

# Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen. Deel 1

**Citation for published version (APA):**

Dijksman, E. A. (1978). Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen. Deel 1. *De constructeur*, 17(12), 55-61.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1978

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen (1)

## Krommingstheorie

### 1.1 Algemeen

Deze theorie is tot ontwikkeling gebracht om twee redenen:

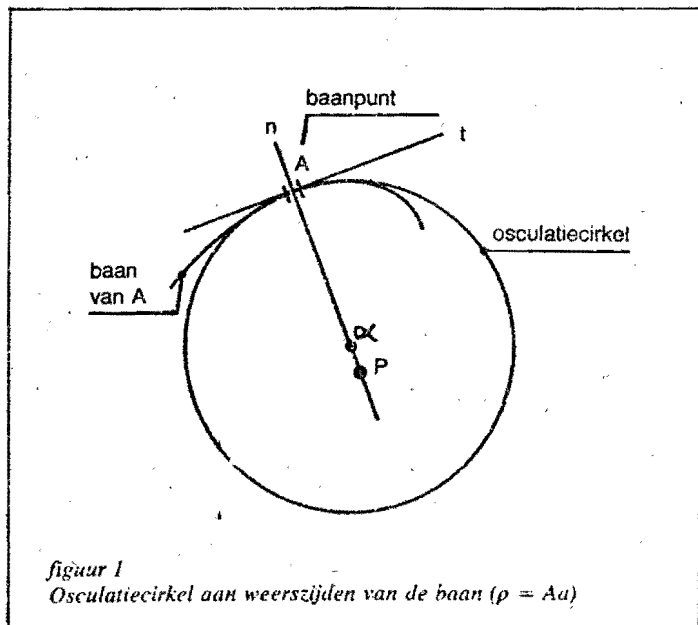
1e. Ter ondersteuning van de bepaling der versnellingen: zie bijv. de formule voor de normale versnelling  $a_n = v^2/\rho$  waarbij  $\rho$  de kromtestraal voorstelt van een baan­kromme ( $v$  is de snelheid van het betrokken baanpunt).

2e. Voor het ontwerpen van mechanismen (speelt bijvoorbeeld een rol bij het zoeken naar elkaar vervangende of alternatieve mechanismen, of bij het zoeken naar z.g. rechtgeleidingsmechanismen).

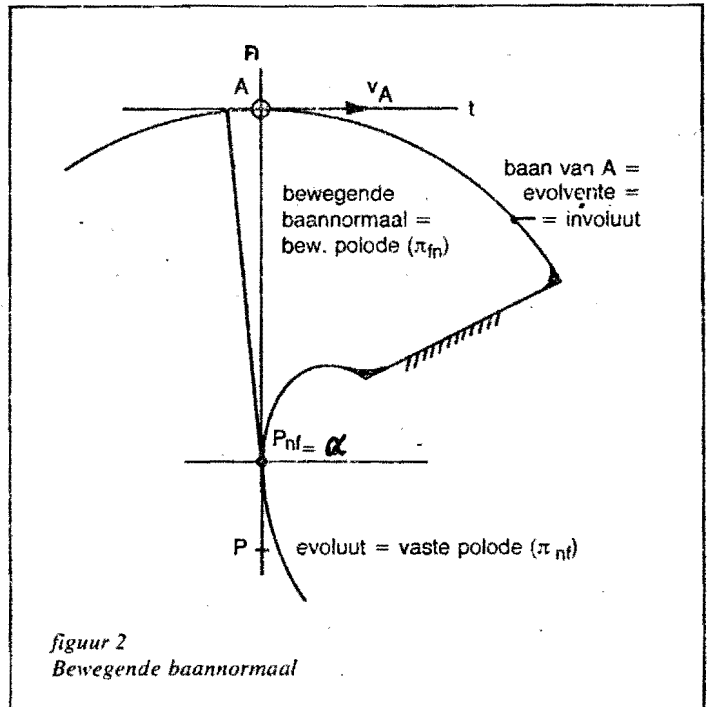
We beperken ons bij de hier te ontwikkelen krommingstheorie tot het bekijken van niet meer dan 3 posities van een punt, een vlak of een keten van vlakken ten opzichte van een aangegeven gestelvlak. Aangezien we deze 3 posities zullen laten naderen tot een *limietpositie*, vormen deze 3 infinitesimaal dicht bij elkaar liggende posities, in feite slechts één positie, die al naar gelang het gebruik ook wel de *ontwerppositie* wordt genoemd.

Wanneer we ons beperken tot het beschouwen van de beweging van een baanpunt A, dan is door de drie infinitesimaal dicht bij elkaar liggende posities  $A_1, A_2, A_3$  van dat punt een cirkel te trekken, die de *osculatiecirkel* of *krommecirkel* wordt genoemd (zie figuur 1). Het middelpunt van de osculatiecirkel heet *krommingsmiddelpunt* ( $\alpha$ ). De straal  $\rho$  van de osculatiecirkel heet kromtestraal en de omkeerwaarde  $\rho^{-1}$  heet de *kromming* van de baan in dat baanpunt (A).

De verbindingslijn van A en  $\alpha$  is de baannormaal (n) van A. Zij heet zo, omdat zij loodrecht staat op de baantangente (t) van A.



figuur 1  
Osculatiecirkel aan weerszijden van de baan ( $\rho = A\alpha$ )



figuur 2  
Bewegende baannormaal

Aangezien ook de poolstraal PA loodrecht op de baantangente staat, kan gezegd worden, dat P, A en  $\alpha$  op één rechte liggen, nl. op de baannormaal. Hierbij is P de momentane (snelheids-)pool van een bewegend vlak, dat star verbonden is met het punt A. Ook de baannormaal zal in de loop van de tijd van plaats veranderen. Deze beweging kunnen we vastleggen als we de normaal in het punt A scharnierend bevestigen aan het eerder genoemde bewegend vlak.

