

Wat is profielverschuiving?

Citation for published version (APA):

Polder, J. W. (1962). Wat is profielverschuiving? *De constructeur*, 1(4), 66-69.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1962

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

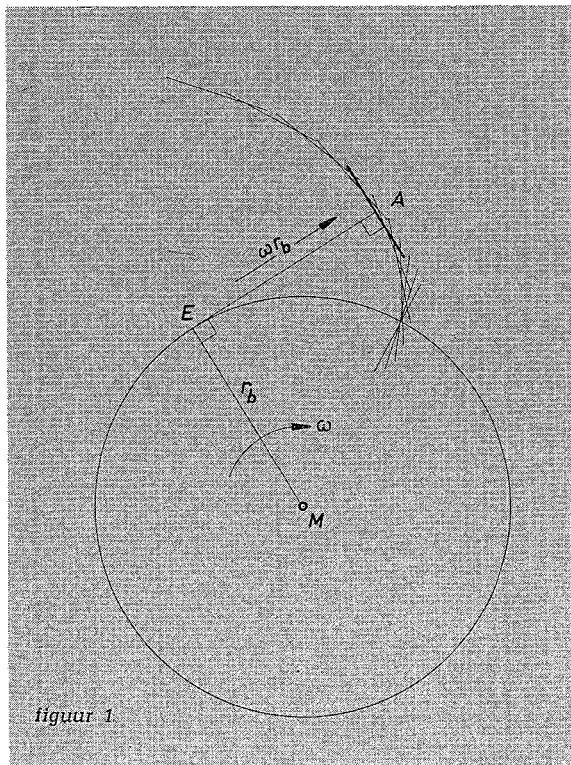
providing details and we will investigate your claim.

Wat is profielverschuiving?

621.833

Ir. J. W. Polder - Voorburg .

Het toepassen van profielverschuiving bij cilindrische tandwielen betekent in feite het uitbuiten van de meetkundige eigenschappen van de evolvente. Nu is de evolvente, wiskundig gezien, een tamelijk eenvoudige kromme. Eveneens wiskundig gezien is profielverschuiving haast nog eenvoudiger. Maar de technische consequenties zijn zo ingewikkeld, dat het toch tot de vijftiger jaren heeft geduurd voordat de spuurwerkers een voldoende inzicht hadden verworven in de invloeden op loopeigenschappen, belastbaarheid, levensduur, enz. Deze late, doch explosieve ontwikkeling is in sterk verspreide specialistische literatuur wel te vinden. De handboeken en leerboeken bevatten meestal weinig over dit onderwerp. Het ontbreken van richtlijnen voor de berekening tenslotte, is oorzaak van de geringe populariteit die profielverschuiving tot nu toe heeft genoten.



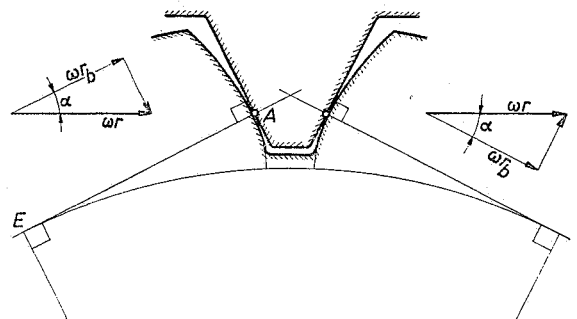
figuur 1

Samenvatting:

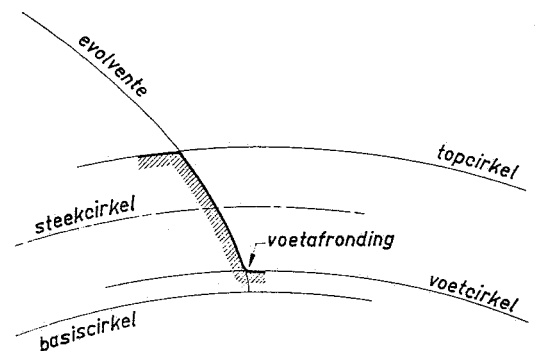
Het toepassen van profielverschuiving bij tandwielen betekent het volledig uitbuiten van meetkundige eigenschappen. Bij de bespreking hiervan wordt getracht vooral die zienswijzen naar voren te brengen die in de literatuur gewoonlijk niet aan de oppervlakte komen, doch die wel kunnen bijdragen tot een verbetering van het inzicht.



