

Bepaling van anisotrope vloeiparameters door gebruik van de numeriek experimentele methode

Citation for published version (APA):

Bogaerds, A. C. B. (1996). *Bepaling van anisotrope vloeiparameters door gebruik van de numeriek experimentele methode*. (DCT rapporten; Vol. 1993.146). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1996

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Bepaling van anisotrope vloeiparameters
door gebruik van de numeriek experimen-
tele methode

A.C.B. Bogaerds

WFW-rapport 96.146 (stageverslag)

Begeleiders: Dr. ir. C.W.J. Oomens
Ir. M.H.H. Meuwissen

November 1996

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
2	De Schattingsmethode	3
2.1	Overzicht van de methode	3
2.2	Schattingsalgoritme	4
3	Het experiment	5
3.1	Proefstuk	5
3.2	Uitvoering en gemeten uitgang	6
4	De EEM modellering	8
4.1	Mesh	8
4.2	Constitutieve modellen	9
4.3	Randvoorwaarden	10
5	Analyse van het experiment	11
5.1	Globaal isotroop model	11
5.2	Lokaal isotroop model	11
5.3	Globaal orthotroop model	14
6	Conclusies en aanbevelingen	16
	BIJLAGE 1: Schaling van camerabeeld	18

1 Inleiding

In een aantal processituaties zijn standaard testmethoden zoals trek- en drukproeven vaak ongeschikt voor het bepalen van het elastoplastisch materiaalgedrag. Voorbeelden van deze processituaties zijn onder andere te vinden in de metaalindustrie. Metaal-omvormingsprocessen zoals extrusie en dieptrekken kenmerken zich in het algemeen door grote, niet-uniforme rekken en hoge reksnelheden. De materiaalparameters die gebruikt worden voor de modellering van deze processen worden bepaald met behulp van standaard testmethoden die in bijna alle gevallen gelimiteerd zijn tot kleine, vaak uniforme rekken en lage reksnelheden. Het is wenselijk de materiaalparameters die onder bepaalde procescondities een rol spelen te kunnen bepalen.

Een testmethode om deze materiaalparameters te bepalen is de gemengd numeriek experimentele methode [Hen91]. De numeriek experimentele methode is een schattingsmethode die gebruik maakt van drie basiselementen, (1) een experiment waarin aan een proefstuk met een niet-standaard geometrie niet-uniforme verplaatsingsvelden gemeten worden (2) een *EEM*-modellering van het experiment en (3) een schattingsalgoritme dat op basis van het verschil tussen de experimentele en numerieke data een schatting voor de materiaalparameters maakt.

In voorafgaande studies is het mogelijk gebleken met deze methode de materiaalparameters van verschillende biologische en anisotrope composietmaterialen te bepalen. Hierbij bleek het verkrijgen van een inhomogeen rekveld van groot belang voor een goede werking van de schattingsmethode.

Dit onderzoek is een eerste stap binnen het kader van de identificatie van parameters in materiaalmodellen voor metalen met behulp van de gemengd numeriek experimentele methode. De analyses blijven hier beperkt tot de klassieke elastoplastische modellen. Voorafgaand aan dit onderzoek zijn door middel van numerieke simulaties verschillende experimentele configuraties getest op hun functioneren in de schattingsmethode [Ste95]. Er is hierbij gebruik gemaakt van de variatie van proefstukgeometrieën om een inhomogeen rekveld te forceren. Het doel van dit experiment is dan ook om te onderzoeken of het in de praktijk mogelijk is om met het uit deze numerieke simulaties bekende proefstuk, de parameters in elastoplastische modellen te schatten.

