

De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen. Deel 2 en slot

Citation for published version (APA):

Dijksman, E. A., & Vatterot, K. H. (1980). De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen. Deel 2 en slot. *Constructeur*, 19(7), 33-38.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1980

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen (2 en slot)

In het eerste deel is de beschrijving van een overbrenging met hoofd- en tussenwielen d.m.v. schakels aan de orde geweest. Tevens is de systematiek van dergelijke mechanismen behandeld. In het tweede deel wordt de kinematica van de beschouwde mechanismen nader onderzocht. Met name de invloed van maatafwijkingen wordt nader geanalyseerd.

5. Beginselen voor de balancering in gedwongen vertakkingsmechanismen

Rekentechnisch gedwongen en vermogensvertakte mechanismen kunnen alle vermogenstakken onderling zuiver kinematisch uitgebalanceerd krijgen [12]. Een nodig en voldoende criterium is daarbij de driepolenstelling [4, 9]. Heeft men, met inachtneming van deze stelling, te maken met een eenduidige poolconfiguratie, dan is, zelfs wanneer alle schakels star zijn, de uitbalancering van de voorhanden zijnde vermogenstakken onderling gewaarborgd. Elasticiteiten ter compensatie van de tolerantie-invloeden blijven buiten beschouwing. De balancering vindt plaats door de relatieve bewegingen van de schakels onderling. In het geval van een wezenlijke uitbalancering nemen alle vermogenstakken aan de bewegingsoverdracht deel.

Bij de gedwongen beweging van een mechanisme, beschrijven alle punten der schakels eenduidige baankrommen, zeker wanneer ideale afmetingen en elementenparen zonder spelingen mogen worden ondersteld (figuur 6a). Wordt bij gedwongen mechanismen door arrêtering van een draai- of schuifverbinding, een reductie van een graad van vrijheid voor dat elementenpaar bereikt, dan wordt ook het oorspronkelijke aantal graden van vrijheid van dat mechanisme met één verminderd. Voor een aangenomen speling in een bepaalde richting, verkrijgt men een vrijheid, die overeenstemt met een bijbehorende ingangsbeweging (figuur 6b). Daarvoor in de plaats kan ook een schuifparing, die de equivalente ingangsbeweging toelaat, worden ingebouwd. Men verkrijgt de van een fout voorziene ingangsbeweging

$$\Delta\psi_{41} = f(\beta, s) \quad (20)$$

Hierin stelt s de aangenomen verplaatsing wegens de speling voor en β de momentane verplaatsingsrichting. Bij aanname van ψ_{\max}^s kunnen, na één omloop voor β , de maximale afwijkingen $\Delta\psi_{41_{\max}}$ worden berekend.

Daarmee analoog kan, voor iedere positie van de ingangsschakel, de maximale afwijking van de uitgangsschakel vanaf de ideale positie worden bepaald. Stelt men de theoretische beweging samen met de maximale tolerantieband, dan volgt daaruit het mogelijke bewegingsbereik. Door samenstelling zijn alle toleranties registreerbaar.

De verplaatsing Δs_i vloeit voort uit het tijdsverschil Δt_i . Daarmee heeft men voor de snelheid

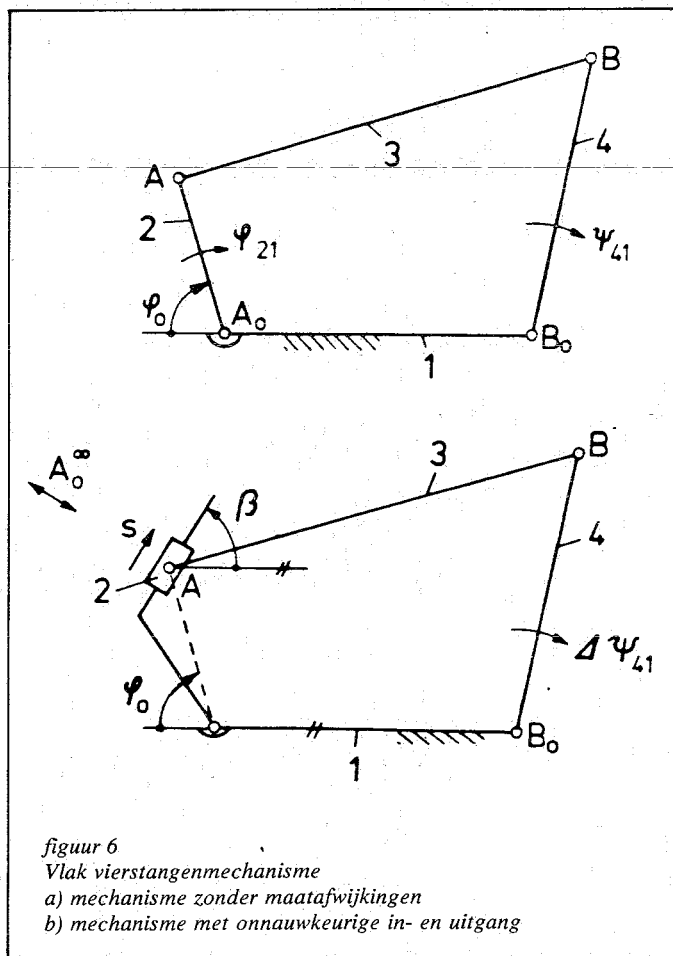
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s_i}{\Delta t_i} = \frac{ds_i}{dt_i} = v_i \quad (21)$$

