v. de referentie oorsprong.
$y, (\eta)$	: (dimensieloze) verplaatsing van het geometrisch middelpunt van de rotor in $y$ -richting t.o.v. de referentie oorsprong.
$\Psi_2, \psi_2$	: hoekverdraaiing van de rotor om het geometrisch middelpunt.
$\Psi_1, \psi_1$	: hoekverdraaiing van de uitgaande as van de overbrenging welke gekoppeld is aan de torsie-as.
$\Psi_3, \psi_3$	: hoekverdraaiing van de ingaande as van de overbrenging welke gekoppeld is aan de electromotor.
$P_g$	: geometrisch-middelpunt van de rotor.
$P_m$	: massa-middelpunt van de rotor.
$P_o$	: oorsprong van het referentie assen-stelsel.
$P_c$	: contactpunt tussen rotor en starre kern.
$\mathbf{r}_g$	: positievector van het geometrisch-middelpunt t.o.v. $P_o$ .
$\mathbf{r}_e$	: positievector van het massa-middelpunt t.o.v. $P_g$ .
$\theta$	: hoek tussen de positievector $\mathbf{r}_g$ en de $x$ -as.
$M_r$	: massa van de rotor.
$J_r$	: massa-traagheidsmoment van de rotor.
$R$	: inwendige straal van de rotor.
$\delta$	: dimensieloze indrukking van de binnenste rotorrand.
$C$	: spleetbreedte tussen de rotor en de starre kern in de referentie-configuratie.
$J_m$	: massa-traagheidsmoment van de motor.
$T_{kin}$	: kinetische energie van de motor.
$\mathbf{F}^c$	: constante kracht werkend op het massa-middelpunt $P_m$ .
$\mathbf{F}^b$	: lagerkrachten werkend op het geometrisch-middelpunt $P_g$ .
$F^t$	: wrijvingskracht werkend op de rotor in contactpunt $P_c$ .
$F^n$	: normaalkracht werkend op de rotor in contactpunt $P_c$ .
$\mathbf{T}^c, (\mathbf{t}^c)$	: (dimensieloos) constant moment werkend op de rotor.
$\mathbf{T}^t, (\mathbf{t}^t)$	: (dimensieloos) wrijvings moment werkend op de rotor.
$\mathbf{T}^m, (\mathbf{t}^m)$	: (dimensieloos) aandrijvend moment werkend op de uitgaande as van de overbrenging.
$T^{m*}$	: motormoment werkend op de ingaande as van de overbrenging.
$\omega_c$	: karakteristieke hoeksnelheid.
$f$	: wrijvingscoëfficiënt tussen rotor en starre kern.
$e, (\varepsilon)$	: (dimensieloze) excentriciteit van $P_m$ t.o.v. $P_g$ .
$d_s, (\zeta_s)$	: (dimensieloze) lager-dempingsconstante.
$k_s, (\gamma_s)$	: (dimensieloze) lager-stijfheidsconstante.
$F^{nd}, (\psi^d)$	: (dimensieloze) rotor-dempingsconstante.
$F^{ns}, (\psi^s)$	: (dimensieloze) rotor-stijfheidsconstante.
$B, (b)$	: (dimensieloze) torsie-dempingsconstante.
$K, (k)$	: (dimensieloze) torsie-stijfheidsconstante.
$i$	: overbrengingsverhouding tussen motor en torsie-as.

- $\kappa$  : massa-traagheden verhouding.  
 $\alpha$  : exponent nodig bij de berekening van de terugstelkracht als gevolg van de rotorindrukking.  
 $v_{ct}$  : tangentiële snelheid in het contactpunt  $P_c$ .  
 $g(\phi)$  : verdisconteert de asymmetrische geometrie van de rotor met betrekking tot de materiaal parameters.

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$(\dot{\phantom{x}}) = \frac{d(\phantom{x})}{dt}$$

$$(\phantom{x})' = \frac{d(\phantom{x})}{d\tau}$$

# Inhoud

<b>1</b>	<b>Inleiding</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Introductie van twee extra vrijheidsgraden</b>	<b>8</b>
2.1	Rotatie van de Rotor . . . . .	8
2.1.1	Positiebeschrijving van het massamiddelpunt . . . . .	8
2.2	Rotatie van de Motor . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Dynamisch model van het systeem met 4 vrijheidsgraden</b>	<b>11</b>
3.1	Belastingen,werkend op het systeem . . . . .	11
3.1.1	Moment $T^c$ . . . . .	11
3.1.2	Moment $T^t$ . . . . .	11
3.1.3	Moment $T^m$ . . . . .	12
3.2	Afleiding van de bewegingsvergelijkingen . . . . .	12
3.3	Bewegingsvergelijkingen in dimensieloze vorm . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Slippen of Rollen</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Implementatie van het model in een simulatie-programma</b>	<b>18</b>
5.1	Het simulatie-programma . . . . .	18
5.2	Stroomschema van het programma . . . . .	19
5.3	Beschrijving van de gebruikte procedures . . . . .	19
5.4	Gebruikshandleiding PHILIPS2 . . . . .	21
5.4.1	Installatie van het programma . . . . .	21
5.4.2	Instellen van de parameters . . . . .	21
5.4.3	Opstarten van het programma . . . . .	22
5.4.4	Beschouwen van de resultaten . . . . .	22
5.4.5	Opslaan van data . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Resultaten</b>	<b>24</b>
6.1	Verwachtingen . . . . .	24
6.2	Wanneer is er sprake van rollen? . . . . .	24
6.3	Slip-Rol tabel . . . . .	24
6.3.1	De invloed van spleetbreedte $C$ . . . . .	25
6.4	Wel of geen zuiver rollen? . . . . .	25

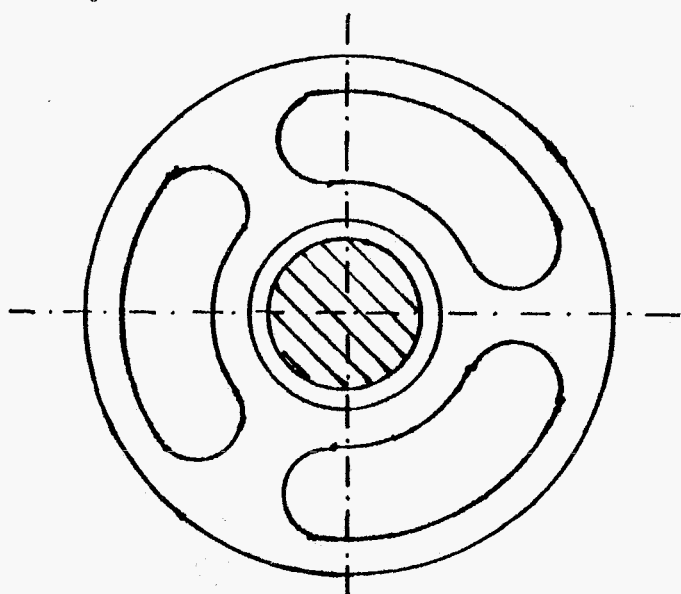
<b>7 Conclusies en opmerkingen</b>	<b>28</b>
7.1 Conclusies . . . . .	28
7.2 Opmerkingen . . . . .	28
<b>A Bepaling van <math>T^{m*}</math> als functie van <math>\dot{\Psi}_3</math></b>	<b>30</b>
<b>B Bepaling van <math>F_{roll}^t</math></b>	<b>31</b>
<b>C Listing van het programma PHILIPS2</b>	<b>33</b>
<b>D Grafische resultaten data21</b>	<b>34</b>

# Hoofdstuk 1

## Inleiding

Het beschouwde probleem betreft het niet-lineaire dynamisch gedrag van een scheerkop. Geschematiseerd bestaat de scheerkop uit twee essentiële delen (zie figuur 1) namelijk:

- een starre kern
- een rotor welke is opgebouwd uit twee concentrische ringen die op drie plaatsen met elkaar verbonden zijn.



Figuur 1 : Rotor en starre kern

Het geheel van rotor en kern dient zich te gedragen als een drooglopend glijlager waarbij de rotor om de starre kern draait. Uit de praktijk is gebleken dat de rotor, wanneer er sprake is van contact tussen de rotor en de kern, onder bepaalde omstandigheden niet meer slijpt langs de kern maar zich gaat afrollen rond de kern hetgeen resulteert in een slechter scheergedrag en meer lawaai. Ten einde enig inzicht te verwerven in het dynamisch gedrag van het systeem en de gevoeligheid ervan ten aanzien van systeem-parametervariaties is er een model opgesteld met twee graden van vrijheid (d.o.f.). De belangrijkste parameters voor het al dan niet optreden van rollen bleken de wrijvingscoëfficiënt  $f$  en de excentriciteit  $e$  te zijn. Aan de hand van een aantal simulaties met fysisch zinvolle parameterinstellingen viel



het volgende te concluderen: het laten toenemen van de wrijvingscoëfficiënt werkt het rollen in de hand en het omgekeerde geldt voor het laten toenemen van de excentriciteit. Na het verkrijgen van deze resultaten werd besloten om het systeem uit te breiden naar vier graden van vrijheid opdat de realiteit wat beter benaderd zou worden.

Als laatste dient nog opgemerkt te worden dat er, bij het schrijven van dit verslag, aangenomen is dat de lezer(es) reeds enige voorkennis van het probleem verworven heeft aan de hand van het afgeleide model<sup>1</sup> voor het systeem met twee graden van vrijheid.

---

<sup>1</sup>zie: Roll-slip-behaviour of a cutter in a Philips rota-shaver door: J.A.W. v/d Spek

## Hoofdstuk 2

# Introductie van twee extra vrijheidsgraden

### 2.1 Rotatie van de Rotor

De hoeksnelheid van de rotor in het  $x - y$ -vlak<sup>1</sup> om de as, door het geometrisch middelpunt  $P_g$ , loodrecht op dat vlak werd in het 2 d.o.f.-systeem constant verondersteld hetgeen niet erg realistisch is omdat er een energiebron met een oneindig groot vermogen vereist is om dat te bewerkstelligen. Aan de hand hiervan werd besloten om de hoeksnelheid niet langer als constant te veronderstellen.

