

Vergelijking tussen bovengrens- en schillenmethode voor een planparallele flens

Citation for published version (APA):

Du Bois, J. M. A., & Ramaekers, J. A. H. (1991). *Vergelijking tussen bovengrens- en schillenmethode voor een planparallele flens*. (TH Eindhoven. Afd. Werktuigbouwkunde, Vakgroep Produktietechnologie : WPB; Vol. WPA1059). Technische Universiteit Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1991

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

V
Vergelijking tussen bovengrens-
en schillenmethode voor een
planparallele flens

DTK

ir. J.M.A. du Bois

dr. ir. J.A.H. Ramaekers

april 1991

WPA 1059 IOPM-Dieptrekken 009

SYMBOLENLIJST

α	modelparameter	[-]
ϵ	logaritmische rek	[-]
$\bar{\epsilon}$	effektieve rek	[-]
$\dot{\epsilon}$	reksnelheid	[T ⁻¹]
$\dot{\bar{\epsilon}}$	effektieve reksnelheid	[T ⁻¹]
σ_f	vloeispanning	[ML ⁻¹ T ⁻²]
r, φ, z	cilinder coördinaten	[L, -, L]
r_i	binnenrand flens	[L]
r_u	momentane positie buitenrand flens	[L]
r_{u0}	initiële positie buitenrand flens	[L]
s	momentane flensdikte	[L]
s_0	initiële flensdikte	[L]
t	tijd	[T]
Δt	kleine tijdseenheid	[T]
\dot{u}	voorgescreven snelheid binnenrand flens	[LT ⁻¹]
B	integratieconstante	[-]
C	karakteristieke deformatieweerstand	[ML ⁻¹ T ⁻²]
K	modelparameter	[-]
P_{def}	deformatievermogen	[ML ² T ⁻³]
R	normaal anisotropiefactor	[-]
CF	correctiefactor	[-]
*	aanduiding voor een dimensieloze grootheid	

INHOUDSOPGAVE.

1	INLEIDING	[2]
2	MODELFORMING	[3]
3	HET DIMENSIELOOS GESCHREVEN DEFORMATIEVERMOGEN	[8]
4	NUMERIEKE OPLOSSING	[9]
5	RESULTATEN	[10]
6	CONCLUSIE	[15]
	LITERATUUR	[16]

1 INLEIDING.

Dit rapport is geschreven in het kader van het IOPM–Dieptrek project. Er wordt aan de hand van een aantal aannamen met behulp van de bovengrensmethode [1],[3] een oplossing gezocht voor de momentane dikte van de flens tijdens het dieptrekken. Het dikteverloop van de flens tijdens het proces zal vergeleken worden met het dikteverloop van de flens als men uitgaat van lijnspanning aan de rand van de flens [2].

Er wordt aangenomen dat de flens gedurende het hele proces cirkelsymmetrisch blijft. Er wordt uitgegaan van exponentieel verstevigend planair isotroop materiaal (oorvorming wordt buiten beschouwing gelaten). Er wordt aangenomen dat de flens tijdens het proces planparallel blijft en dus op elk moment overal even dik is. Ook wordt aangenomen dat er geen wrijving optreedt.

Bij gebruik van de bovengrensmethode moet een snelheidsveld gedefinieerd worden waarmee de snelheid van een materieel deeltje in de flens beschreven kan worden. Door de snelheid aan de binnenrand van de flens voor te schrijven, fig.1, kan met behulp van de definities uit de niet lineaire technische plasticiteitsmechanica [1] een term afgeleid worden voor het te dissiperen deformatievermogen tijdens het proces. Door numerieke optimalisatie wordt dan dat snelheidsveld bepaald waarvoor het te dissiperen deformatievermogen minimaal is.

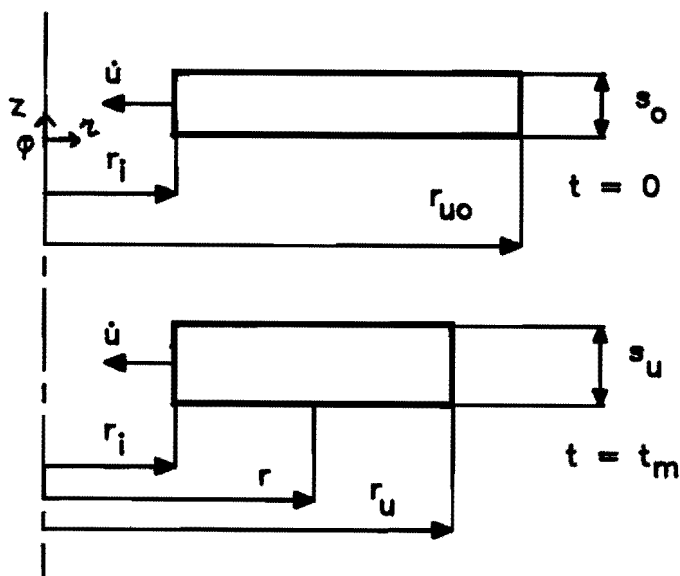


Fig.1 Modelling van de snelheid van een materieel deeltje in de flens.

