

Bruikbaarheid van de identificatiemethode bij de bepaling van de parameters in orthotroop elastoplastische materiaalmodellen

Citation for published version (APA):

Leenaars, R. W. A. H. (1996). *Bruikbaarheid van de identificatiemethode bij de bepaling van de parameters in orthotroop elastoplastische materiaalmodellen*. (DCT rapporten; Vol. 1996.028). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1996

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

**Bruikbaarheid van de identificatie-
methode bij de bepaling van de
parameters in orthotroop
elastoplastische materiaalmodellen**

R.W.A.H. Leenaars

Stageverslag

WFW-Rapport 96.028

Samenvatting

In deze studie wordt gekeken naar de toepasbaarheid van de identificatiemethode voor het schatten van de materiaalparameters uit klassieke elasto-plastische modellen. Er is in het bijzonder gekeken naar het orthotrope vloeicriterium volgens Hill (1947). De identificatiemethode is een numeriek-experimentele methode, waarin de uitkomst van een eindige elementen model worden vergeleken met meetgegevens. Op grond van deze vergelijking worden de materiaalparameters van het eindige elementen model aangepast, tot voldoende overeenkomst tussen het eindige elementen model en de meetgegevens is bereikt.

Om de toepasbaarheid van de identificatiemethode op het genoemde schattingsprobleem te onderzoeken, is een in zijn vlak belaste isotroop elastische orthotroop plastische plaat met gat gemodelleerd. Dit model werd gebruikt om meetgegevens te simuleren, wat de invloed van modelfouten uitschakelt. Deze gesimuleerde meetgegevens werden vervolgens met en zonder meetruis aan het schattingsalgoritme aangeboden. Dit werd bij drie verschillende anisotropierichtingen herhaald.

Uit de resultaten kunnen voorwaarden voor de toepasbaarheid van de identificatiemethode op het hier beschreven schattingsprobleem worden ontleend. Het blijkt mogelijk om meerdere parameters uit meetdata van één experiment te schatten.

Inhoudsopgave

Samenvatting	1
Hoofdstuk 1. Inleiding	3
Hoofdstuk 2. Theorie	5
2.1 Beschrijving van de methode	5
2.2 Het schattingsalgoritme	6
2.3 Het vloeicriterium	8
Hoofdstuk 3. Simulaties van experimenten	10
3.1 Aanbevelingen uit voorafgaande studies	10
3.2 Proefstukgeometrie en materiaalgedrag	11
3.3 Meetdata	12
3.4 Schatten van parameters	14
Hoofdstuk 4. Resultaten	16
4.1 Exacte meetgegevens	16
4.2 Verstoorde meetgegevens	18
Hoofdstuk 5. Conclusies	20
Hoofdstuk 6. Discussie	23
Literatuur	24
Bijlage A. Figuren	a

Hoofdstuk 1. Inleiding

Bij standaard methoden voor het bepalen van materiaalparameters worden steeds zodanige eisen aan de geometrie van het proefstuk gesteld, dat het spannings- en rekveld in het voor het experiment relevante gebied homogeen is. Als voorbeeld kan een uniaxiale trekproef beschouwd worden, waarbij voor de geometrie een verjongde trekstaaf gekozen wordt, zodat de spanning en de rek in de verjonging homogeen zijn.

Bij onderzoek naar het gedrag van complexe materialen blijken deze standaard technieken voor het bepalen van materiaalparameters beperkt bruikbaar. Hierbij kan worden gedacht aan biologische materialen, die vanwege hun inhomogene structuur aanleiding geven tot een inhomogeen rekveld. Bovendien is het bij dergelijke materialen vaak niet mogelijk om een proefstuk te nemen zonder de materiaaleigenschappen van het proefstuk te veranderen. Deze problemen treden behalve bij biologische materialen ook bij technische materialen, zoals bijvoorbeeld composieten, op. Om deze materialen toch nauwkeurig te kunnen karakteriseren zijn nieuwe technieken ontwikkeld, waaronder de identificatie methode (Hendriks (1991), van Ratingen (1994)).

In de numeriek experimentele methode wordt veldinformatie uit een experiment, bijvoorbeeld een gemeten verplaatsingsveld, vergeleken met veldinformatie die uit een numerieke simulatie van hetzelfde experiment wordt berekend. Voor de numerieke simulaties is een eindige elementen model van het proefstuk nodig, en een wiskundig model van het materiaalgedrag. Op grond van het verschil tussen de meetgegevens en de uitkomst van de numerieke simulatie worden de materiaalparameters van het numeriek model iteratief aangepast totdat een voldoende overeenkomst tussen de meetgegevens en numerieke simulatie is bereikt.

Het doel van deze studie is het bepalen van de bruikbaarheid van de identificatie methode voor het bepalen van de vloeiparameters van orthotroop elastoplastisch materiaalgedrag. Om de invloed van eventuele modelfouten uit te schakelen worden geen werkelijk gemeten data gebruikt, maar worden de meetgegevens eveneens met een numeriek model gesimuleerd. De invloed van meetruis kan dan worden onderzocht door deze gesimuleerde meetdata te verstoren met een bepaalde hoeveelheid ruis.

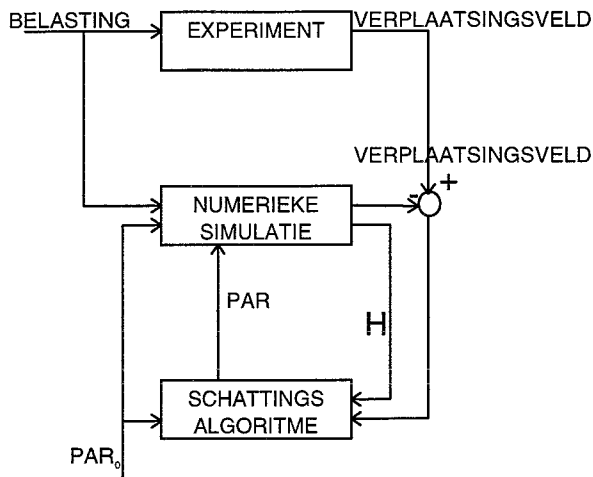
De bruikbaarheid van de identificatiemethode is in sterke mate afhankelijk van de hoeveelheid informatie die in het rekveld van het experiment ligt opgeslagen. De hoeveelheid informatie in een rekveld is gekoppeld aan de mate waarin het rekveld inhomogeen is. De proefstukgeometrie heeft hierop een grote invloed. In een eerdere studie door Stewart (1995) is een tweezijdig gekerfde plaat onderzocht. In deze studie zal als geometrie een vierkante plaat met een rond gat gebruikt worden.

Hoofdstuk 2. Theorie

2.1 Beschrijving van de methode

In het numerieke deel van de methode wordt het verplaatsingsveld uit een eindige elementen model van het belaste proefstuk berekend. Hiervoor is een model voor het materiaalgedrag nodig, dat de nog onbekende parameters bevat. Voor het opstarten van het schattingsalgoritme is een beginschatting van de gezochte parameters nodig. Met de eindige elementen som kan dan een verplaatsingsveld berekend worden. Het schattingsalgoritme bepaalt nu het verschil tussen het gemeten en berekende verplaatsingsveld, op grond waarvan een nieuwe schatting voor de gezochte parameters wordt bepaald. Deze nieuwe schatting wordt gebruikt voor het berekenen van de volgende eindige elementen som. De uitkomst hiervan wordt weer vergeleken met het gemeten verplaatsingsveld, waarna weer een nieuwe schatting voor de gezochte parameters kan worden bepaald. Dit proces herhaalt zich tot het gesimuleerde verplaatsingsveld voldoende geconvergeerd is naar het gemeten verplaatsingsveld. Het hele proces is in figuur 2.1 in een flow-chart weergegeven.