#### 2.1.1 Positiebeschrijving van het massamiddelpunt

Zoals te zien is in figuur 2.1 blijft de positiebeschrijving van het massamiddelpunt globaal hetzelfde als in het geval van het systeem met 2 d.o.f. Het enige verschil is dat de hoekverdraaiing  $\Omega t$  gesubstitueerd wordt door de hoekverdraaiing  $\Psi_2$ . Voor de *positievector*  $\mathbf{r}_g$  geldt dus nog steeds:

$$\mathbf{r}_g = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y \quad (2.1)$$

en de *positievector*  $\mathbf{r}_e$  gaat van:

$$\mathbf{r}_e = e \cos(\Omega t) \mathbf{e}_x + e \sin(\Omega t) \mathbf{e}_y \quad (2.2)$$

over in:

$$\mathbf{r}_e = e \cos(\Psi_2) \mathbf{e}_x + e \sin(\Psi_2) \mathbf{e}_y \quad (2.3)$$

waarbij  $e$  de afstand is tussen het geometrisch middelpunt  $P_g$  en het massamiddelpunt  $P_m$ . Twee keer differentiëren naar de tijd van de vergelijkingen 2.1 en 2.3 levert tenslotte de *versnellingsvectoren* als volgt:

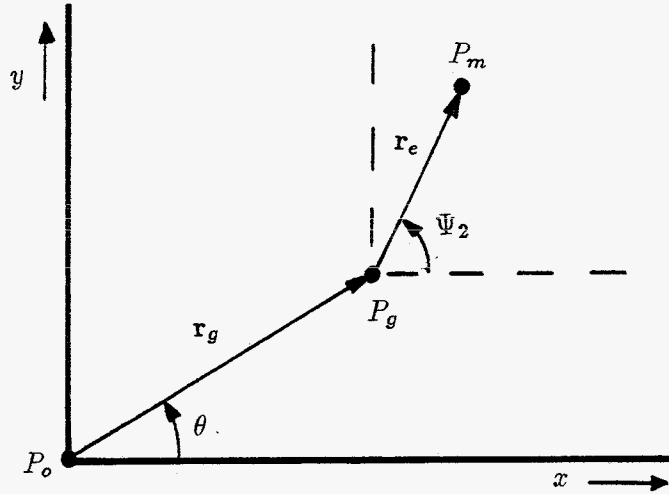
$$\ddot{\mathbf{r}}_g = \ddot{x} \mathbf{e}_x + \ddot{y} \mathbf{e}_y \quad (2.4)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_e = e [-\ddot{\Psi}_2 \sin(\Psi_2) - \dot{\Psi}_2^2 \cos(\Psi_2)] \mathbf{e}_x + e [\ddot{\Psi}_2 \cos(\Psi_2) - \dot{\Psi}_2^2 \sin(\Psi_2)] \mathbf{e}_y \quad (2.5)$$

In vergelijking 2.5 komen nu, in tegenstelling tot de equivalente vergelijking behorende bij het systeem met 2 d.o.f., ook termen voor met eerste tijdsafgeleiden.

---

<sup>1</sup>van het carthesisch coördinatenstelsel zoals dat gedefiniëerd is voor het model met twee vrijheidsgraden



Figuur 2.1: Positie van het massamiddelpunt

## 2.2 Rotatie van de Motor

Het systeem wordt verder uitgebreid met een torsie-as tussen de rotor en de overbrenging welke op zijn beurt met een starre as verbonden is aan de electromotor. Het een en ander wordt schematisch weergegeven in figuur 2.2.

Op deze manier wordt het massa-traagheidsmoment van het roterend deel van de electromotor ook in rekening gebracht. In feite is het model nu dus opgebouwd uit twee verschillende massa's namelijk enerzijds de rotor met drie vrijheidsgraden  $x$ ,  $y$  en  $\Psi_2$  en anderzijds de motor met één graad van vrijheid  $\Psi_3$ . De torsie-as die beide massa's met elkaar verbindt heeft als torsiestijfheidsconstante  $K$  [ $\frac{Nm}{rad}$ ] en als torsiedempingsconstante  $B$  [ $\frac{Nm s}{rad}$ ]. In het vervolg wordt de hoekverdraaiing  $\Psi_1$  (uitgaande as van de overbrenging) als vierde vrijheidsgraad beschouwd in plaats van de hoekverdraaiing  $\Psi_3$  (ingegaande as van de overbrenging) hetgeen geoorloofd is omdat er een vaste verhouding bestaat tussen  $\Psi_1$  en  $\Psi_3$  in termen van de overbrengingsverhouding  $i$  namelijk:

$$\Psi_3 = i \Psi_1 \quad (2.6)$$

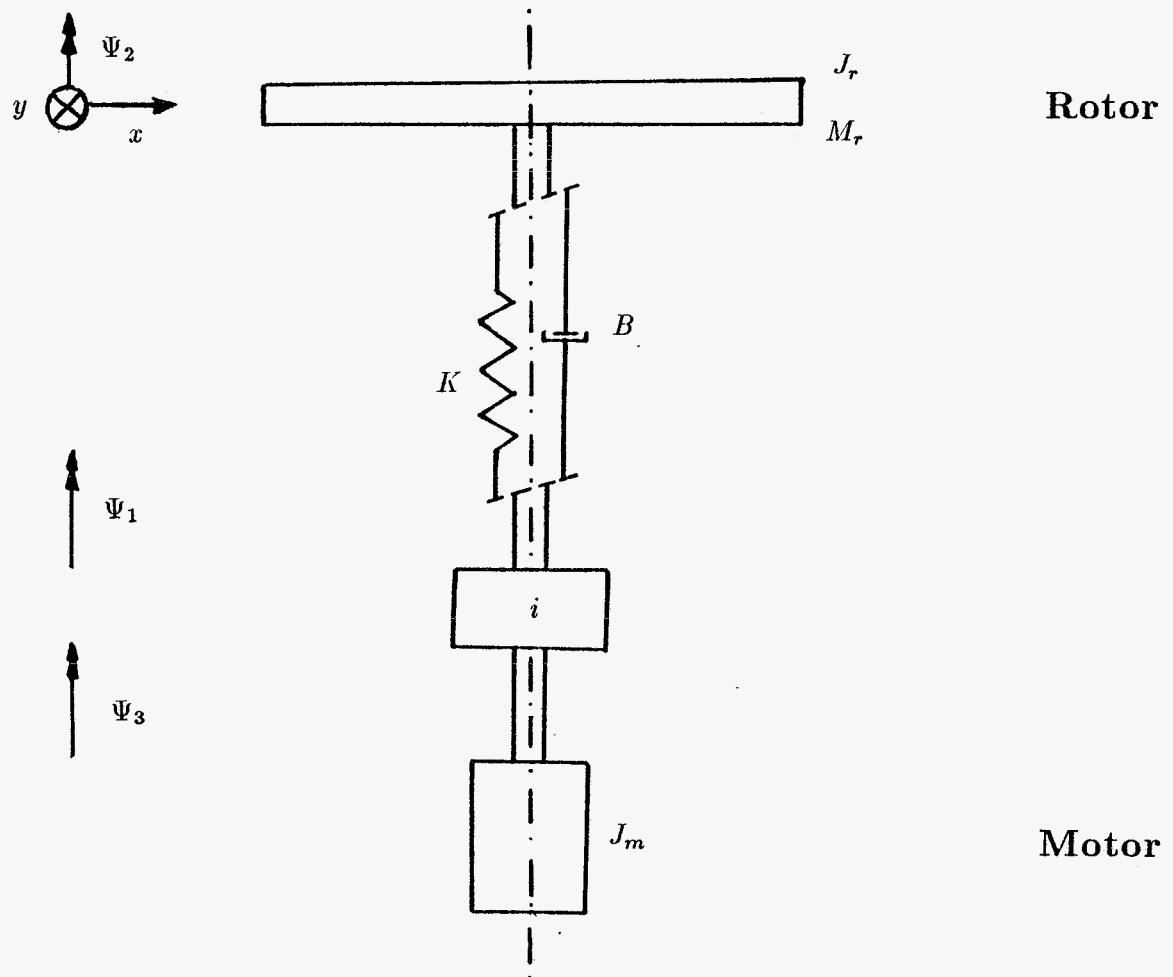
Voor de *kinetische energie* van de electromotor geldt:

$$T_{kin} = \frac{1}{2} J_m \dot{\Psi}_3^2 \quad (2.7)$$

waarbij  $J_m$  het traagheidsmoment van de electromotor is. Vergelijking 2.7 is met behulp van de eerste tijdsafgeleide van vergelijking 2.6, te schrijven als:

$$T_{kin} = \frac{1}{2} i^2 J_m \dot{\Psi}_1^2 \quad (2.8)$$

Met behulp van deze vergelijking kan het impulsmoment van de electromotor geschreven worden in termen van  $\dot{\Psi}_1$ .



Figuur 2.2: Schematisch overzicht 4 d.o.f.-model

## Hoofdstuk 3

# Dynamisch model van het systeem met 4 vrijheidsgraden

### 3.1 Belastingen,werkend op het systeem

De krachten die op het systeem werken blijven, op één na, hetzelfde als in het model met 2 d.o.f. Alleen de wrijvingskracht in het geval van rollen (zie hoofdstuk 4) verandert ten gevolge van het feit dat het model beschreven wordt door een ander stelsel bewegingsvergelijkingen.

In het systeem met 4 d.o.f. moeten ook de optredende momenten (zie figuur 3.1) in beschouwing worden genomen te weten:

- $\mathbf{T}^c$ : constant moment,
- $\mathbf{T}^t$ : wrijvingsmoment,
- $\mathbf{T}^m$ : aandrijvend moment.

#### 3.1.1 Moment $\mathbf{T}^c$

Het constante moment  $\mathbf{T}^c$  wordt veroorzaakt door de mesjes die op de rotor bevestigd zijn. In de praktijk lopen deze namelijk tegen de behuizing van de rotor aan en veroorzaken zodoende een moment tegengesteld aan de draairichting.

$$\mathbf{T}^c = 8.09E - 4 \mathbf{e}_z [Nm] \quad (3.1)$$

waarbij de waarde van  $\mathbf{T}^c$  bepaald is met behulp van gegevens uit het lagermodel van F.Voorhorst<sup>1</sup> en gelijk is aan het moment *m3in* uit dat model.

#### 3.1.2 Moment $\mathbf{T}^t$

Het wrijvingsmoment  $\mathbf{T}^t$  wordt veroorzaakt door de tangentiële wrijvingskracht  $\mathbf{F}^t$ . In een situatie waar geen contact is tussen de rotor en de starre kern is  $\mathbf{F}^t$  per definitie gelijk aan nul en  $\mathbf{T}^t$  dus ook. Wanneer er nu sprake is van een contactsituatie wordt  $\mathbf{T}^t$  als volgt bepaald:

$$\mathbf{T}^t = \|\mathbf{F}^t\|(R + C\delta) \mathbf{e}_z \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>lagermodel4 als in SISY

waarbij  $R$  de inwendige straal van de rotor voorstelt en  $C\delta$  de indrukking van de rotor ten gevolge van de radiale belasting. Dit moment is tegengesteld aan de richting van de tangentiële snelheid  $\mathbf{v}_{ct}$ .

### 3.1.3 Moment $\mathbf{T}^m$

Het motormoment  $\mathbf{T}^{m*}$  werd in eerste instantie constant verondersteld in plaats van de aanname dat de hoeksnelheid  $\Omega$  constant was. Dit betekent dat de electromotor bij willekeurig toerental hetzelfde moment zou moeten leveren hetgeen fysisch niet zinvol is. Daarom is aan de hand van een motorkarakteristiek het door de electromotor geleverde moment  $\mathbf{T}^{m*}$  bepaald als functie<sup>2</sup> van de hoeksnelheid  $\dot{\Psi}_3$ .

$$\mathbf{T}^{m*} = (638 - \dot{\Psi}_3)/39270 \quad (3.3)$$

Het moment  $\mathbf{T}^m(\dot{\Psi}_1)$  wordt voor het systeem beschouwd als aandrijvend moment in plaats van  $\mathbf{T}^{m*}(\dot{\Psi}_3)$ . Met behulp van 2.6 en de vaste verhouding tussen  $\mathbf{T}^{m*}$  en  $\mathbf{T}^m$  ( $\mathbf{T}^m = i\mathbf{T}^{m*}$ ) is de vergelijking 3.3 te schrijven als:

$$\mathbf{T}^m = i(638 - i\dot{\Psi}_1)/39270 \quad (3.4)$$

Er dient nog wel opgemerkt te worden dat de functie voor  $\mathbf{T}^m$  een benadering is omdat deze is afgeleid uit een grafiek.

