

Meetrapport Zeiss UMC 550 : 3-D meetmachine THE

Citation for published version (APA):

Vermeulen, W. P. (1985). *Meetrapport Zeiss UMC 550 : 3-D meetmachine THE*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPB0217). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1985

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

BB 434685

Meetrapport Zeiss UMC 550

(3-D meetmachine THE)

Door Wim Vermeulen

september '85

WPB - rapport 217

INHOUDSOPGAVE

Hoofdstuk 1	-	Inleiding	1
1.1		Afwijking soorten	1
1.2		Gedane metingen	2
Hoofdstuk 2	-	Meetresultaten, toevallige afwijking	3
Hoofdstuk 3	-	Systematische afwijking	5
3.1		Metingen	5
Hoofdstuk 4	-	Conclusies	10
Bijlage 1	-	Berekening Bolmiddelpunt	
Bijlage 2	-	Starten 3-D meetmachine voor tetra-eder meting	

Hoofdstuk 1 - Inleiding

Dit is het verslag van een opdracht ter afronding van het II-vak "Bijzondere onderwerpen uit de lengtemeting", 4.270.0 .

De opdracht was een analyse te maken van meetafwijkingen van de Zeiss UMC 550 3-dimensionale meetmachine die opgesteld staat in het laboratorium voor lengtemeting van de TH Eindhoven.

1.1 - Afwijking-soorten

Zoals bekend mag worden verondersteld hebben we twee typen meetafwijkingen: De toevallige en de systematische.

De toevallige afwijking wordt voor deze machine voornamelijk bepaald door:

- Afleesnauwkeurigheid van het instrument (In dit geval 2 meetsystemen).
- Onnauwkeurigheid (machinenauwkeurigheid) in het berekenen van de positie bij het combineren van as-meetwaarden en tastkopmeetwaarden.
- Numerieke stabiliteit van een berekening (b.v. middelpunten van cirkels en bollen, vlakken, etc.).
- Onrondheid van tastkogel, en de toevallige afwijking in de bepaling van de diameter ervan.
- Onrondheid van de ijkkogel.
- "Speling" in de kinematische keten van sledes en meetkop, virtueel dan wel reëel; meetkracht.
- Oppervlaktegesteldheid van het te meten voorwerp, b.v. roest, oppervlakteruwheid, golving van het oppervlak, etc.

Die afwijkingen zijn op enkelen (b.v. machinenauwkeurigheid) na niet analytisch te bepalen, doch wel te schatten uit herhaalde metingen.

Systematische afwijkingen komen vooral voort uit een niet volledig beheerste of te meten fysische omgeving (temperatuur en vochtigheid), lineariteitsafwijkingen in de meetsystemen, kantel-, rotatie- en rechtheidsafwijkingen van de assen en haaksheidsafwijkingen in de onderlinge stand der assen.

Deze zijn slechts door middel van vergelijking met standaarden en/of referenties te bepalen.

Bedoeling van de opdracht was na te gaan in hoeverre deze beide soorten afwijkingen met behulp van tetra-eder metingen te bepalen zijn.

1.2 - Gedane metingen

Gebruikt werd een tetra-eder, gevormd door zes stangen van ca. 260 [mm] lengte met een lineaire uitzettingscoëfficiënt van ca. 10^{-7} , bevestigd aan vier stalen bollen -de vier hoekpunten-, met een diameter van ca. 25 [mm] .

Deze tetra-eder werd kinematisch bepaald opgelegd op een staalplaat die als werkstukreferentie dienst deed.

Ter bepaling van de toevallige afwijking, die hopelijk niet al te zeer positieafhankelijk is, werden de bollen elk 5 x gemeten waarbij de tetra-eder zich op positie 1.1 (zie fig. 3.1) bevond.

Ook werden 5 x de stanglengtes bepaald van de tetra-eder, weer op positie 1.1. Beide meetseries werden met behulp van CNC-programma's bedreven.

Ter bepaling van de systematische afwijking werd het meetvolume in 16 "blokken" verdeeld, in welke telkens d.m.v. metingen van de bolmiddenpunten (5 meetpunten per bol) de stanglengtes werden bepaald. Dit werd 2 x door mij gedaan, ook m.b.v. een CNC-programma, "Tetra-eder".

NB. Het woord 'stanglengte' is eigenlijk niet juist, daar niet de stanglengte wordt gemeten, maar de afstand tussen de middelpunten van twee bollen. Voor de eenvoud zullen we deze term echter toch maar handhaven.

