

Excitatie in een inhomogeen met ferriet gevulde rechthoekige golfgeleider

Citation for published version (APA):

Kooy, C. (1963). *Excitatie in een inhomogeen met ferriet gevulde rechthoekige golfgeleider*. Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1963

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

"Excitatie in een inhomogeen met ferriet gevulde rechthoekige golfgeleider."

Samenvatting:

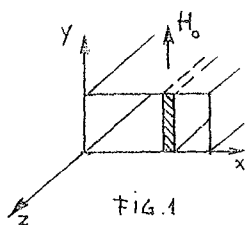


FIG. 1

Voor een rechthoekige golfpijp, inhomogeen gevuld met een transvers gemagnetiseerd ferriet (fig. 1) wordt de onderlinge orthogonaliteit van H_{no} -type modes voor de golfgeleider met al of niet-^{no}getransponeerd ferrietmedium aangetoond. Voor bronnen als bijvoorbeeld een uniforme lijnstroom in de y-richting vormen deze H_{no} -type modes een compleet stelsel. Met behulp van ^{no}een reeds bekend, voor een inhomogeen met ferriet gevulde ruimte afgeleid Lorentz-reciprociteitstheorema blijkt het nu mogelijk de Green'se funktie, voor bronnen van bovengenoemde aard, te construeren.

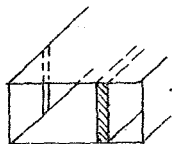


FIG. 2

Als voorbeeld beschouwen we een smalle verticale spleet in de zijwand van de golfgeleider. (fig. 2). Bij excitatie van de golfgeleider met de fundamentele H_{no} -type mode kan de spleet volgens de theorie van Bethe worden gezien als een secundaire bron van bovengenoemde categorie, zodat de strooimatrix van de spleet is te bepalen.

I. Orthogonaliteit van H_{no} -type modes in golfgeleiders, gevuld met inhomogeen, transversaal gemagnetiseerd ferriet.

Beschouw een rechthoekige golfgeleider, waarin transversaal gemagnetiseerd ferriet, waarvan de parameters funkties van x zijn:

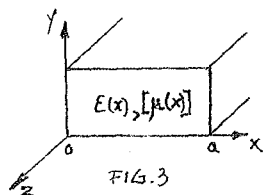


FIG. 3

$$[\mu] = \begin{pmatrix} \mu(x) & 0 & -jk(x) \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ jk(x) & 0 & \mu(x) \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = \epsilon(x)$$

De gedeeltelijk met homogeen gemagnetiseerd ferriet gevulde golfgeleider is dus als speciaal geval vervat in de beschouwing.

In een dergelijke golfgeleider kan een onbegrensde reeks H_{no} -type modes optreden, gekenmerkt door de aanwezigheid van slechts één E-veldkomponent nl. $E_y(x,z)$.

In lit. [1] is aangetoond dat, indien gesteld

$$E_y(x,z) = \psi(x) e^{-\gamma z}$$

$\psi(x)$ voldoet aan de diff. verg.:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\psi'}{\mu_e} - j\gamma \frac{\kappa}{\mu \mu_e} \psi \right) + \frac{j\gamma \kappa}{\mu \mu_e} \psi' + \frac{\gamma^2 + k^2}{\mu_e} \psi = 0 \quad (1)$$

waarin: $\mu_e = \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu}$

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad \text{en} \quad \psi' = \frac{d\psi}{dx}$$

Noteren we (1) als

$$L\psi = 0$$

dan is aan te tonen (lit. [1]) dat voor de geadjungeerde operator L_a gedefinieerd door

$$\int_{x=0}^a \varphi L\psi \, dx = \int_{x=0}^a \psi L_a \varphi \, dx$$

geldt:

$$L_a = L \quad (2)$$

Wegens (2) kunnen we een orthogonaliteitsbetrekking afleiden voor twee eigenfuncties ψ_n, ψ_m met eigenwaarden γ_n, γ_m ($\gamma_n \neq \gamma_m$)

