

## Parameter variatie bij het Chua circuit

**Citation for published version (APA):**

Wouters, J. A. G. (2005). *Parameter variatie bij het Chua circuit*. (DCT rapporten; Vol. 2005.048). Technische Universiteit Eindhoven.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/2005

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Parametervariatie bij het Chua circuit

J.A.G. Wouters  
0529393

DCT nr.: 2005.48

Begeleiders: Ir. L. Kodde  
R. van der Steen

Eindhoven, 09 mei 2005

## Inhoudsopgave

Inleiding .....	2
1. Chua circuit.....	3
2. Realisatie Chua circuit .....	5
2.1 De spoel.....	5
2.2 Negatieve weerstand .....	7
3. Analyse losse componenten.....	10
3.1 Analyse spoel.....	10
Theorie spoel.....	10
Meetmethode .....	10
Bepaling parameterconstanten.....	11
3.2 Analyse negatieve weerstand .....	14
Theoretische functie .....	14
Statische gevoeligheid.....	14
Bepaling toleranties .....	18
Conclusie .....	20
Literatuurlijst .....	21
Bijlagen.....	22
Bijlage A: Symbolenlijst.....	22
Bijlage B: Afleiding spoelconstanten .....	22
Bijlage C: Afwijking bode diagrammen circuit 2 .....	24
Bijlage D: Afleiding parameters negatieve weerstand.....	25

## Inleiding

Het Chua circuit is een elektronische realisatie van een set niet-lineaire differentiaalvergelijkingen. Het gedrag van dit gerealiseerde circuit komt niet precies overeenkomen met de theorie, zoals die volgt uit de differentiaalvergelijkingen. De oorzaken van deze afwijkingen moeten achterhaald worden. In dit verslag worden de afwijkingen van de spoel en van de negatieve weerstand geanalyseerd.

De waarde van de spoelconstante is afhankelijk van de gebruikte condensatoren en weerstanden. Door fabricage toleranties zullen de gebruikte weerstanden en condensatoren afwijken van hun nominale waarden. Hierdoor zal ook verschil optreden tussen de waarde van gerealiseerde spoelen. Er is onderzocht wat de afwijking is tussen de spoelconstante die berekend wordt aan de hand van de nominale weerstand- en condensatorwaarden, en de spoelconstante die wordt berekend aan de hand van de gemeten weerstand- en condensatorwaarden. Bovendien is ook de spoelconstante van de gerealiseerde spoel gemeten, zodat deze gemeten waarde ook vergeleken kan worden met de berekende waarden.

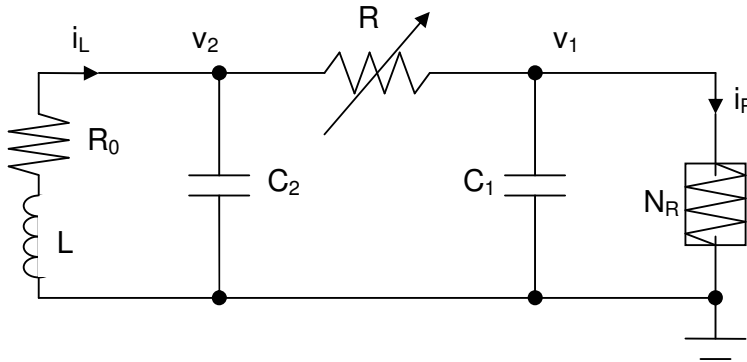
Voor de negatieve weerstand is het verloop afhankelijk van de weerstanden en de maximale uitgangsspanning van de operationele versterker. De gevoeligheid ten aanzien van de weerstanden is bepaald om erachter te komen welke weerstand de meeste invloed heeft op het verloop van de negatieve weerstand. Tevens is er onderzocht wat de afwijkingen zijn tussen het verloop dat berekend is aan de hand van gemeten weerstandswaarden en het gemeten verloop van de gerealiseerde negatieve weerstanden.

# 1. Chua circuit

In de dynamica wordt veel onderzoek gedaan naar het verschijnsel chaos. Er is al op allerlei manieren geprobeerd om het begrip chaos beter te begrijpen. Aan de hand van een praktische uitvoering van een dynamisch systeem waarin deze chaos voorkomt wil men beter grip krijgen op die chaos. Hiervoor is geprobeerd verschillende praktische niet-lineaire dynamische systemen te realiseren. Tot nu toe bestaan er voornamelijk elektronische circuits als realisatie, deze hebben het voordeel dat de chaos die ontstaat gemakkelijk waarneembaar is. Een bekende elektronische realisatie om de chaos beter te begrijpen is vernoemd naar mijnheer Chua. Dit zogehete Chua circuit heeft een belangrijke plaats ingenomen, dit komt vooral doordat het een eenvoudig circuit is. Het bestaat namelijk, op één na, uit allemaal lineaire componenten. (Santoboni, 2000) In figuur 1.1 is het Chua circuit schematisch weergegeven, hierin is te zien dat het Chua circuit bestaat uit de volgende vijf componenten:

- Variabele weerstand  $R$
- Condensator  $C_1$
- Condensator  $C_2$
- Spoel  $L$  met interne weerstand  $R_0$
- Negatieve weerstand  $N_R$

De negatieve weerstand  $N_R$  is de enige niet-lineaire component van het gehele circuit.

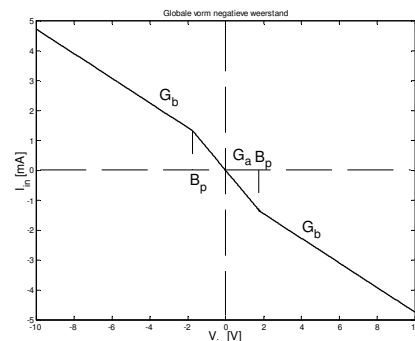


Figuur 1.1: Schematische weergave Chua circuit

Bij dit circuit horen de volgende drie differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{cases} C_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{R}(v_2 - v_1) - f(v_1) \\ C_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{R}(v_1 - v_2) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -v_2 - R_0 i_L \end{cases} \quad [1.1]$$

Hierin staan  $v_1$  en  $v_2$  voor de spanningen over de condensatoren  $C_1$  en  $C_2$ .  $i_L$  is de stroom die door spoel  $L$  loopt,  $R$  is de variabele weerstand en  $R_0$  is de interne weerstand van spoel  $L$ . De niet-lineaire negatieve weerstand  $N_R$  zit verwerkt in de functie  $f(v_1)$ . Het verloop van deze functie is gegeven in figuur 1.2. Deze functie bestaat uit drie lineaire gedeeltes die in elkaar over lopen.



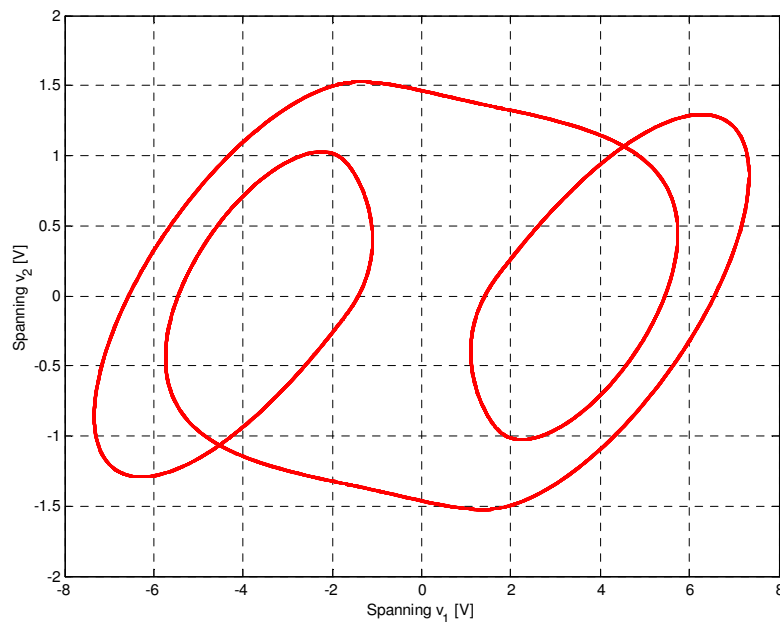
Figuur 1.2: Schematische weergave negatieve weerstand

De formule van de niet-lineaire functie ziet er als volgt uit:

$$f(v_1) = G_b v_1 + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v_1 + B_p| - |v_1 - B_p|) \quad [1.2]$$

De spanning waarbij de lineaire gedeeltes in elkaar overlopen, wordt gegeven door  $B_p$  en de hellingen van de lineaire gedeeltes door  $G_a$  en  $G_b$ .

Met behulp van Matlab kan er een oplossing van de differentiaalvergelijkingen berekend worden. Bij deze differentiaalvergelijking is er één variabele, de waarde van de variabele weerstand  $R$ . Als voorbeeld is in figuur 1.3 de oplossing van de differentiaalvergelijkingen weergegeven met de weerstandswaarde  $R = 1800 \Omega$ .



**Figuur 1.3:** Een mogelijke oplossing van de differentiaalvergelijkingen

## 2. Realisatie Chua circuit

Om het gedrag van het gerealiseerde Chua circuit beter te begrijpen zullen de vijf afzonderlijke componenten geanalyseerd moeten worden. De vraag is namelijk of deze wel hetzelfde gedrag vertonen als hun wiskundige functie beschrijft. De gebruikte weerstanden en condensatoren zullen namelijk altijd een afwijking hebben ten opzichte van hun nominale waarde, wat een invloed zal hebben op het gedrag. Door het meten van de werkelijke waarden is het mogelijk deze meetwaarden te gebruiken in de differentiaalvergelijkingen en daardoor een betere beschrijving van het gedrag te maken.

Ook is gebleken dat niet elk gerealiseerd circuit hetzelfde gedrag vertoont. Om uiteindelijk een realisatie te maken die aan de wiskundige beschrijving voldoet, zullen de verschillen tussen de circuits ook geanalyseerd moeten worden. Als men weet waar de verschillen door ontstaan is het pas mogelijk een “perfect” circuit te maken.