Hoofdstuk 2 - Meetresultaten, toevallige afwijking

In tabel 2.1 zijn van de herhaalde metingen van de bollen, de gemiddelde x,y,z-posities van de middelpunten, de gemiddelde diameters, en de standaardafwijkingen ($\times 2 !$) daarop weergegeven. ($\pm 2S = 95\%$ -gebied)

Als extra is weergegeven het gemiddelde van de standaardafwijkingen per bol die optreden bij het bepalen van een bol door meer dan 4 punten. ($\overline{S_D}$)

	Kogel 1	Kogel 2	Kogel 3	Kogel 4
$\overline{M_x}$ [mm]	30,1354	30,2325	277,3710	112,5872
$2S_{Mx}$ [μm]	0.3	0.5	0.3	0.4
$\overline{M_y}$ [mm]	344,5566	59,1115	201,6853	201.8621
$2S_{My}$ [μm]	0.7	0.6	0.4	0.3
$\overline{M_z}$ [mm]	17,4235	17,5891	17,5716	250,6361
$2S_{Mz}$ [μm]	1.1	0.6	0.5	0.3
\overline{D} [mm]	24,9991	25,0008	25,0004	25,0004
S_D [μm]	1.6	0.5	0.2	0.2
$\overline{S_D}$ [μm]	2.8	1.2	0.3	0.6

NB. Kogel 1 en 2 bleken wat roestig te zijn; 1 het ergste, hetgeen tot uiting komt in de standaarddeviaties, maar vooral in $\overline{S_D}$

Tabel 2.1 Herhalingsnauwkeurigheid van de bolmetingen in positie 1.1

In tabel 2.2 zijn de herhaalde metingen van de stanglengtes voor positie 1.1 weergegeven. Uitgerekend is de gemiddelde stanglengte en de standaarddeviatie ($2S !$) daarop.

Vervolgens is getracht de resultaten van de bolmeting, met betrekking tot de middelpuntsligging te koppelen aan de standaarddeviatie van de stanglengtes. Het bedoelde verband is op de volgende manier af te leiden:

$$\text{Als } H = H(x_i), \text{ dan geldt voor } S_H: S_H^2 = \sum_i^i \left(\frac{\partial H}{\partial x_i} \right)^2 \cdot S_{x_i}^2 \quad (2.1)$$

Voor de lengte L van een stang tussen de bollen i en j geldt:

$$L = \sqrt{(M_{x_i} - M_{x_j})^2 + (M_{y_i} - M_{y_j})^2 + (M_{z_i} - M_{z_j})^2} \quad (2.2)$$

De eerste formule toegepast op de tweede levert:

$$S_L^2 = \frac{1}{L^2} \cdot \left\{ (M_{x_i} - M_{x_j})^2 \cdot (S_{Mx_i}^2 + S_{Mx_j}^2) + \dots \text{idem voor } y \text{ en } z \dots \right\} \quad (2.3)$$

De per stang toegepaste formule 2.3 is onder S_L weergegeven.

Meting No	Stang 1	Stang 2	Stang 3	Stang 4	Stang 5	Stang 6
1	285,4490	285,3166	285,5475	285,5712	285,4285	285,4315
2	285,4485	285,3169	285,5479	285,5715	285,4284	285,4316
3	285,4483	285,3164	285,5469	285,5703	285,4281	285,4315
4	285,4479	285,3166	285,5471	285,5706	285,4285	285,4320
5	285,4484	285,3168	285,5474	285,5705	285,4285	285,4319
\bar{L} [mm]	285,4484	285,3167	285,5474	285,5708	285,4284	285,4317
2S [μ m]	0.8	0.4	0.8	1.0	0.3	0.5
2S _L [μ m]	0.9	0.6	0.5	1.0	0.7	0.6
Middel-punten:	1-2	2-3	3-1	1-4	2-4	3-4

Tabel 2.2 Herhalingsnauwkeurigheid van de Stanglengte-metingen op positie 1.1. (in [mm])

Vergelijken we nu 2S met 2S_L, dan blijkt de tendens er wel in te zitten. Probleem is echter dat beiden van verschillende meetseries zijn betrokken, en niet in elkaar over te voeren zijn.

Bij de bolmetingen is namelijk per bol een serie van 5 metingen gedaan, en bij de stanglengtemetingen 5 maal een serie bolmetingen met een opnieuw bepaalde werkstukoriëntatie.

De bolmetingen vallen dus af om in stanglengtes overgevoerd te worden omdat het geen series zijn; vice versa is onmogelijk door hernieuwde "Nulling".

