

Het Z-profiel, belast door twee gelijke krachten, werkend langs de snijlijnen van lijf en flenzen

Citation for published version (APA):

Janssen, J. D. (1964). *Het Z-profiel, belast door twee gelijke krachten, werkend langs de snijlijnen van lijf en flenzen*. (DCT rapporten; Vol. 1964.023). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1964

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

T. H. E.

WE - 64/23

Het Z-profiel, belast door twee gelijke krachten,
werkend langs de snijlijnen van lijf en flens.

0. Samenvatting

Een Z-profiel wordt aan de beide uiteinden belast door twee puntkrachten, gericht langs de snijlijnen van lijf en flens.

Het lijkt mogelijk de deformatie- en spanningstoestand te berekenen door het Z-profiel opgebouwd te denken uit twee hoekprofielen. Voor deze L-profielen kan dan de klassieke balkentheorie gebruikt worden.

Op deze manier wordt dezelfde karakteristieke d.v. gevonden als in de theorie van Vlasov (zie voor dit probleem WE-64/21). Het lukt echter niet op de gebruikelijke wijze randvoorwaarden te formuleren, die een oplossing van de differentiaalvergelijking toelaten.

Werkend met het principe van minimale potentiële energie is dit vraagstuk wel op te lossen.

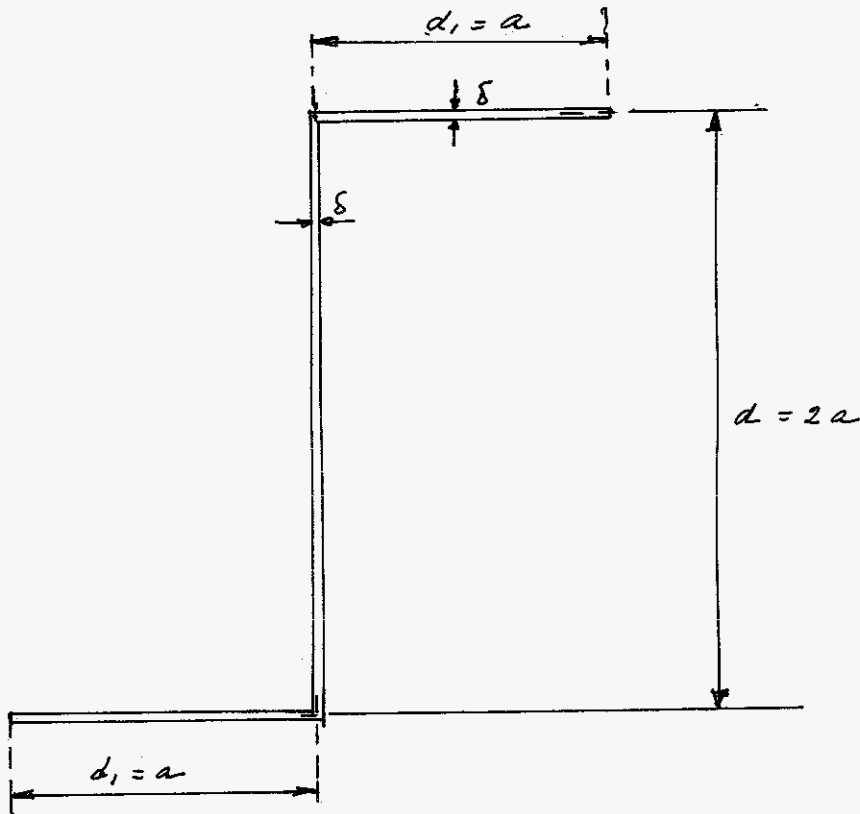
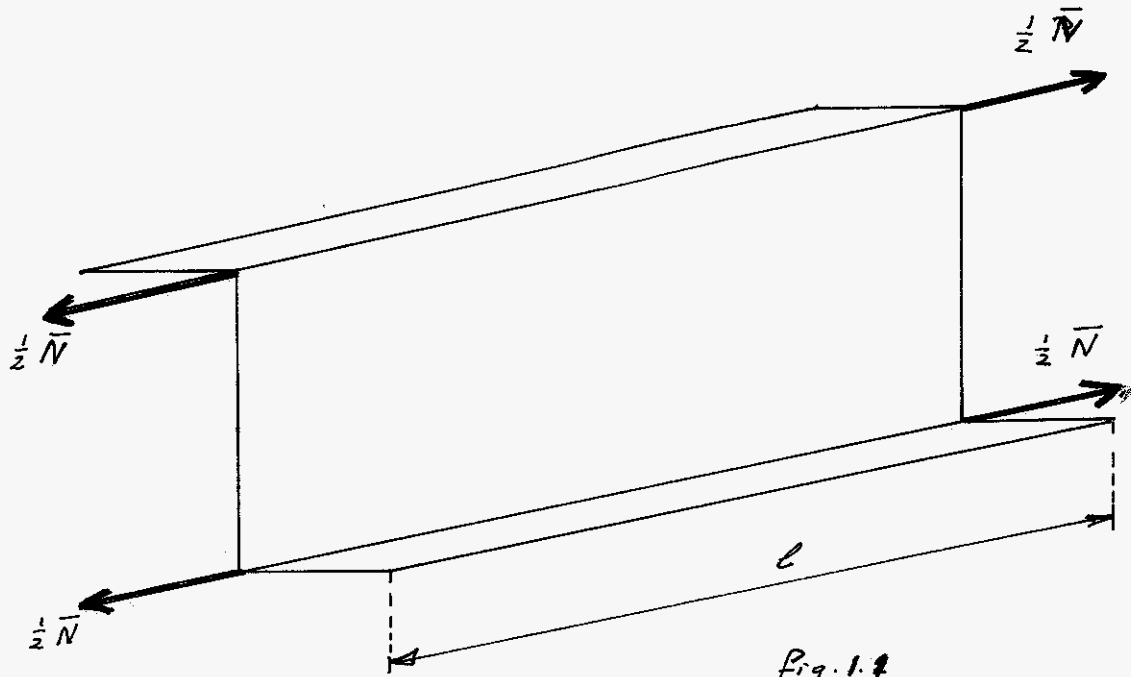
Er wordt dezelfde oplossing gevonden als in WE-64/21.