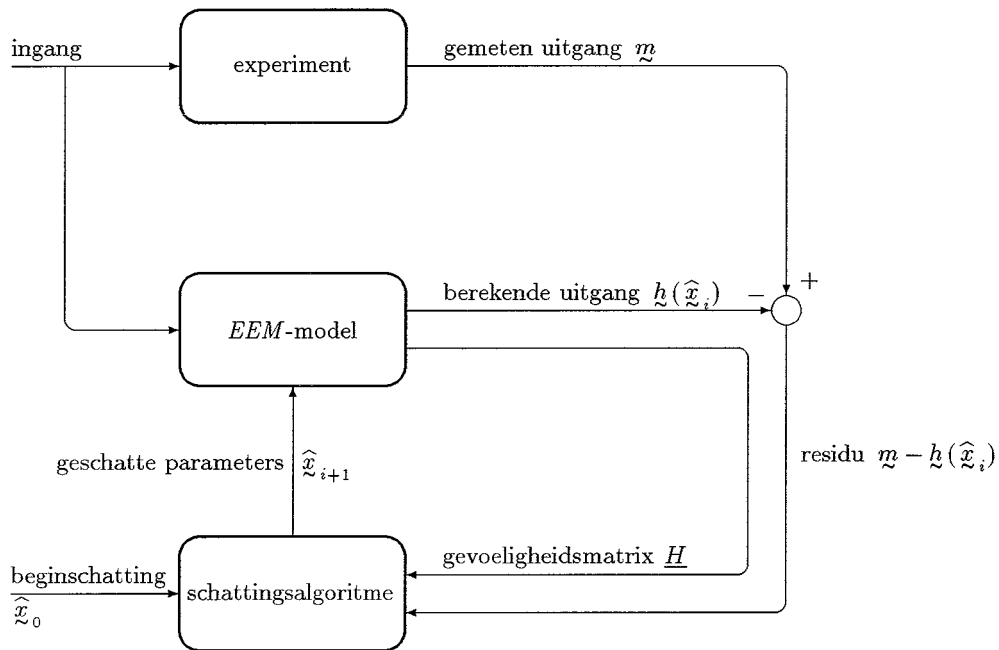
In paragraaf twee zal een korte uitleg gegeven worden over de numeriek experimentele methode en het hierbij gebruikte schattingsalgoritme. In paragraaf 3 wordt een korte beschrijving gegeven van het gebruikte proefstuk en de gevonden uitgang. De opzet van de *EEM*-modellering wordt in paragraaf 4 beschreven. Het gebruik van de randvoorwaarden en de elastoplastische modellering worden hier gegeven. Vervolgens wordt in paragraaf 5 de eigenlijke analyse uitgevoerd. Hierbij wordt in eerste instantie een isotroop model verondersteld. Met de instellingen die in dit geval het beste resultaat

opleveren wordt dan een analyse met een orthotroop model uitgevoerd. In de laatste paragraaf worden enige conclusies en aanbevelingen gegeven.

2 De Schattingsmethode

2.1 Overzicht van de methode

In figuur 1 wordt de opzet van de numeriek experimentele methode weergegeven. De ingang van het experiment en de *EEM*-modellering wordt gevormd door de opgelegde verplaatsingen en eventueel de opgelegde kracht. De gemeten en berekende uitgang bestaat uit de verplaatsingen van discrete punten van het proefstuk en eventueel de benodigde deformatiekracht. Door het minimaliseren van het verschil tussen de gemeten en de berekende uitgang kan een nieuwe schatting voor de gezochte materiaalparameters \underline{x} gemaakt worden.



Figuur 1: Stroomschema van de numeriek experimentele schattingsmethode

2.2 Schattingsalgoritme

Voor het schattingsalgoritme wordt een kleinste kwadratenschatter gebruikt die de som

$$J(\underline{x}) = \frac{1}{2}(\underline{m} - \underline{h}(\underline{x}))^T \underline{V}(\underline{m} - \underline{h}(\underline{x})) + \frac{1}{2}(\hat{\underline{x}}_0 - \underline{x})^T \underline{W}(\hat{\underline{x}}_0 - \underline{x}) \quad (1)$$

minimaliseert. Hieruit volgt voor $\hat{\underline{x}}_{i+1}$

$$\hat{\underline{x}}_{i+1} = \hat{\underline{x}}_i + \left(\underline{H}(\hat{\underline{x}}_i) \underline{V} \underline{H}(\hat{\underline{x}}_i) + \underline{W} \right)^{-1} \left\{ \underline{H}^T(\hat{\underline{x}}_i) \underline{V} (\underline{m} - \underline{h}(\hat{\underline{x}}_i)) + \underline{W} (\hat{\underline{x}}_0 - \hat{\underline{x}}_i) \right\} \quad (2)$$

Hierin zijn \underline{V} en \underline{W} symmetrische, positief definitie weegmatrices en is $\hat{\underline{x}}_i$ de i -de schatting voor de parameters \underline{x} . De gevoeligheidsmatrix \underline{H} wordt gedefinieerd door

$$\underline{H}(\hat{\underline{x}}_i) = \left[\frac{\partial \underline{h}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \right]_{\underline{x} = \hat{\underline{x}}_i} \quad (3)$$

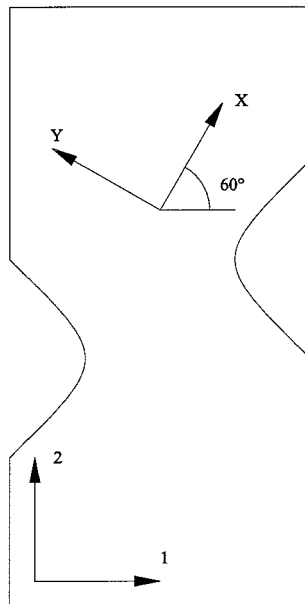
Er wordt in de komende analyses verondersteld dat er geen voorkennis is over de materiaalparameters \underline{x} . Dit houdt in dat alle elementen van de matrix \underline{W} gelijk aan nul gesteld worden.