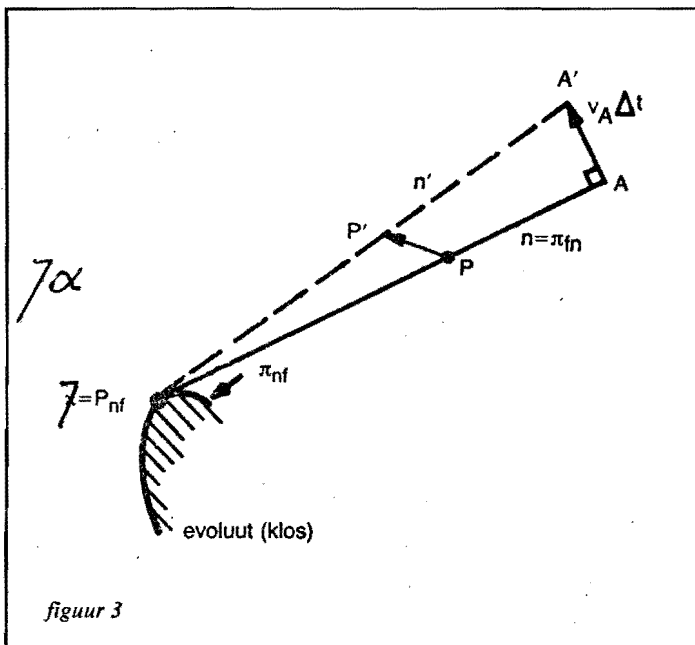
De bewegende baannormaal heeft zodoende een pool  $P_{nf}$ , die op de normaal zelf ligt. ( $P_{nf}A \perp v_A$ ) (zie figuur 2). Aangezien dit in iedere stand van de baannormaal het geval is, kunnen we zeggen dat de baannormaal de meetkundige plaats is van de polen  $P_{nf}$  in het bewegend vlak van de baannormaal. De baannormaal is dus als zodanig de *bewegende polode* ( $\pi_{fn}$ ). De vaste\* polode ( $\pi_{nf}$ ), die hoort bij deze beweging, raakt in  $P_{nf}$  aan  $\pi_{fn}$ . Zij wordt ook wel de *evoluut* (of klos) van de baankromme genoemd, omdat blijkbaar de baannormaal zich als een strakgespannen koord over  $\pi_{nf}$  op- of afwikkelt. Het punt A van dat koord beschrijft daarbij de baankromme, die in dit verband ook wel de *involuut* of *evolvente* wordt genoemd.

Men kan ook zeggen, dat de evoluut de *omhullende* is van de baannormalen, die bij de beweging te tekenen zijn. Maar het is dan wel een bijzondere omhullende, omdat in dit geval de baannormaal zich alléén mag afrollen over de omhullende (bij poloden is glijden immers niet toegestaan).

\* d.i. de meetkundige plaats van  $P_{nf}$  in het vaste vlak f.

# Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen

Bij het beeld van het strakgespannen koord is het duidelijk, dat het uiteinde A van dat koord, het raakpunt  $P_{nf}$  van dat koord met de klos  $\pi_{nf}$  tot krommingsmiddelpunt ( $\alpha$ ) heeft. Dus  $\alpha \equiv P_{nf}$ . De evoloot  $\pi_{nf}$  is dus tevens de meetkundige plaats van de krommingsmiddelpunten van de opvolgende posities van het punt A van de baankromme. Iedere baankromme heeft dus een evoloot. Beide zijn onverbreekelijk met elkaar verbonden, hetgeen wil zeggen dat ze zich in hetzelfde vlak aftekenen. Let op:  $\alpha$  valt samen met  $P_{nf}$ , maar valt in het algemeen niet samen met de pool P van het oorspronkelijk bewegende vlak, dat star met A verbonden is.



## 1.2 Regel van Hartmann

Beschouwen we nu twee infinitesimaal dicht bij elkaar liggende baannormalen n en n', dan snijden deze zich in het krommingsmiddelpunt  $\alpha$  dat bij A hoort. Op n' liggen dan behalve  $\alpha$ , de verschoven punten A' en P' (zie figuur 3). Duidelijk is dat

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AA'}{\Delta t} = \underline{v}_A$$

en voorts is ook

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{PP'}{\Delta t} = \underline{u}$$

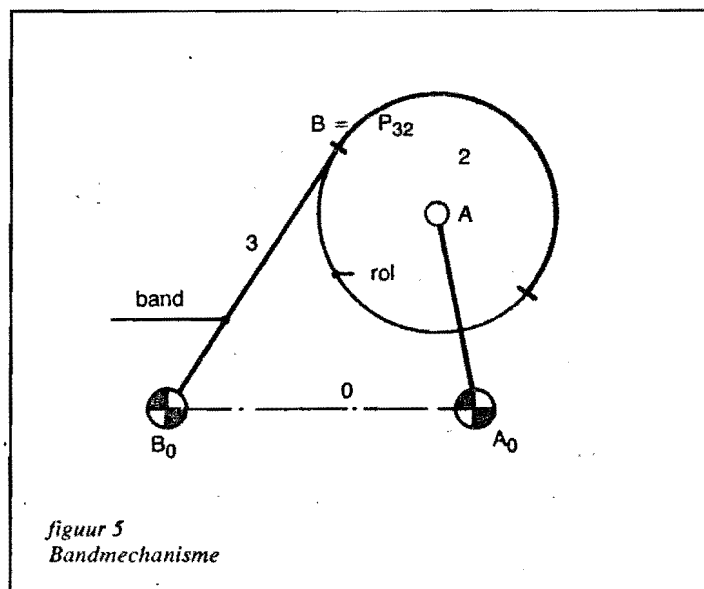
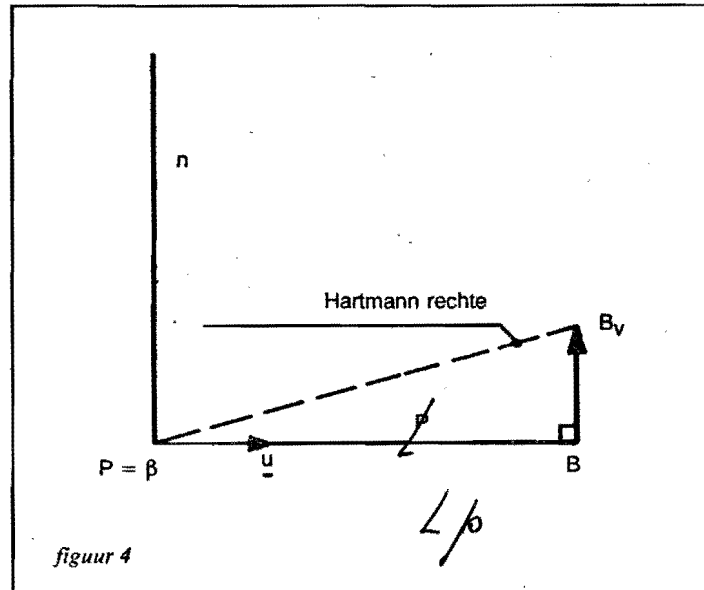
de zogenaamde poolwisselsnelheid van P. (Dit is de verplaatsings-snelheid van de pool P, die, zo gezien, telkens weer een ander punt van het oorspronkelijke bewegende vlak is.) Omdat de drie punten

$\alpha$ , A en P óók na verplaatsing op de bewegende baannormaal blijven, komen dus de uiteinden van hun snelheidscomponenten, in een richting loodrecht op die normaal, op één rechte lijn te liggen.

Hiermede wordt de regel van Hartmann duidelijk, die zegt dat het uiteinde van de snelheidsvector  $v_A$  van een punt, het bijbehorende krommingsmiddelpunt ( $\alpha$ ) en het uiteinde van de poolwisselsnelheidscomponent, evenwijdig aan de snelheidsvector  $v_A$ , op één rechte liggen, die de Hartmann-rechte wordt genoemd.

Een bijzonder geval doet zich hierbij voor wanneer het baanpunt (B) zich op de poolraaklijn p bevindt (p is gedefinieerd als de rechte waarlangs u valt).