Bij iedere andere belasting in de eindvlakken kan de hier gegeven theorie worden toegepast.

1. Inleiding

In fig. 1.1 is de hier onderzochte belastingstoestand weer gegeven. Fig. 1.2 geeft de dwarsdoorsnede van de balk.

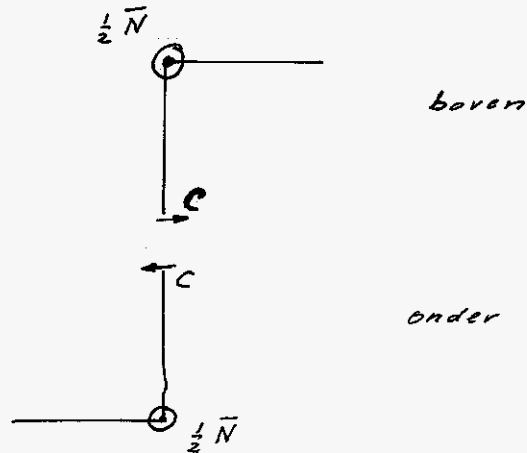
Om het cijferwerk te vereenvoudigen beperken we ons tot een Z-profiel waarvan $d_1 = a$ en $d = 2a$ (voor notaties en tekenafspraken wordt verwezen naar WE-64/21)



Bij de hier onderzochte belasting is m.b.v. Vlasov's theorie de deformatie-en spanningstoestand onderzocht (WE-64/21). Uit dit rapport blijkt duidelijk dat in het kader van Vlasov's theorie de verdeling van de normaalspanningen over de eindvlakken onbelangrijk is, als we ons

bepikken tot het geval dat alleen op het lijf normaalspanningen aangrijpen met als resultante een kracht \bar{N} langs de staafas. De hier gegeven belasting toestand behoort tot dat geval.

We denken ons nu het Z-profiel gesplitst in twee gelijke delen door een snijvlak door de staafas, loodrecht op het lijf. Beide delen zijn - in dit geval - getykbemige hoekprofielen, belast door een kracht $\frac{\bar{N}}{2}$ in het hoekpunt en krachtgrootheden in het snijvlak.



Uit symmetrie beschouwingen tussen "boven" en "onder" volgt dat er in het snijvlak bij C alleen krachten kunnen zijn loodrecht op de staafas. Om dezelfde reden is noodzakelijk dat het punt C niet verplaats en dat de verdraaiing van het bovendeel gelijk is aan die van het onderdeel.

Passen we op een hoekprofiel de theorie van Vlasov toe dan merken we constataren dat deze theorie volledig overeenkomt met de klassieke balkentheorie. De hoofdpool A bij een hoekprofiel is het hoekpunt. Dan is voor ieder punt van de dwarsnede $\omega \equiv 0$. Alle grootheden waarin ω voorkomt en die juist het verschil opleveren tussen Vlasov's en klassieke theorie, zijn nul (zie WE-64/20)

2. Geometrische karakteristieken van het L-profiel

Als coördinatenstelsel in een dwarsdoorsnede wordt het orthogonale x - y stelsel gekozen, dat samenvalt met de centrale hoofdtraagheidsassen van het L-profiel. Omdat het profiel gelijkbenig is, is dit assenstelsel eenvoudig aan te geven (zie fig. 2.1). In het boven en het onder profiel wordt een symmetrisch assenstelsel gekozen.