Eerst iets over de meetkundige eigenschappen van een evolvente. Bekend is dat de evolvente ontstaat door de afwikkeling van een cirkel, die we basiscirkel zullen noemen (fig. 1). Een punt A van de rechte die de basiscirkel raakt, beschrijft bij het afwikkelen de evolvente. Een loodlijn in A op de genoemde rechte wordt raaklijn aan de evolvente. In het fabricageproces is deze raaklijn de rechte snijkant van het heugelmes, dat in opvolgende afwikkelstanden de evolvente doet ontstaan (fig. 2). De snijkant van het heugelmes is een lijn die „ergens” begint (relatie met de topcirkel) en die „ergens” eindigt (relatie met de voetcirkel). De evolvente als zodanig ontleent zijn vorm alleen aan de rechte snijkant, zonder dat hij „weet” waar de topcirkel of de voetcirkel de tandflank zullen gaan begrenzen (fig. 3).



figuur 2



figuur 3

Wat de evolvente wèl „weet“ is welke basiscirkel hij heeft (straal r_b , middellijn d_b). Daarmede ligt tevens de cirkel vast die $d = d_b \frac{1}{\cos \alpha}$ als middellijn heeft en die de steekcirkel zal blijken te zijn.

Wij zullen nu eerst nagaan hoe de steekcirkel, die terecht ook fabricagesteekcirkel wordt genoemd, samenhangt met de basiscirkel.

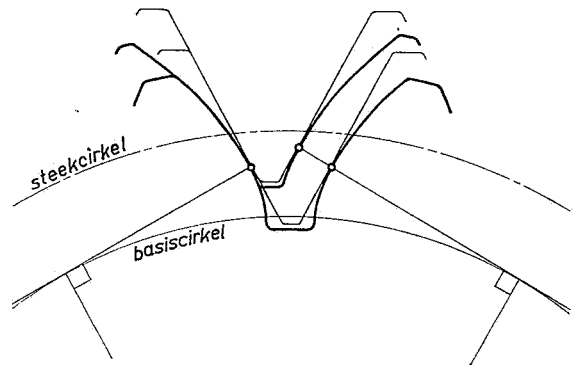
Om in een wiel dat met een hoeksnelheid ω roteert een evolvente te snijden moet de snijkant van het mes bewegen met een snelheid ωr_b in de richting van de normaal EA, zie fig. 1. Aan deze beweging kan zonder enig bezwaar een beweging van de snijkant in zijn eigen richting worden toegevoegd. Het mes krijgt daardoor een resulterende beweging die een hoek α maakt met de lijn EA, zie fig. 2. Deze eigenschap maakt het mogelijk met één gereedschap de beide tandflanken, die een tandkuil begrenzen, gelijktijdig te bewerken. Het heugelmes heeft het theoretisch heugelprofiel tot tegenprofiel. In de hoek α zal de lezer inmiddels de drukhoek α hebben herkend. Wanneer het wiel een hoeksnelheid ω heeft, heeft het mes een snelheid $\omega r_b \frac{1}{\cos \alpha}$. Deze snelheid is gelijk aan de omtreksnelheid van een cirkel aan het tandwiel die een straal $r = r_b \frac{1}{\cos \alpha}$ heeft: de fabricagesteekcirkel, kortweg steekcirkel.

Wat gebeurt er nu als de afstand van het heugelmes tot het middelpunt van het wiel wordt vergroot? De snijkant produceert dezelfde evolvente, met dezelfde basiscirkel en steekcirkel (fig. 4). De enige wezenlijke verandering, die een tandflank ondergaat, is de wijziging van de voetcirkel en van de topcirkel. De tandflank wordt dus gevormd door een iets ander gedeelte van dezelfde evolvente. De evolventes die een tandkuil begrenzen komen wat dichter bij elkaar.