Met behulp van de bekende wetmatigheid uit de kinematica [15] kan de nodige poolconfiguratie en daarmee het momentane snelheidspatruon

$$v_i = \omega \times r_i \quad (22)$$

worden bepaald. $\vec{\omega}$ is daarbij de hoeksnelheidsvector en r_i de afstand van het betrokken punt tot de snelheidspool. Met behulp van de snelheidsverdeling krijgt men in de limiet, waarvoor

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \vec{\omega} \quad (23)$$



figuur 6
Vlak vierstangenmechanisme
a) mechanisme zonder maatafwijkingen
b) mechanisme met onnauwkeurige in- en uitgang

De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen

de relatieve verplaatsing van de schijfpunten (figuur 7)

$$\frac{|\Delta s_A|}{|\Delta s_B|} = \frac{|AP_{13}|}{|BP_{13}|} = \frac{|v_A|}{|v_B|} \quad (24)$$

De versnellingen van punten der bewegende vlakken kunnen worden samengesteld uit de tangentiële- en de normale versnellingen

$$\vec{a}_A + \vec{a}_A^t = \vec{a}_B + \vec{a}_B^t + \vec{a}_{AB}^n + \vec{a}_{AB}^t \quad (25)$$

Voor een ingangshoekverdraaiing, waarvoor $\omega = 0$, $\dot{\omega} \neq 0$, worden de normale versnellingen

$$a_i^n = \omega^2 \cdot \rho_i \quad (26)$$

nul. Daarbij kan de afstand ρ_i van het betrokken schijfpunt tot het kromtemiddelpunt wezenlijk eindige waarden aannemen. De werklijnen van de tangentiële versnellingen zijn daarbij identiek met die der snelheden.

Volgens Mehmke [12] vormen de eindpunten van de snelheidsvectoren van het systeem, een gelijkvormige figuur met de figuur gevormd door de systeempunten zelf. Uit het versnellingsvlak (figuur 7) verkrijgt men

$$\frac{|a_A^t|}{|a_B^t|} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{|AP_{13}|}{|BP_{13}|} \quad (27)$$

De versnelling van het met de pool samenvallende baanpunt verkrijgt men d.m.v. de buigcirkeldiameter D .