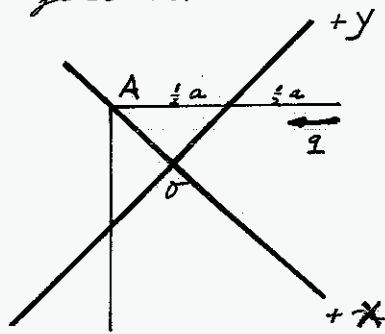
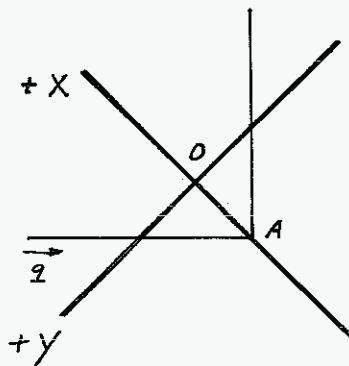


fig. 2.1



Er geldt:

$$J_x = \frac{1}{3} \delta a^3$$

$$J_y = \frac{1}{12} \delta a^3$$

De x -as is aan x en y tegevoegd zodat een rechts orthogonaal coördinatenstelsel ontstaat

De traagheidsmoment van het L-profiel wordt bepaald door de grootte:

$$\frac{1}{2} J_d = \frac{2}{3} a \delta^3$$

Verder zullen we nog nodig hebben de
 grootheden

$$S_x(q)$$

$$S_y(q)$$

waarbij q is aangegeven in fig 2.1 De grootheden
 $S_x(q)$ resp. $S_y(q)$ zijn gedefinieerd als:

$$S_x(q) = \int_{p=0}^q y(p) \delta \, dp$$

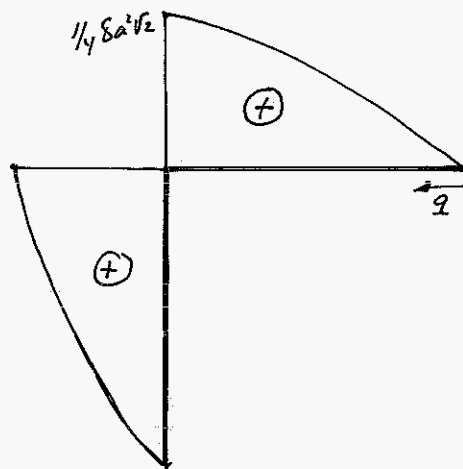
$$S_y(q) = \int_{p=0}^q x(p) \delta \, dp$$

Wanneer we deze integralen berekenen, vinden we:

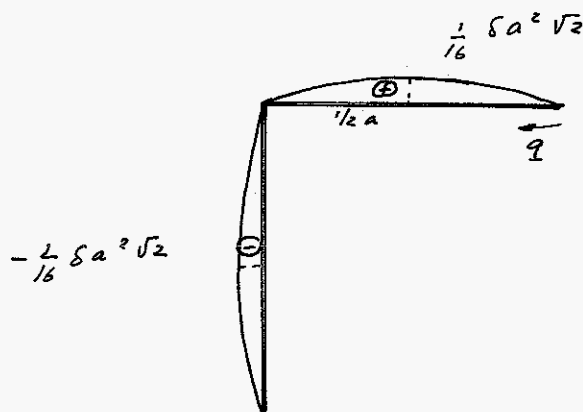
$$S_x(q) = \frac{1}{4} \delta \sqrt{2} (2aq - q^2)$$

$$= \frac{1}{4} \delta \sqrt{2} (aq - q^2) \quad \text{als } 0 \leq q \leq a$$

$$S_y(q) \begin{cases} = -\frac{1}{4} \delta \sqrt{2} [a(q-a) - (q-a)^2] & a \leq q \leq 2a \end{cases}$$



$S_x(q)$



$S_y(q)$

3. Bepaling van de vervormingsgrootheden: 1^o manier

Don een normaalkracht die in het hoekpunt van een L profiel aangrijpt, wordt dit profiel ook gebogen.

Het bovenste gedeelte van het Z-profiel zal daardoor vervormen ten opzichte van het onderste deel.

Wiltten de profielen aan elkaar blijven zitten, dan zal op het snijvlak een krachtwerking moeten zijn. Dientengevolge kunnen dan een dwarsdoorsnede van het L-profiel allerlei krachtgrootheden moeten worden overgedragen.

In fig 3.1 zijn alle krachtgrootheden in een dwarsdoorsnede Z aangegeven. Van boven- en onderprofiel is gebruik gemaakt van de gebonden symmetrie.