## 3.2 Afleiding van de bewegingsvergelijkingen

Voor de versnellingen van het massamiddelpunt  $P_m$  geldt:

$$M_r \ddot{\mathbf{r}}_m = M_r(\ddot{\mathbf{r}}_g + \ddot{\mathbf{r}}_e) = \mathbf{F}^c + \mathbf{F}^b + \mathbf{F}^t + \mathbf{F}^n \quad (3.5)$$

waarbij  $M_r$  de massa van de rotor is. Uitwerken van deze vergelijking levert het volgende stelsel matrixvergelijkingen:

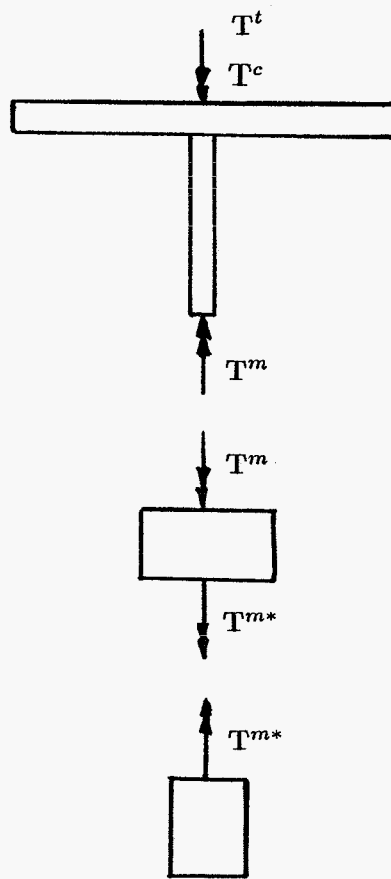
$$\begin{aligned} & M_r \begin{bmatrix} \ddot{x} - e(\dot{\Psi}_2^2 \cos \Psi_2 + \ddot{\Psi}_2 \sin \Psi_2) \\ \ddot{y} - e(\dot{\Psi}_2^2 \sin \Psi_2 - \ddot{\Psi}_2 \cos \Psi_2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} F_x^c \\ F_y^c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_s & 0 \\ 0 & d_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ & \quad - H(\delta)g(\phi)[F^{nd}\delta^\alpha + F^{ns}\delta^\alpha] \begin{bmatrix} \cos \theta + f \operatorname{sgn}(v_{ct}) \sin \theta \\ \sin \theta - f \operatorname{sgn}(v_{ct}) \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

vergelijkbaar met het stelsel bewegingsvergelijkingen behorende bij het systeem met 2 d.o.f.

De twee resterende bewegingsvergelijkingen zijn te verkrijgen door, voor de beide massa's afzonderlijk, de som van de momenten gelijk te stellen aan het impulsmoment. Voor de rotor geldt derhalve:

$$J_r \ddot{\Psi}_2 = K(\Psi_1 - \Psi_2) + B(\dot{\Psi}_1 - \dot{\Psi}_2) - \mathbf{T}^c - \operatorname{sgn}(v_{ct})H(\delta)\mathbf{T}^t \quad (3.7)$$

<sup>2</sup>Zie Appendix A.



Figuur 3.1: Momenten werkend op het systeem

en voor de motor geldt:

$$J_m \ddot{\Psi}_3 = \frac{1}{i} [-K(\Psi_1 - \Psi_2) - B(\dot{\Psi}_1 - \dot{\Psi}_2)] + T^{m*} \quad (3.8)$$

gebruik makend van 2.6 en de bekende momenten verhouding tussen ingaande-en uitgaande as van de overbrenging leidt dit tot:

$$i^2 J_m \ddot{\Psi}_1 = -K(\Psi_1 - \Psi_2) - B(\dot{\Psi}_1 - \dot{\Psi}_2) + T^m \quad (3.9)$$

De vergelijkingen voor de rotor en de motor kunnen op de volgende manier in matrixnotatie worden weergegeven:

$$\begin{bmatrix} i^2 J_m & 0 \\ 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Psi}_1 \\ \ddot{\Psi}_2 \end{bmatrix} = -K \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} - B \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_1 \\ \dot{\Psi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^m \\ -T^c - \text{sgn}(v_{ct})H(\delta)T^t \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

### 3.3 Bewegingsvergelijkingen in dimensieloze vorm

Het dimensieloos maken van de bewegingsvergelijkingen gebeurt analoog aan de manier waarop dat gedaan is in het geval van het systeem met 2 d.o.f. ofwel:

$$\begin{aligned} \xi = x/C, \eta = y/C & : \text{dimensieloze coördinaten} \\ \varepsilon = e/C & : \text{dimensieloze massa-excentriciteit} \\ \tau = \omega_c t & : \text{dimensieloze tijd} \end{aligned}$$

De stelsels matrixvergelijkingen van de voorafgaande paragraaf gaan hierdoor over in:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \xi'' \\ \eta'' \end{bmatrix} &= -2 \begin{bmatrix} \zeta_s & 0 \\ 0 & \zeta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \gamma_s & 0 \\ 0 & \gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \\ &\quad - H(\delta)g(\phi)[\psi^d \delta^{\alpha} + \psi^s \delta^{\alpha}] \begin{bmatrix} \cos \theta + f \text{sgn}(v_{ct}) \sin \theta \\ \sin \theta - f \text{sgn}(v_{ct}) \cos \theta \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \psi_x^c \\ \psi_y^c \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} (\psi_2')^2 \cos \psi_2 + \psi_2'' \sin \psi_2 \\ (\psi_2')^2 \sin \psi_2 - \psi_2'' \cos \psi_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_1'' \\ \psi_2'' \end{bmatrix} &= -b \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1' \\ \psi_2' \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} \kappa & -\kappa \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} t^m \\ -t^c - \text{sgn}(v_{ct})H(\delta)t^t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.12)$$



Verder zijn in de vergelijkingen de volgende dimensieloze constanten gebruikt:

$$\zeta_s = \frac{d_s}{2M\omega_c} : \text{ dimensieloze lager-dempingsconstante}$$

$$\gamma_s = \frac{k_s}{M\omega_c^2} : \text{ dimensieloze lager-stijfheidsconstante}$$

$$\psi_x^c = \frac{F_x^c}{MC\omega_c^2}; \psi_y^c = \frac{F_y^c}{MC\omega_c^2} : \text{ dimensieloze constante krachten}$$

$$\psi^d = \frac{F^{nd}}{MC\omega_c^{2-\alpha}}; \psi^s = \frac{F^{ns}}{MC\omega_c^2} : \text{ dimensieloze normaalkrachten}$$

$$v_{ct} = \xi' - \eta' \cos \theta + \omega \left( \frac{R}{C} \right) : \text{ dimensieloze tangentiële snelheid}$$

$$b = \frac{B}{J_r \omega_c} : \text{ dimensieloze torsiedempings-coëfficiënt}$$

$$k = \frac{K}{J_r \omega_c^2} : \text{ dimensieloze torsiestijfheids-coëfficiënt}$$

$$\kappa = \frac{J_r}{i^2 J_m} : \text{ dimensieloze constante}$$

$$t^c = \frac{T^c}{J_r \omega_c^2} : \text{ dimensieloos constant moment}$$

$$t^t = \frac{T^t}{J_r \omega_c^2} : \text{ dimensieloos wrijvingsmoment}$$

$$t^m = \frac{T^m}{i^2 J_m \omega_c^2} : \text{ dimensieloos aandrijvend moment}$$

## Hoofdstuk 4

# Slippen of Rollen

In het rapport over het systeem met 2 d.o.f. is reeds aandacht besteed aan het optreden van een slip- dan wel rolsituatie als er sprake is van contact tussen de rotor en de starre kern. Wanneer er sprake zou zijn van zuiver rollen betekent dit dat de tangentiële snelheid van het contact punt  $P_c$  per definitie gelijk moet zijn aan nul. Numeriek gezien leidt dit echter tot problemen zodat het noodzakelijk was om het begrip Micro-Slip te introduceren ofwel “bijna rollen”. Vervolgens werd er een procedure opgezet om de wrijvingskracht in het contactpunt te bepalen. Globaal komt die procedure er op neer dat er een wrijvingskracht  $F_{slip}^t$  wordt bepaald volgens het wrijvingsmodel van Coulomb en een wrijvingskracht  $F_{roll}^t$  volgend uit de voorwaarde dat  $\nu_{ct}$  gelijk moet zijn aan nul. De wrijvingskracht  $F^t$  die in het model gebruikt wordt volgt uit de vergelijking:

$$F^t = \text{sgn}(\nu_{ct}) \min\{|F_{slip}^t|, |F_{roll}^t|\} \quad (4.1)$$

Omdat de bewegingsvergelijkingen voor  $\eta''$  en  $\xi''$  enerzijds en  $\psi_2''$  anderzijds gekoppeld zijn moet de wrijvingskracht volgens het rol-criterium  $F_{roll}^t$  in het geval van 4 d.o.f. bepaald worden uit de drie bovengenoemde bewegingsvergelijkingen en de vergelijking die de tangentiële snelheid in het contactpunt gelijk stelt aan nul. Na uitwerking<sup>1</sup> levert dit uiteindelijk voor  $F_{roll}^t$  dat deze gelijk is aan:

$$F_{roll}^t = \frac{J_r}{J_r + [RM_r - eM_r \cos(\Psi_2 - \theta)](R + C\delta)} \left\{ \frac{\sin \theta}{1} [F_x^c - d_s \dot{x} - k_s x] - \cos \theta [F_y^c - d_s \dot{y} - k_s y] + eM_r \dot{\Psi}_2^2 \sin(\theta + \Psi_2) + \frac{1}{J_r} [RM_r - eM_r \cos(\Psi_2 - \theta)] [-B(\dot{\Psi}_2 - \dot{\Psi}_1) - K(\Psi_2 - \Psi_1) - T^c] \dot{\Psi}_2 \frac{M_r R}{C(1 + \delta)} (\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta) \right\} \quad (4.2)$$

---

<sup>1</sup>Zie Appendix B

In het geval dat uit vergelijking 4.1 volgt dat  $F^t = F_{roll}^t$  zien de dimensieloze bewegingsvergelijkingen 3.11 er als volgt uit:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \xi'' \\ \eta'' \end{bmatrix} &= -2 \begin{bmatrix} \zeta_s & 0 \\ 0 & \zeta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \gamma_s & 0 \\ 0 & \gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \\
&\quad - H(\delta)g(\phi)[\psi^d \delta^{\cdot\alpha} + \psi^s \delta^{\alpha}] \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} - H(\delta)\psi^t \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \psi_x^c \\ \psi_y^c \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} (\psi_2')^2 \cos \psi_2 + \psi_2'' \sin \psi_2 \\ (\psi_2')^2 \sin \psi_2 - \psi_2'' \cos \psi_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

met:

$$\psi^t = \frac{F^t}{MC\omega_c^2} \tag{4.4}$$

## Hoofdstuk 5

# Implementatie van het model in een simulatie-programma

### 5.1 Het simulatie-programma

Het programma PHILIPS2 representeert het scheerkop-model met 4 d.o.f. en maakt het mogelijk om simulaties te doen voor verschillende parameter instellingen en verschillende beginvoorwaarden van de vrijheidsgraden. Voor het numeriek oplossen van de bewegingsvergelijkingen wordt gebruik gemaakt van een Runge-Kutta integratie-algoritme. Als invoer van het programma wordt gebruik gemaakt van de invoer-file: param.dat, waarin de verschillende parameters zijn opgeslagen. De uitvoer wordt opgeslagen in de files:

- **slip** welke is gevuld met integers die een index zijn voor de momentaan optredende situatie.
  - index 0 ; er is sprake van een contactloze situatie.
  - index 1 ; er is sprake van een slip situatie.
  - index 2 ; er is sprake van micro-slip en  $F^t = F_{slip}^t$ .
  - index 3 ; er is sprake van micro-slip en  $F^t = F_{roll}^t$ .
- **time** bevat de momentane simulatie tijden waarop de uitvoer is weggeschreven.
- **x** bevat de dimensieloze x-componenten van de positievector van het massamiddelpunt.
- **dx** bevat de eerste afgeleiden van de x-componenten naar de dimensieloze tijd.
- **y** bevat de dimensieloze y-componenten van de positievector van het massamiddelpunt.
- **dy** bevat de eerste afgeleiden van de y-componenten naar de dimensieloze tijd.
- **psi1** bevat de dimensieloze hoekverdraaiing  $\psi_1$ .
- **dpsi1** bevat de dimensieloze hoeksnelheid  $\psi_1'$ .
- **psi2** bevat de dimensieloze hoekverdraaiing van de rotor  $\psi_2$ .
- **dpsi2** bevat de dimensieloze hoeksnelheid van de rotor  $\psi_2'$ .