Tot dusverre hebben wij ons alleen bezig gehouden met één tandwiel in relatie met een heugel. De eigenaardigheden van het theoretisch heugelprofiel (dat is het tegenprofiel van het gereedschap), de vaststelling van kophoogte, voethoogte, steek, kuilwijdte, de definitie van de modulus, dit alles laten wij nu onbesproken, om over te gaan tot de bespreking van twee samenwerkende tandwielen.

De symmetrie van het heugelprofiel laat toe een tekening te maken, fig. 5, waarin aan de ene zijde het rondsel (index 1) en aan de andere zijde het wiel (index 2) is getekend. De lijn in de heugel waarvoor de kuilwijdte gelijk is aan de tanddikte speelt een bijzondere rol. Deze lijn zullen wij de steeklijn noemen. De steeklijn gaat op een afstand $x_1 m$ aan de steekcirkel van het rondsel voorbij. Deze afstand is de profielverschuiving van het rondsel, x_1 is de profielverschuivingsfactor van het rondsel, en m is de modulus. Evenzo is er een profielverschuiving $x_2 m$ van het wiel, met de profielverschuivingsfactor x_2 .

De tandflanken van rondsel en wiel in fig. 5 raken elkaar niet. Dit komt omdat de tandflanken geen gemeenschappelijk raakpunt hebben met de ingetekende heugel. Door een afstandsvermindering moet de speling worden opgeheven. Wat is er nu allemaal met de hartafstand gebeurd? In fig. 5 is de getekende hartafstand $\frac{1}{2} (d_1 + d_2) + (x_1 + x_2) m$,



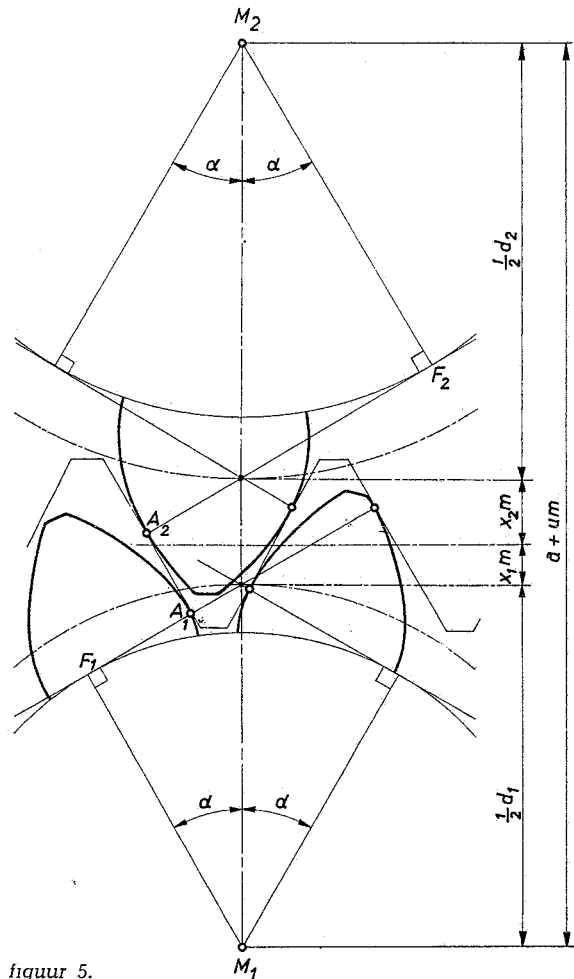
figuur 4.

doch deze waarde is te groot. De kleine afstandsvermindering, die nodig is om de tanden te laten raken, noemen wij de inschuiving. De inschuiving bedraagt um , waarin u de inschuivingsfactor is. De juiste hartafstand is dus:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} (d_1 + d_2) + (x_1 + x_2) m - um = \\ &= d_m + (x_1 + x_2 - u) m = \\ &= d_m + ym. \end{aligned}$$

Hierin is $d_m = \frac{1}{2} (d_1 + d_2)$ en $y = x_1 + x_2 - u$.

De waarde ym is de asverschuiving en y is de asverschuivingsfactor.



