

Berekening voor balken met dunwandige, open dwarsdoorsnede; aansluiting van twee U-balken

Citation for published version (APA):

Janssen, J. D. (1965). *Berekening voor balken met dunwandige, open dwarsdoorsnede; aansluiting van twee U-balken: computerprogramma*. (DCT rapporten; Vol. 1965.041). Technische Hogeschool Eindhoven.

Document status and date:

Gepubliceerd: 01/01/1965

Document Version:

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.tue.nl/taverne

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

openaccess@tue.nl

providing details and we will investigate your claim.

Berekening voor balken met
dunwandige, open dwarsdoorsnede
(Computerprogramma);

Aansluiting van twee L-balken

1. Samenvatting

Gegeven wordt een computerprogramma voor balken met willekeurige, open, dunwandige dwarsdoorsnede, belast door een buigend moment, met uiteenlopende randcondities.

Het programma is verder toegespitst op de aansluiting van twee L-balken zoals beschreven in WE-65/40.

Opgemerkt moet worden dat in het werkelijke programma in details kan afwijken.

2. Centraal gedeelte van de Vlasov-theorie

Van de notatie en de tekenafspraken in de theorie van Vlasov van balken met de wandige dwarsdoorsnede, verwijzen we naar rapport WE-64/22.

We besleutten hier alleen de oplossing van de differentiaalvergelijking die betrekking heeft op de trooi van de balk.

De algemene oplossing luidt (van de hoekverdraaiing):

$$*J = c_0 + c_1 z + c_2 \cos \frac{k}{l} z + c_3 \sin \frac{k}{l} z \quad (2.1)$$

$$\text{waarbij } \frac{k}{l} = \sqrt{\frac{g J_{\omega}^*}{E J_{\omega}}} \quad (2.2)$$

en z de axiale coördinaat is.

Van de welving geldt: $' \equiv \frac{d}{dz}$

$$*J' = c_1 + \frac{k}{l} (c_2 \sin \frac{k}{l} z + c_3 \cos \frac{k}{l} z) \quad (2.3)$$

Het bimoment is gedefinieerd als:

$$*B = -E^* J_{\omega} J''$$

Dus:

$$*B = -J^* J_{\omega} \left(c_2 \cosh \frac{k}{l} z + c_3 \sinh \frac{k}{l} z \right) \quad (2.4)$$

Van het veringend moment geldt:

$$*M = J^* J_{\omega} J' - E^* J_{\omega} J''' \quad (2.5)$$

of

$$*M = J^* J_{\omega} c_1 \quad (2.5)$$

We willen in plaats van de constanten c_0 t/m c_3 , die uit de randcondities van $z=0$ en $z=l$ bepaald worden, invoeren de -inbekende- waarden van J, J', B en M van $z=0$. We vormen de grootheden van een index 0.

Er geldt dus:

$$*J_0 = c_0 + c_2$$

$$*J'_0 = c_1 + \frac{k}{l} c_3 \quad (2.6)$$

$$*B_0 = -J^* J_{\omega} c_2$$

$$*M = J^* J_{\omega} c_1$$

Mit (2.6) folgt:

$$C_1 = \frac{^*M_0}{g^*J_d}$$

$$C_2 = -\frac{^*B_0}{g^*J_d}$$

$$C_3 = \frac{l}{k} ^*v_0' - \frac{l}{k} \frac{^*M_0}{g^*J_d}$$

$$C_0 = ^*v_0 + \frac{^*B_0}{g^*J_d}$$

Hiermit werden (2.3); (2.8) in (2.9)

$$^*v = ^*v_0 + ^*v_0' \frac{l}{k} \sinh \frac{k}{c} z + \frac{^*B_0}{g^*J_d} (-\cosh \frac{k}{c} z + 1) +$$

$$+ \frac{^*M_0 l}{g^*J_d} \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{k} \sinh \frac{k}{c} z \right) \quad (2.7)$$

$$l^*v' = l^*v_0' \cosh \frac{k}{c} z - \frac{^*B_0}{g^*J_d} k \sinh \frac{k}{c} z +$$

$$+ \frac{^*M_0 l}{g^*J_d} \left(1 - \cosh \frac{k}{c} z \right) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{{}^*B_0}{g^{*g_d}} &= -\frac{l v_0'}{k} \sinh \frac{k}{l} z + \frac{{}^*B_0}{g^{*g_d}} \cosh \frac{k}{l} z + \\ &+ \frac{{}^*M_0 l}{g^{*g_d}} \frac{1}{k} \sinh \frac{k}{l} z \end{aligned} \quad (2.9)$$