- **theta** bevat de hoek  $\theta$  tussen de positievector  $\mathbf{r}_g$  van het geometrisch middelpunt  $P_g$  en de  $x$ -as.

Alle files hebben als extensie: `.dat` en worden opgeslagen onder de subdirectory: `MATLAB`. De listing van het het programma is voorzien van commentaaregels en bijgevoegd onder appendix C.

## 5.2 Stroomschema van het programma

De globale opbouw van het programma wordt in de onderstaande figuur schematisch weergegeven.

## 5.3 Beschrijving van de gebruikte procedures

Omdat er in het hoofdprogramma gebruik wordt gemaakt van enige procedures zal de inhoud van de verschillende procedures in deze paragraaf enigszins toegelicht worden.

```
PROCEDURE F(y:vector;t:extended;var dy:extended; var index:integer;var t8:extended)
```

### Formele parameters

- `y` : inputvector met de momentane waarden van de vrijheidsgraden en de eerste afgeleiden daarvan.  
`t` : representeert de momentane simulatie tijd.  
`dy` : outputvector met eerste afgeleiden van de inputvector.  
`index` : representeert de momentane situatie.  
`t8` : representeert de tangentiële snelheid in het contactpunt.

### Functiebeschrijving

De procedure berekent de eerste afgeleide van de invoervariabelen naar de dimensieloze tijd. De procedure bepaalt tevens of er sprake is van; geen contact, slip of rollen.

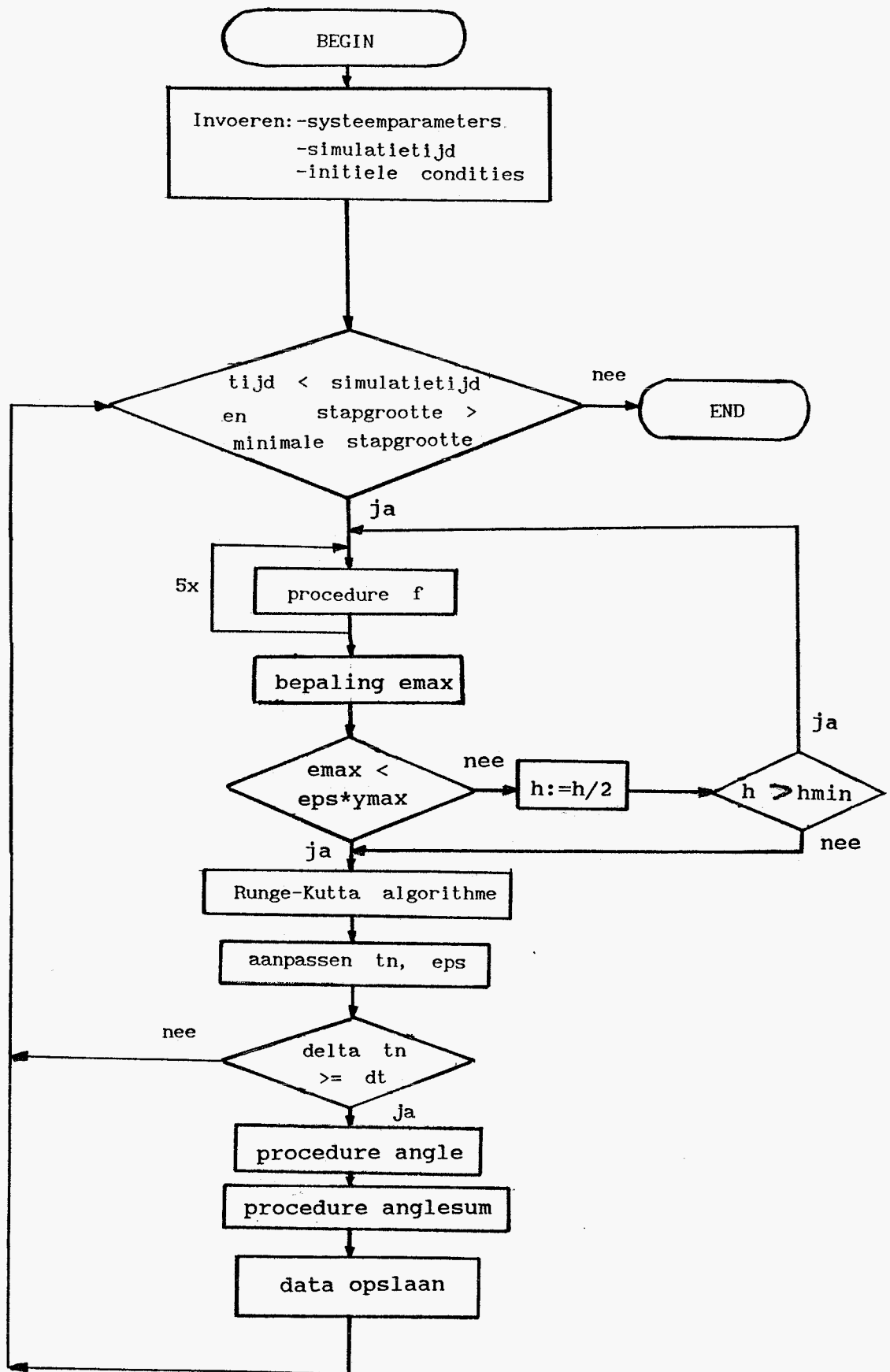
```
PROCEDURE ANGLE(yn:vector;var thetan:extended)
```

### Formele parameters

- `yn` : vector met de momentane waarden van de vrijheidsgraden en de eerste afgeleiden daarvan.  
`thetan` : variabele hoek met een waarde op het domein  $\theta \in [0; 2\pi]$ .

### Functiebeschrijving

De procedure berekent met behulp van de arctangens het argument van de positievector van het geometrisch middelpunt  $P_g$  ten opzichte van de referentietoestand. De berekening



Figuur 5.1: stroomschema: PHILIPS2.PAS

gebeurt zodanig dat het argument een waarde heeft op het domein  $[0; 2\pi]$ .

PROCEDURE ANGLESUM(thetan:extended;var thsum:extended)

#### Formele parameters

thetan : hoek theta  $\theta$  op het interval  $\theta \in [0; 2\pi]$ .

thsum : bevat na het doorlopen van de procedure de momentane gesommeerde waarde van thetan.

#### Functiebeschrijving

De procedure bepaalt het verschil tussen de momentane waarde van thetan en de voorafgaande waarde van thetan en telt dit verschil op bij de voorafgaande waarde van thsum.

## 5.4 Gebruikshandleiding PHILIPS2

### 5.4.1 Installatie van het programma

Zoals reeds eerder vermeld gebruikt het programma de subdirectory: MATLAB om de datafiles op te slaan. Het is dus noodzakelijk dat deze subdirectory bestaat. In de subdirectory MATLAB dienen tevens de invoer-file: param.dat en de execute-file: philips2.exe ondergebracht te worden.

N.B. Het is in principe vanuit elke willekeurige directory mogelijk om de execute-file op te starten maar het is praktischer om vanuit MATLAB te werken omdat van daaruit direct het programma pcmatlab opgestart kan worden voor de grafische weergave van de resultaten.

### 5.4.2 Instellen van de parameters

In de invoer-file zijn de parameters ondergebracht in de volgorde:

C (20  $\mu m$ ) : spleetbreedte  
e : dimensieloze excentriciteit  $\varepsilon$   
ff : wrijvingscoëfficiënt  
beta (1) : geometriefactor  $\beta$   
alpha (1.1) : exponent  $\alpha$   
ts (0.0) : dimensieloze dempingscoëfficiënt  $\zeta_s$   
gs (0.0) : dimensieloze stijfheidscoëfficiënt  $\gamma_s$   
tb (0.0) : begintijd van de simulatie  
h (0.01) : initiële integratiestapgrootte  
eps (0.0001) : initiële nauwkeurigheid  
hmin (0.0001): minimale integratiestapgrootte  
dt (0.1) : minimaal data-uitvoer interval

met de waarden tussen haken () als standaard parameters.

Het is mogelijk om met behulp van de Norton-Editor de parameterinstelling te veranderen. Om in de editor te komen dient het volgende commando gegeven te worden:

```
C : \MATLAB > ne param.dat < enter >
```

Na het veranderen van de instelling kan de editor verlaten worden met behulp van de functie-toets F3.

### 5.4.3 Opstarten van het programma

Het programma kan worden opgestart met behulp van het commando:

```
C : \MATLAB > philips2 < enter >
```

Op het scherm verschijnt dan de opmerking: "enter te". De gewenste eindtijd van de simulatie kan nu ingevoerd worden. Hierbij dient opgemerkt te worden dat de dimensieloze eindtijd gevraagd wordt (orde grootte  $10^3$ ) welke gelijk is aan de tijd  $t$  in seconden vermenigvuldigt met de karakteristieke hoeksnelheid  $\omega_c$ . Nadat  $t$  is ingevoerd verschijnt de opmerking: "enter initial values of x,x',y,y' and psi2". Deze vijf waarden worden eveneens in de dimensieloze vorm gevraagd hetgeen voor  $x$  en  $y$  betekent dat ze een waarde tussen  $-1$  en  $1$  moeten hebben omdat er gestart dient te worden vanuit een contacloze situatie. De initiële hoeksnelheden  $\psi'_1$  en  $\psi'_2$  en de hoekverdraaiing  $\psi_1$  worden niet gevraagd omdat er op tijdstip  $t = 0$  uitgegaan wordt van een stationaire situatie zodat  $\psi'_1, \psi'_2$  en  $\psi_1$  op dat tijdstip eenduidig te bepalen zijn met behulp van de beschikbare gegevens.

Wanneer de simulatietijd verstreken is verschijnt de volgende opmerking op het scherm: "if you want to continue enter a new te". Het is nu mogelijk om een nieuwe eindtijd op te geven zodat de simulatie voortgezet wordt vanaf het laatst berekende tijdstip. Wanneer dit niet wenselijk is moet een "nieuwe" eindtijd opgegeven worden met een waarde kleiner of gelijk aan de "oude" eindtijd. De data-files worden nu afgesloten en het programma wordt beëindigd.

### 5.4.4 Beschouwen van de resultaten

Met behulp van pcmatlab kunnen de data-files verwerkt worden in grafiekvorm teneinde meer inzicht te krijgen in de resultaten. Er zal nu wat aandacht besteed worden aan het beschikbaar krijgen van de data binnen pcmatlab en het genereren van zinvolle grafieken.