Het grote verschil tussen de identificatie methode en standaard technieken is dat bij de identificatie methode niet langer een homogeen verplaatsingsveld noodzakelijk is. Informatie uit het hele verplaatsingsveld kan worden gebruikt bij de bepaling van de gezochte parameters. Een tweede verschil zit in het feit dat de experimentele data in de identificatiemethode numeriek verwerkt wordt, bij standaard technieken gebeurt dit veelal op analytische wijze.



Figuur 2.1 Stroomschema van het schattingsproces

2.2 Het schattingsalgoritme

Het gebruikte minimum variantie schattingsalgoritme zal hier in het kort beschreven worden, voor meer gedetailleerde beschrijvingen wordt verwezen naar Hendriks (1991) en van Ratingen (1994).

De meetgegevens, in dit geval componenten van een inhomogeen verplaatsingsveld, worden opgeslagen in een kolom y . We nemen aan dat de verplaatsingen een niet lineaire functie van de materiaalparameters zijn:

$$y = h(x) + v \quad (2.1)$$

Hierin is x een kolom met onbekende materiaalparameters, $h(x)$ het eindige elementen model voor de gemeten verplaatsingen, en v een kolom met meetfouten.

Er wordt gezocht naar een schatting voor de materiaalparameters x op basis van de gemeten verplaatsingen y . De beste schatting voor x kan gevonden worden door de volgende uitdrukking te minimaliseren:

$$S = (y - h(x))^T R^{-1} (y - h(x)) + (\hat{x}_0 - x)^T P_0^{-1} (\hat{x}_0 - x) \quad (2.2)$$

Hierin staat \hat{x}_0 voor een beginschatting voor x . Matrix R representeert de covariantie van de meetfout v , P_0 is de covariantiematrix voor \hat{x}_0 .

Door minimalisatie van (2.2) kan het gebruikte schattingsalgoritme voor \hat{x}_{i+1} gevonden worden:

$$\hat{x}_{i+1} = \hat{x}_i + \left(H_i^T R^{-1} H_i + P_0^{-1} \right)^{-1} \left(H_i^T R^{-1} (y - h(\hat{x}_i)) + P_0^{-1} (\hat{x}_0 - \hat{x}_i) \right) \quad (2.3)$$

In vergelijking (2.3) is i de iteratieteller.

Gevoeligheidsmatrix H_i is de linearisatie van h_i rond \hat{x}_{i-1} , volgens de volgende definitie:

$$H_i = \left(\frac{\partial h_i(x)}{\partial x} \right)_{x=\hat{x}_{i-1}} \quad (2.4)$$

2.3 Het vloeicriterium

Het vloeicriterium voor materialen met orthotroop vloeigedrag werd door Hill (1947) als volgt beschreven: Het materiaal gaat plastisch vloeien als aan de volgende voorwaarde voldaan is:

$$2f \equiv F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (2.5)$$

σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{yz} , σ_{zx} en σ_{xy} zijn de spanningscomponenten in een cartesisch assenstelsel parallel aan de hoofdanisotropierichting.

F, G, H, L, M en N zijn parameters die gegeven worden door:

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}; \\ 2G &= \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2}; \\ 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$2L = \frac{1}{R^2}, \quad 2M = \frac{1}{S^2}, \quad 2N = \frac{1}{T^2} \quad (2.7)$$

Waarin X, Y en Z de vloeispanningen bij trek in de hoofdanisotropierichtingen zijn, en R, S en T de vloeispanningen bij afschuiving ten opzichte van die richtingen.

Bij substitutie van (2.6) en (2.7) in (2.5) geldt voor vlakspanning in het xy-vlak:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right\} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \right\} \sigma_{xx}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \right\} \sigma_{yy}^2 + \frac{1}{T^2} \sigma_{xy}^2 = 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Hoofdstuk 3. Simulaties van experimenten

3.1 Aanbevelingen uit voorafgaande studies

De identificatie methode is op twee manieren toe te passen:

1. de lokale benadering, hierin worden alleen kinematische randvoorwaarden (verplaatsingen) voorgeschreven. Met deze methode kunnen slechts dimensieloze parameters, zoals de verhouding tussen stijfheidsparameters, worden bepaald.
2. de globale benadering, hierin worden zowel kinematische als dynamische randvoorwaarden (krachten) voorgeschreven. Het is hiermee mogelijk zowel dimensieloze als exacte materiaalparameters, zoals de elasticiteitsmodulus, te bepalen.

Door van Ratingen (1994) is aangetoond dat beide aanpakken mogelijk zijn met de hier gebruikte theorie. In het in deze studie gebruikte model zijn slechts kinematische randvoorwaarden voorgeschreven, er is dus uitgegaan van een lokale benadering.

Hendriks (1991) en van Ratingen (1994) geven enkele voorwaarden die van invloed zijn op het functioneren van de identificatie methode:

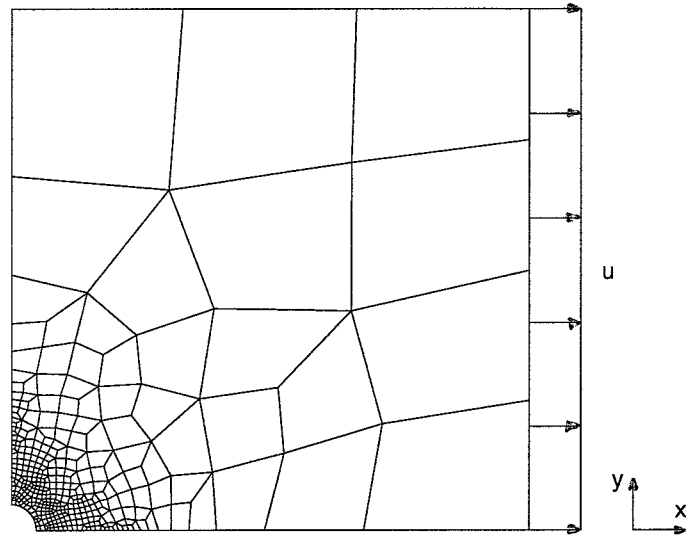
1. Het deel van het gemeten verplaatsingsveld dat wordt vergeleken met numerieke simulaties moet vrij zijn van inklemeffecten. Deze zijn namelijk vaak numeriek niet nauwkeurig te modelleren.

2. Het verplaatsingsveld moet inhomogeen zijn, en er moet sprake zijn van een groot rek-domein. Het verschil tussen de grootste en kleinste rekken moet dus groot zijn. In het algemeen geldt: hoe groter de inhomogeniteit van het verplaatsingsveld, hoe meer informatie er voor handen is, en dus hoe beter het schattingsproces zal verlopen.
3. De elementgrootte moet goed zijn. Te grote (te weinig) elementen kunnen het verplaatsingsveld niet goed benaderen, te kleine (te veel) elementen geven aanleiding tot te lange rekentijden.

Omdat in deze studie de meetdata worden gesimuleerd met behulp van een eindige elementen model zullen er geen modelfouten optreden.