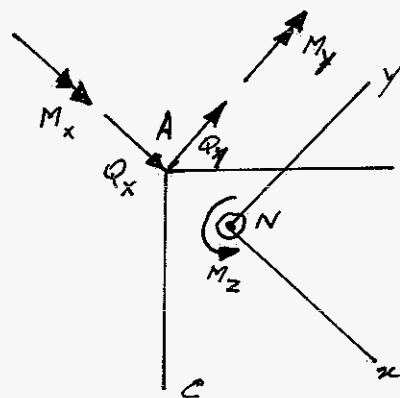
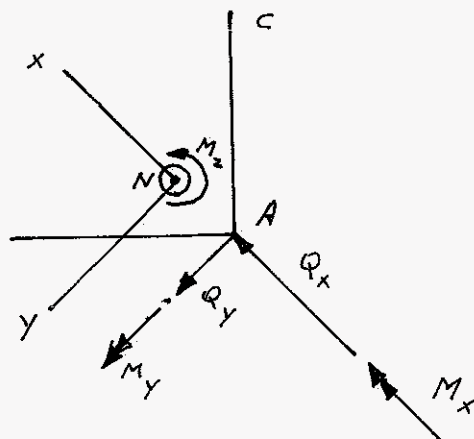


fig. 3.1



De aangrijpingspunten van de dwarskrachten zijn de dwarskrachtenmiddenpunten, d.w.z. de loci van de profielen.

De vervormingstoestand van het L-profiel is bepaald door:

d_x : verplaatsing van A in x-richting

d_y : " " in y-richting

\mathcal{J} : verdraaiing van de doorsnede om A (in x-richting)

Het verband tussen deze grootteën wordt gegeven door de eis dat het punt C niet verplaatst.

Men geldt:

$$A \left(\begin{matrix} 0 \\ -\frac{1}{4} a \sqrt{2} \end{matrix} \right) 0$$
$$C \left(\begin{matrix} \frac{1}{4} a \sqrt{2} \\ -\frac{1}{2} a \sqrt{2} \end{matrix} \right)$$

C verplaatst niet; dus

$$0 = d_x - \left(-\frac{1}{2} a \sqrt{2} + \frac{1}{4} a \sqrt{2} \right) \mathcal{J}$$

$$0 = d_y + \left(\frac{1}{4} a \sqrt{2} + \frac{1}{4} a \sqrt{2} \right) \mathcal{J}$$

of:

$$\begin{array}{|l} d_x = -\frac{1}{2} a \sqrt{2} \mathcal{J} \\ d_y = -\frac{1}{2} a \sqrt{2} \mathcal{J} \end{array}$$

De dwarsdoorsnede van de twee L profielen samen kan slechts een normaalkracht door C overdragen, zoals met het globale evenwicht van een deel van het L-profiel volgt. Dit levert ons de volgende relaties:

$$N = \frac{1}{2} \bar{N}$$
$$2 M_z = \left(\frac{1}{2} Q_x \sqrt{2} + \frac{1}{2} Q_y \sqrt{2} \right) 2 a$$

$$\text{of } M_z = \frac{1}{2} a \sqrt{2} (Q_x + Q_y) \quad (3.1)$$

Uit de klassieke balken theorie weten we dat:

$$M_z = \frac{1}{2} g J_d \cdot \mathcal{J}'$$

$$Q_x = -E J_y \alpha_x'''$$

$$Q_y = -E J_x \alpha_y'''$$

Uit (3.1) volgt dan:

$$\| E a^2 (J_x + J_y) \mathcal{J}''' - g J_d \mathcal{J}' = 0 \quad (3.2)$$

De hierboven formule van de loekverdraaiing stemt in vorm overeen met de door Vlasov gegeven formule als het totale wrijvingsmoment in iedere doorsnede nul is.

Hij is ook quantitatief hetzelfde als we kunnen bewijzen dat:

$$a^2 (J_x + J_y) = J_w$$

waarin J_w in WE-64/21 op pag 7 wordt gegeven.

Omdat in dit geval $d_1 = a$ en $d = 2a$ luidt de uitdrukking van J_w :

$$J_w = \frac{5}{12} \delta a^5$$

$$a^2 (J_x + J_y) = a^2 \left(\frac{1}{3} \delta a^3 + \frac{1}{12} \delta a^3 \right) = \frac{5}{12} \delta a^5$$

Hiervan is bewezen dat (3.2) overeenkomt met het resultaat volgens Vlasov, toegepast op het L-profiel.

$$\text{We nemen } \frac{k^2}{L^2} = \frac{g J_d}{E a^2 (J_x + J_y)} = \frac{g J_d}{E J_w}$$

De oplossing van (3.2) luidt:

$$T = C_0 + C_2 \sinh \frac{k}{c} z + C_3 \cosh \frac{k}{c} z \quad (3.3)$$

Opm:

De in de formules voorkomende grootheid T_d is de torsiestijfheid van het Z-profiel. De torsiestijfheid van het L-profiel hebben we immers $\frac{1}{2} T_d$ genoemd.