Binnen pcmatlab kan het laden van alle data-files achter elkaar gerealiseerd worden met behulp van het commando: runphil2. Wanneer nu vervolgens het commando: circle2, gegeven wordt verschijnen er achter elkaar een aantal grafieken<sup>1</sup> namelijk:

- slip tegen time
- y tegen x
- x tegen time en dx tegen x

---

<sup>1</sup>Zie Appendix D



- **dpsi2** tegen **time**

Het is echter vaak zo dat de geheugenruimte binnen pccmatlab niet toereikend is om alle data-files te laden of dat niet alle data-files direkt nodig zijn. Wanneer dit het geval is is het ook mogelijk om de gewenste data-files te laden met behulp van het commando: `load file.dat`. Er zijn tevens een aantal commando's beschikbaar die afzonderlijke grafieken genereren namelijk:

```
sp   : time-slip plot
xyp  : x-y plot
xtp  : time-x plot
wtp  : time-dpsi2 plot
delta : time-delta plot
thet : psi2-theta plot
```

In het geval van **thet** moeten er van tevoren een **b** (begin) en een **e** (end) gedefiniëerd worden binnen het interval van de kolomlengten van **psi2** en **theta**, welke natuurlijk even lang zijn. Door aanpassing van **b** en/of **e** is het betrekkelijk eenvoudig om op een bepaald stuk van de grafiek in te zoomen.

#### 5.4.5 Opslaan van data

Wanneer de resultaten van een simulatie bekeken zijn kan het wenselijk zijn om de bijbehorende data op te slaan. De huidige mogelijkheden zijn dan:

1. data opslaan op een diskette met behulp van het commando: `copa`, in `copa.m` moet dan wel steeds het label aangepast worden anders wordt de data elke keer overschreven door de volgende set data-files. Anderzijds kan de data weer van de diskette gelezen worden met behulp van het commando: `copc`.
2. data opslaan onder de subdirectory `DATA` met behulp van het commando: `copd`, ook hier moet het label steeds aangepast worden. Het kopiëren van data van `DATA` naar `MATLAB` kan gerealiseerd worden met het commando: `copm`.

N.B. In veel gevallen zijn de sets data-files te groot om op te slaan op een enkele diskette. Het is daarom vaak eenvoudiger om gebruik te maken van de data-directory `DATA`.

## Hoofdstuk 6

# Resultaten

### 6.1 Verwachtingen

Het belangrijkste fenomeen dat beschouwd moet worden is natuurlijk het al dan niet optreden van rollen. Bij de analyse van het 2 d.o.f.-model was gebleken dat de wrijvingscoëfficiënt  $f$  en de excentriciteit  $e$  de belangrijkste parameters zijn wat het de beïnvloeding van het dynamisch gedrag van het systeem betreft. Vervolgens is er een tabel opgezet voor verschillende combinaties van  $e$  en  $f$  waarbij  $e$  een waarde had tussen  $2 \div 60 [\mu m]$  en  $f$  een waarde tussen  $0.01 \div 0.2 [-]$ . De verwachting is nu dat de grenslijn tussen rollen en slippen in het geval van het 4 d.o.f.-model iets anders zal liggen in de tabel maar er is op voorhand niet te voorspellen in welke mate er veranderingen op zullen treden.

In het geval van rollen zal ook gekeken worden in hoeverre het geval van zuiver rollen benaderd wordt. De verwachting is dat de verhouding tussen de hoeksnelheid  $\psi'_2$  en de hoeksnelheid  $\theta'$  dan constant is en globaal voldoet aan de vergelijking voor zuiver rollen namelijk:

$$\theta' = \frac{R}{C(1+\delta)} \psi'_2 \quad (6.1)$$

### 6.2 Wanneer is er sprake van rollen?

Het optreden van het rolverschijnsel is op verschillende manieren te detecteren. In eerste instantie kan gekeken worden naar de index-grafiek waaruit blijkt dat er sprake is van rollen als er indices 2 en/of 3 voorkomen (zie paragraaf 5.1). Het is echter wel zo dat het al dan niet rollen is gebaseerd op uitgangspunten behorende bij het verschijnsel van micro-slip. Een alternatief is dan de grafiek die  $x$  (of  $y$ ) uitzet tegen de tijd. Het is namelijk zo dat de frequentie van  $x$  (en  $y$ ) in het geval van rollen ook constant moet zijn en gelijk is aan de hoekfrequentie van  $\theta'$ .

### 6.3 Slip-Rol tabel

In eerste instantie werd er gekeken naar combinaties van  $e$  en  $f$  voor waarden van:  $e$  tussen  $10 \div 40 [\mu m]$  en  $f$  tussen  $0.02 \div 0.1 [-]$  maar later bleek dat het fysisch zinvol en wenselijk was om de grenslijn door te trekken voor grotere  $e$  en  $f$ . De overige instellingen tijdens de,

in onderstaande tabel geplaatste , simulaties zijn:

- standaard parameters
- geometriefactor  $\beta = 1$
- initiële condities gelijk aan nul

$f$	excentriciteit $e$ [ $\mu m$ ]							
	10	20	30	40	60	80	100	120
0.02	rollen	rollen data2	slip data9	slip				
0.03	rollen	rollen	slip data11	slip data14				
0.05		rollen data12	rollen	rollen data15		slip data18		slip data20
0.1					rollen data17		rollen data19	
0.2						rollen data22		rollen data21

Niet alle hokjes zijn ingevuld maar het moge duidelijk zijn dat de hokjes rechts van de grenslijn slip situaties representeren en de hokjes links van die lijn een rol situatie. De hokjes die nog een  $dataxx$  term bevatten zijn opgeslagen, zowel in de data-directory DATA als op diskette.

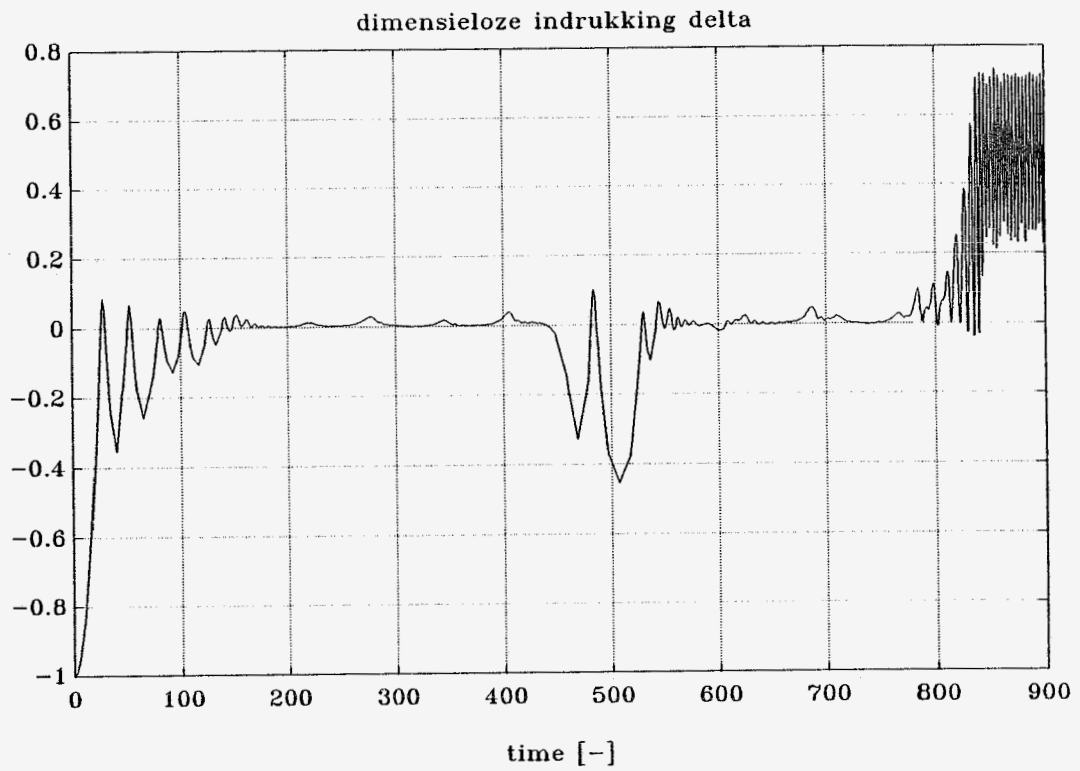
Ten opzichte van het 2 d.o.f.-model is de ligging van de grenslijn iets veranderd maar er zijn geen essentiële verschillen, in die zin dat de lijn in zijn geheel anders zou liggen.

### 6.3.1 De invloed van spleetbreedte $C$

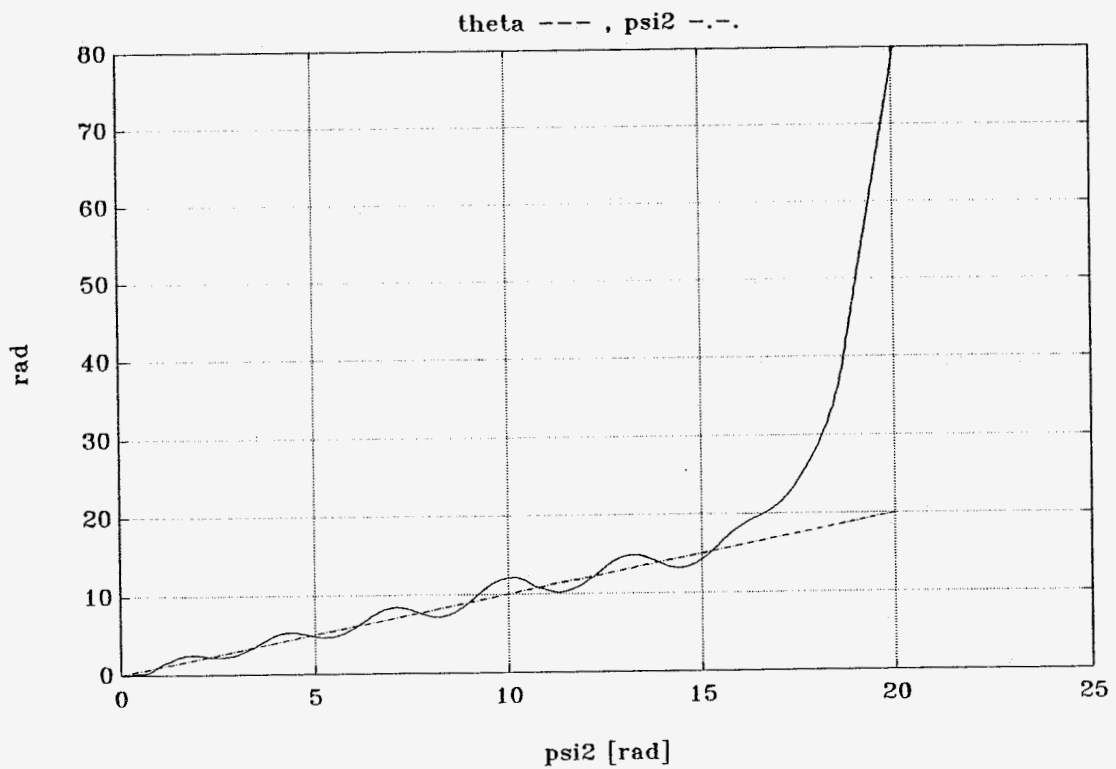
Nadat uit experimenten was gebleken dat niet alleen  $e$  en  $f$  maar ook de spleetbreedte  $C$  een significante invloed op het dynamisch gedrag van het systeem had zijn er nog enkele simulaties gedaan met variatie van  $C$ . Uit deze berekeningen bleek dat  $C$  ook in het model een redelijke invloed had op het dynamisch gedrag van het systeem. De algemene tendens is dat de grenslijn meer naar links verschuift bij verkleining van  $C$  en vice versa. Op zich was dit wel te verwachten want wanneer de spleet tussen rotor en kern kleiner gemaakt wordt zal het geheel zich meer en meer als een lager gaan gedragen.