3.2 Proefstukgeometrie en materiaalgedrag

Als geometrie voor het proefstuk is een vierkante plaat met in het midden een rond gat gekozen. Vanwege de symmetrische geometrie en belasting is in het eindige elementen model slechts nodig een kwart van het proefstuk te modelleren. Voor de analyse zijn lineaire 4-knoops vlakspanningselementen gebruikt. De elementverdeling is hieronder in figuur 3.1 weergegeven. De afmetingen van de plaat zijn 100*100 mm, de straal van het gat is 2.5 mm, en de dikte van de plaat is 1 mm. Het materiaal gedraagt zich isotroop elastisch, ideaal orthotroop plastisch, met Hill vloeicriterium. De gebruikte materiaalparameters zijn weergegeven in tabel 3.1.



Figuur 3.1 Geometrie, elementverdeling, belasting en anisotropierichting

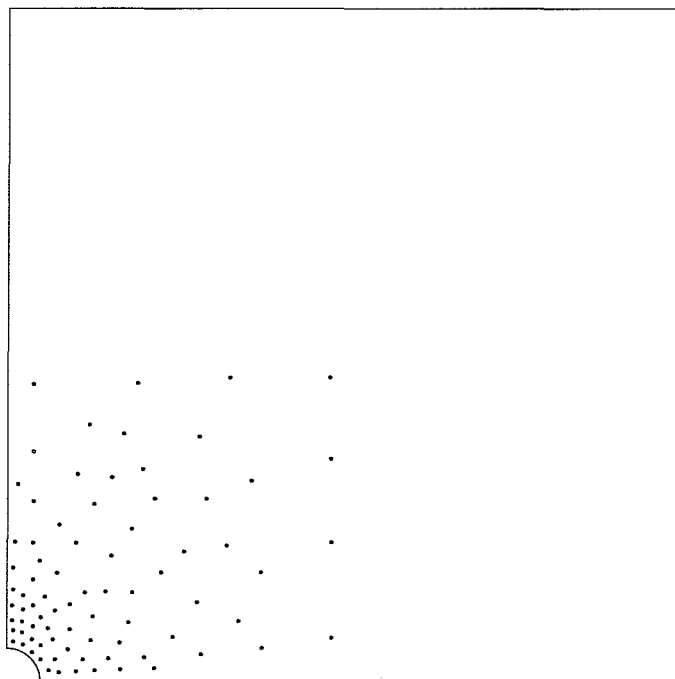
Grootheid	Symbool	Waarde
Stijfheidsmodulus	E	67 GPa
Dwarscontractiecoëfficiënt	ν	0.35
Initiële vloeispanning in x richting	X	200 MPa
Initiële vloeispanning in y richting	Y	180 MPa
Initiële vloeispanning in z richting	Z	160 MPa
Initiële vloeispanning in xy richting	T	140 MPa

Tabel 3.1 Materiaalparameters zoals gebruikt in het eindige elementen model.

3.3 Meetdata

Daar de te schatten parameters betrekking hebben op het vloeigedrag van het materiaal, is het voor succesvol schatten noodzakelijk dat er verplaatsingsgegevens bekend zijn uit zowel het elastisch als het plastisch gebied. Op deze manier kan de overgang tussen elastisch en plastisch gedrag nauwkeurig bepaald worden. Er werden daarom ongeveer evenveel

meetpunten binnen als buiten de plastische zone geplaatst. Dit vereist echter wel een voldoende grote plastische zone. De grootte van de plastische zone wordt bepaald door de opgelegde randvoorwaarden. Een geschikte plastische zone wordt verkregen bij een translatie van 0.14 mm van de rechterzijde van de plaat. De plastische zone bij deze randvoorwaarden is voor de drie verschillende anisotropierichtingen weergegeven in bijlage A, figuren A.1 tot A.3. Het blijkt dat de ligging en grootte van de plastische zone nauwelijks veranderen onder invloed van de veranderende anisotropierichting, de plaatsing van de meetpunten kan daarom onafhankelijk van de anisotropierichting gekozen worden. In de geselecteerde meetpunten werden vervolgens de verplaatsingen berekend, welke als meetgegevens voor het schatten van de parameters gebruikt werden. Het aantal meetpunten is 80, dit is een aantal dat met een gangbaar meetsysteem in de praktijk te meten is. De plaatsing van de meetpunten is in figuur 3.2 weergegeven.



Figuur 3.2 Plaatsing van de meetpunten.

De op deze manier gesimuleerde meetgegevens zijn vrij van meetruis. Om toch de invloed van meetruis op het schattingsalgoritme te kunnen bepalen, zijn de gesimuleerde meetgegevens verstoord met normaal verdeelde ruis, met een standaardafwijking van 1 procent van de gemiddelde grootte van de gesimuleerde verplaatsingen.

De meetdata zijn in deze studie gesimuleerd met behulp van het zelfde eindige elementen model als voor het schatten van de materiaalparameters gebruikt wordt.

3.4 Schatten van parameters

Om de prestatie van de identificatiemethode voor het hier gepresenteerde schattingsprobleem te bepalen zijn voor verschillende situaties de parameters van het Hill vloeicriterium geschat, de elastische parameters E en ν zijn bekend, en zijn op hun exacte waarden gezet. Er is daarbij gelet op de invloed van de anisotropierichting en de invloed van ruis. Hiertoe is bij een anisotropierichting van 0° , 45° en 60° , met en zonder ruis, geschat.

Bij de anisotropierichtingen van 45° en 60° vervalt de symmetrie van de proefstukgeometrie, en zou eigenlijk meer dan een kwart van de plaat beschouwd moeten worden. Dit is echter niet gedaan, omdat de invloed hiervan op de schattingsresultaten klein werd verondersteld.

Het eindige elementen model en het schattingsalgoritme zijn beide geïmplementeerd in het eindige elementen pakket DIANA, waarbij voor het schattingsalgoritme gebruik gemaakt is van beschikbare routines uit de module PAREST.

In alle gevallen zijn de 4 parameters X , Y , Z en T uit het vloeicriterium geschat (bij vlakspanning zijn R en S niet van belang). De exacte waarden en de gebruikte waarden voor de beginschatting staan in tabel 3.2.

Parameter	Exacte waarde [MPa]	Beginschatting [MPa]
X	$2,0 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^2$
Y	$1,8 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^2$
Z	$1,6 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^2$
T	$1,4 \cdot 10^2$	$2,0 \cdot 10^2$

Tabel 3.2 Gebruikte waarden voor de materiaalparameters

Voor R is een 160×160 diagonaalmatrix gebruikt, bij de gevallen zonder ruis met de waarde $1 \cdot 10^{-12}$ op de diagonaal, bij de gevallen met ruis met de waarde $1 \cdot 10^{-8}$ op de diagonaal. Voor P_0 is een 4×4 diagonaalmatrix met op de diagonaal de waarde $1 \cdot 10^3$ gebruikt.