We willen nu dimensionloze grootheden invoeren.

We merken op dat k reeds dimensionloos is.

Verder voeren we in:

$$\begin{aligned} f &= \frac{z}{l} \\ g &= {}^*g \\ g' &= l v_0' \\ B &= \frac{{}^*B}{g^{*g_d}} \\ M &= \frac{{}^*M l}{g^{*g_d}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

De vergelijkingen (2.7) t/m (2.9) gaan over in:

$$J = J_0 + J_0' \frac{1}{k} \sinh kf + B_0 (\cosh kf - 1) + M_0 \left(f - \frac{1}{k} \sinh kf \right) \quad (2.11)$$

$$J' = J_0' \cosh kf - B_0 k \sinh kf + M_0 (1 - \cosh kf) \quad (2.12)$$

$$B = -J_0' \frac{1}{k} \sinh kf + B_0 \cosh kf + M_0 \frac{1}{k} \sinh kf \quad (2.13)$$

$$M = M_0 \quad (2.14)$$

We veronderstellen dat in alle gevallen $M = M_0$ gegeven is en dat J_0 ~~to~~ ~~eveneens~~ eveneens gegeven is.

Bepaald moeten dan nog worden:

J_0' en B_0

In het algemeen zal één van deze grootheden gegeven zijn. De andere volgt dan uit het gegeven voor $f=1$ waar, of J' of B bekend zijn. We noemen deze grootheden voor $f=1$ J_1' resp. B_1 .

we onderscheiden vier mogelijkheden:

gegeven

I	B_0	B_1	Bereken
II		J_1'	J_0'
III	J_0'	B_1	Bereken
IV		J_1'	B_0

Bij I

$$J_0' = \frac{k(-B_1 + B_0 \cosh k + \frac{M_0}{k} \sinh k)}{\sinh k} \quad (2.15)$$

II

$$J_0' = \frac{J_1' + B_0 k \sinh k - M_0(1 - \cosh k)}{\cosh k} \quad (2.16)$$

III

$$B_0 = \frac{B_1 + J_0' \frac{1}{k} \sinh k - \frac{M_0}{k} \sinh k}{\cosh k} \quad (2.17)$$

$$B_0 = \frac{-J_1' + J_0' \cosh k + M_0(1 - \cosh k)}{k \sinh k} \quad (2.18)$$

Het is bovendien mogelijk dat B_0 of J_0' nog op een geheel andere manier gegeven zijn.