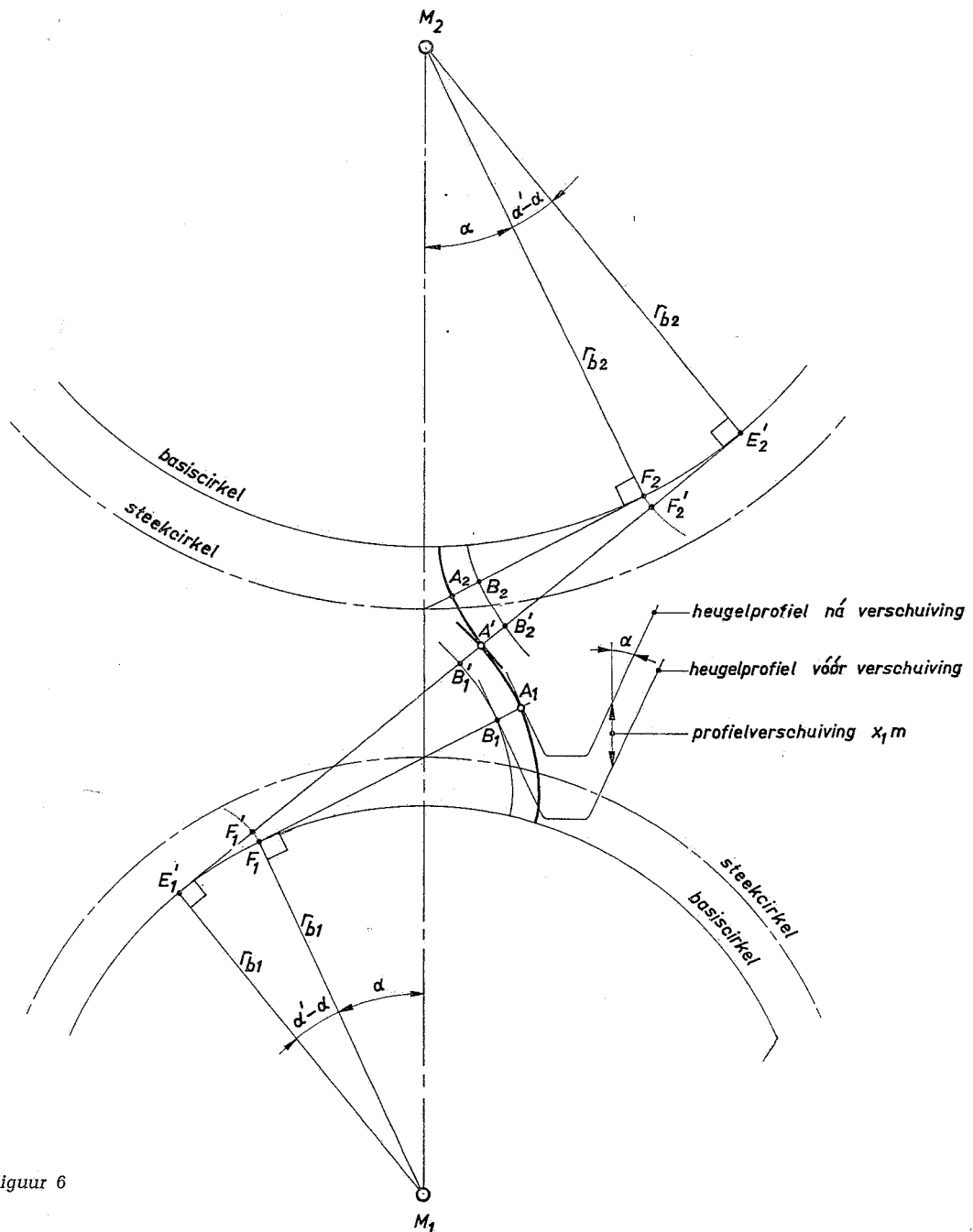
figuur 5.

Wij hebben nu leren kennen de profielverschuivingen (relatie tandwiel—heugel), de asverschuiving (relatie tandwiel—tandwiel) en de voorlopig nog geheimzinnige inschuiving. Allemaal begrippen die in een eenvoudig ontworpen tandwieloverbrenging ontbreken. Onder eenvoudig is dan te verstaan het geval met tandwielen waarvan de steekcirkels raken aan de steeklijn van de heugel. Dit geval is bekend genoeg. Een vertanding zonder profielverschuiving werd vroeger zelfs „normaalvertanding” genoemd. Maar met evenveel recht zou een tandwieloverbrenging waarvan alle verschuivingsfactoren nul zijn, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $y = 0$, $u = 0$, als een bijzonder uitzonderingsgeval kunnen worden beschouwd!

