

# Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren. Deel 4. Construeren op elastische deformatie. Deel 1.

**Citation for published version (APA):**

Koster, M. P., Rosielle, P. C. J. N., & Reker, E. A. G. (1992). Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren. Deel 4. Construeren op elastische deformatie. Deel 1. *Mikroniek*, 32(1), 8-12.

**Document status and date:**

Gepubliceerd: 01/01/1992

**Document Version:**

Uitgevers PDF, ook bekend als Version of Record

**Please check the document version of this publication:**

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.tue.nl/taverne](http://www.tue.nl/taverne)

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[openaccess@tue.nl](mailto:openaccess@tue.nl)

providing details and we will investigate your claim.

Construeren op elastische deformatie

## Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (4)

M.P. Koster, P.C.J.N. Rosielle en  
E.A.G. Reker

### Constructies berustend op elastische deformatie

Veel mechanismen zijn bedoeld om slechts relatief kleine verplaatsingen of hoekverdraaiingen te ondergaan. In die gevallen kan nuttig gebruik worden gemaakt van elastisch deformerende delen, om daarmee draaipunten te maken met een hoge stijfheid in één of meer richtingen, die bovendien spelingsvrij en wrijvingsloos zijn, hetgeen de positionering-snauwkeurigheid zeer ten goede kan komen. Daartegenover staat dat in een stand buiten de onvervormde stand er steeds een kracht of moment wordt gevraagd.

#### Bladveerscharnier

In figuur 34a is het deel  $l$  zeer elastisch ten opzichte van het deel  $(L-l)$ . Onder invloed van de kracht  $F$  roteert het deel  $(L-l)$  om het punt  $P$ , de pool. Zolang de hoek  $\varphi$  relatief klein is, kunnen we de plaats  $(x)$  van  $P$  gemakkelijk bepalen door gebruik te maken van de theorie voor kleine vervormingen (vergeet-mij-nietjes).

$$\varphi = \frac{Fl^2}{2EI} + \frac{F(L-l)l}{EI}$$

$$f = \frac{Fl^3}{3EI} + \frac{F(L-l)l^2}{2EI}$$

$$x = fl / \varphi;$$

$$\text{dus } x = \frac{l(3L-l)}{3(2L-l)}$$

Twee bijzondere gevallen worden bekeken:

- 1) De kracht  $F$  in  $B$ ;  $L=0$ :  $x = 1/3l$ .
- 2) De kracht  $F$  zeer ver van  $B$  af:  $(L-l) \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow l/2l$ . Het limietgeval hiervan is, dat op het deel  $(L-l)$  een moment werkt, dan ligt  $P$  halverwege  $l$ .

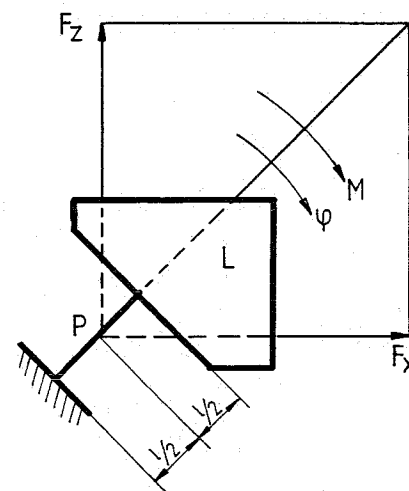
Uit het bovenstaande is onmiddellijk duidelijk dat de poolgging in hoge mate afhankelijk is van de wijze waarop het scharnier wordt belast. Het elastische scharnier van figuur 34a heeft daardoor een groot nadeel.

Een ander nadeel van dit elastische element is zijn relatief geringe belastbaarheid in de dwarsrichting ( $z$ ); in vergelijking met de langsrichting ( $x$ ); zie figuur 34b.

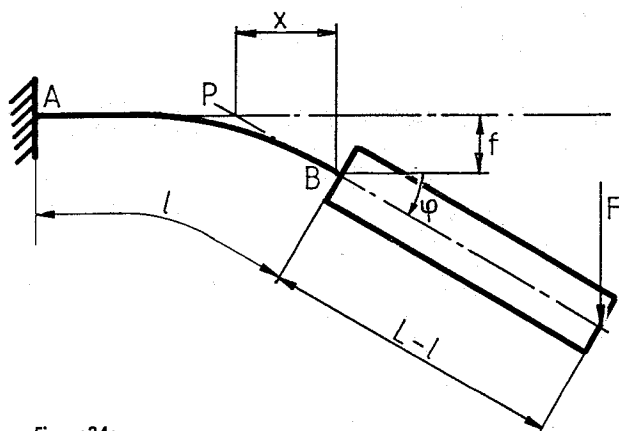
Tenslotte is de stijfheid in de dwarsrichting veel lager dan die in de langrichting. Deze laatste twee nadelen lijken ernstiger dan zij in de praktijk zijn. De elastische scharnieren worden namelijk vaak gebruikt waar slechts van relatief