Hoofdstuk 3 - SYSTEMATISCHE AFWIJKING

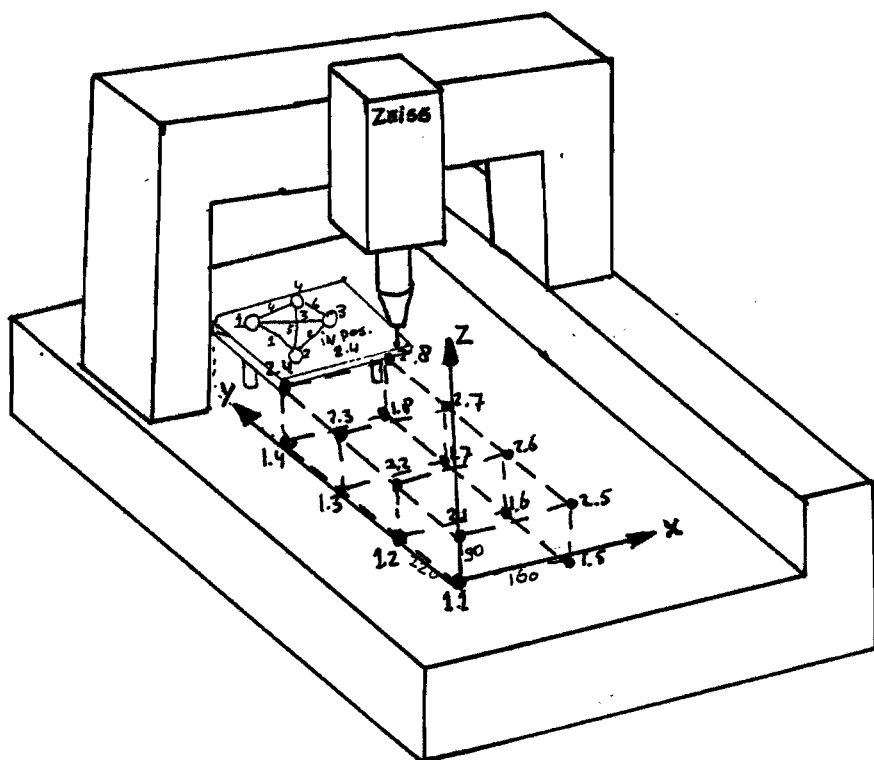
3.1 Metingen

Zoals reeds vermeld, zijn, om een indruk van deze afwijking te krijgen, de stanglengtes gemeten voor de tetra-eder op 16 posities, verdeeld over het meetvolume van de machine.

Met het oog op de toevallige afwijking is dat 2 maal gedaan.

In figuur 3.1 zijn de posities (relatief) in de meetmachine aangegeven.

Opgemerkt dient te worden dat in het positiepunt een hoekpunt van de plaat waarop de tetra-eder staat, wordt geplaatst, en wel die bij bol 2.



Figuur 3.1 Verdeling van het meetvolume

De meetwaarden zijn weergegeven in de tabellen 3.2 en 3.3 voor respectievelijk de 1e en de 2e serie metingen.

Daarna zijn de gemiddelden van beide series per stang uitgerekend.