Om de constanten C_0 , C_2 en C_3 te bepalen hebben we drie randvoorwaarden nodig. Deze randvoorwaarden moeten we vinden door naar de hele doorsnede te kijken en daaruit voorwaarden af te leiden van de afzonderlijke L-profielen. Onder enige beperking kan gezegd worden:

$$r = 0 \rightarrow T = 0 \quad (\text{dit impliceert } d_x = 0, d_y = 0)$$

Mit symmetrieoverwegingen is aan te tonen dat daarmit volgt:

$$r = l \rightarrow T = 0$$

d.w.z. T is symmetrisch ten opzichte van $r = \frac{l}{2}$.

Mit deze twee randvoorwaarden volgt:

$$C_0 + C_3 = 0$$

$$C_0 + C_2 \sinh k + C_3 \cosh k = 0$$

dus:

$$\begin{aligned} T &= C_0 \left(1 - \frac{1 - \cosh k}{\sinh k} \sinh \frac{k}{c} z - \cosh \frac{k}{c} z \right) = \\ &= C_0 \left(1 - \frac{\cosh \frac{k}{c} (\frac{l}{2} - z)}{\cosh \frac{k}{c}} \right) \end{aligned}$$

De randvoorwaarde waaruit C_0 te bepalen is moet bepaald worden door de manier, waarop de belasting aan de eindvlakken wordt aangebracht. Nog nergens in het voorgaande is getrukt gemaakt van de wijze waarop de belasting wordt aangebracht.

In principe zouden we moeten weten dat de eindelakken spanningloos zijn, uitgezonderd in de snijpunten van lijf en flenzen waar puntkrachten \bar{P} zijn aangebracht. Het is duidelijk dat we dit met de door ons aangenomen grootheden:

$$N, M_x, M_y, Q_y, Q_x, M_z$$

niet kunnen berekenen.

We zullen de "best" passende combinatie moeten kiezen. Bij de hier gevolgde werkwijze is echter geenszins duidelijk wat onder "best passend" verstaan dient te worden.

We zouden echter nog als volgt kunnen redeneren:

De werkelijke belasting van een L-profiel is een puntkracht in het hoekpunt. Deze kracht verplaatsen we naar het zwaartepunt van de doorsnede met inbegrip van een moment

$$M_y = \frac{1}{8} \bar{N} \cdot a\sqrt{2}.$$

Als randvoorwaarden zou dus gekozen kunnen worden:

$$M = 0 \quad (z = l) \Rightarrow M_y = \frac{1}{8} \bar{N} \cdot a\sqrt{2}$$

Met dezelfde gedachten gang moet in de einddoorsneden echter ook gelden:

$$M_x = 0.$$

$$\text{Nu geldt: } M_y = EJ_y d_x'' = -\frac{1}{2} a\sqrt{2} EJ_y d''$$

$$\text{en } M_x = -EJ_x d_y'' = \frac{1}{2} a\sqrt{2} EJ_x d''$$

Het is duidelijk dat de genoemde randvoorwaarden strijdig zijn.

Via de hier gevolgde weg is oplossing van dit probleem dus niet mogelijk omdat geen rand-conditions te vinden zijn. Een energie beschouwing zal ons de oplossing brengen.

4. Bepaling van de vervormingsgrootheden m. b. v. potentiële energie

Het Z-profiel wordt evenals in het voorgaande gesplitst in twee gelijke L-profielen.

De totale elastische energie, opzchooft

De in een dwarsdoorsnede optredende krachtgrootheden zijn aangegeven in fig. 3.1.

De verplaatsing van een dwarsdoorsnede in zijn geheel in z-richting wordt ξ genoemd. De normaalkracht is dan : $N = EF \xi'$ (F: opp. dwarsdoorsnede L-profiel)

Van de buigende momenten geldt:

$$M_x = -EJ_x \alpha_y''$$

$$M_y = EJ_y \alpha_x''$$

Het torsie moment is:

$$M_z = \frac{1}{2} G J_d \vartheta'$$

De totale elastische energie, die in een L-profiel is opzchooft is dan - bij benadering van de elastische energie ten gevolge van afschuiving - :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[EJ_x (\alpha_y'')^2 + EJ_y (\alpha_x'')^2 + \frac{1}{2} G J_d (\vartheta')^2 + EF (\xi')^2 \right] dz$$

De totale elastische energie in het Z-profiel is $2U$.