Van de vijf componenten van het Chua circuit zijn de variabele weerstand en de beide condensatoren los verkrijgbaar. De spoel en de negatieve weerstand zijn ingewikkelder, deze componenten worden namelijk gerealiseerd door gebruik te maken van operationele versterkers, ook wel opamp's genoemd.

Een operationele versterker is een elektronisch onderdeel die het spanningsverschil tussen de 2 ingangen versterkt en dat signaal weer uitstuurt. Een ideale opamp heeft 2 belangrijke eigenschappen, de versterking wordt oneindig hoog veronderstelt en er loopt geen stroom door de ingangen van de opamp. Hoe de spoel en de negatieve weerstand zijn opgebouwd wordt verder uitgewerkt in de paragrafen 2.1 en 2.2.

### 2.1 De spoel

In het Chua circuit wordt een spoel gerealiseerd door gebruik te maken van een elektrische schakeling met daarin verschillende weerstanden, condensatoren en operationele versterkers. Dit wordt gedaan omdat deze schakeling compacter is dan een echte spoel, ook heeft deze methode het voordeel dat de spoelwaarde gemakkelijker te wijzigen is. Voor de realisatie zijn twee mogelijke schakelingen onderzocht, spoel A en B. De schematische weergave van deze beide schakelingen zijn te zien in figuur 2.1. Aan de hand van deze schakelingen is een theoretische spoelwaarde te bepalen door gebruik te maken van de impedantie van de spoel:

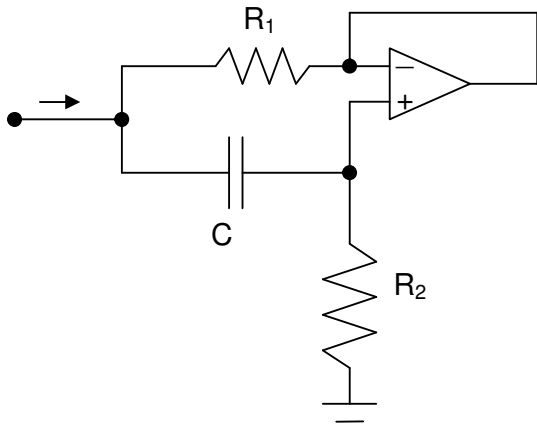
$$Z = \frac{V}{I} = j\omega L \quad [2.1]$$

hieruit volgt dat de spoelwaarde voor de beide schakelingen gegeven wordt door:

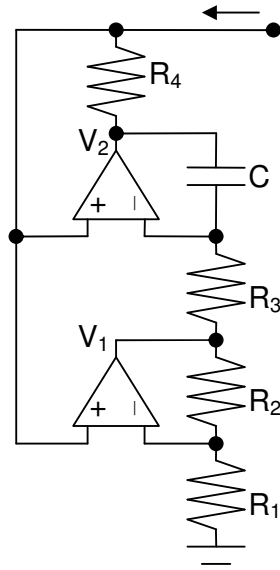
$$\text{Spoel A: } L = R_1 \cdot R_2 \cdot C \quad [2.2]$$

$$\text{Spoel B: } L = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot C}{R_2} \quad [2.3]$$

In bijlage B wordt de uitwerking van deze formules nader verklaard.

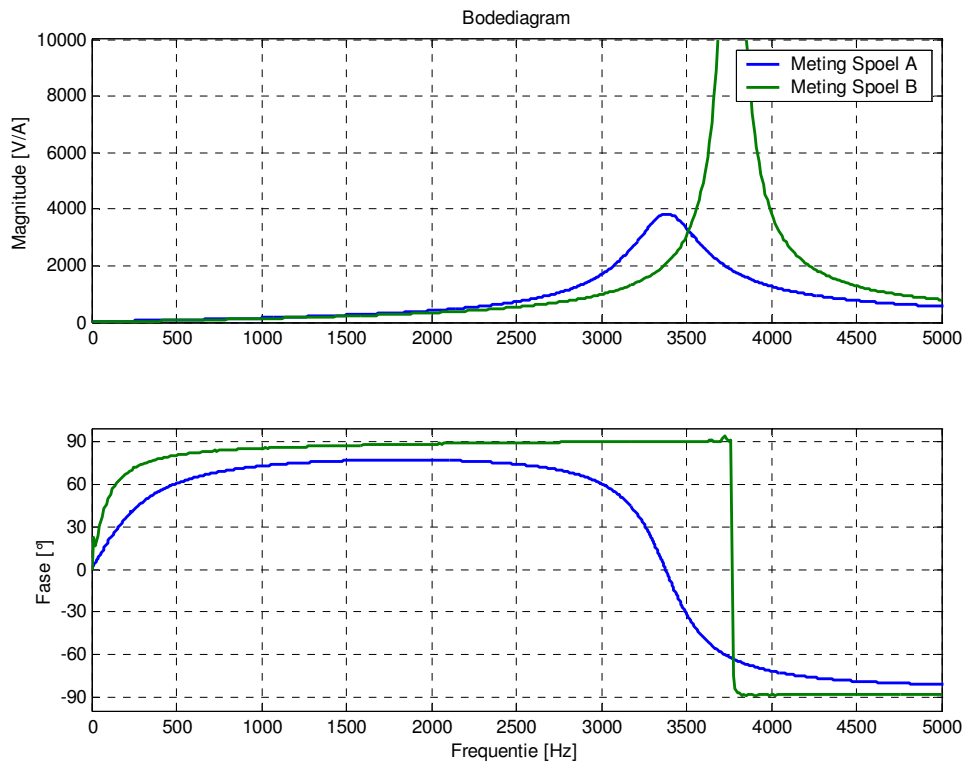


**Figuur 2.1a: Spoel A**



**Figuur 2.1b: Spoel B**

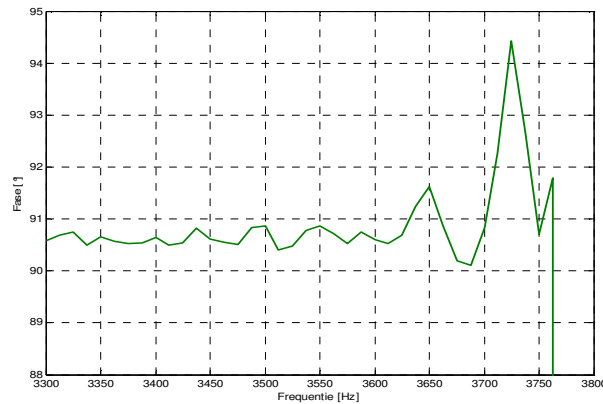
Om de beide spoelen beter te analyseren wordt er een bode diagram gemaakt van de impedantie van een LC-kring. In deze LC-kring staat de gerealiseerde spoel parallel aan een condensator en wordt er over deze schakeling een spanning gezet. Hier wordt nader op ingegaan in paragraaf 3.1. In dit bode diagram, zie figuur 2.2, is te zien dat spoel B meer op een ideale spoel lijkt dan spoel A. Spoel B heeft namelijk een smallere piek en zal dus een kleiner gebied van frequenties versterken. Bovendien zullen deze frequenties een grotere versterking krijgen, want de piek is hoger.



**Figuur 2.2: Bode diagram van de beide LC-kringen**



In het fasediagram is ook duidelijk te zien dat spoel B meer op een ideale spoel lijkt, de omslag van +90 naar -90 graden is veel scherper dan bij spoel A. In dit fasediagram is ook een vreemd verschijnsel te zien. De uitvergroting van het fasediagram, zie figuur 2.3, laat dit verschijnsel goed zien. Net voor de omslag van +90 naar -90 komt de gemeten fase namelijk boven de +90 graden uit.

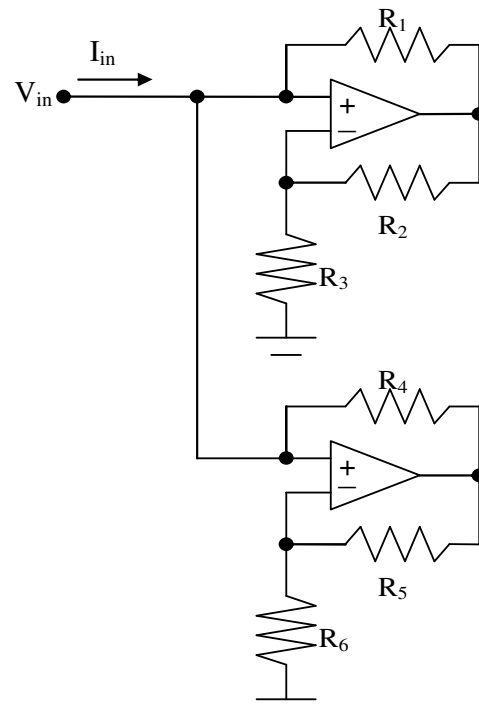


**Figuur 2.3: Ingezoomd fasediagram Spoel 2**

De reden waarom dit gebeurt is nog niet duidelijk, hiervoor is nader onderzoek vereist. Bij de realisatie van het Chua circuit blijkt dat spoel B niet altijd werkt. Het is de vraag of dit vreemde verschijnsel de oorzaak is van deze disfunctionaliteit. Vanwege dit probleem wordt er in het Chua circuit momenteel gebruik gemaakt van spoel A.

## 2.2 Negatieve weerstand

In het Chua circuit wordt gebruik gemaakt van een negatieve weerstand, deze wordt gerealiseerd met behulp van weerstanden en operationele versterkers. In figuur 2.4 is de schakeling die de negatieve weerstand voorstelt schematisch weergegeven. De weerstanden die in de schakeling gebruikt zijn zullen nooit identiek zijn, net zoals de operationele versterkers verschillen zullen vertonen. Deze afwijkingen tussen de verschillende opamp's zijn ook afhankelijk van het type opamp dat is gebruikt. Om deze verschillen enigszins zichtbaar te maken is ervoor gekozen om met twee verschillende opamp's, de TL082 en de LM741, deze negatieve weerstand te realiseren en door te meten.