De gedachtengang die in fig. 5 is gevolgd, is eerst aan de beide tandwielen profielverschuiving geven,

en dan nagaan wat er van de hartafstand terecht komt. Om beter vat te krijgen op het probleem, en ook om beter aan te sluiten bij de in de praktijk gevolgde berekeningsgang, keren wij de gedachtengang om: de tandwielen moeten samenwerken bij een gegeven hartafstand a , die groter is dan de halve som van de steekcirkelmiddellijnen d_m . Welke waarden moeten x_1 en x_2 dan krijgen?

Door de asverschuiving $y_m = a - d_m$ is in fig. 6 de ingrijplijn (gemeenschappelijke raaklijn van de basiscirkels, waarlangs het momentane raakpunt A' van de tanden zich verplaatst), de lijn $E_1'E_2'$ geworden, met een bedrijfsdrukhoek α' . De profielverschuiving van het rondsel is x_{1m} , en van het wiel x_{2m} . De overbrenging verkeert in een willekeurige stand. Gemakshalve wordt aangenomen dat de „verschuiving van het profiel” in de richting



figuur 6

M_1M_2 gebeurt, zodat een verschuiving x_1m een „nieuwe” evolvente oplevert, die op een afstand $B_1A_1 = x_1m \cdot \sin \alpha$ van de „oude” evolvente ligt. De niet getekende linker tandflanken ondervinden bij de verschuiving precies dezelfde wijziging als de wel getekende rechter tandflanken, zodat wij kunnen volstaan met de beschouwing van de getekende situatie.

De lengte van de ingrijplijn tussen E_1' en E_2' vinden wij door optelling van de delen ¹⁾.

$$E_1'F_1' = r_{b1} (\alpha' - \alpha) \quad \alpha' \text{ en } \alpha \text{ in radialen}$$

$$E_2'F_2' = r_{b2} (\alpha' - \alpha) \quad \alpha' \text{ en } \alpha \text{ in radialen}$$

$$F_1'B_1' + F_2'B_2' = F_1B_1 + F_2B_2 = (r_{b1} + r_{b2}) \cdot \tan \alpha$$

$$B_1'A' = B_1A_1 = x_1m \cdot \sin \alpha$$

$$B_2'A' = B_2A_2 = x_2m \cdot \sin \alpha$$

$$\text{dus } E_1'E_2' = (r_{b1} + r_{b2}) \cdot (\tan \alpha + \alpha' - \alpha) + (x_1 + x_2)m \cdot \sin \alpha$$

Deze lengte volgt ook uit

$$E_1'E_2' = (r_{b1} + r_{b2}) \cdot \tan \alpha'$$

Gelijkstelling levert

$$x_1 + x_2 = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{m \cdot \sin \alpha} \{ (\tan \alpha' - \alpha') - (\tan \alpha - \alpha) \}.$$

De hartafstand M_1M_2 is $M_1M_2 = d_m + ym$

$$\text{en ook } M_1M_2 = (r_{b1} + r_{b2}) \frac{1}{\cos \alpha'}$$

$$\text{zodat } y = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{m} \cdot \frac{1}{\cos \alpha'} - \frac{d_m}{m}$$

De vergelijkingen worden wat opgeknapt door het invullen van

$$r_{b1} = \frac{1}{2} z_1m \cdot \cos \alpha$$

$$r_{b2} = \frac{1}{2} z_2m \cdot \cos \alpha$$

$$d_m = \frac{1}{2} (z_1 + z_2)m$$

en door het invoeren van de functie „inv”

$$\text{inv } \alpha' = \tan \alpha' - \alpha'$$

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$$

inv is de internationaal aanvaarde afkorting van involute, de Engelse term voor evolvente. De functie kan worden worden uitgesproken als: „evolvente alpha”.