2 MODELFORMING.

Bij de modelvorming wordt aangenomen dat de snelheid aan de binnenrand van de flens, $r = r_i$, bekend is, fig.1. Ten gevolge van de stuk die een materieel deeltje in de flens ondergaat zal het materiaal in radiale en in axiale richting deformer en zal een materieel deeltje in die hoofdrichtingen een snelheid hebben. Uit de aanname dat de flens planparallel blijft tijdens het proces volgt dat de snelheidscomponent in axiale richting geen functie is van de radiale positie r van een materieel deeltje in de flens. Uit het voorgaande en de aanname dat de flens cirkelsymmetrisch blijft gedurende het proces volgt dat de snelheidscomponent in axiale richting een functie is van de coördinaat in dikterichting z . Er wordt aangenomen dat de snelheid in axiale richting een eerste orde functie is in z en een fractie α is van de voorgeschreven snelheid aan de binnenrand van de flens. Hierbij wordt aangenomen dat α een functie is van de tijd:

$$\dot{u}_z(z,t) = \alpha(t) \cdot \frac{z}{s_0} \cdot \dot{u} \quad (1)$$

Omdat we uitsluitend cirkelsymmetrische produkten beschouwen waarvan we aannemen dat de cirkelsymmetrie aanwezig blijft gedurende het proces kunnen de termen voor de reksnelheden in de hoofdrichtingen r, φ en z als volgt geschreven worden [1]:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r(r,t) &= \frac{\delta \dot{u}_r(r,t)}{\delta r} \\ \dot{\epsilon}_\varphi(r,t) &= \frac{\dot{u}_r(r,t)}{r} \\ \dot{\epsilon}_z(z,t) &= \frac{\delta \dot{u}_z(z,t)}{\delta z} \end{aligned} \quad (2)$$

Met behulp van deze definities en gebruikmakend van lokale volumeinvariantie, de som van de reksnelheden is gelijk aan nul, kan de volgende relatie afgeleid worden:

$$-\frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \cdot \{ r \cdot \dot{u}_r(r,t) \} = \frac{\delta \dot{u}_z(z,t)}{\delta z} \quad (3)$$

Oplossen van (3) door integratie en substitutie van (1) levert de volgende vergelijking voor de radiale snelheid van een materieel deeltje:

$$\dot{u}_r(r,t) = -\frac{1}{2} \cdot \alpha(t) \cdot \frac{r}{s_0} \cdot \dot{u} + \frac{B(r,t)}{r} \quad (4)$$

Met behulp van de randvoorwaarde $\dot{u}_r(r=r_i, t) = -\dot{u}$ kan de integratieconstante B worden bepaald:

$$B(r=r_i, t) = \left[\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \frac{r_i}{s_0} - 1 \right] \cdot \dot{u} \cdot r_i \quad (5)$$

Met vergelijking (1), (4) en (5) is nu het optredende snelheidsveld bepaald.

In het vervolg zullen de relevante termen in dimensieloze vorm gepresenteerd worden. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de volgende definities in het geval van:

- geometrische grootheden:	$x^* = \frac{x}{r_i}$	
- snelheden:	$\dot{x}^* = \frac{\dot{x}}{\dot{u}}$	
- reksnelheden:	$\dot{\dot{x}}^* = \frac{\dot{\dot{x}} \cdot r_i}{\dot{u}}$	(6)
- spanningen:	$x^* = \frac{x}{C}$	
- vermogens:	$x^* = \frac{x}{2\pi \cdot r_i \cdot s_0 \cdot \dot{u} \cdot C}$	
- tijd:	$t^* = t \cdot \frac{\dot{u}}{r_i}$	

Ter vereenvoudiging van het rekenwerk wordt de volgende parameter gedefinieerd:

$$K(t) = \alpha(t) \cdot \frac{r_i}{s_0} \quad (7)$$

Gebruikmakend van (1),(4),(5),(6) en (7) kan het snelheidsveld als volgt geformuleerd worden:

$$\dot{u}_r^*(r^*, t^*) = \frac{1}{2} \cdot K(t^*) \cdot \left\{ \frac{1}{r^*} - r^* \right\} - \frac{1}{r^*}$$

$$\dot{u}_z^*(z^*, t^*) = K(t^*) \cdot z^*$$
(8)

Gebruikmakend van (2),(6) en (8) kunnen de volgende termen voor de dimensieloos geschreven reksnelheden afgeleid worden:

$$\dot{\epsilon}_r^*(r^*, t^*) = - \left\{ \frac{1}{r^*} \right\}^2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot K(t^*) - 1 \right\} - \frac{1}{2} \cdot K(t^*)$$

$$\dot{\epsilon}_\varphi^*(r^*, t^*) = \left\{ \frac{1}{r^*} \right\}^2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot K(t^*) - 1 \right\} - \frac{1}{2} \cdot K(t^*)$$

$$\dot{\epsilon}_z^*(t^*) = K(t^*)$$
(9)

Uit het bovenstaande blijkt dat de parameter K gelijk is aan de reksnelheid in axiale richting op elk tijdstip t.

De reksnelheden aan de buitenrand van de flens, op de positie $r=r_u$ zie fig.1, worden in fig.2 uitgezet voor verschillende waarden van de normaal anisotropiecoëfficiënt R . Uit de grafiek volgt dat de verhouding tussen de reksnelheden een afwijkende waarde geeft ten opzichte van de aanname, zoals gedaan in [2], lijnspanning aan de rand van de flens. Volgens de definitie van de normaal anisotropiecoëfficiënt moet in het geval van lijnspanning aan de rand van de flens de verhouding tussen de radiale en de axiale rek altijd gelijk zijn aan de waarde van de normaal anisotropiecoëfficiënt. Als $r_u^* = 1.8$ en $R = 1.5$ volgt uit de grafiek dat de quotient van de radiale ten opzichte van de axiale reksnelheid ongeveer gelijk is aan twee, $\dot{\epsilon}_r / \dot{\epsilon}_z \approx 2$.