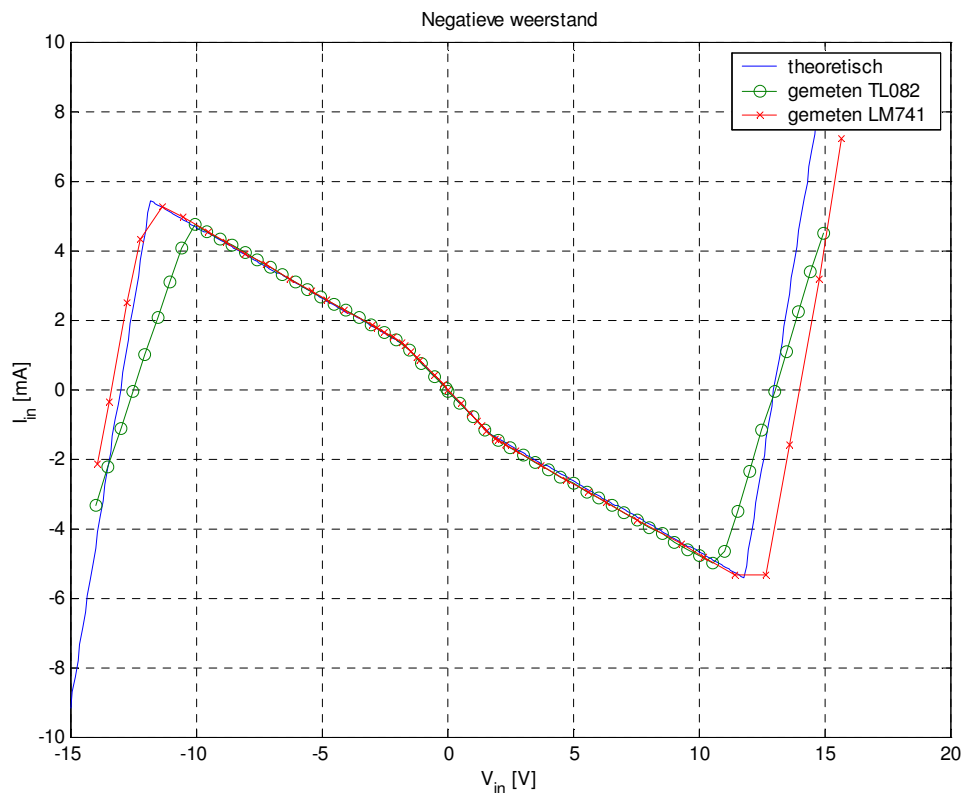


**Figuur 2.4: Schematische weergave negatieve weerstand**

De resultaten van deze metingen zijn te zien in figuur 2.5, om de gerealiseerde opamp te vergelijken met de theorie is ook het theoretische verloop van de negatieve weerstand weergegeven. Dit theoretische verloop wordt bepaald aan de hand van formule [1.2]. Wel zal deze formule verder uitgebreid moeten worden, omdat bij de metingen de spanning zo ver opgevoerd is, waardoor er een tweede breekpunt wordt bereikt. De formule komt er dan als volgt uit te zien:

$$f(v_1) = G_c v_1 + \frac{1}{2}(G_b - G_c)(|v_1 + B'_p| - |v_1 - B'_p|) + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v_1 + B_p| - |v_1 - B_p|) \quad [2.4]$$

De waarden voor de parameters  $B_p$ ,  $B'_p$ ,  $G_a$ ,  $G_b$  en  $G_c$  zijn afhankelijk van de gebruikte weerstandswaarden en de maximale uitgangsspanning. Hoe het verband tussen deze parameters en de weerstandswaarden eruit ziet wordt verder uitgewerkt in hoofdstuk 3 bij de analyse van de negatieve weerstand.



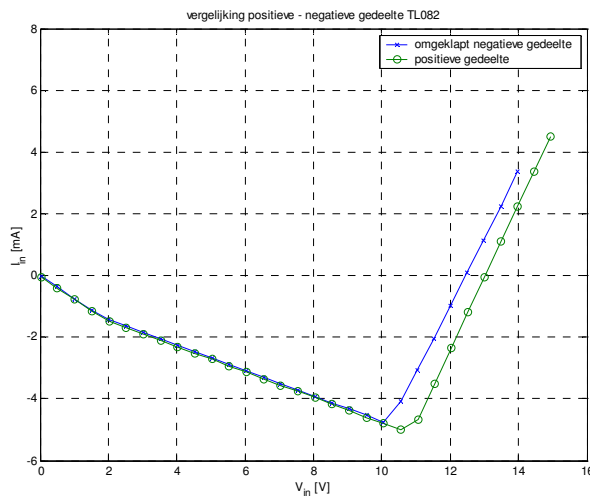
**Figuur 2.5: Verloop van de negatieve weerstand van het Chua-circuit**

Het verloop van de negatieve weerstand is op te delen in drie verschillende gedeeltes. Het middelste gedeelte is het “steile” lineaire negatieve gedeelte, hierin hebben de beide opamp’s hun maximale waarde nog niet bereikt. Daarnaast bevindt zich het “zwakke” lineaire negatieve gedeelte, hier heeft een van de twee opamp’s zijn maximale waarde bereikt. Het buitenste gedeelte heeft een positieve helling, hier zijn beide opamp’s niet meer in werking en bestaat de helling uit een parallelschakeling van twee positieve weerstanden.

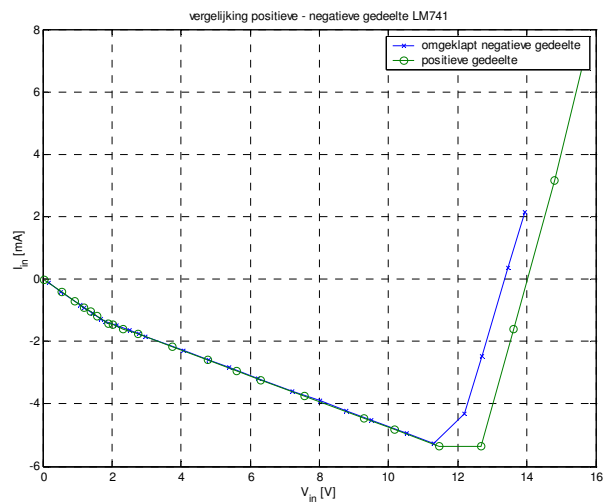
In de figuur is te zien dat de theorie en praktijk goed overeenkomen op het middelste gedeelte, juist daar waar de opamp's werken. Het positieve gedeelte verschilt veel van elkaar, terwijl dit juist gerealiseerd wordt door reële weerstanden. De LM741 heeft wel dezelfde positieve helling als theoretische berekend, dit in tegenstelling tot de TL082.

De breekpunten van de beide negatieve weerstanden verschillen van elkaar. De voornaamste reden hiervoor ligt bij de maximale uitgangsspanning van de opamp's. In de theorie is deze niet per opamp apart ingegeven, maar hier is gekozen voor een vaste waarde van 13 volt. Bij de analyse van de gerealiseerde circuits die volgt in hoofdstuk 3 is hier wel rekening mee gehouden.

Volgens de theoretische functie van formule 1.2 zal de niet-lineaire weerstand puntsymmetrisch moeten zijn om de oorsprong. In werkelijkheid zal er verschil zitten tussen het positieve en negatieve gedeelte. Voor beide metingen zijn de positieve en negatieve gedeeltes met elkaar vergeleken. In figuur 2.6 is de meting van de TL082 te zien en in figuur 2.7 die van de LM741.



**Figuur 2.6: Vergelijking positieve en negatieve gedeelte TL082**



**Figuur 2.7: Vergelijking positieve en negatieve gedeelte LM741**

Uit figuur 2.6 en 2.7 is op te maken dat de breekpunten van de beide opamp's niet symmetrisch liggen. Het negatieve gedeelte klappt eerder om naar een positieve helling dan het positieve gedeelte. Dit wil zeggen dat de positieve maximale uitgangsspanning groter is dan die aan de negatieve kant.

### 3. Analyse losse componenten

In het vorige hoofdstuk is uitgelegd welke componenten er in een Chua circuit gebruikt zijn. Om de werking van het Chua circuit zo goed mogelijk te laten beschrijven door de theorie zullen de parameterwaarden die in de theorie gebruikt worden gelijk moeten zijn aan de werkelijke waarden. Om deze reden zijn alle gebruikte weerstanden en condensatoren gemeten. Hiermee zijn de waarden van de condensatoren  $C_1$  en  $C_2$  bekend. Deze metingen bevatten nog steeds onzekerheden, maar daar kan niet aan worden ontkomen. Voor de spoel en de negatieve weerstand zal met deze gemeten waarden het theoretische gedrag van de componenten berekend worden. Dit theoretische gedrag zal vergeleken worden met de metingen. De circuits die gemeten zijn hebben de AD712 als operationele versterker. Al deze metingen en analyses zijn uitgevoerd voor twee circuits, hierdoor is het mogelijk om ook deze beide gerealiseerde circuits met elkaar te vergelijken.

#### 3.1 Analyse spoel

##### Theorie spoel

In het Chua circuit wordt gebruik gemaakt van spoel A uit paragraaf 2.1. De schakeling van de spoel is weergegeven in figuur 2.1a. Vergelijking 2.2 laat zien hoe de spoelconstante theoretisch berekend wordt. De daarvoor benodigde nominale en gemeten waarden zijn in tabel 3.1 weergegeven. Als met deze waarden de spoelconstanten berekend worden volgt dat de spoel nominaal een waarde van 22.0 mH moet hebben. De spoel van circuit 1 moet volgens de theorie een waarde van 24.2 mH hebben en spoel 2 een waarde van 24.5 mH.