## 6.4 Wel of geen zuiver rollen?

Voor een aantal gevallen is bekeken in hoeverre er sprake was van zuiver rollen. In het geval van zuiver rollen moet worden voldaan aan vergelijking 6.1. Er is daarom gekeken naar de gemiddelde indrukking  $\delta$ , zie figuur 6.1 ongeveer vanaf  $\tau = 830$ , in het geval van rollen om vergelijking 6.1 op te kunnen stellen ( $R$  en  $C$  zijn immers bekend) en tevens werd  $\theta$  uitgezet tegen  $\psi_2$ . Uit de laatst genoemde grafiek (zie figuur 6.2) is namelijk de verhouding tussen  $\theta'$  en  $\psi_2'$ , tijdens de simulatie, af te leiden omdat deze hetzelfde is als de verhouding tussen  $\theta$  en  $\psi_2$ .



Figuur 6.1: delta-tijd (data21)



Figuur 6.2: theta-psi2 (data21)

instelling [-]            [ $\mu m$ ]		simulatie $\theta/\psi_2$	indrukking $\delta$	theorie $R/C(1 + \delta)$
$f = 0.1$ $\beta = 1$	$e = 100$ $C = 20$	30	0.5	41.6
$f = 0.1$ $\beta = 1$	$e = 60$ $C = 20$	30	0.5	41.6
$f = 0.2$ $\beta = 1$	$e = 120$ $C = 20$	29.2	0.5	41.6
$f = 0.2$ $\beta = 0$	$e = 80$ $C = 20$	26	0.55	40.3

Wanneer we de tweede kolom (simulatie) vergelijken met de vierde kolom (theorie) is duidelijk waarneembaar dat er significante verschillen zijn tussen de theoretische verhouding van beide hoeken en de verhouding tijdens de simulaties.

## Hoofdstuk 7

# Conclusies en opmerkingen

### 7.1 Conclusies

- De grenslijn tussen rollen en slippen ligt in de slip-rol tabel iets anders ten opzichte van de grenslijn in het geval van het 2 d.o.f.-model hetgeen voldoet aan de verwachtingen.
- Binnen de beschouwde range van parameterinstellingen komen de volgende algemene tendenzen naar voren:
  - Bij toenemende wrijvingscoëfficiënt  $f$  zal het systeem blijven rollen of van slippen overgaan op rollen hetgeen overeenkomt met de fysische verwachtingen.
  - Bij toenemende excentriciteit  $e$  zal het systeem blijven slippen of van rollen overgaan op slippen.
- Ook de excentriciteit  $C$  speelt een belangrijke rol binnen het proces. Het groter maken van de speling werkt het optreden van rollen in de hand.
- De verhouding tussen  $\theta'$  en  $\psi'_2$  wordt, in het geval van rollen, wel constant maar niet gelijk aan de verhouding die zou moeten gelden voor zuiver rollen.

### 7.2 Opmerkingen

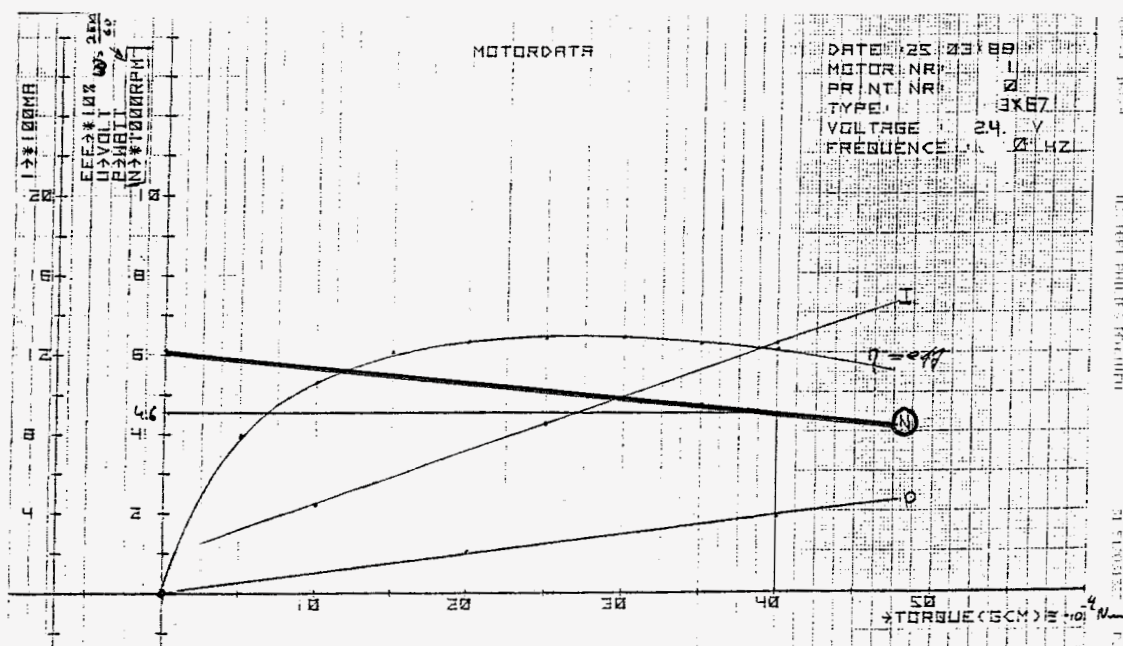
1. Uit experimenten is gebleken dat de afrolfrequentie hoger is dan de waarden die met behulp van vergelijking 6.1 gevonden werden en dus nóg hoger uitvallen ten opzichte van de waarden die volgen uit de simulaties. Een belangrijke reden van dit verschil is het gehanteerde contact-model. Er wordt namelijk uitgegaan van één contactpunt hetgeen fysisch gezien niet erg realistisch is als de indrukking van dezelfde orde grootte is als de spleetbreedte. In realiteit zal de maximale indrukking dus kleiner zijn omdat er sprake is van een lijn-contact. Gezien het feit dat een kleinere indrukking resulteert in een hogere afrolfrequentie (zie 6.1) strookt dit dus met de experimenten en lijkt het zinvol om het contact-model enigszins aan te passen.
2. Er is eveneens uit experimenten gebleken dat de gemiddelde stijfheid van de rotor kleiner is dan werd verondersteld en dat de geometrie, tegen de verwachting in,

niet zo'n grote invloed heeft op het variëren van de stijfheid in omtreksrichting. De consequenties hiervan zijn dat:

- (a) de constante: clager, kleiner wordt waarmee ook de karakteristieke hoekfrequentie  $\omega_c$  verandert en dus een aantal andere constanten.
- (b) de geometriefactor  $\beta$  ligt veel dichterbij de waarde nul dan bij de waarde één zoals in eerste instantie verwacht werd.

## Appendix A

# Bepaling van $T^{m*}$ als functie van $\dot{\Psi}_3$



Figuur A.1: Motorkarakteristiek

Uit figuur A is een vergelijking af te leiden voor het toerental  $n$  [ $\frac{omw}{min}$ ] als functie van het moment  $T$  [ $Gcm$ ] ( $Gcm \equiv 1E - 04 Nm$ ).

$$n = 6100 - 37.5 T \quad (A.1)$$

Het omschrijven van deze vergelijking naar bruikbare dimensies leidt tot:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_3 &= \frac{2\pi 6100}{60} - \frac{2\pi 37.5}{60 * 1E - 4} T^{m*} \Rightarrow \\ \dot{\Psi}_3 &= 638 - 39270 T^{m*} \end{aligned} \quad (A.2)$$

Waaruit vergelijking 3.3 eenvoudig af te leiden is.



## Appendix B

### Bepaling van $F_{roll}^t$

Bewegingsvergelijkingen:

$$M_r[\ddot{x} - e(\dot{\Psi}_2^2 \cos \Psi_2 + \ddot{\Psi}_2 \sin \Psi_2)] = F_x^c - d_s \dot{x} - k_s x - F^n \cos \theta - F^t \sin \theta \quad (B.1)$$

$$M_r[\ddot{y} - e(\dot{\Psi}_2^2 \sin \Psi_2 - \ddot{\Psi}_2 \cos \Psi_2)] = F_y^c - d_s \dot{y} - k_s y - F^n \sin \theta + F^t \cos \theta \quad (B.2)$$

$$J_r \ddot{\Psi}_2 = K(\Psi_1 - \Psi_2) + B(\dot{\Psi}_1 - \dot{\Psi}_2) - T^c - \text{sgn}(v_{ct})H(\delta)T^t \quad (B.3)$$

met:

$$\begin{aligned} F^n &= H(\delta)g(\phi)[F^{nd}\dot{\delta}^\alpha + F^{ns}\delta^\alpha] \quad \text{en} \\ T^t &= F^t(R + C\delta) \end{aligned}$$

Vergelijking voor zuiver rollen:

$$v_{ct} = \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta + \dot{\Psi}_2 R = 0 \quad (B.4)$$

Differentiatie van B.4 naar de tijd levert:

$$\ddot{x} \sin \theta + \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta - \dot{y} \cos \theta + \dot{y} \dot{\theta} \sin \theta + R \ddot{\Psi}_2 = 0 \quad (B.5)$$

Invullen van B.2 en B.1 in B.5 levert:

$$\begin{aligned} &\frac{\sin \theta}{M_r} [F_x^c - d_s \dot{x} - k_s x - F^n \cos \theta - F^t \sin \theta] + \\ &\quad e(\dot{\Psi}_2^2 \cos \Psi_2 + \ddot{\Psi}_2 \sin \Psi_2) \sin \theta + \\ &\dot{x} \dot{\theta} \cos \theta - \frac{\cos \theta}{M_r} [F_y^c - d_s \dot{y} - k_s y - F^n \sin \theta + F^t \cos \theta] + \\ &\quad e(\dot{\Psi}_2^2 \sin \Psi_2 - \ddot{\Psi}_2 \cos \Psi_2) \cos \theta + \dot{y} \dot{\theta} \sin \theta + R \ddot{\Psi}_2 = 0 \end{aligned} \quad (B.6)$$

herschrijven van B.6 geeft:

$$\begin{aligned} F_{roll}^t &= \sin \theta [F_x^c - d_s \dot{x} - k_s x] - \cos \theta [F_y^c - d_s \dot{y} - k_s y] + \\ &\quad e M_r [\dot{\Psi}_2^2 \sin(\theta + \Psi_2) - \ddot{\Psi}_2 \cos(\Psi_2 - \theta)] + \dot{x} \dot{\theta} M_r \cos \theta + \\ &\quad \dot{y} \dot{\theta} M_r \sin \theta + R M_r \ddot{\Psi}_2 \end{aligned} \quad (B.7)$$

Invullen van B.3 en uitschrijven van  $T^t$  levert:

$$\begin{aligned}
& F_{roll}^t \left\{ 1 + \frac{1}{J_r} [RM_r - eM_r \cos(\Psi_2 - \theta)] (R + C\delta) \right\} \\
& = \sin \theta [F_x^c - d_s \dot{x} - k_s x] - \cos \theta [F_y^c - d_s \dot{y} - k_s y] + \\
& \quad \frac{1}{J_r} [RM_r - eM_r \cos(\Psi_2 - \theta)] [K(\Psi_1 - \Psi_2) + B(\dot{\Psi}_1 - \dot{\Psi}_2) - \mathbf{T}^c] + \\
& \quad \dot{\theta}(\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta) M_r \tag{B.8}
\end{aligned}$$

Uit deze laatste vergelijking is 4.2 eenvoudig af te leiden.