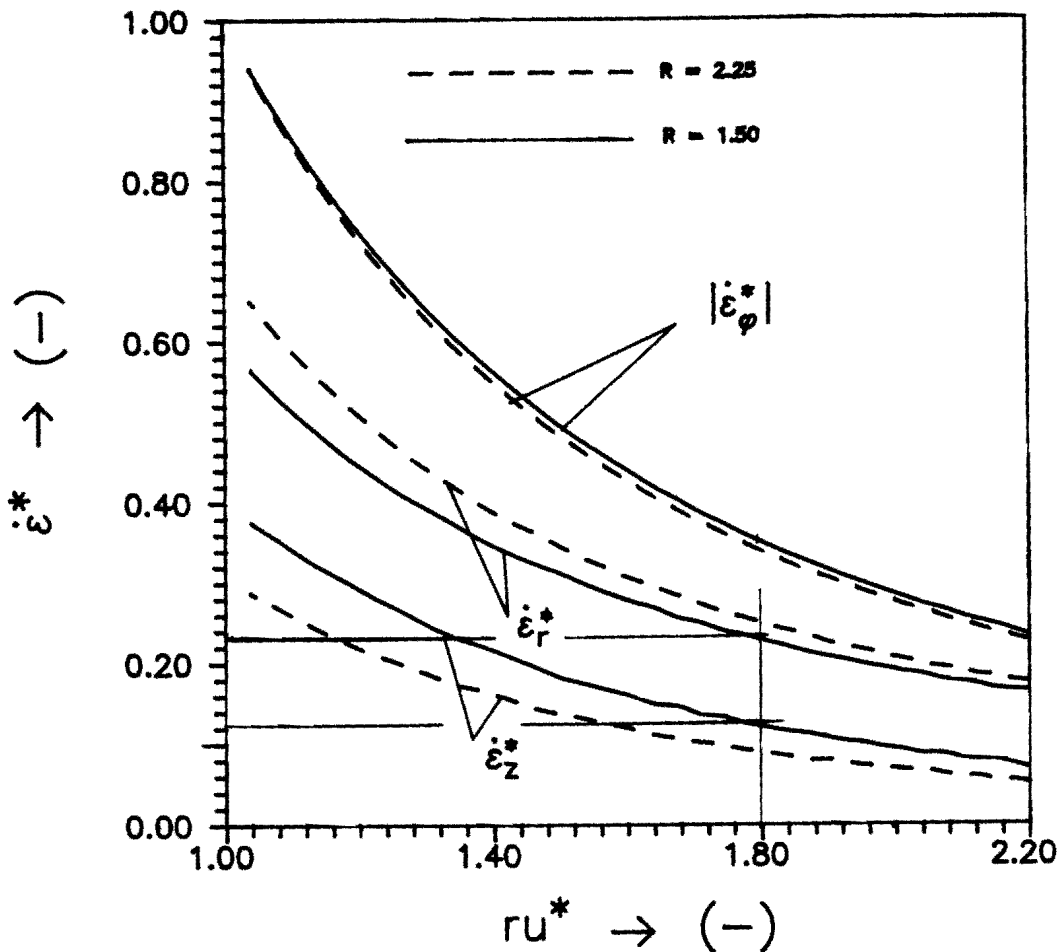


Fig.2 De reksnelheden in de hoofdrichtingen als functie van de momentane positie van een materieel deeltje in de flens.

In fig.3 is het verband weergegeven tussen de quotient van de effectieve reksnelheid en de tangentiële reksnelheid als functie van de momentane positie van een materiaal deeltje in de flens op een aantal momentane toestanden. In de grafiek valt te zien dat de afwijking van de effectieve reksnelheid ten opzichte van de tangentiële reksnelheid kleiner dan 1% is aan de buitenrand van de flens. Aan de binnenrand van de flens is deze afwijking veel groter en maximaal op $t = 0$. Dit kan men ook opmaken uit fig.4. In fig.4 zijn voor twee momentane toestanden van de flens de effectieve reksnelheid en de tangentiële reksnelheid tegen de straal r uitgezet. De gestippelde lijnen stellen een momentane toestand voor. In elk van de toestanden geldt dat de bovenste lijn de effectieve reksnelheid voorstelt.

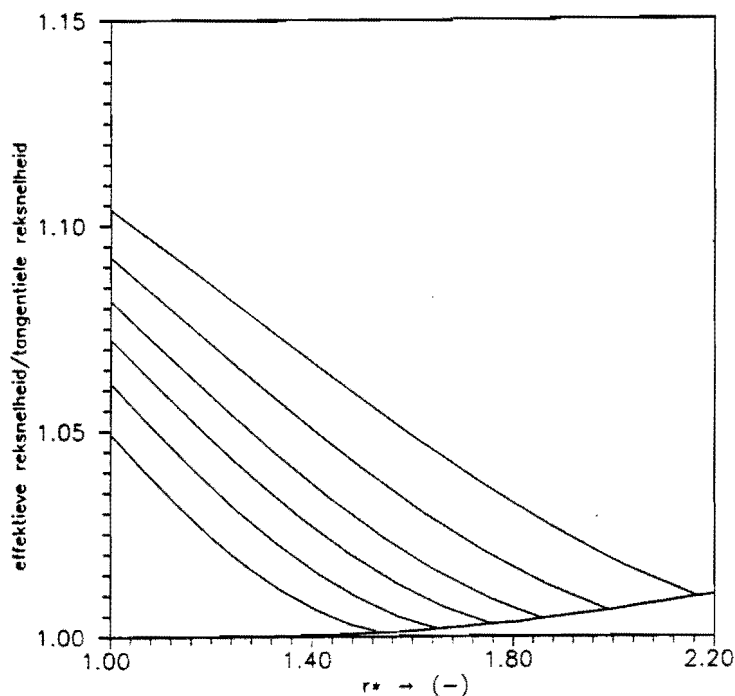


Fig3. De quotient van de effectieve- en de tangentielle reksnelheid uitgezet tegen de momentane positie van een materieel deeltje in de flens op 6 momentane toestanden.