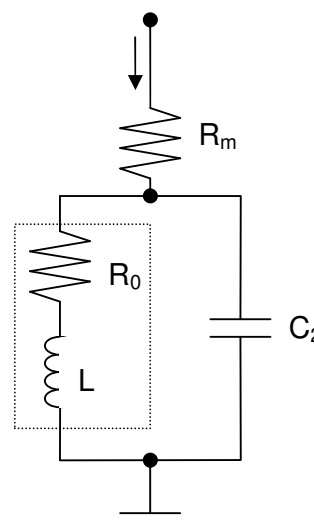
**Tabel 3.1: Nominale en gemeten waarden**

onderdeel	nominale waarde	gemeten waarde spoel 1	gemeten waarde spoel 2
$R_1$	22 $\Omega$	23.1 $\Omega$	22.9 $\Omega$
$R_2$	100 k $\Omega$	99.8 k $\Omega$	100.2 k $\Omega$
C	10 nF	10.50 nF	10.68 nF

##### Meetmethode

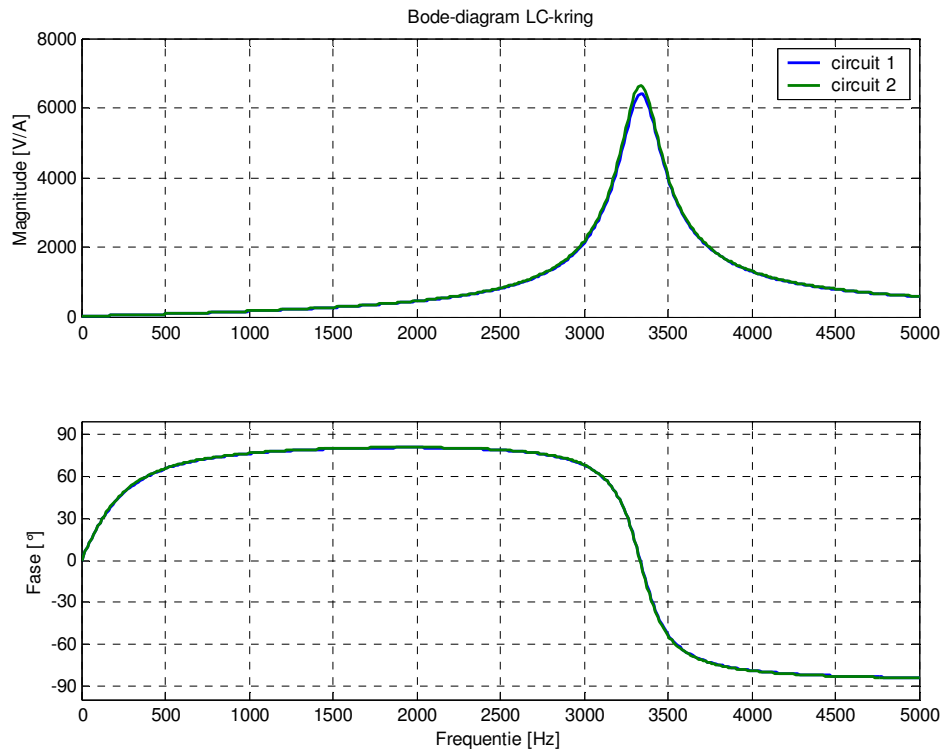
De vraag is nu of de gerealiseerde spoelen inderdaad de berekende spoelconstanten van 24.2 en 24.5 mH hebben. Om dit te weten te komen is het nodig de spoel parallel aan een condensator  $C_2$  te zetten zodat een LC-kring ontstaat, zie figuur 3.1. De spoel wordt hierin weergegeven door L met interne weerstand  $R_0$ . Om de stroom die loopt te meten wordt gebruik gemaakt van een weerstand  $R_m$  van 10  $\Omega$ . Het spanningsverschil over deze weerstand is een maat voor de stroom die loopt, volgens de formule:

$$I = \frac{V}{R_m} \quad [3.1]$$



**Figuur 3.1: LC-kring**

Door nu de spanning te delen door de stroom krijgt men de impedantie van de LC-kring, deze is afhankelijk van de frequentie van de spanning. Met behulp van Siglab is deze impedantie van beide LC-kringen gemeten, het bode diagram daarvan is in figuur 3.2 weergegeven.



**Figuur 3.2: Bode diagram van gemeten LC-kringen**

### Bepaling parameterconstanten

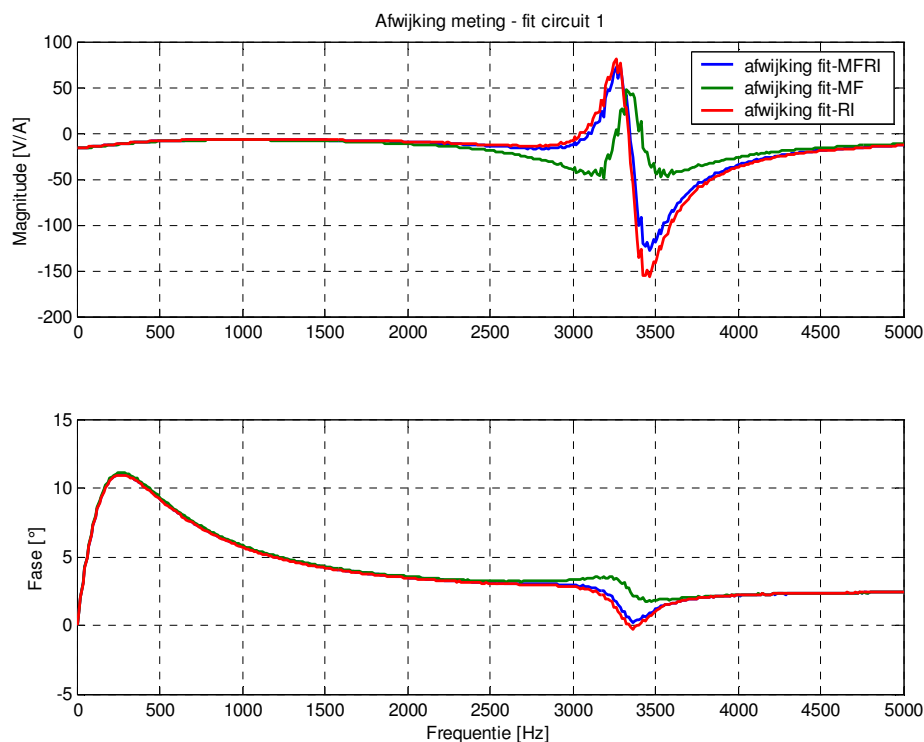
Met behulp van de impedantie kunnen de parameterconstanten berekend worden. Hiervoor moet een fit gemaakt worden door de meetpunten. De formule van deze fit wordt gegeven door de impedantie van de LC-kring te bepalen. Deze formule is weergegeven in vergelijking 3.2.

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R_0 + j\omega L} + j\omega C_2} + R_m \quad [3.2]$$

Hierin zijn  $R_m$  en  $C_2$  bekend, met behulp van de Matlab functie *lsqnonlin* wordt dan een best mogelijk fit gemaakt, bij deze Matlab functie kan elke formule ingegeven worden. Formule 3.2 wordt ingegeven waarna Matlab gebruik makend van de kleinste kwadraten methode de error tussen de meetdata en de fit minimaliseert door de waarden van  $R_0$  en  $L$  variëren. Er zijn verschillende mogelijkheden waarop je de fit en meetdata kunt vergelijken. Zo kun je kiezen om de meetdata op te delen in een reëel en imaginair deel en deze als error te definiëren. Ook

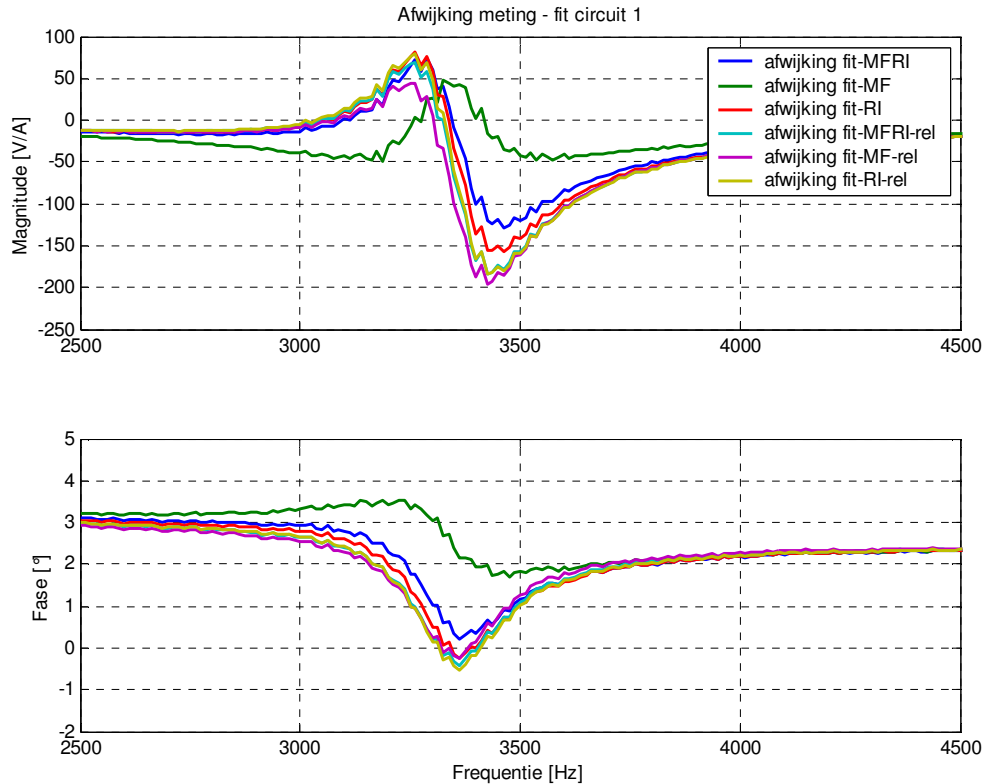
kan er gekozen worden de data op te delen in magnitude en fase en deze voor de error te gebruiken. Dit geeft meteen nog een mogelijkheid om alle vier de opdelingen te gebruiken. De fit zal alleen gebruik maken van de data tussen de 2500 en 4500 Hz, want in dit gebied ligt de resonantiepiek.

Voor al deze drie mogelijkheden wordt de error geminimaliseerd, waardoor drie aparte fits ontstaan. Deze fits worden vergeleken met de meetresultaten. In figuur 3.3 is het verschil tussen de meting en de mogelijke fits voor circuit 1 weergegeven, in bijlage C staat dezelfde grafiek maar dan voor circuit 2.



