

## Een fuzzy regelaar

**Citation for published version (APA):**

Kaats, A. J. (1992). *Een fuzzy regelaar*. (DCT rapporten; Vol. 1992.095). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1992

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# 'Een fuzzy regelaar'

Stageverslag A.J. Kaats

identiteitsnummer 321230

rapportnr 92-095

## Inhoudsopgave

1 Inleiding .....	-1-
2 Fuzzy theorie .....	-2-
2.1 Vage verzamelingen .....	-2-
2.2 Soorten lidmaatschapsfuncties .....	-2-
2.3 Hedges .....	-4-
2.4 Rekenregels .....	-4-
2.5 Afleidingsregels .....	-6-
2.5.1 Vage relatie .....	-6-
2.5.2 Compositional rule of inference .....	-7-
2.5.3 Generalized modus ponens .....	-7-
3 De vage regelaar .....	-11-
4 De omgekeerde slinger .....	-15-
5 Programma-aspecten .....	-17-
6 Simulatieresultaten .....	-19-
7 Kogel op rails .....	-22-
8 Conclusie .....	-25-
9 Literatuurlijst .....	-26-
Bijlagen	

## 1 Inleiding

Fuzzy logic is een techniek die in steeds meer toepassingen gebruikt wordt. De interesse ervoor is in Japan ontstaan waar ze een aantal jaren geleden het idee van Zadeh uit 1965 ontdekten en zijn gaan uitwerken. Europa en Amerika hebben te laat de potentie van fuzzy logic ingezien. Nu worden verwoede pogingen gedaan om de achterstand in te halen.

Het regelen van een systeem met fuzzy logic is bruikbaar gebleken in situaties waarin de mens een belangrijke rol speelt. De menselijke beslissingsmethode kan door een fuzzy regelaar worden nagebootst. Hierdoor kan een proces dat veel expertkennis vereist toch worden geautomatiseerd.

Vanwaar de genoemde interesse voor fuzzy logic? Komt het soms doordat het een beslissingsmanier is die goed aansluit bij ons eigen denkpatroon? Is het zo revolutionair dat het een grote toekomst tegemoet gaat? Zijn we over een paar jaar uitgepraat over fuzzy logic of is het iets blijvends? Wat mogen we verwachten van fuzzy logic? Dit zijn een aantal vragen die, met de huidige inzichten, zullen worden beantwoord.

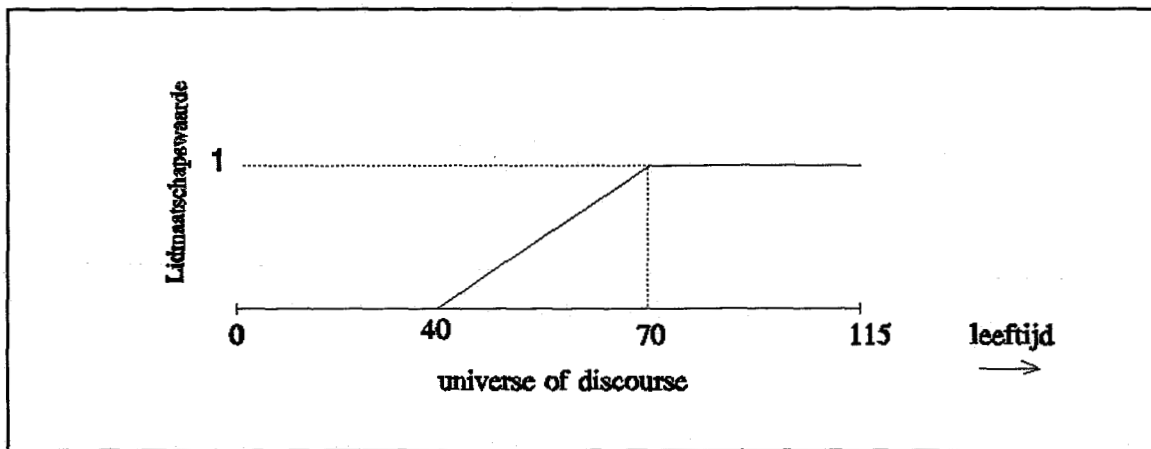
Dit rapport gaat over fuzzy logic in het algemeen en over de toepassing op de omgekeerde slinger in het bijzonder. Het begint met een bespreking van de fuzzy algebra. Dit is nodig om vervolgens de fuzzy regelaar te kunnen behandelen. Hierin wordt een algemeen concept beschreven en wordt de theorie toegepast op de omgekeerde slinger. Met de ontworpen fuzzy regelaar wordt een aantal simulaties uitgevoerd.

## 2 Fuzzy theorie

### 2.1 Vage verzamelingen

Een verzameling is gedefinieerd op een bepaald domein (universe of discourse). Als we de 'gewone' verzameling beschouwen kunnen we zeggen dat een element van het domein òf wel òf niet tot de verzameling behoort. Dit wordt ook wel een crisp verzameling genoemd.

Bij een vage verzameling ligt dit anders. Hierbij is het ook mogelijk dat een element gedeeltelijk in een verzameling zit. Het gedeelte waarmee het element tot de verzameling behoort wordt aangegeven met een graad (lidmaatschapsgraad of membership). De lidmaatschapsfunctie  $\chi$  geeft aan hoe de lidmaatschapswaarden veranderen over de universe of discourse. De verzameling oude mensen kan bijvoorbeeld door de volgende lidmaatschapsfunctie worden weergegeven:



Figuur 1: lidmaatschapsfunctie

Mensen die jonger zijn dan 40 zijn zeker niet oud (lidmaatschapsgraad = 0) en behoren dus niet tot de verzameling 'oud' terwijl mensen die ouder zijn dan 70 zeker wel oud zijn (lidmaatschapsgraad = 1) en dus volledig in de verzameling zitten. Daartussenin worden mensen als 'gedeeltelijk oud' beschouwd.

### 2.2 Soorten lidmaatschapsfuncties

Er kunnen 3 verschillende klassen van lidmaatschapsfuncties worden onderscheiden:

\*

$$\Gamma(u; \alpha, \beta) = \begin{matrix} 0 & \text{als } u \leq \alpha \\ \text{monotoon niet dalend} & \text{als } \alpha < u \leq \beta \\ 1 & \text{als } u > \beta \end{matrix} \quad (1)$$

Hiermee kunnen stijgende begrippen zoals 'oud', 'groot', 'lang' worden aangeduid. Waarden kleiner dan  $\alpha$  behoren niet tot verzameling terwijl waarden groter dan  $\beta$  er

volledig in zitten. Tussen  $\alpha$  en  $\beta$  zit het karakteristieke -niet dalende- overgangsgebied.

\*

$$L(u; \alpha, \beta) = \begin{matrix} 1 & \text{als } u \leq \alpha \\ \text{monotoon niet stijgend} & \text{als } \alpha < u \leq \beta \\ 0 & \text{als } u > \beta \end{matrix} = 1 - \Gamma(u; \alpha, \beta) \quad (2)$$

Deze klasse kan dalende begrippen als 'klein', 'jong', 'koud' representeren.

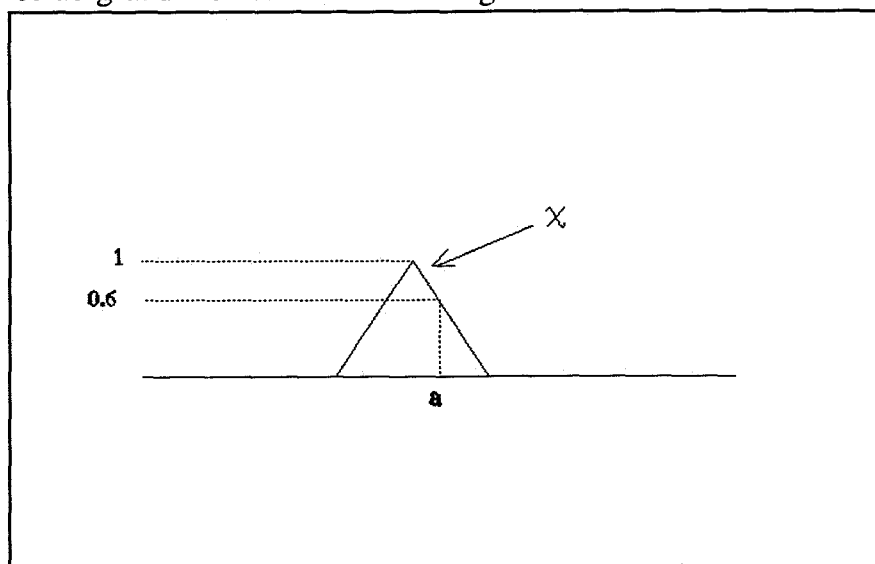
\* 'Ongeveer'-begrippen als 'plusminus 50 jaar', 'lauw' kunnen met de  $\pi$ -functie worden beschreven.

$$\Pi(u; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{matrix} 0 & \text{als } u \leq \alpha \\ \text{monotoon niet dalend} & \text{als } \alpha < u \leq \beta \\ 1 & \text{als } \beta < u \leq \gamma \\ \text{monotoon niet stijgend} & \text{als } \gamma < u \leq \delta \\ 0 & \text{als } u > \delta \end{matrix} \quad (3)$$

Soms wordt er nog een klasse lidmaatschapsfuncties gedefinieerd nl de  $\Lambda$ -functie; deze is echter een speciaal geval van de  $\Pi$ -functie nl als  $\beta = \gamma$ .

Merk op dat vorm van de lidmaatschapsfuncties met de hierboven gegeven definities nog niet geheel vastligt.

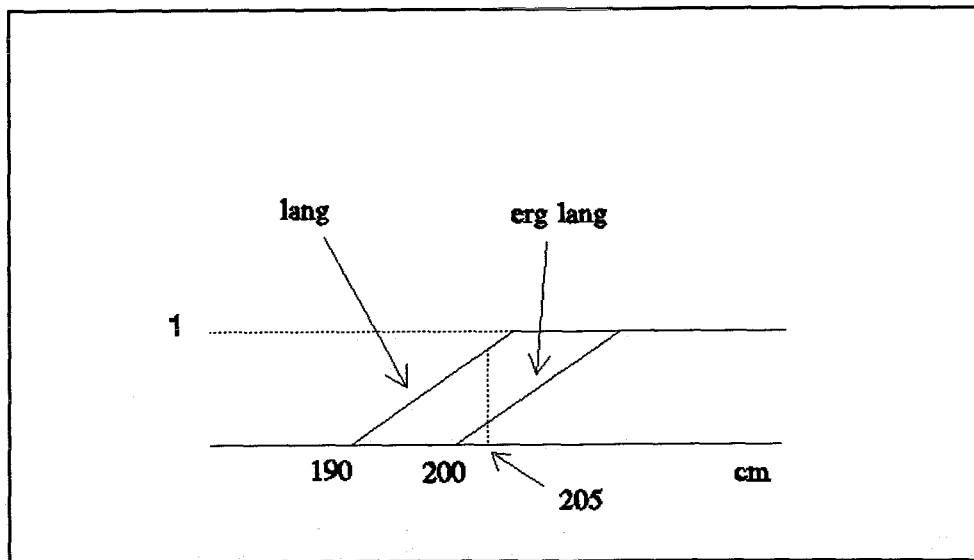
Nadat de gewenste functie gekozen is kan deze ergens in het domein geplaatst worden. Vervolgens kan voor elk element uit het domein bepaald worden met welke graad het tot de betreffende verzameling behoort. In het voorbeeld van figuur 2 behoort a met de graad 0.6 tot de verzameling.



figuur 2: lidmaatschapswaarde

### 2.3 Hedges

Hedges zijn woorden als 'erg', 'tamelijk', 'precies', 'ongeveer'. Ze kunnen gebruikt worden met betrekking tot een bepaalde vage verzameling. Hierdoor ontstaat een nieuwe vage verzameling die ten opzichte van de oude is verplaatst en/of van vorm is veranderd. Zo kan de hedge 'erg' ervoor zorgen dat de lidmaatschapsfunctie naar links verschuift.



figuur 3: verschuiving

In figuur 3 behoort de waarde 205 behoort meer tot de vage verzameling 'lang' dan tot 'erg lang'.

### 2.4 Rekenregels

Om met vage verzamelingen te kunnen werken moeten er een aantal rekenregels beschikbaar zijn. Deze regels komen overeen met de functies uit de normale verzamelingentheorie te weten: doorsnede, vereniging en complement. Om deze ook te kunnen gebruiken bij vage verzamelingen moeten hiervoor definities worden ingevoerd.

Laat A, B, C en D niet-lege vage verzamelingen zijn over dezelfde universe of discourse UOD.

- A is een deelverzameling van B (notatie:  $A \subset B$ ) dan en slechts dan als:  
 $\chi_A(x) \leq \chi_B(x) \quad , \forall x \in UOD$

- De doorsnede van de vage verzamelingen A en B wordt aangegeven met  $\chi_{A \cap B}$ . Er moet gelden:

$$\begin{aligned} A \cap B &= B \cap A \\ A \cap (B \cap C) &= (A \cap B) \cap C \\ (A \subset C) \cap (B \subset D) &\Rightarrow (A \cap B) \subset (C \cap D) \\ A \cap \text{UOD} &= A \end{aligned}$$

De te definiëren formule voor het berekenen van  $\chi_{A \cap B}$  moet aan deze vier eigenschappen voldoen. Een bruikbare definitie kan dus zijn:

$$\chi_{A \cap B}(x) = f(\chi_A(x), \chi_B(x)) = \chi_A(x) \cdot \chi_B(x)$$

De meest gebruikte is echter de door Zadeh voorgestelde:

$$\chi_{A \cap B}(x) = f(\chi_A(x), \chi_B(x)) = \min(\chi_A(x), \chi_B(x))$$

- De vereniging van de A en B wordt genoteerd als  $\chi_{A \cup B}$  en moet voldoen aan:

$$\begin{aligned} A \cup B &= B \cup A \\ A \cup (B \cup C) &= (A \cup B) \cup C \\ (A \subset C) \cap (B \subset D) &\Rightarrow (A \cup B) \subset (C \cup D) \\ 0 \cup A &= A \end{aligned}$$

Voor de vereniging kan gekozen worden voor de definitie:

$$\chi_{A \cup B}(x) = f(\chi_A(x), \chi_B(x)) = \chi_A(x) + \chi_B(x)$$

Ook hier wordt Zadeh's formule

$$\chi_{A \cup B}(x) = f(\chi_A(x), \chi_B(x)) = \max(\chi_A(x), \chi_B(x))$$

het meest toegepast.

- Voor het complement van A (notatie  $\neg A$ ) moet gelden:

$$\begin{aligned} \neg(\neg A) &= A \\ \neg(\text{UOD}) &= 0 \end{aligned}$$

Als alleen de positieve wortels worden beschouwd, is de formule

$$\chi_{\neg A}(x) = f(\chi_A(x)) = \sqrt{(1 - \chi_A(x))^2}$$

een mogelijke definitie.

Zadeh gaf de volgende formule die nu praktisch altijd wordt gebruikt:

$$\chi_{\neg A}(x) = f(\chi_A(x)) = 1 - \chi_A(x)$$

Het is eenvoudig te controleren dat deze definities ook voor de crisp verzamelingenleer geldig zijn.

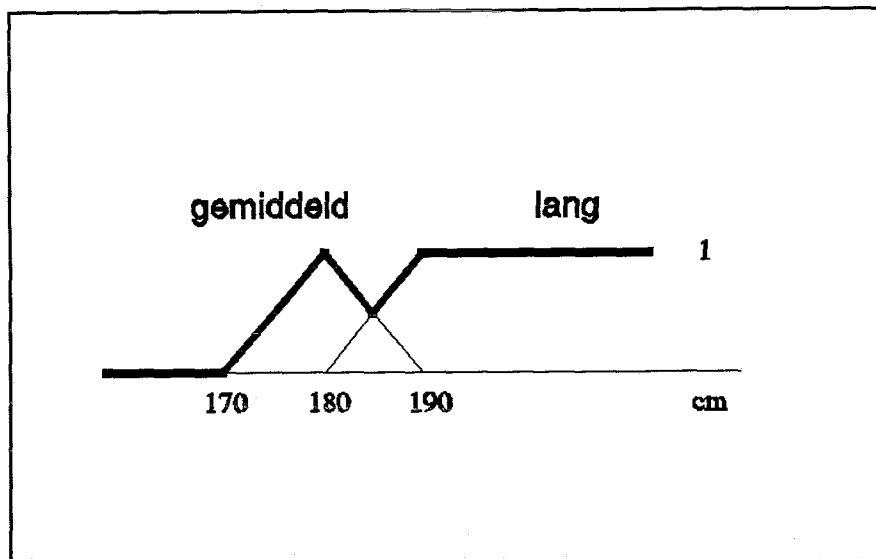
Met nadruk wordt erop gewezen dat de formules van Zadeh een mogelijkheid is. In de literatuur worden ze echter altijd toegepast. Ook in dit rapport worden Zadeh's



definities gebruikt.

Hieronder volgt een voorbeeld waarin de vereniging van twee vage verzamelingen wordt berekend.

Er zijn twee lidmaatschapsfuncties te weten 'gemiddeld' en 'lang' zoals in figuur 4 afgebeeld. Voor de lichaamslengtes van 1.80 tot 1.90 m overlappen de lidmaatschapsfuncties elkaar.



figuur 4: of-functie

De vage verzameling 'gemiddeld of lang' ontstaat nu door in elk punt van het domein de maximale waarde te nemen van de 2 lidmaatschapsgraden. In de figuur is dit dik getekend.

## 2.5 Afleidingsregels

Naast de hierboven gedefinieerde doorsnede, vereniging en complement functies zijn er ook nog operaties die een bepaalde conclusie tot gevolg hebben. Dit zijn de 'compositional rule of inference' en de 'generalized modus ponens'. Alvorens deze te bespreken zal eerst het begrip vage relatie worden behandeld.

### 2.5.1 Vage relatie

Met het oog op de regeltechniek zijn we geïnteresseerd in de in- en uitgangsrelatie van een systeem. Laat A de fuzzy ingang en B de fuzzy uitgang van een systeem voorstellen, die beide op een ander domein zijn gedefinieerd. De relatie R tussen de twee grootheden wordt gedefinieerd op  $U \times V$  waarbij 'x' het cartesisch produkt voorstelt en U en V de universe of discourse van A respectievelijk B :

$R = \text{ingang} \times \text{uitgang} = A \times B$

en dus  $\chi_R = \chi_{A \times B}(u,v)$ ,  $u \in U$  en  $v \in V$   
als universe of discourse van A is U, en die van B is V.

voorbeeld:

Stel R is de relatie 'u ∈ U is ongeveer gelijk aan v ∈ V' met  $u \in \mathbb{R}$  en  $v \in \mathbb{R}$ . De lidmaatschapsfunctie van de vage relatie R zou dan kunnen zijn:

$$\chi_R(u,v) = \Pi(u-v; -1, 0, 0, -1)$$

Hier staat dat de bewering 'u is ongeveer gelijk aan v' een waarheidsgraad heeft als  $|u-v| < 1$ .

### 2.5.2 Compositional rule of inference

P en Q zijn vage verzamelingen gedefinieerd op respectievelijk U en V.  $S_1$  en  $S_2$  stellen verschillende grootheden voor. R heeft betrekking op  $S_1$  en kan aldus gezien worden als een soort hedge, ze heeft echter geen betrekking op een vage verzameling zoals een echte hedge. De compositional rule of inference heeft dan het volgende schema:

implicatie:  $S_1 = P$   
gegeven :  $S_2 = RS_1$   
conclusie :  $S_2 = Q$

Hierbij moeten P en R op hetzelfde domein zijn gedefinieerd.

voorbeeld

Marie is kaal  
Miep heeft meer haar dan Marie  
∴ Miep heeft een beetje haar

De implicatie is hier 'Marie is kaal'. De ingang is het feit dat Miep meer haar heeft dan Marie, waaruit de conclusie : 'Miep heeft een beetje haar' volgt.

De compositional rule of inference speelt in dit rapport verder geen rol en zal daarom niet meer ter sprake komen.

### 2.5.3 Generalized modus ponens

Laat  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $Q_1$  en  $Q_2$  vage verzamelingen zijn waarbij  $P_1$  en  $Q_1$  gedefinieerd zijn op U en  $P_2$  en  $Q_2$  op V. De generalized modus ponens ziet er als volgt uit:

if  $S_1=P_1$  then  $S_2=P_2$   
gegeven :  $S_1=Q_1$   
conclusie :  $S_2=Q_2$

met : 'if  $S_1=P_1$  then  $S_2=P_2$ ' : implicatie

' $S_1=P_1$ ' : antecedent

' $S_2=P_2$ ' : consequent

$S_1=Q_1$  : ingang

$S_2=Q_2$  : uitgang

$S_1$  en  $S_2$  verschillende grootheden (bv klepstand, bevolking, prijs)

De stelling is : als  $S_1=P_1$  dan  $S_2=P_2$ .

Stel dat  $S_1$  precies gelijk is aan  $P_1$  dan is de conclusie  $S_2=P_2$ . In het geval dat  $S_1$  niet exact  $P_1$  is maar (in fuzzy termen) 'gedeeltelijk'  $P_1$  bijvoorbeeld  $Q_1$ , dan kan er toch iets gezegd worden over  $S_2$ , namelijk dat  $S_2=Q_2$ . Dit zal dus een zwakkere conclusie zijn dan  $P_2$ .

voorbeeld

Voor  $U$  wordt het domein genomen van de lichaamslengtes van Nederlanders, bijvoorbeeld  $U=[1.40, 2.30]$ . Het domein  $V$  bevat de mogelijke gewichten van personen, dus bijvoorbeeld  $V=[50, 130]$ .

Laat  $P_1$  en  $Q_1$  de vage verzameling 'lange personen' en 'erg lange personen' zijn en  $P_2$  en  $Q_2$  de vage verzameling 'zware personen' en 'erg zware personen'. De implicatie kan dan zijn:

'Als een persoon lang is dan is hij/zij zwaar'

Hiermee is het verband tussen de vage verzamelingen 'lang' en 'zwaar' vastgelegd. Voor een persoon die erg lang is ('erg' is een hedge) kan hieruit met behulp van de generalized modus ponens de conclusie getrokken worden dat de persoon zeer zwaar is. Merk op dat de in- en uitgang van de implicatie vage verzamelingen zijn.