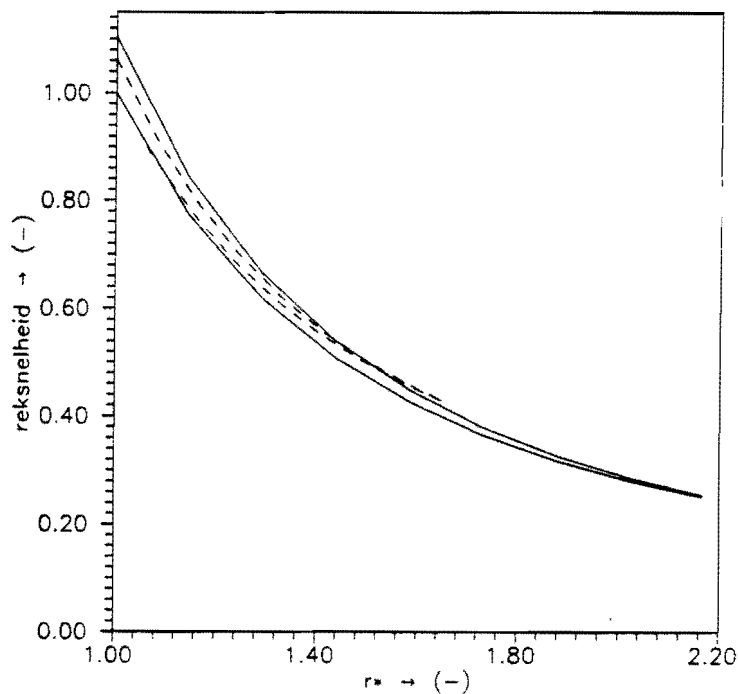


Fig4. De effectieve- en de tangentielle reksnelheid als functie van de positie van een materieel deeltje in de flens op 2 momentane toestanden. De gestippelde lijnen stellen een momentane toestand voor. Voor beide gevallen geldt dat de effectieve reksnelheid door de bovenste lijn wordt weergegeven.

3 HET DIMENSIELOOS GESCHREVEN DEFORMATIEVERMOGEN.

Het te dissiperen deformatievermogen wordt als volgt gedefinieerd [1]:

$$P_{\text{def}}(r,t) = \int \sigma_f(r,t) \cdot \dot{\bar{\epsilon}}(r,t) \cdot dV \quad (10)$$

In ons bijzondere geval, cirkelsymmetrie en planparalleliteit van de flens gedurende het hele proces, kan men dV als volgt schrijven:

$$dV = 2\pi \cdot r \cdot s \cdot dr \quad (11)$$

Als materiaalmodel wordt de vloeivoorwaarde voor exponentieel verstevend materiaal volgens Krápskowsky, Swift aangenomen, dimensieloos geschreven:

$$\sigma_f^*(r^*, t^*) = \{ \epsilon_0 + \bar{\epsilon}(r^*, t^*) \}^n \quad (12)$$

In [2] is in het geval van normaal anisotroop materiaal de volgende term afgeleid voor de effectieve reksnelheid:

$$\dot{\bar{\epsilon}}(r,t) = \sqrt{\frac{R+1}{2 \cdot R+1} \cdot (\dot{\epsilon}_r^2(r,t) + \dot{\epsilon}_\varphi^2(r,t) + R \cdot \dot{\epsilon}_z^2(t))} \quad (13)$$

Door de termen van de dimensieloos geschreven reksnelheden (9) in (13) te substitueren kan men de dimensieloos geschreven effectieve reksnelheid afleiden:

$$\dot{\bar{\epsilon}}(r^*, t^*) = \sqrt{\frac{R+1}{2 \cdot R+1} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{r^*}\right)^4 \cdot (K(t^*) - 2)^2 + \left(\frac{1}{2} + R\right) \cdot K^2(t^*) \right\}} \quad (14)$$

Gebruikmakend van de definities ten aanzien van het dimensieloos schrijven, (6), en de hierboven afgeleide termen voor de vloeispanning (12) en de effectieve reksnelheid (14) kan het dimensieloos geschreven deformatievermogen als volgt geschreven worden:

$$P_{\text{def}}^*(r^*, t^*) = \frac{s^*(t^*)}{s_0} \cdot \int_{r^*=1}^{r^*=r_u^*(t^*)} \sigma_f^* \cdot \dot{\bar{\epsilon}}^* \cdot r^* \cdot dr^* \quad (15)$$

4 NUMERIEKE OPLOSSING

Om het minimaal benodigde deformatievermogen en de geometrie van de flens te bepalen moeten de relevante relaties als functie van de tijd beschouwd worden. Er wordt uitgegaan van de initiële toestand die als volgt wordt gedefinieerd:

$$\begin{aligned} s(t=0) &= s_0 \\ r_u(t=0) &= r_{u0} \\ \bar{\epsilon}(t=0) &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

Met behulp van deze data kan die waarde van $K(t=0)$ bepaald worden waarvoor het te dissiperen deformatievermogen $P_{\text{def}}^*(t=0)$ minimaal is. Dit gebeurt met een procedure uit de numerieke bibliotheek waarmee de extreme waarde van een functie gevonden kan worden. Gebruikmakend van $K(t=0)$ kan nu een momentane geometrie bepaald worden op een tijdstip $t = t + \Delta t$. Hiermee wordt de bovenste integratiegrens, $r = r_u(t + \Delta t)$, vastgelegd en wordt door middel van optimaliseren weer die waarde van de parameter $K(t)$ gezocht waarvoor het te dissiperen deformatievermogen minimaal is. Deze procedure wordt herhaald totdat de flens naar binnen getrokken is.