kleine hoekverdraaiingen sprake is. De belastingsrichting door het scharnier heen verandert dan nauwelijks. We kiezen de stand van het slanke elastische element dan zo dat zijn langsrichting samenvalt met de belastingsrichting door het scharnier en het snijpunt der werklijnen in het midden ( $P$ ), zie figuur 34c.

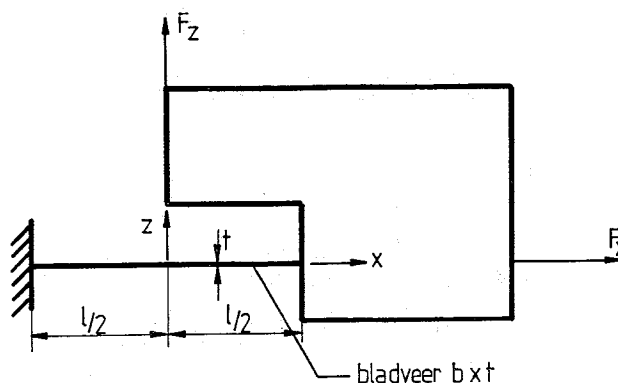
Het elastische element is nu slechts op trek of druk belast. Zuivere momenten ( $M$ ) zullen het lichaam  $L$  om  $P$  doen draaien. In plaats van bladveren kunnen vaak gatscharnieren kunnen toepassen.



Figuur 34c



Figuur 34a

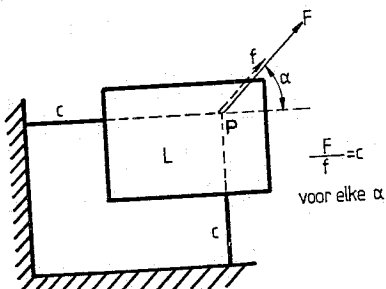


Figuur 34b

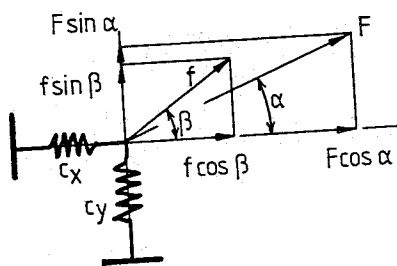
Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren

Kruisveerscharnier

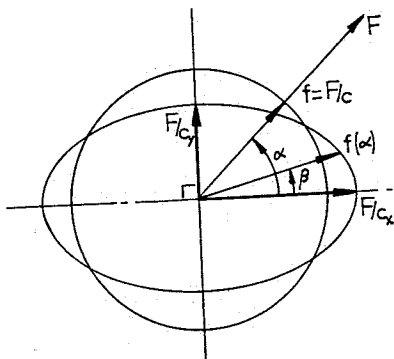
Van de bovengenoemde nadelen zijn wij verlost door het elastische scharnier uit te breiden tot een kruisveerscharnier. Aan de blad- of draadveer van figuur 34b wordt een blad- of draadveer in een andere richting toegevoegd. Het verdient



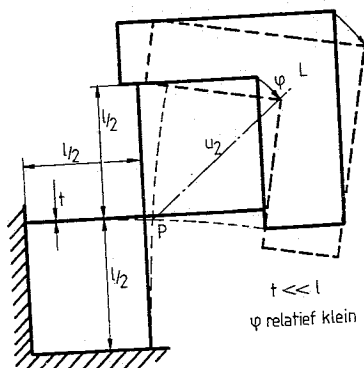
Figuur 35a



Figuur 35b



Figuur 35c



Figuur 35d

de voorkeur de twee elastische elementen met hun langsricting loodrecht op elkaar te zetten. Hebben de beide veren dezelfde langsstijfheid (c) dan geldt voor dit scharnier in P, zie figuur 35a) dat een kracht F een verplaatsing f veroorzaakt in dezelfde richting als F en dat de stijfheid  $c = F/f$  constant van grootte is -ofwel elke richting ( $\alpha$ ) is een hoofdstijfheidsrichting; zie de volgende alinea voor de definitie van dit begrip.