3 Het experiment

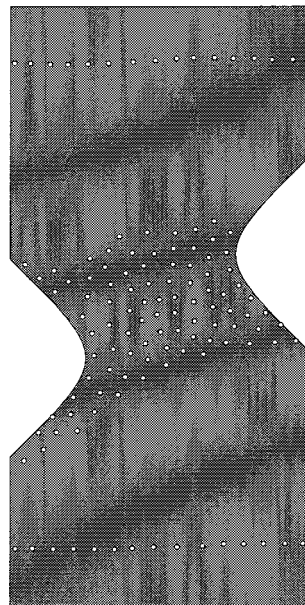
3.1 Proefstuk

Het proefstuk is gemaakt uit een gewalste plaat aluminium (AA1200, plaatdikte 0,5 [mm]).

Uit voorafgaande studies [Hen91], [Rv94] blijkt dat wanneer materiaal getest wordt met orthotrope eigenschappen het schattingsproces gunstig beïnvloed wordt door de inhomogeniteit van het rekveld. Zo zal een groot rekdomein in het algemeen een positief effect hebben op de schattingsprocedure. Door de gekozen geometrie en de rotatie van de materiaalhoofd-richtingen over een hoek van 60° wordt getracht hieraan te voldoen (figuur 2).



Figuur 2: hoofdrichtingen van het proefstuk, x komt overeen met de walsrichting van de plaat.



Figuur 3: markerplaatsen op het proefstuk.

Markers van retro-reflecterend materiaal worden op het proefstuk geplakt, figuur 3. Het verplaatsingsveld van het proefstuk wordt gemeten door deze markers in de tijd te volgen met behulp van het Hentschel "Random Access Video Tracking" System. Voor nadere informatie over het Hentschel System wordt verwezen naar [Kv93] en [Rv94]. Er wordt hier gebruik gemaakt van een 75-mm lens (Cosmicar, Television Lens, 75 [mm] 1:1.4). De camera wordt op ongeveer één meter voor het proefstuk geplaatst.

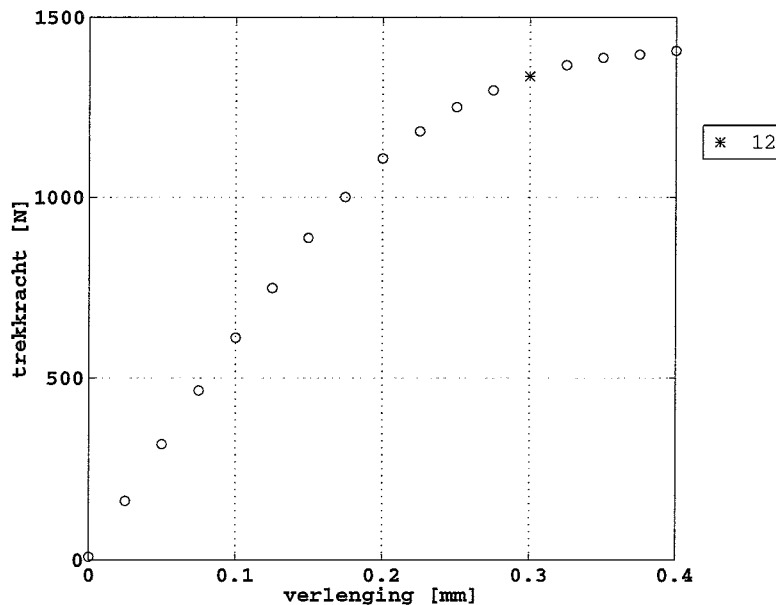
In het totaal worden er 126 markers met een diameter van 0,7 [mm]

gebruikt. Om storende reflecties van het aluminium oppervlak te voorkomen wordt het proefstuk van een matzwarte laag schoolbordenverf voorzien.

Omdat de belasting rond de inklemmingen vaak ten gevolge van slip niet uniform is, worden bij de boven- en onderrand 31 markers geplaatst. Deze markers kunnen gebruikt worden voor de randvoorwaarden van het *EEM*-model. De overige 95 markers vormen samen met eventueel de kracht, de meetkolom \mathfrak{m} om de parameters te schatten.

3.2 Uitvoering en gemeten uitgang

Het experiment wordt uitgevoerd op een uniaxiale trekbank (max. trekkracht 10 [kN]). De belasting wordt op het proefstuk aangebracht door de bovenste klem van de trekbank met konstante snelheid ($v = 0,1$ [mm/min]) in stappen van $\Delta L (= 0,025$ [mm]) te verplaatsen. De belasting wordt opgevoerd totdat de benodigde kracht niet meer toeneemt en het materiaal rond de meetpunten zich al ver in het plastische gebied bevindt. Er wordt nu voor elke stap een set metingen verkregen die bestaat uit (1) de benodigde deformatiekracht van de trekbank, (2) de momentane gemiddelde markerposities (in pixels) en (3) de standaardafwijking van deze gemiddelde markerposities (in pixels) [Kv93]. Voor de schaling van de markerposities van pixels naar millimeters wordt verwezen naar bijlage 1.

