

Parameter identificatie van een sterk niet-lineair model

Citation for published version (APA):

van Giessel, G. P. (1992). *Parameter identificatie van een sterk niet-lineair model*. (DCT rapporten; Vol. 1992.022). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1992

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

PARAMETER IDENTIFICATIE VAN
EEN STERK NIET-LINEAIR MODEL

Door: G.P. van Giessel
Rapportnummer: 92022
Januari 1992

Begeleiders: J. Banens
G. Verbeek

Weegmatrices van systeem:

$$V=[0.1 \ 1 \ 1 \ 1], \quad W=[0.5 \ 1 \ 0.00001]$$

Weegmatrices van systeem:

$$V=[0.1 \ 1 \ 1 \ 1], \quad W=[0.45 \ 1 \ 0.00001]$$

Inhoud

Inleiding	2
De optimale schattingsmethode	4
Resultaten	9
Aanbevelingen	11
Gebruikte variabelen:	12
Literatuur	13
Toelichting bij plotjes	14
Grafische weergave resultaten	15
Uitdraai van Matlab invoerfile	18

Inleiding

Als een vliegtuig over een ruw of beschadigd landingsbaan oppervlak rijdt ondervindt het 'stoten' welke krachten introduceren, die via het landingsgestel op het frame werken. Deze krachten op hun beurt kunnen ongewenste dynamische verschijnselen opwekken op kritische plaatsen in het vliegtuig.

Om nu te kunnen voorspellen hoe het systeem (=vliegtuig) zal reageren op een gegeven excitatie is een accurate mathematische beschrijving van het systeem nodig.

Het doel van deze stage was het identificeren van parameters van een model van een "oleo-pneumatic shock strut", een demper die in de meeste landingsgestellen voorkomt. Het probleem hierbij was het feit dat er complexe fysische fenomenen optreden die alleen met sterk niet-lineaire differentiaal vergelijkingen beschreven kunnen worden. Eén zo'n vergelijking is afgeleid door Milwitzky en Cook [1], deze vergelijking (1) is tijdens deze stage ook gebruikt.

$$m\ddot{s} + \frac{\rho A_{hy}^3}{2(A_o C_d)^2} |\dot{s}| \dot{s} + P_o A_{pn} \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{A_{pn}}{V_o}\right)s} \right] + f_d \frac{\dot{s}}{|\dot{s}|} - mg = 0 \quad (1)$$

Goodman heeft zich bezig gehouden met het oplossen van deze vergelijking middels de 'Newtonian Iteration'. In het kort komt deze methode op een 'least squares' probleem neer.

Men begint met een proefschatting van de begincondities en parameters (daar deze in de toestand zijn opgenomen), deze leggen een punt in de toestandruimte vast, welke met een proef-referentie trajectory correspondeert (integreer de bewegingsvergelijking).

Aan de hand van het verschil tussen deze en de werkelijke trajectory worden de begincondities, met behulp van een kleinste kwadraten criterium, aangepast. Zodanig dat de begincondities uiteindelijk (hopelijk) gelijk worden aan de feitelijke waarden. Het identificatieprobleem wordt op deze manier dus gereduceerd tot het probleem van het vinden van de juiste beginwaarden, welke het kwadratisch criterium minimaliseert.

Bij het hier gebruikte model, vergelijking (1), leidt deze methode, waarschijnlijk door de niet-lineaire mathematische vorm, niet altijd tot acceptabele resultaten indien de begin-schattingen niet dicht genoeg bij hun feitelijke waarden liggen.

Tijdens deze stage is dan ook gebruik gemaakt van een ander programma, voortgekomen uit de theorie gepresenteerd in het proefschrift " Identification of non-linear mechanical systems for control application " [3]. De optimale schattingsmethode zoals de in het proefschrift gepresenteerde methode genoemd wordt, heeft naar verwachting niet met dergelijke problemen te maken. Het betreft hier een batch-schatter, die alle start-waarden met een beginschatting, één stap integreert, vervolgens terug-integreert en met de (hopelijk) betere beginschatting weer integreert (twee stappen) en terug-integreert etc..

Ten einde de methodes te kunnen vergelijken is eerst een eenvoudig massa-veer systeem geïmplementeerd, aan de hand waarvan ik ook de gebruikte methode zal uitleggen.

De optimale schattingsmethode

Uitgangspunt vormt hierbij een niet-lineaire modelstructuur van het systeem (voor symbolenlijst zie bladzijde 12):

$$\dot{\hat{s}} = \hat{v} + \xi_1 \quad (2a)$$

$$\dot{\hat{v}} = \hat{a} + \xi_2 \quad (2b)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \xi_3 \quad (2c)$$

$$M(\hat{s}, \hat{\theta}, t)\hat{a} + h(\hat{s}, \hat{v}, \hat{\theta}, t) + H(\hat{s}, \hat{v}, \hat{\theta}, t)\hat{u} = \zeta_1 \quad (2d)$$

$$\hat{z} = g(\hat{s}, \hat{v}, \hat{\theta}, t) + G(\hat{s}, \hat{v}, \hat{\theta}, t)\hat{a} + R(\hat{s}, \hat{v}, \hat{\theta}, t)\hat{u} \quad (2e)$$

$$z_m = \hat{z} + \zeta_2 \quad (2f)$$

Hierin zijn ξ_1 t/m ξ_3 en ζ_1 en ζ_2 de residuen, welke in feite de kwaliteit van de modelstructuur weergeven.