Het tijdje Δt wordt bepaald door de momentane geometrie met een nauwkeurigheid van 0.001 te bepalen. De momentane geometrie wordt als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} r_u^*(t^*) &= r_u^*(t^* - \Delta t^*) + \Delta t^* \cdot \dot{u}_r^*(r^* = r_u^*(t^* - \Delta t^*), t^* - \Delta t^*) \\ s^*(t^*) &= s^*(t^* - \Delta t^*) + \Delta t^* \cdot \dot{u}_z^*(z^* = s^*(t^* - \Delta t^*), t^* - \Delta t^*) \end{aligned} \tag{17}$$

De effectieve rek, relevant in het geval van verstevigend materiaal, wordt als volgt bepaald:

$$\bar{\epsilon}(r^*, t^*) = \bar{\epsilon}(r^*(t^* - \Delta t^*), t^* - \Delta t^*) + \Delta t^* \cdot \dot{\epsilon}^*(r^*(t^* - \Delta t^*), t^* - \Delta t^*) \tag{18}$$

5 RESULTATEN

Het te dissiperen deformatievermogen, bepaald met de hierboven beschreven bovengrensmethode, is uitgezet tegenover het te dissiperen vermogen bepaald met de schillenmethode [2]. Uit fig.5 blijkt dat met de bovengrensooplossing lagere waarden worden gevonden voor het te dissiperen vermogen maar dat de verschillen erg klein zijn ($< 5\%$). Met betrekking tot het bepalen van het te dissiperen deformatievermogen kan men hieruit concluderen dat met de schillenmethode een goede schatting mogelijk is van het te dissiperen deformatievermogen. Dit levert een aanzienlijke winst op in de benodigde rekentijd.

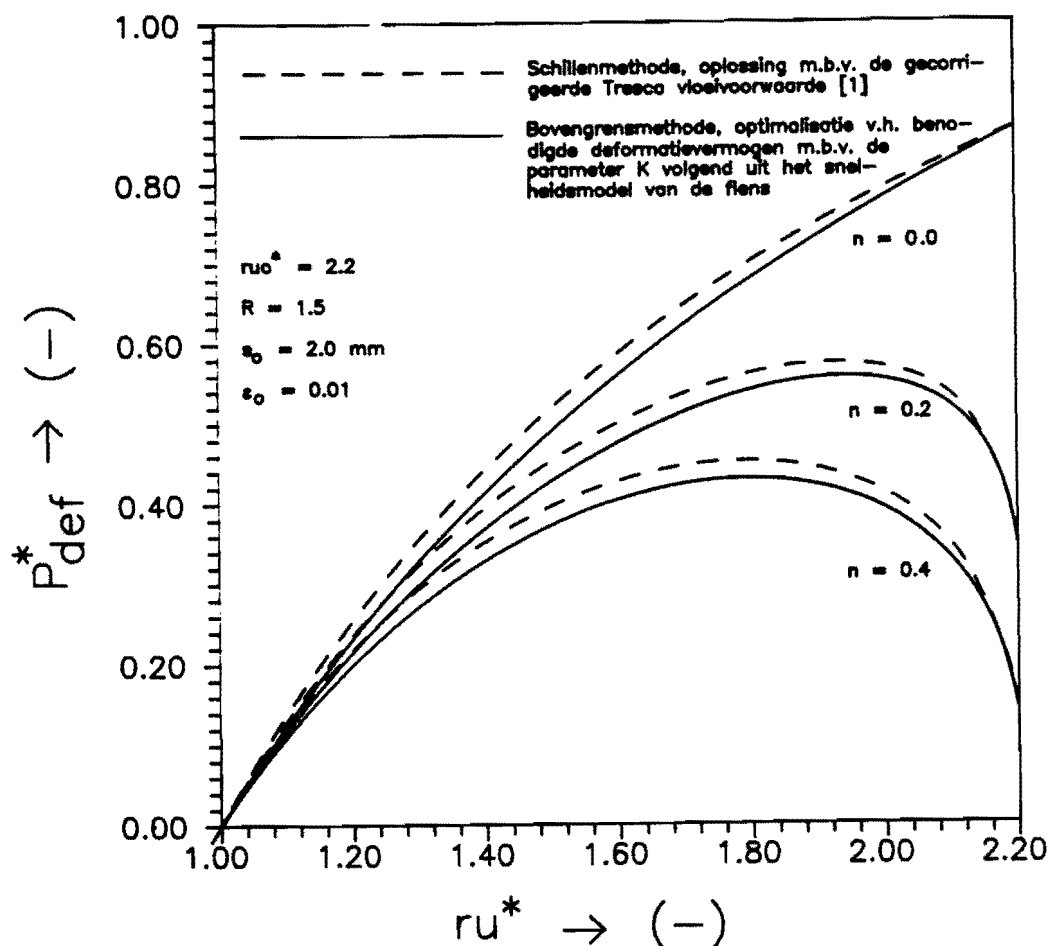


Fig.5 Het te dissiperen deformatievermogen bepaald met de schillen- en bovengrensmethode voor normaal-anisotroop materiaal, $R = 1.5$ en variatie van de versterkingsexponent.

In fig6. is voor een aantal waarden van de correctiefactor, CF, uit de gecorrigeerde Tresca vloeivoorwaarde:

$$(\sigma_T - \sigma_\varphi) = CF \cdot \sigma_f$$

het te dissiperen deformatievermogen weergegeven. Hierbij ligt CF tussen de waarden 1 en 1.14. Met een stippellijn is de curve weergegeven die bepaald wordt met behulp van de bovengrensmethode. Uit de grafiek kan men afleiden dat voor een CF van ongeveer 1.075 het maximum van de vermogenscurve bepaald met de schillenmethode gelijk is aan het maximum bepaald met de bovengrensmethode.