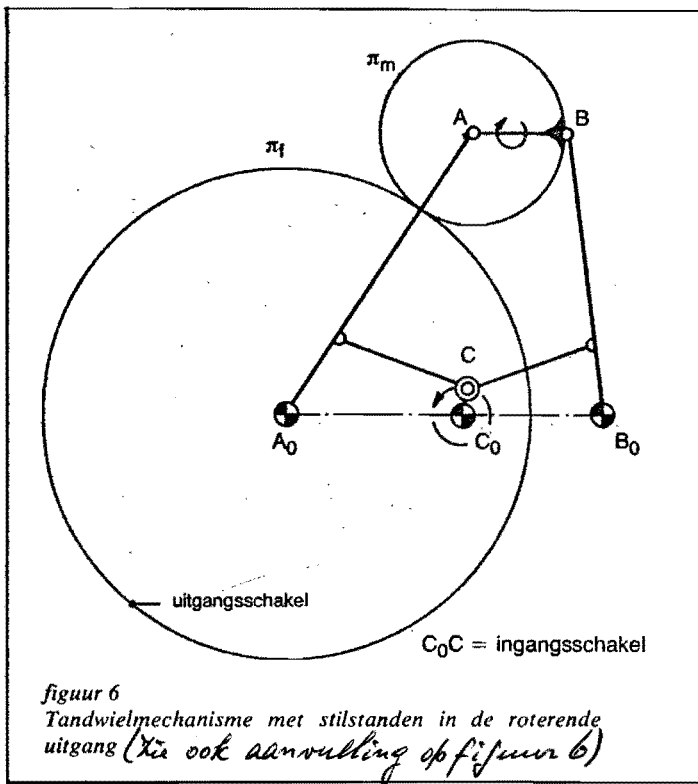
Volgens de regel van Hartmann komt dan juist het krommingsmiddelpunt  $\beta$  van B in de pool P terecht (zie figuur 4).



Voorbeeld: (zie figuur 5)

Bij de beweging van de band 3 t.o.v. de rol 2 is  $P_{32}$  het krommingsmiddelpunt B dat aan  $B_0$  is toegevoegd. Omgekeerd heeft dan ook het punt B van de rol het punt  $B_0$  van de band tot krommingsmiddelpunt. De punten B en  $B_0$  horen dus bij elkaar als baanpunt en krommingsmiddelpunt (B beschouwd als een punt van de rol 2).

Momenteaan kan de beweging van de rol in dit mechanisme dus vervangen worden door een stangenvierzijde  $A_0ABB_0$ , waarbij de vervanging goed is voor 3 infinitesimaal dicht bij elkaar liggende posities.



Tweede voorbeeld (zie figuur 6):

In het getekende voorbeeld van het tandwielmechanisme zijn zowel de ingaande kruk  $C_0C$  als het uitgaande wiel, dat om  $A_0$  draait, roterend.

In de stand, waarbij de koppelstang  $AB$  langs  $A_0A$  valt, staat de roterende uitgang momentaan stil, omdat dan het raakpunt tussen de beide cirkels ( $\pi_m$  en  $\pi_f$ ) samenvalt met  $B = P$ , de pool van de koppel-

stang t.o.v. het gestel. Zo'n stilstand is echter ten hoogste van de 1e orde, omdat alleen van de pool gebruik wordt gemaakt.

Als we echter in de ontwerpositie (met  $B$  op  $A_0A$ ) het punt  $B_0$  bovendien op de gemeenschappelijke raaklijn  $p$  van de beide wielen kiezen, zal de stilstand langer duren, omdat ze dan een stilstand van de 2e orde is geworden.

(Verklaring: Gedurende de stilstand van het uitgangswiel beschrijft het wiel  $AB$  een z.g. epi-cycloïdale beweging met de beide wielen resp. als vaste en bewegende polode. De wielen rollen dan over elkaar: Het gemeenschappelijke raakpunt heeft daarbij de snelheid nul en is dus de pool  $P$  van die beweging. Gedurende de stilstand van de uitgaande as, beweegt  $P$  zich langs  $\pi_f$  in het vaste vlak en langs  $\pi_m$  in het bewegende vlak. De poolwisselsnelheid of verplaatsingssnelheid van  $P$  valt dus langs de gemeenschappelijke raaklijn  $p$  van de beide wielen in de ontwerpositie. Keuze van het krommingsmiddelpunt  $B_0$  op  $p$  houdt dus de epi-cycloïdale beweging in stand voor 3 opeenvolgende infinitesimaal dicht bij elkaar liggende posities van  $\pi_m$ . Voor meer posities gaat het niet meer op, omdat dan de pool van de koppelstangbeweging niet meer samenvalt met de pool van de epi-cycloïdale beweging.)

Dit tweede voorbeeld is een voorbeeld van de synthese (het ontwerpen) van een mechanisme in zijn hoofdafmetingen, die ook daadwerkelijk gebruik maakt van de krommingstheorie.

De regel van Hartmann kan ook direct worden toegepast om krommingsmiddelpunten te bepalen. Als voorbeeld wordt een stangen-vierzijde genomen (zie figuur 7).