Op het moment dat de persoon niet tot de verzameling 'lang' behoort (lidmaatschapswaarde is 0), kan er geen uitspraak gedaan worden over zijn/haar gewicht.

De generalized modus ponens bestaat in essentie uit de 'als  $S_1=P_1$  dan  $S_2=P_2$ ' regel. De mate waarin aan het antecedent wordt voldaan is bepalend voor de sterkte van de consequent. Met een ingang  $S_1=Q_1$  geldt de conclusie voor de uitgang  $S_2=Q_2$ . De vraag is nu hoe, uitgaande van de implicatie en van de lidmaatschapsfunctie van de ingang  $Q_1$ , de lidmaatschapsfunctie van de uitgang  $Q_2$  ( $\chi_{Q_2}$ ) bepaald kan worden. Dit zal hieronder worden beschreven.

Voor het bepalen van de lidmaatschapsfunctie  $Q_2$  moeten bekend zijn:

- de implicatie; hieruit kan dan de vage relatie  $\chi_T(u,v)$  bepaald worden.  $\chi_T(u,v)$  kan gezien worden als een soort overdrachtsfunctie, want hij geeft het verband aan tussen de ingang  $S_1$  met lidmaatschapsfunctie  $\chi_{Q_1}$  en de uitgang  $S_2$  met lidmaatschapsfunctie  $\chi_{Q_2}$ . Voor het berekenen van  $\chi_{Q_2}$ , moet dus  $\chi_T$  bekend zijn. Er is nog geen algemene eenduidige formule voor  $\chi_T$ . Zo zijn er bijvoorbeeld de volgende definities:

$$\begin{aligned} \chi_T(u,v) &= \chi_{P_1}(u) \cdot \chi_{P_2}(v) && \text{Kouatli/Negoita [lit.2]} \\ \chi_T(u,v) &= \neg(\chi_{P_1}(u) \cdot \neg\chi_{P_2}(v)) && \text{Hellendoorn [lit.3]} \end{aligned} \quad (4)$$

De formule van Kouatli en Negoita wordt in de merendeel van de gevallen gebruikt.

- de lidmaatschapsfunctie van de ingang  $\chi_{Q_2}$ . Dit kunnen meetgegevens zijn waarbij meetonnauwkeurigheden in rekening worden gebracht met een  $\Pi$ -vormige lidmaatschapsfunctie. Als de ingang exact gelijk is aan  $a \in V$  geldt  $\chi_{Q_2}(u) = 1$  voor  $u = a$  en  $\chi_{Q_2}(u) = 0$  voor  $u \neq a$ .

Zadeh [lit 1] stelt dan de volgende formule voor

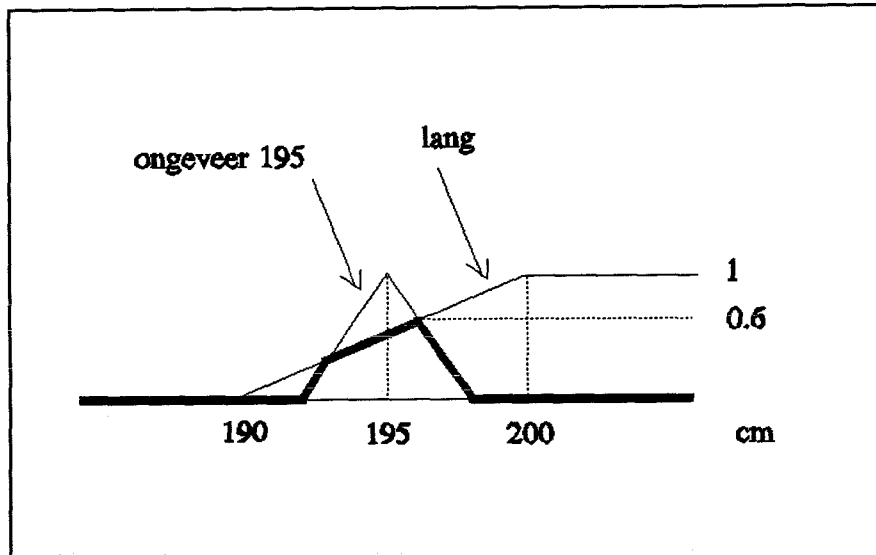
$$\chi_{Q_2}(v) = \max_u \min(\chi_{Q_1}(u), \chi_T(u,v)) \quad (5)$$

Hierboven staat in beschreven hoe  $\chi_{Q_2}$  bepaald moet worden. De beschrijving verschaft weinig inzicht in werkwijze. De hele methode is grafisch beter te interpreteren.

Voorbeeld

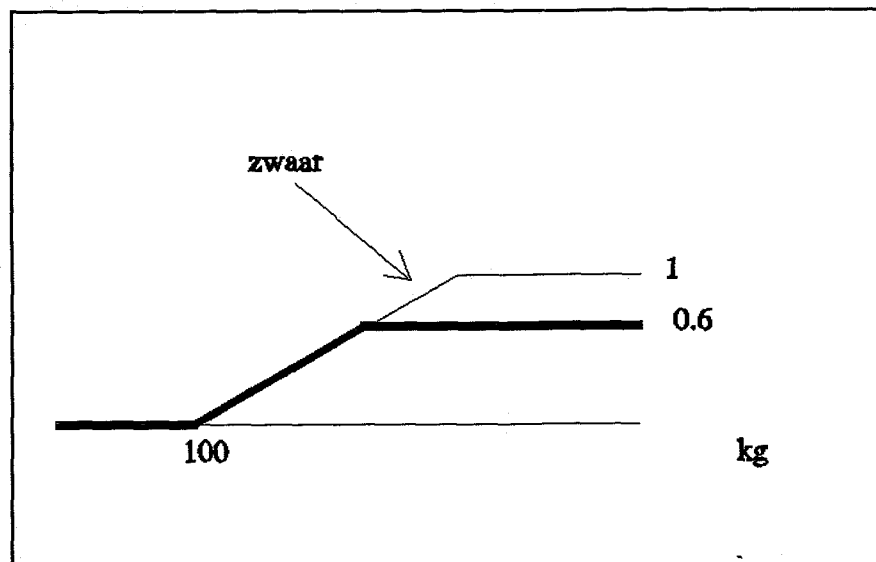
De volgende regel wordt beschouwd:  
als lengte = lang dan gewicht = zwaar

Het is bekend dat een persoon ongeveer 195 cm lang is (dit is dus ook een vage verzameling!!). De lidmaatschapsfunctie 'ongeveer 195' wordt nu samen met de lidmaatschapsfunctie 'lang' getekend.



figuur 5: lidm. functie ingang

Van deze 2 lidmaatschapsfuncties wordt er nu het minimum genomen (zie dik getrokken lijn). De lidmaatschapswaarde van de top van de resulterende lidmaatschapsfunctie (hier lidmaatschapswaarde is 0.6) wordt bepaald. De bewering lengte = lang (antecedent) is dus waar met de graad 0.6. Deze waarheidsgraad wordt meegenomen naar de vage uitgang 'zwaar'. De lidmaatschapsfunctie 'zwaar' wordt afgekapt op deze waarde (dus eigenlijk het minimum van vage uitgang 'zwaar' en waarheidsgraad van de antecedent). Deze werkwijze houdt verband met het feit dat de conclusie van de generalized modus ponens nooit 'meer waar' kan zijn dan de ingang.



figuur 6: vage uitgang

De lidmaatschapsfunctie die nu ontstaat is die van de uitgang ( $\chi_{Q2}$ ); zie dikgetrokken lijn).

De maximum operatie in formule 5 is van belang als er meerdere regels tegelijkertijd zijn geactiveerd. Dit zal verderop ter sprake komen.

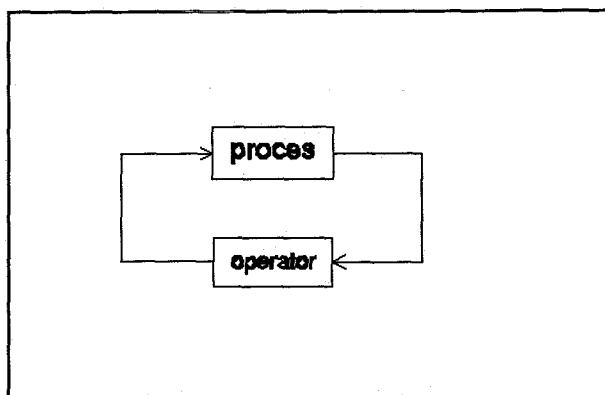
De op deze manier verkregen uitgang is een vage verzameling en daarom niet zonder meer bruikbaar; we kunnen immers geen lidmaatschapsfunctie aan een motor aanbieden. Er moet dan ook nog een defuzzyficatie worden uitgevoerd. De veel gebruikte 'centre of area' methode van Zadeh is:

$$u = [\int v \cdot \chi_{Q_2}(v) dv] \cdot [\int \chi_{Q_2}(v) dv]^{-1} \quad (6)$$

Dit is dus niks anders dan het gewogen gemiddelde.

### 3 De vage regelaar

De fuzzy theorie vormt de basis voor de vage regeltechniek. In deze paragraaf zal uiteengezet worden hoe een vage regelaar werkt en zou daarmee een handleiding kunnen zijn voor het ontwerp ervan.



figuur 7: regelkring met operator

Veel systemen kunnen worden geregeld aan de hand van een aantal 'als ... dan ...' - regels. Zo zal een operator van een proces volgens deze methode de juiste regelactie bepalen. Een voorbeeld is de regel 'als de temperatuur hoog is en de druk is gemiddeld dan klep dichtdraaien'. De operator kent een dusdanig aantal regels dat hij het proces onder alle omstandigheden in de hand houdt. Deze expertregels zullen daarom het systeem niet instabiel maken.

De regels waar de expert mee werkt kunnen in een vage regelaar geïmplementeerd worden, immers de generalized modus ponens gaat uit van 'als.. dan ..' regels. Door nu naar de ingang van een bepaalde regel te kijken kan uit de generalized modus ponens een conclusie getrokken worden volgens formule 5.

Hieronder zal in vijf stappen de procedure voor het ontwerpen van een vage regelaar worden besproken.

1 Bepaal de ingangen van de regelaar

De ingangen van de regelaar zijn die grootheden van het systeem die voorkomen in de antecedenten van de regels.

2 Bepaal de uitgangen van de regelaar

Dit zijn de grootheden die in de consequenten staan. Ze vormen de ingang van het systeem.

3 Formeer de lidmaatschapsfuncties voor de ingangen

Bepaal het gebied waarbinnen de ingangen van de regelaar zich bewegen en leg daarbinnen de lidmaatschapsfuncties. Elke lidmaatschapsfunctie krijgt een linguïstische term toegewezen bijvoorbeeld negatief groot, positief medium. De volgende variabelen zijn op dit punt te kiezen:

\* aantal lidmaatschapsfuncties voor elke ingang

\* grootte van bereik; dit zal bepaald worden door de expertkennis van de operator.

\* vorm van de lidmaatschapsfuncties (sinus, trapezium)

De vorm is meestal een trapezium of een sinus. Er kunnen echter ook andere vormen worden gekozen. De breedtes zullen zo worden gekozen dat het domein wordt afgedekt. Vaak zullen de lidmaatschapsfuncties van een grootheid gelijkvormig zijn, maar desgewenst kan bijvoorbeeld lidmaatschapsfunctie 'NUL' smaller worden genomen.

\* plaats van de lidmaatschapsfuncties

De lidmaatschapsfuncties zullen nu zodanig worden neergelegd dat ze het totale domein bestrijken.

Veelal worden ze zo geplaatst dat ze elkaar voor de helft overlappen.

In figuur 8 staat een mogelijk resultaat: zeven trapeziumvormige lidmaatschapsfuncties met gelijke breedte die elkaar half overlappen.

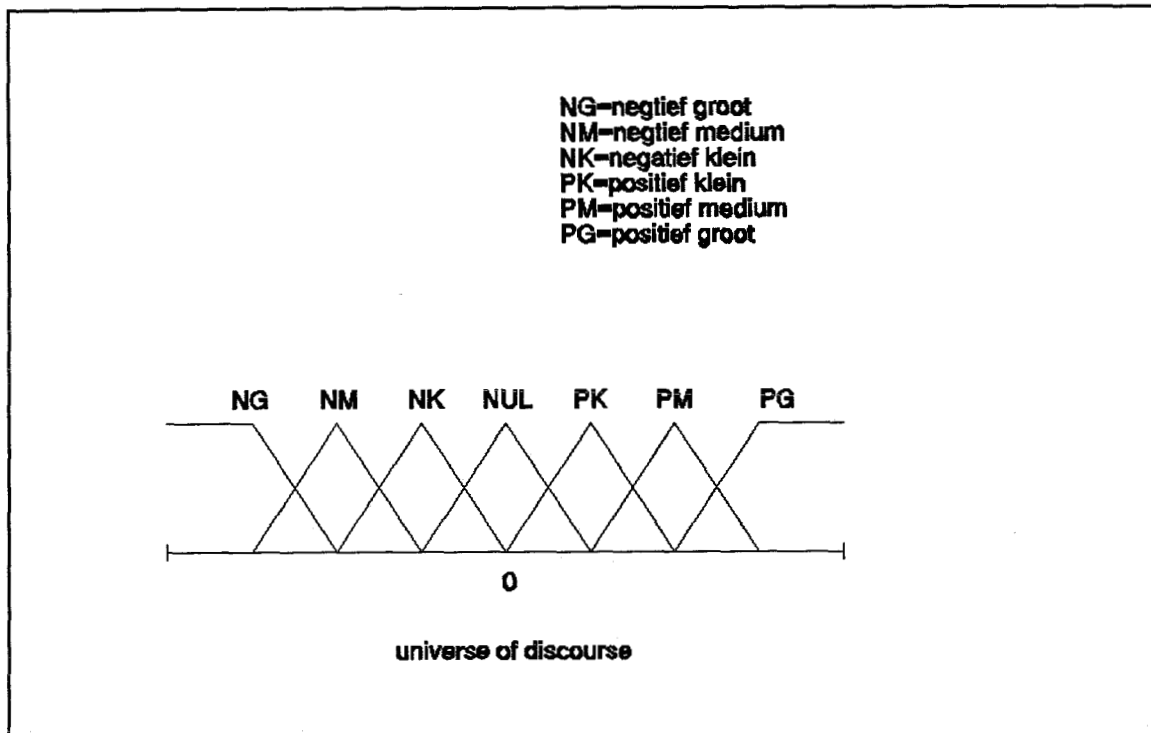
Het moge duidelijk zijn dat de keuzes grote invloed hebben op het regelgedrag.

4 Formeer de lidmaatschapsfuncties van de uitgang

Zie punt 3.

5 Stel de fuzzy control rules op.

Dit kan gedaan worden aan de hand van de aanwezige kennis over het proces. Als het een systeem betreft waar (nog) weinig over bekend is kunnen de fysische wetten worden bekeken. Het is daarbij niet nodig dat het systeem tot in de puntjes bekend is want een beetje intuïtie is meestal al voldoende om de regels op te stellen.



figuur 8: voorbeeld verdeling

Met deze vijf stappen is een vage regelaar te ontwerpen. De regelaar moet dan nog geïmplementeerd worden, met andere woorden er moet een programma geschreven worden. Hieronder zal stapsgewijs de werking van de vage regelaar worden beschreven aan de hand waarvan een programma is te maken.

- 1 De vage regelaar werkt digitaal. Dat wil zeggen dat er om de  $T_s$  seconden gegevens aan de regelaar worden aangeboden waarmee dan een nieuwe regelactie wordt berekend.
- 2 Er wordt voor elke ingang bepaald tot welke lidmaatschapsfuncties deze behoort en met welke graad.
- 3 Met deze informatie wordt er gekeken naar de fuzzy control rules. Er zal altijd minimaal één regel actief moeten zijn, anders loopt de regelaar vast. Dit is echter niet moeilijk te verwezenlijken zoals later zal blijken. De hoeveelheid regels die gelijktijdig geactiveerd is, is afhankelijk van de plaats van de lidmaatschapsfuncties en van de regels. Het zal vaak zo zijn dat er meerdere regels geactiveerd zijn. Dit betekent dus dat er ook meerdere vage uitgangen zijn, die tot één lidmaatschapsfunctie moeten worden samengevoegd. Dit wordt als volgt gedaan: de regels zijn te interpreteren als een of-functie nl.  
 als... dan... òf  
 als... dan... òf  
 enz.

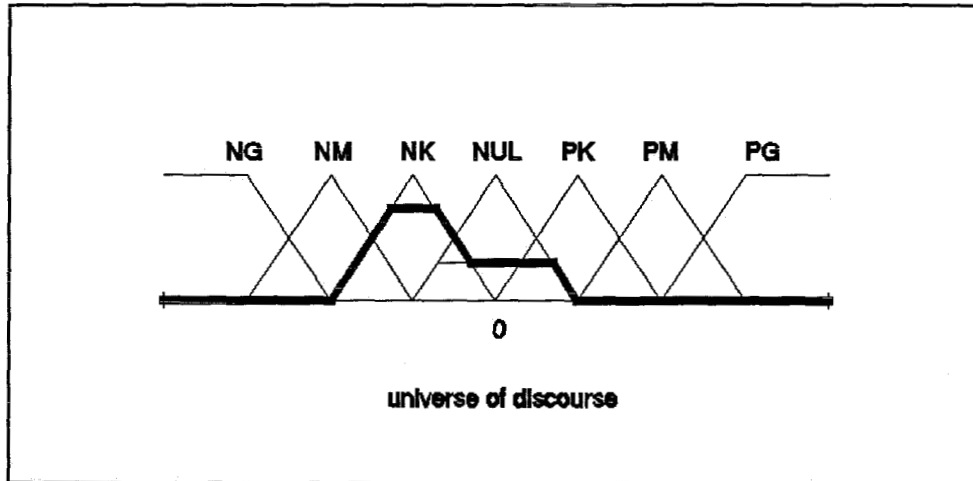
De verschillende vage uitgangen kunnen daarom worden gecombineerd met behulp van de 'vereniging'-formule van Zadeh, door de maximale lidmaatschapsgraad te



nemen.

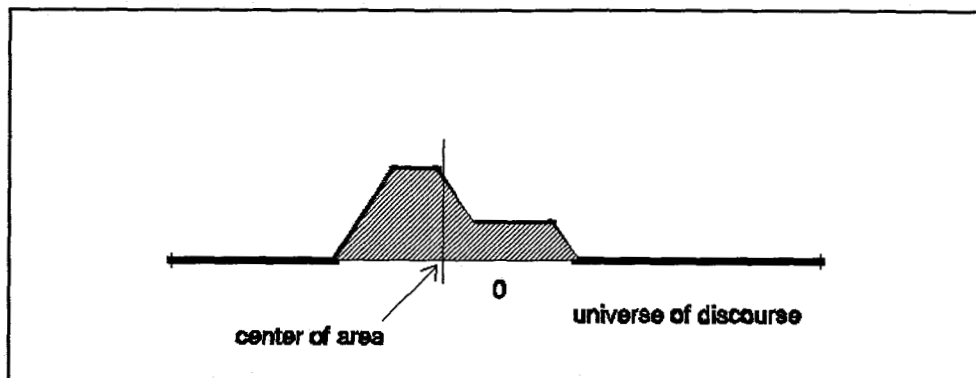
voorbeeld

In figuur 9 is een mogelijk resultaat te zien nadat de regels zijn aangesproken. Blijkbaar zijn er twee regels actief geweest die ervoor gezorgd hebben dat de lidmaatschapsfuncties NK en NUL aangesproken worden. De sterkte van NK is groter dan die van NUL. De fuzzy uitgang is nu het maximum van de twee lidmaatschapsfuncties (de maximum operatie van formule 5), dit is de dik getrokken lijn in de figuur.



figuur 9: fuzzy uitgang

- 4 De lidmaatschapsfunctie van de uitgang moet nu in een reële waarde worden omgezet. Dit kan op veel manieren gebeuren. De meest gebruikte techniek is de centre of area methode.



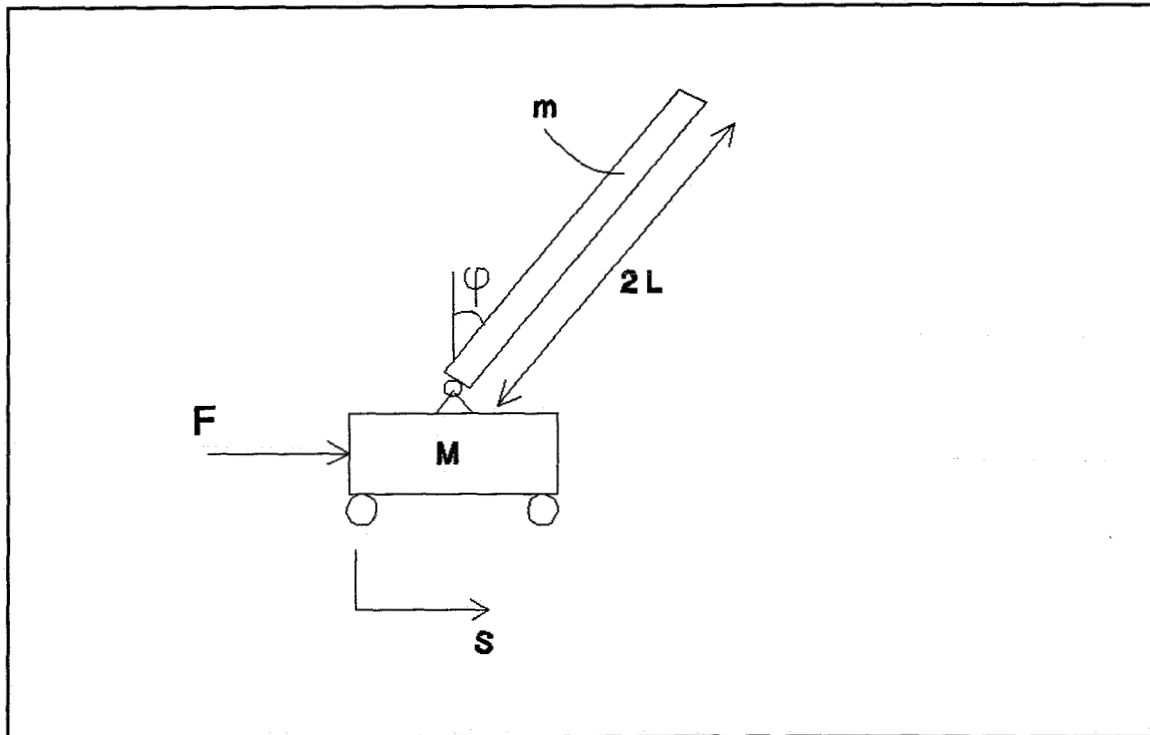
figuur 10: center of area

- 5 Uitsturen van de reële uitgang en inlezen van de nieuwe ingangen.

