

Linkse en rechtse eigenvectoren

Citation for published version (APA):

IJzeren, van, J. (1977). *Linkse en rechtse eigenvectoren: botsing van twee massa's*. (Eindhoven University of Technology : Dept of Mathematics : memorandum; Vol. 7708). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1977

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

EINDHOVEN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Department of mathematics

Memorandum 1977-08

Issued July 1977

Linkse en rechtse eigenvectoren; botsing van twee massa's

door

J. van IJzeren

University of Technology
Department of Mathematics
PO Box 513
Eindhoven
The Netherlands

Linkse en rechtse eigenvectoren; botsing van twee massa's.

J. van IJzeren.

Langs de reële rechte bewegen zich twee puntmassa's met constante snelheden u en v (< 0 indien in negatieve richting). Als de massa's, 1 resp. m , in botsing komen, dan is deze volkomen veerkrachtig, zodat de nieuwe snelheden, x resp. y , worden bepaald door

$$\begin{aligned} u + mv &= x + my \\ \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}my^2. \end{aligned}$$

Zonder moeite volgt $u + x = y + v$ en

$$\begin{pmatrix} \frac{1-m}{1+m} & \frac{2m}{1+m} \\ \frac{2}{1+m} & \frac{m-1}{1+m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{kortweg} \\ \underline{M}u = \underline{x}. \end{array}$$

Door de film terug te draaien ziet men dat $M(-\underline{x}) = -\underline{u}$. Blijkbaar geldt $M^2 = I$. Orthogonaal is M alleen als $m = 1$.

Speciale gevallen:

$$\begin{array}{ll} m = 1 & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \text{de massa's nemen elkaars} \\ & & \text{snelheid over;} \\ m = 0 & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ 2u-v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \text{de zware gaat rustig door,} \\ & & \text{de lichte kaatst er op.} \end{array}$$

Men vindt $|M - \lambda I| = 0$ bij $\lambda = 1$ en -1 ; deze eigenwaarden geven

$$\begin{array}{ll} \text{rechtse eigenvectoren} & M \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{er vindt geen botsing plaats;} \\ & M \begin{pmatrix} m \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m \\ 1 \end{pmatrix} & \text{het zwaartepunt ligt stil.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{linkse eigenvectoren} & (1 \ m)M = (1 \ m) & \text{de hoeveelheid van beweging} \\ & (1 \ m) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (1 \ m) \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} & \text{is constant;} \\ & (1 \ -1)M = (-1 \ 1) & \text{het snelheidsverschil} \\ & (1 \ -1) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (-1 \ 1) \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} & \text{slaat van teken om.} \end{array}$$

Men kan een en ander meetkundig voorstellen door $(u \ v)$ op te vatten als coördinaten (scheefhoekig assenstelsel). Het beeld $(x \ y)$ van $(u \ v)$ is een scheve spiegeling t.o.v. $u = v$, met als spiegeliingsrichting $(m \ -1)$. Schrijft men $M = I - 2J$, dan is J idempotent. De matrix $I - J$ representeert de scheve projectie op $u = v$ behorend bij de spiegeling, oftewel, maar dan fysisch gezien, de volkomen onveerkrachtige botsing.