**Figuur 3.3: Afwijking tussen meting en fits van circuit 1**

Er valt meteen op dat de afwijkingen vooral plaatsvinden rond de resonantiefrequentie. Dit is natuurlijk niet vreemd, want daar verandert de impedantie hevig. Daarnaast hebben alle drie de fits bij een frequentie onder de 1000 Hz een grotere afwijking bij de fase, dit komt vooral doordat bij de fits alleen gebruik is gemaakt van het gebied tussen de 2500 en 4500 Hertz. Tevens valt op dat de fit die alleen gebruik maakt van magnitude en fase bij de resonantiefrequentie afwijkt van de andere twee. Deze fit heeft minder afwijking bij de magnitude, maar juist weer meer bij de fase. Dit is te verklaren aan de hand van de grootte van de magnitude en fase. Rond de resonantiefrequentie heeft de magnitude een ordegrrootte van 1000. De fase heeft hier juist een ordegrrootte van 1. Hierdoor wordt de magnitude zwaarder meegenomen in het minimalisatie proces. Om dit te voorkomen is er ook geprobeerd een relatieve afwijking te gebruiken. De afwijking tussen de meting en fit wordt hierbij nog gedeeld door de meetwaarde zelf en dit wordt dan als error gebruikt. Dit zorgt ervoor dat er geen ordegrrootte verschil zit tussen de definities waarop geminimaliseerd wordt. In figuur 3.4 zijn voor het domein tussen de 2500 en 4500 Hertz ook deze fits geplott. Ook dit is gedaan voor circuit 2, de grafiek hiervan is te vinden in bijlage C.



**Figuur 3.4: Afwijking tussen meting en fits van circuit 1 op beperkt domein**

Uit deze grafiek valt op te maken dat de fits die gebruik maken van een relatieve afwijking allemaal dicht bij elkaar liggen. Het probleem van de magnitude - fase fit is hiermee dus verholpen. Deze relatieve fits hebben een kleinere faseafwijking, maar wel weer een grotere magnitudeafwijking. Hieruit is te concluderen dat het gebruiken van deze relatieve fits nuttig is als de fase belangrijker is dan de magnitude.

Aangezien er op verschillende manieren gefit is en daarvan vijf van de zes fits met elkaar overeenkomen kan er gesteld worden dat deze allemaal voldoen en gebruikt kunnen worden om de spoelconstante en interne weerstandswaarde te bepalen. Deze door de fits bepaalde parameterconstanten zijn in tabel 3.2 te zien. De spoelconstanten wijken bijna niet van elkaar af. Er kan dus gesteld worden dat circuit 1 een spoel heeft van 23.3 mH en circuit 2 een spoel van 23.8 mH.

**Tabel 3.2: Gefitte waarde voor spoel en interne weerstand**

Fit	Spoelconstante L [mH]		Weerstandswaarde $R_0$ [ $\Omega$ ]	
	circuit 1	circuit 2	circuit 1	circuit 2
Mag – Fase – Re – Im	23.4	23.8	37.8	37.9
Magnitude – Fase	23.4	23.9	38.1	38.2
Reëel – Imaginair	23.3	23.8	37.6	37.7
Mag – Fase – Re – Im relatief	23.3	23.8	37.4	37.4
Magnitude – Fase relatief	23.3	23.8	37.3	37.3
Reel – Imaginair relatief	23.3	23.8	37.5	37.4

In het begin van deze paragraaf is de spoelwaarde van spoel 1 theoretisch bepaald op 24.2 mH en die van spoel 2 op 24.5 mH. Na de metingen blijkt dat de spoelen niet deze waarden hebben. Spoel 1 heeft een nog steeds een afwijking van 3.7 procent en spoel 2 een afwijking van 2.9 procent.

### 3.2 Analyse negatieve weerstand

#### Theoretische functie

Voor de analyse van de negatieve weerstand is het nodig eerst de theoretische functie verder uit te diepen. Bij het Chua circuit zal de spanning niet boven de 10 volt komen, het heeft daarom geen nut bij deze analyse verder te gaan dan die 10 volt. De theoretische functie die gegeven is in formule 1.2 voldoet dus. Voor het gemak wordt deze formule hier opnieuw getoond.

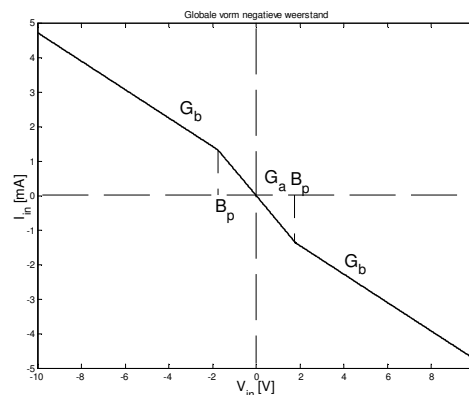
$$f(v_1) = G_b v_1 + \frac{1}{2} (G_a - G_b) (|v_1 + B_p| - |v_1 - B_p|) \quad [3.3]$$

In figuur 3.5 is opnieuw te zien waar de parameters uit deze formule precies voor staan.  $B_p$  is de spanning van het breekpunt,  $G_a$  de helling van het middelste gedeelte en  $G_b$  de helling van de buitenste delen. Er is al gezegd dat deze parameters afhankelijk zijn van de gebruikte weerstanden en van de maximale uitgangsspanning,  $V_{out,max}$ . Het precieze verband is in de volgende formules te vinden. In bijlage D is uitgelegd hoe je aan deze formules komt.

$$B_p = V_{out,max} \cdot \frac{R_5}{R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_5} \cdot \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} \quad [3.4]$$

$$G_a = -\frac{R_2}{R_1 \cdot R_3} - \frac{R_5}{R_4 \cdot R_6} \quad [3.5]$$

$$G_b = \frac{1}{R_4} - \frac{R_2}{R_1 \cdot R_3} \quad [3.6]$$



Figuur 3.5: Globale vorm negatieve weerstand

#### Statische gevoeligheid

Aan de hand van deze formules kunnen we de statische gevoeligheid, ook wel sensitivity genoemd, ten aanzien van een bepaalde parameter bepalen. (Schellekens, 2002, p1.22) Dit gaat volgens:

$$S = \frac{d}{dX} f(v_1) \quad [3.7]$$

waarbij X een bepaalde parameter is, hier zijn dat de weerstanden  $R_1$  tot en met  $R_6$ . Met deze gevoeligheidsfuncties kunnen we later bepalen wat de tolerantie van de weerstanden moet zijn om binnen een bepaalde afwijkingsgrens te blijven.

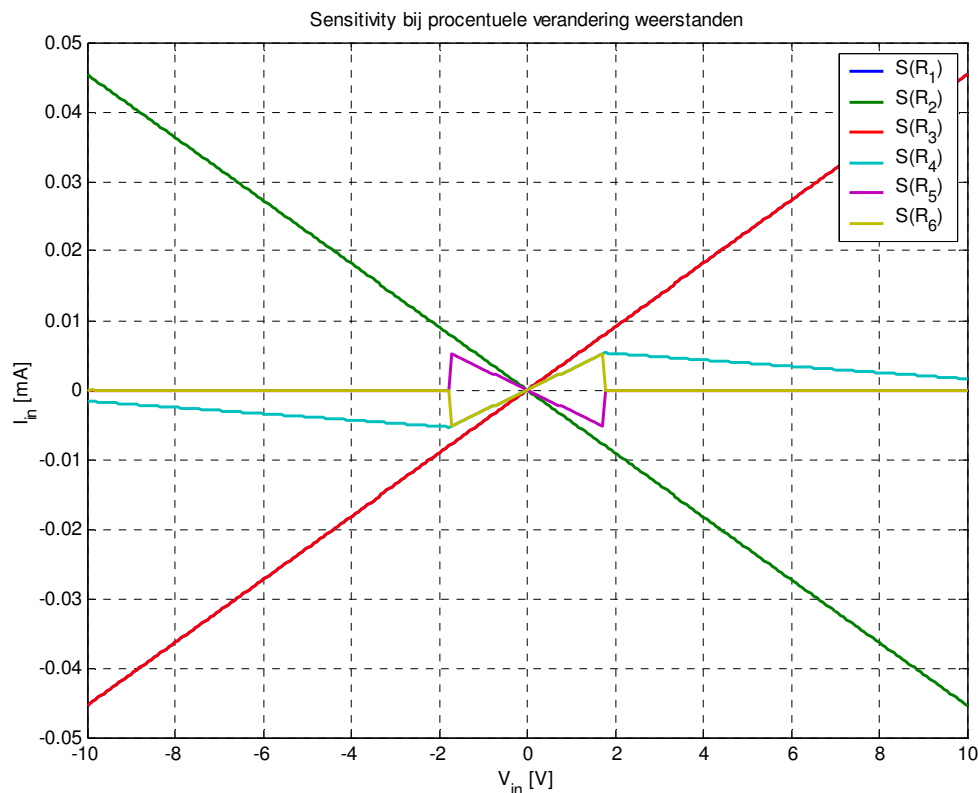


Er ontstaan dus zes gevoeligheidsfuncties, die er algemeen als volgt uitzien

$$S = S(R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, V_{out_{max}}, v_1) \quad [3.8]$$

De waarde van de gevoeligheidsfunctie geeft de grootte van de verandering van  $f(v_1)$  aan als de weerstandswaarde  $1 \Omega$  wijzigt. Omdat de weerstandswaarden en de maximale uitgangsspanning constant zijn, worden de nominale waarden hiervan ingevuld. Deze nominale waarden zijn te vinden in tabel 3.3. De gevoeligheidsfuncties hebben daarna nog één variabele, namelijk de spanning  $v_1$ .

Om de gevoeligheid van de verschillende weerstanden met elkaar te kunnen vergelijken is het beter om de verandering van  $f(v_1)$  te weten als de weerstandswaarde 1% wijzigt. Door een relatieve verandering te nemen kun je goed zien welke weerstanden de grootste invloed hebben. In figuur 3.6 zijn de gevoeligheidsfuncties ten aanzien van een procentuele afwijking uitgezet als functie van de spanning  $v_1$ .



**Figuur 3.6: Gevoeligheid bij procentuele verandering van weerstandswaarden.**

De functie van de gevoeligheid ten aanzien van weerstand  $R_1$  is niet te zien in de grafiek omdat deze precies gelijk is aan de gevoeligheidsfunctie van weerstand  $R_3$ . Uit de grafiek is op te maken dat de weerstanden  $R_1$ ,  $R_2$  en  $R_3$  de meeste invloed hebben en ook nog eens alle drie evenveel en dat de weerstanden  $R_5$  en  $R_6$  geen invloed hebben op het verloop buiten de breekpunten.