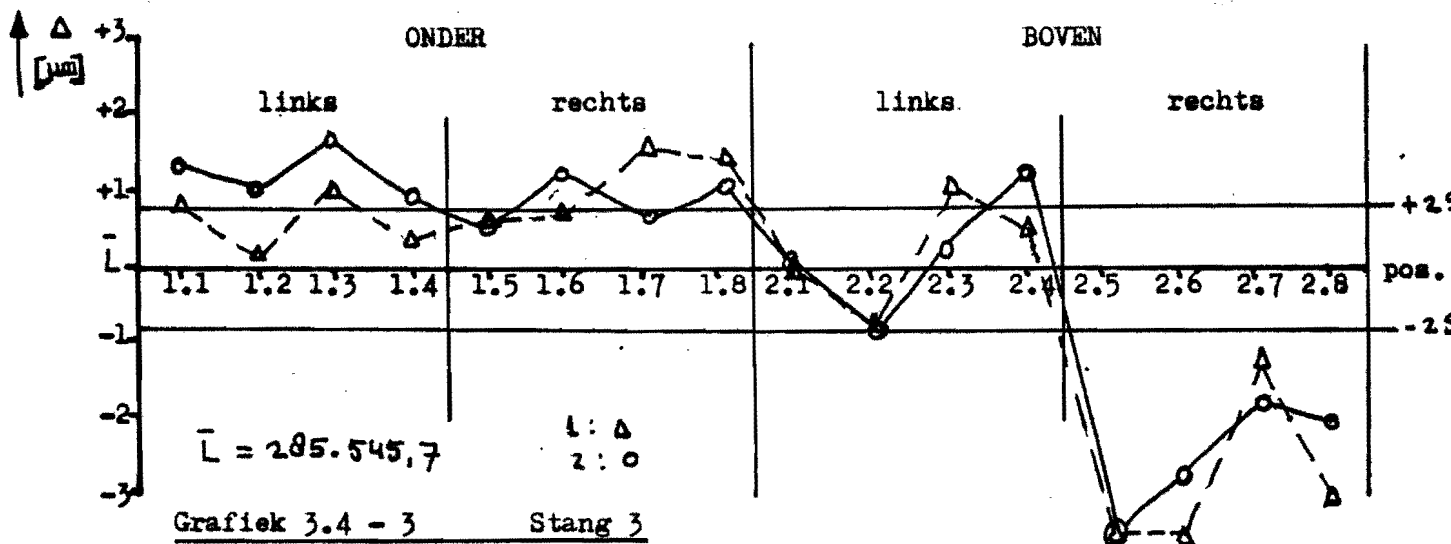
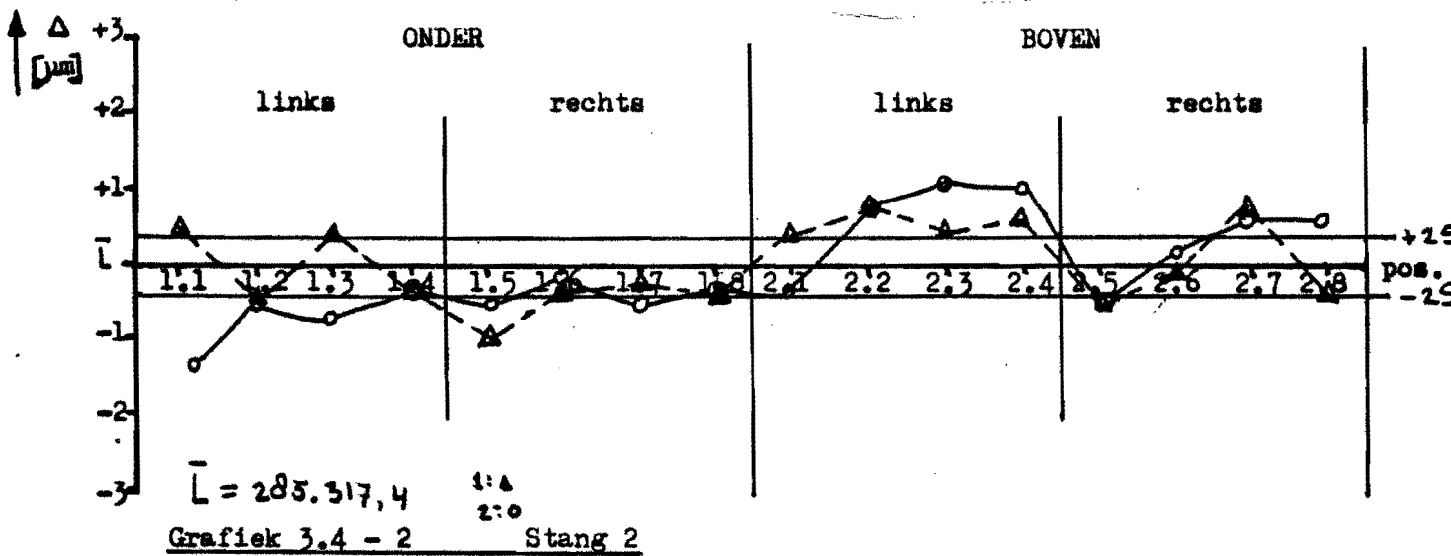
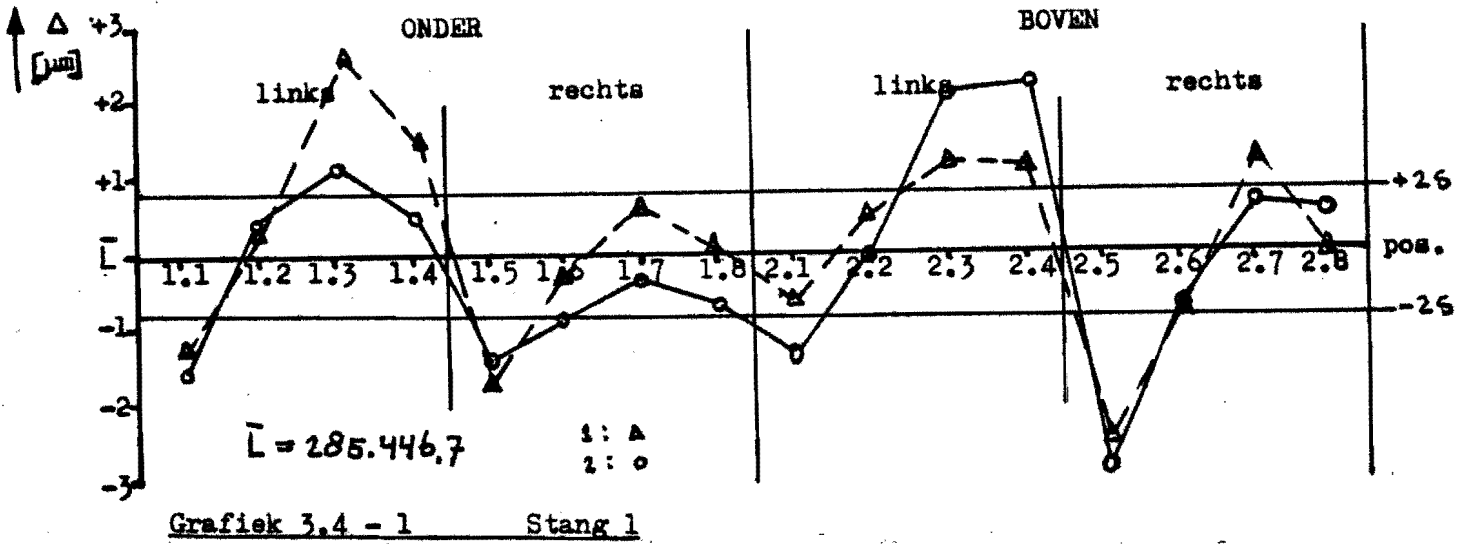
De meetwaarden uit tabel 3.2 en 3.3 zijn in grafiek 3.4 in beeld gebracht in de vorm van afwijking Δ ten opzichte van de gemiddelde lengte. In deze grafiek is, ter vergelijking, ook de uit tabel 2.2 verkregen 2S waarde uitgezet.