Vermenigvuldigen we (1) voor ψ_n met ψ_m en vervolgens (1) voor ψ_m met ψ_n , dan ontstaat na aftrekken en partieel integreren:

$$\begin{aligned} & \left[\psi_m \left(\frac{\psi_n'}{\mu_e} - j\sigma \gamma_n \psi_n \right) - \psi_n \left(\frac{\psi_m'}{\mu_e} - j\sigma \gamma_m \psi_m \right) \right] \Big|_{x=0}^a - \\ & - \int_{x=0}^a \left[\psi_m \left(\frac{\psi_n'}{\mu_e} - j\sigma \gamma_n \psi_n \right) - \psi_n \left(\frac{\psi_m'}{\mu_e} - j\sigma \gamma_m \psi_m \right) - j\sigma \gamma_n \psi_m \psi_n' + j\sigma \gamma_m \psi_n \psi_m' + \right. \\ & \quad \left. + \frac{\gamma_m^2 - \gamma_n^2}{\mu_e} \psi_n \psi_m \right] dx = 0 \end{aligned}$$

waarin $\sigma = \frac{\kappa}{\mu \mu_e}$

wegens de randvoorwaarden $\psi = 0$ voor $x=0$
 $x=a$

verdwijnt het geïntegreerde deel en resteert:

$$j(\gamma_m - \gamma_n) \int_{x=0}^a \left[\left(\sigma \psi_m' - j\delta_m \psi_m \right) \psi_n + \left(\sigma \psi_n' - j\delta_n \psi_n \right) \psi_m \right] dx = 0$$

De orthogonaliteitsbetrekking is dus:

$$\int_{x=0}^a \left[\psi_n \left(\sigma \psi'_m - j \frac{\gamma_m \psi_m}{\mu_e} \right) + \psi_m \left(\sigma \psi'_n - j \frac{\gamma_n \psi_n}{\mu_e} \right) \right] dx = 0 \quad (3)$$

In de komende beschouwingen zullen we veelvuldig gebruik maken van de H_{no} -type mode-reeks die samenhangt met propagatie door het zgn. "getransponeerde"-medium, gekenmerkt door

$$\begin{aligned} [\hat{\mu}] &= \begin{pmatrix} \mu(x) & 0 & j\kappa(x) \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ -j\kappa(x) & 0 & \mu(x) \end{pmatrix} \\ \hat{E}(x) &= E(x) \end{aligned} \quad (4)$$

Transponeren van de medium-parameters betekent fysisch het omkeren van de richting van het statische magneetveld H_0 . Voor de E_y -veldkomponent in geval van getransponeerd medium noteren we

$$\hat{E}_{y(xz)} = \phi(x) e^{-jz}$$

Het onderzoek van de onderlinge orthogonaliteit van de H_{no} -type modes voor het getransponeerde medium verloopt langs dezelfde lijnen als boven. We vinden als orthogonaliteitsbetrekking:

$$\int_{x=0}^a \left[\phi_n \left(\sigma \phi'_m + j \frac{\hat{\gamma}_m \phi_m}{\mu_e} \right) + \phi_m \left(\sigma \phi'_n + j \frac{\hat{\gamma}_n \phi_n}{\mu_e} \right) \right] dx = 0 \quad (5)$$

Rest ons nog te onderzoeken de orthogonaliteit van H_{no} -type modes van het oorspronkelijke medium ten opzichte van die van het getransponeerde medium.

Voor het oorspronkelijk medium geldt:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\psi'_m}{\mu_e} - j \gamma_m \sigma \psi_m \right) + j \gamma_m \sigma \psi'_m + \frac{\gamma_m^2 + k^2}{\mu_e} \psi_m = 0$$

Voor het getransponeerde medium:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\phi'_n}{\mu_e} + j \hat{\gamma}_n \sigma \phi_n \right) - j \hat{\gamma}_n \sigma \phi'_n + \frac{\hat{\gamma}_n^2 + k^2}{\mu_e} \phi_n = 0$$