Om te kunnen berekenen wat de arbeid is, die door de krachten $\frac{\bar{N}}{2}$ verricht wordt, moeten we de verplaatsing van het loekpunt van de L-balk aangeven. Deze verplaatsing is:

$$\xi + \frac{a}{4} \sqrt{2} \alpha_x'$$

De arbeid door de krachten $\frac{\bar{N}}{2}$ verricht is.

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{N}}{2} \left[- \left(\xi + \frac{a}{4} \sqrt{2} \alpha_x' \right)_{z=0} + \left(\xi + \frac{a}{4} \sqrt{2} \alpha_x' \right)_{z=L} \right]$$

De potentiële energie V wordt:

$$V = \int_0^l \left[E J_x (\alpha_y'')^2 + E J_y (\alpha_x'')^2 + \frac{1}{2} g J_d (\vartheta')^2 + E F (f')^2 \right] dz$$

$$- \bar{N} \left[- \left(f + \frac{a}{4} \sqrt{2} \alpha_x' \right)_{z=0} + \left(f + \frac{a}{4} \sqrt{2} \alpha_x' \right)_{z=l} \right]$$

Het vereiste verband tussen α_x , α_y en ϑ is (zie pag. 7)

$$\alpha_x = -\frac{1}{2} a \sqrt{2} \vartheta$$

$$\alpha_y = -\frac{1}{2} a \sqrt{2} \vartheta$$

Dus:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \left[E (J_x + J_y) a^2 (\vartheta'')^2 + g J_d (\vartheta')^2 + 2 E F (f')^2 \right] dz$$

$$- \bar{N} \left[- \left(f - \frac{1}{4} a^2 \vartheta' \right)_{z=0} + \left(f - \frac{1}{4} a^2 \vartheta' \right)_{z=l} \right]$$

De variatie van V moet nul zijn.

$$\text{Stel } \bar{\vartheta} = \vartheta + \varepsilon \eta \quad \text{of} \quad \delta \vartheta = \varepsilon \eta$$

$$\bar{f} = f + \varepsilon \mu \quad \text{of} \quad \delta f = \varepsilon \mu$$

Dan geldt:

$$\delta V = \varepsilon \int_0^l \left[E (J_x + J_y) a^2 \eta'' + g J_d \eta' + 2 E F \mu' \right] dz$$

$$- \bar{N} \varepsilon \left[- \left(\mu - \frac{1}{4} a^2 \eta' \right)_{z=0} + \left(\mu - \frac{1}{4} a^2 \eta' \right)_{z=l} \right] = 0$$

voor alle mogelijke η en μ (er zijn hier geen geometrische beperkingen)

Kies allereerst die

we kunnen bovengenoemde uitdrukking met behulp van partiële integratie in de volgende vorm brengen:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \left[\left\{ -E(\gamma_x + \gamma_y) a^2 \mathcal{D}''' + g \mathcal{D}_d \mathcal{D}' \left\{ \eta' - 2EFf''\mu \right\} \right\} dz + \right. \\
 & \left. \left[E(\gamma_x + \gamma_y) a^2 \mathcal{D}'' \eta' \right]_{z=l} - \left[E(\gamma_x + \gamma_y) a^2 \mathcal{D}'' \eta' \right]_{z=0} + \right. \\
 & \left. \left[2EFf'\mu \right]_{z=l} - \left[2EFf'\mu \right]_{z=0} + \right. \\
 & \left. - \bar{N} \left[-\left(\mu + \frac{1}{4} a^2 \eta' \right)_{z=0} + \left(\mu - \frac{1}{4} a^2 \eta' \right)_{z=l} \right] = 0 \right. \\
 & \hspace{20em} (4.1)
 \end{aligned}$$

Kies allereerst die groep van variaties, waarvan aan de randen $z=0$ en $z=l$ gte. geldt:

$$\mu = 0, \quad \eta' = 0$$

De stoktermen verdwijnen dan.
Er blijft over:

$$\int_0^l \left[\left\{ -E(\gamma_x + \gamma_y) a^2 \mathcal{D}''' + g \mathcal{D}_d \mathcal{D}' \left\{ \eta' - 2EFf''\mu \right\} \right\} dz = 0 \right.$$

Hiervit volgt:

$$-E(\gamma_x + \gamma_y) a^2 \mathcal{D}''' + g \mathcal{D}_d \mathcal{D}' = 0$$

Deze vergelijking komt overeen met (3.2)

Verder volgt:

$$f'' = 0 \quad \text{d.w.z.} \quad N \text{ is constant.}$$

Vol dit resultaat volden we voegen.

Bewezen is nu dat ~~van~~ (4.1) de integraal identiek nul is.