#### 4 De omgekeerde slinger

De hele procedure van het ontwerpen van een vage regelaar zal nu worden toegepast op de omgekeerde slinger. Dit is een simpel niet-lineair systeem dat goed beschreven kan worden door eenvoudige mathematische formules. Doordat het goed geregeld kan worden met bijvoorbeeld de optimale regelwet, is een beoordeling van de vage regelaar mogelijk.

##### Model



figuur 11: omgekeerde slinger

Als de massa van de slinger klein is ten opzichte van de massa van het karretje, mag de horizontale kracht in het scharnierpunt worden verwaarloosd.

De bewegingsvergelijkingen in termen van de twee vrijheidsgraden  $s$  en  $\phi$  zijn dan:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}(J+ml^2) &= mgl\sin\phi - \frac{ml}{M}F\cos\phi + \frac{ml}{M}\mu\dot{s}\cos\phi \\ \ddot{M} &= F - \mu\dot{s} \end{aligned} \quad (7)$$

We gaan ervan uit dat de slinger niet al te grote uitwijkingen zal vertonen zodat een gelineariseerd model nauwkeurig genoeg is. De bewegingsvergelijkingen gelineariseerd om  $\phi=0$  en in toestandsvorm geschreven leveren:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mu}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{g}{L} & 0 & \frac{g}{L} & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (8)$$

$$L := \frac{J + ml^2}{ml}$$

$$u := F$$

$$x_1 := s$$

$$x_2 := \dot{s}$$

$$x_3 := s + L\phi$$

$$x_4 := \dot{s} + L\dot{\phi}$$

Het systeem wordt aangedreven door een motor die de systeemdynamiek doet veranderen. Voor een realistische simulatie moet deze dus worden meegenomen. De motor met overbrenging wordt als volgt gesimuleerd:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{J} & \frac{ov}{J} \\ 0 & -\frac{k^2}{ov*L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ ov*L \end{bmatrix} * U_{kl} \quad (9)$$

$\phi$  = hoekverdraaiing motoras

$F$  = kracht op karretje

$D$  = wrijving op motoras

$J$  = massastraagheid motoras

$ov$  = overbrengingsverhouding motor naar karretje

$k$  = motorkonstante

$R$  = weerstand wikkelingen

$L$  = zelfinductie

De slinger kan geregeld worden door de kracht  $F$  die de motor op het karretje uitoefend. Als we nu kijken naar de toestandsbeschrijving van de motor dan zien we dat deze kracht op zijn beurt weer geregeld kan worden door de klemspanning op de motor; immers de derde vergelijking van formule 9 is:

$$\dot{F} = -\frac{R}{L} \cdot F - \frac{k^2}{ov \cdot L} \cdot \dot{\phi} + \frac{k}{ov \cdot L} \cdot U_{kl}$$

Zodat met een computed torque component we de volgende vergelijking kunnen krijgen:

$$U_{kl} = k \cdot \dot{\phi} + \frac{ov \cdot L}{k} U' \quad \text{levert:}$$

$$\dot{F} + \frac{R}{L} \cdot F = U'$$

Met  $U_{kl}$  kan de kracht  $F$  worden geregeld en daarmee ook de slinger. De uitgang van de vage regelaar is dan ook de spanning  $U_{kl}$ . De ingangen worden gevormd door de plaats van het karretje en de hoek en de hoeksnelheid van de slinger.

Nu de in- en uitgang van de vage regelaar bepaald zijn moet het domein van de verschillende grootheden vastgelegd worden. Omdat het systeem nog niet goed bekend is kan een eerste indicatie gekregen worden uit het optimaal geregelde systeem. Normaal gesproken wordt hier gebruik gemaakt van ervaringswaarden.

Ten slotte moeten de regels opgesteld worden. Dit is niet moeilijk bij het beschouwde systeem omdat de ervaringsregels voor het balanceren van een staaf zeer eenvoudig zijn.

## 5 Programma-aspecten

Er is een programma geschreven in Turbo Pascal (zie bijlage 1) dat simulaties uitvoert met de vage regelaar. Hiermee kan het gedrag van het geregelde systeem worden geanalyseerd.

Zoals bij het ontwerp van een vage regelaar al is uiteengezet is er veel vrijheid in het ontwerp van de regelaar. Voordat de simulatie-resultaten zullen worden behandeld volgt er nu eerst een beschrijving van de geïmplementeerde versie.

Allereerst moeten er keuzes gemaakt worden voor de domeinen van de verschillende ingangsgrootheden. Als het systeem reeds goed bekend is kunnen hiervoor ervaringswaarden, die in de loop der tijd zijn verkregen, worden ingevoerd. Bij de slinger is vooralsnog niet bekend in welk gebied de ingangen zich bewegen. Om hier inzicht in te krijgen kan eerst een optimale regelwet worden toegepast waarna aan de hand van de resultaten een keus voor de domeinen kan worden gemaakt.

Er is gekozen voor het opdelen van het domein in 7 lidmaatschapsfuncties te weten

negatief groot, negatief medium, negatief klein, nul, positief klein, positief medium en positief groot.

De expertkennis moet nu worden aangesproken om de fuzzy control rules op te kunnen stellen. Voor de slinger heeft iedereen eigenlijk al deze kennis, en is iedereen dus al een expert. Ieder klein kind kan na even oefenen een bezem op zijn/haar hand balanceren.

Er moet echter gezorgd worden dat er geen situaties kunnen ontstaan waarbij geen regels worden aangesproken, waardoor de regelaar vast zou lopen. Dit zal hieronder worden besproken.

Als de vage regelaar drie ingangen heeft zijn er in principe  $7^3$  'als... dan...' regels te maken. Het blijkt echter dat veel van deze regels slaan op situaties die in de praktijk nooit voor zullen komen. Tevens zijn er veel regels die niet gedefinieerd hoeven te worden omdat ze worden afgedekt door de omringende regels (zie ook tabel 1). Dit geldt uiteraard alleen wanneer de lidmaatschapsfuncties zo zijn gekozen dat ze elkaar voor de helft overlappen. De ingangen van de vage regelaar kunnen in een soort toestandsruimte worden afgebeeld. Stel dat de slinger rechtop gehouden moet worden, onafhankelijk van zijn positie (ingangen regelaar zijn  $\phi$  en  $\dot{\phi}$ ). De 'toestandsruimte' is dan tweedimensionaal. De regels kunnen dan als volgt worden opgesteld (de situaties die niet optreden zijn al achterwege gelaten bijvoorbeeld  $\phi = \text{NM}$  en  $\dot{\phi} = \text{NM}$ ). In tabel 1 staat de 'regelactie'  $U_{kl}$ .

		$\phi$				
		NM	NK	NUL	PK	PM
$\dot{\phi}$	NM					
	NK		NG		NUL	
	NUL	NM		NUL		PM
	PK		NUL		PG	
	PM					

tabel 1: Opstellen regels

De plaatsen waar geen regel gedefinieerd is (bv  $\phi = \text{NK}$  en  $\dot{\phi} = \text{NUL}$ ) leveren geen problemen op omdat ze worden afgedekt door de omringende regels. Dus in plaats van de  $7^3$  regels kan er met zeven worden volstaan:

als  $\phi = \text{NK}$  en  $\dot{\phi} = \text{NK}$  dan  $U_{kl} = \text{NG}$   
als  $\phi = \text{PK}$  en  $\dot{\phi} = \text{NK}$  dan  $U_{kl} = \text{NUL}$   
als  $\phi = \text{NM}$  en  $\dot{\phi} = \text{NUL}$  dan  $U_{kl} = \text{NM}$   
als  $\phi = \text{NUL}$  en  $\dot{\phi} = \text{NUL}$  dan  $U_{kl} = \text{NUL}$

als $\phi = \text{PM}$	en $\dot{\phi} = \text{NUL}$	dan $U_{kl} = \text{PM}$
als $\phi = \text{NK}$	en $\dot{\phi} = \text{PK}$	dan $U_{kl} = \text{NUL}$
als $\phi = \text{PK}$	en $\dot{\phi} = \text{PK}$	dan $U_{kl} = \text{PG}$

Dit zijn de regels die de slinger rechtop houden; de plaats van de slinger wordt niet teruggekoppeld. Dit is een manier om de fuzzy control rules op te stellen. In de toekomst zal het misschien mogelijk worden om de optimale set te bepalen.

Voor een regeling waarbij de slinger op een bepaalde plaats moet komen te staan zal de vage regelaar ook de plaats  $s$  als ingang hebben (en wordt de 'toestandsruimte' dus driedimensionaal).

De vorm van de lidmaatschapsfuncties is van grote invloed op de regeling. Er is echter nog geen methode ontwikkeld waardoor een optimale keuze kan worden gedaan. De lidmaatschapsfuncties die in de geïmplementeerde versie voorkomen zijn sinusvormig. Dit is een volstrekt arbitraire keuze.

De uitgang wordt bepaald door middel van de centre of area methode.

Resumerend geldt voor de geïmplementeerde versie:

- gebruik van Zadeh's definities
- ingang regelaar :  $s$ ,  $\phi$  en  $\dot{\phi}$
- uitgang regelaar : spanning op motor
- 7 lidmaatschapsfuncties per in-/uitgang
- sinusvormige lidmaatschapsfuncties die elkaar voor de helft overlappen
- defuzzificatie met de 'centre of area'- methode

## 6 Simulatieresultaten

De simulaties zijn gedaan met toenemende mate van 'uitgebreidheid'. Allereerst zal geprobeerd worden om de slinger rechtop te houden door alleen de hoek  $\phi$  terug te koppelen. Vervolgens zullen de simulaties aan bod komen waarbij tevens de hoeksnelheid in beschouwing wordt genomen. Het moge duidelijk zijn dat bij deze simulaties alleen gepoogd wordt om de slinger overeind te houden. Bij de derde simulatie wordt ook nog geëist dat de slinger naar een bepaalde plaats wordt geregeld. Hiertoe zal ook de plaats van het karretje als antecedent moeten worden toegevoegd.

Het in bijlage 1 afgebeelde programma gaat uit van drie antecedenten; door een aantal kleine aanpassingen is dit echter te veranderen.

\* Alleen  $\phi$  teruggekoppeld

Twee simulatieresultaten van deze regeling zijn opgenomen in bijlage 2.

simulatie 1:      hoek (t=0) = 0.1 rad  
                      omega (t=0) = 0 rad/s

simulatie 2:      hoek (t=0) = 0.1 rad  
                      omega (t=0) = -2 rad/s

De hierbij gehanteerde regels waren:

als  $\phi = \text{NM}$  dan  $U_{kl} = \text{NM}$

als  $\phi = \text{NK}$  dan  $U_{kl} = \text{NK}$

als  $\phi = \text{NUL}$  dan  $U_{kl} = \text{NUL}$

als  $\phi = \text{PK}$  dan  $U_{kl} = \text{PK}$

als  $\phi = \text{PM}$  dan  $U_{kl} = \text{PM}$

Voor de universe of discourse voor de hoek is 0.2 rad genomen; die van de spanning op de motor is 50 V.

Als deze simulaties worden beschouwd valt op dat de beginhoeksnelheid zorgt voor een extra snelheidscomponent die op de snelheid van simulatie 2.1 gesuperponeerd is. Blijkbaar is de regelaar niet in staat om de 'begindynamiek' uit het systeem te verwijderen.

Als de tweede en de vierde regel worden weggelaten zal het systeem niet in evenwicht geraken. Dit komt omdat de regels elkaar dan niet overlappen, maar op elkaar aansluiten. Als de hoek in NUL valt wordt er geen regelactie ondernomen terwijl de aansluitende regels wel een actie veroorzaken. De slinger zal van de ene kant naar de andere slingeren.

Het lijkt misschien vreemd dat de slinger toch geregeld kan worden, onafhankelijk van de hoeksnelheid. Veronderstel de situatie waarin de slinger een uitwijking naar links heeft en rechtsonder valt. Normaal gesproken zou er gekozen worden om maar even niks te doen en te kijken hoe het verder gaat. In dit geval waarbij alleen  $\phi$  is teruggekoppeld zal er een beweging naar links ontstaan zodat de slinger sneller zal gaan omvallen. Deze 'verkeerde' regelactie gaat door totdat de slinger een uitwijking rechtsonder heeft. Dan volgt er een beweging naar links die zowel de hoekafwijking als de hoeksnelheid zal doen afnemen.

\* Zowel  $\phi$  als  $\dot{\phi}$  teruggekoppeld

In bijlage 3 staan vijf resultaten afgebeeld. Eerst zullen de specificaties van de resultaten gegeven worden waarna een bespreking zal volgen.

- 1: De regels die hierbij gebruikt zijn zijn al gegeven in het vorige hoofdstuk.  
uod hoek = 0.2 rad  
uod omega = 5 rad/s  
uod spanning = 50 V  
hoek (t=0) = 0.1 rad  
omega (t=0) = 0 rad/s  
plaats (t=0) = 0 m

- 2: Identiek aan simulatie 1 maar met twee extra regels, te weten :  
als  $\phi = \text{PK}$  en  $\dot{\phi} = \text{NUL}$  dan  $U_{kl} = \text{PK}$   
als  $\phi = \text{NK}$  en  $\dot{\phi} = \text{NUL}$  dan  $U_{kl} = \text{NK}$
- 3: Identieke instelling als 1 maar over een langere tijdspanne genomen.
- 4: Identieke instelling als 2 maar over een langere tijdspanne genomen.
- 5: Met adaptatie wet; zal nog worden behandeld.

Het beste wat verwacht mag worden is dat de slinger rechtop wordt gehouden. Er kan echter niks gezegd worden over de manier waarop dit zal gebeuren. Simulatieresultaat 1 laat duidelijk zien dat de hoek niet exact nul wordt. Het gevolg is te zien in bijlage 3.3, waarin dezelfde regeling over een langere tijdspanne is afgebeeld. De plaats neemt aanvankelijk steeds verder en steeds sneller af (de hoekafwijking is negatief). Uiteindelijk zal het systeem zich met een eenparige beweging gaan voortbewegen. Er ontstaat een 'starre' beweging waarbij de hoek zeer klein is terwijl de plaats steeds verder afneemt. De hoek zal nu weer toenemen. Dit komt doordat een correctie van de hoekafwijking alleen kan optreden als het karretje versnelt. Op het moment dat de snelheid constant is zal de slinger om gaan vallen totdat de hoek weer dusdanig groot wordt dat er wordt ingegrepen door een versnelling.

De regeling is wel een stuk sneller dan wanneer alleen phi wordt teruggekoppeld.

Een verbetering is het gebruiken van twee extra regels zoals is gedaan met simulaties 3.2 en 3.4. De hoek van de slinger is nu praktisch nul. Er blijft een beweging die deze hoekfout probeert te corrigeren. Dit is te zien in 3.2.2 waarin is ingezoomd op het gebied  $0.15 < t < 0.35$ . De regelaar schakelt tussen een aantal regels omdat de hoeksnelheid alterneert.

Om het weglopen van het karretje van simulatie 3.1 in te perken kan een variabel universe of discourse worden toegepast:

De lidmaatschapsfuncties waartoe de ingangen van de vage regelaar behoren, bepalen de regelactie. De universe of discourse van een ingangsgrootheid moet dusdanig groot zijn dat er altijd een regel is geactiveerd. Er mogen geen situaties voorkomen die niet gedefinieerd zijn, anders loopt de regelaar vast. Als de beginvoorwaarden niet te klein worden gekozen zal de grootte van de universe of discourse voornamelijk bepaald worden door deze waarden. Na enige tijd zal bijvoorbeeld de hoek van de slinger ongeveer nul geworden zijn. Een kleine variatie om nul zal vanwege de grote universe of discourse nauwelijks een andere regelactie tot gevolg hebben. Door nu de uod on line aan te passen kunnen de kleine variaties als grote afwijkingen worden beschouwd en dus een andere actie veroorzaken.

Simulatie resultaat 3.5 laat het resultaat zien van een on line aangepaste universe of discourse. De adaptatie die daarbij gebruikt is ziet er als volgt uit:



```

IF (abs(phi_i)<bereikphi/2) AND (bereikphi>0.001) AND
(abs(hipunt_i)<0.001)
THEN
    BEGIN
        bereikphi: =bereikphi*3/4;
        bereikhipunt: =bereikhipunt*7/8;
        bereikspanning: =bereikspanning*6/7;
    END;

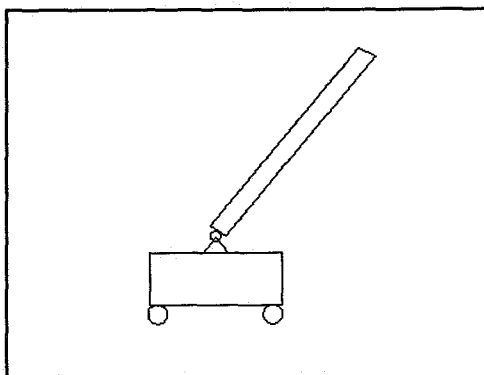
```

De aanpassing van de verschillende fuzzy grootheden is niet gelijk omdat er anders niet gedefinieerde toestanden zouden ontstaan.

De verkleining van de uod is dus aan te bevelen vanwege het feit dat de slinger minder scheef staat en dus minder hard wegloopt.

\*  $\phi$ ,  $\dot{\phi}$  en  $s$  teruggekoppeld

Het is niet gelukt om de slinger rechtop te houden op een bepaalde plaats. Dit is waarschijnlijk te wijten aan de tegenstrijdigheid die bij de regeling optreedt.



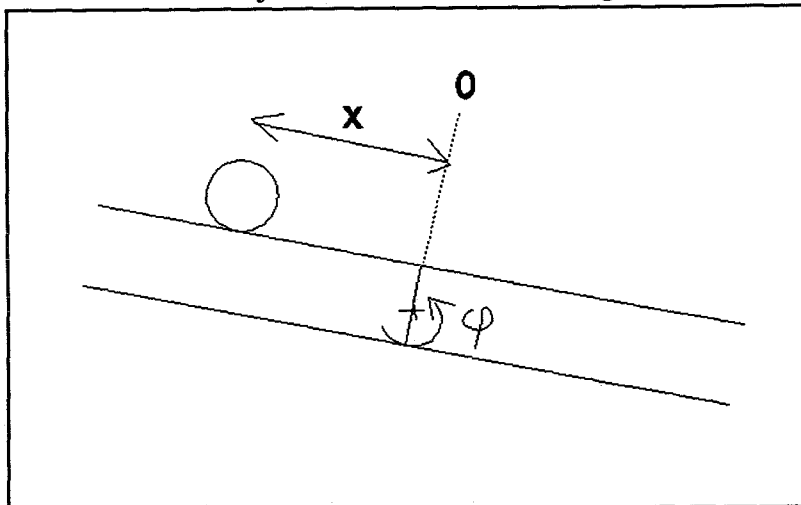
figuur 12 : tegenstrijdigheid

Stel dat de bovenstaande situatie optreedt waarbij de hoek van de slinger naar nul moet worden geregeld. Om de hoek te corrigeren zou er een beweging naar rechts moeten volgen. De plaats zou naar nul gaan door een beweging naar links. Het karretje moet eerst naar rechts worden bewogen zodat de slinger linksom gaat staan, waarna een beweging naar links volgt. Het is niet gelukt deze tegenstrijdigheid in fuzzy termen onder te brengen.

## 7 Kogel op rails

Na de slinger is er nog een aantal simulaties uitgevoerd met het systeem dat door Andre Blom is behandeld. Het regelprobleem is het balanceren van een kogeltje op

een rails. Een kogeltje kan vrij rollen op een profiel dat wordt aangedreven door een motor. Het doel is om het balletje naar het midden te regelen.



figuur 13 : kogel op rail

De ingang van de vage regelaar wordt gevormd door de plaats, de snelheid en de hoek. De uitgang is de hoeksnelheid.

Voor meer informatie over het systeem wordt verwezen naar het stageverslag van Andre Blom [10].

De tegenstrijdigheid van de omgekeerde slinger treedt hier duidelijk niet op, en dus wordt er een beter resultaat verwacht. Vier simulatieresultaten zijn opgenomen in bijlage 4:

1: plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m  
 snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s  
 hoek ( $t=0$ ) = 0 rad  
 uod plaats = 0.1 m  
 uod hoek = 0.05 rad  
 uod snelheid = 0.5 m/s  
 uod hoeksnelheid = 1.5 rad/s  
 19 regels (zie bijlage 5)

2: met variabel universe of discourse  
 de gebruikte adaptatie ziet er als volgt uit :

```
IF (s i < bereikx/4) AND (bereikx > 0.05) THEN
  BEGIN
    bereikx := bereikx * 3/4;
    bereikphi := bereikphi * 3/4;
    bereikxpunt := bereikxpunt * 7/8;
    bereikhipunt := bereikhipunt * 6/7;
  END;
```

3: vier extra regels:  
 als  $x = NK$  en  $\dot{x} = NUL$  en  $\phi = NUL$  dan  $\dot{\phi} = NK$

als  $x=PK$  en  $\dot{x}=NUL$  en  $\phi=NUL$  dan  $\dot{\phi}=PK$   
als  $x=NUL$  en  $\dot{x}=NUL$  en  $\phi=PK$  dan  $\dot{\phi}=NK$   
als  $x=NUL$  en  $\dot{x}=NUL$  en  $\phi=NK$  dan  $\dot{\phi}=PK$

#### 4: systeem geregeld met optimale regelwet

Met de 19 regels treedt er oscillatie op rond nul (bijlage 4.1). Dit komt doordat de regels dusdanig zijn gekozen dat ze op elkaar aansluiten; regels staan in bijlage 5. Door vier extra regels te gebruiken die om nul heen zitten, dempt het systeem wel uit, zie simulatie 4.3 (de vier regels zorgen ervoor dat de regels elkaar gaan overlappen). Het blijkt echter dat de regelaar qua prestatie ver achterblijft bij die van de optimale regeling (bijlage 4.4).