Aan de hand van de metingen wordt er een afwijkingsgrens gedefinieerd waarna de toleranties van de weerstanden berekend kan worden. Bij het definiëren van die afwijkingsgrens gaat het

erom een waarde te nemen waarvan gezegd kan worden dat vanaf daar een significante afwijking optreedt. Om deze grens te vinden worden de weerstanden en de maximale uitgangsspanning gemeten. Met deze gemeten waarden wordt het theoretische verloop van de negatieve weerstand berekend. De maximale afwijking tussen de meting en dit theoretische verloop wordt als afwijkingsgrens gedefinieerd. De gemeten weerstandswaarden zijn te vinden in tabel 3.3, hierin zijn ook de maximale uitgangsspanningen opgenomen.

In hoofdstuk 2 is al gebleken dat  $V_{out,max}$  aan de positieve kant afwijkt van die aan de negatieve kant. Om deze afwijking teniet te doen wordt de theorie aangepast zodat het mogelijk is ook daar deze verschillende uitgangsspanningen te gebruiken. Formule 3.3 verandert hierdoor in

$$f(v_1) = G_b v_1 + \frac{1}{2} (G_a - G_b) \left( |v_1 + B_p^-| - |v_1 - B_p^+| - (B_p^+ + B_p^-) \right) \quad [3.9]$$

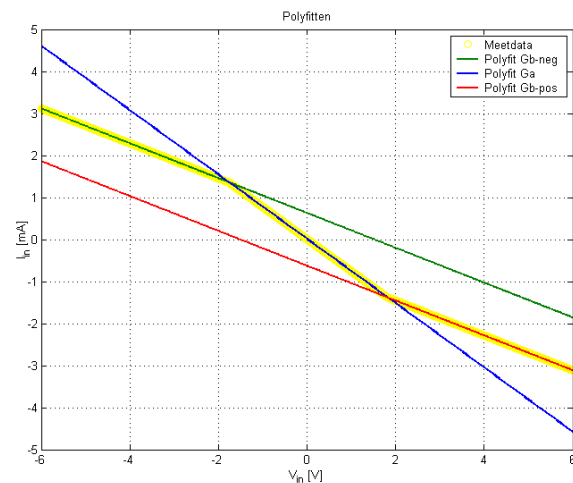
met  $B_p^+$  als breekpunt aan de positieve kant en  $B_p^-$  als breekpunt aan de negatieve kant.

**Tabel 3.3: Nominale en gemeten waarden**

onderdeel	nominale waarde	gemeten waarde circuit 1	gemeten waarde circuit 2
$R_1$	220 $\Omega$	219.4 $\Omega$	219 $\Omega$
$R_2$	220 $\Omega$	219.8 $\Omega$	219 $\Omega$
$R_3$	2200 $\Omega$	2193 $\Omega$	2.18 k $\Omega$
$R_4$	22.000 k $\Omega$	22.18 k $\Omega$	21.7 k $\Omega$
$R_5$	22.000 k $\Omega$	22.05 k $\Omega$	21.8 k $\Omega$
$R_6$	3300 $\Omega$	3291 $\Omega$	3.27 k $\Omega$
$V_{out,max}^+$	13.5 V	13.84 V	13.84 V
$V_{out,max}^-$	-13.5 V	-13.44 V	-13.44 V

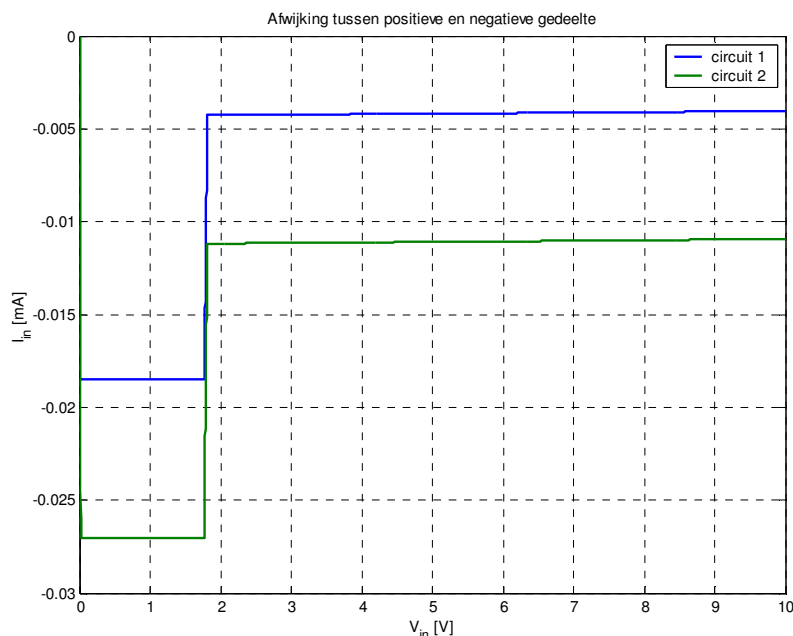
### Meetresultaten

Voor het meten van de negatieve weerstand is gebruik gemaakt van SigLab, de meetdata zijn ingelezen in Matlab om de verdere analyse uit te voeren. Door de meetdata zijn 3 aparte lineaire polyfits gelegd, zie figuur 3.7. De snijpunten van de polyfits zijn de breekpunten. De 3 aparte polyfits zijn daarna samengevoegd tot één fit, welke de gemeten negatieve weerstand moet voorstellen.



**Figuur 3.7: Aparte polyfits door de maatdata**

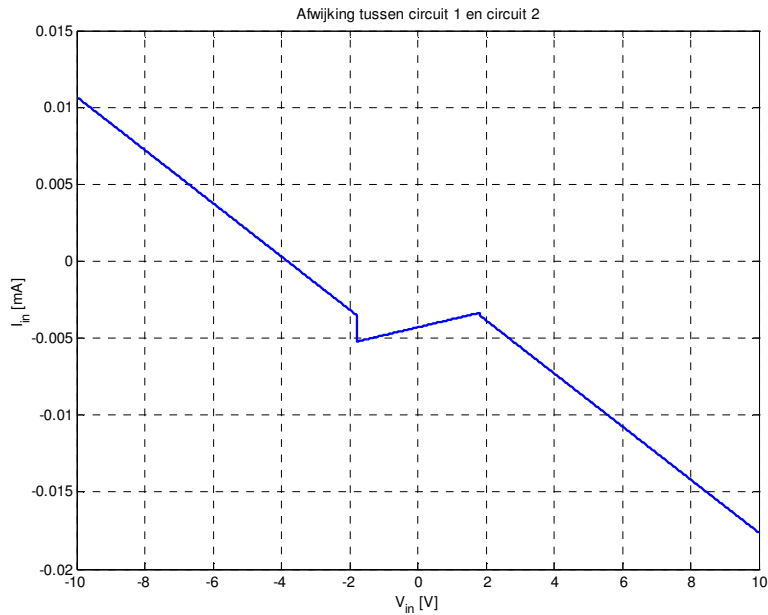
Als eerste is de afwijking tussen het negatieve en positieve gedeelte van de negatieve weerstanden van beide circuits bekeken. Hiervoor is van het negatieve en positieve gedeelte de absolute waarde van de stroomsterke genomen. Deze absolute waarden zijn van elkaar afgetrokken om ze met elkaar te vergelijken. In figuur 3.8 is deze afwijking uitgezet.



**Figuur 3.8: Afwijking tussen positieve en negatieve gedeelte**

Uit deze figuur zijn de volgende conclusies te trekken. Als eerste valt op dat er bij nul volt al een afwijking aanwezig is. Dit houdt in dat de stroom – spanning grafiek niet door de oorsprong loopt. Er wordt dus een stroomsterkte gemeten terwijl er geen spanning over de negatieve weerstand staat. Bij het breekpunt verandert de afwijking, dit komt doordat de breekpunten niet precies symmetrisch liggen. Om deze a-symmetrie tegen te gaan zal de maximale uitgangsspanning van de positieve kant gelijk moeten zijn aan die van de negatieve kant precies gelijk moeten zijn. De grootte van de verandering bij de breekpunten is verschillend voor de beide circuits. Dit kan niet liggen aan de uitgangsspanning, want er is gebruik gemaakt van dezelfde opamp. Uit formule 3.4 blijkt dat het dus moet liggen aan  $R_4$ ,  $R_5$  en/of  $R_6$ . Na het breekpunt verandert de afwijking nagenoeg niet meer, dit betekent dat de helling  $G_b$  aan de negatieve kant gelijk is aan de helling  $G_b$  aan de positieve kant.

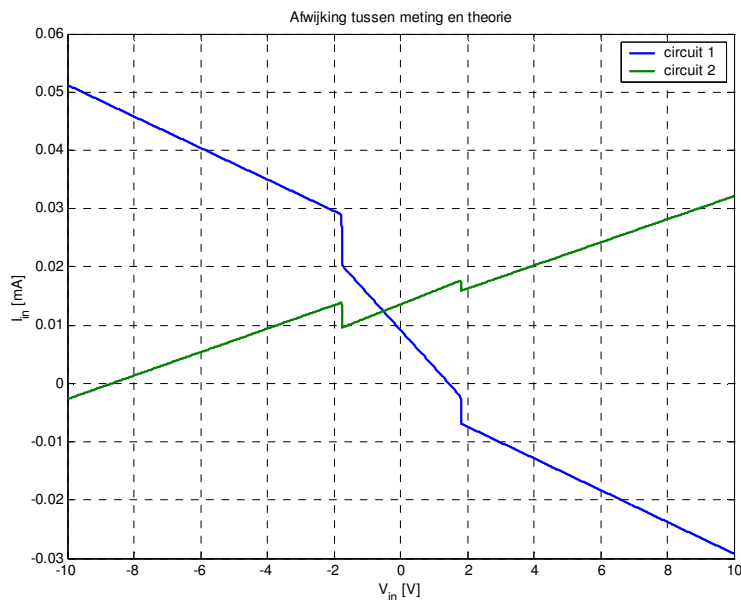
Daarna is de afwijking tussen de beide circuits bekeken, het resultaat is te zien in figuur 3.9. Aan de hand van deze grafiek zijn de volgende conclusies te trekken. De helling buiten de breekpunten is negatief, dus de helling  $G_b$  van circuit 1 is kleiner dan de helling  $G_b$  van circuit 2. Tussen de breekpunten is de helling positief, dat betekent dat de helling  $G_a$  van circuit 1 groter is dan de helling  $G_a$  van circuit 2. Bij de breekpunten ontstaan sprongen. Dit komt doordat de breekpunten van de beide circuits niet precies aan elkaar gelijk zijn. Dit verschil kan niet komen door de maximale uitgangsspanning  $V_{out,max}$ , want bij beide circuits is dezelfde operationele versterker gebruikt. Het moet dus liggen aan de verschillen tussen de gebruikte weerstanden  $R_4$ ,  $R_5$  en  $R_6$ .