STANG 1				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4455	285,4470	285,4494	285,4482
2. boven	285,4460	285,4474	285,4480	285,4480
1. onder	285,4448	285,4465	285,4475	285,4468
2. boven	285,4440	285,4460	285,4478	285,4467
	.5	.6	.7	.8
STANG 2				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,3179	285,3169	285,3179	285,3171
2. boven	285,3179	285,3184	285,3180	285,3182
1. onder	285,3164	285,3172	285,3173	285,3171
2. boven	285,3169	285,3173	285,3185	285,3171
	.5	.6	.7	.8
STANG 3				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,5466	285,5459	285,5468	285,5461
2. boven	285,5457	285,5450	285,5468	285,5462
1. onder	285,5464	285,5466	285,5474	285,5473
2. boven	285,5426	285,5426	285,5447	285,5430
	.5	.6	.7	.8
STANG 4				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,5687	285,5684	285,5688	285,5692
2. boven	285,5676	285,5677	285,5683	285,5673
1. onder	285,5670	285,5677	285,5674	285,5672
2. boven	285,5660	285,5672	285,5681	285,5667
	.5	.6	.7	.8
STANG 5				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4291	285,4292	285,4300	285,4304
2. boven	285,4281	285,4288	285,4294	285,4301
1. onder	285,4290	285,4306	285,4299	285,4303
2. boven	285,4296	285,4299	285,4318	285,4313
	.5	.6	.7	.8
STANG 6				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4337	285,4325	285,4333	285,4330
2. boven	285,4337	285,4332	285,4339	285,4331
1. onder	285,4302	285,4308	285,4303	285,4305
2. boven	285,4316	285,4303	285,4324	285,4320
	.5	.6	.7	.8

Tabel 3.2 Metingen Tetra-eder d.d. 19-9-'85 (=1e serie)

STANG 1				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4452	285,4471	285,4478	285,4472
2. boven	285,4452	285,4467	285,4487	285,4489
1. onder	285,4450	285,4457	285,4464	285,4460
2. boven	285,4438	285,4460	285,4474	285,4473
	.5	.6	.7	.8
STANG 2				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,3161	285,3167	285,3165	285,3171
2. boven	285,3171	285,3184	285,3186	285,3186
1. onder	285,3167	285,3173	285,3167	285,3171
2. boven	285,3169	285,3176	285,3183	285,3183
	.5	.6	.7	.8
STANG 3				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,5470	285,5468	285,5474	285,5467
2. boven	285,5458	285,5448	285,5460	285,5469
1. onder	285,5463	285,5469	285,5463	285,5468
2. boven	285,5426	285,5433	285,5440	285,5438
	.5	.6	.7	.8
STANG 4				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,5681	285,5681	285,5677	285,5675
2. boven	285,5670	285,5682	285,5682	285,5678
1. onder	285,5675	285,5676	285,5671	285,5670
2. boven	285,5661	285,5667	285,5676	285,5662
	.5	.6	.7	.8
STANG 5				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4285	285,4295	285,4302	285,4300
2. boven	285,4277	285,4298	285,4299	285,4307
1. onder	285,4290	285,4288	285,4298	285,4303
2. boven	285,4290	285,4304	285,4309	285,4298
	.5	.6	.7	.8
STANG 6				
	.1	.2	.3	.4
1. onder	285,4321	285,4315	285,4315	285,4317
2. boven	285,4335	285,4337	285,4340	285,4337
1. onder	285,4310	285,4306	285,4293	285,4304
2. boven	285,4315	285,4319	285,4327	285,4322
	.5	.6	.7	.8