Vermenigvuldigen we de eerste met ϕ_n , de tweede met ψ_m , dan levert aftrekken en partieel integreren:

$$\left[\phi_n \left(\frac{\psi_m'}{\mu_e} - j\gamma_m \sigma \psi_m \right) - \psi_m \left(\frac{\phi_n'}{\mu_e} + j\hat{\gamma}_n \sigma \phi_n \right) \right] \Big|_{x=0}^a - \int_{x=0}^a \left[\phi_n' \left(\frac{\psi_m'}{\mu_e} - j\gamma_m \sigma \psi_m \right) - \psi_m' \left(\frac{\phi_n'}{\mu_e} + j\hat{\gamma}_n \sigma \phi_n \right) - j\gamma_m \sigma \phi_n \psi_m' - j\hat{\gamma}_n \sigma \psi_m \phi_n' - \frac{\gamma_m^2 - \hat{\gamma}_n^2}{\mu_e} \phi_n \psi_m \right] dx = 0$$

wegens de randvoorwaarden

$$\phi_n = \psi_m = 0 \quad \text{voor } x=0 \text{ en } x=a$$

resteert:

$$j(\gamma_m + \hat{\gamma}_n) \int_{x=0}^a \left[\phi_n \left(\sigma \psi_m' - j \frac{\gamma_m \psi_m}{\mu_e} \right) + \psi_m \left(\sigma \phi_n' + j \frac{\hat{\gamma}_n \phi_n}{\mu_e} \right) \right] dx = 0$$

waaruit de orthogonaliteitsbetrekking:

$$\int_{x=0}^a \left[\phi_n \left(\sigma \psi_m' - j \frac{\gamma_m \psi_m}{\mu_e} \right) + \psi_m \left(\sigma \phi_n' + j \frac{\hat{\gamma}_n \phi_n}{\mu_e} \right) \right] dx = 0 \quad (6)$$

(voor alle n,m)

Tot dusverre hebben we ons steeds beziggehouden met modes die zich in positieve z-richting voortplanten.

Nu blijkt uit (1) dat omkering van het teken van γ hetzelfde effect heeft als transponeren van het medium ($\kappa \rightarrow -\kappa$).

Met andere woorden de vergelijking (1) is invariant met betrekking tot gelijktijdige tekenverandering van γ en κ .

Deze eigenschap is van groot belang voor hetgeen volgt in het tweede hoofdstuk.

II. De Green'se functie voor H_{no} -type modes.

De overige veldcomponenten van de H_{no} -type modes kunnen uit de elektrische veldvektor worden afgeleid via

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H}$$

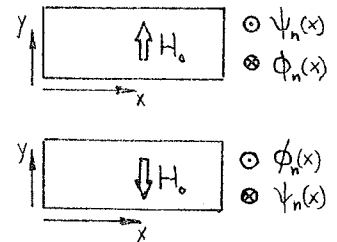
voor het oorspronkelijke medium, en uit

$$\nabla \times \hat{E} = -j\omega[\hat{\mu}]\hat{H}$$

voor het getransponeerde medium.

We vinden dan bij voortplanting in positieve z-richting voor de n^e -modes

$$\begin{cases} \vec{E}_{nt}^+ = \psi_n(x) \vec{a}_y e^{-\gamma_n^+ z} \\ \vec{H}_{nt}^+ = \left(j\gamma_n^+ \psi_n - \frac{\kappa}{\omega\mu\mu_c} \frac{d\psi_n}{dx} \right) \vec{a}_x e^{-\gamma_n^+ z} \\ \vec{H}_{nz}^+ = \left(\frac{\gamma_n^+ \kappa}{\omega\mu\mu_c} \psi_n + j \frac{d\psi_n}{\omega\mu_c dx} \right) \vec{a}_z e^{-\gamma_n^+ z} \end{cases} \quad (7)$$



$$\begin{cases} \hat{E}_{nt}^+ = \phi_n(x) \vec{a}_y e^{-\gamma_n^+ z} \\ \hat{H}_{nt}^+ = \left(j\gamma_n^+ \phi_n + \frac{\kappa}{\omega\mu\mu_c} \frac{d\phi_n}{dx} \right) \vec{a}_x e^{-\gamma_n^+ z} \\ \hat{H}_{nz}^+ = \left(-\frac{\gamma_n^+ \kappa}{\omega\mu\mu_c} \phi_n + j \frac{d\phi_n}{\omega\mu_c dx} \right) \vec{a}_z e^{-\gamma_n^+ z} \end{cases} \quad (8)$$

invariantie van verg. (1).
FIG. 4.