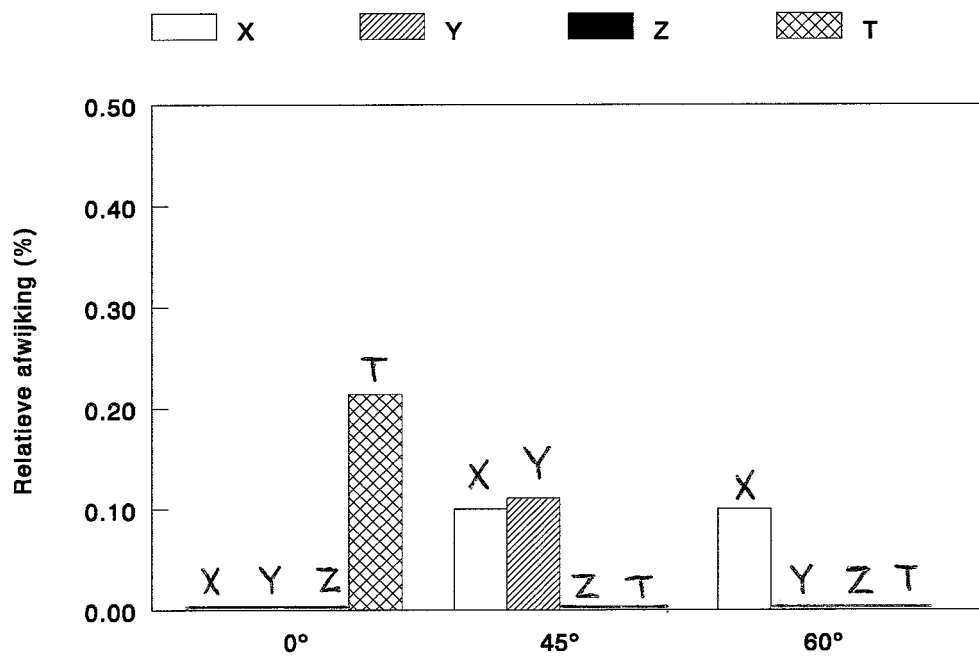
Hoofdstuk 4. Resultaten

4.1 Exacte meetgegevens

Voor de situaties met exacte meetgegevens, dus zonder meetruis, verliep het schatten van de parameters voor alle anisotropierichtingen zonder problemen. Het verloop van de parameters uitgezet tegen de iteratiestap is in figuren A.4 tot A.6 weergegeven.

In figuur 4.1 zijn de afwijkingen van de gevonden parameters ten opzichte van de exacte parameters weergegeven, in procenten. De parameters werden veelal exact geschat, in sommige schattingen zat echter een kleine afwijking. De grootste afwijking zat in de schatting voor parameter T, in het experiment bij 0° , en bedraagt 0.2%. Er is in dit geval dus nog steeds sprake van een erg goede schatting.

De convergentiesnelheid was bij alle drie de experimenten, en voor alle parameters, ongeveer gelijk. Het gemiddelde hiervan bedraagt 6 iteratiestappen.



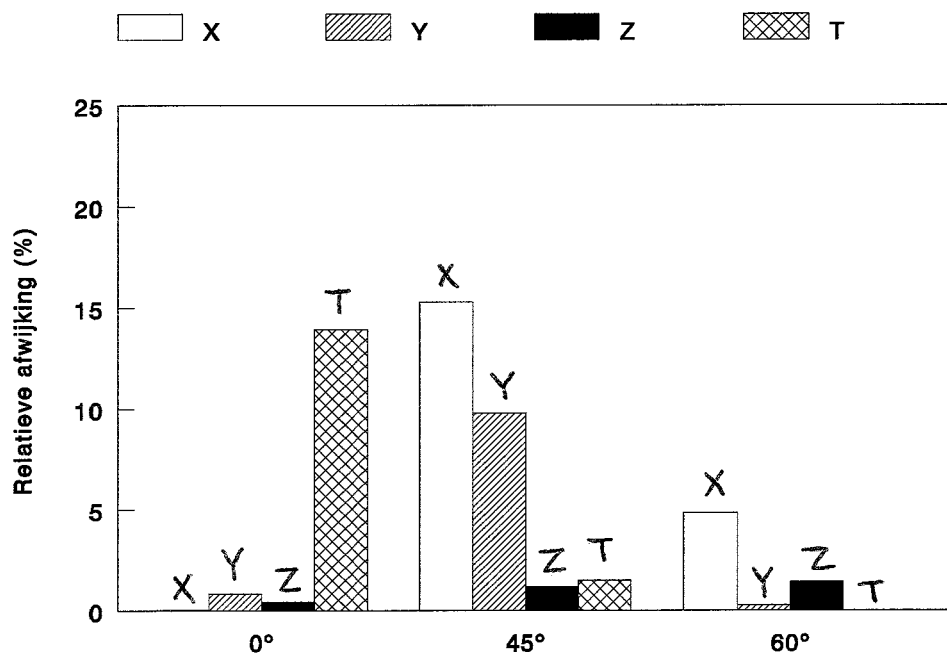
Figuur 4.1 Afwijkingen van de gevonden parameters in procenten (geen meetruis).

4.2 Verstoorde meetgegevens

Het schatten van de materiaalparameters op basis van de verstoorde meetgegevens leverde kwalitatief gezien hetzelfde beeld. De omvang van de schattingsfouten is hier echter veel groter. Het verloop van de parameters is in figuren A.7 tot A.9 weergegeven.

In figuur 4.2 is weer de relatieve schattingsfout in procenten uitgezet. Onder invloed van de meetruis zijn de afwijkingen in de gevonden parameters met ongeveer een factor 100 toegenomen. Ook de invloed van de anisotropierichting op de schattingsresultaten wordt uit deze schattingsresultaten duidelijk, deze zal in het volgende hoofdstuk besproken worden.

De convergentiesnelheid is in de gevallen met ruis vergelijkbaar met die in de gevallen zonder ruis.



Figuur 4.2 Afwijkingen van de gevonden parameters, in procenten (1% meetruis).

Hoofdstuk 5. Conclusies

In het geval van de anisotropierichting van 0° zonder ruis, convergeert parameter X het snelst. Dit kan worden verklaard uit het feit dat in de x-richting ook de meeste informatie beschikbaar is, daar de belasting in die richting wordt opgelegd. In het geval dat met meetruis gerekend wordt, wordt dit verschijnsel nog verduidelijkt. Parameter T, de vloeispanning bij afschuiving, convergeert het slechtst: de schatting vertoont een afwijking van 14.0%. Uit nadere studie van vergelijking (2.8) kan een verklaring gevonden worden.

Bij een homogene uniaxiale trekproef in x-richting wordt vergelijking (2.8):

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xx} \neq 0 \\ \sigma_{yy} = 0 \\ \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{xy} = 0 \end{array} \right\} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right\} \sigma_{xx}^2 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \right\} \sigma_{xx}^2 = 1$$

$$\frac{\sigma_{xx}^2}{X^2} = 1$$

Het vloeicriterium bevat in dit geval alleen informatie over X. In een dergelijke situatie zal parameter X als enige te bepalen zijn. In het hier beschouwde geval kan niet worden gesproken over een uniaxiale trekproef, maar is wel veruit de meeste informatie in de x-richting aanwezig. Het is dan ook te verwachten dat de schating van X het beste zal verlopen.

Uit het voorgaande volgt dat met het model met anisotropierichting 45° parameter T nauwkeurig geschat zou moeten kunnen worden. De resultaten voor de gevallen met en zonder ruis bevestigen dit, in het geval zonder ruis wordt T exact geschat, in het geval met ruis is de fout afgenomen tot 1.5%. De toename van informatie in de xy-richting gaat echter wel gepaard met een afname van informatie in de x- en y-richting, en daardoor ook met een sterke terugval van de nauwkeurigheid van de schatting voor parameters X en Y. Ook dit is weer uit nadere studie van vergelijking (2.8) te verklaren. In het geval van een homogene uniaxiale trekproef onder 45 graden met de x-richting wordt vergelijking (2.8):

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{1}{2} \sigma \\ \sigma_{yy} = \frac{1}{2} \sigma \\ \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{xy} = \frac{1}{2} \sigma \end{array} \right\} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \right\} \frac{1}{4} \sigma^2 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \right\} \frac{1}{4} \sigma^2 + \frac{1}{T^2} \frac{1}{4} \sigma^2 = 1$$

$$\frac{1}{4} \frac{\sigma^2}{Z^2} + \frac{1}{4} \frac{\sigma^2}{T^2} = 1$$

Het vloeicriterium bevat in dit geval alleen informatie over Z en T. Dit zijn ook de parameters die in ons experiment onder 45 graden het best geschat werden.