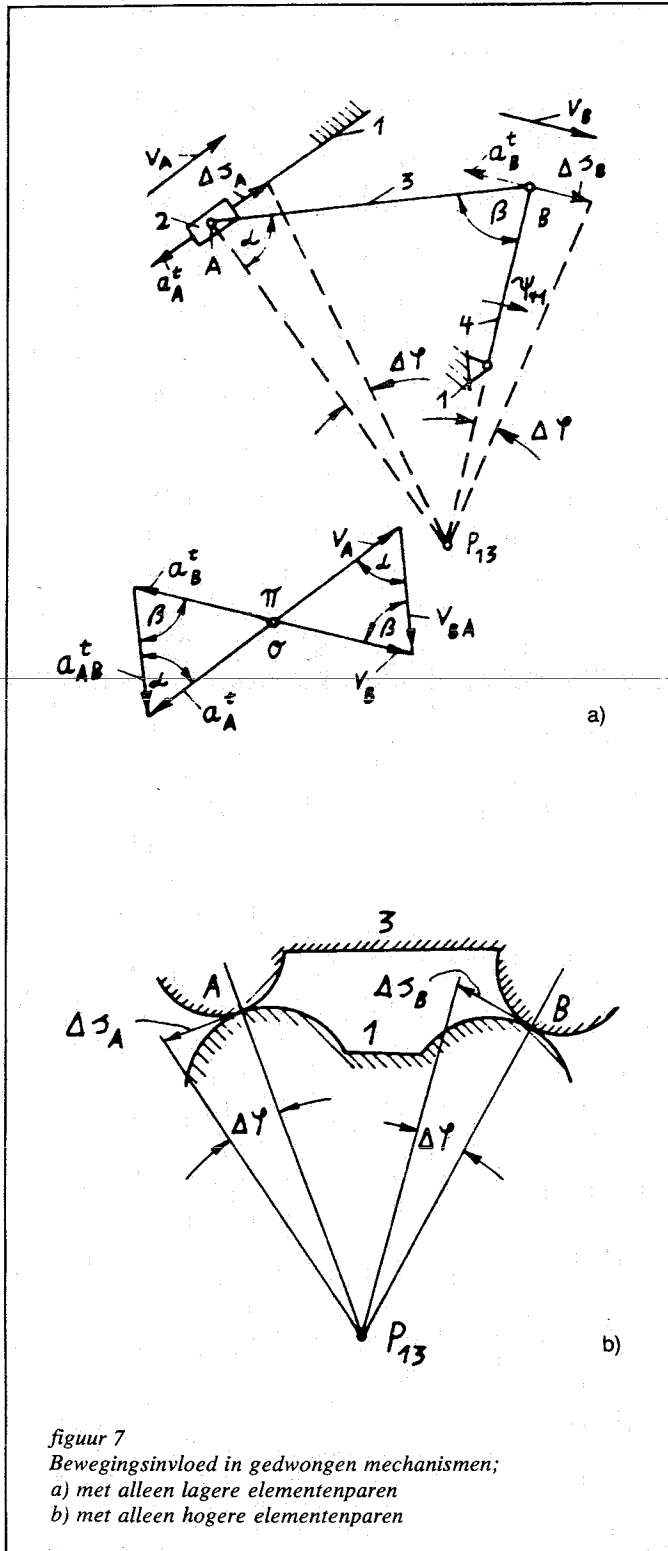
$$a_p = \omega^2 D \quad (28)$$

Bij een aanvangshoekverdraaiing met een eindige buigcirkeldiameter [15] wordt deze versnelling van de pool gelijk aan nul. Dan is de snelheidspool van twee vlakken dezelfde als de versnellingspool van die vlakken. Hiervoor zijn in holonome systemen de snelheidsverhoudingen gelijk aan de bijbehorende versnellingsverhoudingen en de poolafstandverhoudingen. Onderstelt men maximale toleranties dan kunnen de mogelijke verplaatsingen met behulp van de kinematica en de invloed van de toleranties op de belasting met behulp van de statica worden berekend. Treden nog dynamische neveneffecten op, dan kan de aanvangshoekverdraaiing nog een mogelijke basis voor berekening daarvan weergeven.

6. Kinematische wetmatigheden voor gedwongen en uitgebalancete AI-mechanismen

In mechanismen zijn voor een gunstige belastingverdeling en een eenvoudige bouwwijze de onderlinge toevoeging van de tandparingen en de lageringen van die tandparingen voorgeschreven. De nog overblijvende elementenparen, die de schijven met elkaar verbinden, die met de drager van de tussenwielen verbonden zijn, zijn in overeenstemming met een naslag-catalogus vast te leggen. Deze kan het minimale dode punt bij een ommekeer van de draairichting, gunstige middelen ter balancering of een goede belastingverdeling voor de vermogens-takken, mede inhouden.

Aangenomen, dat een tussenwiel niet in ingrijping kan zijn met de beide hoofdwielen, kan een te balanceren som der maten worden berekend. In figuur 8 is het ideale vervangings-krukmecanisme met de elementenparen $0, N_4, N_{34}, P_{36}, N_{35}, N_5, 0$ getekend. Alle tandflanken zijn hier van een éénflankafrolslag F_i voorzien, weergegeven, terwijl de theoretische pool P_{36}



figuur 7
Bewegingsinvloed in gedwongen mechanismen;
a) met alleen lagere elementenparen
b) met alleen hogere elementenparen

over F'_3 naar P'_{36} is verlegd. Daarenboven is een verplaatsing van het ideale vervangingskrukmecanisme naar een functioneel, spelingloos en open vervangingskrukmecanisme P'_{36} , N'_{35} getekend. Tussen twee met elkaar samenwerkende flanken, mogen, ter verkrijging van een uitgebalanceerde beweging, de éénflankafrolslagen als mogelijke bestaande afwijkingen worden opgeteld. De steeds genoemde, samengestelde weg in de x_i -richting is door F'_{ges} aangegeven:

$$F'_{ges} = -(F'_5 + F'_{35}) + 2F'_3 + F'_{34} + F'_4 \quad (29)$$

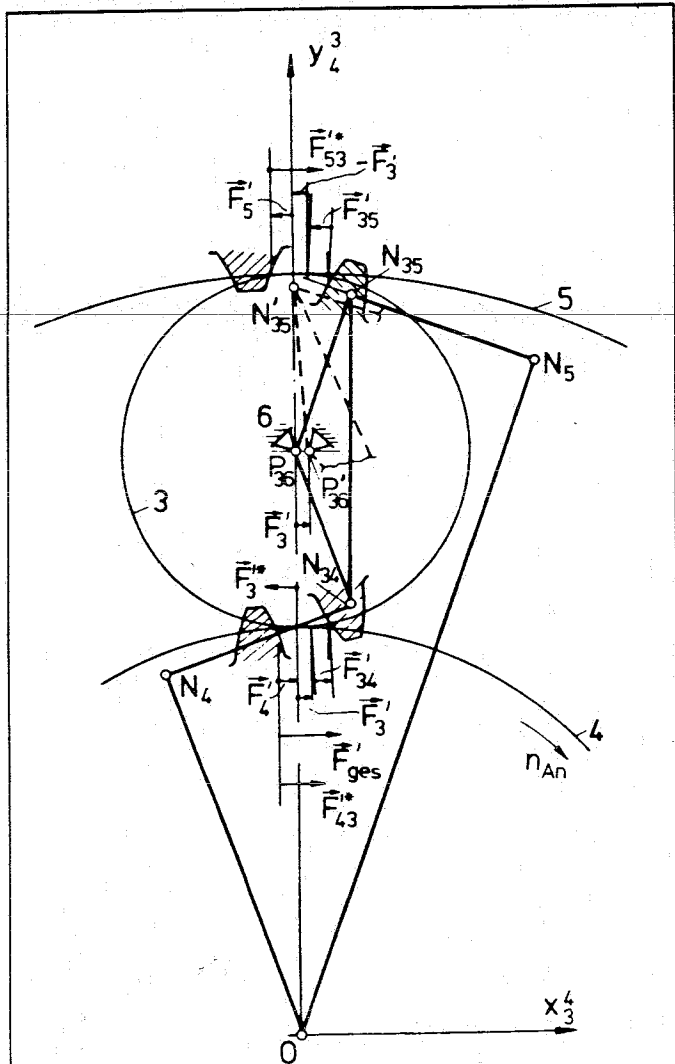
Deze tolerantie-som kan met behulp van een flankverschuiving ter grootte van