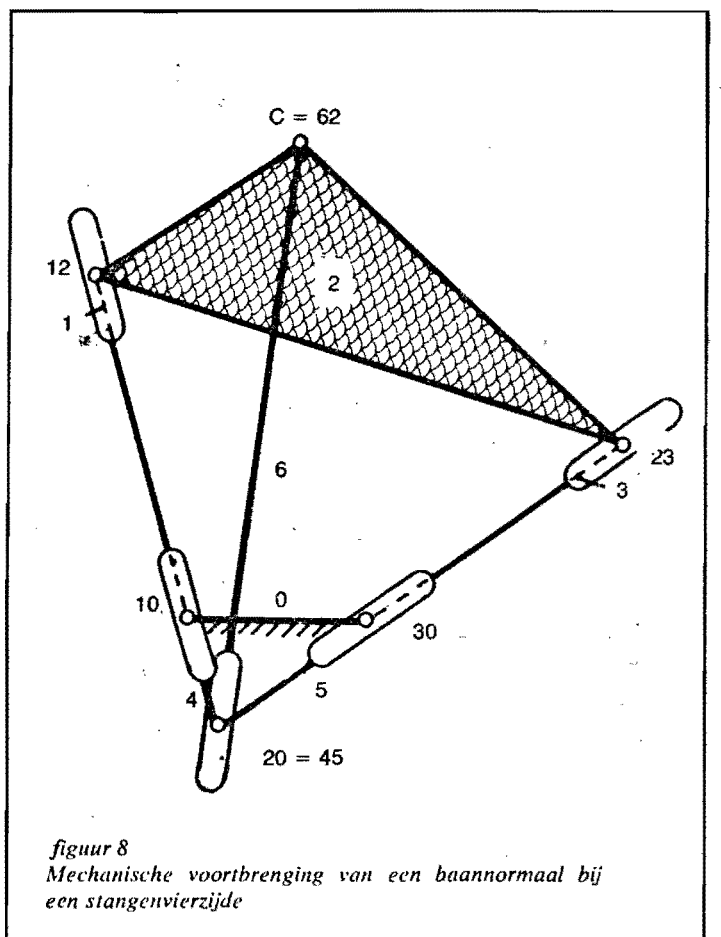
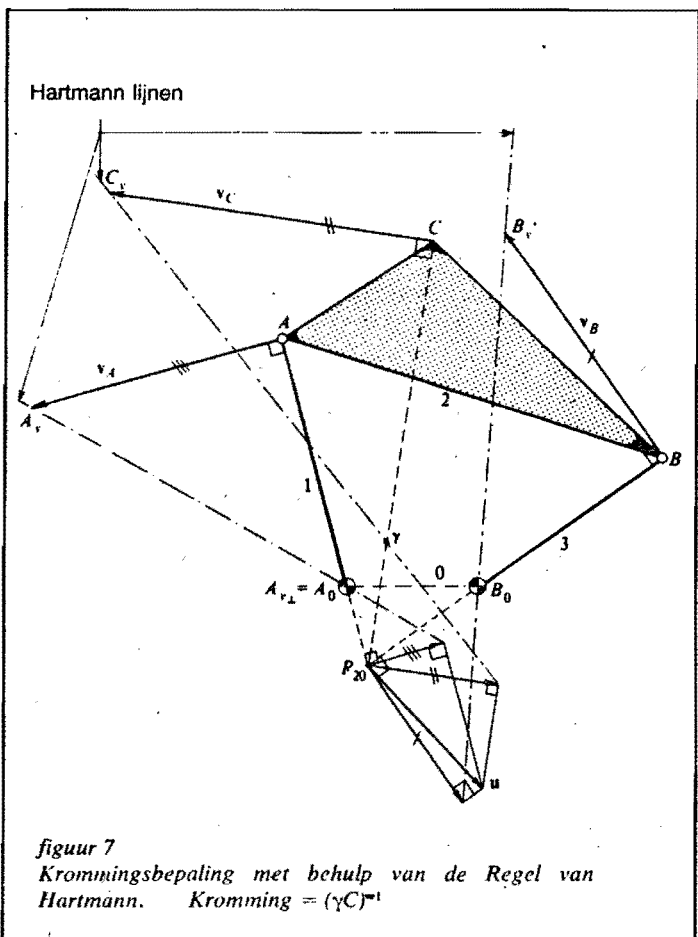
Hierbij wordt de regel van Hartmann driemaal toegepast.

De eerste keer om uit baanpunt  $A$  resp.  $B$  en krommingsmiddelpunt  $A_0$  resp.  $B_0$  een component van de poolwisselsnelheid vast te leggen. De laatste keer om met een poolwisselsnelheidscomponent het krommingsmiddelpunt  $\gamma$  van een koppelpunt  $C$  te bepalen.

### 1.3 De baannormaalmethode van Dijkman

De hier gevolgde methode is te vergelijken met de baannormaal-methode van Dijkman (zie de figuren 8, 9, 10 en 11). Lit. [6].

Daarbij wordt, in het voorbeeld van de stangen-vierzijde, de baannor-



# Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen

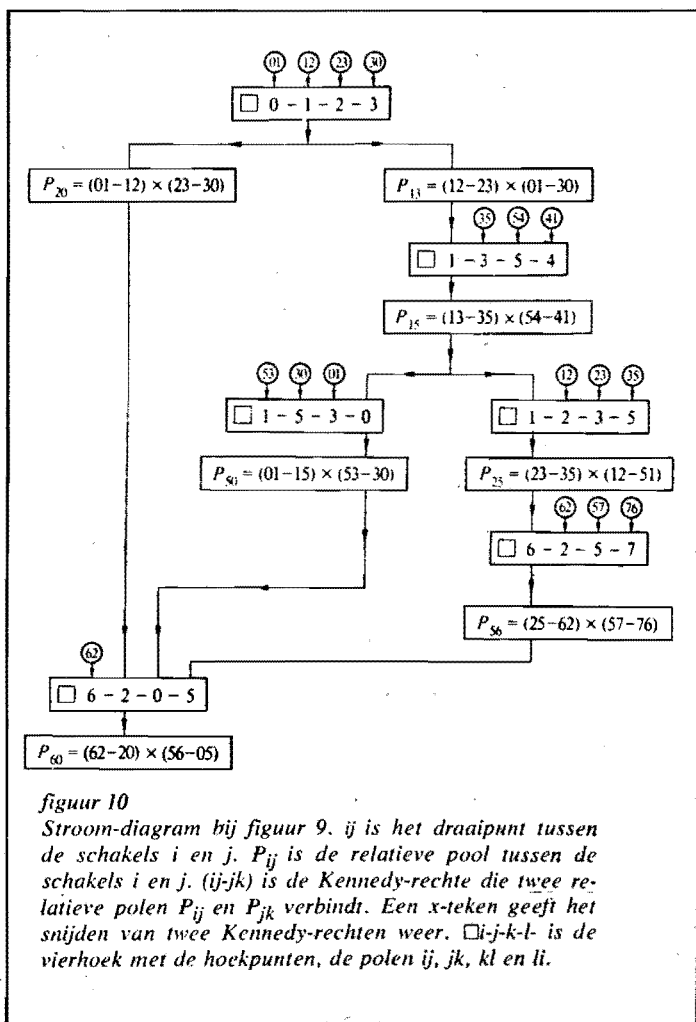
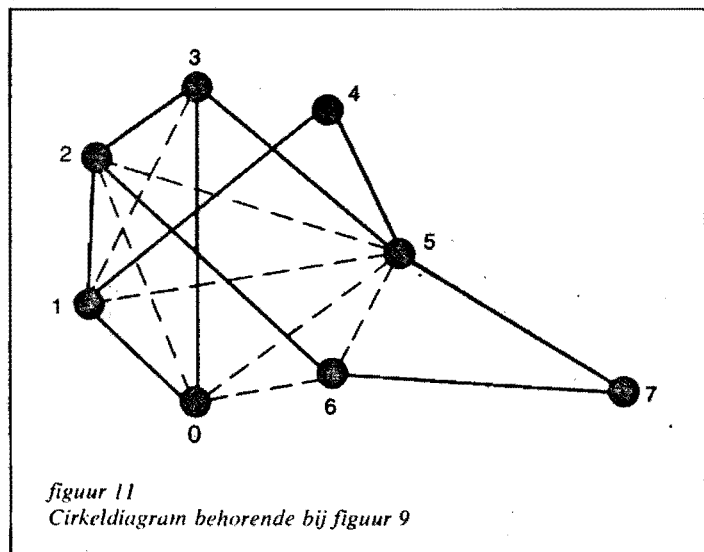
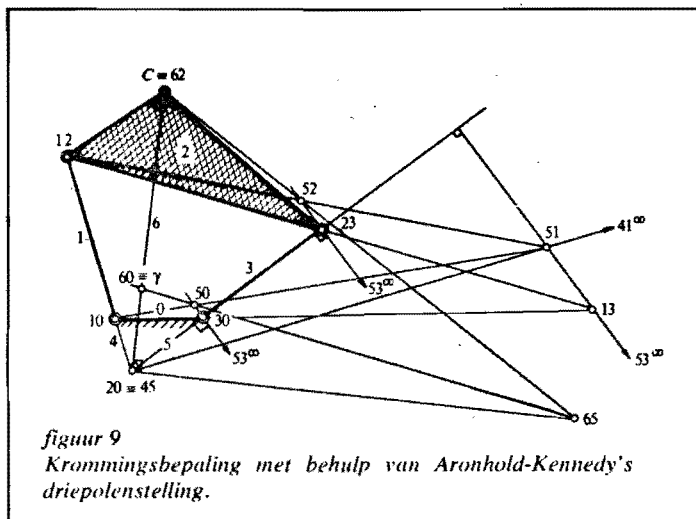
maal mechanisch voortgebracht (zie figuur 8), om daarna vervolgens, door herhaalde toepassing van de drie-polen stelling van Aronhold-Kennedy, de pool (60) te bepalen, die dan zoals reeds bij de aanvang uiteengezet, samenvalt met het gezochte krommingsmiddelpunt ( $\gamma$ ) van het koppelpunt C.