Het valt dus te verwachten dat met het model met de anisotropierichting van 60° de beste schattingsresultaten behaald kunnen worden, daar in dat geval de informatie enigszins gelijk verdeeld lijkt te zijn over de x-, y- en xy-richting. De resultaten van de experimenten bevestigen dit. De nauwkeurigheid van de schatting voor T wordt nog vergroot ten opzichte van het geval met de anisotropierichting van 45° . Ook de nauwkeurigheid van de schatting voor X en Y wordt sterk vergroot, terwijl de nauwkeurigheid voor Z ongeveer gelijk blijft. Als we naar vergelijking (2.8) kijken, voor het geval van een homogene uniaxiale trekproef onder een hoek α met de x-richting wordt het vloeicriterium:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \cos^2 \alpha \\ \sigma_{yy} &= \sigma \sin^2 \alpha \\ \sigma_{zz} &= 0 \\ \sigma_{xy} &= \sigma \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\frac{\sigma^2}{2X^2} \cos^4 \alpha + \frac{\sigma^2}{2Y^2} \sin^4 \alpha - \sigma^2 \left(\frac{1}{Y^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Z^2} \right) \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \\ &+ \frac{\sigma^2}{T^2} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = 1 \end{aligned}$$

Hierin is informatie over alle parameters beschikbaar, en het moet hiermee mogelijk zijn alle parameters te schatten. Ons experiment met de anisotropierichting van 60 graden bevestigt dit.

De voorgenoemde resultaten wekken het vermoeden dat er een optimale anisotropierichting zou kunnen bestaan, waarbij de schattingsnauwkeurigheid voor alle parameters samen optimaal zou zijn. Er is echter niet getracht deze hoek te bepalen, omdat deze hoek een functie is van de materiaalparameters, welke in het geval van een echt schattingsexperiment juist de onbekenden zijn. De optimale anisotropierichting zal hierdoor in een praktijkgeval niet te bepalen zijn, slechts binnen bepaalde grenzen te schatten. Uit de resultaten is wel gebleken dat voor het bepalen van de parameters zeker niet met een anisotropierichting van 0° of 45° gewerkt moet worden, maar met een richting waarop geen van de materiaalparameters direct betrekking heeft.

Parameter Z, blijkt bij alle anisotropierichtingen met redelijke nauwkeurigheid bepaald te kunnen worden.

Hoofdstuk 6. Discussie

Uit de resultaten blijkt dat, onder bepaalde voorwaarden, de identificatiemethode geschikt is om de parameters uit het orthogonaal vloeicriterium van Hill te bepalen uit de meetdata van één experiment. Van grote invloed op de prestatie van de methode blijkt de anisotropierichting te zijn. In deze studie is zelfs bij anisotropierichtingen anders dan 0° slechts één kwart van de plaat gemodelleerd. Hoewel de invloed hiervan op de schattingsresultaten klein is, is dit niet correct. Bij het uitvoeren van echte schattingsexperimenten moet dus altijd de gehele geometrie gemodelleerd worden.

De introductie van meetruis heeft een behoorlijke invloed op de prestatie van de methode, het lijkt daarom raadzaam om, alvorens de methode in de praktijk toe te passen, ook de invloed van modelfouten te onderzoeken.

De identificatiemethode heeft duidelijke voordelen ten opzichte van traditionele proefmethoden. Parameters die op traditionele weg moeilijk te bepalen zijn, kunnen met de identificatiemethode in één experiment bepaald worden. De methode moet echter met de nodige voorzichtigheid worden toegepast. Voor elk experiment moeten de omstandigheden voor correcte werking van de methode onderzocht worden, op een wijze zoals dat in deze studie gebeurd is.

Literatuur

Hendriks, M., Identification of the mechanical behaviour of solid materials. Afstudeerverslag, Technische Universiteit Eindhoven, 1991.

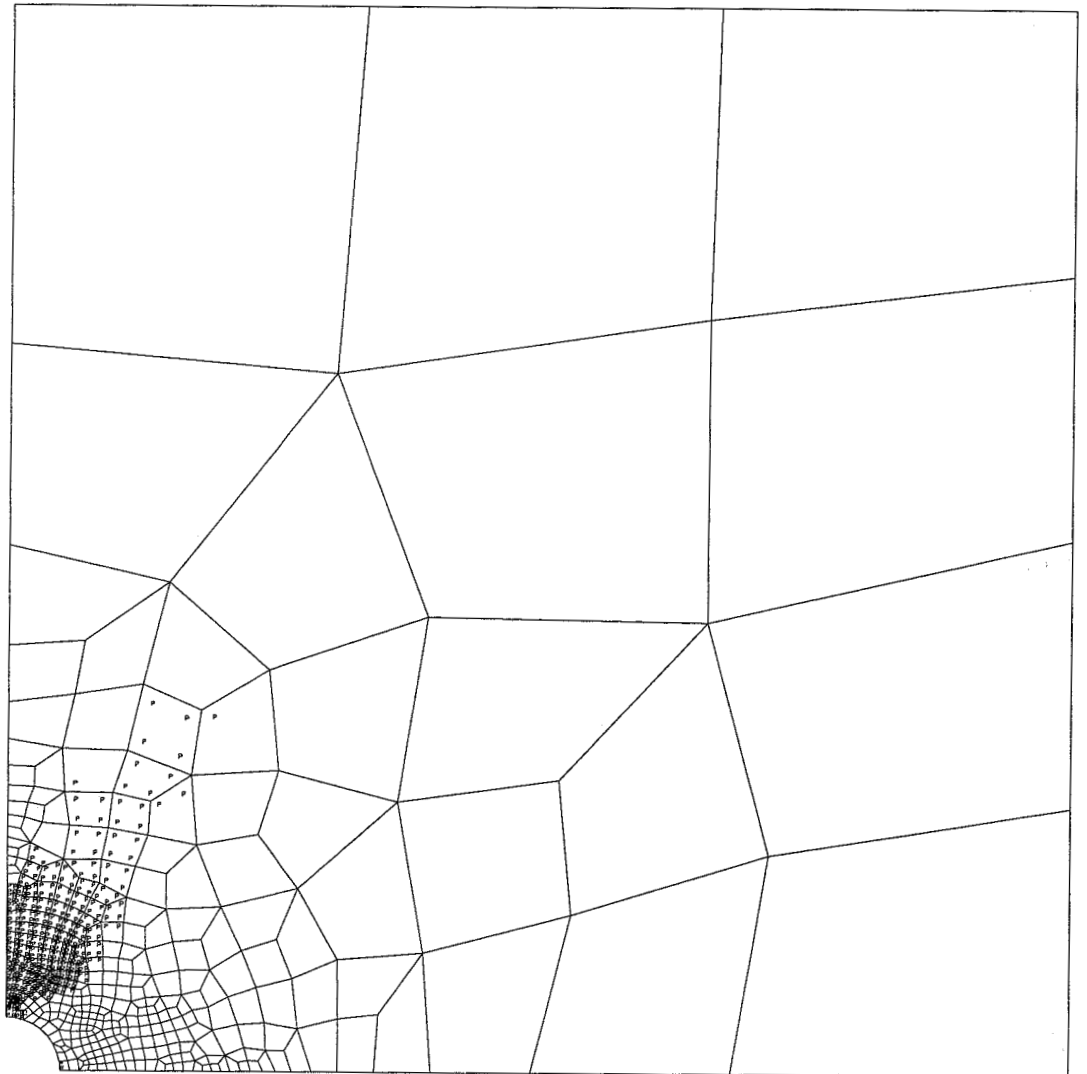
van Ratingen, M.R., Mechanical identification of inhomogeneous solids. Afstudeerverslag, Technische Universiteit Eindhoven, 1994.