Wegens de gesignaleerde invariantie van verg. (1) met betrekking tot gelijktijdige tekenverandering van γ en κ zal voor modes die zich voortplanten in negatieve z-richting gelden:

$$|\vec{E}_y^-(x,z)| = |\hat{E}_y^+(x,z)| = \phi_n(x) , \quad |\gamma_n^-| = |\hat{\gamma}_n^+| \quad (9)$$

$$|\hat{E}_y^-(x,z)| = |\vec{E}_y^+(x,z)| = \psi_n(x) , \quad |\hat{\gamma}_n^-| = |\gamma_n^+| \quad (10)$$

Resultaat (9), betreffende γ , is reeds in (8) toegepast. De veldcomponenten voor de n^e -modes, die zich in negatieve z-richting voortplanten kunnen we nu met behulp van (9) en (10) als volgt noteren:

$$\begin{cases} \bar{E}_{n_t}^- = \phi_n(x) \bar{a}_y e^{\gamma_n^- z} \\ \bar{H}_{n_t}^- = \left(-\frac{j \gamma_n^-}{\omega \mu_e} \phi_n - \frac{\kappa}{\omega \mu_e} \frac{d\phi_n}{dx} \right) \bar{a}_x e^{\gamma_n^- z} \\ \bar{H}_{n_z}^- = \left(-\frac{\gamma_n^- \kappa}{\omega \mu_e} \phi_n + \frac{j}{\omega \mu_e} \frac{d\phi_n}{dx} \right) \bar{a}_z e^{\gamma_n^- z} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \hat{E}_{n_t}^- = \psi_n(x) \bar{a}_y e^{\gamma_n^+ z} \\ \hat{H}_{n_t}^- = \left(-\frac{j \gamma_n^+}{\omega \mu_e} \psi_n + \frac{\kappa}{\omega \mu_e} \frac{d\psi_n}{dx} \right) \bar{a}_x e^{\gamma_n^+ z} \\ \hat{H}_{n_z}^- = \left(\frac{\gamma_n^+ \kappa}{\omega \mu_e} \psi_n + \frac{j}{\omega \mu_e} \frac{d\psi_n}{dx} \right) \bar{a}_z e^{\gamma_n^+ z} \end{cases} \quad (12)$$

Korteheidshalve noteren we:

$$\begin{aligned} \bar{E}_n^+ &= \bar{e}_{n_t}^+(x) e^{-\gamma_n^+ z} & \bar{H}_n^+ &= \{ \bar{h}_{n_t}^+(x) + \bar{h}_{n_z}^+(x) \} e^{-\gamma_n^+ z} \\ \hat{E}_n^- &= \bar{e}_{n_t}^-(x) e^{\gamma_n^+ z} & \hat{H}_n^- &= \{ -\bar{h}_{n_t}^-(x) + \bar{h}_{n_z}^-(x) \} e^{\gamma_n^+ z} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_n^- &= \bar{E}_{n_t}^-(x) e^{\gamma_n^- z} & \bar{H}_n^- &= \{ -\bar{h}_{n_t}^-(x) + \bar{h}_{n_z}^-(x) \} e^{\gamma_n^- z} \\ \hat{E}_n^+ &= \bar{E}_{n_t}^+(x) e^{-\gamma_n^- z} & \hat{H}_n^+ &= \{ \bar{h}_{n_t}^+(x) + \bar{h}_{n_z}^+(x) \} e^{-\gamma_n^- z} \end{aligned} \quad (14)$$

De orthogonaliteitsbetrekkingen (3), (5) en (6) kunnen met behulp van (13) en (14) als volgt worden geschreven:

$$\int_{x=0}^a [\bar{e}_{n_t}^+ \times \bar{h}_{m_t}^- + \bar{e}_{m_t}^+ \times \bar{h}_{n_t}^-] \bar{a}_z dx = 0 \quad (m \neq n) \quad (3a)$$

$$\int_{x=0}^a [\bar{E}_{n_t}^- \times \bar{h}_{m_t}^+ + \bar{E}_{m_t}^- \times \bar{h}_{n_t}^+] \bar{a}_z dx = 0 \quad (m \neq n) \quad (5a)$$

$$\int_{x=0}^a [\bar{E}_{n_t}^- \times \bar{h}_{m_t}^- - \bar{e}_{m_t}^- \times \bar{h}_{n_t}^-] \bar{a}_z dx = 0 \quad (\text{alle } m, n) \quad (6a)$$

Van belang is verder een speciale vorm van het reciprociteits-theorema van Lorentz, geldig voor gebieden met inhomogeen anisotroop medium, waarin bronnen.