Tabel 3.3 Metingen Tetra-eder d.d. 19/20-9-'85 (=2e serie)



Hoofdstuk 4 - CONCLUSIES

Toevallige afwijking:

- Grootste standaardafwijking in de herhaalde stanglengtemetingen was 0,5 [μm] ofwel 2S-gebied: ± 1 [μm]

Systematische afwijking:

- Er traden verschillen in stanglengte op in de orde van 5 [μm]

Indien we stanglengtevariatiën over de verschillende posities vergelijken met de verkregen toevallige afwijking, dan mogen we wel constateren dat er een systematische afwijking optreedt.

Deze conclusie is nog meer gerechtvaardigd als we zien dat de grafieken van de twee verschillende meetseries redelijk coherent zijn.

NB. Zeiss geeft zelf als absolute afwijking: $\Delta L = \pm \left(2,6 + \frac{L}{200.000} \right)$ [μm]

Als extra bijlage (1) is nog een bolberekening bijgevoegd om een indruk te krijgen van de standaardafwijking van de middelpuntsligging t.o.v. de standaardafwijking van de berekende diameter.

Tevens is een soort "gebruiksaanwijzing" voor het tetra-eder programma bijgevoegd, als bijlage 2

Bepaling van het middelpunt van een bol door 4 punten

De meetkundige eigenaardigheid van een middelpunt is dat het gelijke afstanden heeft tot punten op de bol (alle punten op de bol !)

Hoe nu dit middelpunt te bepalen als er 4 punten van de bol gegeven zijn?

Dit kan met behulp van middelloodlijnen of middelloodvlakken.

Dat zijn in resp. R_2 en R_3 de verzamelingen van punten die gelijke afstanden hebben tot de beide punten ten opzichte waarvan zij als middellood-lijn of -vlak zijn getrokken.

Door twee punten in R_3 kunnen we één middelloodvlak trekken.

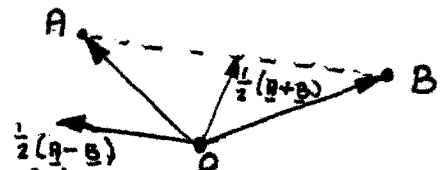
Door drie punten in R_3 kunnen we drie middelloodvlakken trekken, die als doorsnede echter een lijn hebben (snijlijn van twee van de drie vlakken is telkens de zelfde lijn, een soort middelloodlijn.)

Door vier punten in R_3 kunnen we zes middelloodvlakken trekken, die elkaar echter allen lijken te snijden in één punt. (Als je zin hebt, bewijs dat maar eens, slechts het tekenen is moeilijk, het bewijs niet)

Deze laatste bewering is wat wij nodig hebben.

Gegeven de vier punten A (a_x, a_y, a_z) , B (b_x, b_y, b_z) , C (c_x, c_y, c_z) , D (d_x, d_y, d_z) .

Middelloodvlak door A en B : Normaal: $(\underline{A} - \underline{B})$; steunvector: $\frac{1}{2}(\underline{A} + \underline{B})$



Dat geeft als vergelijking voor dat vlak:

$$\begin{aligned}
 (a_x - b_x) \cdot X + (a_y - b_y) \cdot Y + (a_z - b_z) \cdot Z &= \quad (\text{steunvector invullen}) \\
 \frac{1}{2}(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2) - \frac{1}{2}(b_x^2 + b_y^2 + b_z^2)
 \end{aligned}$$

Analoog de middelloodvlakken door B en C en door C en D (b.v.)

Deze drie middelloodvlakken geven ons drie vergelijkingen (vlakken waarop ons middelpunt moet liggen) met drie onbekenden; ons middelpunt:

$$\begin{bmatrix} a_x - b_x & a_y - b_y & a_z - b_z \\ b_x - c_x & b_y - c_y & b_z - c_z \\ c_x - d_x & c_y - d_y & c_z - d_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}|\underline{A}|^2 - \frac{1}{2}|\underline{B}|^2 \\ \frac{1}{2}|\underline{B}|^2 - \frac{1}{2}|\underline{C}|^2 \\ \frac{1}{2}|\underline{C}|^2 - \frac{1}{2}|\underline{D}|^2 \end{pmatrix}$$

Dit is een stelsel van drie vergelijkingen die onafhankelijk zijn (mits de vier punten niet in één vlak gekozen worden) en lineair in X, Y, Z, dus vrij eenvoudig op te lossen.