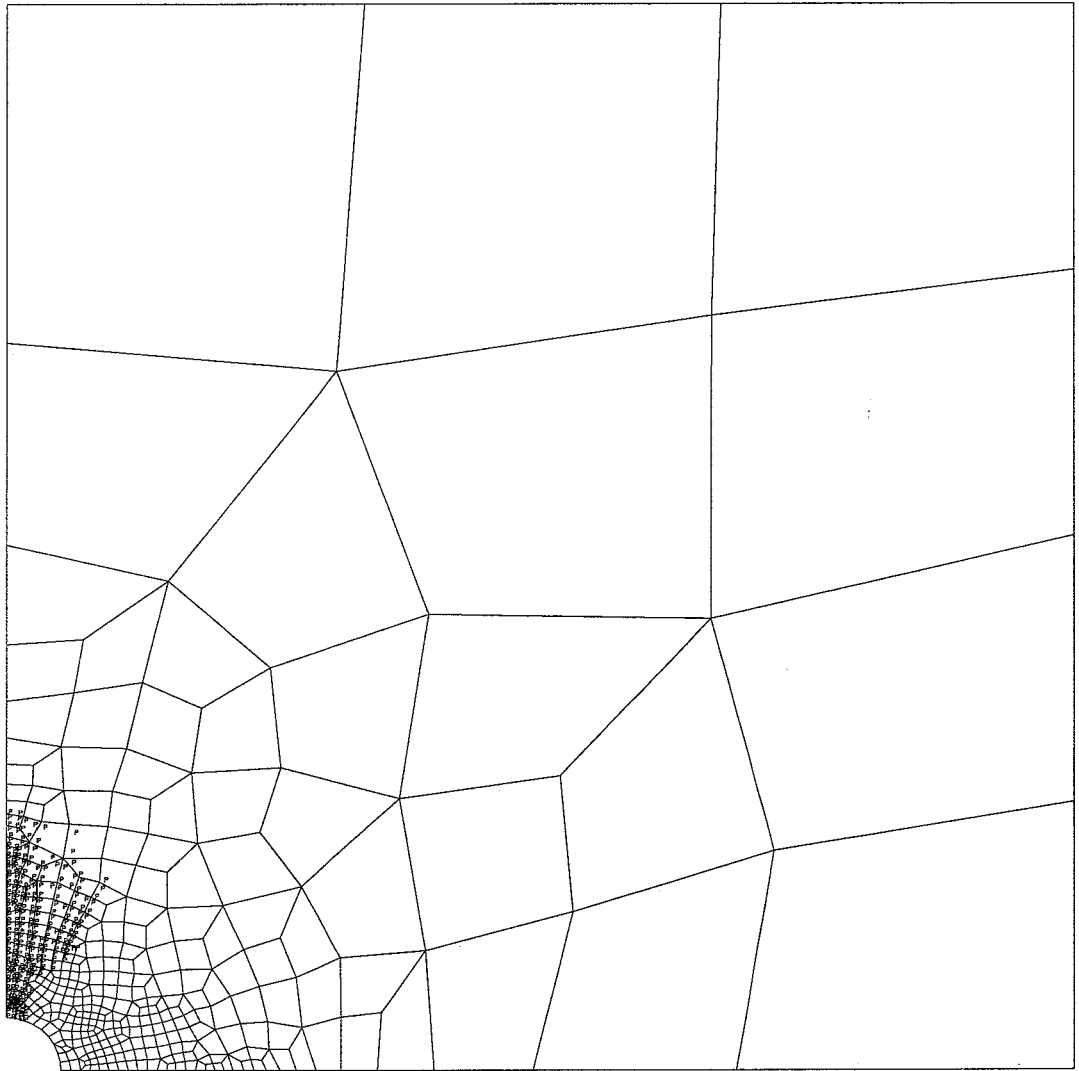
Hill, R., A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic materials. 1947.

Diana manual *Parameter Estimation*, Vol. 13, TNO Building and Construction Research, 1993.

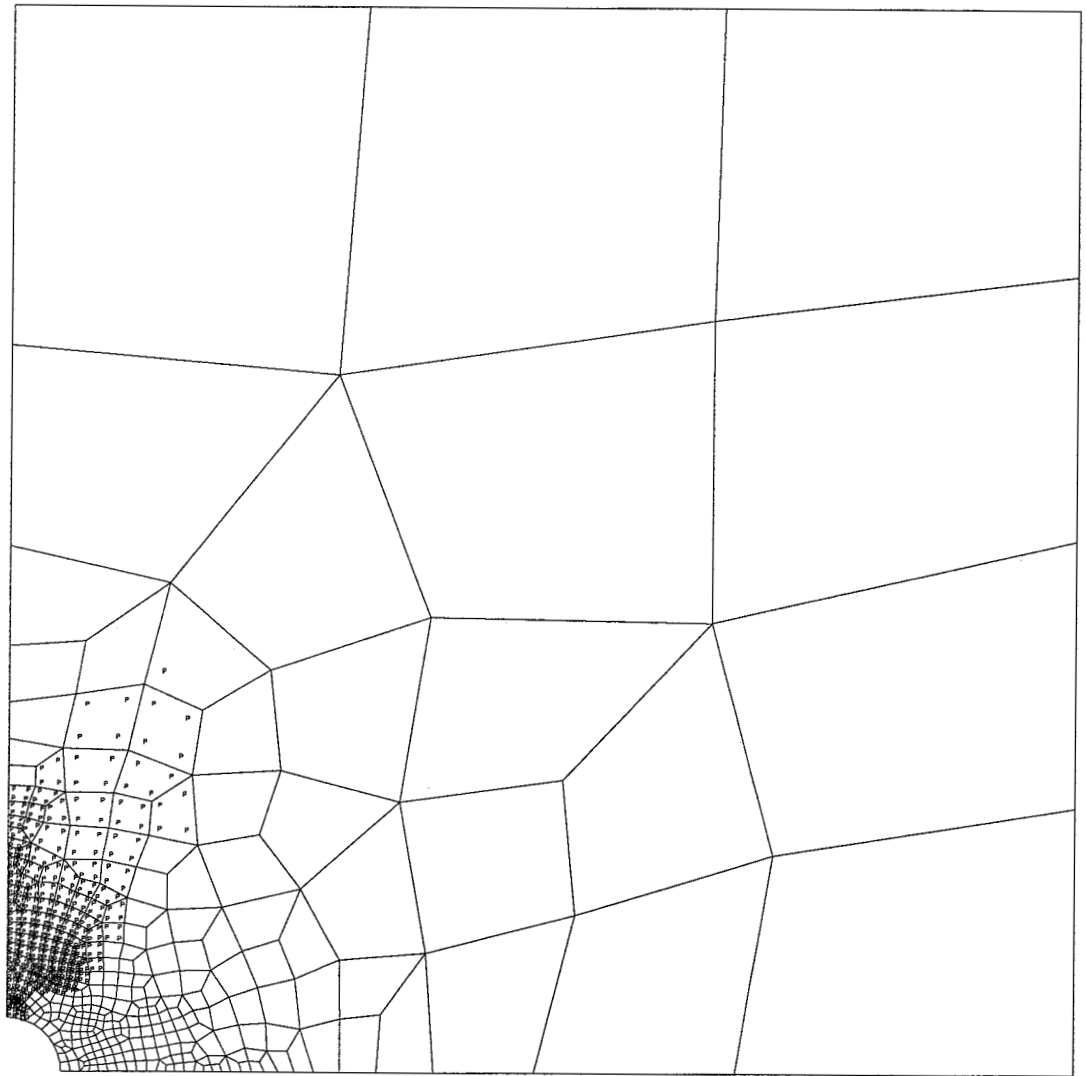
Stewart, R.W., A method for the identification of material parameters related to orthotropic yielding. Stageverslag, Technische Universiteit Eindhoven, 1995.