Het theorema heeft de volgende gedaante (lit.[II]):

$$\oint_S \{ \hat{H}_a \times \bar{E}_\ell - \bar{H}_\ell \times \hat{E}_a \} \cdot \bar{n} ds = \int_V \{ (\bar{J}_\ell \cdot \hat{E}_a - \bar{K}_\ell \cdot \hat{H}_a) - (\bar{J}_a \cdot \bar{E}_\ell - \bar{K}_a \cdot \bar{H}_\ell) \} dv$$

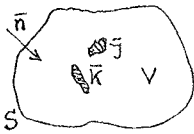


FIG. 5

Kiezen we voor de veldvektoren met index a veldoplossingen voor het gebied V zonder inwendige bronnen ($\bar{J}_a = \bar{K}_a = 0$) dan ontstaat, als $\bar{E}_\ell, \bar{H}_\ell$ het veld is tengevolge van bronnen \bar{J} en \bar{K} (zie fig. 5), de

volgende gedaante van het theorema:

$$\oint_S [\hat{H}_a \times \bar{E}_\ell - \bar{H}_\ell \times \hat{E}_a] \cdot \bar{n} ds = \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_a - \bar{K} \cdot \hat{H}_a) dv \quad (15)$$

Betrekkingen (3a), (5a), (6a) en (15) vormen nu het gereedschap voor het konstrueren van de Green'se functie voor H_{no} -type modes van de golfgeleider.

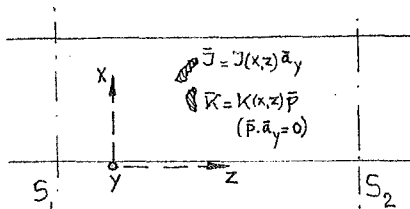


FIG. 6

We onderstellen ergens in de inhomogeen met anisotroop medium gevulde golfgeleider y-onafhankelijke bronverdelingen $\bar{J}(xz)$ en $\bar{K}(xz)$ aanwezig als aangegeven in fig. 6. We kiezen

referentievlakken S_1 en S_2 aan weerszijden van de bronverdelingen en passen (15) toe op het gebied, besloten tussen S_1, S_2 en de golfpijpwanden.

Het veld $\bar{E}_\ell, \bar{H}_\ell$ t.g.v. \bar{J} en \bar{K} met voortplanting in positieve z-richting noteren we als \bar{E}^+, \bar{H}^+ en is ontwikkelbaar naar H_{no} -type modes, omdat deze modes een compleet stelsel vormen met betrekking tot bronnen van bovengenoemde aard.

We mogen dus schrijven:

$$\begin{aligned} \bar{E}^+ &= \sum_m a_m \bar{E}_m^+ \\ \bar{H}^+ &= \sum_m a_m \bar{H}_m^+ \end{aligned} \quad (16)$$

Evenzo voor het veld $\bar{E}_\ell, \bar{H}_\ell$ dat zich voortplant in negatieve z-richting:

$$\begin{aligned} \bar{E}^- &= \sum_m b_m \bar{E}_m^- \\ \bar{H}^- &= \sum_m b_m \bar{H}_m^- \end{aligned} \quad (17)$$

Substitueren we (16) en (17) in (15) en kiezen we voor \hat{E}_a, \hat{H}_a een H_{no} -type mode voor getransponeerd medium, zeg

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{E}_n^+ \\ \hat{H}_a &= \hat{H}_n^+ \end{aligned}$$

dan resulteert:

$$\begin{aligned} \int_{S_1} [(\hat{H}_n^+ \times \sum_m \hat{b}_m \hat{E}_m^-) - (\sum_m \hat{b}_m \hat{H}_m^- \times \hat{E}_n^+)] \hat{n} ds + \int_{S_2} [(\hat{H}_n^+ \times \sum_m a_m \hat{E}_m^+) - (\sum_m a_m \hat{H}_m^+ \times \hat{E}_n^+)] \hat{n} ds = \\ = \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_n^+ - \bar{K} \cdot \hat{H}_n^+) dv \end{aligned}$$