Merk op dat de differentiaalvergelijkingen (2a) en (2b) ontkoppeld zijn! Dit heeft als groot voordeel dat bijvoorbeeld de positie-schatting kan worden aangepast zonder daarbij de snelheidsschatting te verstoren.

In uitgebreide toestandsvorm kan het model als volgt (kompakter) worden geschreven:

$$\text{Met: } \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{v} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix}; \quad \hat{p} = \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{a} \end{bmatrix} \quad \text{wordt (2a) tot en met (2c) :}$$

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}\hat{p} + \xi, \quad (3a)$$

waarin :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}$$

En kunnen de vergelijkingen (2d), (2e) en (2f) als volgt worden geformuleerd:

$$Ez_m = f(\hat{x}, t) + F(\hat{x}, t)\hat{p} + \zeta \quad \text{met:} \quad (3b)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; \quad f(\hat{x}, t) = \begin{bmatrix} h(\hat{x}, t) \\ g(\hat{x}, t) \end{bmatrix}; \quad F(\hat{x}, t) = \begin{bmatrix} H(\hat{x}, t) & M(\hat{x}, t) \\ R(\hat{x}, t) & G(\hat{x}, t) \end{bmatrix}; \quad \zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix}$$

Dit betekent voor ons massa-veer systeem:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = u$$

waarin bijvoorbeeld de massa geschat moet worden:

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{s}} \\ \dot{\hat{v}} \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{v} \\ \hat{m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{Z} = \begin{bmatrix} b\hat{v} + k\hat{s} \\ \hat{s} \\ \hat{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \hat{m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_{21} \\ \zeta_{22} \end{bmatrix}$$

Het uiteindelijke probleem is dus het bepalen van de uitgebreide toestands- en uitgebreide ingangsschatter, zodanig dat de één of andere norm van de matrices $\xi(t)$ en $\zeta(t)$ geminimaliseerd worden; nul zullen ze vanwege modelfouten en meetruis niet worden. Het minimaliseren kan met het volgende criterium bereikt worden:

$$\begin{aligned}
J[\hat{x}, \hat{p}] = & \int_{t_0}^t \left[\frac{1}{2} \zeta^T(\tau) V(\tau) \zeta(\tau) + \frac{1}{2} \xi^T(\tau) W(\tau) \xi(\tau) \right] d\tau + \\
& + \frac{1}{2} [\hat{x}(t_0) - q_0]^T R_0 [\hat{x}(t_0) - q_0]
\end{aligned} \tag{4}$$

Waarin $V(\tau)$ een semi-positief definite en $W(\tau)$ een positief definitie weegmatrix is. Minimaliseren van vergelijking (4) met conditie (3) en het toevoegen van de kolom Lagrange multiplicatoren ($\lambda^T(\tau)[\dot{x}(\tau) - Ax(\tau) - Bp(\tau) - \xi(\tau)]$) in de functionaal J, en deze functionaal vervolgens minimaliseren ($\delta J = 0$) levert:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{p} + W^{-1}\lambda \tag{5a}$$

$$\dot{\lambda} = -A^T\lambda - C^TV [Ez - f - F\hat{p}] ; \quad C = \frac{\partial f}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial F}{\partial \hat{x}}\hat{p} \tag{5b}$$

$$\hat{p} = (F^TVF)^{-1}[B^T\lambda + F^TV(Ez - f)] \tag{5c}$$

met de volgende randvoorwaarden:

$$\lambda(t_0) = R_0[\hat{x}(t_0) - q_0]$$

$$\lambda(t) = 0$$

De Jacobiaan van deze differentiaal vergelijkingen kan worden geschreven als:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$$

dit blijkt tevens een Hamiltoniaan te zijn ($L_{22} = -L_{11}^T$; $L_{12}^T = L_{21}$; $L_{21}^T = L_{12}$; $\det(L_{12}) \neq 0$), zodat numerieke integratie instabiel is.

Dit stelsel van twee sets differentiaal vergelijkingen plus twee randvoorwaarden wordt nu met een eerste-orde-benadering opgelost. Bovenstaand stelsel gaat na linearisatie (rond een geschatte oplossing (x_i, λ_i)) over in:

$$\dot{\delta \hat{x}} = L_{11,i} \delta \hat{x} + L_{12,i} \delta \lambda + N_{1,i} \quad (6a)$$

$$\dot{\delta \hat{\lambda}} = L_{21,i} \delta \hat{x} + L_{22,i} \delta \lambda + N_{2,i} \quad (6b)$$

Met randvoorwaarden:

$$\delta \lambda(t_0) = R_0 \delta \hat{x}(t_0) \quad \text{en} \quad (6c)$$

$$\delta \lambda(t) = 0 \quad (6d)$$

waarin:

$$N_{1,i} = Ax_i + B\hat{p}_i + W^{-1}\lambda_i - \dot{\hat{x}}_i$$

$$N_{2,i} = -A^T \lambda_i - C_i^T V(Ez - f_i - F_i \hat{p}_i) - \dot{\lambda}_i$$

De index i betekent dat we de functie bekijken voor de benaderde oplossing (x_i, λ_i) .