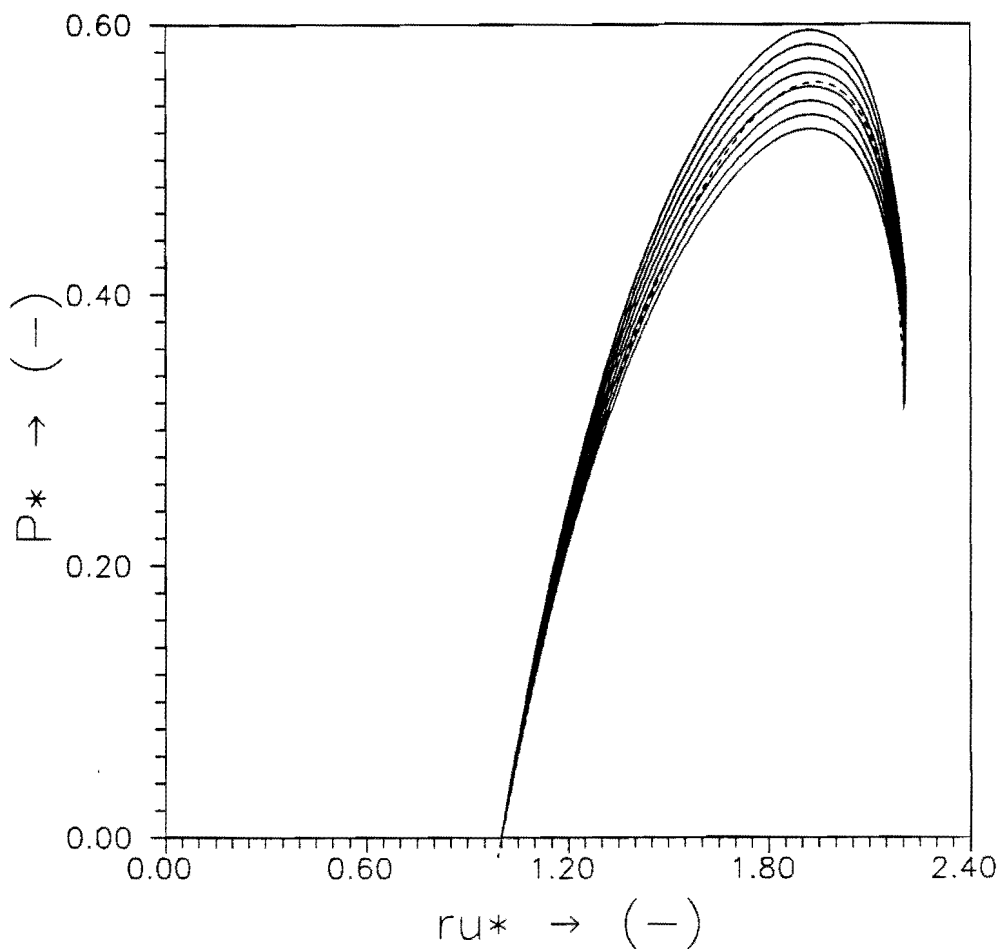


Fig.6 Het berekende deformatievermogen volgens de schillenmethode[2] met variatie van de correctiefactor CF uit de gecorrigeerde Tresca vloeivoorwaarde. CF ligt tussen de grenzen 1.0 en 1.14 ; stapgrootte 0.02, Met de stippellijn wordt het berekende vermogen volgens de bovengrensmethode weergegeven. $n = 0$, $R = 1.5$, $ruo^ = 2.2$, $s_o = 2 \text{ mm}$.*

Uit Fig.5 is af te leiden dat de versterkingsexponent een aanzienlijke invloed heeft op de waarde het te dissiperen deformatievermogen. Maar zoals uit Fig.7 blijkt heeft variatie van de versterkingsexponent haast geen invloed op de waarde van de flensdiktecoëfficiënt. Het omgekeerde geldt voor de normaal anisotropiefactor R . Deze heeft een heel kleine invloed op de grootte van het berekende te dissiperen deformatievermogen zie lit.[2] maar, zoals uit fig.7 blijkt, een grote invloed op de geometrie van de flens. Het verschil in flensdikte aan het eind van het proces voor een R -waarde van 2.25 en een R -waarde van 1.5 bedraagt ongeveer 7.5%. Dit verschil wordt veel groter als men materiaal met lagere R -waarden met elkaar gaat vergelijken.