Als er een variabel uod wordt toegepast met 19 regels, is de regeling sneller en is tevens de oscillatie minder dan met een vaste uod (bijlage 4.2). Een variabel uod kan dus toepast worden om de regeling sneller en nauwkeuriger te maken. Het probleem is hoe de verschillende uod's ten opzichte van elkaar moeten worden aangepast zonder dat er 'ongedefinieerde toestanden' optreden.

## 8 Conclusies

- \* Fuzzy Logic is geschikt voor het beschrijven van het menselijk denkproces. Hierbij spelen slecht gemodelleerde of linguïstische begrippen een grote rol. Fuzzy kan deze formulering aan omdat het werkt met kwalitatieve concepten. Daardoor zijn de expertregels direct toepasbaar.  
De theorie op zich is goed onderbouwd en dusdanig dat wanneer iemand zich erin verdiept hij/zij tot de conclusie zal komen dat hij/zij zelf de fuzzy theorie had kunnen bedenken. Maar dit is nu juist de kracht van fuzzy logic.

Fuzzy logic staat momenteel erg in de belangstelling en wordt daarom veel toegepast. Ik heb het vermoeden dat fuzzy logic veel wordt toegepast omdat het zo makkelijk te interpreteren is. Het lijkt immers veel op onze eigen gedachtengang. Natuurlijk is het zo dat in sommige gevallen het veel beter te gebruiken is dan andere regelmethoden, maar tegenwoordig wordt fuzzy naar mijn mening te vaak toegepast in situaties die eigenlijk niet direct om een fuzzy regelaar vragen. Als men aan fuzzy logic gewend is geraakt, zal blijken in welke gebieden het stand houdt.

- \* Het bepalen van de uitgang van de regels kan parallel gebeuren. Dit betekent dat de samplefrequentie zeer hoog kan worden genomen. In de literatuur wordt er gesproken over 1.000.000 FIPS (fuzzy inferences per second).
- \* Er is nog geen echte goede ondergrond voor de fuzzy regeltechniek. Het wordt wel in de meest fantastische toepassingen gebruikt, maar zijn nog veel aspecten die (verder) onderzocht moeten worden bijvoorbeeld:
  - \* De theorie zelf is nog niet eenduidig. Denk bijvoorbeeld maar aan de discutabele definitie van  $\chi_T$ . Tevens zijn er verschillende defuzzificatie methoden. In dit verslag is gekozen voor de meest gebruikte methoden.
  - \* De stabiliteit is tot op heden nog niet bewijsbaar. Dit zal waarschijnlijk wel het grootste probleem worden. Het is vaak wel aannemelijk dat het systeem stabiel is omdat de regelacties zijn afgeleid van expertkennis.
  - \* Er is nog veel vrijheid in de keuze van bijvoorbeeld de vorm van de lidmaatschapsfuncties en de grootte van de universe of discourse. Een methode die bijvoorbeeld de optimale set regels bepaalt of de beste keus maakt voor de vorm van de lidmaatschapsfuncties is nog niet voorhanden. Nu is het nog veel trail and error totdat een bevredigend resultaat wordt bereikt.
- \* Een on line aan te passen universe of discourse kan met succes gebruikt worden om de prestaties van de regelaar te verbeteren.
- \* Als onderzoek resulteert in de mogelijkheid om aan fuzzy te gaan rekenen, zal dit een positieve invloed op het gebruik van fuzzy regelaars hebben.

## 9 Literatuurlijst

- [1] Zadeh, L.A., 'Fuzzy sets', *Information & Control* 8, p338-353, 1965
- [2] Negoita, C.V., 'Expert Systems and Fuzzy Systems', New York, 1985
- [3] Hellendoorn, H., 'Redeneren met exactheid met behulp van de vage verzamelingentheorie', publikatie TU Delft
- [4] Hellendoorn, H., 'Fuzzy Logic and the generalized modus ponens', publikatie TU Delft
- [5] Tilli, T., 'Fuzzy Logik, Grundlagen, Anwendungen, Hard- und Software', München, 1991
- [6] Sugeno, M., 'An introduction survey of fuzzy control', *Information Sciences* 36, p59-83, 1985
- [7] Yamakawa, T., 'Stabilisation of an inverted pendulum by a high-speed fuzzy logic controller hardware system', *Fuzzy sets and systems* 32, p161-180, North-Holland, 1989
- [8] Sutton, R. & Towill, D.R., 'An introduction to the use of fuzzy sets in the implementation of control algorithms', *The journal of the Institution of electronic and radio engineers* 55, p357-367, oktober 1985
- [9] Koutli, I. & Jones, B., 'An improved design procedure for fuzzy control systems', *Int. journal machine tools manufact.* 31, p107-122, 1991
- [10] Blom, A., 'Fuzzy logic, ontwerp van een regeling voor een balancerende bal', rapport TU Eindhoven, 1991
- [11] Chen, P.C. & Shih, M.C., 'An experimental study on the position of a hydraulic cylinder using a fuzzy logic controller', *JSME International Journal* 34 no. 4, 1991
- [12] Yamaguchi, T., Endo, T., Haruki, K., 'Fuzzy predict and control method and its application', *IEE Intern Conf. Control* 88, p287-292, 1988
- [13] *Werktuigkundige Regeltechniek II*, J.J. Kok, diktaat TU Eindhoven
- [14] Hulst, van, W., 'Vage logica meer dan een modegril', *Polytechnisch weekblad* 50, 12 december 1991

- [15] Evenblij, M., 'Industrie ontdekt vage logica', Ingenieurskrant 21 maart 1991
- [16] Hellendoorn, H., 'Redeneren met vage logica', Polytechnisch tijdschrift, maart 1991
- [17] Mulder, A., 'Revolutie in meet- en regeltechniek', Intermediair, 10 maart 1991
- [18] Kijk, mei 1992

```

program fuzzy(input,output);

uses Graph;

const rijA = 7;
      kolB = 1;
      rijC = 4;

      delta_t = 0.001;
      tmax = 0.25;

      nrLidm = 7;
      nrRules = 9;
      bereikphi = 0.2;
      bereikhipunt = 5;
      bereikspanning = 50;

      verms = 500;
      vermspunt = 50;
      vermphi = 500;
      vermhipunt = 50;

      offset = 300;
      skip = 1;

type Matrix = array[1..rijA,1..rijA] of real;
MatrA = array[1..rijA,1..rijA] of real;
MatrB = array[1..rijA,1..kolB] of real;
MatrC = array[1..rijC,1..rijA] of real;
MatrD = array[1..rijC,1..kolB] of real;
toestand = array[1..rijA] of real;
MatrGamma = array[1..nrLidm] of real;
MatrLidm = array[1..2] of integer;
Matrregels = array[1..nrRules,1..3] of integer;
Matrspanning = array[1..nrLidm,1..nrRules] of real;

var Ad : MatrA;
    Bd : MatrB;
    Cd : MatrC;
    Dd : MatrD;
    xi,xi_plus_1,uitgang : toestand;
    Lidmphi,Lidmhipunt : MatrLidm;
    Gammaphi,Gammaphipunt,spanningfuz : MatrGamma;
    regels : Matrregels;

    Massa,m,Lengte : real;
    ui,s_i,spunt_i,phi_i,hipunt_i,spanning : real;

    stap,i,j,grdriver,grmode : integer;

    rules,plaats,snelheid,hoek,omega,spanningV,tijd : text;

procedure Matrixverm(Mat1,Mat2:MatrA; var Matr3:MatrA);

{-----
----- Vermenigvuldigen van 7x7 matrices -----
-----}

var som : real;
    i,j,k : integer;

begin
  for i:=1 to rijA do
    begin
      for j:=1 to rijA do
        begin
          som:=0;

```

```

    for k:=1 to rijA do
        som:=som+Matr1[i,k]*Matr2[k,j];
        Matr3[i,j]:=som;
    end
end
end
end;

```

```

procedure Discret(var Ad,A:MatrA; var Bd,B:MatrB; delta_t:real);

```

```

{-----
--- Discretisatie van matrices A,B,C,D ---
-----}

```

```

var eenheid,Atwee,Adrie,hulp : MatrA;
    i,j,k : integer;
    som : real;

```

```

begin
    { Eenheidsmatix }
    for i:=1 to rijA do
        for j:=1 to rijA do
            begin eenheid[i,j]:=0;
                if i=j then eenheid[i,j]:=1;
            end;

```

```

        Matrixverm(A,A,Atwee);
        Matrixverm(Atwee,A,Adrie);

```

```

    {--- Digitale A ---}
    for i:=1 to rijA do
        for j:=1 to rijA do
            Ad[i,j]:=eenheid[i,j]+A[i,j]*delta_t+
                Atwee[i,j]*delta_t*delta_t/2+
                Adrie[i,j]*delta_t*delta_t*delta_t/6;

```

```

    {--- Digitale B ---}
    for i:=1 to rijA do
        for j:=1 to rijA do
            hulp[i,j]:=eenheid[i,j]*delta_t+A[i,j]*delta_t*delta_t/2+
                Atwee[i,j]*delta_t*delta_t*delta_t/6+
                Adrie[i,j]*delta_t*delta_t*delta_t*delta_t/24;

```

```

    for i:=1 to rijA do
        for j:=1 to kolB do
            begin
                som:=0;
                for k:=1 to rijA do
                    som:=som+hulp[i,k]*B[k,j];
                Bd[i,j]:=som;
            end;

```

```

end;

```

```

procedure Init(delta_t:real;var m,Massa:real; var Lengte:real;

```

```

    var Ad:MatrA;
    var Bd:MatrB;
    var Cd:MatrC;
    var Dd:MatrD);

```

```

{-----
--- Initialisatie van het systeem ---
-----}

```

```

var A : MatrA;
    B : MatrB;
    C : MatrC;
    D : MatrD;

```

```

l,J,mu,g,wr,ls,Rr,mk,ov,Jt : real;

```



i,k : integer;

```

begin
  Massa:=0.5;      { massa wagentje }
  l:=0.3;         { 1/2 lengte slinger }
  m:=(0.01*0.01)*7.9e3*2*1; { massa slinger }
  J:=m*l*l/3;    { massatraagheid slinger }
  mu:=0;         { wrijving wagentje }
  g:=9.81;       { zwaartekrachtsversnelling }
  Lengte:=(J+m*l*l)/(m*1); { equivalente lengte }
  wr:=0.001;     { wrijvingsfactor motor }
  Jt:=1e-5;     { massatr. heid motor }
  Ls:=3.5e-3;   { zelfinductie }
  Rr:=3;        { weerstand wikkelingen }
  mk:=70e-3;    { motorkonstante }
  ov:=1.6e-3;   { overbrengingsverhouding }

```

```
{---- systeemmatrix A ----}
```

```
for i:=1 to rijA do
  for k:=1 to rijA do
    A[i,k]:=0;
```

```

  A[1,2]:=1;
  A[2,2]:=-mu/Massa;
  A[2,7]:=1/Massa;
  A[3,4]:=1;
  A[4,1]:=-g/Lengte;
  A[4,3]:=g/Lengte;
  A[5,6]:=1;
  A[6,6]:=-wr/Jt;
  A[6,7]:=ov/Jt;
  A[7,6]:=-mk*mk/Ls/ov;
  A[7,7]:=-Rr/Ls;

```

```
{---- ingangsmatrix B ----}
```

```

  B[1,1]:=0; B[2,1]:=0; B[3,1]:=0; B[4,1]:=0;
  B[5,1]:=0; B[6,1]:=0; B[7,1]:=mk/Ls/ov;

```

```
{---- uitgangsmatrix C ----}
```

```
for i:=1 to rijC do
  for k:=1 to rijA do
    C[i,k]:=0;
```

```

  C[1,1]:=1;      C[2,2]:=1;
  C[3,1]:=-1/Lengte; C[3,3]:=1/Lengte;
  C[4,2]:=-1/Lengte; C[4,4]:=1/Lengte;

```

```
{---- doorverbindingsmatrix D ----}
```

```
for i:=1 to rijC do
  for k:=1 to kolB do
    D[i,k]:=0;
```

```
Discreet(Ad,A,Bd,B,delta_t);
```

```
Cd:=C;
```

```
Dd:=D;
```

```
end;
```

```
procedure Beginsituatie(var xi:toestand);
```

```

{-----
  ---- invoeren begintoestand ----
  -----}

```

```
var s,spunt,phi,hipunt : real;
```

```
begin
```

```

writeln;
write('plaats (t=0) ');
readln(s);
write('hoek (t=0) ');
readln(phi);
write('omega (t=0) ');
readln(phpunt);
spunt:=0;

xi[1]:=s;
xi[2]:=spunt;
xi[3]:=Lengte*phi+s;
xi[4]:=Lengte*phpunt+spunt;
xi[5]:=0;
xi[6]:=0;
xi[7]:=0;
end;

procedure Lidmaat(var Gamma:MatrGamma;
var Lidm:MatrLidm;
bereik,waarde:real);

{-----
vaststellen van de lidmaatschapsfunctie's waar de hoek en
hoeksnelheid deel van uitmaken.
NG=1 NM=2 NK=3 NUL=4 PK=5 PM=6 PG=7
Tevens wordt hierin de graad bepaald waarmee ze tot de
betreffende lidmaatschapsfunctie behoren
-----}

var hulp : real;
i : integer;

begin
for i:=1 to 7 do
Gamma[i]:=0;

if (waarde>-bereik) and (waarde<bereik) then
begin
hulp:=waarde+bereik;

{ laagste lidm.functie staat in Lidm[1]
hoogste lidm.functie staat in Lidm[2] }

Lidm[1]:=trunc(3*hulp/bereik)+1;
Lidm[2]:=Lidm[1]+1;

{ lidmaatschapsgraad voor laagste(=1) en hoogste(=2)
lidm.functie
in Gamma staat op Lidm-de element de graad }

Gamma[Lidm[1]]:=sin((3*waarde+bereik*(5-Lidm[1]))*pi/2/bereik);
Gamma[Lidm[2]]:=sin((3*waarde+bereik*(5-Lidm[2]))*pi/2/bereik);
end
else

{---- waarde valt buiten bereik ----}
begin
if waarde<-bereik then
begin Lidm[1]:=1;
Lidm[2]:=1;
Gamma[1]:=1;
end
else
begin Lidm[1]:=7;
Lidm[2]:=7;
Gamma[7]:=1;
end;
end;

```

```

    end;
end;

procedure fuzzyuit(nrRules:integer;Lidmphi,Lidmhipunt:MatrLidm;
    regels:Matrregels;
    Gammaphi,Gammaphipunt:MatrGamma;
    var spanningfuz:MatrGamma);

{-----
  --- bepalen van de fuzzy uitgang (=spanning) ---
  -----}

var Gamma,hulp : real;
    spanning : Matrspanning;
    i,j : integer;

begin

    for i:=1 to nrLidm do
        for j:=1 to nrRules do spanning[i,j]:=0;

    for i:=1 to nrRules do
        if (Lidmphi[1]=regels[i,1]) or (Lidmphi[2]=regels[i,1]) then
            if (Lidmhipunt[1]=regels[i,2]) or (Lidmhipunt[2]=regels[i,2]) then
                begin
                    if Gammaphi[regels[i,1]] <= Gammaphipunt[regels[i,2]] then
                        Gamma:=Gammaphi[regels[i,1]]
                    else Gamma:=Gammaphipunt[regels[i,2]];
                    spanning[regels[i,3],i]:=Gamma;
                end;

            { spanning heeft 'nrRules'-kolommen en 'nrLidm'-rijen
              in elke kolom staat de fuzzy uitgang van de betreffende
              regel }

    for i:=1 to nrLidm do
        begin hulp:=0;
            for j:=1 to nrRules do
                if hulp<spanning[i,j] then hulp:=spanning[i,j];
                spanningfuz[i]:=hulp;
            end;

            {spanningfuz is max van de rijen van spanning en is dus de totale
              fuzzy uitgang }

    end;

function nonfuz(spanningfuz:MatrGamma;bereikspanning:real):real;

{-----
  --- defuzzyficatie van de fuzzy uitgang spanningfuz mbv de centre ---
  --- of area methode ---
  -----}

var    Gammamin : real;
    hulppop,gewogen,opp : real;
        i : integer;

begin
    opp:=0;
    gewogen:=0;
    for i:=1 to nrLidm do
        begin
            if (round(spanningfuz[i]*10000)<>0) then
                begin
                    hulppop:=2*(-spanningfuz[i]*arctan(spanningfuz[i]/sqrt(1-spanningfuz[i]*spanningfuz[i]))-
                        sqrt(1-spanningfuz[i]*spanningfuz[i])+1)+pi*spanningfuz[i];

```

```

    opp:=opp+hulppopp;
    gewogen:=gewogen+hulppopp*(i-4)*bereikspanning/3;
  end;
end;

{ correctie voor het overlappen van de lidm.functie's }

for i:=1 to nrLidm-1 do
  if (spanningfuz[i]<>0) and (spanningfuz[i+1]<>0) then
    begin
      if spanningfuz[i]<spanningfuz[i+1]
        then Gammamin:=spanningfuz[i]
        else Gammamin:=spanningfuz[i+1];
      if Gammamin>sqrt(2)/2 then Gammamin:=sqrt(2)/2;
      hulppopp:=2*(1-sqrt(1-Gammamin*Gammamin)+Gammamin*(pi/4-arctan(Gammamin/
        sqrt(1-Gammamin*Gammamin))));
      opp:=opp-hulppopp;
      gewogen:=gewogen-hulppopp*(2*i-7)*bereikspanning/6;
    end;

    nonfuz:=gewogen/opp;
  end;

}-----}
----- HOOFDPROGRAMMA -----
}-----}

begin
{  assign(hoek,'d:\hoek5.mat');rewrite(hoek);
  assign(omega,'d:\omega5.mat');rewrite(omega);
  assign(plaats,'d:\plaats5.mat');rewrite(plaats);
  assign(snelheid,'d:\snelh5.mat');rewrite(snelheid);
  assign(spanningV,'d:\spann5.mat');rewrite(spanningV);
  assign(tijd,'d:\tijd5.mat');rewrite(tijd);}

grdriver:=detect;

Init(delta_t,m,Massa,Lengte,Ad,Bd,Cd, Dd);
Beginsituatie(xi);

InitGraph(grdriver,grmode,'d:\tp\bgi');

assign(rules,'d:\rules');

{ LOOP LOOP LOOP LOOP }

for stap:=1 to round(tmax/delta_t) do
begin
  { bepalen uitgang y=Cd*xi
    NB alle toestandsgrootheden worden gemeten }

  for i:=1 to rijC do
  begin
    uitgang[i]:=0;
    for j:=1 to rijA do uitgang[i]:=uitgang[i]+Cd[i,j]*xi[j];
  end;

  s_i:=uitgang[1];
  spunt_i:=uitgang[2];
  phi_i:=uitgang[3];
  phipunt_i:=uitgang[4];

  Lidmaat(Gammaphi,Lidmphibereikphi,phi_i);
  Lidmaat(Gammaphipunt,Lidmphipunt,bereikhipunt,phipunt_i);

  reset(rules);

```

```

for i:=1 to nrRules do
  begin read(rules,regels[i,1]);
        read(rules,regels[i,2]);
        read(rules,regels[i,3]);
  end;

fuzzyuit(nrRules,Lidmphi,Lidmhipunt,regels,
        Gammaphi,Gammaphipunt,spanningfuz);

spanning:= nonfuz(spanningfuz,bereikspanning);

ui:=spanning;

{ nieuwe toestand xi_plus_1=Ad*xi+Bd*ui }
for i:=1 to rijA do
  begin
    xi_plus_1[i]:=0;
    for j:=1 to rijA do xi_plus_1[i]:=xi_plus_1[i]+Ad[i,j]*xi[j];
    for j:=1 to kolB do xi_plus_1[i]:=xi_plus_1[i]+Bd[i,j]*ui;
  end;

  { tijdstap }
  xi:=xi_plus_1;

  if (stap/skip)=round(stap/skip) then
    begin
      putpixel(round(stap/skip),offset-round(s_i*verms),7);
      putpixel(round(stap/skip),offset-round(spunt_i*vermspunt),7);
      putpixel(round(stap/skip),offset-round(phi_i*vermphi),10);
      putpixel(round(stap/skip),offset-round(hipunt_i*vermphipunt),7);
      putpixel(round(stap/skip),offset,3);
    end;

  {
    if (stap/skip)=round(stap/skip) then
      begin
        writeln(hoek,phi_i);
        writeln(omega,hipunt_i);
        writeln(plaats,s_i);
        writeln(snelheid,spunt_i);
        writeln(spanningV,ui);
        writeln(tijd,stap*delta_t);
      end;}

end;
close(hoek);close(omega);close(plaats);close(snelheid);close(spanningV);
close(tijd);closegraph;
end.