De kolommen δx en $\delta \lambda$ zijn fouten in x_i respectievelijk λ_i .

Vergelijking (6) kan, door het geschikt kiezen van een reguliere matrix Q en een kolom q , welke dienen te voldoen aan:

$$\delta \dot{\hat{x}}(\tau) = Q(\tau) \delta \lambda(\tau) + \delta q(\tau) \quad \forall \tau \mid \tau \in [t_0, t]$$

worden gereduceerd tot een één-punts-randwaarde-probleem. Dit blijkt een Ricatti-vergelijking te zijn:

$$\dot{Q} = L_{12,i} + L_{11,i}Q - QL_{22,i} - QL_{21,i}Q \quad (6a)$$

$$\delta \dot{q} = N_{1,i} - QN_{2,i} + (L_{11,i} - QL_{21,i})\delta q \quad (6b)$$

Met randvoorwaarden:

$$Q(t_0) = R_0^{-1} \quad \text{en} \quad \delta q(t_0) = 0$$

Het oplossen gaat nu als volgt: los Q_i en q_i op uit vergelijking (6) door voorwaartse integratie, los vervolgens $\delta \hat{x}$ en $\delta \lambda$ op door terugintegratie van vergelijking (5a) en gebruik te maken van $\delta \lambda = Q^{-1}(\delta \hat{x} - \delta q)$ en bepaal tenslotte \hat{x}_{i+1} en λ_{i+1} .

De vraag is nu hoe we aan een goede keuze van q_0 moeten komen. De elementen in q_0 die verbonden zijn aan de positie en de snelheid zijn redelijk goed te schatten (dan wel te meten), de onbekende parameters echter, kunnen een serieus probleem blijken. Het is dan ook mogelijk dat verschillende keuzen van q_0 leiden tot verschillende (locale) minima van J .

Resultaten

Deze veelbelovende theorie is 'vertaald' in een computerprogramma (optfil). De resultaten van dit programma vielen echter tegen. Het programma bleek enorm gevoelig te zijn voor (zelfs maar zeer kleine) veranderingen van de weegfactoren uit de matrices V en W (vergelijk de plotjes op blz. 15 t/m 17). Een en ander blijkt als volgt te kunnen worden verklaard:

Terug-integratie van vergelijking (5) levert, als gevolg van eerder genoemde Hamiltoniaan, numerieke problemen op. Immers na invullen van de mathematische betrekking $[\delta\lambda = Q^{-1}(\delta x - \delta q)]$ in vergelijking (6) resteert de volgende vergelijking:

$$\delta\dot{x} = L_{11}\delta\dot{x} + Q^{-1}L_{12}\delta\dot{x} + (N_1 - Q^{-1}L_{12}\delta q) = (L_{11} + Q^{-1}L_{12})\delta\dot{x} + C_1$$

dan wel (indien δx wordt gesubstitueerd):

$$\delta\dot{\lambda} = QL_{21}\delta\lambda + L_{22}\delta\lambda + (N_2 + L_{21}\delta q) = (QL_{21} + L_{22})\delta\lambda + C_2$$

Daar de matrix Q regulier is, is de samengestelde matrix:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & Q^{-1}L_{12} \\ QL_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$$

ook een Hamiltoniaan. En helaas is het hierbij niet zo dat alle positieve (dan wel alle negatieve) eigenwaarden zich in één deel (bijvoorbeeld de bovenste helft) van de matrix bevinden. We zullen derhalve moeilijkheden krijgen met het oplossen. We kunnen niet de ene vergelijking gebruiken voor heen-integratie en de andere voor terug-integratie (vanwege dus zowel positieve als negatieve eigenwaarden in beide vergelijkingen).

Een andere oorzaak kan gevonden worden in het discretiseren. Ten gevolge van het discretiseren worden fouten geïntroduceerd, welke grote gevolgen kunnen hebben.

Laten naar twee extreme gevallen kijken: 1) $Q = 0$ dus $Q^{-1} = \infty$

2) $Q = \infty$ dus $Q^{-1} = 0$

Ad 1) Is Q^{-1} oneindig dan is de verandering van δx ook oneindig, tenzij $\delta \lambda = 0$. Wat inhoudt dat je geen keuzevrijheid meer hebt in je beginschatting (δx moet dan gelijk zijn aan δq), zie vergelijking (4). En in dat geval hoeven we de vergelijking niet meer te integreren, immers we hebben dan reeds de oplossing.

Ad 2) Is Q^{-1} nul, dan hebben we weliswaar een integreerbare vergelijking maar dan wordt de Ricatti-vergelijking een zeer stijfe differentiaal-vergelijking (Q en Q^2 komen voor), welke niet netjes oplosbaar is, o.a. ten gevolge van discretisatiefouten.

En er is geen reden om aan te nemen dat het voor tussen liggende waarden wel goed zal gaan, dit is ook gebleken (zie de bijgevoegde plotjes).