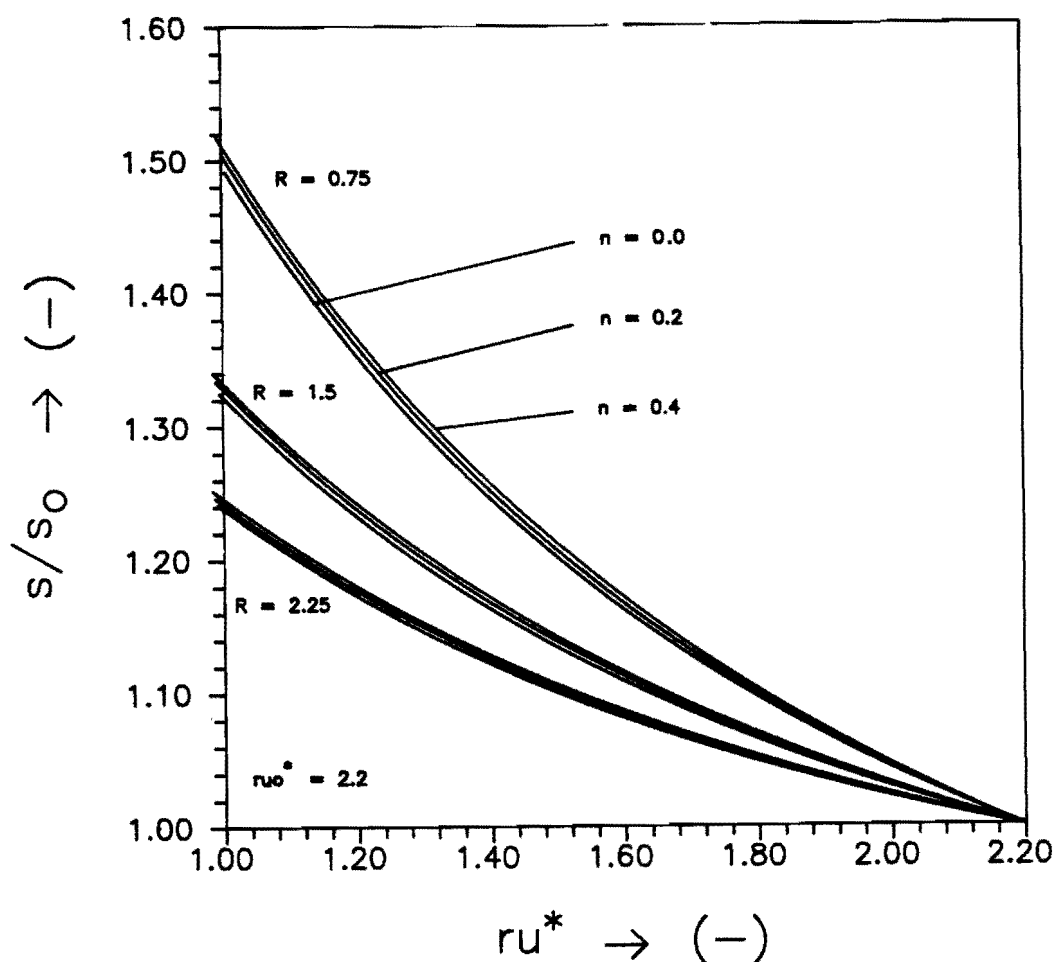


Fig.7 De flensdiktecoëfficiënt als functie van de buitenrand voor verschillende waarden van de anisotropie en de versterking.

In fig.8 is het verloop van de modelparameter K , en dus de reksnelheid in axiale richting, als functie van de buitenrand van de flens weergegeven. In de figuur is te zien dat de versteviging haast geen invloed heeft op de grootte van K op een bepaald tijdstip. Dit verband komt overeen met de invloed van de versteviging op de flensgeometrie.

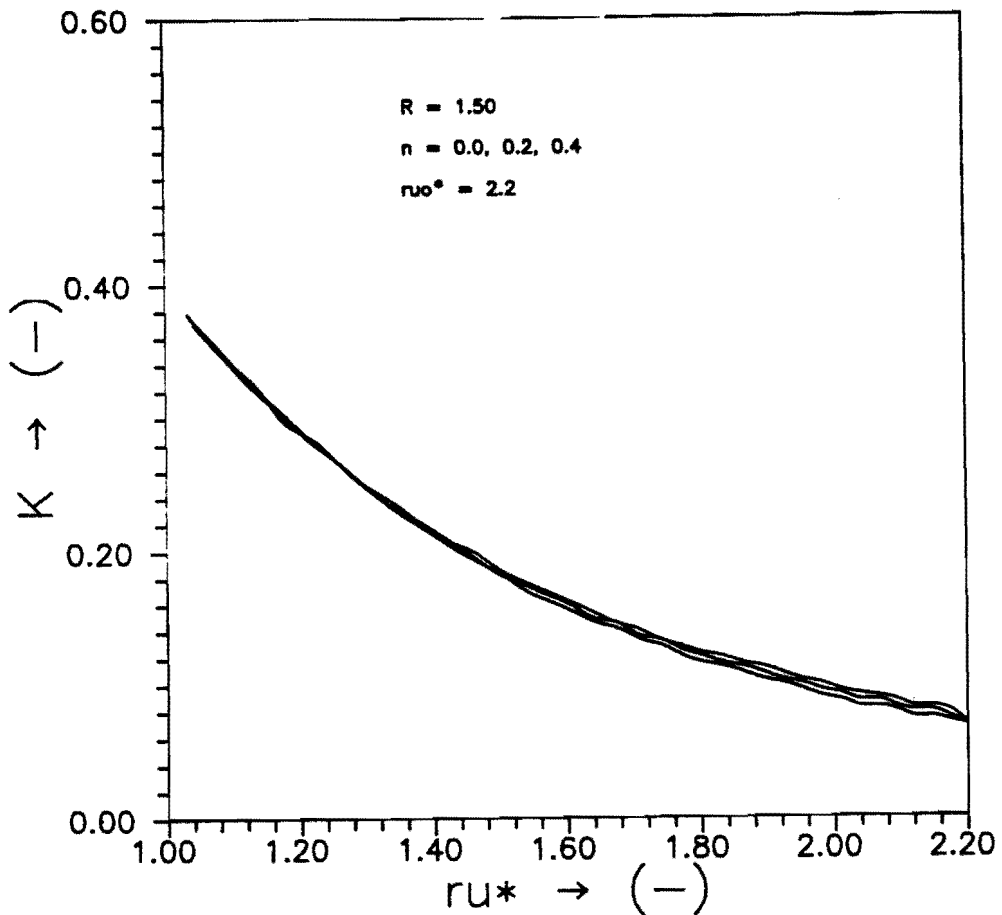


Fig.8 *Het verloop van de waarde van parameter K waarvoor het te dissiperen vermogen minimaal is als functie van de buitenrand van de flens en de verstevigingsexponent n .*

In Fig.9 is het verschil uitgezet tussen de waarde van de flensdiktecoëfficiënt bepaald met behulp van de aanname lijnspanning aan de rand van de flens [2] en de waarde van de flensdiktecoëfficiënt zoals bepaald met de in dit rapport beschreven bovengrensmethode. Uit de figuur blijkt dat de afwijking in de voorspelde waarde van de flensdiktecoëfficiënt groter wordt naarmate het proces verder is gevorderd en dat de bovengrensooplossing lagere waarden voor de flensdiktecoëfficiënt geeft dan de aanname lijnspanning aan de rand van de flens. De maximale absolute afwijking in flensdikte bedraagt ongeveer 4% en de maximale relatieve afwijking ongeveer 3%, voor een normaal anisotropiecoëfficiënt $R = 1.5$.