```

{ File Rules  
Gecodeerde fuzzy control rules

NG = 1  
NM = 2  
NK = 3  
NUL = 4  
PK = 5  
PM = 6  
PG = 7}

3 3 1  
5 3 4  
2 4 2  
4 4 4  
6 4 6  
3 5 4  
5 5 7

5 4 5  
3 4 3

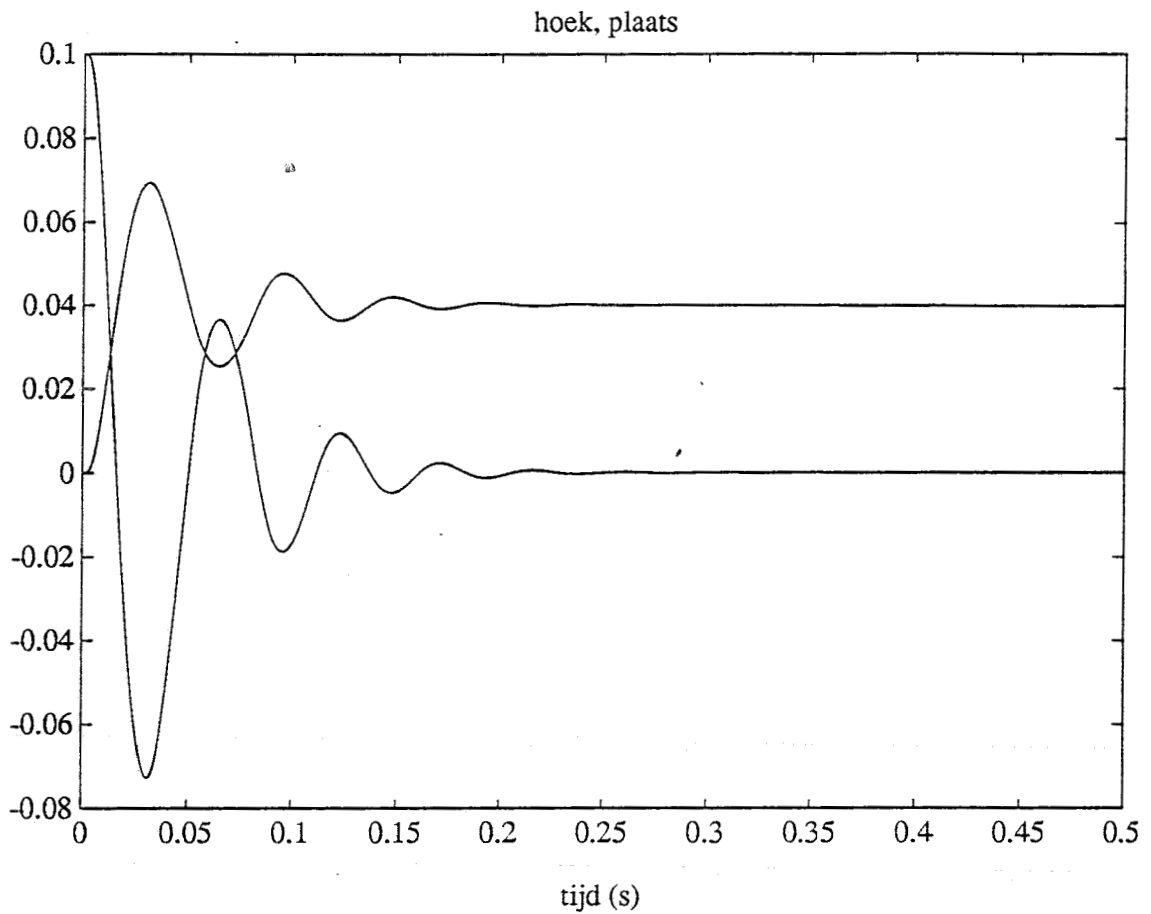


Fig. 2.1a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  terugkoppeling  
hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

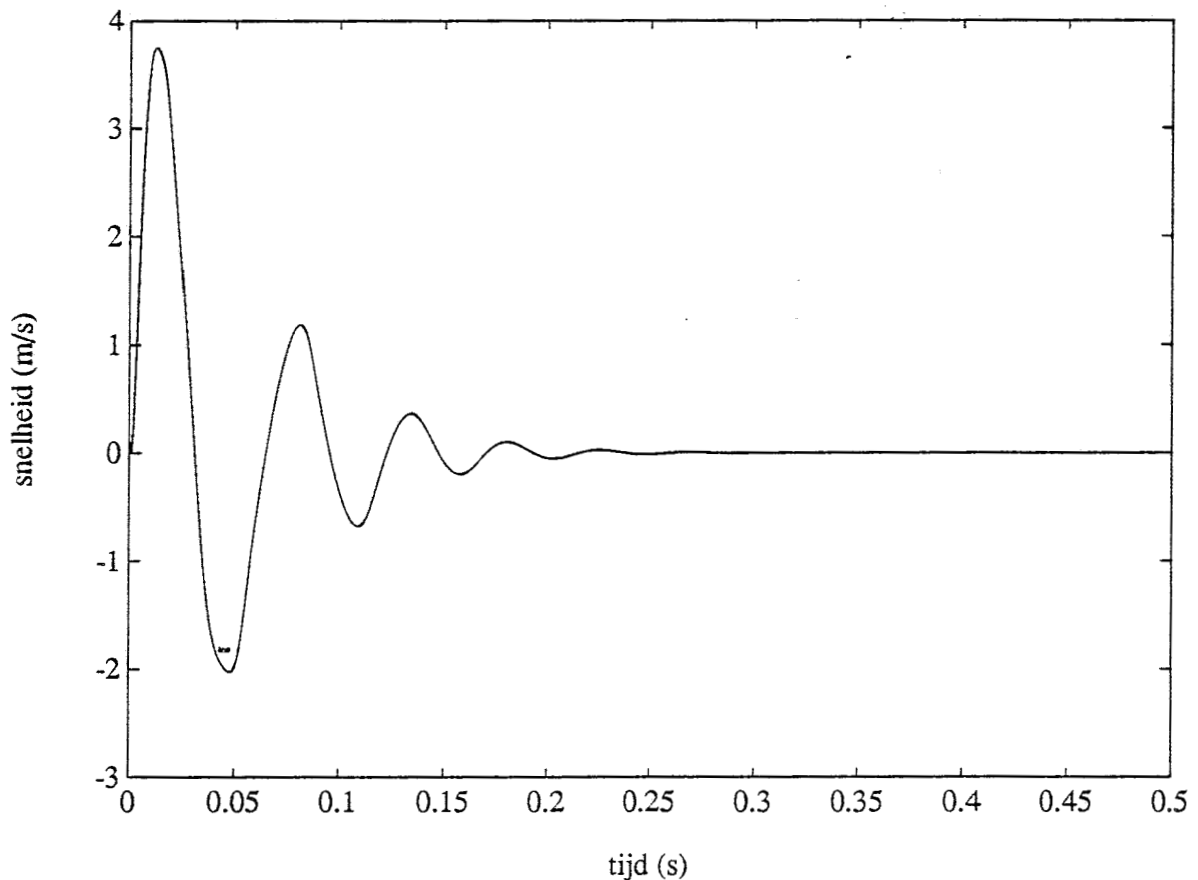


Fig. 2.1b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  terugkoppeling  
hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

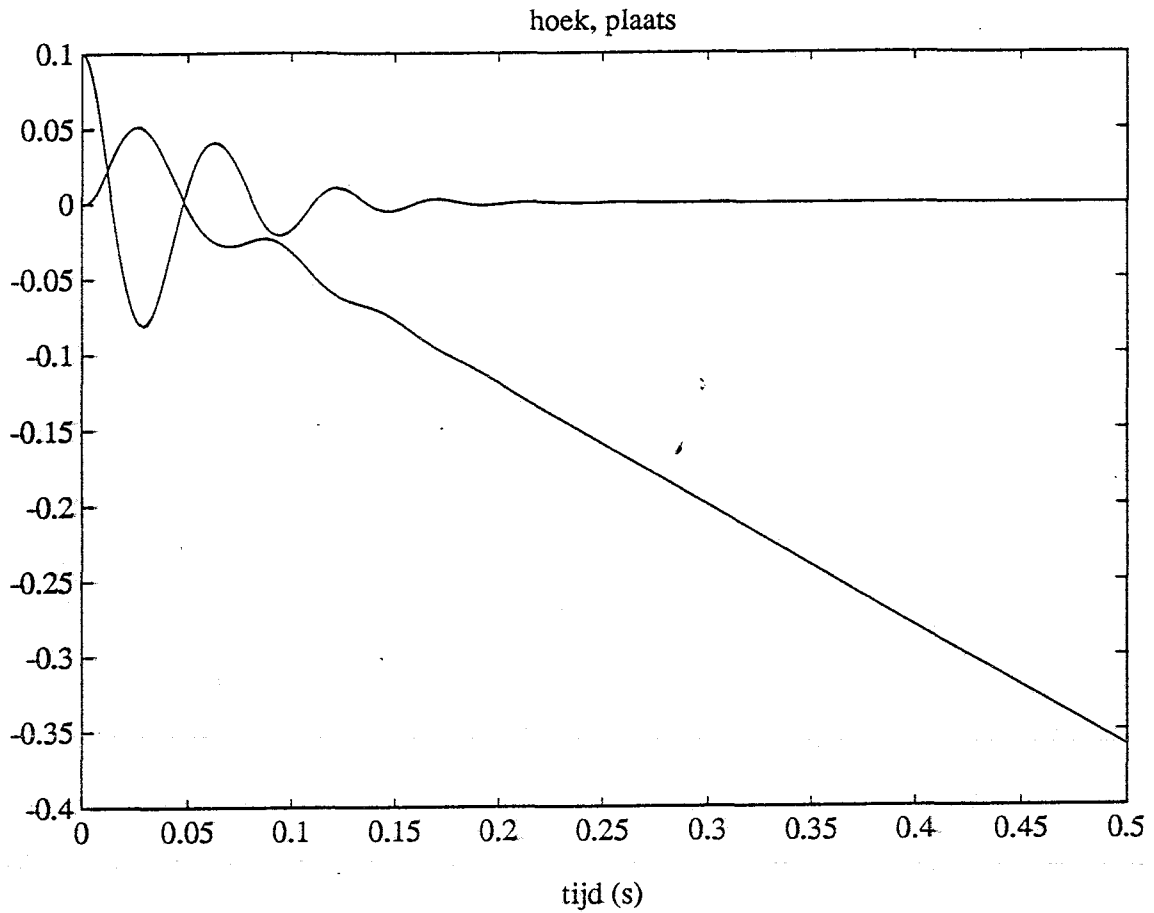


Fig. 2.2a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = -2 rad/s

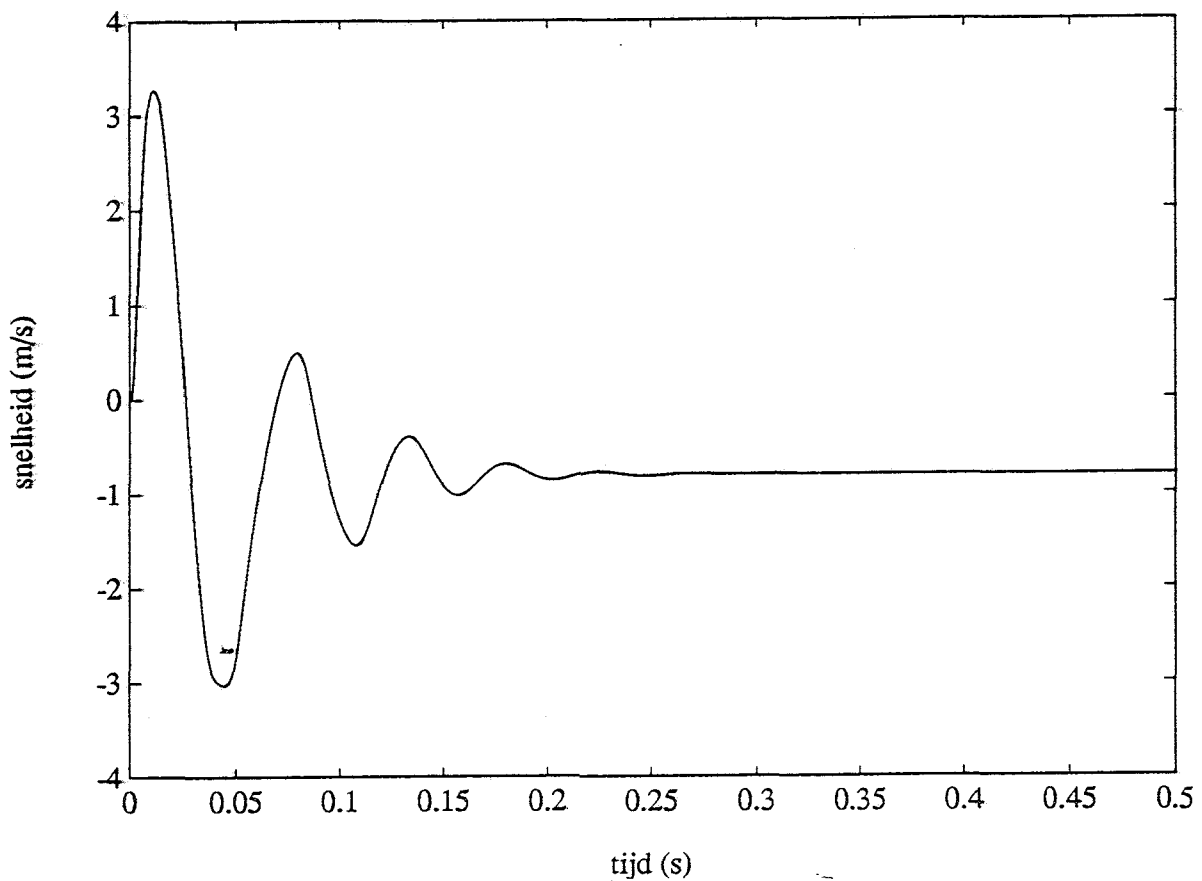


Fig. 2.2b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = -2 rad/s



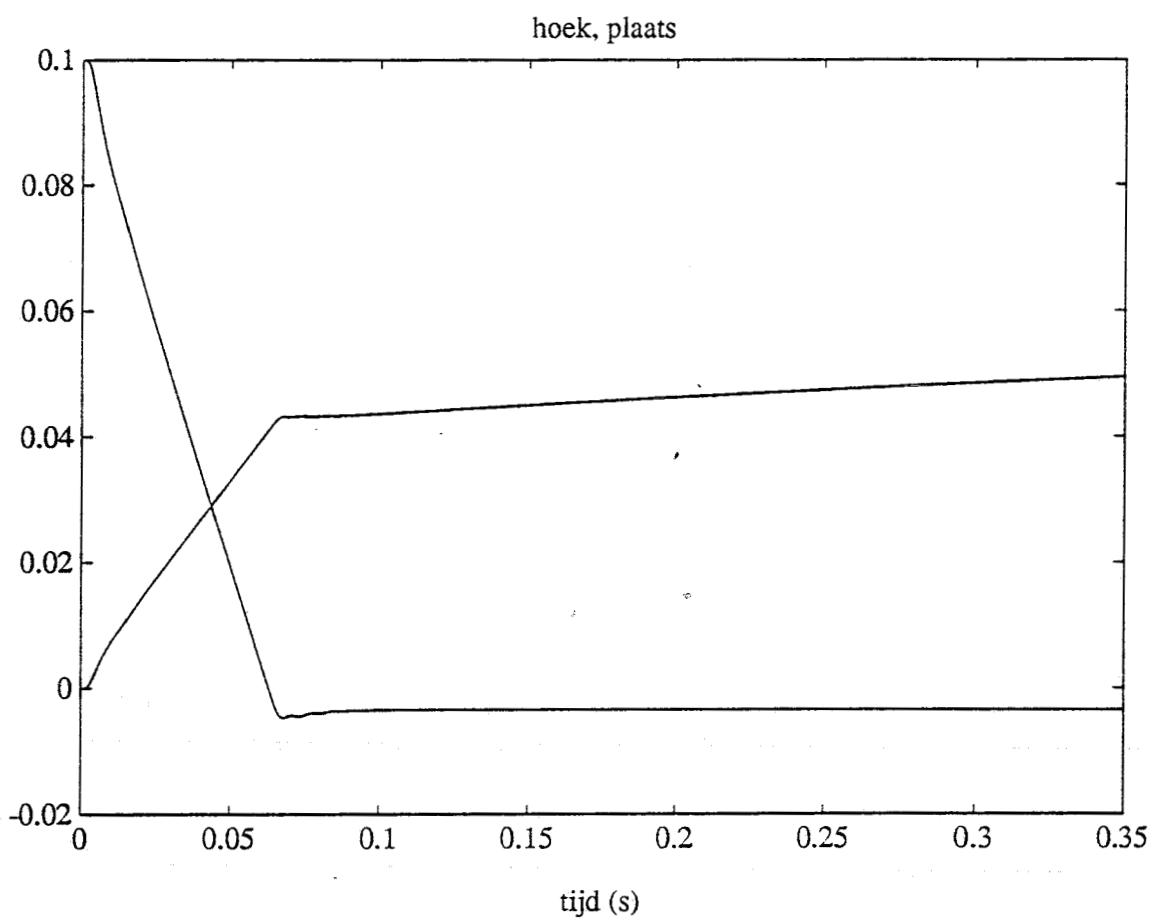


Fig. 3.1a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

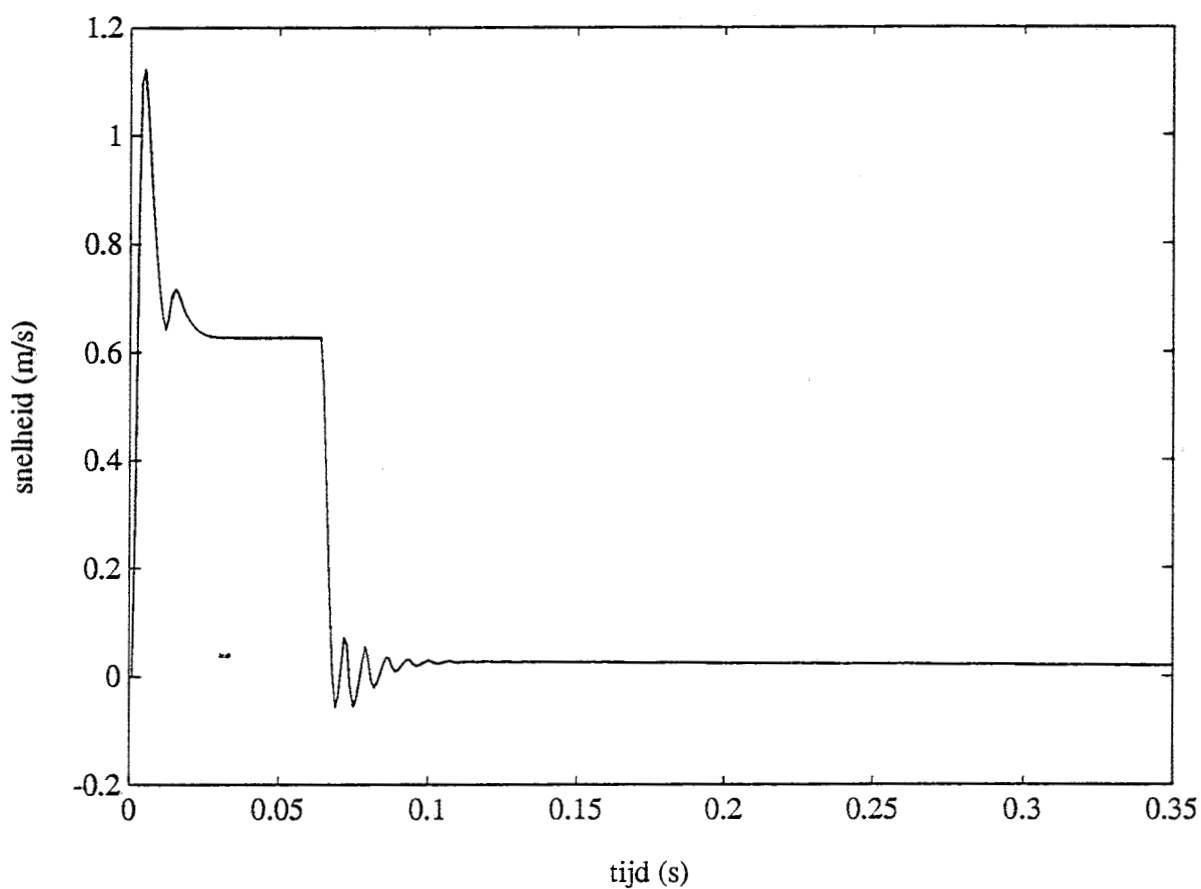


Fig. 3.1b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad    omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

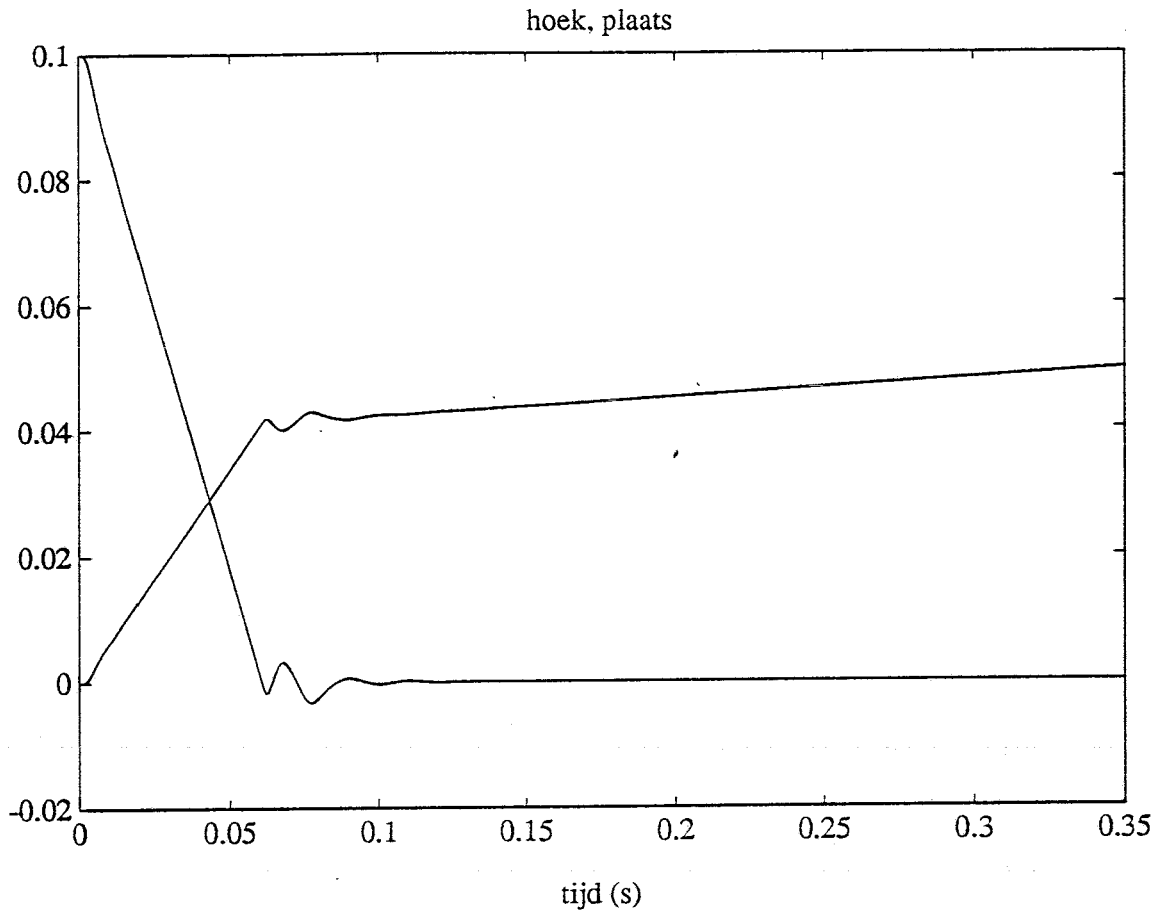


Fig. 3.2.1a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met twee extra regels. hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