3. Berekening van k van een U-balk

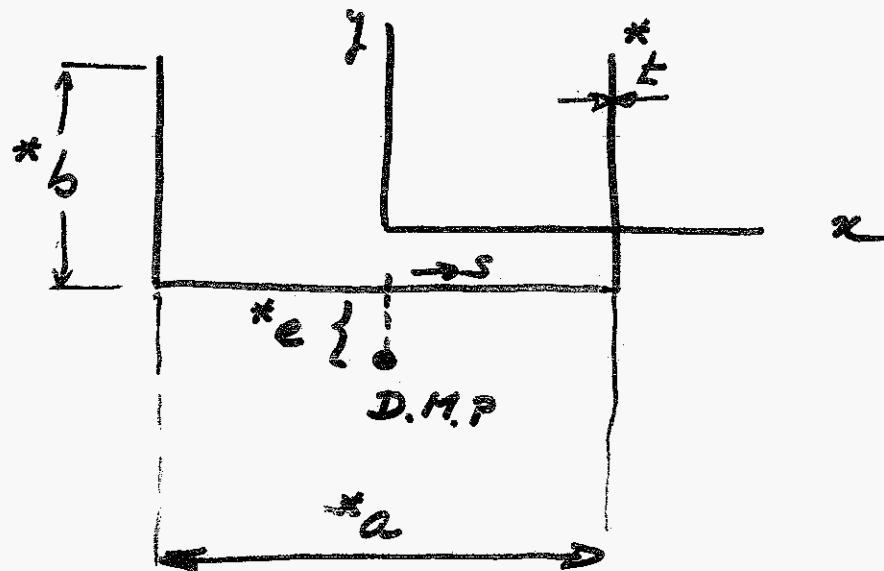


Fig 3.1

Von een U-balk, waarvan de dwars-
doorsnede in fig 3.1 is getekend, gelden
de volgende gelijkheden (zie Vlasov pag. 61 e.v.)

$$*e = \frac{3 *b^2}{*a + 6 *b}$$

$$\frac{*e}{*a} = \frac{3 \left(\frac{*b}{*a} \right)^2}{1 + 6 \left(\frac{*b}{*a} \right)}$$

We voeren de volgende dimensieloze

grootheden in:

$$e = \frac{*e}{*a} \quad (3.1)$$

$$b = \frac{*b}{*a} \quad (3.2)$$

$$t = \frac{*t}{*a} \quad (3.3)$$

Dus

$$e = \frac{3b^2}{1+6b} \quad (3.4)$$

$*J_y$ (massatraagheidsmoment t.o.v. y -as):

$$*J_y = \frac{1}{12} *a^3 *t + \frac{1}{2} *a^2 *b t$$

Stel $J_y = \frac{*J_y}{*a^4}$

$$J_y = \frac{1}{12} t + \frac{1}{2} b t \quad (3.5)$$

$$*J_w = \frac{1}{6} (*b + 3*e) *a^2 *b^2 t + *e^2 *J_y$$

(zie aanvulling pag 112)

$$J_w = \frac{J_w^*}{a^6}$$

$$J_w = \frac{1}{6} (b + 3e) b^2 t + e^2 J_y \quad (3.6)$$

$$J_d^* = \frac{1}{3} (a + 2b) t^3$$

$$J_d = \frac{J_d^*}{a^4}$$

$$J_d = \frac{1}{3} (1 + 2b) t^3 \quad (3.7)$$

Translotte:

$$\frac{k}{l} = \sqrt{\frac{G J_d^*}{E J_w}} = \sqrt{\frac{G J_d a^4}{E J_w a^6}}$$

$$k = \sqrt{\frac{G J_d}{E J_w} \cdot \frac{l^2}{a^2}}$$

Nennen wir $\frac{l}{a} = L$

dam gilt

$$k = \sqrt{\frac{G}{E} \frac{J_d}{J_w} L^2} \quad (3.8)$$

Aanvulling:

$$\omega(s) = -es \quad 0 \leq s \leq \frac{a}{2}$$

$$\omega(s) = -e\frac{a}{2} + \frac{a}{2}(s - \frac{a}{2}) \quad \frac{a}{2} \leq s \leq \frac{a}{2} + b$$

$$J_{\omega} = \int_F \omega^2 dF =$$
$$2 \cdot t \left[\int_0^{\frac{a}{2}} e^2 s^2 ds + \frac{a^2}{4} \int_0^b (s - e)^2 ds \right] =$$

$$= 2t \left[\frac{e^2}{24} a^3 + \frac{a^2}{4} \left(\frac{1}{3} b^3 + e^2 b - e b^2 \right) \right] =$$

$$= e^2 J_y + \frac{1}{6} t a^2 b^2 (b - 3e)$$

Vergeleken met de formule van Vlasov op pag 61 onderaan, moet geconstateerd worden dat α_x in deze formule niet overeenstemt met de uitdrukking die Vlasov daarvoor geeft op dezelfde pagina. Er bestaat een tekenverschil.