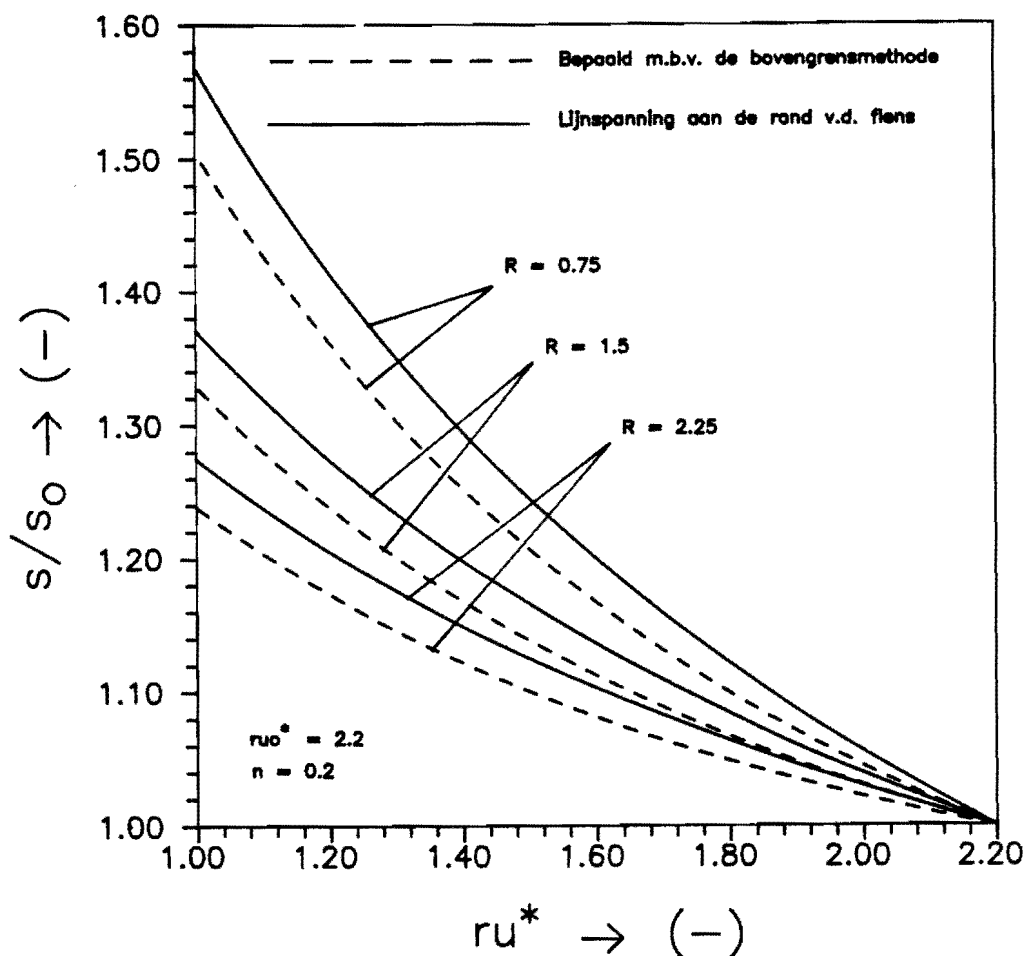


Fig.9 De flensdiktecoëfficiënt als functie van de buitenrand. Bepaald met de bovengrensmethode en bepaald met de aanname lijnspanning aan de rand van de flens voor drie verschillende waarden van de normaal-anisotropie en een versterkingsexponent $n=0.2$.

6 CONCLUSIE

Het verschil tussen de deformatievermogens bepaald met het schillenmodel, Zie Lit.[2] formule (45), en het bovengrensmodel is klein, $< 5\%$. Door voor de correctiefactor uit de gecorrigeerde Tresca vloeivoorwaarde de waarde $CF = 1.075$ te nemen wordt dit verschil minimaal. Met het schillenmodel is dus een goede schatting te geven van het te dissiperen deformatievermogen vergeleken met het bovengrensmodel. De flensdiktecoëfficiënt bepaald met de bovengrensmethode is lager dan die bepaald met de aanname lijnspanning aan de rand van de flens uit de schillenmethode, zie Lit. [2] formule (18). Voor een R-waarde van 1.5 bedraagt het maximale relatieve verschil ongeveer 3%.

De invloed van de verstevigingsexponent komt naar voren in de grootte van het bepaalde maximale benodigde deformatievermogen. De invloed van de versteviging op de geometrie van de flens bij de bovengrensooplossing is zeer klein, $<< 1\%$. Bij de schillenmethode oefent de versteviging geen enkele invloed uit op de geometrie van de flens door de aanname: lijnspanning aan de rand van de flens.

De anisotropiecoëfficiënt heeft een grote invloed op de geometrie van de flens. Dit geldt bij beide modellen. Voor een R-waarde van 2.25 voorspelt elk model een 7.5% lagere flensdiktecoëfficiënt dan voor een R-waarde van 1.5.

Uitgaande van de bovenstaande conclusies kunnen we stellen dat de schillenmethode vergeleken met de bovengrensmethode bruikbare resultaten oplevert. Dit geldt zowel voor het te bepalen maximale te dissiperen deformatievermogen als voor het bepalen van de geometrie van de flens.