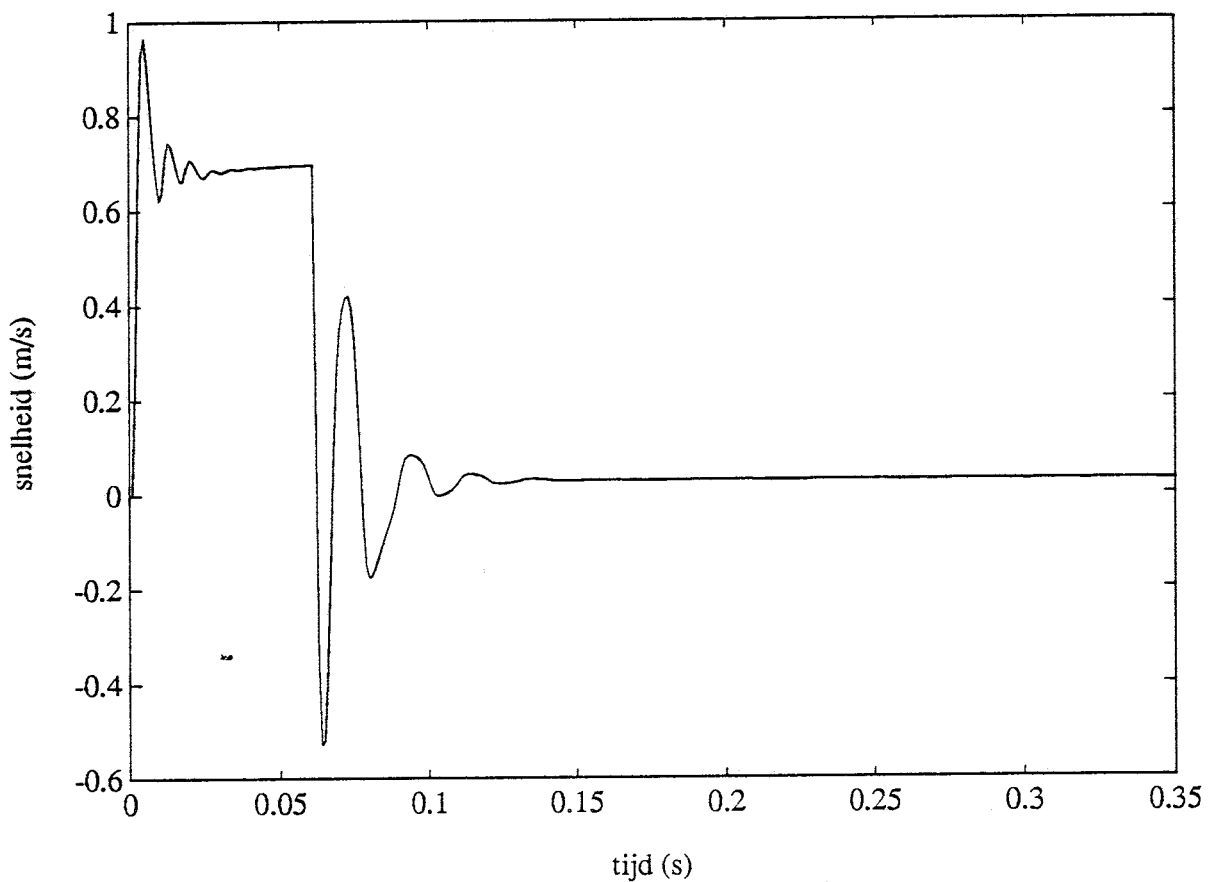


Fig. 3.2.1b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met twee extra regels hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

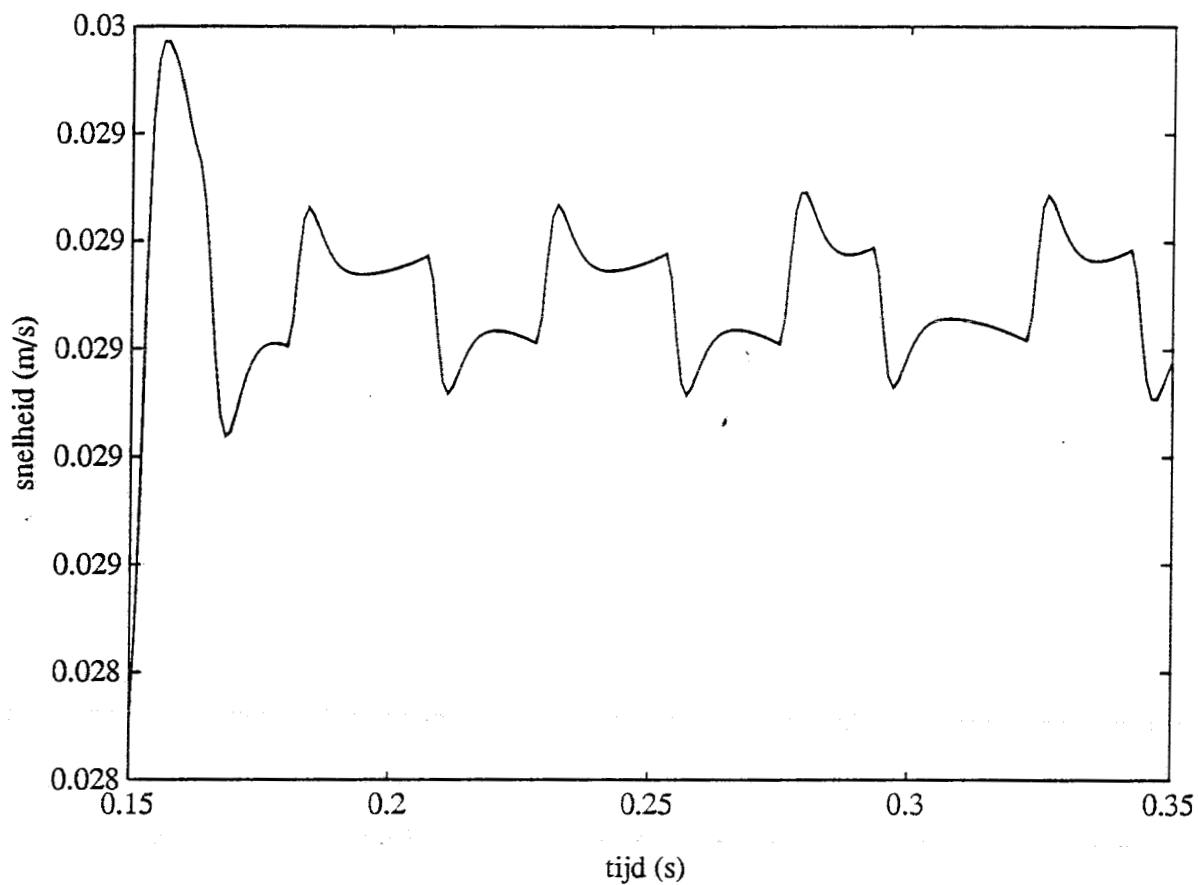


Fig. 3.2.2 Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met twee extra regels  
hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad  $\omega$  ( $t=0$ ) = 0 rad/s

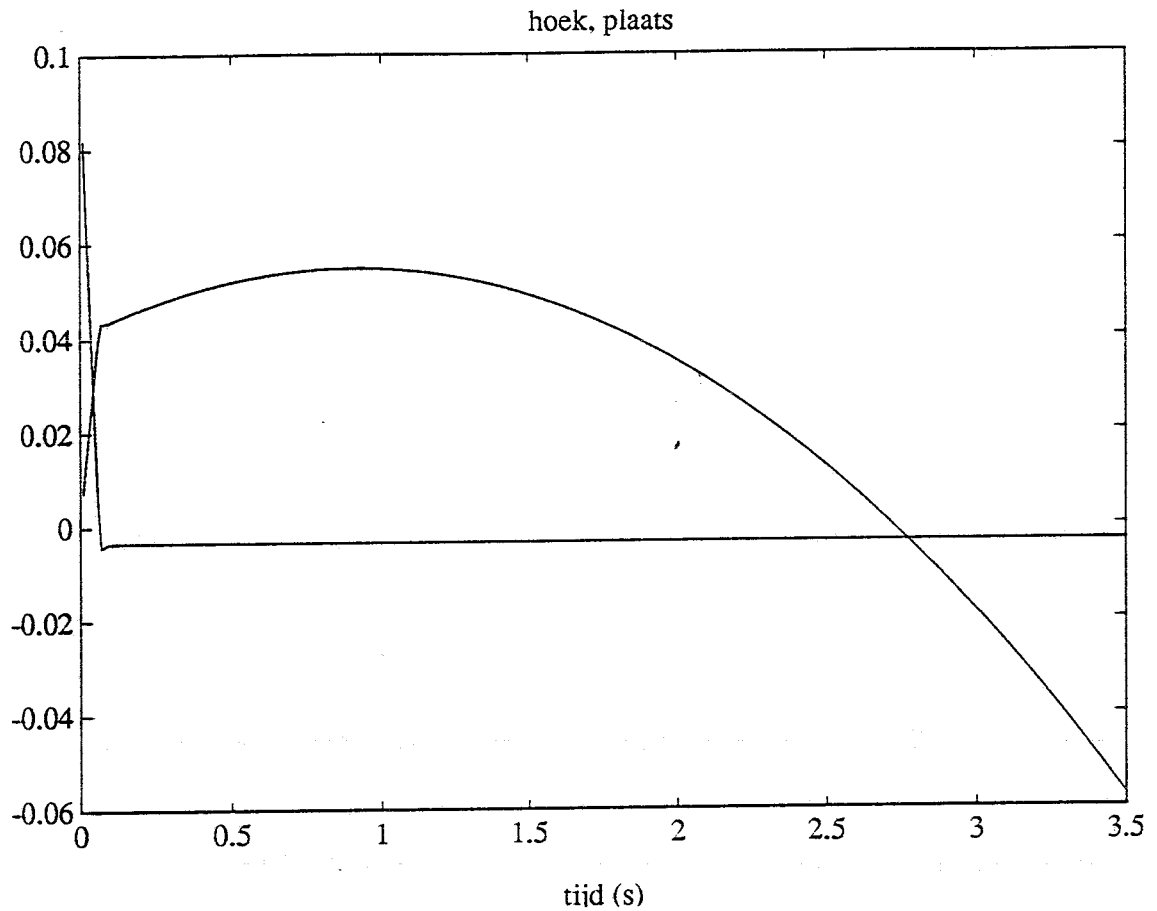


Fig. 3.3.1a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

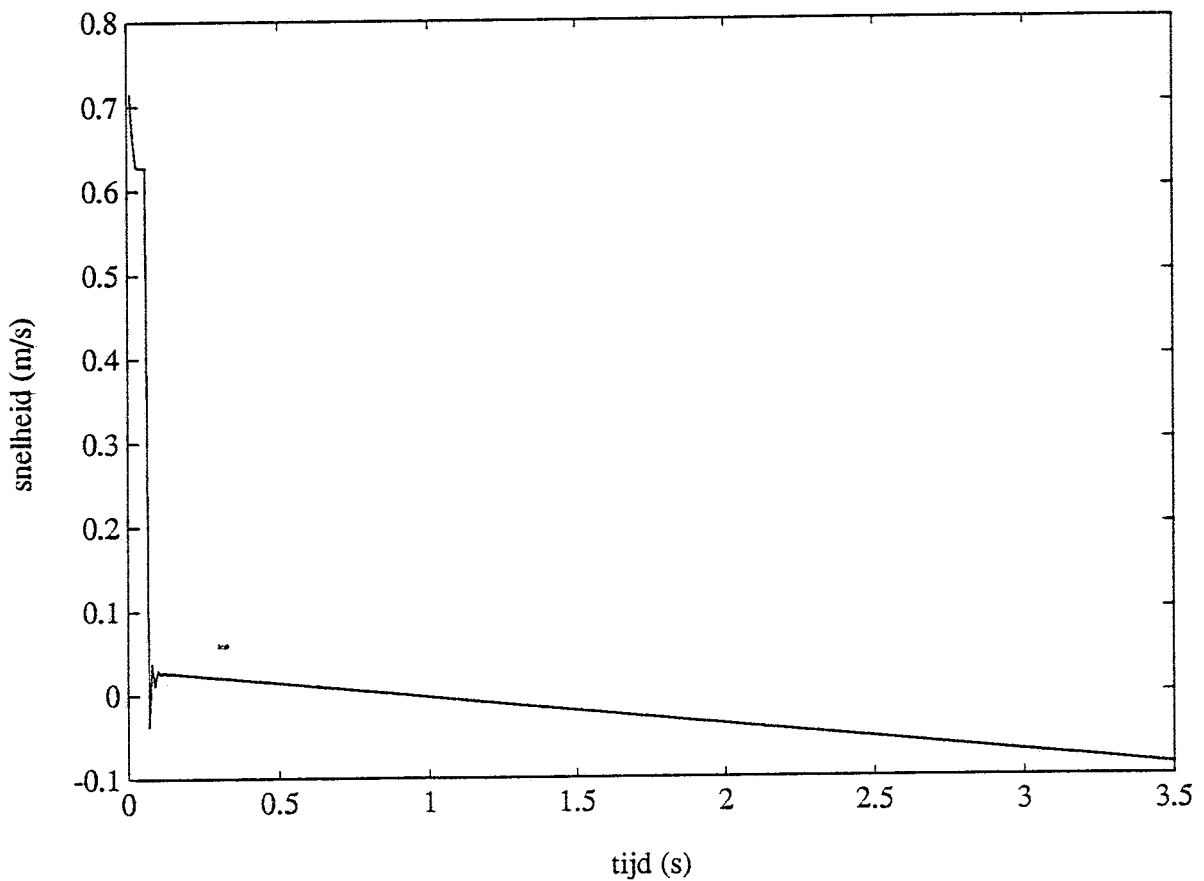


Fig. 3.3.1b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

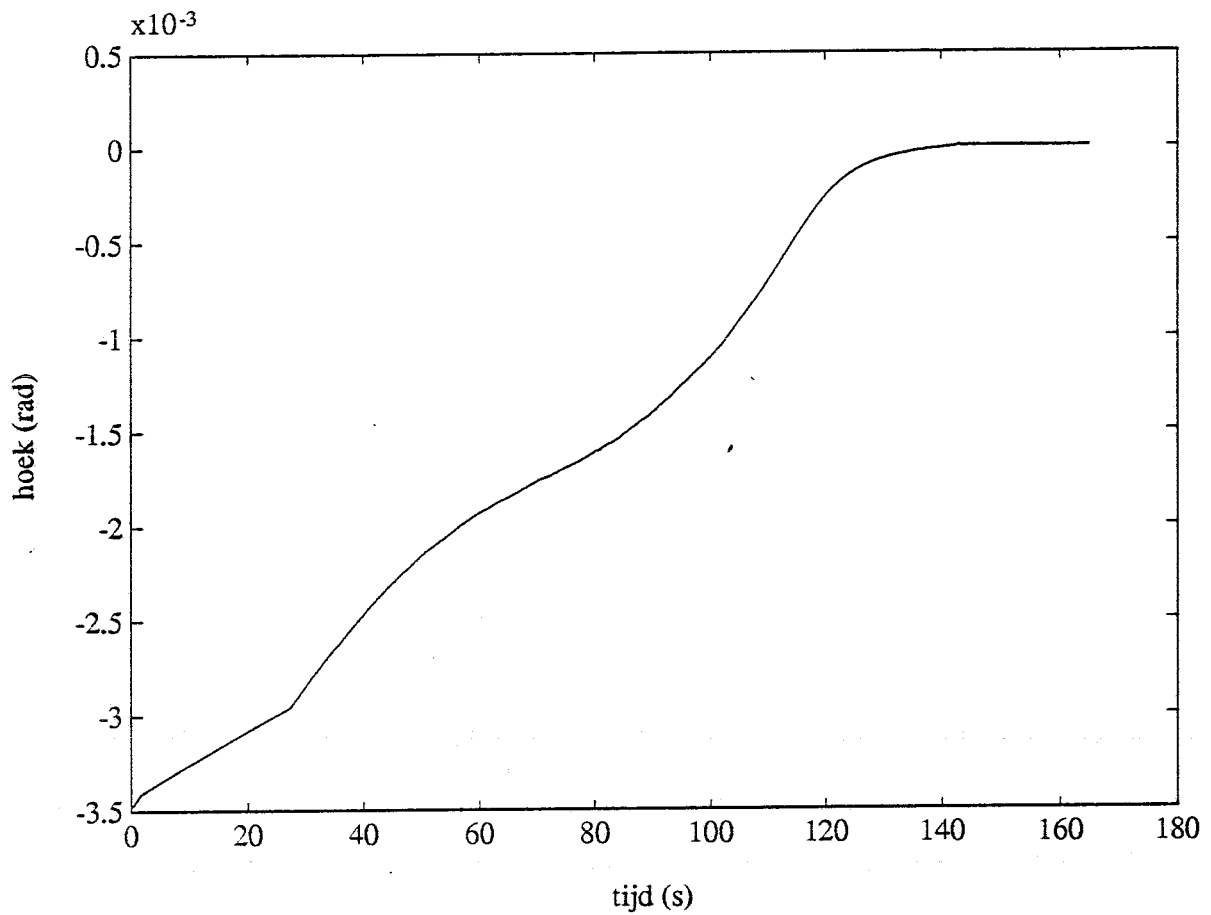


Fig. 3.3.2a Hoek als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

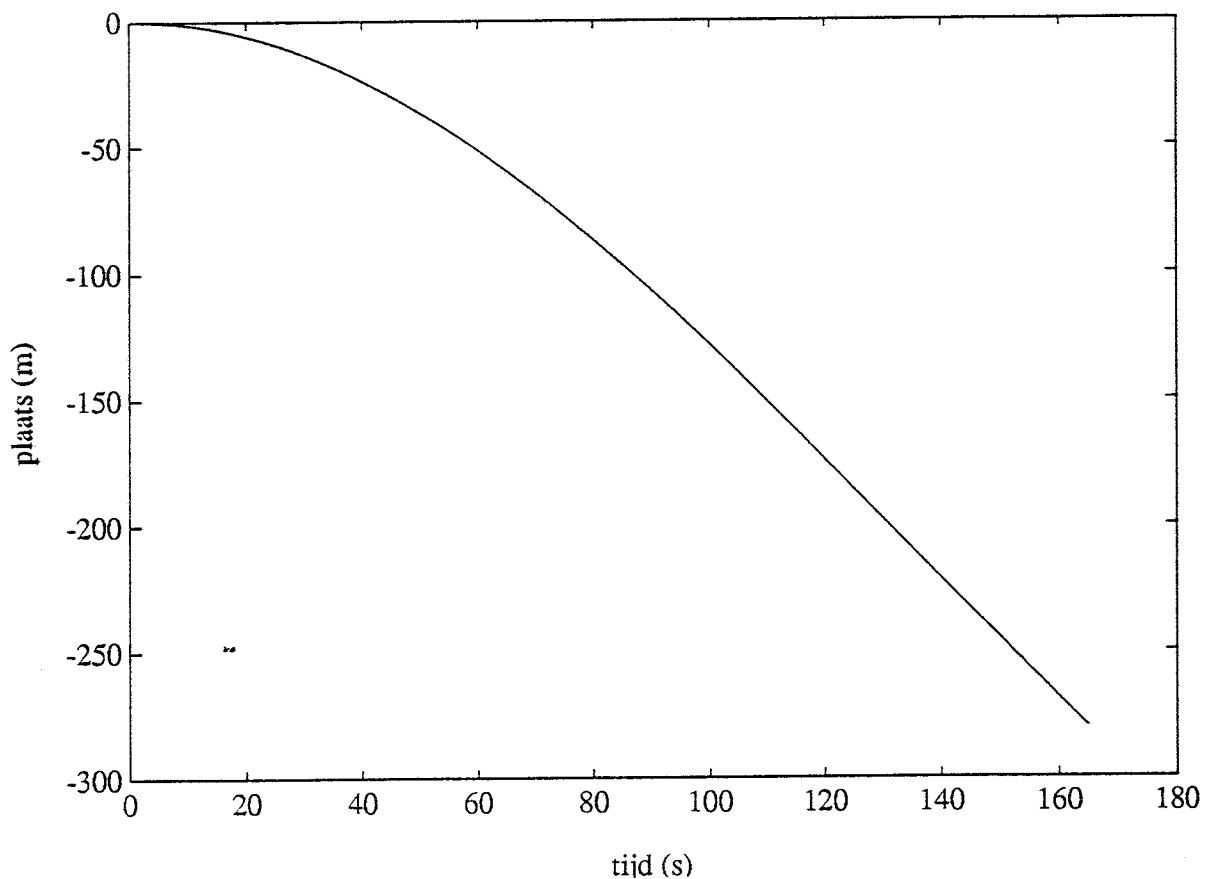


Fig. 3.3.2b Plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

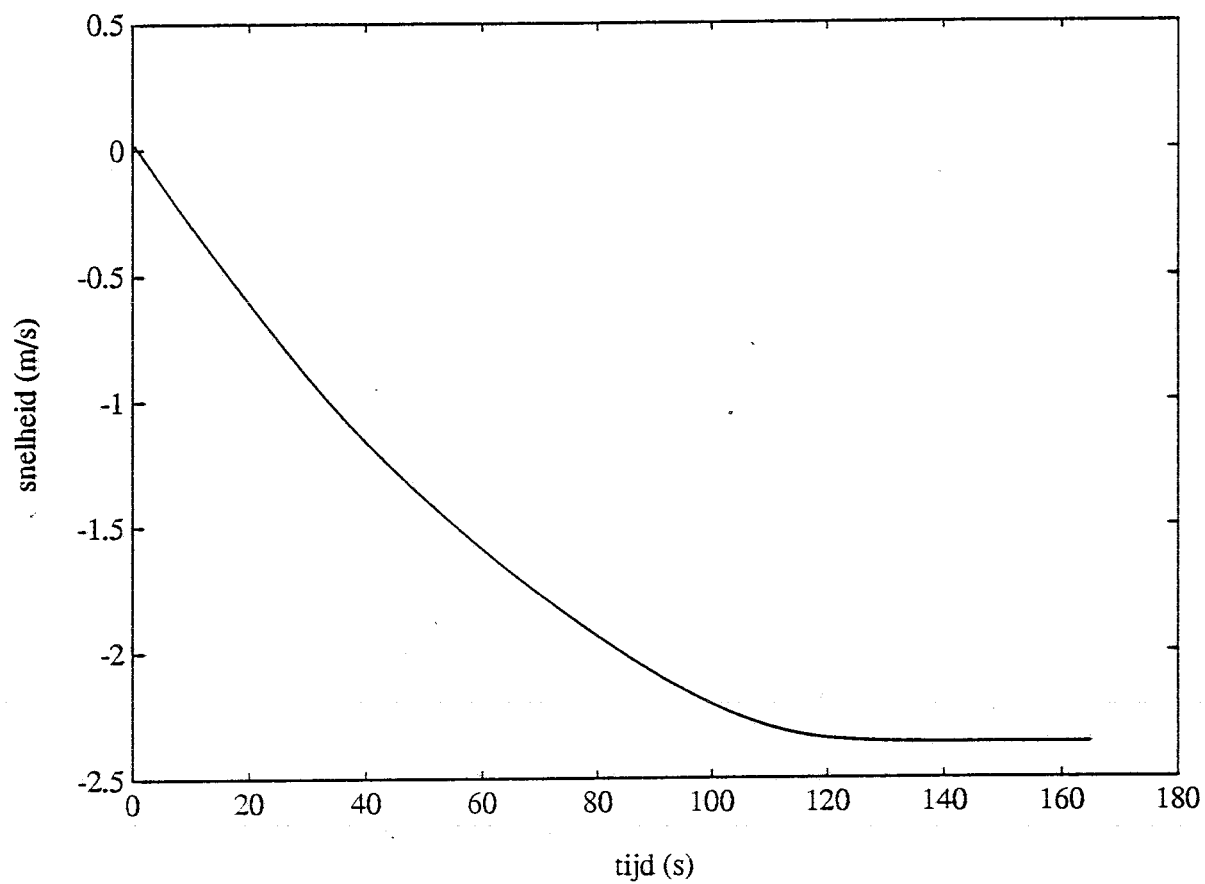


Fig. 3.3.2c Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling  
hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