$$F'_{53} + F'_{43} = F_{ges} \quad (30)$$

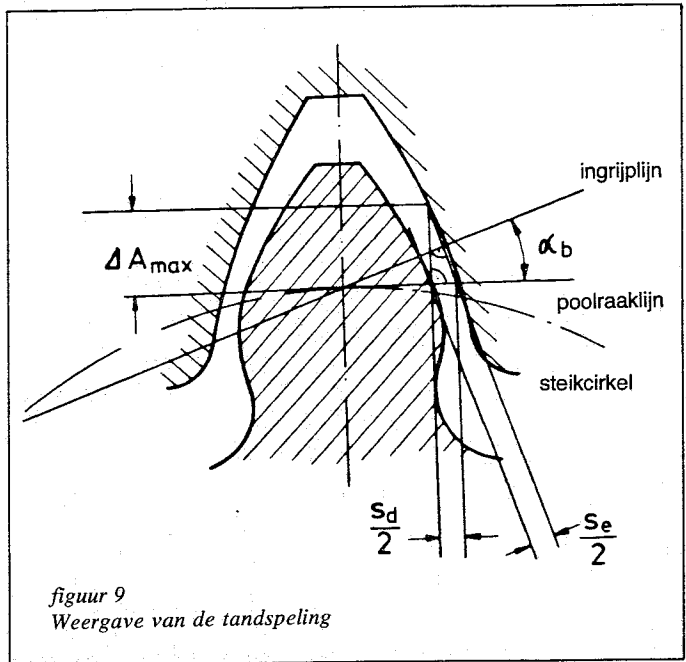
en een poolverplaatsing ter grootte van

$$-F'_{3*} = \frac{F_{ges}}{2} \quad (31)$$

of een combinatie van beide, worden gecompenseerd. De flankverschuiving volgt, met voldoende benadering, uit een verschuiving van de elementenparen N_i ter grootte van de te compenseren afwijkingen. De bewegingsrichting staat lood-

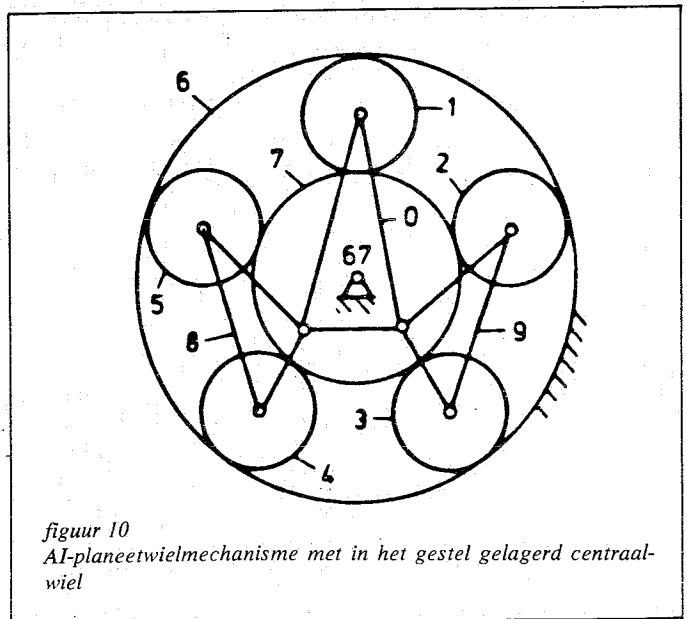


figuur 8
Mogelijke éénflankafrolslagen en draaipuntsverplaatsing voor een samenwerkend tussenwiel



figuur 9
Weergave van de tandspeling

recht op het verbindingsstuk dat het elementenpaar met de onzekere ligging van de snelheidspool verbindt. Deze analyse toont aan, dat een verschuiving van het tussenwiel in radiale richting, in de y -richting geen verandering van de momentane belastingtoestand teweegbrengt. Daartegenover is een verplaatsing van het tussenwiel in de x -richting de gunstigste bewegingsrichting ter verkrijging van belastingevenwicht. Bij een verplaatsing van het tussenwiel ter verkrijging van een evenwichtstoestand, kan op constructieve gronden niet steeds een radiale bewegingscomponent worden vermeden. Ongetwijfeld kan deze zodanig in afhankelijkheid van de tandspeling en de tandvorm worden gekozen, dat de voor de optredende maatafwijkingen noodzakelijke compensatiebewegingen ongehinderd kunnen worden uitgevoerd. Uit deze bewegingen resulteert een asafstandsverandering van de tandwielen alsmede een aanpassing van de bedrijfsingrijphoek α_b (figuur 9) en van de hoekverdraaiingsspel s_d van de tandflank bij ieder samenwerkend paar tandflanken. Met voldoende nauwkeurigheid [1] kan de afhankelijkheid tussen de asafstandsverandering A_a en de hoekverdraaiingsspel, alsmede de ingrijpingspel van de tandflank s_e door een benaderingsbeschouwing worden berekend.