Bijlage 3 - 3 laat een uitdraai van de meetmachine zien, met daarop 5 punten, A, B, C, D, E, en de door de computer daaruit bepaalde bol.

Met behulp van het voorgaande is door ondergetekende zelf een bol bepaald door deze 5 punten (bijlagen 3-4 t/m 3-8), namelijk 5 bollen door telkens 4 punten.

Deze leveren telkens een middelpunt M en een diameter D op, zodat in totaal 5 middelpunten en 5 diameters verkregen werden.

Hieruit is weer een \bar{M} en een \bar{D} te bepalen met standaardafwijkingen daarop. Om deze waarden was het begonnen, want deze zijn te vergelijken met de output die de computer ook geeft. (Zie tabel)

Resultaten eigen berekeningen:

$$\bar{M} = (235,0279 \quad 54,6527 \quad 176,0859)$$

$$\bar{D} = 30,1247$$

(Dit is het gemiddelde van de diameters der berekende bollen)

$$D = 30,1245 \pm 0,00123 \quad (D \text{ is de gemiddelde afstand van de vijf punten tot het gemiddelde middelpunt})$$

$$\text{afwijking } D \text{ min,max: } -0.0066, + 0.0059$$

Hierbij moet opgemerkt worden dat de resultaten van de 5e berekening (met de punten BCDE) niet in bovenstaande meegenomen zijn, omdat deze resultaten erg onbetrouwbaar waren. (B,C,D,E liggen vrijwel in één vlak) Dat komt omdat deze middelloodvlakken vrijwel een waaier vormen, en aldus een zeer hoge foutvoorplanting veroorzaken van meetafwijkingen. Let wel: dit geldt voor deze berekeningsmethode; Numerieke stabiliteit is o.a. algoritme-afhankelijk.

Overigens toont dit aan dat deze berekeningsweg niet geschikt is om als computeralgoritme gebruikt te worden, vanwege de hoge kans op numerieke instabiliteit (door veel cijferverlies), nog afgezien van de problemen die deze methode geeft bij bijvoorbeeld 89 meetpunten.

A	30	PUNKT	Z	191.0896
			X	234.4390
			Y	53.4623
	31	PUNKT	Y	39.9704
B			X	234.4583
			Z	179.3724
	32	PUNKT	X	220.3759
C			Y	53.3964
			Z	179.3724

```

=====
DATUM: 220885      W-NAME: T      TEIL-NR: 6      - 22
ADRIKF :AUFGABE: BEZ :SY:      ISTMASS:  NCNMASS:  O.TOL :  U.TOL :  ABW  :  UCB
=====

```

	33	PUNKT	Y	69.1004
D			X	236.2022
			Z	180.1555
	34	PUNKT	X	249.3015
E			Y	54.3478
			Z	180.9050
	35	* KUGEL	X	235.0275
			Y	54.6521
			Z	170.0868
			D	30.1238
		SP S/MIN/MAX		0.0123

(2) -0.0063 (5) 0.0064

BOL 1 ABCD

AB :	- 0,0193	13,4919	11,7172		2.796,156140	
BC :	14,0824	- 13,4260	0		2.575,807240	*
GD :	- 15,8263	- 15,7040	- 0,7831		- 4.715,589010	*
DA :	1,7632	15,6381	- 10,9341		- 656,374370	*

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,9533886269 & 0 & | & 182,9096773 \\ 1 & 0,9922723568 & 0,04948092732 & | & 297,9590309 \\ 1 & 8,869158348 & -6,201281760 & | & -372,2631409 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,9533886269 & 0 & | & 182,9096773 \\ 0 & 1 & 0,025431423 & | & 59,13124366 \\ 0 & 1 & -0,631331342 & | & -56,52025077 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,024246029 & | & 239,2847325 \\ 0 & 1 & 0,025431423 & | & 59,13124366 \\ 0 & 0 & 1 & | & 176,0932571 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 235,0152 \\ 0 & 1 & 0 & | & 54,6529 \\ 0 & 0 & 1 & | & 176,0933 \end{bmatrix}$$

Dus: $M_1 = (235.0152, 54.6529, 176.0933)$; $D_1 = 30,1091$

(alles in [mm])

BOL 2 ABCE

AB:	-	0,0193	13,4919	11,7172		2.796,156140	
BC:		14,0824	-13,4260	0		2.575,807240	*
CE:	-	28,9256	- 0,9514	- 1,5326		-7.120,184795	*
EA:		14,8625	0,8855	-10,1846		1.748,221400	*