Een *cirkeldiagram* (zie figuur 11) en een *stroomdiagram* (zie figuur 10) vergemakkelijken daarbij de te vinden volgorde van de te trekken Kennedy-rechten.

Op grond van de regel van Hartmann is ook een betrekking tussen de *pool*-coördinaten van baanpunt A ( $r, \Theta$ ) en krommingsmiddelpunt  $\gamma(r_0, \Theta)$  af te leiden. Deze betrekking wordt de formule van Euler-Savary genoemd en luidt:

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = \frac{-\omega}{u \sin \Theta} \quad (\text{Euler-Savary})$$

$L\alpha$



Voor de afleiding gaan we uit van figuur 12. We zien daarbij, dat  $\Delta PT\alpha \sim \Delta AA_1\alpha$ , zodat  $PT/P\alpha = AA_1/A\alpha$  waaruit de formule direct volgt.

$L\alpha$

## 1.4 De buigcirkel

Voor die punten A ( $r, \Theta$ ) van het bewegende vlak waarvoor de krommingsmiddelpunten op oneindig liggen, is  $r_0^{-1} = 0$ . Zulke punten liggen, op grond van de formule van Euler-Savary op een cirkel met als vergelijking  $r = -(u/\omega) \sin \Theta$ . Aangezien de kromming van de baan in zulke punten nul is, zeggen we dat we dan te doen hebben met *baantangente* in zo'n buigpunt. De meetkundige plaats van alle buigpunten in een bepaalde stand van het vlak is dus een cirkel, die *buigcirkel* wordt genoemd (zie figuur 13). De diameter  $\delta$  van deze cirkel voldoet aan de betrekking

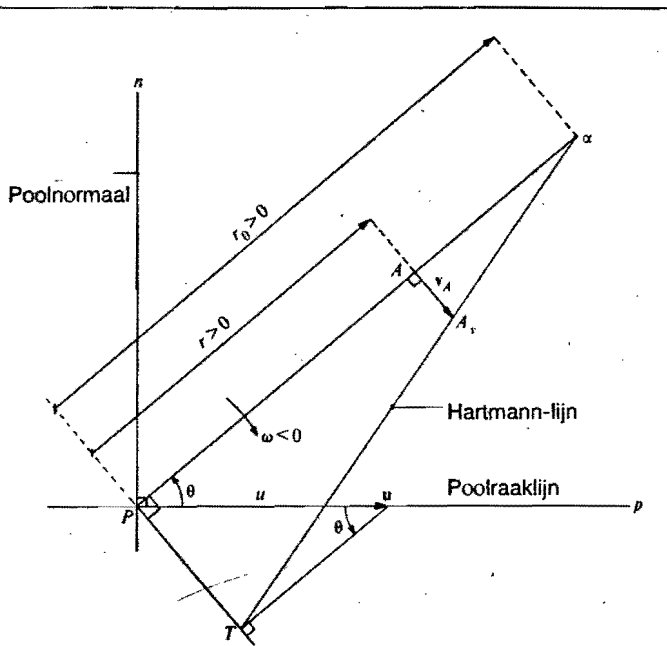
$$\delta = -u/\omega.$$

Het is duidelijk, dat de buigcirkel in de pool P aan p raakt. Het diametraal tegenover P gelegen punt op de buigcirkel wordt de *buigpool* W genoemd. Men noemt de buigpool ook wel de *geometrische versnellingspool* (of *pool van de 2e orde*) omdat in dat punt de versnelling nul is, wanneer  $\phi \equiv t$ , dwz. wanneer voor de tijd  $t$  de hoekverdraaiing  $\phi$  van het bewegende vlak wordt genomen (in het algemeen is  $a_w = \delta \dot{\omega} = 0$  als  $\dot{\omega} = 0$ ).

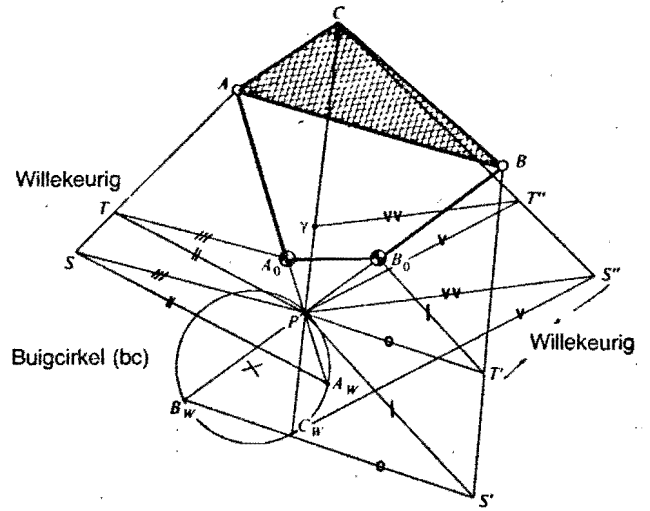
Met uitzondering van de snelheidspool doorloopt ieder punt van de buigcirkel een buigpunt in zijn baan.

De buigraaklijnen vormen een lijnenwaaier met de buigpool als centrum. (Iedere buigraaklijn gaat dus door W.) De snelheidspool P zelf doorloopt een keerpunt in zijn baan, waarvan de keerpuntraaklijn ook door W gaat. (Voor een keerpunt is  $0 = r = r_0 - r$ , zodat op grond van Euler-Savary, inderdaad  $r = 0$ , hetgeen alléén de pool P aanwijst.)