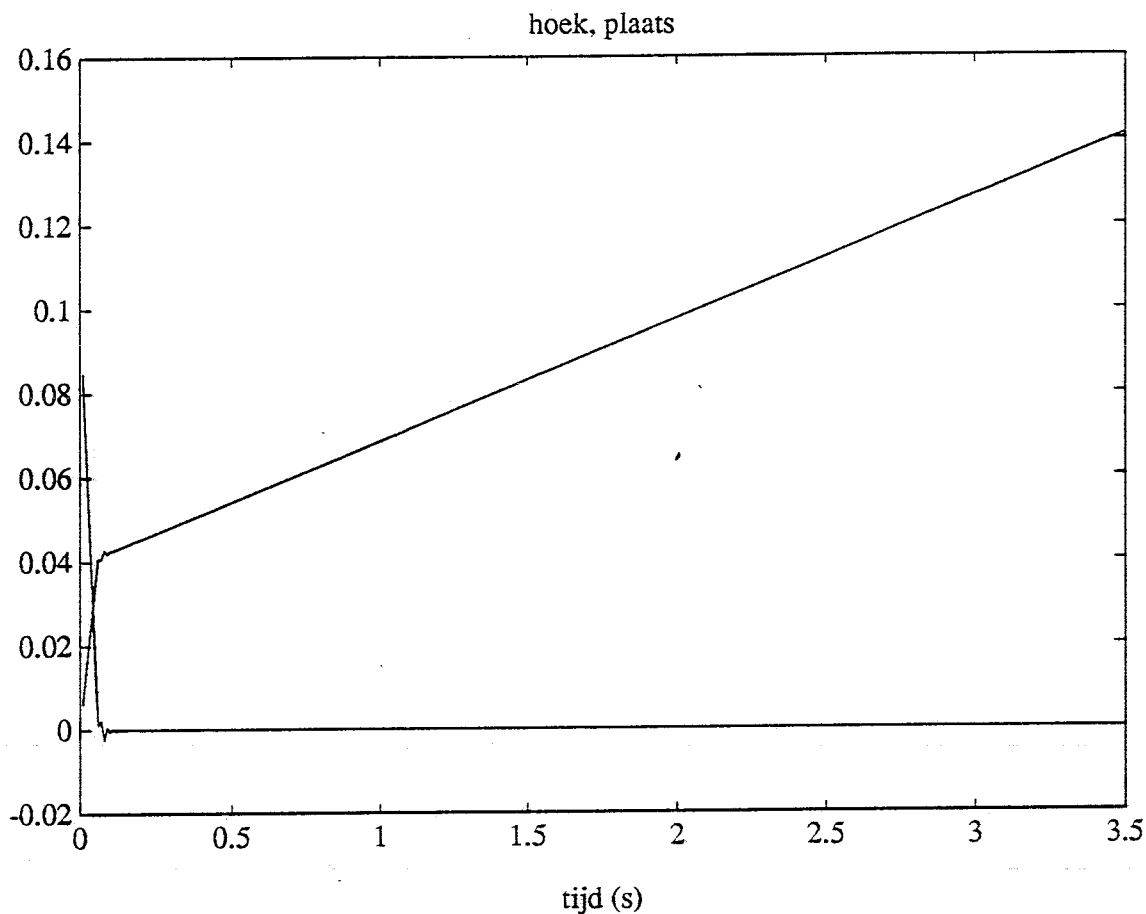


Fig. 3.4a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met twee extra regels. hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

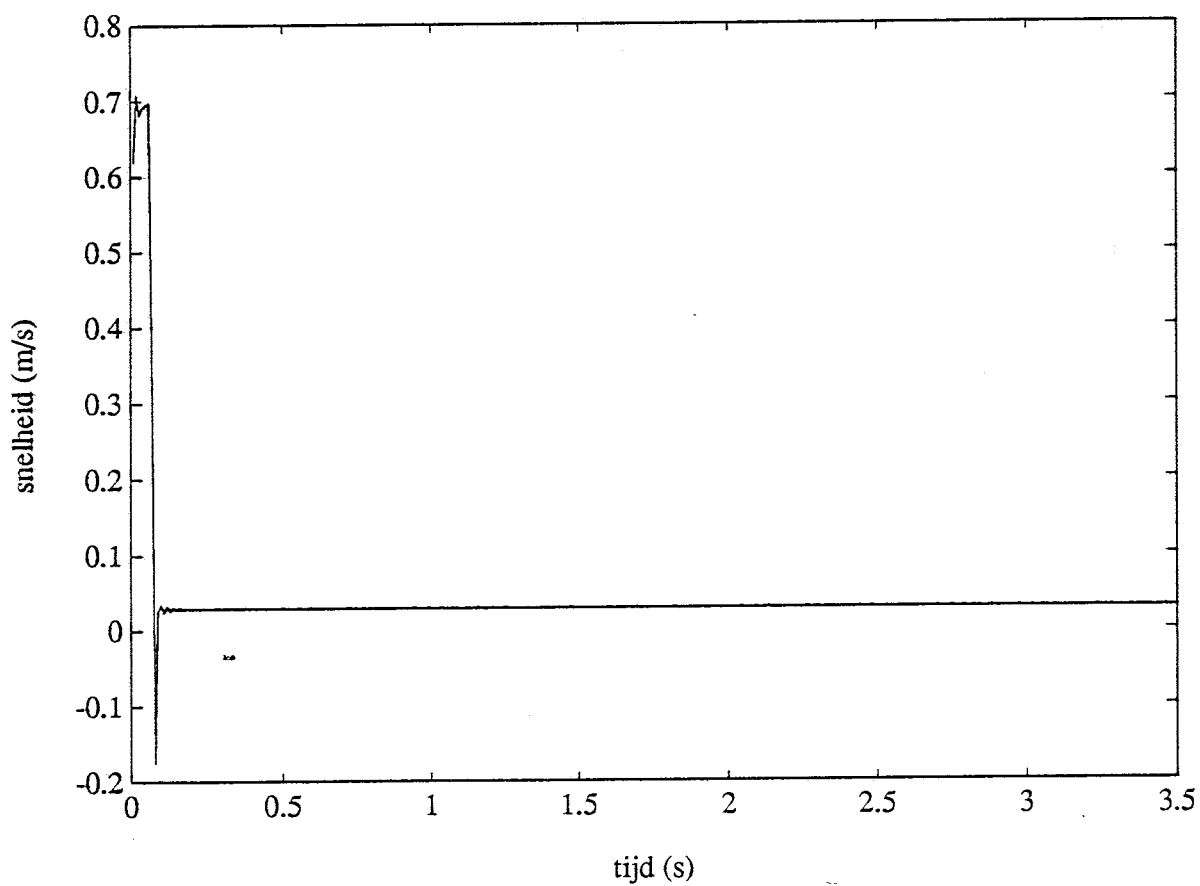


Fig. 3.4b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met twee extra regels. hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad omega ( $t=0$ ) = 0 rad/s

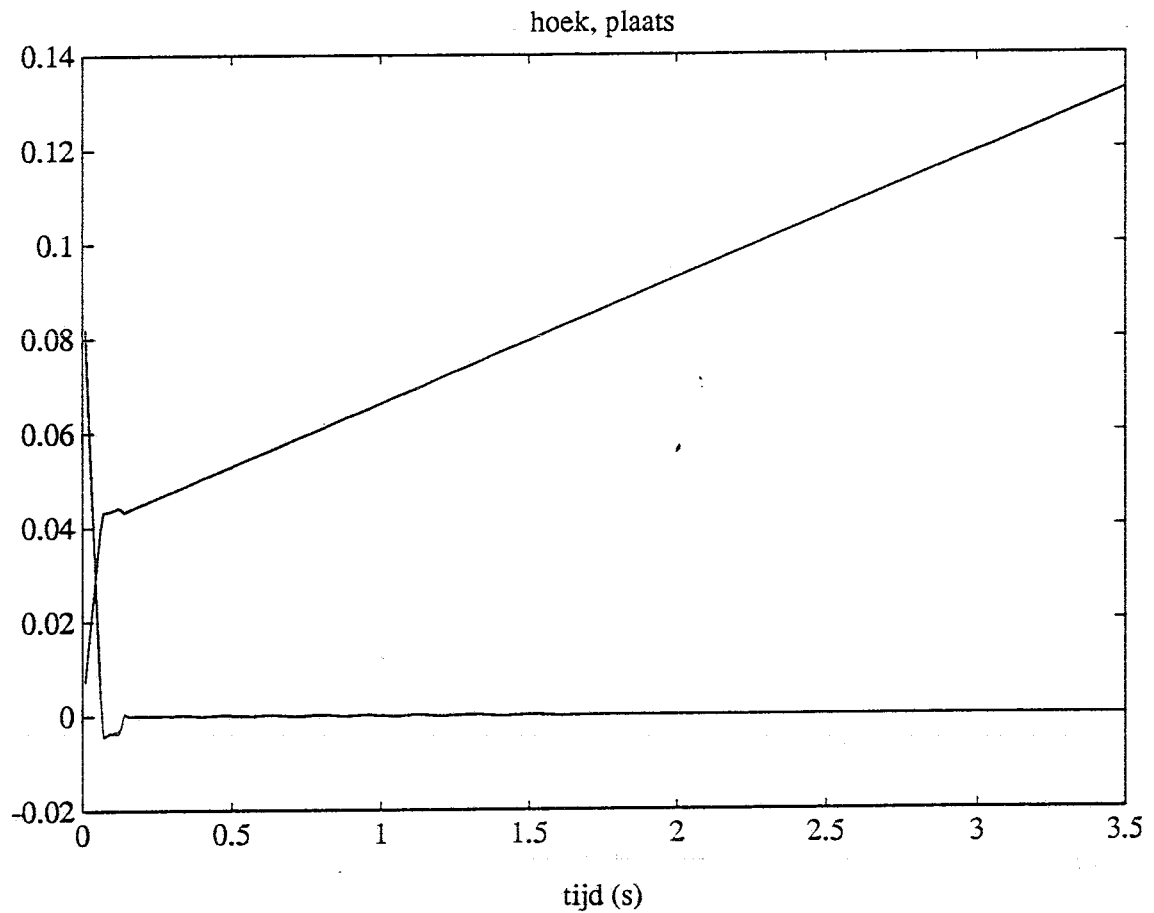


Fig. 3.5a Hoek en plaats als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met adaptatie  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad  $\omega$  ( $t=0$ ) = 0 rad/s

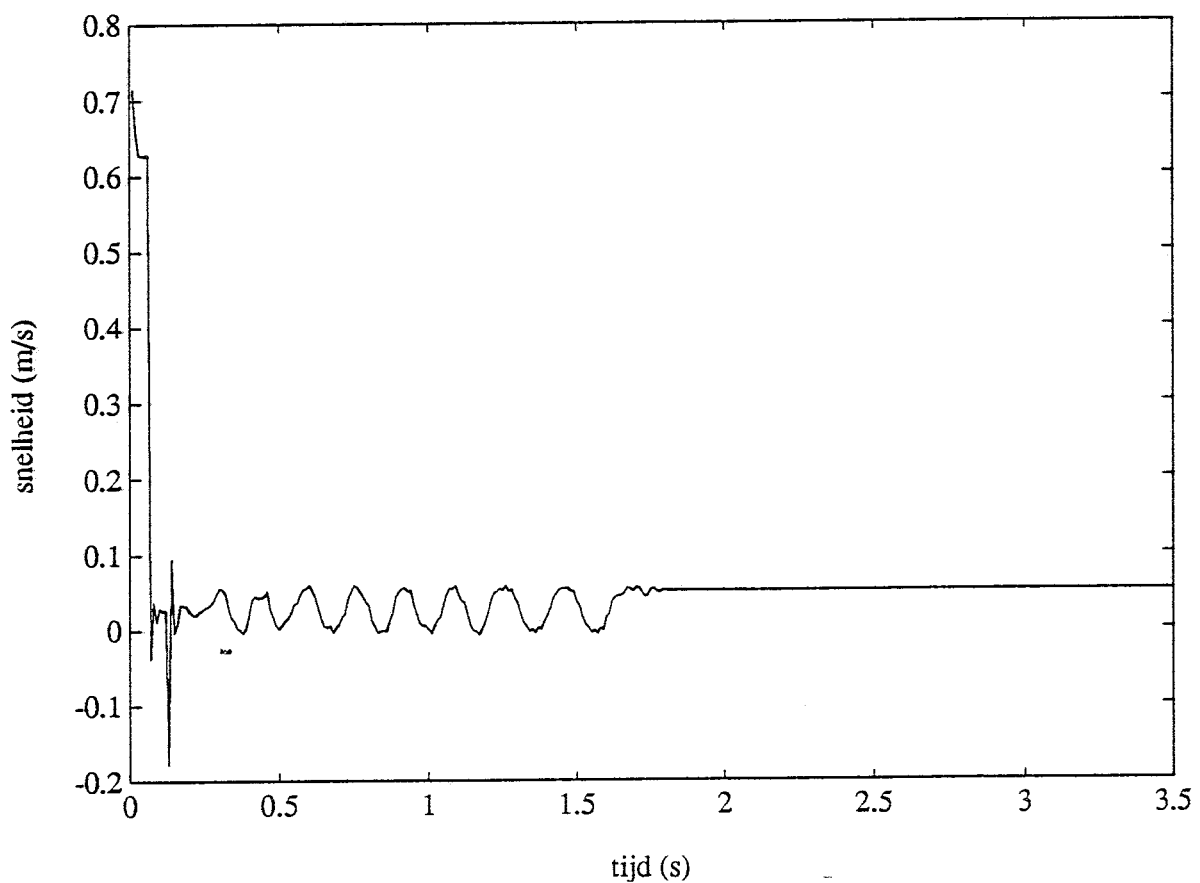


Fig. 3.5b Snelheid als functie van  $t$  bij  $\phi$  en  $\dot{\phi}$  terugkoppeling met adaptatie  
 hoek ( $t=0$ ) = 0.1 rad  $\omega$  ( $t=0$ ) = 0 rad/s



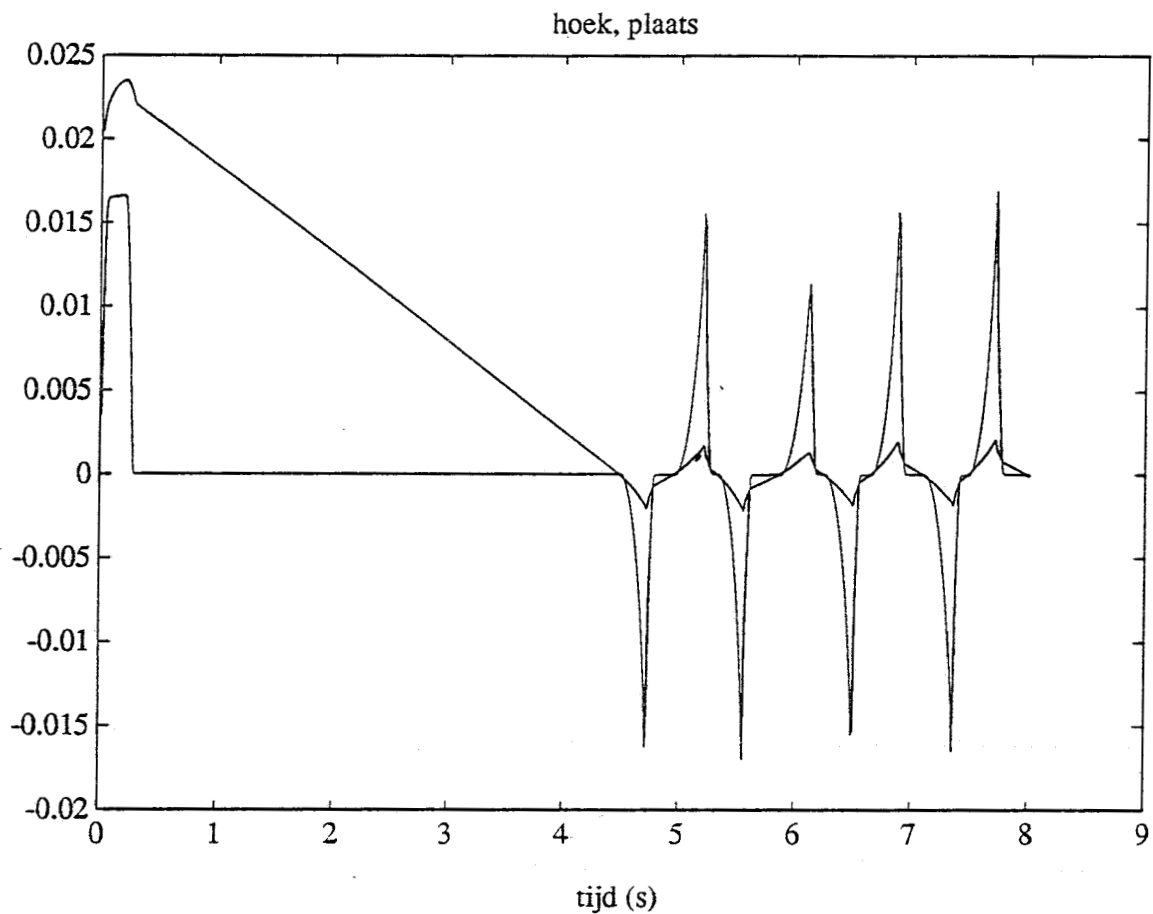


Fig. 4.1a Hoek en plaats als functie van  $t$  voor kogel op rails  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

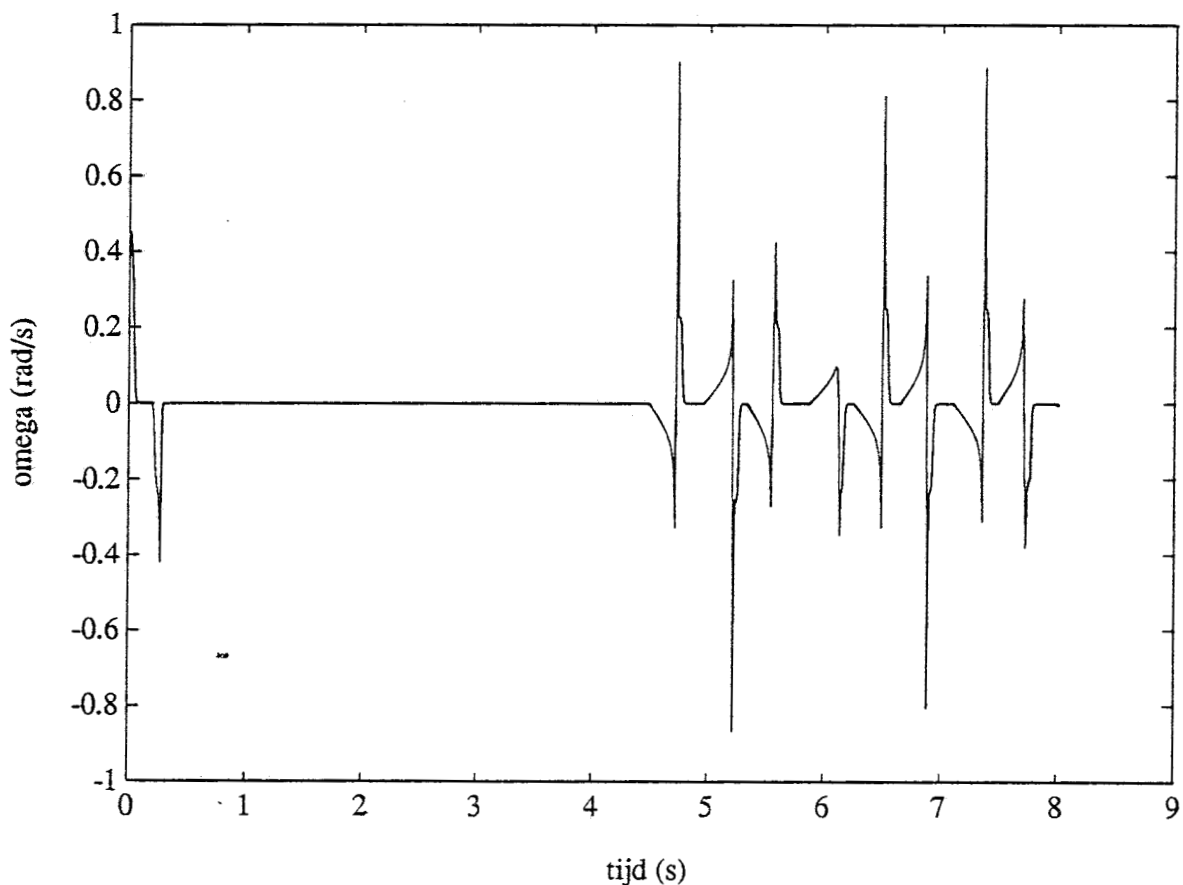


Fig. 4.1b Hoeksnelheid als functie van  $t$  voor kogel op rails  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