4. Het centrale deel van het computerprogramma

4.1 Notatie

$$TE = J$$

$$TA = J'$$

$$BI = B$$

$$W = M$$

$$TER = J_0$$

$$TAR = J'_0$$

$$BIR = B_0$$

$$TAL = J'_1$$

$$BI_1 = B_1$$

$$WW = MW$$

$$FID = J_d$$

$$FIU = J_w$$

$$FL = L$$

$$B = \frac{b}{a}$$

$$T = \frac{t}{a}$$

~~FED =~~

$$FK = K$$

$$Z = FI / FN = \frac{1}{N} = \frac{1}{N}$$

($FI = 1, \dots, FN$

FN : willekeurig
geheel getal)

$$SH = \text{sinh } k f$$

$$CH = \text{cosh } k f$$

$$SHR = \text{sinh } k$$

$$CHR = \text{cosh } k$$

4.2 Berekening van TAR, BIR

Verondersteld wordt dat k bekend is; verder wordt aangenomen dat $\frac{g}{J_d}$ de waarde van het wrijvend moment gegeven wordt.

In plaats van $M = \frac{*M L}{g J_d}$, kan worden

ingekeren: $M D = \frac{*M L}{g J_d} \frac{*M}{g a^3}$ (4.2.1)

Het verband tussen deze grootheden is:

$$M = M D \cdot \frac{L}{J_d}$$

PROGRAMMA

```
80  EAR = EXP(FK)
    EBR = EXP(-FK)
    SHR = (EAR - EBR) / 2.
    CHR = (EAR + EBR) / 2.
    ACCEPT TAPE 4, WW
    W = WW * FL / FID
    ACCEPT TAPE 3, MM, MN
    GO TO (85, 90, 100, 300), MM
85  ACCEPT TAPE 4, TAR
    GO TO (87, 89, 100, 95), MN
```

87 ACCEPT TAPE 4, TAL
$$BIR = (-TAL + TAR * CHR + W * (1 - CHR)) / (FK * SHR)$$

GO TO 150

89 ACCEPT TAPE 4, BIL
$$BIR = (BIL * FK + TAR * SHR - W * SHR) / (FK * CHR)$$

GO TO 150

90 ACCEPT TAPE 4, BIR
GO TO (92, 94, 350, 400), MN

92 ACCEPT TAPE 4, TAL
$$TAR = (TAL + BIR * FK * SHR - \cancel{W * SHR / FK}) / \cancel{CHR} \\ W * (1 - CHR) / CHR$$

GO TO 150

94 ACCEPT TAPE 4, BIL
$$TAR = FK * (-BIL + BIR * CHR + W * SHR / FK) / SHR$$

GO TO 150

95 ACCEPT TAPE 4, BIR
GO TO 150

welke input gegevens nodig zijn
wordt geheel bepaald door de
waarden van MM en MN

Volgende input gegevens

WW

MM, MN

MN MM	1	2	3	4
1	TAR TAL	TAR BIL	TAR vrij	TAR BIR
2	BIR TAL	BIR BIL	BIR nog	BIR vrij
3	nader te specificeren			
4	nader te specificeren			

4.3. Berekening van TE, TA, BI

PROGRAMMA

```
145 NN = 0
150 ACCEPT TAPE 1, N
    FN = N
    PUNCH 7
160 DO 200 I = 1, N
    FI = I
    Z = FI / FN
    EA = EXP(FK * Z)
    EB = EXP(-FK * Z)
    SH = (EA - EB) / 2.
    CH = (EA + EB) / 2.
    TE = TAR * SH / FK - BIR * (CH - 1.) +
        W * (Z - SH / FK)
    TA = TAR * CH - BIR * FK * SH +
        W * (1. - CH)
    BI = -TAR * SH / FK + BIR * CH +
        W * SH / FK
    IF (NN) 295, 295, 220
195 CONTINUE
    TAA = TA / FL
    BII = BI * FID
    PUNCH 2, TE, TAA, BII
200 IF (NN) 205, 205, 250
```

205 GO TO 210

250 CONTINUE

PAUSE

GO TO 50

Toelichting

1. Er worden niet de grootheden l^*g' en $\frac{*B}{g^2}$ uitgeponst, omdat het weer g^2 mij rekenwerk vereist deze grootheden van verschillende dwarsdoormeden te berekenen.

||| Uitgeponst worden:
 a^*g' en $\frac{*B}{g^2}$

2. Door middel van de waarde van NN is het mogelijk na berekening van de eerste balk, de gegevens van een tweede balk aan te passen aan dezelfde grootheden die van het dimensionloos maken van balk 1 gefungeerd hebben.