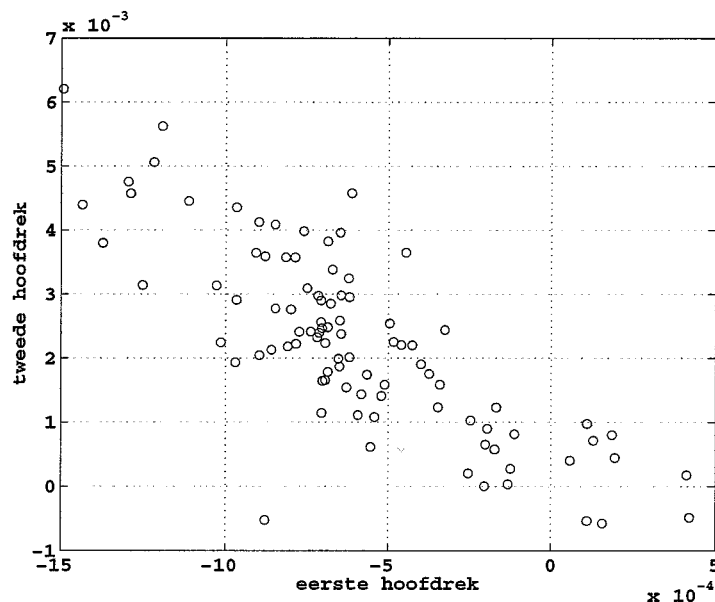


Figuur 4: Kracht op de klem tegen de klemverplaatsing, verplaatsingsstap 12 wordt gebruikt in het schattingsproces.

Omdat het *EEM*-model wordt opgebouwd uit vlakspanningselementen

hangt de keuze van de verplaatsingsstap die gebruikt wordt bij het parameterschatten sterk af van het behoud van de 2-dimensionale spanningstoestand over het hele proefstuk. Wanneer er grote plastische deformaties optreden geldt dat voor bepaalde delen van het proefstuk er een 3-dimensionale spanningstoestand ontstaat (zg. shear-band). Hierdoor is het dus noodzakelijk dat de plastische vervormingen relatief klein blijven. In figuur (4) wordt de verplaatsing van de klem uitgezet tegen de kracht die op de trekbank gemeten wordt. Het blijkt dat de toename van de benodigde kracht rond stap 12 niet meer proportioneel is met de verplaatsing en dat dus lokaal de vloeigrens overschreden wordt. Voor de verdere analyse zal nu de meting die volgt na de 12^e verplaatsingsstap gebruikt worden.

Het is mogelijk om extra stappen aan de meetkolom toe te voegen. Wanneer echter alleen vloeiparameters worden geschat zullen de verschillende metingen, op meetruis na, dezelfde voor het schatten relevante informatie bevatten. Het uitbreiden van de meetkolom kan voor het schatten van de versterkingsparameter wel voordelen opleveren.



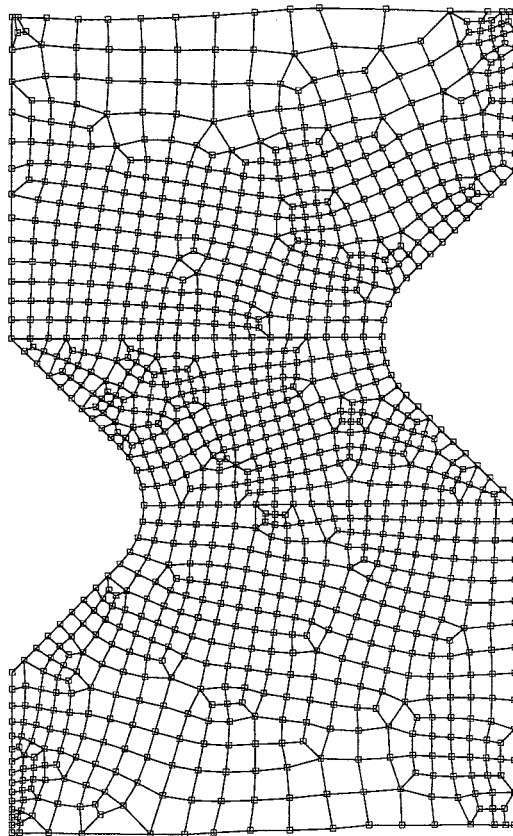
Figuur 5: Rekdomein voor verplaatsingsstap 12

Een eerste indruk over de bruikbaarheid van de verzamelde gegevens kan verkregen worden door het rekveld te berekenen uit de gemeten markerposities. In figuur 5 worden voor stap 12 de hoofdrekken van de verschillende meetpunten tegen elkaar uitgezet. De proef levert een inhomogeen rekveld wat gunstig is voor het schattingsproces.

4 De EEM modellering

4.1 Mesh

Het genereren van de mesh en het opstellen van de randvoorwaarden worden uitgevoerd met respectievelijk de pré-processoren I-DEAS en MENTAT. De eigenlijke numerieke analyse wordt gedaan met behulp van het *EEM*-pakket MARC.