Aanbevelingen

Ten eerste gebruik het programma puur als filter. Dit zou goede resultaten op moeten leveren, aangezien het optimale filter onder de volgende condities:

Versnellings metingen moeten worden geformuleerd in termen van de toestand en ingangsvariabelen, m.a.w. ze worden niet netjes meegenomen,

Alle ingangen moeten worden gemeten en oneindig zwaar worden meegewogen, m.a.w. de ingangen worden exact verondersteld,

De bewegingsvergelijking moet ook een oneindig grote weegfactor krijgen, m.a.w. we veronderstellen dat er géén modelfouten zijn.

mathematisch gezien identiek is aan het bekende Kalman-Bucy filter [2].

Ten tweede zou nog geprobeerd kunnen worden om de eerder besproken "Newtonian Iteration" toe te passen op het optimale filter. Het optimale filter geeft een trajectory bij een beginschatting, het verschil tussen deze en de feitelijke trajectory zou middels een kleinste kwadraten methode kunnen leiden tot een nieuwe schatting voor de begincondities.

Gebruikte variabelen:

In vergelijking (1):

A_{hy}	hydrolisch oppervlak
A_{or}	Schok-demper orifice oppervlak
A_{pn}	pneumatisch oppervlak
C_d	orifice coëfficiënt bij ontlasten
f_d	wrijving dempingsconstante
g	gravitatieconstante
m	geconcentreerde systeem massa
n	polytropische gasconstante
P_0	gasdruk (zonder externe belasting)
s	uitwijking
s	snelheid
V_0	gasvolume (zonder externe belasting)
ρ	dichtheid hydrolische vloeistof

In theorie gebruikt:

s	kolom met graden van vrijheid (posities)
v	kolom, eerste afgeleide van s (snelheden)
a	kolom, eerste afgeleide van v (versnellingen)
u	kolom met regelbare externe belasting
θ	kolom met onbekende constante parameters
y	kolom met de geregelde uitgangen
M	Massa matrix
h	kolom, bevat niet-lineaire termen als coriolis-versnelling, centrifugaal krachten, demping etc.
H	distributie matrix
z	kolom met te meten model variabelen
t	tijd
x	uitgebreide toestand schatter
p	uitgebreide ingang schatter

Literatuur

- [1] Batill, S.M. en Bacarro, J.M., "Modelling and Identification of Non-Linear Dynamic Systems With Application to Aircraft Landing Gear", AIAA, 1988.
- [2] Kok, J.J., "Werktuigkundige Regeltechniek II", Collegedictaat 4594, Technische Universiteit Eindhoven, 1986.
- [3] Molengraft, M.J.G., "Identification of Non-Linear Mechanical Systems For Control Application", okt. 1990.

Toelichting bij plotjes

Het systeem waarmee gerekend wordt in de hierna volgende plotjes is het volgende:

$$P_1 \ddot{x} + b \dot{x} + kx = u, \quad \text{waarin}$$

P_1 de te schatten parameter(massa).

Randvoorwaarden:

$$x(0) = 1$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$u(0) = 0$$

Zowel de positie als de versnelling als de uitwendige kracht u worden gemeten.

Van beide gevallen zijn drie plotjes toegevoegd namelijk de massaschatting, de positieschatting en de residuen van positie en snelheid (in één plotje).

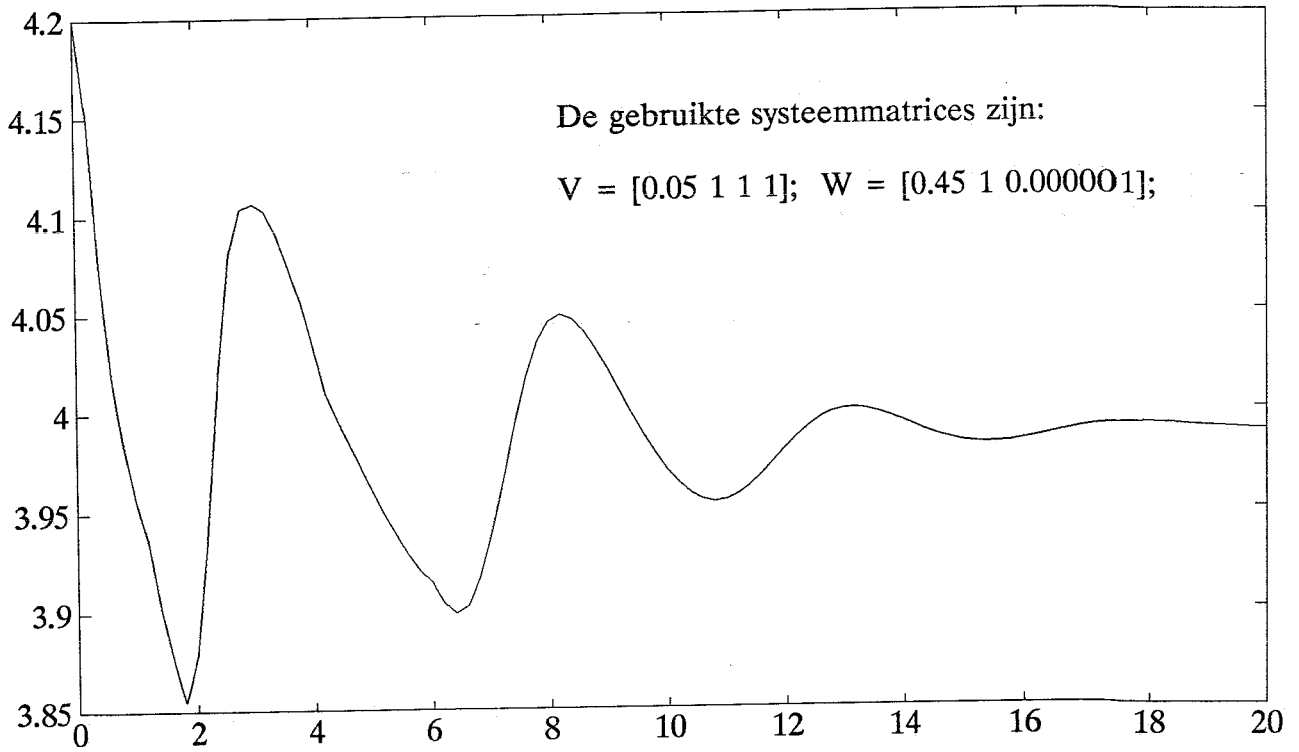
De matrices V en W welke in de 'listing' van het systeem voorkomen (blz. 18) zijn de uit de functionaal J bekende weegmatrices.