Substitutie van (13) en (14) in het linkerlid levert op:

$$\begin{aligned} \int_{S_1} [(\hat{d}_{nt} e^{-\gamma_n z} \times \sum_m \hat{b}_m \hat{E}_m^+ e^{+\gamma_m z}) - (-\sum_m \hat{b}_m \hat{d}_{mt} e^{+\gamma_m z} \times \hat{E}_n^+ e^{-\gamma_n z})] \hat{a}_z ds - \\ - \int_{S_2} [(\bar{H}_{nt} e^{-\gamma_n z} \times \sum_m a_m \bar{e}_m^+ e^{-\gamma_m z}) - (\sum_m a_m \bar{h}_{mt} e^{-\gamma_m z} \times \bar{E}_n^+ e^{-\gamma_n z})] \hat{a}_z ds = \\ = \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_n^+ - \bar{K} \cdot \hat{H}_n^+) dv \end{aligned}$$

De orthogonaliteitsrelatie (6a) veroorzaakt dat de tweede integraal in het linkerlid geheel verdwijnt, terwijl wegens (5a) de eerste integraal links alleen voor $m = n$ een bijdrage geeft. Er resteert dus:

$$N_n \hat{b}_n = \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_n^+ - \bar{K} \cdot \hat{H}_n^+) dv$$

of:

$$\hat{b}_n = \frac{1}{N_n} \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_n^+ - \bar{K} \cdot \hat{H}_n^+) dv$$

(18)

waarin:

$$N_n = 2 \int_{y=0}^a \int_{x=0}^a \{ \bar{H}_{nt}(x) \times \bar{E}_n^+(x) \} \hat{a}_z dx dy$$

Substitueren we in (15):

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{E}_n^- \\ \hat{H}_a &= \hat{H}_n^- \end{aligned}$$

dan vinden we op dezelfde wijze

$$a_n = \frac{1}{M_n} \int_V (\bar{J} \cdot \hat{E}_n^- - \bar{K} \cdot \hat{H}_n^-) dv$$

(19)

met:

$$M_n = 2 \int_{y=0}^a \int_{x=0}^a \{ \bar{h}_{nt}(x) \times \bar{e}_n^-(x) \} \hat{a}_z dx dy$$

Het totale, zich in positieve z-richting voortplantende E-veld t.g.v. de bronnen \bar{J} en \bar{K} kunnen we dus als volgt schrijven

$$\bar{E}^+(x,z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{b}_n}{M_n} \left\{ \int_V (\bar{J}(x',z') \cdot \hat{E}_n^+(x',z') - \bar{K}(x',z') \cdot \hat{H}_n^+(x',z')) dx' dz' \right\} \bar{E}_n^+(x,z)$$

(20)

Evenzo het zich in negatieve z-richting voortplantende totale E-veld:

$$\bar{E}(x,z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{N_n} \left\{ \int_0^a (\bar{J}(x',z) \hat{E}_n^+(x',z) - \bar{K}(x',z) \hat{H}_n^+(x',z)) dx' dz' \right\} \bar{E}_n^-(x,z) \quad (21)$$

Introductie in (20) en (21) van resp.

a. $\bar{K} = 0 \quad \bar{J} = \bar{a}_y \delta(x-x_0) \delta(z-z_0)$

b. $\bar{J} = 0 \quad \bar{K} = \bar{a}_z \delta(x-x_0) \delta(z-z_0)$

c. $\bar{J} = 0 \quad \bar{K} = \bar{a}_x \delta(x-x_0) \delta(z-z_0)$

levert de drie basisvormen van de Green'se functie voor H_{no} -type modes:

a.

$$E_y(x,z,x_0,z_0) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{M_n} e_{y_n}(x_0) e_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^+(z-z_0)} & (z > z_0) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n} E_{y_n}(x_0) E_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^-(z_0-z)} & (z < z_0) \end{cases} \quad (22)$$

b.

$$E_y(x,z,x_0,z_0) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{1}{M_n} h_{z_n}(x_0) e_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^+(z-z_0)} & (z > z_0) \\ \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{1}{N_n} h_{z_n}(x_0) E_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^-(z_0-z)} & (z < z_0) \end{cases} \quad (23)$$

c.