figuur 10
AI-planeetwielmechanisme met in het gestel gelagerd centraalwiel

De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen

$$s_e = s_d \cos \alpha_b \quad (32)$$

$$\Delta A_{\max} = \frac{s_d}{2 \tan \alpha_b} \quad (33)$$

ΔA_{\max} is de grootst mogelijke verschuiving, vooropgesteld, dat na verandering van de asafstand in het grensgeval slechts tanaanrakingen voorkomen.

Ter analyse wordt een AI-planeetwielmechanisme met vijf planeten en een in het gestel gelagerd centraalwiel (figuur 10) onder de aandacht gebracht. De reductie in vrijheidsgraden van beweging wordt hier bereikt door het vastzetten van de ideale overbrengingsverhouding, hetgeen betekent, dat bij voorbeeld de schakels 6 en 7 als een enkele schakel, bij voorbeeld als schakel 6 (figuur 11, 12) moeten worden beschouwd. Een economische randvoorwaarde is het maximale aantal repeteerketens. Daarom worden de schakels waarin twee tussenwielen zijn gelagerd, niet als gestel, maar als referentieschakel genomen. Daarmee ontstaat een symmetrische bouwwijze.

Vanwege de relatieve toevoeging van de schakels onderling en

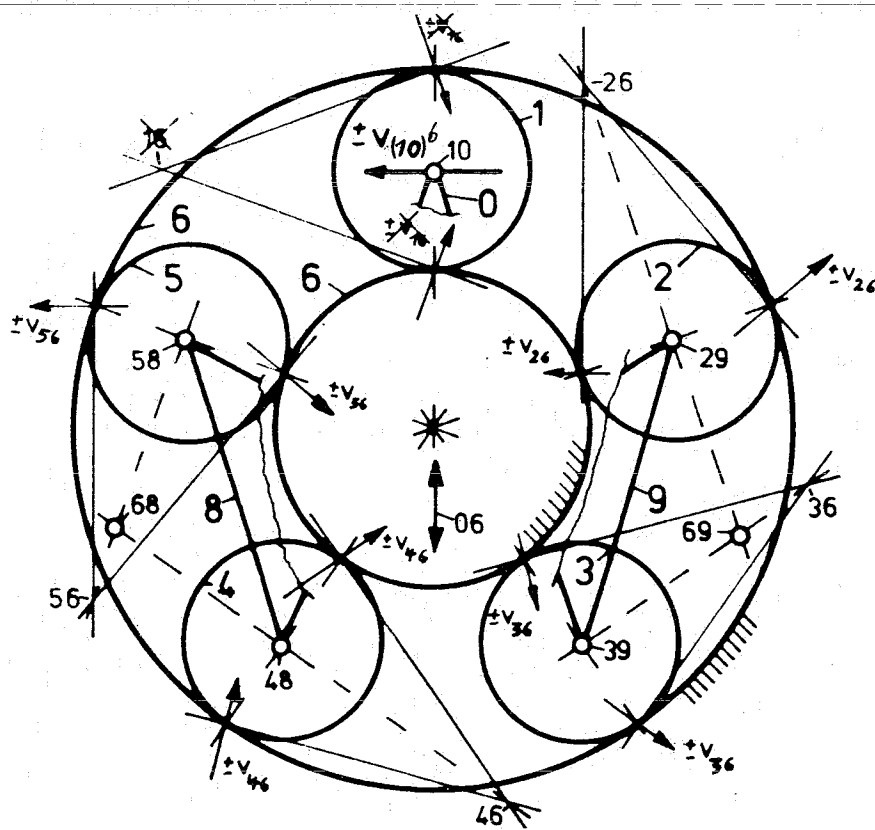
de in eerste instantie aangenomen ideale afmetingen, ontstaan de in figuur 11 met dubbelindices aangeduide polen. De tussenwielen kunnen zich van beide kanten slechts langs de ingrijplijnen [12] bewegen. Daardoor is met behulp van de ingrijpnormalen van ieder tussenwiel de relatieve snelheidspool t.o.v. het gestel vastgelegd. Met behulp van de driepolenstelling [9] zijn de snelheidspolen 68 en 69 te bepalen, die de beide slingers met gestel vormen.

De schijven 2 en 5, 8 en 9 en ook 3 en 4 zijn steeds symmetrisch aan elkaar toegevoegd. Daardoor geeft de maatbepaling voor schakel 9 tevens de afmeting voor schakel 8.