Door een geschikte keuze van de variaties μ en η' is te bewijzen dat gelden moet:

$$N = 0 \quad \bar{N} = 2EFf' \quad \text{of} \quad N = \frac{\bar{N}}{2}$$

$$\text{en } \bar{N} \cdot \frac{1}{4} a^2 = -E(I_x + I_y) a^2 \mathcal{J}''$$

$$h = l \quad N = \frac{\bar{N}}{2}$$

$$\bar{N} \cdot \frac{1}{4} a^2 = -E(I_x + I_y) a^2 \mathcal{J}''$$

De hier gevonden randvoorwaarden zijn dezelfde als die volgens de theorie van Blasov (zie WE-64/21 pag. 10)

Daar wordt om $z=0$ en $z=l$ geëist:

$$B = \bar{N} \cdot \bar{w}$$

$$\text{met } B = -E I_w \mathcal{J}'' = -E(I_x + I_y) a^2 \mathcal{J}''$$

$$\text{en } \bar{w} = \frac{a^2}{4}$$

Van de derde randvoorwaarde die we voor \mathcal{J} nodig hebben, kunnen we kiezen $\mathcal{J} = 0$.

Analoog met het behandelde in WE-64/21 vinden we dus:

$$\mathcal{J}(z) = \frac{\bar{N} \cdot \frac{a^2}{4}}{g I_x} \left[1 - \frac{\cosh \frac{k}{l} \left(\frac{l}{2} - z \right)}{\cosh \frac{k}{2}} \right]$$

5. De berekening van de spanningsverdeling

De in een willekeurige dwarsdoorsnede optredende normaalspanning zijn het gevolg van de normaalkracht N en de buigende momenten M_x en M_y .

Het is bekend dat geldt:

$$\sigma_z = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x$$

of anders geschreven:

$$\sigma_z = \frac{N}{F} - E \alpha_x'' \cdot x - E \alpha_y'' \cdot y$$

In het hier beschouwde geval geldt:

$$N = \frac{\bar{N}}{2} \text{ , dus :}$$

$$\sigma_z = \frac{\bar{N}}{2F} + \frac{1}{2} a \sqrt{2} E \vartheta'' (x+y) \quad (5.1)$$

In fig. 5.1 is aangegeven hoe de tweede term uit (5.1) als functie van de plaats meandert.

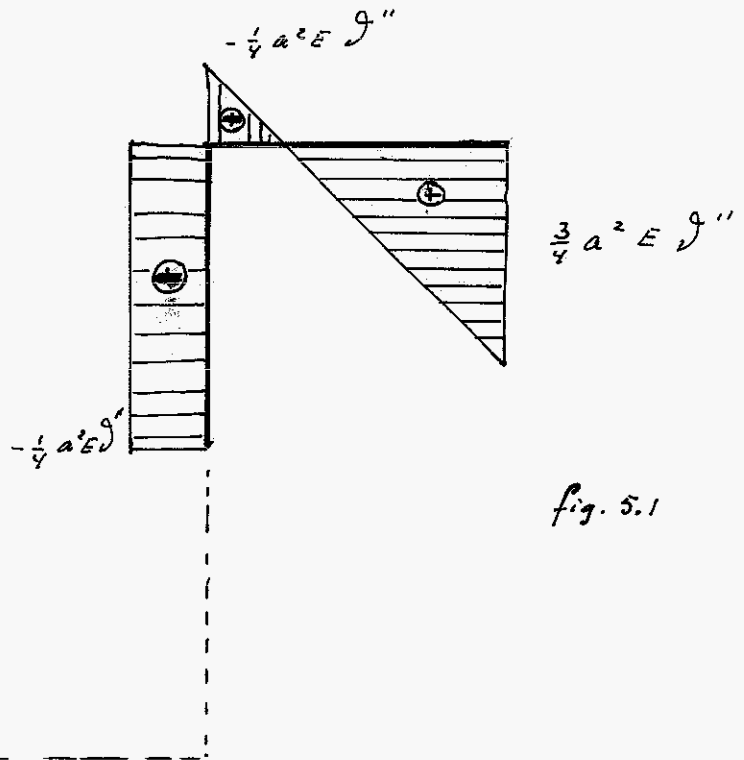


fig. 5.1

Vergeleken we deze normaalspanningsverdeling met die volgens WE-64/21 (pag. 13 en pag. 5) dan kunnen we totale overeenstemming constateren. Immers door Blasens wordt de normaalspanning gegeven in:

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\bar{N}}{2F} + \frac{B}{J_w} \omega$$

$$\text{met } B = -E J_w \mathcal{J}''$$

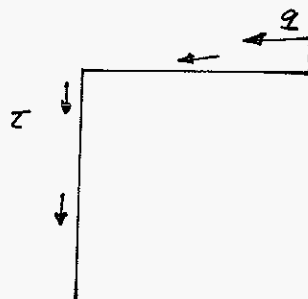
$$\text{dus } \bar{\sigma}_z = \frac{\bar{N}}{2F} - E \mathcal{J}'' \omega$$

Op pag. 5 van WE-64/21 is getekend hoe ω afhangt van de plaats in de doorsnede. Het daar getekende verloop stemt volkomen overeen met fig. 5.1.