Figuur 6: Elementverdeling van het proefstuk

De gebruikte mesh bestaat uit 1078 elementen van het MARC-type 3 (vlakke spanning, lineair 4-knoops element). In figuur 6 wordt de mesh weergegeven.

4.2 Constitutieve modellen

Voor het modelleren van het materiaalgedrag zijn verschillende elastoplastische modellen voorhanden.

Het Hentschel systeem is niet geschikt voor het nauwkeurig bepalen van de kleine elastische rekken. Het elastische deel van het materiaal wordt daarom in alle gevallen isotroop verondersteld en gemodelleerd via de wet van Hooke. De elasticiteitsmodulus (E) en de dwarscontractiecoëfficiënt (ν) worden overgenomen uit de literatuur ($E = 70.000 [N/mm^2]$, $\nu = 0,3$).

In eerste instantie wordt aangenomen dat het plastische gedeelte van het materiaalgedrag via het Von Mises-vloeicriterium verloopt. In dit geval wordt slechts één isotrope vloeispanning geschat.

In tweede instantie worden de plastisch anisotrope eigenschappen die door het walsen verkregen zijn gemodelleerd via het orthotrope Hill-criterium [Hil50]. Omdat er met vlakspanningselementen gewerkt wordt geldt voor het relevante deel van dit criterium

$$F(\sigma_{yy})^2 + G(\sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (4)$$

Er geldt voor de parameters uit formule 4

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \\ 2G &= \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \\ 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \\ 2N &= \frac{1}{T^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Waarin X, Y, Z de vloeispanningen in de hoofdrichtingen van het materiaal vormen en T de vloeispanning voor afschuiving in het xy -vlak is. Dit houdt in dat wanneer het Hill-criterium gebruikt wordt, er voor vier materiaalparameters een schatting gemaakt moet worden.

Er geldt voor alle gehanteerde materiaalmodellen dat ze zijn uitgebreid met een lineaire isotrope versterking. De lineaire isotrope versterkingsmodulus (L) is op een reële waarde ingesteld die eveneens uit de literatuur overgenomen wordt ($L = 2.000 [N/mm^2]$).

4.3 Randvoorwaarden

Voor het aanbrengen van de randvoorwaarden geldt dat er onderscheid gemaakt kan worden tussen twee verschillende aanpakken [Hen91],[Rv94]

- Het *globale* model: De randvoorwaarden worden gedefinieerd door zowel verplaatsingen (kinematische RVW) als door opgelegde belastingen (dynamische RVW).
- Het *lokale* model: De randvoorwaarden worden alleen door de verplaatsingen bepaald.

Voor het lokale model geldt dat in sommige gevallen volstaan kan worden met de modellering van een deel van het proefstuk. Dit deel van het proefstuk kan dan gemodelleerd worden zonder dat er rekening gehouden hoeft te worden met gecompliceerde randeffecten die in een ander deel van het proefstuk optreden. Een nadeel van deze aanpak is echter dat er geen directe gegevens over de inwendige krachten beschikbaar zijn zodat er bijvoorbeeld geen absolute elasticiteitsmoduli geschat kunnen worden. Door gebruik te maken van een op voorhand bekende elasticiteitsmodulus komt naast het globale model ook het lokale model in aanmerking voor het parameterschaten.

Het model is zo opgezet dat de markers die zich op de boven- en onderrand bevinden knooppunten zijn van de mesh. Op deze knooppunten kunnen dan de randvoorwaarden worden opgelegd. Door het niet-lineaire karakter van de *EEM*-sommen is het nodig de randvoorwaarden in een aantal stappen aan te brengen. Er is voor gekozen om bij gebruik van het isotrope model waar het Von Mises-criterium gevolgd wordt de randvoorwaarden in 40 stappen aan te brengen. Voor het orthotrope model geldt dat de randvoorwaarden in 160 stappen worden opgelegd.

De randvoorwaarden van het globale model bestaan op de bovenrand uit de verplaatsingen van de markers in de 1-richting (figuur 2) en de gemeten kracht die de trekbank op het proefstuk uitoefent in de 2-richting. De verplaatsingen van de knooppunten in de richting evenwijdig aan de kracht worden aan elkaar gekoppeld zodat de bovenrand in 2-richting zich star gedraagt. Op de knooppunten van de onderrand worden in beide richtingen de gemeten verplaatsingen voorgeschreven.

Voor het lokale model geldt dat de gemeten verplaatsingen van de markers op de beide randen de voorgeschreven kinematische randvoorwaarden vormen.