Tenslotte stellen wij nog

$$z_{vm} = \frac{1}{2} (z_1 + z_2)$$

De vergelijkingen worden nu

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = z_{vm} \cotan \alpha (\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha) \\ y = z_{vm} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right) \end{array} \right.$$

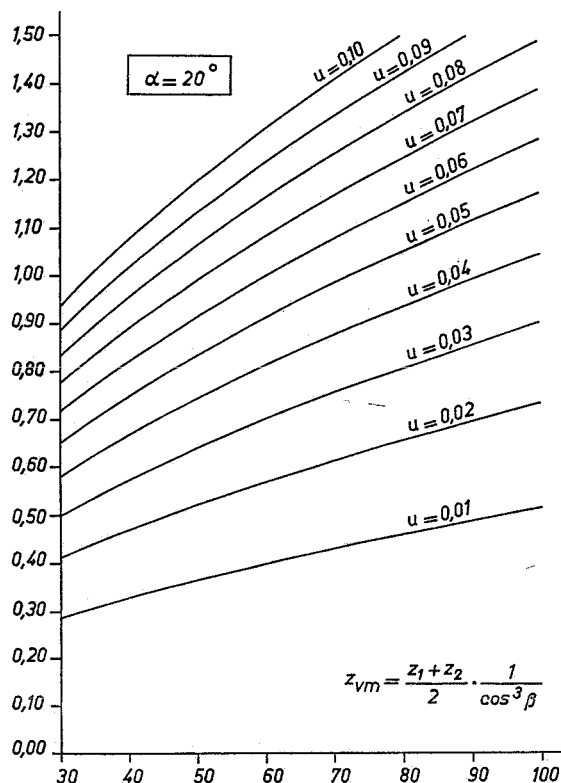
Het vervelende rekenwerk, dat aan het hanteren van deze formules is verbonden, is misschien een van de redenen dat profielverschuiving zo lange tijd niet populair is geweest. Wel was in de literatuur een langzame ontwikkeling naar gemakkelijker rekenen te bespeuren via benaderingsformules, interpolatietabellen en verbeterde interpolatietabellen. Ik meen nu tot de eenvoudigste methode te zijn gekomen: weinig meer dan een optelling.

Gewoonlijk zijn y en z_{vm} bekend en moet $(x_1 + x_2)$ worden gevonden. De waarde α' is een grootte die

Inschuiwingsfactor u

$$y = \frac{a}{m_n} - \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{1}{\cos \beta}$$

$$x_1 + x_2 = y + u$$



figuur 7.

men in de berekening liefst zou overslaan. Dat kan ook wel, door bijvoorbeeld een grafiek te maken waarin $(x_1 + x_2)$ zou worden afgelezen, uitgaande van y en z_{vm} . Nu blijkt een rechtstreekse aflezing van $(x_1 + x_2)$ bezwaarlijk te zijn in verband met de afleesnauwkeurigheid. Wil men $(x_1 + x_2)$ in twee decimalen nauwkeurig hebben, dan zijn in het gebied voor $(x_1 + x_2)$ van 0,00 tot 1,00 honderd afleesmogelijkheden nodig.

De inschuiwingsfactor u doorloopt in dat gebied slechts de waarden 0,00 tot 0,10, dat zijn dus tien inplaats van honderd benodigde afleesmogelijkheden. Het is voldoende om van de beide snelstijgende grootheden y en $(x_1 + x_2)$ het langzaam toenemende verschil te bepalen! Fig. 7 geeft een indruk van de grafiek van de inschuiwingsfactor. In de Voorlichtingsbladen van de Vereniging van Metaalindustrieën ²⁾ zal een zeer nauwkeurige grafiek voor een ruim toepassingsgebied worden gepubliceerd.

Omdat de grafiek niet alleen voor rechte vertanding, maar ook voor schuine vertanding kan worden gebruikt, zijn in fig. 7 de bijgeschreven formules uitgebreid. Voor een rechte vertanding geldt:

$$\beta = 0, \frac{1}{\cos \beta} = 1, \frac{1}{\cos^3 \beta} = 1.$$

In een volgend artikel iets over de keuze van x_1 en x_2 nadat $(x_1 + x_2)$ is berekend, en over de eigenschappen van een vertanding met profielverschuiving.

²⁾ Uitgave N.V. De Technische Boekhandel H. Stam, Haarlem. Het hoofdstuk waarin deze grafiek wordt opgenomen is nog in bewerking.