In de beide gevallen waarvan plotjes zijn bijgevoegd gaat het dus om een massaschatting, de beginschatting bedraagt $m=4.2$ [kg] terwijl de feitelijke waarde van de massa 4.0 [kg] bedraagt. Het enige voorkomende verschil tussen beide is de eerste component (weegfactor voor de snelheidsfout) van de weegmatrix W (0.45 vs. 0.5).

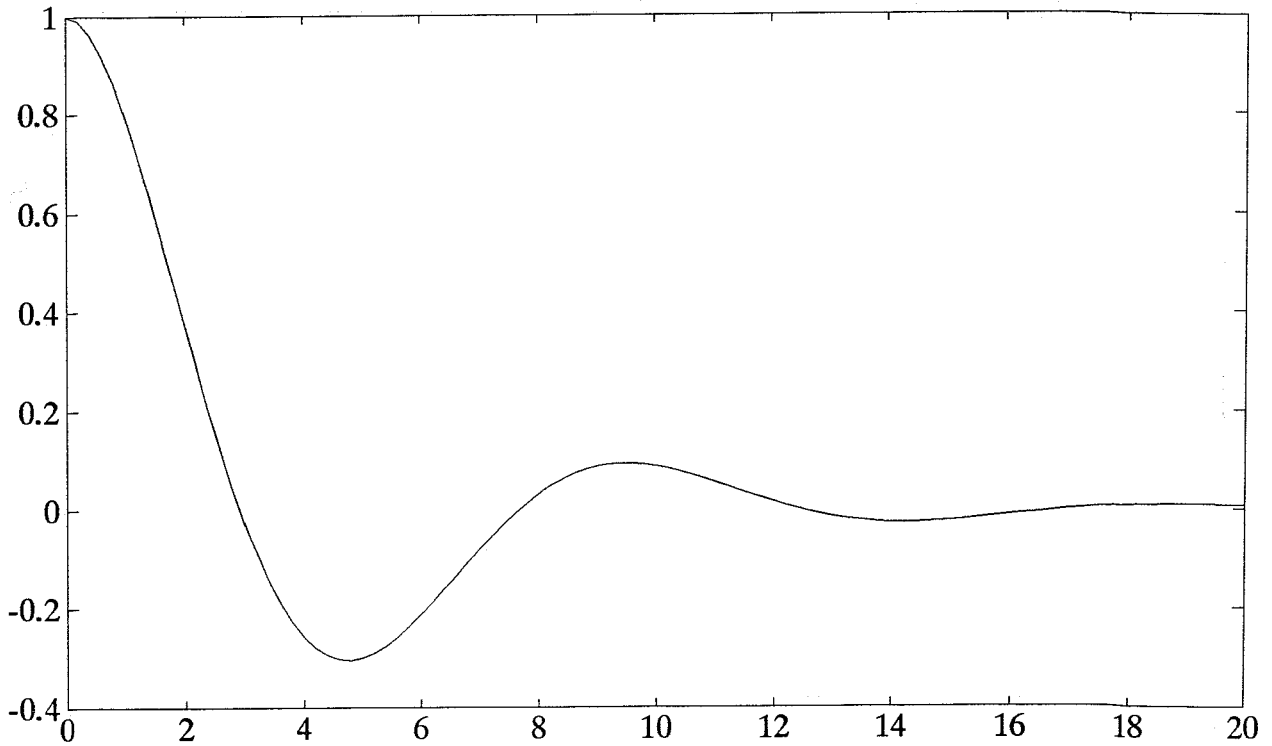
Hoewel de positieschatting in beide gevallen identiek is (en juist), verschilt de massaschatting aanzienlijk; dit verschil kan m.i. niet alléén het geval zijn van de toch wel minimale verandering in één weegfactor. Mede gezien ook de vele andere foutmeldingen (Run time errors, Stack overflow's etc.) en crashes die tijdens het gebruik van het programma zijn opgetreden.