**Figuur 3.9: Afwijking tussen gemeten waarden van de circuits**

### Bepaling toleranties

Aan de hand van de metingen en de theorie kan de afwijkingsgrens bepaald worden. Bij de theorie is gebruik gemaakt van de gemeten parameterwaarden. De afwijking tussen het theoretische verloop en de meting is uitgezet in figuur 3.10. De maximale afwijking zit rond de 50  $\mu\text{A}$ , dit wordt dan ook als afwijkingsgrens gedefinieerd. Over afwijkingen kleiner dan 50  $\mu\text{A}$  valt dus niets te zeggen. Grotere afwijkingen zijn wel significant en moeten dus worden voorkomen, hiervoor zullen de weerstandswaarden een bepaalde tolerantie moeten hebben.



**Figuur 3.10: Afwijking tussen meting en theorie**

Om te weten hoeveel een weerstand procentueel mag afwijken van zijn nominale waarde zonder een afwijking van  $50 \mu\text{A}$  te veroorzaken, moet de grens van  $50 \mu\text{A}$  gedeeld worden door de maximale waarde van de statische gevoeligheid. In tabel 3.4 zijn de maximale toleranties en de maximale absolute afwijking per weerstand gegeven. Hierin zie je hoeveel één bepaalde weerstand mag afwijken zonder de afwijkingsgrens van  $50 \mu\text{A}$  te overschrijden. Hierbij moet opgemerkt worden dat de andere weerstanden dan precies gelijk moeten zijn aan hun nominale waarde. Uit deze tabel blijkt dat het voldoende is als de weerstanden  $R_1$ ,  $R_2$  en  $R_3$  een fabricagetolerantie van 1 % hebben en de weerstanden  $R_4$ ,  $R_5$  en  $R_6$  een tolerantie van 5 %. Als deze toleranties gehaald worden zouden er geen significante afwijkingen moeten ontstaan in het verloop van  $f(v_1)$ .

**Tabel 3.4: Maximale toleranties en absolute afwijkingen**

Weerstand	Max. tolerantie [%]	Max. absolute afwijking [ $\Omega$ ]
$R_1$	1.10	2.42
$R_2$	1.10	2.42
$R_3$	1.10	24.2
$R_4$	9.38	2063.5
$R_5$	9.67	2128.2
$R_6$	9.67	319.2

Voor de uitgangsspanning  $V_{\text{out,max}}$  is ook de statische gevoeligheid bepaald. Tussen de breekpunten heeft  $V_{\text{out,max}}$  geen invloed op de afwijking, buiten de breekpunten zorgt  $V_{\text{out,max}}$  voor een vaste afwijking van 0.0455 milliampère per volt. Dit houdt in dat de uitgangsspanning maximaal 1.1 volt mag afwijken om de sprong bij de breekpunten niet meer dan  $50 \mu\text{A}$  te laten zijn.

## Conclusie

Na de analyse van het Chua circuit blijkt dat er inderdaad afwijkingen zitten tussen de theorie en de gerealiseerde circuits. Als gevolg van fabricage toleranties van de gebruikte weerstanden en condensatoren treden er afwijkingen op bij de spoelwaarde en in het gedrag van de negatieve weerstand.

De spoelconstante zou nominaal een waarde van 22.0 mH moeten hebben. Door gebruik te maken van de gemeten waarden van de weerstanden en condensatoren wordt de spoelconstante nauwkeuriger berekend. Deze berekende spoelconstante wijkt helaas nog steeds af van de gemeten spoelconstante.

Bij de analyse van de negatieve weerstand blijkt dat de weerstanden  $R_1$ ,  $R_2$  en  $R_3$  de meeste invloed hebben op het verloop van de negatieve weerstand. Om de afwijkingen te minimaliseren is het dus belangrijk dat juist deze weerstanden werkelijke waarden hebben die gelijk zijn aan hun nominale waarden.

Vanwege toleranties van de gebruikte weerstanden wijkt het verloop van de negatieve weerstand af van het nominale verloop. Om afwijkingen als gevolg van de toleranties te elimineren zijn de weerstanden van tevoren gemeten, met deze gemeten waarden is daarna theoretisch het verloop van de negatieve weerstand bepaald. Dit theoretische verloop heeft nog steeds een maximale afwijking van 50  $\mu\text{A}$  ten opzichte van het gemeten verloop.

De spoelconstante en de beschrijving van de negatieve weerstand wijken dus helaas nog steeds af van de metingen, een juiste theoretische beschrijving van het Chua circuit zal dus niet gerealiseerd kunnen worden. Wel is het mogelijk de vijf afzonderlijke componenten apart te meten. De condensatorwaarden van  $C_1$  en  $C_2$  en de variabele weerstandswaarde  $R$  zijn los te meten. De spoelconstante  $L$  met interne weerstandswaarde  $R_0$  is te bepalen door deze in een LC-kring op te nemen en daarvan de overdracht te meten. Ook het verloop van de niet-lineaire functie  $f(v_1)$  is te meten. Met behulp van lineaire polyfits is het mogelijk een theoretische functie hiervan te maken. Door deze functie en de gemeten waarden van de componenten te gebruiken in de differentiaalvergelijkingen van het Chua circuit zou een nog betere beschrijving moeten ontstaan. Met deze beschrijving kan het gehele Chua circuit dan verder geanalyseerd worden.

## Literatuurlijst

- Schellekens, P.H.J., Haitjema, H., Homburg, F.G.A. (2002). *Metrologie voor W*, Eindhoven: TU/e
- Santoboni, G., Pegna, G., Marrocu, R., Tonelli, R., Meloni, F. (2000). Experimental definition of the basin of attraction for Chua's circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 10, No. 5, p.929-970.
- Santoboni, G. Adaptive observer-based synchronization. *Interne communicatie*

## Bijlagen

### Bijlage A: Symbolenlijst

Symbool	Grootheid	Eenheid	Afkorting eenheid
R	Variabele weerstand	Ohm	$\Omega$
$C_1, C_2, C$	Condensator	Farad	F
L	Spoel	Henry	H
$N_R$	Negatieve weerstand	-	-
$v_1, v_2, V$	Spanning	Volt	V
$i_R, i_L, I$	Stroomsterkte	Ampère	A
$G_a, G_b, G_c$	Hellingshoek	Ampère per volt	A / V
$B_p, B'_p, B_p^+, B_p^-$	Spanning	Volt	V
Z	Impedantie	-	-
$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_m$	Weerstand	Ohm	$\Omega$
$R_0$	Interne weerstand	Ohm	$\Omega$
$V_{out_{max}}, V_{out_{max}}^+, V_{out_{max}}^-$	Maximale uitgangsspanning	Volt	V
$\omega$	Hoeksnelheid	Radiaal per seconde	Rad / s
S	Statische gevoeligheid	Ampère per ohm	A / $\Omega$
X	Ingangssignaal	-	-

### Bijlage B: Afleiding spoelconstanten

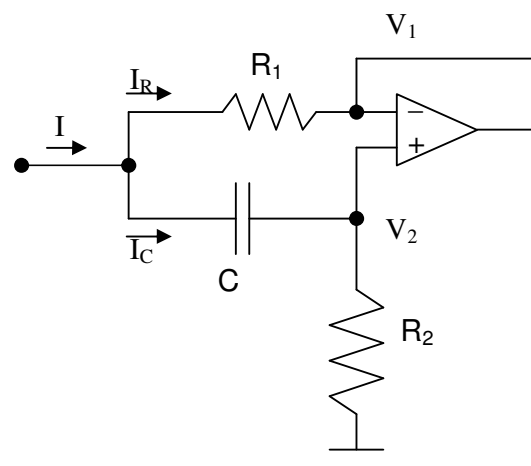
In figuur 2.1a is de schakeling van spoel A schematisch weergegeven, deze figuur is voor het gemak ook hier te zien. Aan de hand van deze figuur zijn de volgende formules af te leiden, die uiteindelijk resulteren in een vergelijking voor de spoelconstante.