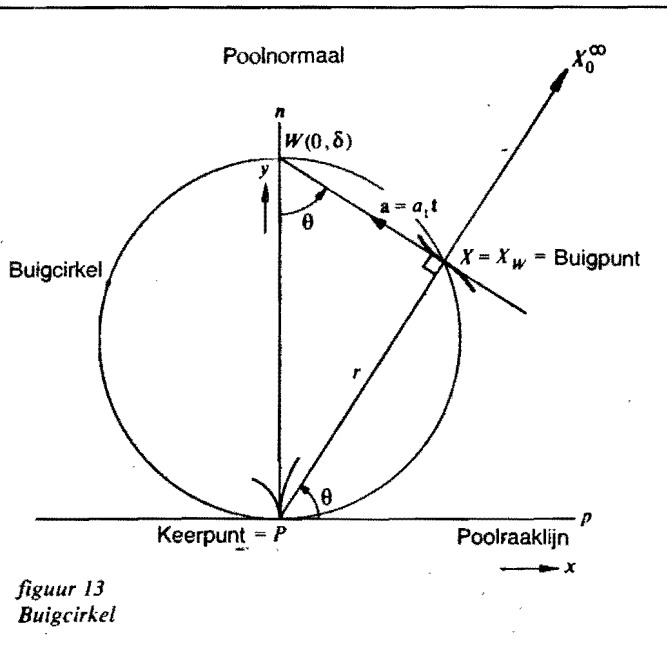
$L\alpha$



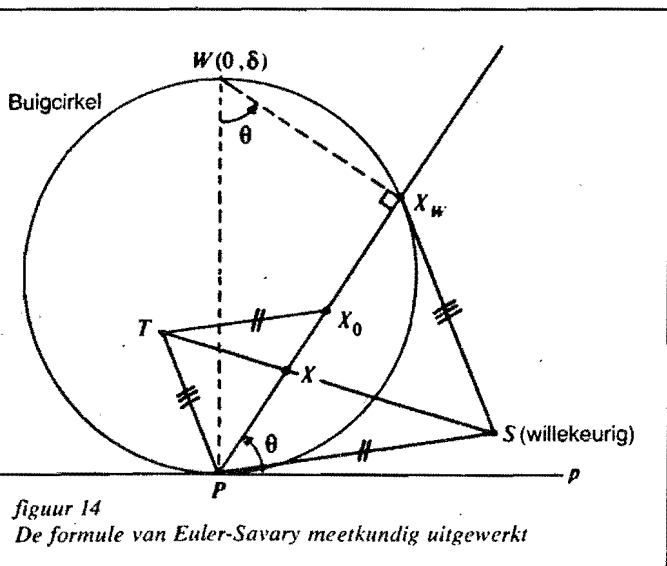
figuur 12  
De Regel van Hartmann



figuur 15  
Krommingsbepaling met behulp van de buigcirkel



figuur 13  
Buigcirkel



figuur 14  
De formule van Euler-Savary meetkundig uitgewerkt

De buigcirkel stelt ons ook in staat om krommingsmiddelpunten te bepalen (zie figuur 14).

Op iedere baannormaal liggen telkens vier punten, te weten P, het baanpunt X, het bijbehorende krommingsmiddelpunt  $X_0$  en het 2e snijpunt  $X_w$  van de baannormaal met de buigcirkel. Tussen de ligging van deze punten op de baannormaal bestaat de volgende relatie:

$$PX^2 = \overline{XX_0} \cdot \overline{XX_w} \quad (\text{Fuler-Savary})$$

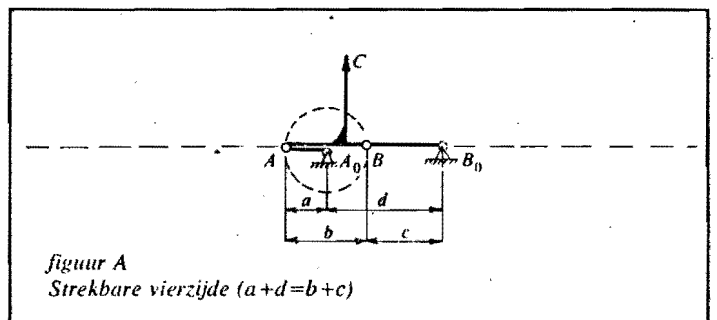
Een relatie, die onmiddellijk tot de formule van Euler-Savary terug te voeren is. Op de zojuist afgeleide betrekking berust een constructie, die weergegeven is in figuur 14. De formule, zowel als de constructie kan worden gebruikt om het baanpunt X, het krommingsmiddelpunt  $X_0$  of het snijpunt  $X_w$  van de baannormaal met de buigcirkel te bepalen.

Een voorbeeld van toepassing wordt weer gevonden met de stangen-vierzijde (zie figuur 15). Daarbij gaat men voor het opsporen van het krommingsmiddelpunt  $\gamma$  van C als volgt te werk:

Men trekt eerst de buigcirkel door de pool P, en door de snijpunten  $A_w$  en  $B_w$  van de beide krukken  $A_0A$  en  $B_0B$  met de buigcirkel. Deze twee snijpunten bepaalt men met behulp van de zojuist afgeleide formule van Euler-Savary. Vervolgens snijdt men de baannormaal CP met de buigcirkel in het punt  $C_w$ , waarna de formule van Euler-Savary ten slotte de ligging van  $\gamma$  aangeeft ( $\gamma = C_0$ ).

**Opgave:**

Bereken met behulp van de formule van Euler-Savary, de ligging van de 2 mogelijke snelheidspolen voor een gestrekte stangen-vierzijde. Wat betekent dit voor de beweging in die stand? (Zie figuur A.)



figuur A  
Streekbare vierzijde ( $a+d=b+c$ )

# Geometrisch ontwerpen van vlakke mechanismen

## 2. Krommegeleidingsmechanismen

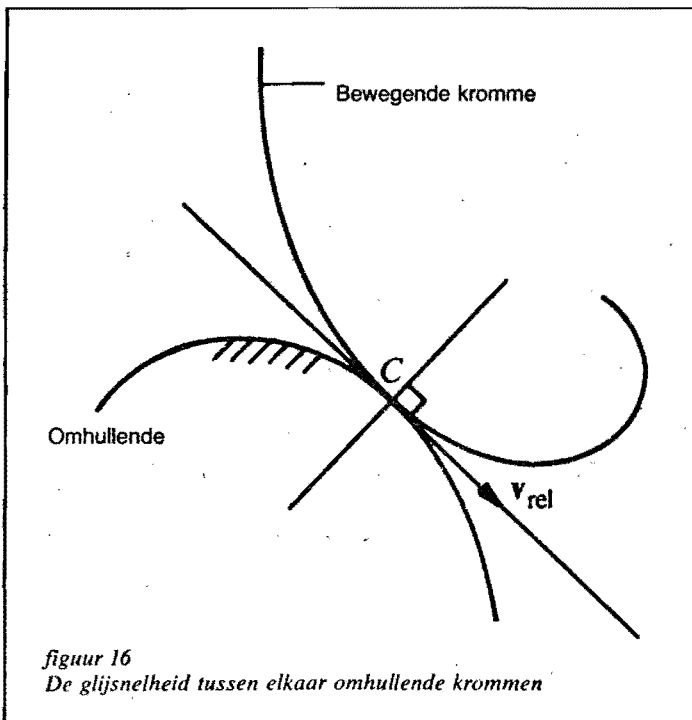
Wanneer een bewegende kromme glijdt en rolt over een andere kromme, blijven de twee krommingsmiddelpunten voor het gemeenschappelijke aanrakingspunt (C) voor drie infinitesimaal dicht bij elkaar liggende standen op vaste afstand van elkaar (zie figuur 16). Men zegt daarom, dat de beide middelpunten bij elkaar horen als baanpunt M en kromtemiddelpunt  $M_0$ . Het baanpunt M behoort daarbij tot het vlak van de bewegende kromme en krommingsmiddelpunt  $M_0$  tot het vlak van haar *omhullende*, waarover dus de bewegende kromme beweegt. (In feite is er geen voorkeur voor de een of de ander en zijn beide krommen elkaars omhullende.)