Grafische weergave resultaten

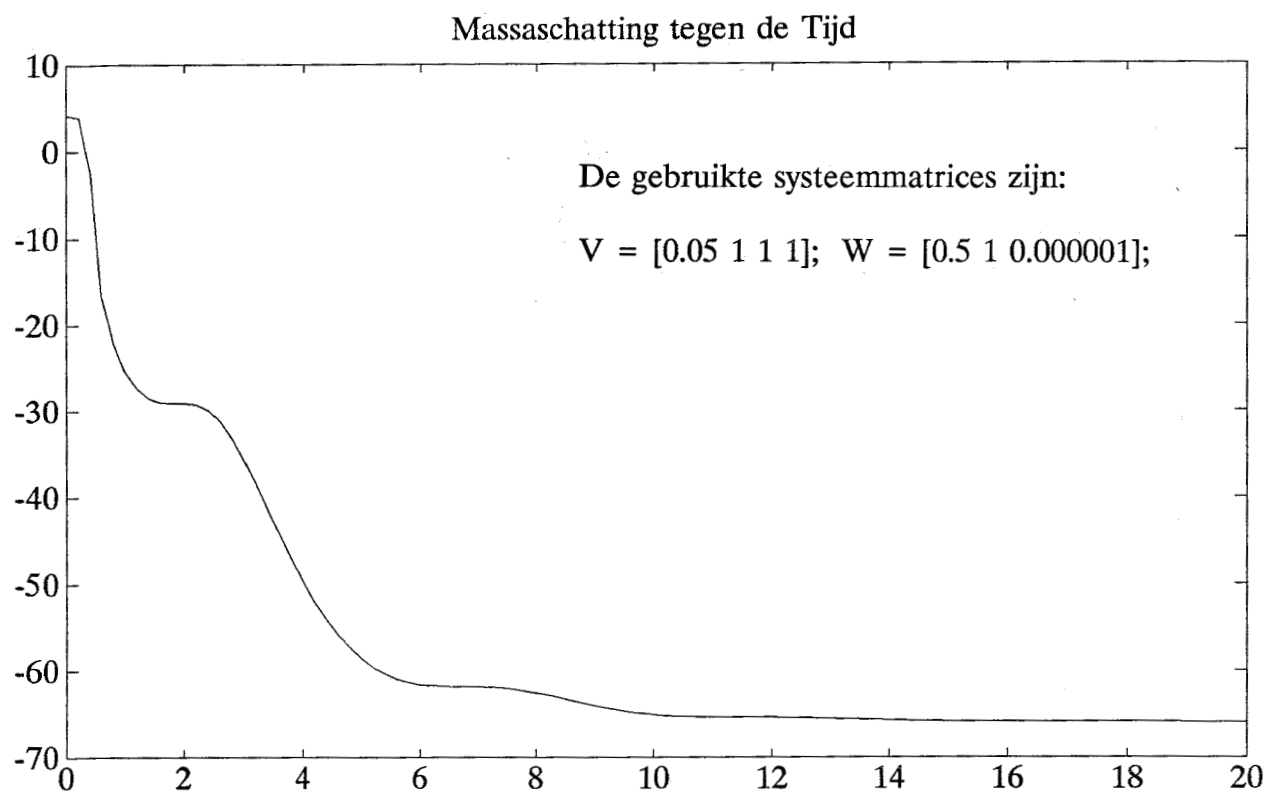
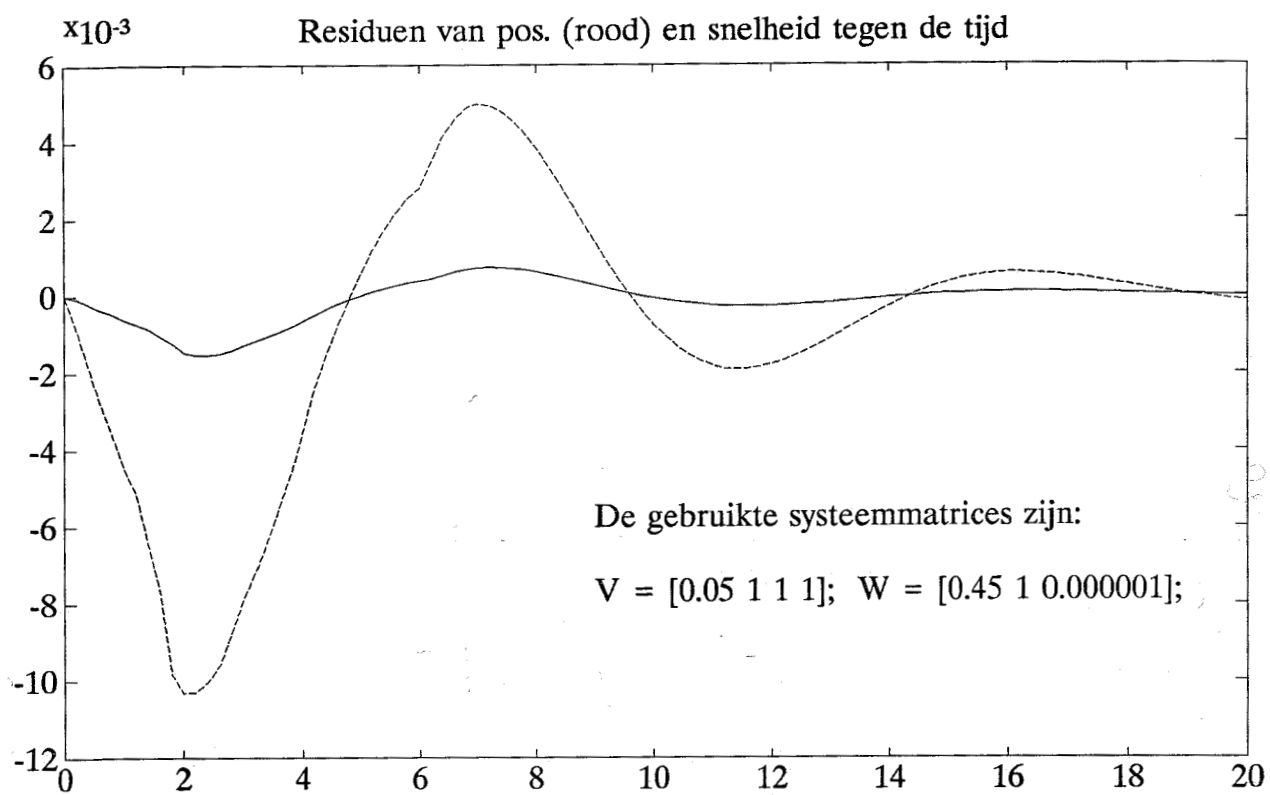
Massaschatting tegen de Tijd