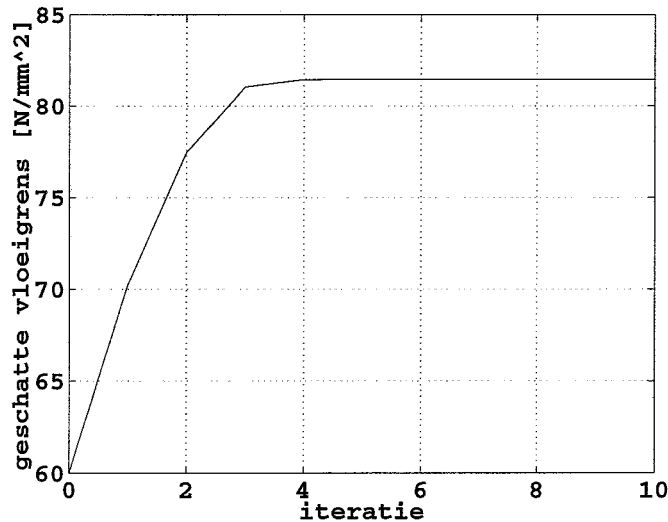
5 Analyse van het experiment

5.1 Globaal isotroop model

Het globale model zoals het in paragraaf 4.3 beschreven is, kan worden gebruikt voor het schatten van de Von Mises vloeispanning. Voor de weegmatrix \underline{V} wordt een diagonaalmatrix gekozen. De elementen van \underline{V} worden bepaald door de bij het experiment gevonden standaardafwijking via

$$V_{ii} = \frac{1}{s_i^2} \quad (6)$$

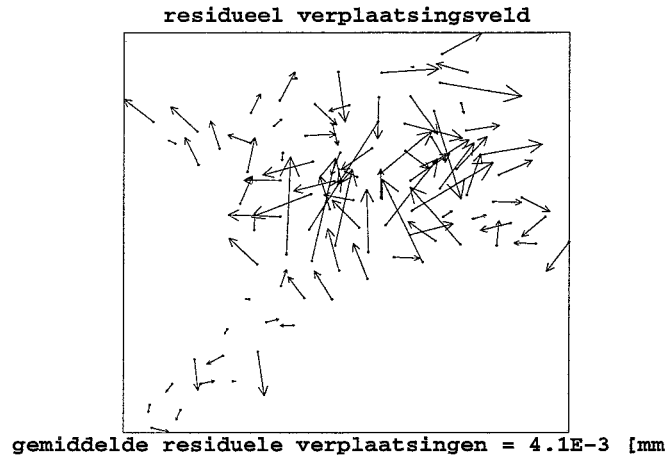
Het blijkt uit figuur 7 dat voor dit model een schatting te maken is voor de Von Mises vloeispanning die goed overeen komt met de vloeispanning die in standaard testmethoden gevonden wordt. Het residuele verplaatsingsveld ($\underline{m} - \underline{h}(\hat{\underline{z}})$) dat met behulp van de geschatte parameter wordt berekend wordt weergegeven in figuur 8. Bij het experiment worden standaardafwijkingen gevonden in de orde van grootte van ongeveer $3,5 \cdot 10^{-3}$ [mm]. Het verschil met de residuele verplaatsingen blijkt klein wat een indicatie is dat de vloeispanning redelijk goed geschat wordt.



Figuur 7: Geschatte vloeispanning voor globaal isotroop model

5.2 Lokaal isotroop model

Voor het lokale model geldt dat wanneer de gemeten kracht in de meetkolom wordt meegenomen, aan \underline{V} nog een extra weegfactor wordt toegevoegd. Voor de weegfactoren van de verplaatsingen wordt nog de relatie van formule 6



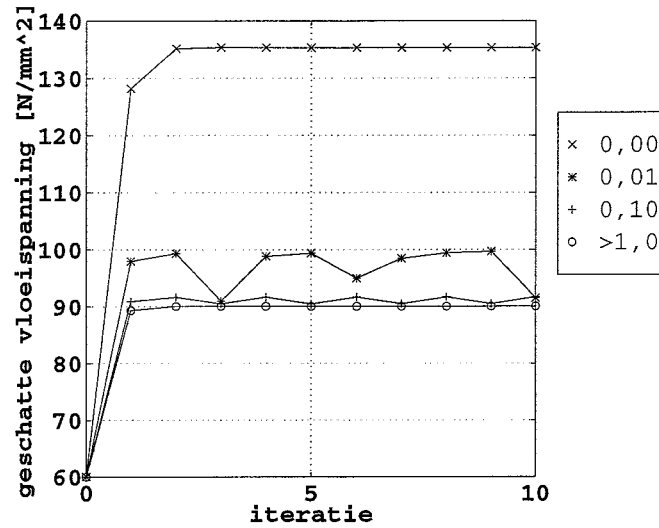
Figuur 8: Residuele verplaatsingsveld van globaal isotroop model

verondersteld. De oorspronkelijke kleinste kwadraten som (formule 1) kan worden herschreven tot