$$E_y(x,z,x_0,z_0) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{M_n} h_{x_n}(x_0) e_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^+(z-z_0)} & (z > z_0) \\ \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{1}{N_n} h_{x_n}(x_0) E_{y_n}(x) e^{-\gamma_n^-(z_0-z)} & (z < z_0) \end{cases} \quad (24)$$

waarin:

$$M_n = 2 \int_{x=0}^a \{ h_{y_n}(x) \times \bar{e}_{y_n}(x) \} \cdot \bar{a}_z dx$$

$$N_n = 2 \int_{x=0}^a \{ h_{x_n}(x) \times \bar{E}_{y_n}(x) \} \cdot \bar{a}_z dx$$

III. Strooimatrix van verticale spleet in een zijwand van de golfgeleider.

We beperken ons nu tot rechthoekige golfgeleiders waarin een homogeen gemagnetiseerde ferriet-plaat evenwijdig aan de zijwanden aanwezig is (fig. 7).

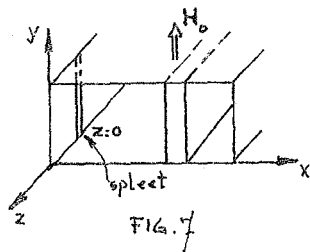


FIG. 7

We onderstellen dat in één van de zijwanden een smalle verticale spleet is aangebracht en dat de ferriet-plaat die zijwand niet raakt.

Deze spleet veroorzaakt strooigolven in positieve en in negatieve z-richting. De vorm van de opening (onafhankelijk van y) garandeert dat excitatie met b.v. de (dominante) H_{10} -type mode strooigolven tot gevolg heeft die eveneens y-onafhankelijk zijn. Het strooi-veld zal dus ontwikkelbaar zijn in H_{n0} -type modes alléén. De theorie van het vorige hoofdstuk is dus van toepassing op de spleet als secundaire bron.

Voor een voldoende smalle spleet kan gezegd worden dat de opening klein is t.o.v. de golflengte in het systeem (golflengte in y-richting $\rightarrow \infty$) zodat de theorie van Bethe *) mag worden toegepast.

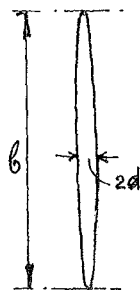


FIG. 8

We kunnen de spleet benaderen door een ellipsvormige opening, waarvoor geldt $b \gg 2d$ (fig. 8).

Voor de bepaling van de equivalente dipolen van de opening zijn van belang het tangentiële H-veld en het normale E-veld ter plaatse van de opening, waarbij de opening afwezig gedacht is.

*) lit. [1] blz. 285 e.v.

Aan de zijwand van de golfgeleider draagt slechts \bar{H}_{1z}^{\pm} van de dominante H_{10} -type mode (voor beide voortplantingsrichtingen) bij tot dipolexcitatie en wel magnetische dipolen. Het totale equivalente dipoolmoment van de spleet is te schrijven*)

$$\bar{M}_0^{\pm} = \bar{\alpha}_m \cdot \bar{H}_{1z}^{\pm} \quad (25)$$

waarin

$$\bar{\alpha}_m = \frac{2}{3} \pi b d^2 (\bar{a}_y \bar{a}_y + \bar{a}_z \bar{a}_z)$$

de magnetische polarisatie-dyade is voor een ellipsvormige opening met excentriciteit ≈ 1 .

De ontwikkelingscoëfficiënten a_n en b_n kunnen nu voor de spleet ter plaatse $z = 0$ worden geschreven (zie (18) en (19)):

$$\begin{aligned} a_n &= - \frac{\hat{H}_n^-}{M_n^0} \int \bar{K} ds \\ b_n &= - \frac{\hat{H}_n^+}{N_n^0} \int \bar{K} ds \end{aligned} \quad (26)$$

waarin \hat{H}_n^{\pm} het magnetische veld van de n^e H_{no} -type mode voor de golfgeleider met getransponeerd medium is met positieve of negatieve voortplantingsrichting, ter plaatse $z = 0$ aan de beschouwde zijwand. De integratie is over het oppervlak 0 van de spleet.