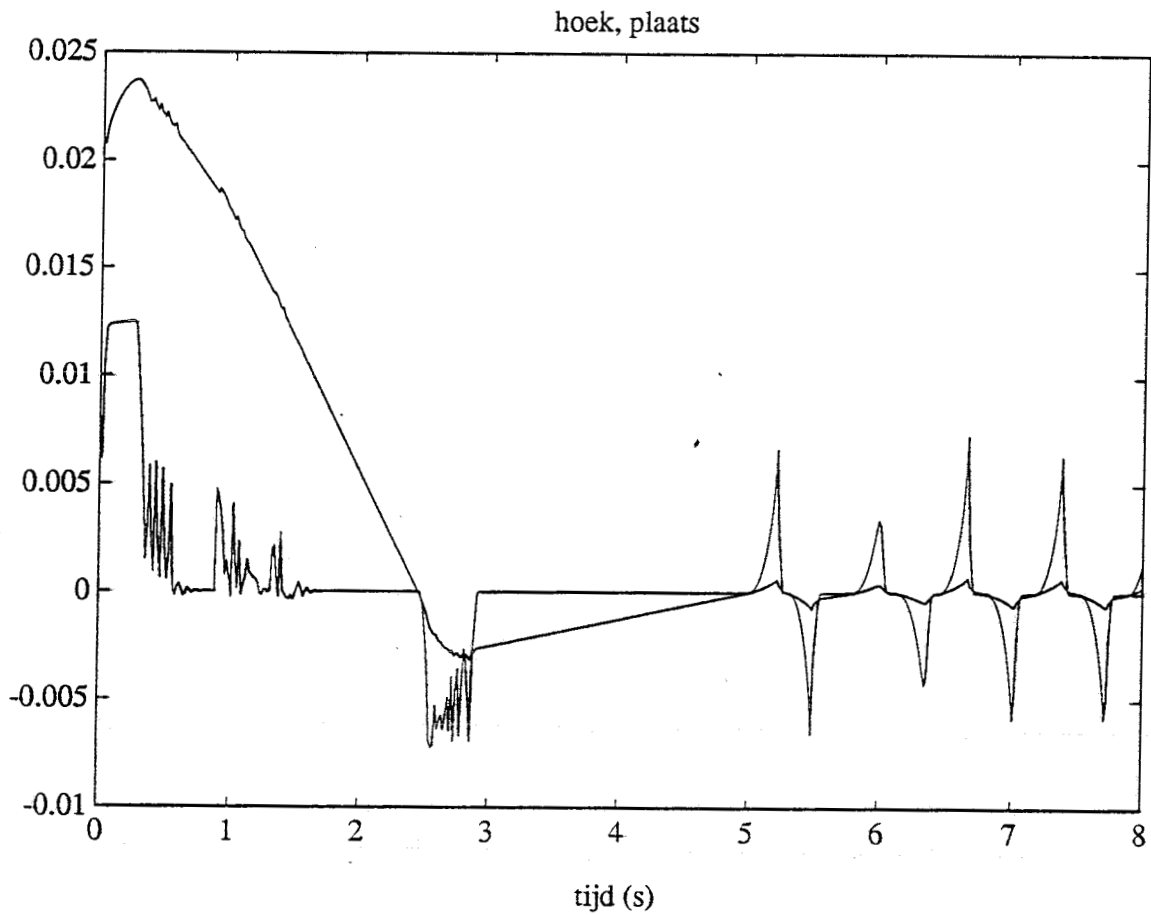


Fig. 4.2a Hoek en plaats als functie van  $t$  voor kogel op rails met adaptatie  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

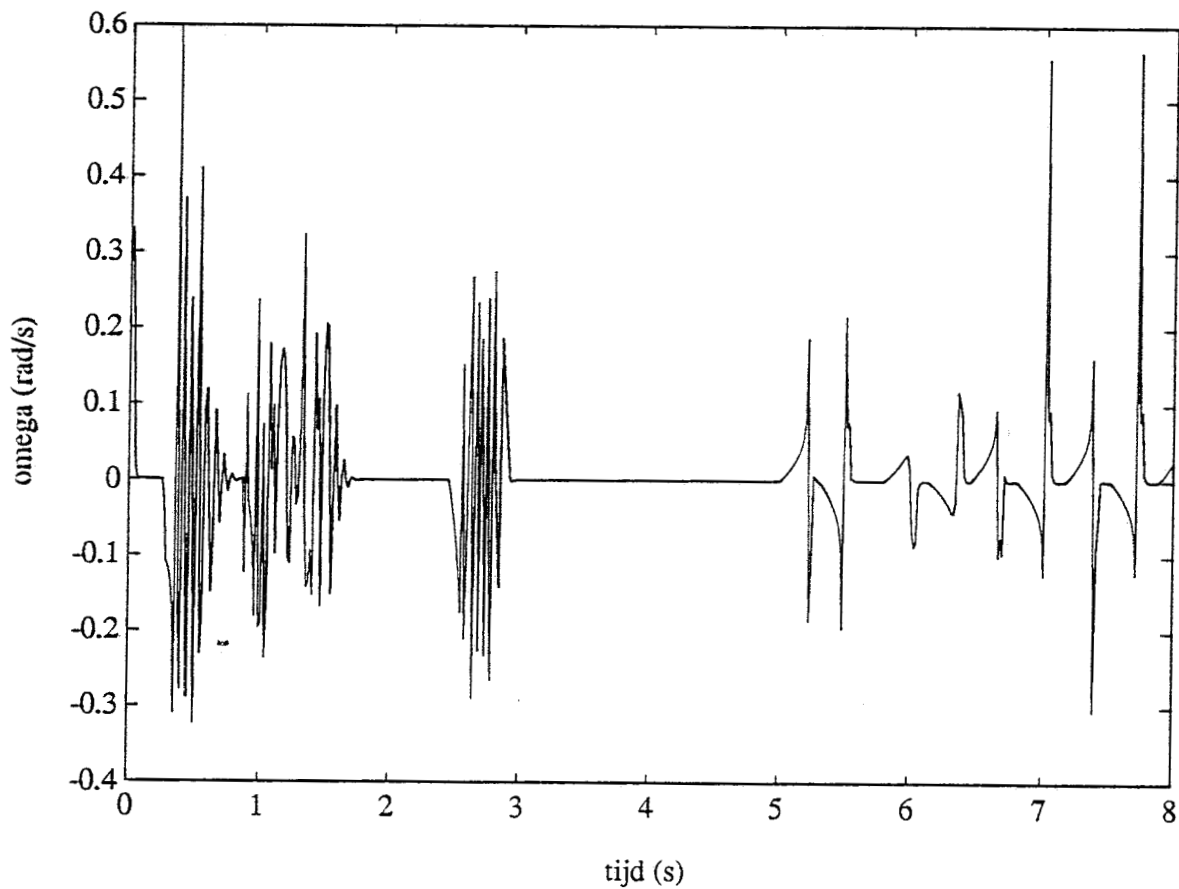


Fig. 4.2b Hoeksnelheid als functie van  $t$  voor kogel op rails met adaptatie  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

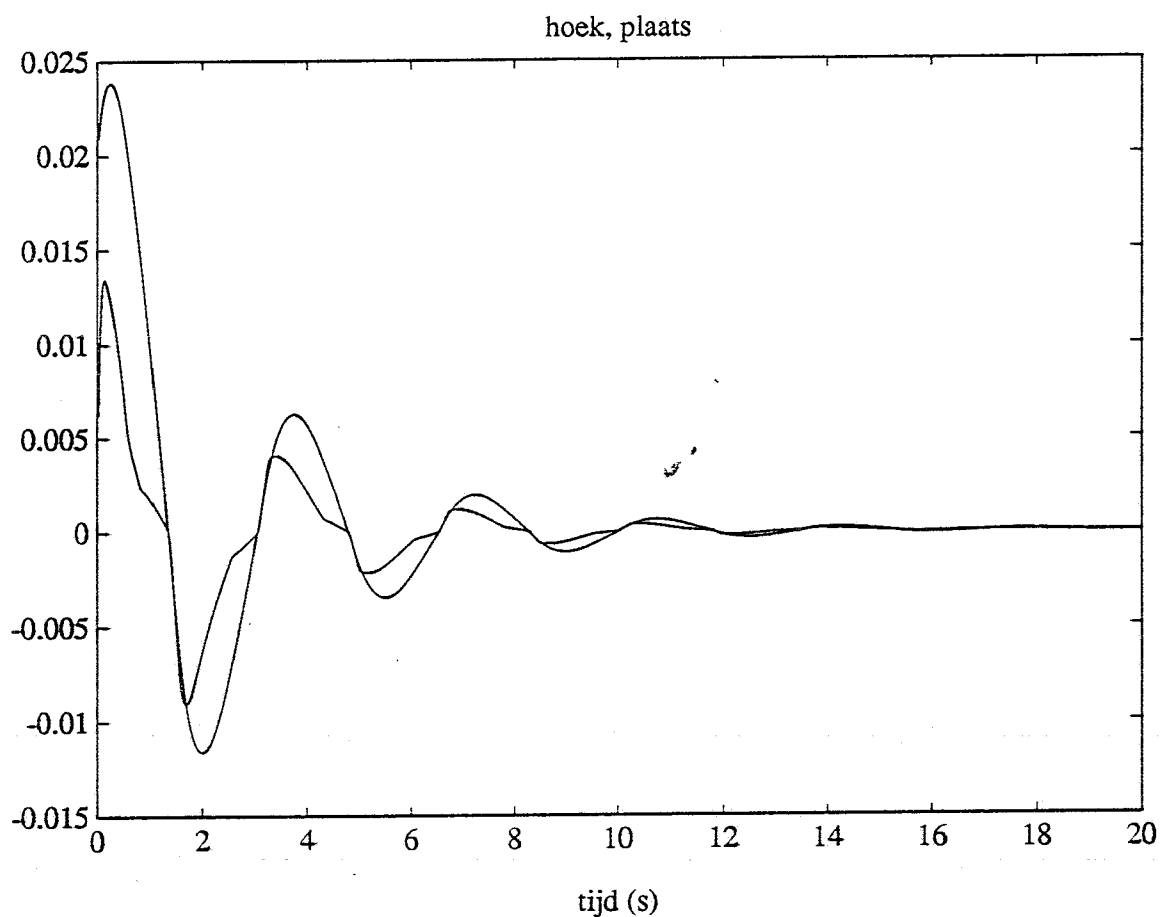


Fig. 4.3a Hoek en plaats als functie van  $t$  voor kogel op rails met vier extra regels  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

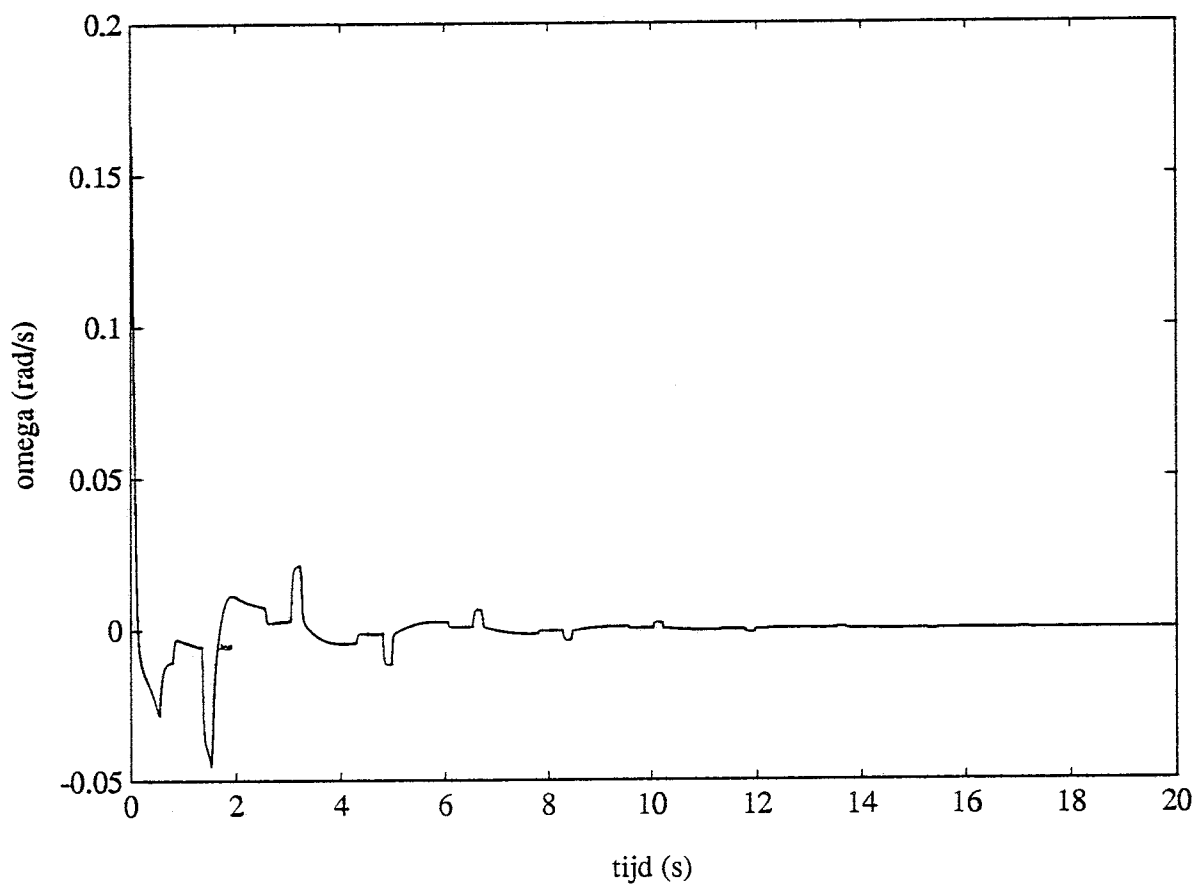


Fig. 4.3b Hoeksnelheid als functie van  $t$  voor kogel op rails met vier extra regels  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

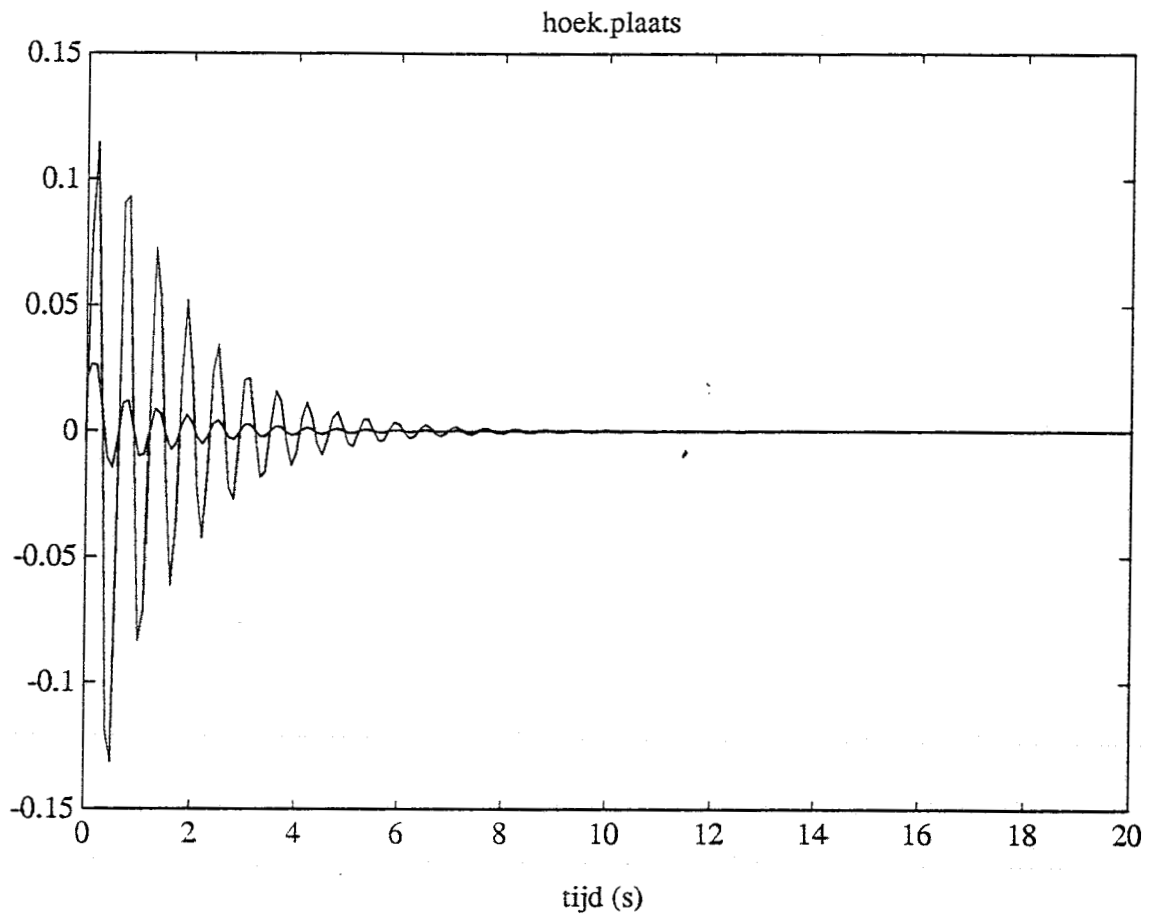


Fig. 4.4a Hoek en plaats als functie van  $t$  voor kogel op rails optimaal geregeld  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

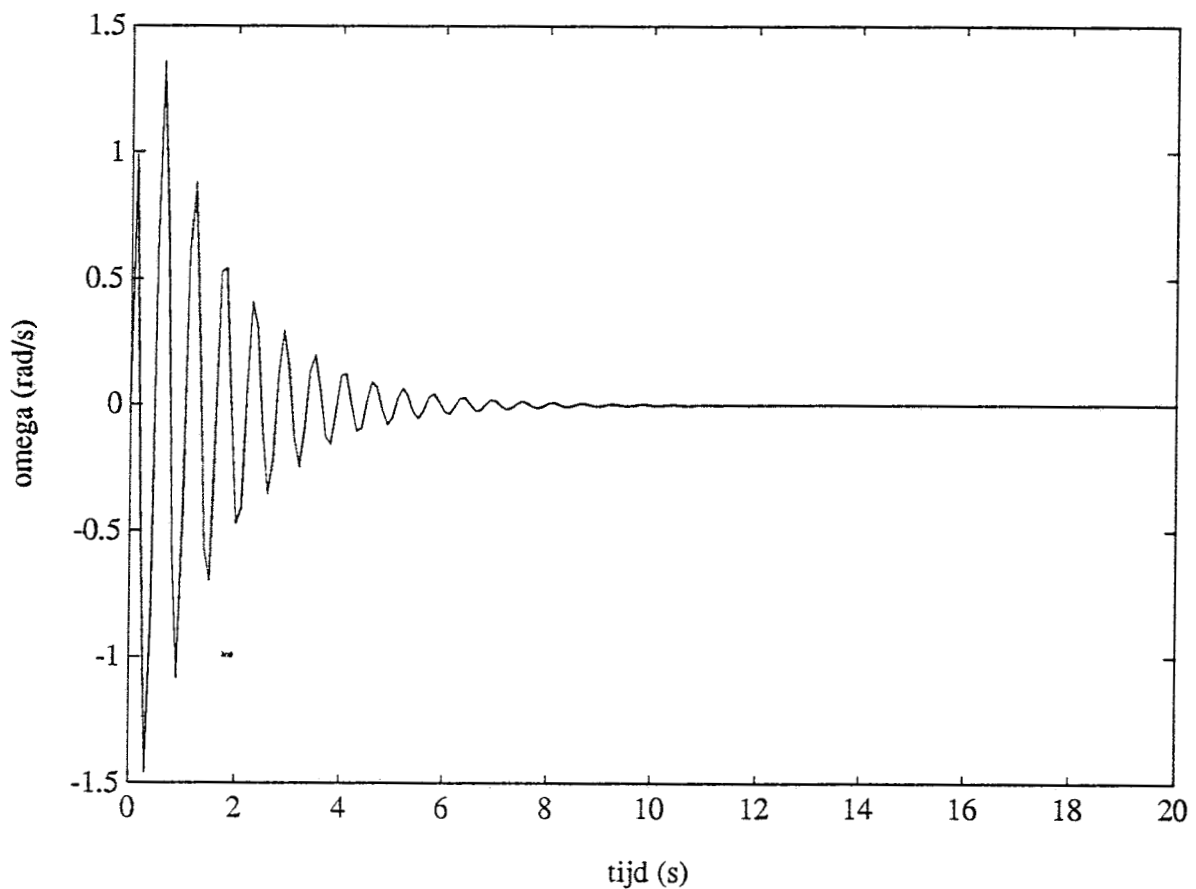


Fig. 4.4b Hoeksnelheid als functie van  $t$  voor kogel op rails optimaal geregeld  
 plaats ( $t=0$ ) = 0.02 m    snelheid ( $t=0$ ) = 0.02 m/s    hoek ( $t=0$ ) = 0 rad

$\phi = \text{NUL}$

		x				
		NM	NK	NUL	PK	PM
x	NM			NM		
	NK		NM		NUL	
	NUL	NG		NUL		PG
	PK		NUL		PK	
	PM			PM		

$\phi = \text{PK}$

		x				
		NM	NK	NUL	PK	PM
x	NM					
	NK			NM		
	NUL		NM		NUL	
	PK			NUL		
	PM					

$\phi = \text{NK}$

		x				
		NM	NK	NUL	PK	PM
x	NM					
	NK			NUL		
	NUL		NUL		PM	
	PK			PM		
	PM					

$\phi = \text{PM}$

		x				
		NM	NK	NUL	PK	PM
x	NM					
	NK					
	NUL			NM		
	PK					
	PM					

$\phi = \text{NM}$

		x				
		NM	NK	NUL	PK	PM
x	NM					
	NK					
	NUL			PM		
	PK					
	PM					