## Appendix C

### Listing van het programma **PHILIPS2**

```

PROGRAM PHILIPS2;
{$N+}
uses crt;
type vector = array [1..8] of extended;
const
    { CONSTANTS }
    Jr:extended=6.30E-8    {moment of inertia of the rotor [kg*m2] };
    Mr:extended=0.00134   {mass of the rotor [kg] };
    R :extended=0.00125   {inner radius of the rotor [m] };
    Jm:extended=4.20E-7   {moment of inertia of the motor [kg*m2] };
    wk:extended=1.175E4   {characteristic frequency [rad/s] };

    { NON-DIMENSIONAL CONSTANTS }
    rd:extended=0.4       {restoring force due to damping};
    rs:extended=1.0       {restoring force due to stiffness};
    ta:extended=0.0       {damping coefficient};
    ga:extended=0.0       {stiffness coefficient};
    cx:extended=0.0       {constant force xsi-direction};
    cy:extended=0.0       {constant force eta-direction};
    tc:extended=9.30E-5   {constant moment due to rotorfriction};
    eta:extended=2.42     {transmission constant};
    kt:extended=8.39E-2   {torquespring constant};
    bt:extended=1.145E-1  {torquedamper constant};

    filename:array [1..11] of string[8]
        =('x','dx','y','dy','psi2','dpsi2','psi1','dpsi1',
          'time','slip','theta');

var y0,yn,y,k1,k2,k3,k4,k5:vector;
    i,n,k:integer;
    h,hmin,eps,tb,te,tn,dt,emax,error,ymax,yy:extended;
    vct,beta,ff,e,roc,C,gs,ts,alpha,Tm,thsum,thetan:extended;
    thold,thdelt:extended;
    b,s:boolean;
    data:array[1..11] of text;
    param:text;

{*****}

procedure f(y:vector;t:extended;var dy:vector;var index:integer;
           var t8:extended);
var
    sign,temp,phi,gphi,delt,ddelt,adelt,addelt:extended;
    tem1,tem2,t1,t2,t3,t4,t5,t6,t7,t9,t10,t11,t12:extended;
    cc,ss,fw,theta:extended;

begin
    t1 := 2*(ta*y[4]-ts*y[2])-(gs*y[1]-ga*y[3]);
    t2 := 2*(ta*y[2]+ts*y[4])+(ga*y[1]+gs*y[3]);
    t11 := e*y[6]*y[6];
    Tm := (264-y[6]*wk)/(eta*0.6706E4);
    temp := sqrt(sqr(y[1])+sqr(y[3]));
    delt := temp - 1;

    {check whether there is a contactsituation or not}
    if delt >= 0 then
        begin
            {contactsituation}
            roc:=R/(C*(1+delt));
            addelt:= 0;
            ddelt:= (y[1]*y[2]+y[3]*y[4])/temp;
            adelt:= exp(alpha*ln(delt));
            if ddelt > 0 then
                addelt:=exp(alpha*ln(ddelt));
        end
end

```

```

{definition of the angle,theta,between the vector rg and the xsi-axis}
if y[1] >= 0 then
  theta:= arctan(y[3]/y[1])
else
  theta:= arctan(y[3]/y[1])+pi;

ss:=sin(theta);
cc:=cos(theta);

{definition of the function G(phi) which represents the
non-constancy of the rotor-stiffness}
phi := theta + pi - y[5];
gphi := beta*cos(3*phi)/3 + 1;

{definition of the tangential velocity in the contact-point Pc}
t8 := y[2]*ss - y[4]*cc + R/C*y[6];

{definition of the sign from the tangential velocity Vct};
if t8 <= 0 then
  sign := -1
else
  sign := 1;

{definition of the normal-force Fn}
tem1 := gphi*(rd*addelt+rs*adelt);

{definition of the friction-force in case of slip}
fw := tem1*ff;

index:= 1; {SLIP}

{check if slip occurs or micro-slip (rolling)};
if abs(t8) <= 0.01 then
begin
  index:=2; {ROLL, fw=f*Fn}

  {introduction of some dummy-variables necessary for the
  definition of the friction-force in case of rolling}
  t3 := Jr +R*Mr*(R-e*C*cos(y[5]+theta));
  t4 := ((kt*(y[7]-y[5])+bt*(y[8]-y[6]))-tc)*(e*cos(y[5]-theta)+R/C);
  t5 := e*y[6]*y[6]*sin(theta-y[5]);
  t6 := cx+y[4]*y[6]*roc;
  t7 := -cy+y[2]*y[6]*roc;

  {definition of the friction-force in case of rolling}
  t9 := Jr/t3*(t4+t5+(t1+t6)*ss+(t2+t7)*cc);

  {determination of the friction-force with the smallest
  absolute value}
  if abs(t9) < fw then
  begin
    fw := abs(t9);
    index:=3 {ROLL, fw=t9};
  end;
end;

t10 := kt*(y[7]-y[5])+bt*(y[8]-y[6])-tc-sign*fw*Mr*C*R/Jr;

{first order derivations,to the non-dimensional time,
of the input-variables in case of contact}
dy[1]:= y[2];
dy[3]:= y[4];
dy[5]:= y[6];
dy[7]:= y[8];
dy[2]:= t1+cx-tem1*cc*gphi-sign*fw*ss+e*t10*sin(y[5])+t11*cos(y[5]);

```

```

dy[4]:= -t2+cy-tem1*ss*gphi+sign*fw*cc-e*t10*cos(y[5])+t11*sin(y[5]);
dy[6]:= t10;
dy[8]:= Tm/(eta*Jm*wk*wk)-kt*Jr/(Jm*eta*eta)*(y[7]-y[5])
        -bt*Jr/(Jm*eta*eta)*(y[8]-y[6]);
end
else
begin
index:=0
t8 :=0.0;
t12 := kt*(y[7]-y[5])+bt*(y[8]-y[6])-tc;

{first order derivations,to the non-dimensional time,
 of the input-variables in case of no contact}
dy[1]:= y[2];
dy[3]:= y[4];
dy[5]:= y[6];
dy[7]:= y[8];
dy[2]:= t1+cx+e*t12*sin(y[5])+t11*cos(y[5]);
dy[4]:= -t2+cy-e*t12*cos(y[5])+t11*sin(y[5]);
dy[6]:= t12;
dy[8]:= Tm/(eta*Jm*wk*wk)-kt*Jr/(Jm*eta*eta)*(y[7]-y[5])
        -bt*Jr/(Jm*eta*eta)*(y[8]-y[6]);
end;
end;{ end of procedure f }

{*****}

procedure angle(yn:vector;var thetan:extended);
{determins a value of the angle theta within a range [0 ; 2*pi] }

begin
if yn[1] = 0 then
begin
if yn[3] > 0 then
thetan := pi/2
else
thetan := 3*pi/2;
if yn[3] = 0 then
thetan := 0.0;
end
else
begin
if yn[1] > 0 then
begin
if yn[3] > 0 then
thetan := arctan(yn[3]/yn[1])
else
thetan := arctan(yn[3]/yn[1])+2*pi;
end
else
thetan := arctan(yn[3]/yn[1])+pi;
end;
end;{ end of procedure angle }

{*****}

procedure anglesum(thetan:extended;var thsum:extended);
{sommation of the angle theta during the simulation
 which is necessary for the generation of some results}

begin
if s then
begin
thsum := thetan;

```

```

    thold := thetan;
    s     := false;
end;
if abs(thetan-thold) > pi then
    begin
        if thetan > pi then
            thsum:= thsum+thetan-thold-2*pi
        else
            thsum:= thsum+thetan-thold+2*pi;
        end
    else
        thsum:= thsum+thetan-thold;
    thold:= thetan;
end;{ end of procedure anglesum }

{*****}

BEGIN
    clrscr;

    {attaching of new values to the parameters of the system}
    assign(param,'c:\matlab\param.dat');
    reset(param);
    readln(param,C,e,ff,beta,alpha,ts,gs,tb,h,eps,hmin,dt);

    {inserting the,non-dimensional,simulation-time}
    writeln('enter te');
    readln(te);

    {creation of the start-vector of the simulation}
    writeln('enter initial values of x,x`,y,y` and psi2 ');
    for k:=1 to 5 do read(yn[k]);
    yn[6]:=264/wk-0.6706E4*tc*wk*Jr;
    yn[7]:=tc/kt+yn[5];
    yn[8]:=yn[6];

    {initialisation of the data-files}
    assign(data[9],'c:\matlab\' +filename[9]+'.dat');
    rewrite(data[9]);
    writeln(data[9],tb);
    assign(data[10],'c:\matlab\' +filename[10]+'.dat');
    rewrite(data[10]);
    writeln(data[10],0);
    s := true;
    angle(yn,thetan);
    anglesum(thetan,thsum);
    assign(data[11],'c:\matlab\' +filename[11]+'.dat');
    rewrite(data[11]);
    writeln(data[11],thsum);
    for k:=1 to 8 do
    begin
        assign(data[k],'c:\matlab\' +filename[k]+'.dat');
        rewrite(data[k]);
        writeln(data[k],yn[k]);
    end;

    tn := tb;
    n  := 0;

    while (tn< te) and (h>=hmin) do
    begin
        repeat

            {numerical solution of the second order differential equations

```

```

    using the RUNGE-KUTTA integration algorithm}
f(yn,tn,k1,i,vct);
for k:=1 to 8 do y[k]:=yn[k]+h*k1[k]/3;
f(y,tn+h/3,k2,i,vct);
for k:=1 to 8 do y[k]:=yn[k]+h*(k1[k]+k2[k])/6;
f(y,tn+h/3,k3,i,vct);
for k:=1 to 8 do y[k]:=yn[k]+h*(k1[k]+3*k3[k])/8;
f(y,tn+h/2,k4,i,vct);
for k:=1 to 8 do y[k]:=yn[k]+h*(k1[k]-3*k3[k]+4*k4[k])/2;
f(y,tn+h,k5,i,vct);
emax:=0;
ymax:=1;
for k:=1 to 8 do
begin
    error:=abs(-2*k1[k]+9*k3[k]-8*k4[k]+k5[k])*h/30;
    if error > emax then emax:=error;
    yy:=abs(k1[k]+4*k4[k]+k5[k])/6;
    if yy > ymax then ymax:=yy
end;
b:= emax > eps*ymax;
if b then h:= h/2;
until (not b) or (h<hmin);
for k:=1 to 8 do yn[k]:=yn[k]+h/6*(k1[k]+4*k4[k]+k5[k]);

{evaluation of the momentane simulation-time tn,the integration
stepsize h and the accuracy eps}
tn:=tn+h;
if emax < eps*ymax/10 then h:=2*h;
writeln(i,'          ',vct,tn:11:3);
if (i <> 0)
then
    begin
        if (abs(vct) < 0.1)
        then
            eps:= 0.01
        else
            eps:= 0.0001;
        end
    else
        eps:= 0.0001;

{data output when the time-difference with the last output
is at least equal to dt}
if tn >= tb+n*dt then
begin
    angle(yn,thetan);
    anglesum(thetan,thsum);
    writeln(data[9],tn);
    writeln(data[10],i);
    writeln(data[11],thsum);
    for k:=1 to 8 do
        writeln(data[k],yn[k]);
    n:=n+1;
end;

if tn >= te then
begin
    {when desired it is possible to continue the simulation}
    writeln('if you want to continue enter a new te');
    readln(te);
end;
end;
close(param);
for k:=1 to 11 do close(data[k]);

```



END. { END OF PROGRAM PHILIPS2 }

## **Appendix D**

### **Grafische resultaten data21**

De grafieken die in deze appendix zijn opgenomen zijn gegenereerd met behulp van data21 (zie slip-rol tabel). De verschillende grafieken worden nu eerst, in volgorde, besproken.