Het verband tussen \bar{K} en \bar{M} luidt:*)

$$\int_0 \bar{K} ds = j\omega\mu_0 \bar{M} \quad (27)$$

zodat we vinden voor a_1 , b_1 bij excitatie met de dominante H_{no} -type mode vanaf $z = -\infty$:

$$\begin{aligned} a_1 &= - \frac{j\omega\mu_0}{M_1} \hat{H}_1^- \bar{M}_0^+ \\ b_1 &= - \frac{j\omega\mu_0}{N_1} \hat{H}_1^+ \bar{M}_0^+ \end{aligned} \quad (28)$$

*) lit. [I] blz. 290-299.

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{j|\bar{\alpha}_m|}{\omega\mu_0 N_1} \left(\frac{d\psi_1}{dx} \cdot \frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=0} & 1 + \frac{j|\bar{\alpha}_m|}{\omega\mu_0 N_1} \left(\frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=0}^2 \\ & * \\ & * \\ 1 + \frac{j|\bar{\alpha}_m|}{\omega\mu_0 M_1} \left(\frac{d\psi_1}{dx} \right)_{x=0}^2 & \frac{j|\bar{\alpha}_m|}{\omega\mu_0 M_1} \left(\frac{d\psi_1}{dx} \cdot \frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (30)$$

waarin:

$$N_1 = 2b \int_{x=0}^a [\bar{H}_1 \times \bar{E}_1] \cdot \bar{a}_z dx$$

$$|\bar{\alpha}_m| = \frac{2}{3} \pi b d^2$$

met:

$$M_1 = 2b \int_{x=0}^a [\bar{h}_1 \times \bar{e}_1] \cdot \bar{a}_z dx$$

$$\bar{E}_1 = \phi_1 \bar{a}_y$$

$$\bar{H}_1 = \left(\frac{j\chi_1^- \phi_1}{\omega\mu_c} + \frac{\kappa}{\omega\mu_c} \frac{d\phi_1}{dx} \right) \bar{a}_x$$

$$\bar{e}_1 = \psi_1 \bar{a}_y$$

$$\bar{h}_1 = \left(\frac{j\chi_1^+ \psi_1}{\omega\mu_c} - \frac{\kappa}{\omega\mu_c} \frac{d\psi_1}{dx} \right) \bar{a}_x$$

waarbij

$$\begin{pmatrix} \mu(x) & 0 & -j\kappa(x) \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ j\kappa(x) & 0 & \mu(x) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} & (0 < x < t_1) \\ \begin{pmatrix} \mu & 0 & -j\kappa \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ j\kappa & 0 & \mu \end{pmatrix} & (t_1 < x < t_2) \end{cases}$$

zie fig.9

Als controle onderstellen we dat de golfgeleider geen ferriet bevat.

Dan geldt:

$$\psi_1 = \phi_1 = \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$\chi_1^- = \chi_1^+ = \chi_1 = j\beta_1$$

$$M_1 = N_1 = -\frac{2b\beta_1}{\omega\mu_0} \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = -\frac{2b\beta_1}{\omega\mu_0} \cdot \frac{a}{2}$$

$$\left(\frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{d\psi_1}{dx} \right)_{x=0} = \frac{\pi}{a}$$

zodat we vinden in dit geval:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -j \frac{|\bar{\alpha}_m|}{ab\beta_1} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 & 1 - j \frac{|\bar{\alpha}_m|}{ab\beta_1} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \\ 1 - j \frac{|\bar{\alpha}_m|}{ab\beta_1} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 & -j \frac{|\bar{\alpha}_m|}{ab\beta_1} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

Dit resultaat correspondeert volledig met het door Collin gegeven resultaat^{*)},

IV. Conclusie.

De beschreven methode maakt het mogelijk ook in rechtehoekige golfgeleiders, gevuld met inhomogeen, transversaal gemagnetiseerd ferriet, excitatieproblemen kwantitatief aan te pakken.

De methode is echter alleen bruikbaar in geval van bron situaties die onafhankelijk zijn van de verticale dwarscoördinaat, zodat het probleem in wezen twee-dimensionaal blijft.

Literatuur.

- [I] R.E. Collin: "Field Theory of Guided Waves"
Mac-Graw Hill Book Co 1960.
- [II] R.F. Harrington & A.T. Villeneuve:
"Reciprocity Relationships for Gyrotropic Media"
I.R.E. trans. MTT-6 1958.

*) lit [I], blz. 300