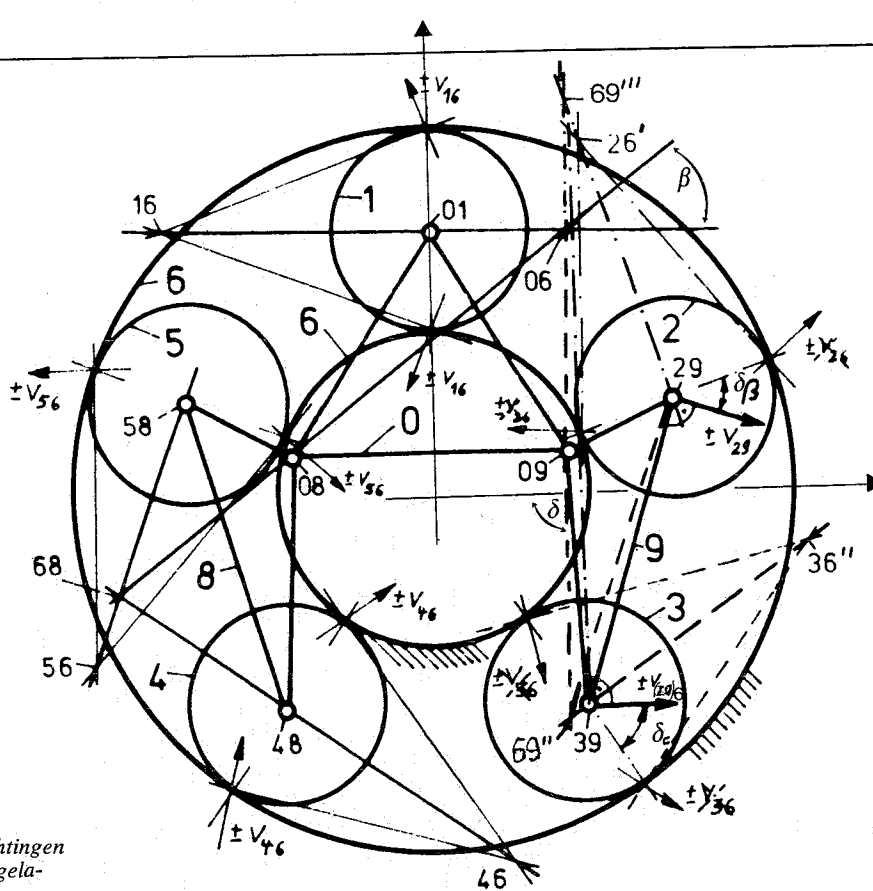
Onderstelt men, dat schakel 1 onnauwkeurig is en momentaan niet met schakel 6 in ingrijping is, dan valt de snelheidspool 16 weg (figuur 11). Als gevolg van de symmetrievoorwaarde der schakels 8 en 9, komt de pool 06 op die rechte, die door het ideale rolcontactpunt van het wiel 1 gaat, waardoor de radiale component van $\vec{v}_{(10)6}$ gelijk aan nul is. De schuifrichting van het balanswiel wordt bepaald door $v_{(10)6}$. Daarmee heeft het wiel 1, onafhankelijk van de nog vrij verkiesbare structuur, een optimale evenwichtsrichting.

Bij de aanname, dat slechts de tussenwielen 2 en 3, alsmede de met deze in ingrijping zijnde tandflanken onnauwkeurig zijn, ontstaat een gewijzigde poolconfiguratie (figuur 12). Tot nog toe zijn de polen 68, 16, 10, 29 en 39 vastgelegd, alsmede de pool 26' wanneer wiel 3 maatafwijkingen moet opheffen, of anders de pool 36'', wanneer dat met wiel 2 moet gebeuren. De draaipunten 08 en 09 zijn door algemene coördinaten aangegeven.

Wordt het wiel 2 als niet in ingrijping zijnd beschouwd, dan heeft men de beschikking over pool 36', zodat met behulp van de driepolenstelling de snelheidspool 69' kan worden verkregen. Daarmee is de snelheidsrichting van de snelheidsvector $\vec{v}_{(29)6}$ van het draaipunt 29 eenduidig bepaald, welk draaipunt zowel tot schijf 9 als ook tot schijf 2 behoort. Deze richting maakt een hoek δ_B met de rechte door de twee theoretische rolcontactpunten, waarbij het tussenwiel 2 in ingrijping zou zijn.



figuur 11
Aanduiding van de verplaatsingsrichting van een enkel in een schakel gelagerd planeetwiel



figuur 12
Mogelijke verplaatsingsrichtingen
van twee in een schakel gela-
gerde planeten

In het geval wiel 3 onnauwkeurig is, vervalt $36'$ en krijgt men $69''$ met wiel 2. De momentane snelheidsrichting van de snelheidsvector \vec{v}_{39} van het draaipunt 39 wordt bepaald met behulp van de snelheidspool $69''$. De hoek δ_c geeft de hoek aan die de snelheidsvector v_{39} maakt met de radiale verplaatsing van het draaipunt 39 door het ideale rolcontactpunt van het tussenwiel 3.

Om, met het oog op de tolerantiegevoeligheid, gunstige bouwtypen voor mechanismen te verkrijgen, dienen de hoeken δ_B en δ_c zo dicht mogelijk bij de 90° te komen. Een gelijkzijn van de hoeken is weliswaar niet noodzakelijk, maar het geeft de kleinste van de twee een steunpunt voor de kwaliteit van het bereikbare krachtenevenwicht in afhankelijkheid van de evenwichtsbeweging, omdat zij de grootste tandglijding teweegbrengt. Ter bepaling van de gunstigste hoeken δ_B en δ_c worden de overeenkomstige vergelijkingen met de hulpgrootheden β en γ berekend en in de praktijk gebracht. De afmetingen zijn slechts maatstaffactoren en schematisch in figuur 13 weergegeven.