Opn:

We moeten opmerken dat in dit rapport het oppervlak van het L-profiel F is genoemd, terwijl in WE-64/21 het oppervlak van het Z-profiel F is genoemd.

De schuifspanningsverdeling in een dwarsdoorsnede is bepaald door het wrijvend moment M_z en door de dwarskrachten Q_x en Q_y . Ten gevolge van de dwarskrachten Q_x en Q_y ontstaat een gelijkmatig over de dikte van het profiel verdeelde schuifspanning τ .
Nemen we de schuifspanning positief zoals hionder aangegeven en leggen we een punt van de profiellijn vast dan de waarde van q , dan volgt τ uit formule (5.2)



$$\begin{aligned}
 \tau_s &= -\frac{Q_x}{J_y} S_y(q) - \frac{Q_y}{J_x} S_x(q) = \\
 &= E \alpha_x''' S_y(q) + E \alpha_y''' S_x(q) = \\
 &= -\frac{1}{2} a \sqrt{2} E \mathcal{J}''' (S_y(q) + S_x(q)) \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

waarbij $S_y(q)$ en $S_x(q)$ bekend zijn op pag. 5 van dit rapport.

In fig 5.2 wordt het schuifspanningsverloop weergegeven.

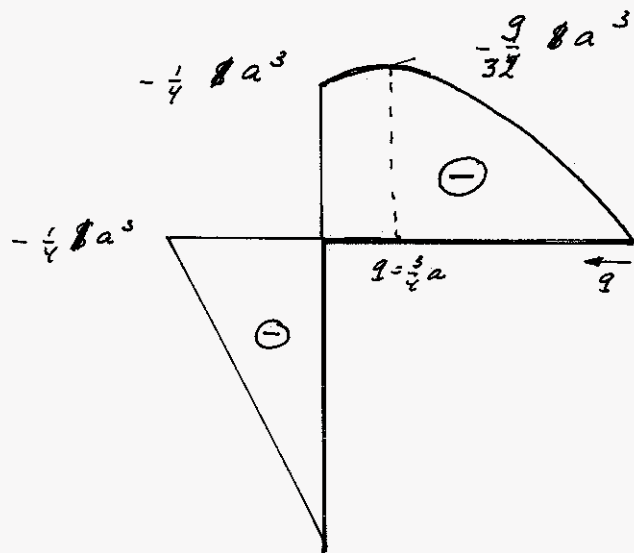


fig 5.2

In formule

$$\tau = -\frac{1}{4} a E \mathcal{J}''' (3aq - 2q^2) \quad 0 \leq q \leq a$$

$$\tau = -\frac{1}{4} a E \mathcal{J}''' (-aq + 2a^2) \quad a \leq q \leq 2a$$

Deze formules stemmen overeen met de gegeven uitdrukkingen in WE-64/21 pag. 14.

ook de linear met de afstand tot de profiel bij meandruende schuifspanning komt overeen met die volgens uit de theorie van Blasch.

6. Opmerkingen

In het voorgaande is aangetoond dat het op vrij elementaire wijze mogelijk is de Spannings- en deformatieverdeling bij het hier beschouwde probleem aan te geven. Het vinden van de geschikte randvoorwaarden is gebeurd met behulp van het principe van de minimale potentiële energie. Worden andere randvoorwaarden gebruikt dan hieruit volgen, dan is er een variatie van het vervormingsveld te geven, zodat de daarbij lozende variatie van de potentiële energie niet nul is. Dit probleem is een voorbeeld van een vraagstuk waarbij het hanteren van energieprincipes veel voordeliger heeft boven het werken met de krachtresultanten. We zouden dan ook wensen dat dit in grotere mate zou ingesien worden.

We menen uit dit en andere voorbeelden de volgende hypothese te kunnen afleiden: De balkentheorie volgens Blesov toegepast op lange balken opgebouwd uit vlakke platen stemt overeen met de elementaire theorie, toegepast op zodanige delen van de balk, dat ieder deel welvingsvrij is, waarbij er zorg voor wordt gedragen dat de delen ten opzichte van elkaar niet verplaatst worden.

Eindhoven, 27 oktober 1964



in . J.D. JANSSEN

Grp Techn. Mech.