Bijlage A. Figuren

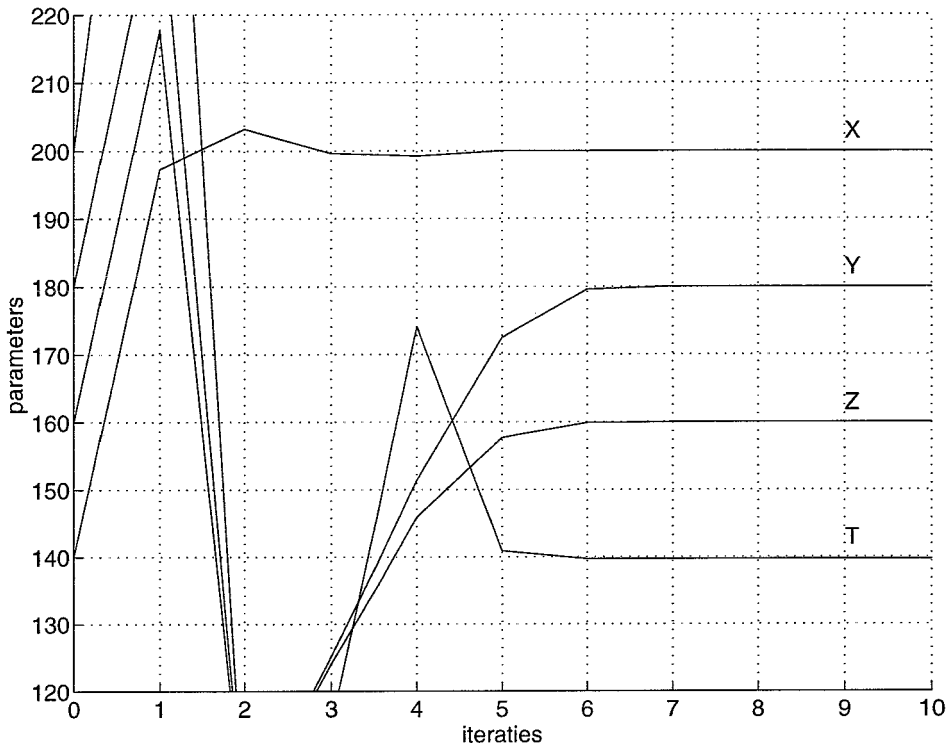




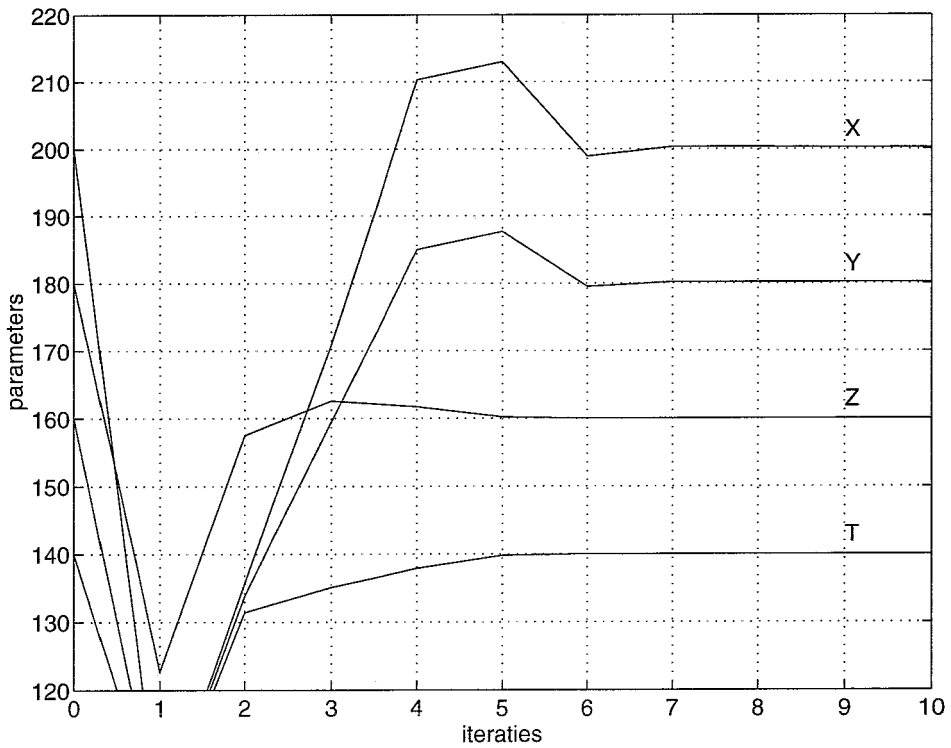
Figuur A.2 Plastische zone, anisotropie-hoek: 45°



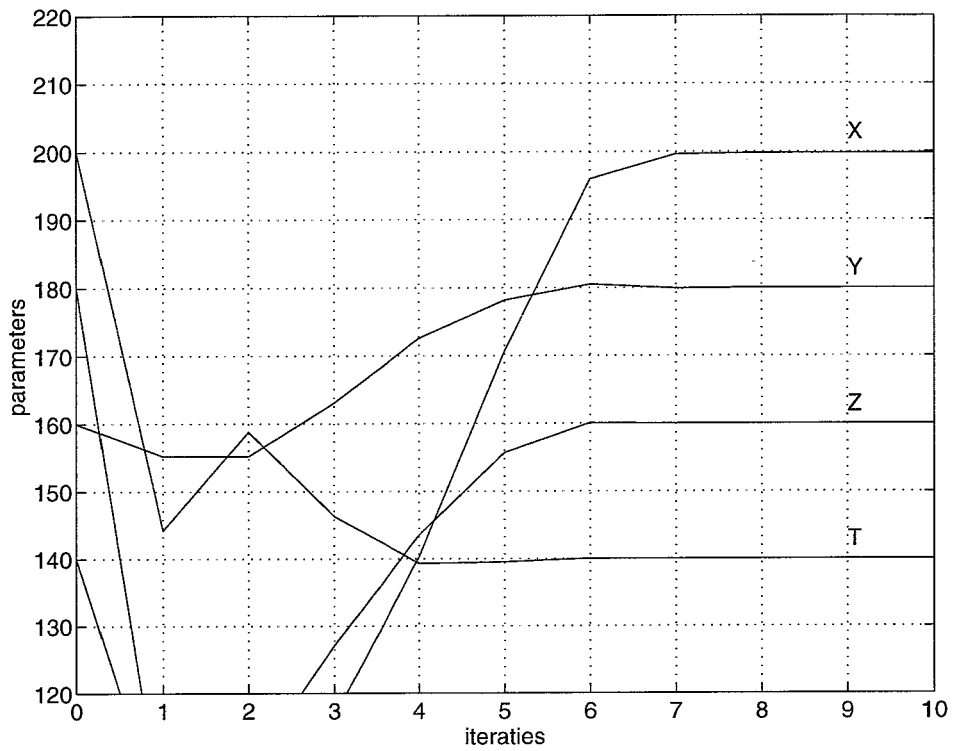
Figuur A.3 Plastische zone, anisotropie-hoek: 60°