Voor de mechanismen van figuur 13, geven de rechten I, II en III de meetkundige plaatsen aan voor de nog te bepalen lagerposities F, die de schakels van de deelketen, met elkaar verbinden. De tweede lagerpositie is symmetrisch te kiezen. Bij keuze op de genoemde rechten, zijn de hoeken δ_B en δ_c in absolute waarde althans aan elkaar gelijk.

$$|\delta_B| = |\delta_c| = \delta \quad (34)$$

Volgens de analyse verkrijgt men daarmee de gunstigste evenwichtsmogelijkheden met het oog op de tolerantiegevoeligheid. De hoek δ geeft de verplaatsingsrichting aan. Daarmee kan de vertanding worden beëindigd.

De meetkundige plaatsen voor de snelheidspolen P maken het, al naar de optredende afwijkingen, niet altijd mogelijk een zelfstandig, kinematisch belastingsevenwicht tussen alle vermogenstakken onderling te verkrijgen.

7. Samenvatting

Voor vermogensvertakte tandwielmechanismen met een bewegingsgraad $b = 3$ - waarmee voornamelijk vlakke mechanismen bedoeld zijn - wordt, uitgaande van de wetmatigheden voor ongelijkmatige overbrengingsmechanismen, een numerieke synthese opgesteld. Voor meer dan twee parallel lopende vermogenstakken is een strategie aangegeven ter ontwikkeling van structurele bouwtypen voor gedwongen AA-, AA-, AI-, AI-, II- en kegelwielmechanismen.

De overzichtelijkheid van deze numerieke synthese maakt een verregaande uitwerking met de hand mogelijk, zelfs bij grotere aantallen tussenwielen. In het voorbeeld van AI-mechanismen wordt zij bij voorbeeld toegepast. Met de getoonde strategie kunnen in ieder geval bouwtypen of alternatieve oplossingen voor gedwongen mechanismen met hogere aantallen schakels worden gevonden. Bij een zorgvuldige toepassing van deze synthesemethode, ontstaat, al naar gelang het verkiesbare aantal schakels, een veelvoud van oplossingsmogelijkheden.

Voor gedwongen mechanismen, kunnen met behulp van de kinematische wetmatigheden de bewegingen van alle schakels worden vastgelegd. Voor de aanvangshoekverdraaiingen, namelijk die waarvoor $\omega = 0$; $\dot{\omega} \neq 0$, zoals in de omkeerposities gegeven, is de wetmatigheid aangeduid. Juist de bewegingen in de omkeerposities kenmerken de voorwaarden die uit de maatafwijkingen volgen. Daarmee zijn zowel voor de theoretisch geëiste ideale beweging, als ook voor de invloeden t.g.v. de maatafwijkingen, de kinematische wetmatigheden gegeven. Uit de ideale en uit de onnauwkeurige beweging stelt zich een resulterend bewegingsverloop der schijfpunten samen. Bijgevolg is, bij aanname van de maatafwijkingen, de bandbreedte van de werkelijke overbrengingsverhoudingen te bepalen, die uit de ideale en uit de onnauwkeurige resulteert. De aangetoonde wetmatigheid is voor een AI-vertakkingsmechanisme ter analyse gedemonstreerd, ten einde, met het oog op de tolerantiegevoeligheid van de vermogenstakken, de, voor de synthese nog

De systematiek van gedwongen vertakkingsmechanismen en de invloed van maatafwijkingen