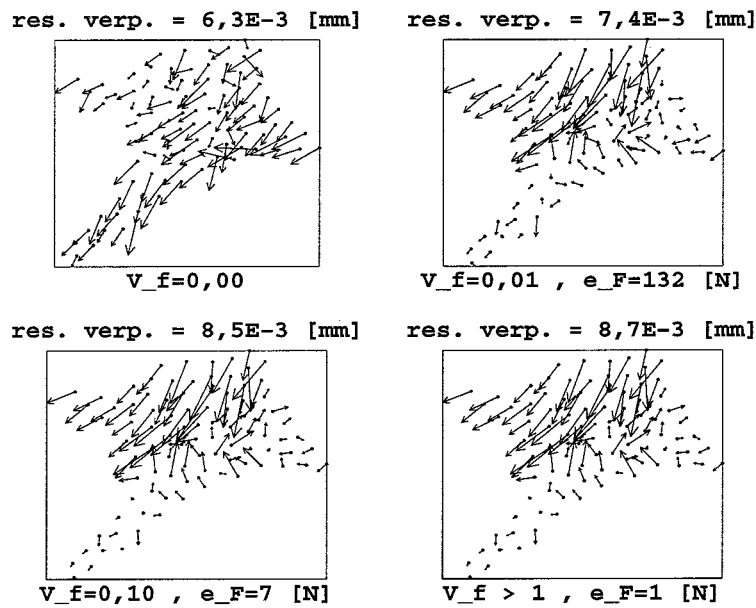
$$J = \sum_{i=1}^N \frac{(m_i - h_i(\underline{x}))^2}{s_i^2} + V_F (m_F - h_F(\underline{x}))^2 \quad (7)$$

Hierin is N het aantal markers dat voor het parameterschatten wordt gebruikt en stelt $(m_F - h_F(\underline{x}))$ het residu van de gemeten en berekende kracht voor. Deze laatste wordt voorvermenigvuldigd met de extra weegfactor voor de kracht V_F .

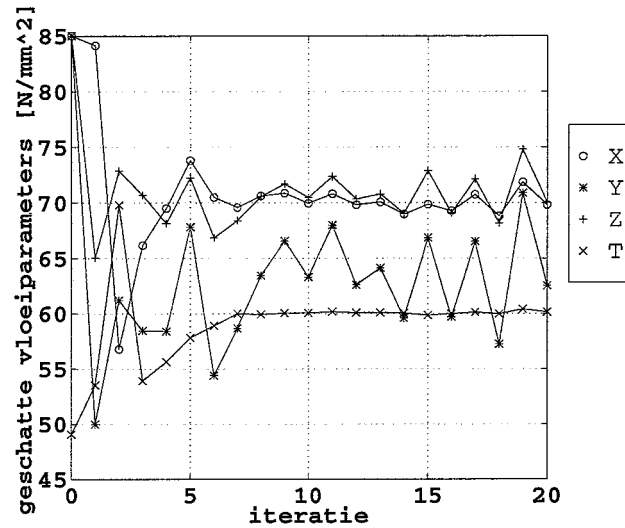
Afhankelijk van de zwaarte waarin men de kracht in de schatting wil laten doorwerken kan de weegfactor gevarieerd worden. In figuur 9 zijn de schattingen uitgezet voor vier weegfactoren. In eerste instantie wordt de gemeten kracht niet meegenomen in de meetkolom ($V_F = 0$) en wordt de schatting alleen op basis van de verplaatsingen bepaald. Het blijkt dat de gevonden vloeigrens in dit geval 50% hoger uitvalt dan de verwachte reële waarde. Vervolgens wordt V_F zo gekozen dat de tweede term van het rechterlid van formule 7 van gelijke orde wordt als de afzonderlijke overige termen. De schatting wordt opnieuw uitgevoerd voor $V_F = 0,01$. Het blijkt in dit geval dat de bepaalde vloeigrens daalt maar dat de gevonden oplossing duidelijk niet meer stabiel is. Wanneer de weegfactor verder opgehoogd wordt ($V_F = 0,1$, $V_F > 1$) zal de vloeiparameter dalen totdat een schatting gevonden wordt die volledig bepaald wordt door een “perfecte fit” van de gemeten kracht. Dit blijkt uit figuur 10 waar de residuen voor de verschillende weegfactoren V_F zijn weergegeven. De residuele verplaatsingen zijn relatief groot ten opzichte van de meetruis en hebben een duidelijke oriëntatie. Het is dus met het lokale model niet goed mogelijk een goede schatting van de vloeispanning te maken.



Figuur 9: Geschatte vloeispanningen voor lokale modellen



Figuur 10: Residuen van verplaatsingen en kracht (e_F) voor verschillende weegfactoren V_F



Figuur 11: Geschatte Hill vloeiparameters

5.3 Globaal orthotroop model

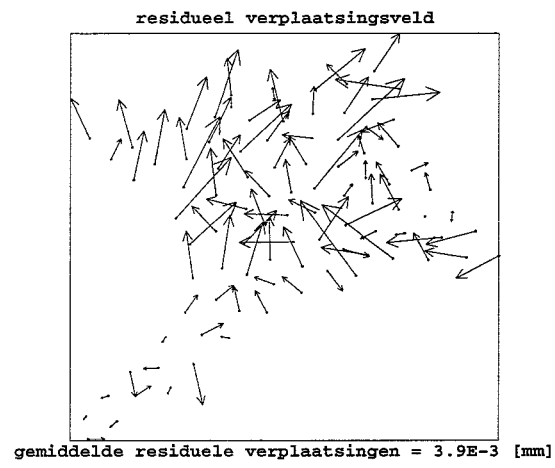
Zoals in de voorgaande twee paragrafen beschreven is levert het globale model het beste resultaat voor een isotrope schatting. Het ligt voor de hand dit model ook voor het schatten van de orthotrope parameters te gebruiken.