Het is bovendien mogelijk na
bekeuring van de verschillende
grootleden de output-gegevens aan
te passen.

5. Berekening karakteristieke grootleden
voor een L-balk

Waarom het in hoofdstuk 4 beschreven
programmamodel gehanteerd kan worden
moet allereerst bekend zijn:

k , T_d

We merken nogmaals op dat T_d de
dimensieloze storiestijfheid is de
de-Saint-Venant theorie is.

Als Dimensieloos maken gebeurt
met behulp van een karakteris-
tieke lengte uit de dwarsdon-
brede.

ook de lengte van de balk
wordt dimensieloos gemaakt met
behulp van dezelfde karakteristieke
afmeting.

Voor een L-balk kiezen we als
karakteristiek de breedte van de
lijfplaat: a .

PROGRAMMA

```
50 ACCEPT TAPE 2, B, T, FL
   EE = 3. * B ** 2 / (1. + 6. * B)
   FID = (B ** 3 * EE) * B ** 2 * T / 6. +
         EE ** 2 * T * (1. + 6. * B) / 12.
   FID = T ** 3 * (1. + 2. * B) / 3.
   FK = SQRT(FID * FL ** 2 / (FID * 2.56))
   PUNCH 5, FK, FID
   GO TO 60
```

Optim: von $\frac{5}{E} = \frac{1}{2(1+\nu)}$ is ingewandt: $\frac{1}{2.56}$

Dies gekoren is: $\nu = 0.28$

6. Aansluiting van twee L-balken

In rapport WE-65/40 is van een aantal gevallen berekend hoe groot $*B_0$ is wanneer $*I_0 = 0$ genomen wordt.

Wanneer de twee tegen elkaar geplaatste L-balken niet dezelfde doorsnede hebben is het nodig de karakteristieke grootte-heden van beide balken te weten. De breedte van de lijfplaat is steeds van beide balken hetzelfde: a

6.1 Berekening k en I_a van balk 2

De breedte van de flenzen, de dikte en de lengte van balk 2 worden weer dimensionloos gemaakt met behulp van a .

Notatie:

	$BB = \frac{*b}{a}$	} van balk 2
	$TT = \frac{*t}{a}$	
	$FLL = \frac{l}{a}$	

$$\begin{aligned} FIOI &= \frac{J_{\omega}}{a^6} \\ FIDI &= \frac{J_d}{a^4} \\ FKK &= k \end{aligned}$$

von balk 2

PROGRAMMA

```
60 ACCEPT TAPE 2, BB, TT, FLL
EEE = 3. * BB ** 2 / (1. + 6. * BB)
FIOI = (BB - 3. * EEE) * BB ** 2 * TT / 6. +
      EEE ** 2 * TT * (1. + 6. * BB / 12.
FIDI = TT ** 3 * (1. + 2. * BB) / 3.
FKK = SQRT ( FIDI * FLL ** 2 / ( FIOI * 2.5 ) )
PUNCH 5, FKK, FIDI
EAL = EXP ( FKK )
EBL = EXP ( - FKK )
SHL = ( EAL - EBL ) / 2.
CHL = ( EAL + EBL ) / 2.
GO TO 80
```


6.2 Berekening BIR

Door $MN = 3$ te nemen, kunnen TAR en BIR op een andere manier behandeld worden dan in het hoofdprogramma verwerkt is.

In dit geval gaan we er steeds van uit dat $TAR = 0$. genomen wordt.