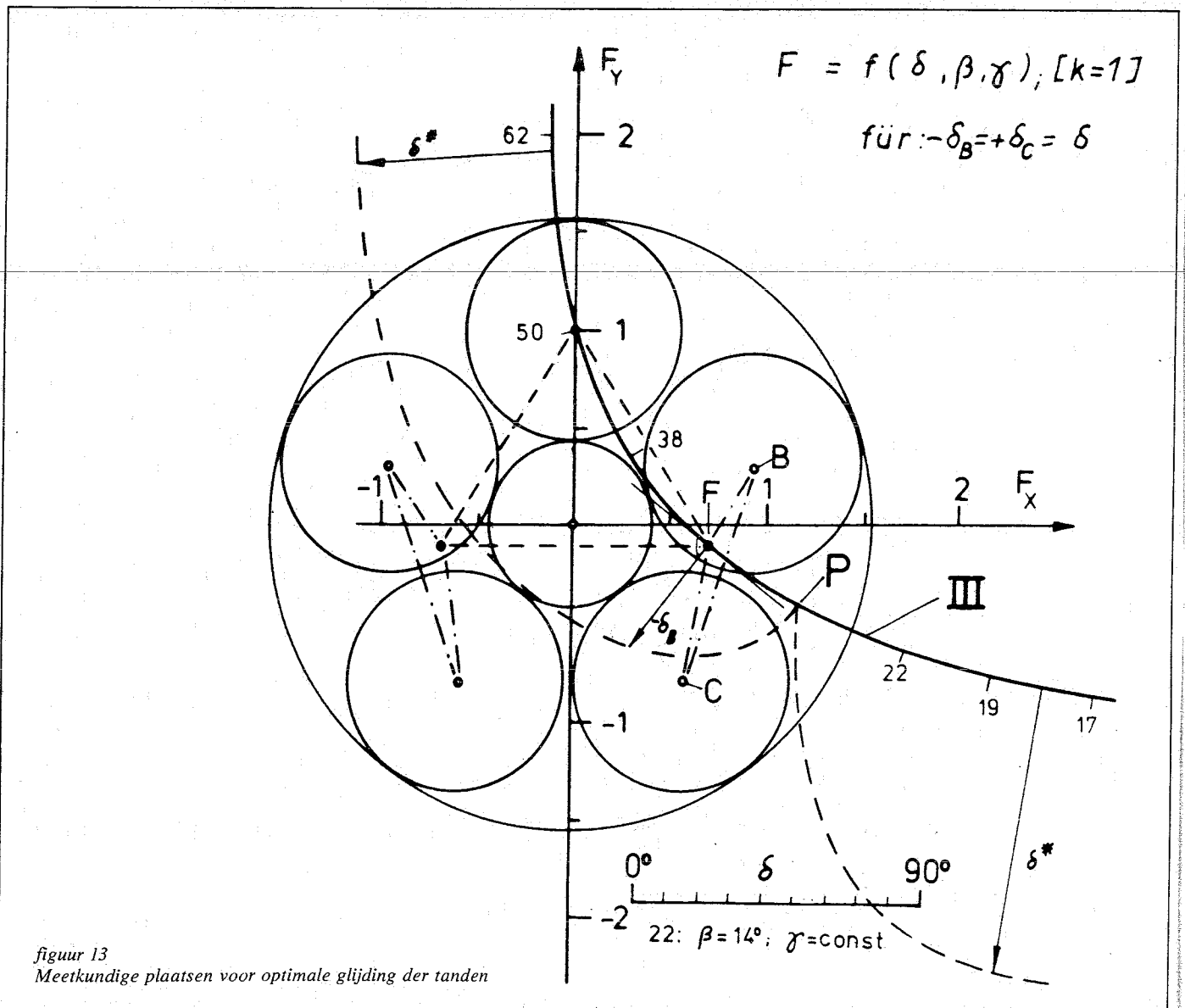
vrije, parameter voor deze bouwwijze te optimaliseren en vast te leggen.

In de grond van de zaak staat de methode nog een uitbreiding tot alle gedwongen mechanische mechanismen toe.

Literatuur

- [1] Bastert, C.C.: Die Verlagerung der Zentralräder in Planetengetrieben, Forsch. Ing.-Wes. 37 (1971) Nr. 1
- [2] Ehrlenspiel, K.: Planetengetriebe – Lastausgleich und konstruktive Entwicklung. VDI-Ber. Nr. 105 (1967) S.57-67
- [3] Dizioğlu, B.: Kinematik des Lastausgleiches in Planetenradgetriebe, VDI-Ber. Nr. 167 (1971)

- [4] Dizioğlu, B.: Designing without the risk of locking. Mechan. and Mach. Theory 8 (1973) S.55-69
- [5] Dizioğlu, B.: Theory and Practice of Spatial Mechanisms with Special Positions of the Axes. Mechan. and Mach. Theory 13 (1978) pp. 139-153
- [6] Hain, K.: Angewandte Getriebelehre, Düsseldorf: VDI-Verlag 1961
- [7] Kondrashov, Y.v.D.: Load Distribution in planetary Drives. Russian Engineering Journal, Volume L II No. 10
- [8] Manolescu, N.I.: Beiträge zur Zahl-strukturellen und kinematischen Synthese der Assur-Gruppen, der kinematischen Ketten, der Mechanismen und der ebenen Getriebe, Ministerul Invalta mintului Institutul Politehnic 'Gh. Gheorghiu – Dej' (1969)
- [9] Rodenberg, C.: Ein Beitrag zur systematischen Behandlung der ebenen Bewegung starrer Systeme. Zeitschrift für Mathematik und Physik 4 (1892) Heft 5, S.218-256
- [10] Roth, K.: Mechanische Verstärker, Konstruktion 23 (1971) Heft 3
- [11] Terplan, Z.: Dimensionierungsfragen der Zahnrad-Planetengetriebe. Budapest: Akademiai Kiado 1974
- [12] Vatterott, K.H.: Systematik und Analyse des Lastausgleiches in einfachen Planetengetriebe, Dis. Tu Braunschweig 1976
- [13] Vatterott, K.H.: Berechnungs- und Anwendungsmöglichkeit einer Polygonzahl. Mechan. und Mach. Theory 13 (1978)
- [14] Vatterott, K.H.: Beitrag zur Systematik Leistungsverzweigender Stirnradgetriebe. Konstruktion 30 (1978) H.4 S. 141-144
- [15] Vollmer, J.: Getriebetechnik Lehrbuch, VEB-Verl. Technik Berlin 1972
- [16] Welbourn, Cunliffe, F., Smith: Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears. Transaction of the ASME, May 1974



figuur 13
Meetkundige plaatsen voor optimale glijding der tanden