In figuur 11 worden de resultaten van deze schatting weergegeven. Het blijkt dat de parameters X en T naar redelijk constante waarden convergeren. De parameters Y en Z schommelen sterk. Uit vergelijking van de rijen van de gevoeligheidsmatrix \underline{H} volgt dat

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial Z} \approx -2 \frac{\partial \tilde{h}}{\partial Y}$$

waardoor de gevoeligheidsmatrix \underline{H} slecht geconditioneerd is. Hieruit blijkt dat het verplaatsingsveld niet voldoende informatie bevat om alle parameters te laten convergeren [Hen91].

Figuur 12 laat zien dat het residuele verplaatsingsveld een “random” karakter heeft wat kan duiden op een goede keuze voor het materiaalmodel. De gemiddelde grootte van de residuen is $3,9 \cdot 10^{-3}$ mm, dit komt redelijk overeen met de gemiddelde meetruis.



Figuur 12: Residueel verplaatsingsveld orthotrope schatting

6 Conclusies en aanbevelingen

Het functioneren van de schattingsmethode blijkt sterk afhankelijk van het gebruik van de randvoorwaarden. Dit komt in de praktijk neer op de keuze tussen een globaal en lokaal model. In tegenstelling tot het globale model levert een schatting met het lokale model waarbij het verplaatsingsveld en eventueel de gemeten deformatiekracht in de meetkolom wordt meegenomen niet in alle gevallen reële resultaten op. Het globale model voldoet dus voor dit experiment (en waarschijnlijk ook voor soortgelijke) het beste.

Een volledige schatting met een orthotroop materiaalmodel kan met dit proefstuk nog niet gemaakt worden. Vooral de informatie in het experiment over de y -richting schiet waarschijnlijk tekort. Toch lijkt het erop dat een experiment waarbij een inhomogener rekveld gevonden wordt wel het gezochte resultaat kan leveren. In dat geval zal er voor de lokale y - en z -richting wel voldoende informatie aanwezig kunnen zijn.

Referenties

- [Hen91] M.A.N. Hendriks. *Identification of solid materials*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1991.
- [Hil50] R. Hill. *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, 1950.
- [Kv93] L.H.A. Kemenade van. Mechanical characterisation of conveyor belt material by a numerical experimental method. WFW-Report 93.185, Technische Universiteit Eindhoven, 1993.
- [Rv94] M.R. Ratingen van. *Mechanical identification of inhomogeneous solids: a mixed numerical experimental approach*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1994.
- [Ste95] R.W. Stewart. A method for the identification of material parameters related to orthotropic yielding. WFW-Report 95.155, Technische Universiteit Eindhoven, 1995.
- [Wal87] J.S. Walton. Generalized 2-d scaling of video data: a comparison of techniques for scaling displacements confined to a plane. *Experimental Techniques*, 1987.

BIJLAGE 1: Schaling van camerabeeld naar 2D proefstuk assenstelsel

Voordat de mesh gemaakt kan worden moet het camerabeeld eerst getransformeerd worden naar een 2-dimensionaal vlak. De gemeten pixels moeten worden omgezet naar de verder te gebruiken eenheid (millimeters) en er moet worden gecompenseerd voor de scheefstand van de camera ten opzichte van het proefstuk. Dit wordt gedaan via het transformatieschema [Wal87]

$$u = \frac{\mathbf{A}x + \mathbf{B}y + \mathbf{D}}{\mathbf{E}x + \mathbf{F}y + 1} \quad (8)$$

en

$$v = \frac{\mathbf{H}x + \mathbf{J}y + \mathbf{L}}{\mathbf{E}x + \mathbf{F}y + 1} \quad (9)$$

Waarin (u, v) de beeldcoördinaten in pixels zijn en (x, y) de bijbehorende objectposities in millimeters. Voor de bepaling van de conversieparameters zijn van tenminste vier markers de objectposities (in mm) nodig. In tabel 1 zijn deze parameters berekend met behulp van acht markers.

A	240,7781
B	9,7437
D	$8,1465 \cdot 10^3$
E	$-3,3867 \cdot 10^{-5}$
F	$-4,1910 \cdot 10^{-5}$
H	-10,1476
J	241,0691
L	$3,9062 \cdot 10^3$

Tabel 1: Berekende conversiewaarden voor acht meetpunten