De relatieve pool  $P_{rel}$  staat loodrecht op  $v_{rel}$  en ligt daarom weer op één rechte met de punten M en  $M_0$ . Voor de ligging van deze punten op de gemeenschappelijke normaal, geldt nu dus ook de formule van Euler-Savary:

$$(\overline{P_{rel}M})^2 = \overline{MM_0} \cdot \overline{MM_w}$$

waarbij  $M_w$  het 2e snijpunt is van de normaal met de buigcirkel. Door het geven van de beide krommen is de relatieve beweging echter nog niet vastgelegd, omdat de verhouding tussen rollen en glijden nog niet is aangegeven. Dit is wel het geval, wanneer er sprake is van (zuivere) rolling bijvoorbeeld (zie figuur 17). De beide rolkrommen worden in dit geval de bewegende en de vaste polode genoemd. Toepassing van de formule van Euler-Savary geeft hier

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{\delta}$$



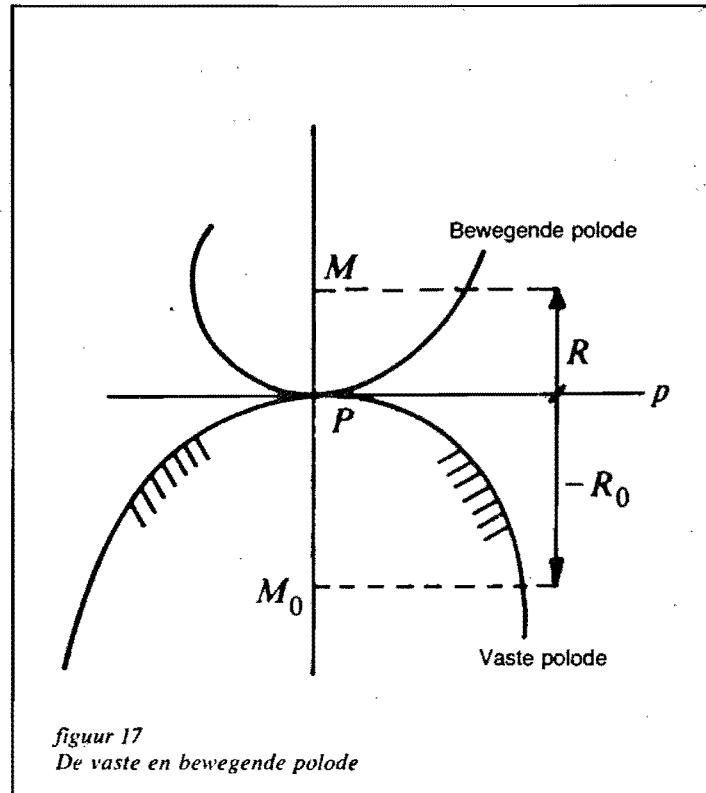
figuur 16  
De glijnsnelheid tussen elkaars omhullende krommen

waarin  $R^{-1}$  en  $R_0^{-1}$  de respectieve krommingen zijn van de bewegende en de vaste polode.

Voorbeeld van toepassing (zie figuur 18)

Van twee nokschijven, die ieder voor zich gelagerd zijn in een gestelpunt, wordt geëist, dat zij zich zuiver over elkaar afrollen. Dit betekent, dat zij zich in de relatieve beweging gedragen als vaste en bewegende polode. Aangezien het mechanisme slechts 3 schakels (of lichamen) telt, zijn er ook niet meer dan 3 relatieve polen, waarvan er 2 in de gestelpunten te vinden zijn en de 3e het contactpunt is tussen de twee nokschijven.

Volgens de stelling van Aronhold-Kennedy liggen deze 3 polen op één rechte. Hieruit volgt, dat de relatieve pool P tussen de twee nokschijven steeds op de gestellijn  $A_0B_0$  te vinden is. Wanneer daar in iedere stand aan is voldaan is *zuivere rolling* mogelijk.



figuur 17  
De vaste en bewegende polode

Veronderstel nu, dat in een bepaalde positie alléén de ligging van de beide gestelpunten  $A_0$  en  $B_0$ , voorts de ligging van P op de gestellijn en ten slotte het krommingsmiddelpunt M van de om  $B_0$  draaiende nokschijf zijn gegeven. Gevraagd wordt dan de kromming van de met  $MB_0$  samenwerkende nokschijf te bepalen (zie figuur 19).

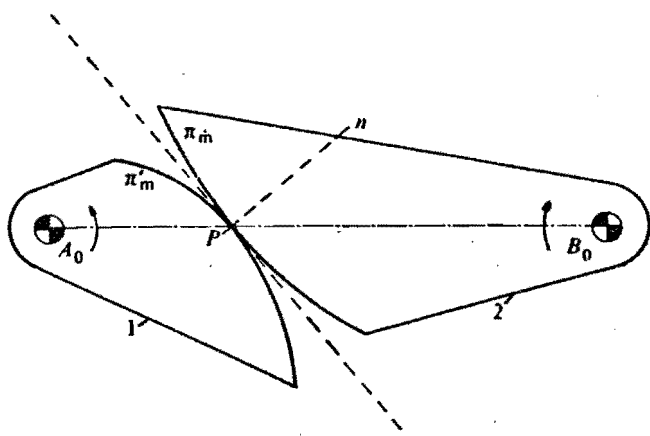
Hiertoe wordt de om  $A_0$  draaiende nokschijf stilgezet. De omtrek van deze schijf is dan te beschouwen als een vaste polode waarover de bewegende polode (dit is de omtrek van de tweede en enig bewegende nokschijf) rolt. De punten  $B_0$  en  $A_0$  horen nu voor deze beweging bij elkaar als baanpunt en krommingsmiddelpunt. Dus  $B_0 = B$  en  $A_0 = \beta$ . Op grond van Euler-Savary is voorts,  $\overline{PB^2} = \overline{B\beta} \cdot \overline{BB_w}$ , waarmee het snijpunt  $B_w$  van  $A_0B_0$  met de buigcirkel te bepalen is.