Op tijdstip  $t = 0$  zal condensator C nog niks doen, waardoor het volgende geldt:

$$V = R_1 \cdot I \quad [B.1]$$

Verder geldt voor de condensator:

$$I_c = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad [B.2]$$



Figuur B.1: Schematische weergave spoel A

Als de ideale eigenschappen van de opamp in acht wordt genomen gelden de volgende twee relaties:

$$V_2 = R_2 \cdot I_c = R_2 C \frac{dV}{dt} \quad [B.3]$$



$$V_2 = V_1 \quad [B.4]$$

Door vergelijkingen B.1 en B.4 in vergelijking B.3 te substitueren ontstaat:

$$V_1 = R_1 R_2 C \frac{dI}{dt} \quad [B.5]$$

Uit de wet van Ohm volgt:

$$V = V_1 + R_1 \cdot I_R \quad [B.6]$$

Omdat de weerstandswaarde  $R_1$  klein is kan er gesteld worden dat  $V_1$  gelijk is aan  $V$ . Vergelijking B.5 verandert hierdoor in:

$$V = R_1 R_2 C \frac{dI}{dt} \quad [B.7]$$

Voor een spoel geldt dat:

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad [B.8]$$

Zodat de spoelwaarde  $L$  van spoel A wordt gegeven door:

$$L = R_1 \cdot R_2 \cdot C \quad [B.9]$$

De spoelconstante van spoel B kan via de volgende formules berekend worden. Deze zijn afgeleid aan de hand van figuur 2.1b, die hier opnieuw getoond is.

$$Z = \frac{V}{I} = j\omega L \quad [B.10]$$

$$I = \frac{V - V_2}{R_4} \quad [B.11]$$

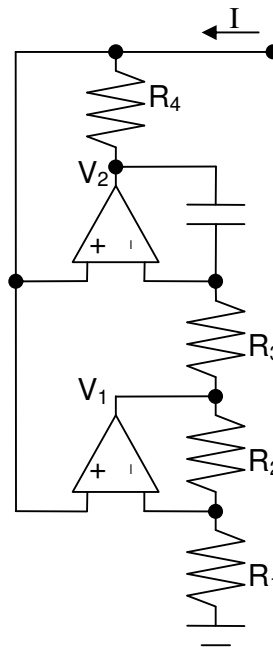
$$\frac{V_2 - V}{1/j\omega C} = \frac{V - V_1}{R_3} \quad [B.12]$$

$$V_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V \quad [B.13]$$

$$I = \frac{V}{j\omega R_1 R_3 R_4 C / R_2} \quad [B.14]$$

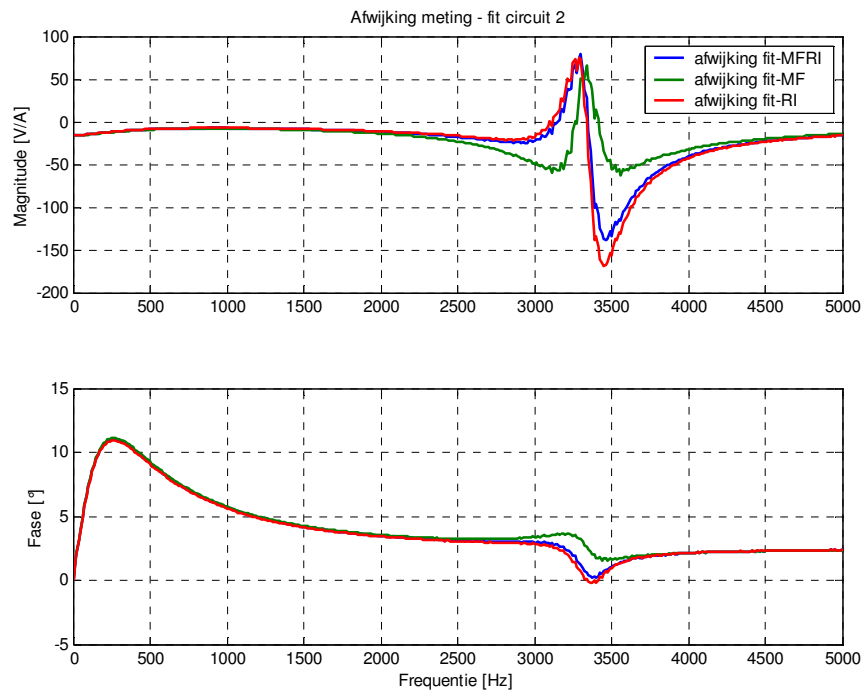
Hieruit volgt dat:

$$L = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot C}{R_2} \quad [B.15]$$

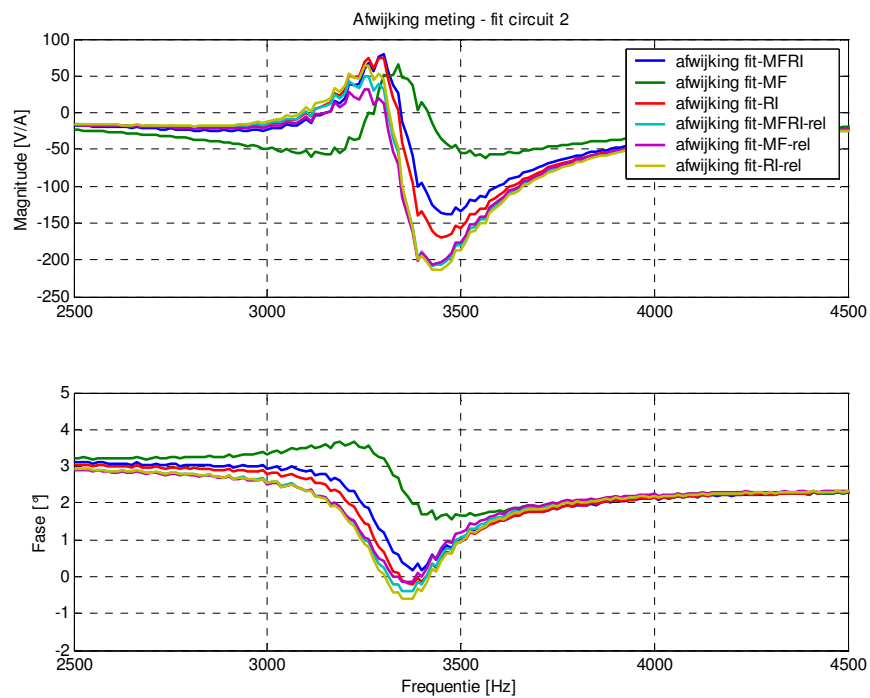


Figuur B.2: Schematische weergave spoel B

## Bijlage C: Afwijking bode diagrammen circuit 2



Figuur B.3: Afwijking tussen meting en fits van circuit 2



Figuur B.4: Afwijking tussen meting en fits van circuit 2 op beperkt domein

## Bijlage D: Afleiding parameters negatieve weerstand

Om de waarden van de parameters van de negatieve weerstand af te leiden is het nodig de schakeling van figuur 2.4 verder uit te diepen. Hiervoor is deze figuur opnieuw weergegeven. Uit deze figuur volgt dat de negatieve weerstand bestaat uit twee identieke gedeelten. Voor het geheel geldt het volgende:

$$R = \frac{V_{in}}{i_{in}} \quad [B.16]$$

Voor gedeelte I kan het volgende worden afgeleid. Volgens de ideale eigenschappen van een opamp geldt

$$V_{inI} = i_{inI} \cdot R_1 + V_{outI} \quad [B.17]$$

en

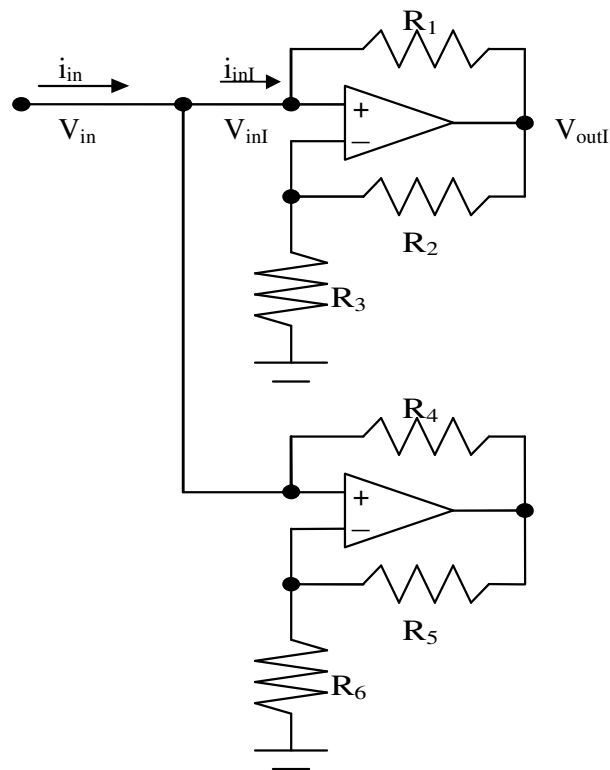
$$V_{inI} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot V_{outI} \quad [B.18]$$

Door deze te combineren en  $V_{outI}$  eruit te substitueren volgt

$$V_{inI} = -i_{inI} \cdot \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \quad [B.19]$$

Oftewel:

$$R_I = \frac{V_{inI}}{i_{inI}} = -\frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \quad [B.20]$$



**Figuur B.5: Schematische weergave negatieve weerstand**

Voor gedeelte II geldt op analoge wijze:

$$R_{II} = \frac{V_{inII}}{i_{inII}} = -\frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} \quad [B.21]$$

Als de operationele versterker zijn maximale uitgangsspanning heeft bereikt geldt vergelijking B.18 niet meer. Hierdoor verandert vergelijking B.19 vanaf dan in

$$V_{inI} = i_{inI} \cdot R_1 + V_{outI \max} \quad [B.22]$$

De weerstandswaarde  $R_I$  verandert dan in

$$R_I = \frac{dV_{inI}}{di_{inI}} = R_1 \quad [B.23]$$

Voor gedeelte II volgt dan op analoge wijze:

$$R_{II} = \frac{dV_{inII}}{di_{inII}} = R_4 \quad [B.24]$$

Vanwege de gekozen waarden van de weerstanden  $R_1$  t/m  $R_6$  zal de opamp van gedeelte II altijd als eerste zijn maximale uitgangsspanning bereiken. De vergelijking voor de hellingen  $G_a$  en  $G_b$  kunnen nu bepaald worden.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}} \quad [\text{B.25}]$$

$$G_a = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}} = -\frac{R_2}{R_1 \cdot R_3} - \frac{R_5}{R_4 \cdot R_6} \quad [\text{B.26}]$$

$$G_b = \frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}} = -\frac{R_2}{R_1 \cdot R_3} + \frac{1}{R_4} \quad [\text{B.27}]$$

De vergelijking voor een breekpunt wordt verkregen door vergelijking B.19 en B.22 aan elkaar gelijk te stellen. Hieruit volgt dat het breekpunt dat ontstaat doordat opamp I zijn maximale uitgangsspanning heeft bereikt gegeven wordt door

$$B_p = V_{out_{\max}} \cdot \frac{R_2}{R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \quad [\text{B.28}]$$

In het circuit zal opamp II als eerste zijn maximale uitgangsspanning bereiken, dus de vergelijking voor het breekpunt komt er als volgt uit te zien.

$$B_p = V_{out_{\max}} \cdot \frac{R_5}{R_4 \cdot R_6 + R_4 \cdot R_5} \cdot \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} \quad [\text{B.29}]$$