Positie tegen de Tijd

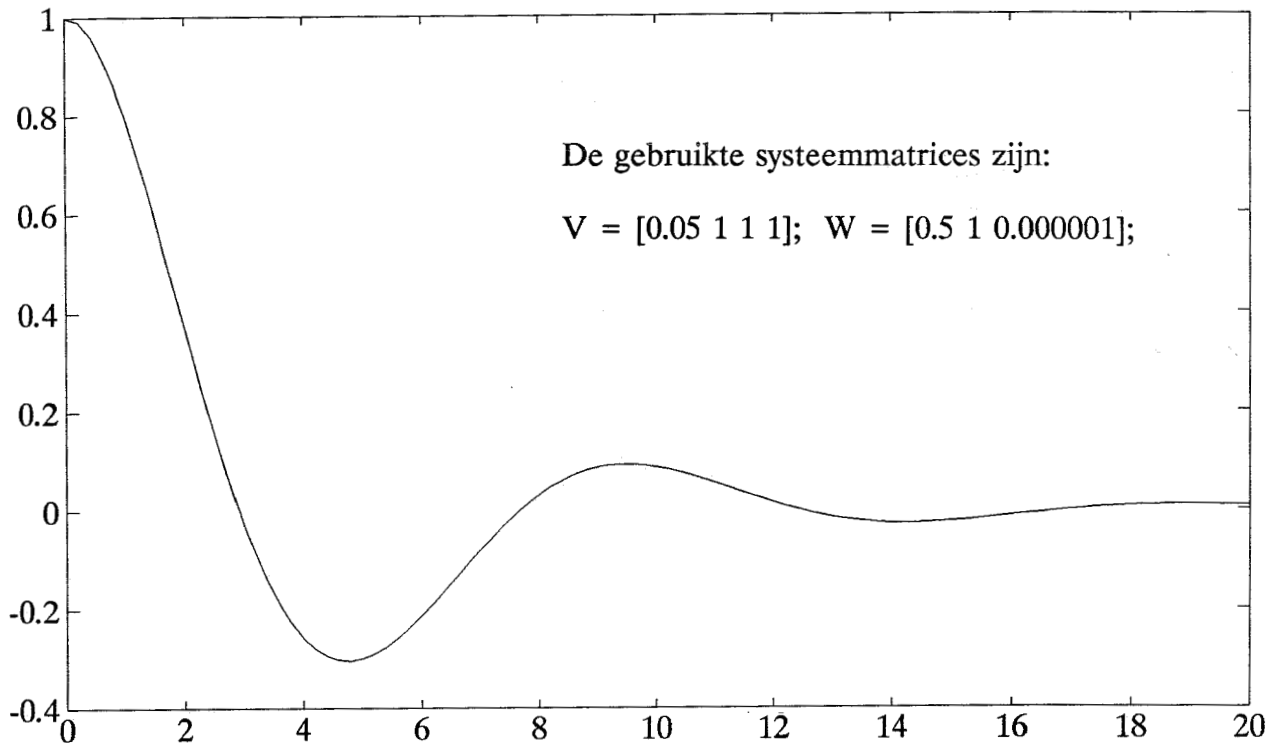


Grafische weergave resultaten

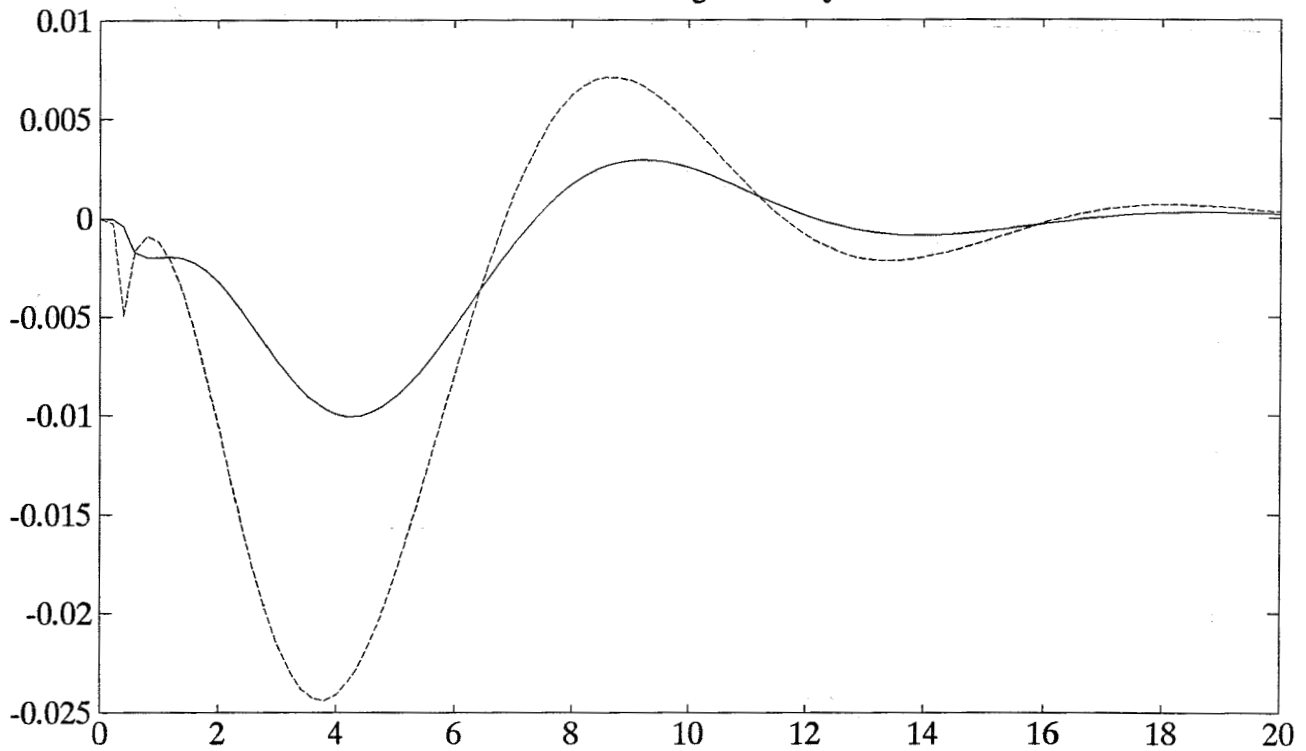


Grafische weergave resultaten

Positie tegen de Tijd



Residuen tegen de Tijd



Uitdraai Matlab-file

```

l=3; % Aantal metingen (s,a,F)
m=1; % Aantal systeemingangen
n=1; % Aantal graden van vrijheid
p=2; % Aantal te schatten parameters (b,k)
mecht=1; % Waarde van m waar 't systeem mee rekent
becht=0.25; % " " b " " " "
kecht=7.5; % " " k " " " "
bfil=0.275; % Filterwaarde van de dempingsconstante
kfil=7.875; % Filterwaarde van de veerconstante
ns=2*n+p;
v=[0.1 10 1 1]; % size : n+L (L=1=3)
w=[0.5 1.5 0.00001]; % size : ns
u0=0; % Kracht op t=0
a0=0; % Versnelling op t=0
t0=0;te=20;dt=(te-t0)/100;
x0=1.0; % Positie op t=0
dx0=0.0; % Snelheid op t=0
m0=1.05; % Massa op t=0 (filter!)
Q0=zeros(3);
niter=1;
k=1;
for i=1:ns
    for j=1:i
        Qc(k)=Q0(i,j); % Aanmaken v.d. Matrix Ricatti elementen
        k=k+1;
    end;
end;
id=[-1 -1 3];
asp=[t0 te dt 1e-3 2 0 12];
alg=[1 1 1 1 1];
initx=zeros(5,ns+(ns*(ns+1))/2); % \
initx(3,1:2*n)=[x0 dx0]; % |- Aanmaken van Matrix met begin-
initx(5,:)=[x0 dx0 m0 Qc]; % / waarden van de diverse variabelen
par=zeros(2*n+1+ns+m+1,5); % \
par(1:5,3)=[mecht becht kecht bfil kfil]; % |- Aanmaken matrix vaste parameters
par(:,5)=[v w u0 a0 niter]; % /
logx=ones(initx);
logy=logx;
save asp alg id asp initx par logx logy;
clear
!asp
load xf xs t
fout=xf(1:2,:)-xs; mass=xf(3,:);
plot(t,mass),title(' Massaschatting tegen de Tijd ');pause
plot(t,xs(1,:)),title(' Positie tegen de Tijd ');pause
plot(t,fout),title(' Residuen van positie en snelheid ');pause

```