Met behulp van MN wordt bepaald op welke wijze BIR precies behandeld wordt.

We verwijzen hiervoor naar WE-65/40.

In het programma worden de volgende mogelijkheden verwerkt:

I Twee verschillende U-balken met donelopende lijfplaat:

Ia: welving verhinderd $\rightarrow MN = 1$

Ib: welving vrij $\rightarrow MN = 2$

II Twee gelijke U-balken (verschillende lengte) 180° t.o.v. elkaar verdraaid

IIa : welving verblindend $\rightarrow MN=3$
IIb : welving vrij $\rightarrow MN=2$

Hierbij horen de volgende formules
uit WF-65/40

MN = 1	form. (4.8)
= 2	(4.9)
= 3	(6.9)
= 4	(6.10)

PROGRAMMA

```
100   TAR = 0.0
      GO TO (102, 104, 106, 108), MN
102   BIRT = - FKK * FL * FID * SHR * SHL /
          (FK * FLL * FIDI)
      BIRT = BIRT + CHL * (1 - CHR) +
          FID * (1 - CHL) / FIDI
      BIRN = FKK* FL * FID * CHR * CHL / (FLL *
          FIDI)
      BIRN = BIRN + FK * SHR * CHL
      BIR = BIRT / BIRN
      GO TO 150
```

104 $BIRT = FLL * FIDI * SHL * (1 - CHR) /$
 $(FL * FID * FKK)$
 $BIRT = -BIRT + CHL * SHR / FK +$
 $FLL * SHL / (FL * FKK)$
 $BIRN = FLL * FK * FIDI * SHR * SHL /$
 $(FL * FKK * FID)$
 $BIRN = BIRN + CHR * CHL$
 $BIR = - BIRT / BIRN$
GO TO 150

106 $BIRT = CHL * (1 - CHR) - SHR * SHL$
 $BIRN = CHL * SHR + SHL * CHR$
 $BIR = BIRT / (FK * BIRN)$
GO TO 150

6.3 Berekening TE, TA, BI van balk 2

Het hoofdprogramma is opgezet voor gereduceerde grootheden. Voor het dimensioneren maken we gebruik gemaakt van de lengte van de staaf (l) en de terniërfluid (g_{Td}) van de staaf.

Wanneer de eerste balk berekend is, kunnen we met de in WE-65/40 afgeleide overgangscondities de begincondities voor balk 2 berekenen.

Voor balk 1 zijn de dimensionloze grootheden: l^* , B/g_{Td} , $\frac{TE}{g_{Td}}$

Voor balk 2 zijn in het algemeen l^* en g_{Td} anders dan voor balk 1.

Dit betekent dat ook dit effect in de overgangscondities verwerkt moet worden.

De overgangscondities hangen af van de waarde van MN .

Als $MN = 1$ of 2 gelden de relaties (2.6) en (3.5) (WE-65/40)

als $MN = 3$ of 4 gelden (6.2) en (6.5)
(WE-65/40).

De output gegevens worden weer
dimensionloos gemaakt m.b.v. g
en a .

PROGRAMMA

```
210 GO TO (212, 212, 214, 214), MN

212 TEL = TE
    TAR = TA * FLL / FL
    BIR = BI * FID / FIDI
    W = W * FID * FLL / (FIDI * FL)
    NN = 1
    GO TO 160

214 TEL = TE
    TAR = -TA * FLL / FL
    BIR = -BI
    W = W * FLL / FL
    NN = 1
    GO TO 160

220 TE = TE + TEL
    TA = TA / FLL
```

BI = BI * FIDI

GO TO 200

FORMAT Statements

- 1 FORMAT (I3)
- 2 FORMAT (E10.4, 2X E10.4, 2X E10.4)
- 4 FORMAT (E10.4)
- 3 FORMAT (I2, 2X I2)
- 5 FORMAT (4H 66 K = , E10.4,
5H 66 ID = , E10.4)
- 7 FORMAT (33H HOEKVERDR. 6666
WELVING 6666 BIMOMENT)

6 december 1965

Hans