#### slip tegen time

Op tijdstip  $\tau = 0$  is er gestart vanuit de oorsprong  $P_o$  er was dus (nog) geen contact. De grafiek begint dan ook met een index gelijk aan 0. Op een gegeven moment treden er slip-contactsituaties op herkenbaar aan een index gelijk aan 1 en tenslotte is er sprake van micro-slip ofwel "rollen" (indices gelijk aan 2 of 3).

#### y tegen x

De beweging van het geometrischmiddelpunt  $P_g$  in het  $x - y$ -vlak wordt hier weergegeven. Zolang er geen sprake is van contact bevindt het punt  $P_g$  zich binnen de eenheidscirkel welke eveneens wordt afgebeeld. Het is duidelijk te zien dat er na een contactsituatie soms weer even geen contact is hetgeen overeen stemt met de vorige grafiek. In het geval van rollen treden er grotere deformaties van de rotor op zoals dat ook te zien is in de grafiek op de punten waar  $P_g$  ver buiten de eenheidscirkel ligt. Als laatste dient nog opgemerkt te worden dat de verplaatsingsbanen van  $P_g$  in het geval van rollen niet cirkelvormig zijn maar driehoekig wat een gevolg is van het verwerken van de geometrie van de rotor met behulp van geometriefactor  $\beta (= 1)$ .

#### x tegen time

In deze grafiek is ook duidelijk waarneembaar dat er op een gegeven moment sprake is van rollen omdat de frequentie dan ineens een stuk hoger wordt.

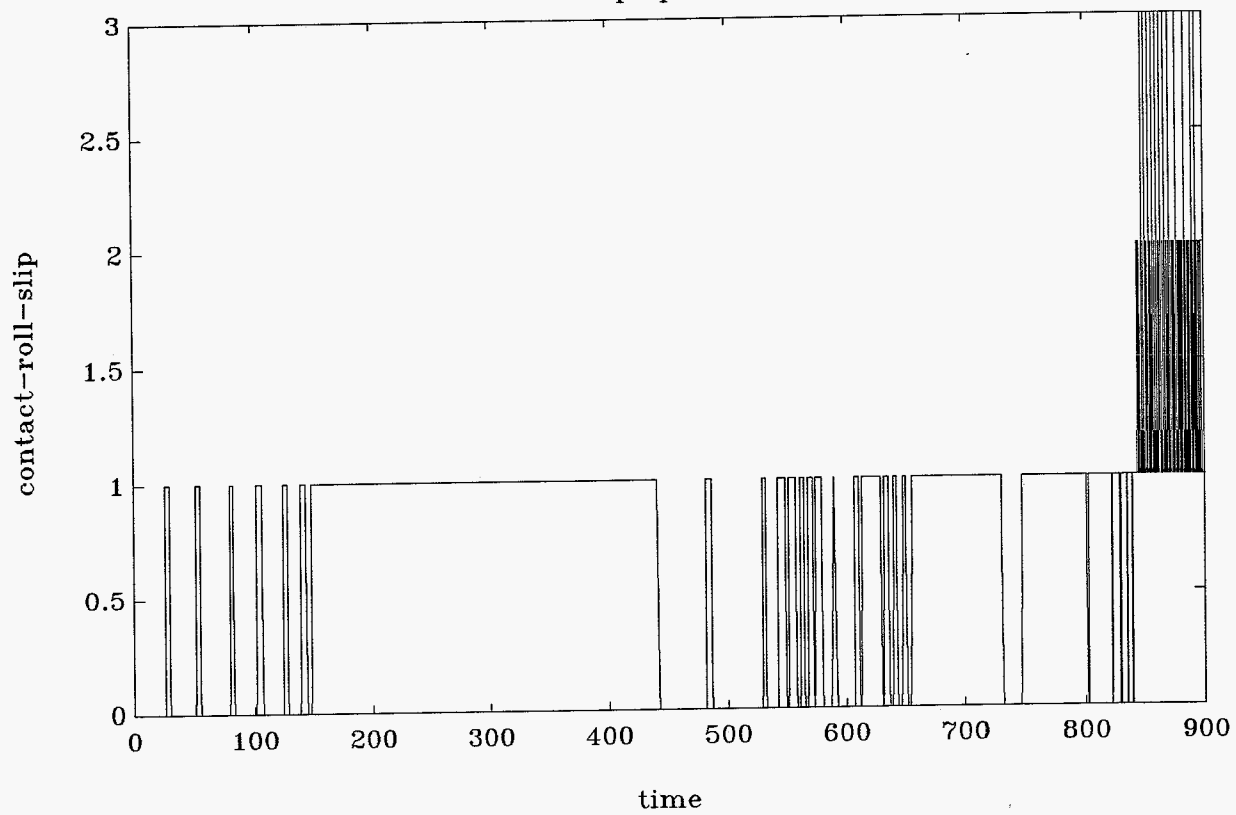
#### dx tegen x

Fase plaatje.

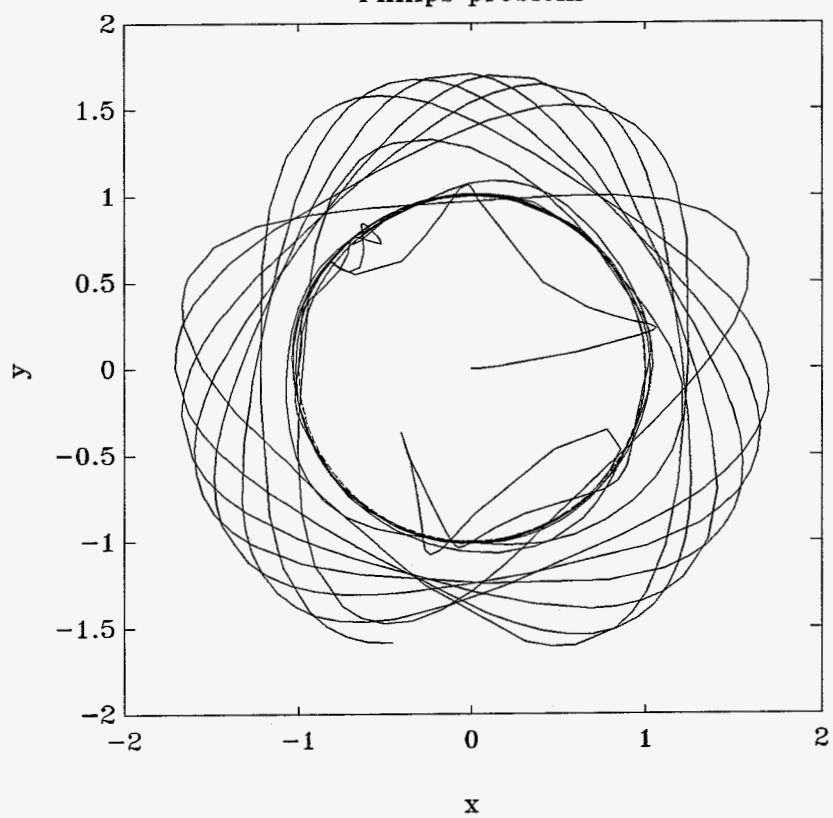
#### dpsi2 tegen time

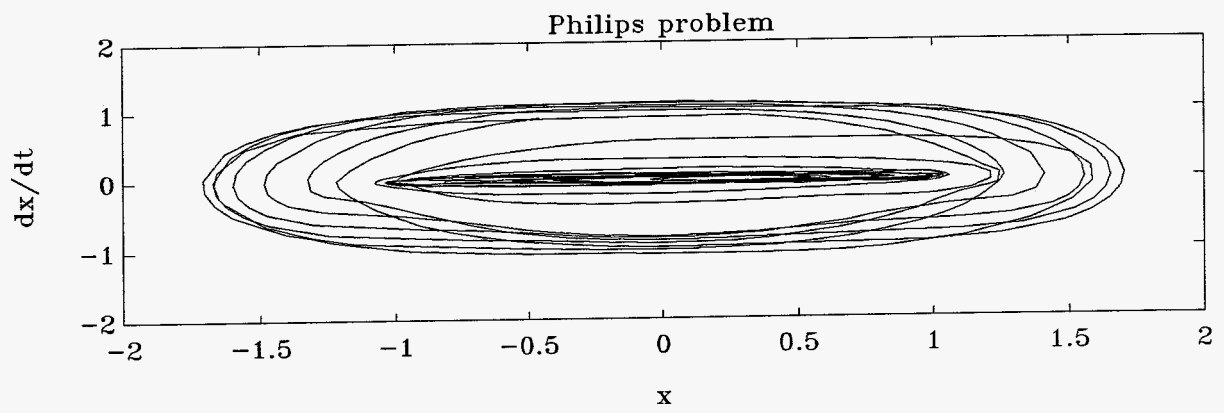
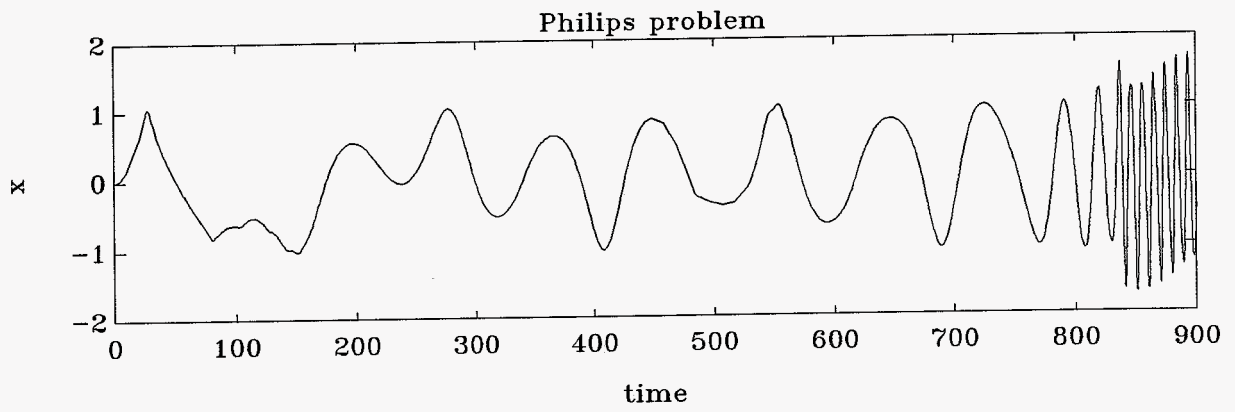
In deze grafiek is het duidelijk te zien dat de hoeksnelheid  $\psi'_2$  in eerste instantie constant blijft en in geval van contact gaat variëren in het geval van rollen neemt de hoeksnelheid af hetgeen te verwachten is omdat het rollen (grote deformaties) veel vermogen kost. Er dient nog wel opgemerkt te worden dat de variaties miniem zijn ten opzichte van de orde grootte van de hoeksnelheid.

Philips problem



Philips problem





Philips problem