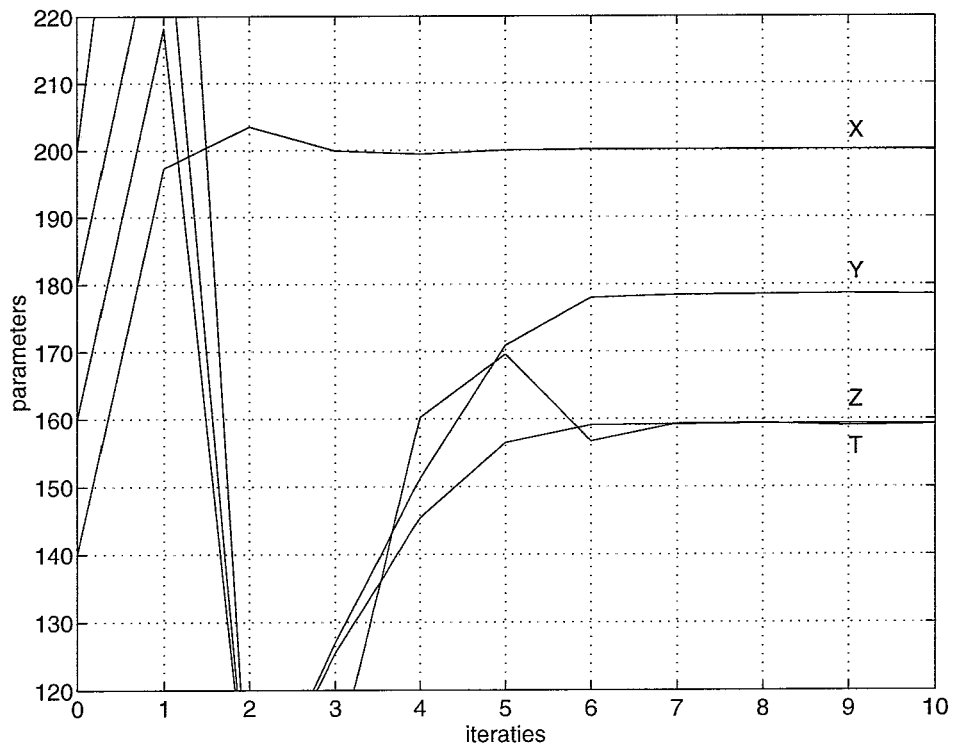
Figuur A.4 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 0°, geen ruis



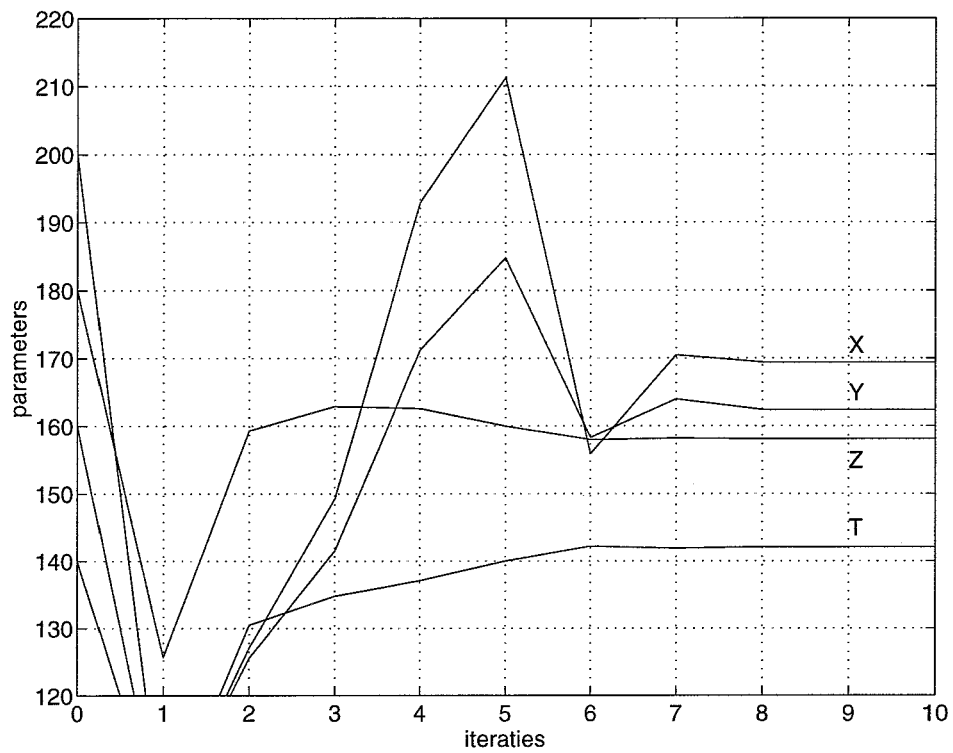
Figuur A.5 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 45°, geen ruis



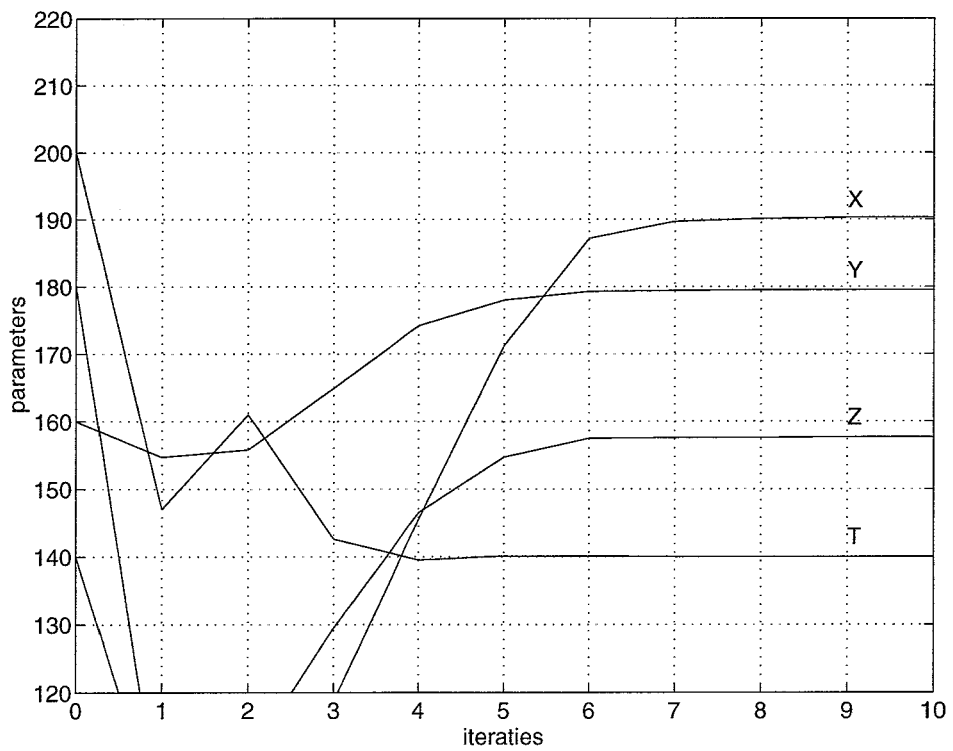
Figuur A.6 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 60°, geen ruis



Figuur A.7 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 0°, 1% ruis



Figuur A.8 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 45°, 1% ruis



Figuur A.9 Verloop van de geschatte parameters, hoek: 60°, 1% ruis