Aangezien bij zuivere rolling de poolraaklijn p loodrecht staat op de gegeven *poolnormaal* PM, kan nu de buigcirkel getekend worden. Deze raakt nl. p in P en gaat door het punt  $B_w$ , dat reeds bepaald is. Vervolgens snijdt men de poolnormaal PM met de buigcirkel in het punt  $M_w \neq P$ . De formule van Euler-Savary geeft dan ten slotte de ligging van het gezochte krommingsmiddelpunt  $M_0$ :

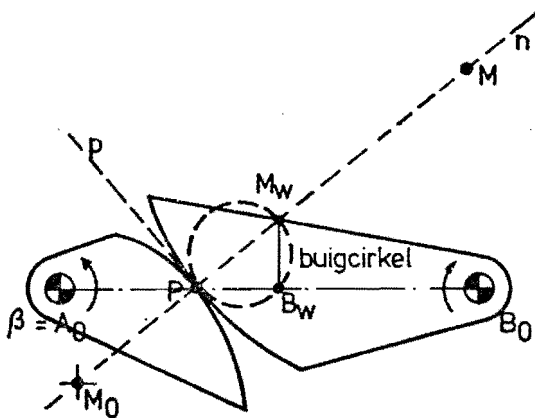
$$\overline{PM^2} = \overline{MM_0} \cdot \overline{MM_w}$$

De waarde  $\overline{PM_0}^{-1}$  geeft dan de grootte van de kromming aan van de om  $A_0$  roterende nokschijf.

(Hierop berust een handzame constructie voor het bepalen van de vorm van de met een gegeven nokschijf samenwerkende schijf, voor het geval zuivere rolling is voorgeschreven.)



figuur 18  
Syntrepent-krommen  
(om vaste punten draaibare afrolkrommen)



figuur 19  
Bepaling van het punt  $M_0$

Opm.: De beweging van de twee nokschijven kan men voor drie infinitesimaal dicht bij elkaar liggende standen, vervangen denken door de beweging van de twee krukken  $A_0M_0$  en  $B_0M$  van de stangenvierzijde  $A_0M_0MB_0$ .

### 3. Vervangingsmechanismen

#### 3.1 Algemeen

Men maakt onderscheid tussen:

- 1) elkaar *globaal* vervangende mechanismen (met dezelfde of van elkaar verschillende kinematische keten)
- 2) elkaar *momentaan* vervangende mechanismen (vervanging van de 1e orde, 2e orde etc.).

Tot de eerste groep behoort bijvoorbeeld de vervanging van een tandwielmechanisme door een ander tandwielmechanisme met meer schakels of door een kettingmechanisme.

(In het bijzondere geval, dat ook de structuur (d.i. de kinematische keten) van het mechanisme dezelfde blijft, spreken we van een *verzwagerd* mechanisme of ook wel een 'cognate').

De belangrijkste zijn die vervangingsmechanismen, die de beweging van één of meerdere vlakken reproduceren.

In figuur 20 zijn als voorbeeld vier mechanismen getekend, waarvan de eerste drie globaal vervangende mechanismen zijn, terwijl het vierde, de drie andere momentaan vervangt (de vervanging is daarbij van de 2e orde). Voor het eerste drietal mechanismen is de beweging van tandwiel 2 t.o.v. wiel 1 *identiek*. Dit komt omdat zowel de vaste als de bewegende polode ( $\pi_{21}$  en  $\pi_{12}$ ) voor ieder van deze mechanismen dezelfde is. (De meetkundige plaatsen van de pool  $P_{21}$  zijn zowel in het vaste vlak als in het bewegende vlak van de pool  $P_{21}$  zijn zowel in het vaste vlak als in het bewegende vlak cirkels voor ieder van de drie mechanismen.)

Het vierde en laatste mechanisme heeft alléén de *buigcirkel* gemeen met ieder van de vorige mechanismen. (Men bewijst dat door aan te tonen, dat bijv. voor de twee laatste mechanismen de ligging van zowel de pool  $P_{21}$  van de poolraaklijn  $p_{21}$  alsmede van het krommingsmiddelpunt  $C_0$  van het symmetrisch gelegen punt C dezelfde is\*. Euler-Savary, nl.

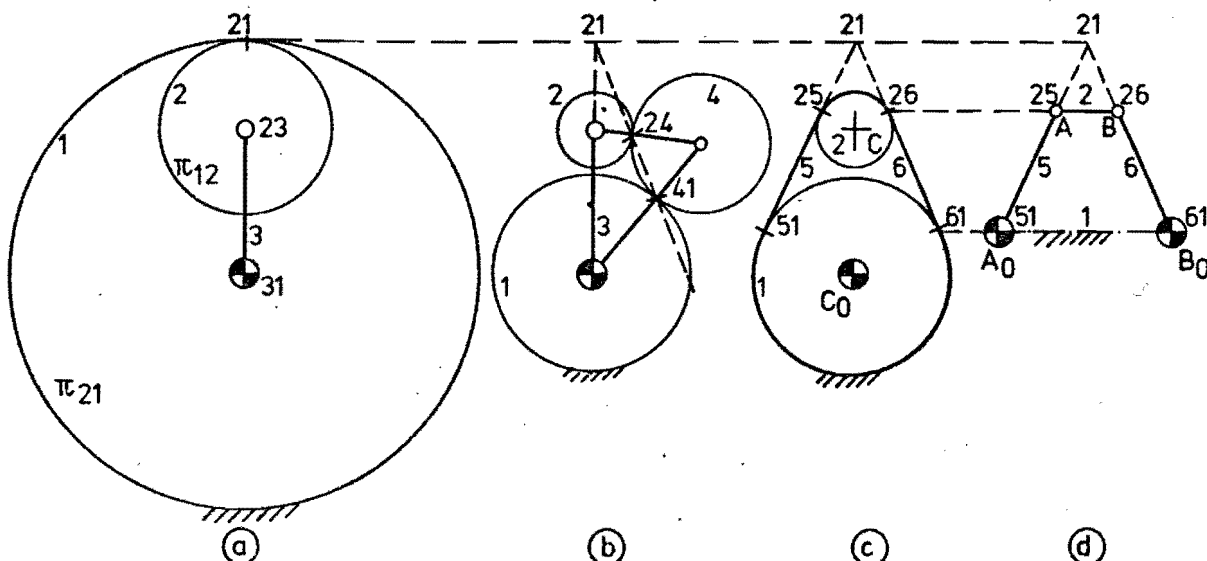
$\overline{PC}^2 = \overline{CC_0} \cdot \overline{CC_w}$ , geeft dan ook dezelfde ligging voor de buigpool  $W = C_w$  van beide mechanismen aan.)

Merk op dat de vervanging hier een overeenstemming heeft tot de 2e orde, omdat momentaan gezien, de krommingen van *ieder* punt van schakel 2 dezelfde zijn.

(wordt vervolgd)

Literatuuropgave volgt aan het eind van deel 2.

\* Dat dit juist is kan met behulp van de Regel van Hartmann worden aangetoond.



figuur 20  
Hypo-cycloïdale beweging

(zie uitreikbladen voor alle combinatiemogelijkheden)