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,953388627 & 0 & | & 182,9096773 \\ 1 & 0,032891280 & 0,052984208 & | & 246,1551288 \\ 1 & 0,059579479 & -0,685254863 & | & 117,6263347 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,953388627 & 0 & | & 182,9096773 \\ 0 & 1 & 0,05372126069 & | & 64,12525598 \\ 0 & 1 & -0,676482144 & | & -64,44757956 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,051217238 & | & 244,0459671 \\ 0 & 1 & 0,05372126069 & | & 64,12525598 \\ 0 & 0 & 1 & | & 176,07811 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 235,0277 \\ 0 & 1 & 0 & | & 54,6661 \\ 0 & 0 & 1 & | & 176,0781 \end{bmatrix}$$

Dus: $M_2 = (235.0277, 54.6661, 176.0781)$; $D_2 = 30,1424$

(alles in [mm])

BOL 3 ABDE

AB:	- 0,0193	13,4919	11,7172		2.796,156140	*
BD:	- 1,7439	- 29,1300	- 0,7831		-2.139,781770	*
DE:	- 13,0993	14,7526	- 0,7495		-2.404,595780	*
EA:	14,8625	0,8855	- 10,1846		1.748,221400	

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 16,70393945 & 0,449059777 & 1.227,009444 \\ 1 & -699,0621762 & -607,1088083 & -144.878,5565 \\ 1 & - 1,126212851 & 0,057216798 & 183,5667387 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 16,70393945 & 0,4490509777 & 1227,009444 \\ 0 & 1 & 0,8488217673 & 204,1247 \\ 0 & 1 & 0,02197593 & 58,52124466 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -13,72961642 & -2.182,677185 \\ 0 & 1 & 0,8488217673 & 204,1247 \\ 0 & 0 & 1 & 176,0950455 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 235,0402 \\ 0 & 1 & 0 & 54,6514 \\ 0 & 0 & 1 & 176,0950 \end{array} \right]$$

Dus: $M_3 = (235,0402, 54,6514, 176,0950)$; $D_3 = 30,1072$

(alles in [mm])

BOL 4 ACDE

AC:	14,0631	0,0659	11,7172		5.371,96340	*
CD:	15,8263	15,7040	0,7831		4.715,58901	*
DE:	13,0993	- 14,7526	0,7495		2.404,59578	*
EA:	14,8625	0,8855	- 10,1846		1.748,2214	

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0,004686022 & 0,8331875618 & 381,9899880 \\ 1 & 0,992272357 & 0,0494809273 & 297,9590309 \\ 1 & -1,126212851 & 0,057216798 & 183,5667387 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0,00468602229 & 0,8331875618 & 381,9899880 \\ 0 & 1 & -0,7935575921 & -85,08720111 \\ 0 & 1 & 0,6861539812 & 175,4562269 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0,83690610 & 382,3887085 \\ 0 & 1 & -0,7935575921 & -85,08720111 \\ 0 & 0 & 1 & 176,0772 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 235,0286 \\ 0 & 1 & 0 & 54,6402 \\ 0 & 0 & 1 & 176,0772 \end{array} \right]$$

Dus: $M_4 = (235,0286, 54,6402, 176,0772)$; $D_4 = 30,1402$

(alles in [mm])

BOL 5 BCDE

Dit stelsel vergelijkingen blijkt nogal afwijkende oplossingen te geven.

De oorzaak ligt in het feit dat de punten B, C, D, E vrijwel in één vlak liggen, en een kleine meetafwijking erg versterkt wordt daardoor.

De Z-coördinaten van respectievelijk B,C,D en E zijn:

179,3724 ; 179,3724 ; 180,1555 ; 180,9050

Het zal duidelijk zijn dat met deze vier punten geen betrouwbare Z-ligging van het middelpunt te bepalen is.

Metten van de tetra-eder

- Opstelling Tetra-eder:
- Staaf 1 evenwijdig aan de Y-as
 - Kogel 3 in positieve x-richting t.o.v. staaf 1
 - Staven 1, 2, 3 horizontaal
- Starten meetmachine:
- 'get"P ϕ ", ϕ , ϕ '
 - -execute-
 - evt. naam en -continue-
 - evt. datum en -continue-
- Gebruik programma 'Tetra-eder':
- Tetra-eder opstellen
 - ADR PROG 11 runnen (=resetten teller en uitgangspositie)
 - Positioneren (. bovenzvlak: plane, drie punten, terminate, space, zeropoint.
 - . voorvlak: twee punten, surface, zeropoint.
 - . linkerzijvlak: punt, zeropoint.
 - . W-pos.)
 - CNC (W-lage auf disk (=ja))
(naam = "Tetra-eder")