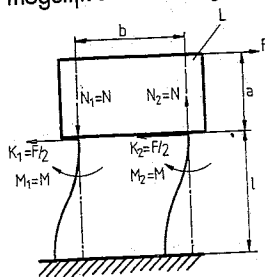
In het algemene geval zijn de stijfheden  $c_x$  en  $c_y$  in figuur 35b niet aan elkaar gelijk, waardoor de verplaatsingsrichting (f) niet samenvalt met de richting van de kracht (F). Dit geeft een verplaatsingsbeeld in de vorm van een ellips, zie figuur 35c. De lange en de korte as van de ellips worden hoofdstijfheidsrichtingen genoemd.

Laten wij de veren elkaar kruisen, met kruispunt (P), in het vlak van tekening, figuur 35d, in de middens van de veren, dan leggen we aan het lichaam L op dat de pool in het midden der beide veren ligt. Uit het hoofdstuk "Bladveerscharnier" volgt dat dan op de veren een zuiver moment werkt. Beide veren zijn dan over hun hele lengte met een constant moment belast (constante kromming) hetgeen voor de belastbaarheid optimaal is.

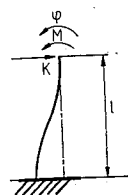
Bladveerrechtleidingen

Evenwijdige verplaatsingen in een vlak en zelfs een benaderde rechtgeleiding over een relatief kleine slag realiseert men vaak door middel van twee parallelle blad- of draadveren, zoals in figuur 36a, waar het lichaam L één vrijheidsgraad (x) heeft. Eist men, dat bij een verplaatsing x, onder invloed van kracht F, de hoekverdraaiing  $\psi$  absoluut nul blijft, dan is een beschouwing van de belasting van de bladveren zeer zinvol. In figuur 36b zijn belastingen op het lichaam L getekend.

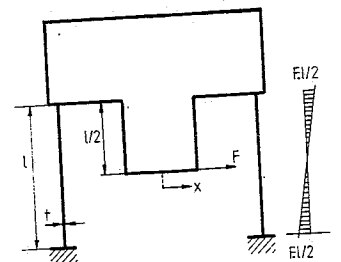
Om een zuivere rechtgeleiding na te streven zal er ongetwijfeld reeds voor zijn gezorgd dat de beide veren zo goed mogelijk aan elkaar gelijk zijn:



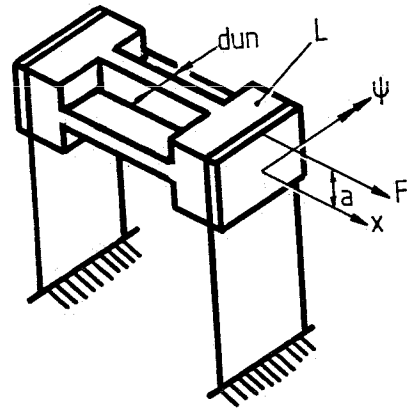
Figuur 36b



Figuur 36c



Figuur 36d



Figuur 36a

$$K_1 = K_2 = F/2 \tag{1}$$

$$M_1 = M_2 = M$$

$$N_1 = N_2 = N$$

$$2M - N \cdot b + Fa = 0 \tag{2}$$

Voor de bladveren geldt in figuur 36c:

$$\phi = \frac{Kl^2}{2EI} - \frac{Ml}{EI} = 0;$$

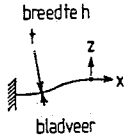
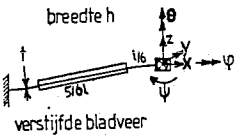
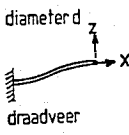
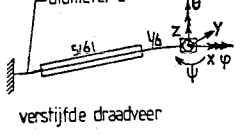
$$\text{dus } M = \frac{Kl}{2} \tag{3}$$

Uit (1), (2) en (3) volgt:

$$N = F(l/2 + a)/b \tag{4}$$

Is men in staat deze normaalkracht op de veren terug te brengen tot nul, dan worden de beide veren op dezelfde wijze (op buiging) belast. Hun vervormingen zullen heel dicht aan elkaar gelijk zijn; hun verplaatsingen in hun langsrictingen daarmee ook, zodat er inderdaad van een zo goed mogelijk zuiver evenwijdige verplaatsing kan worden gesproken.

Opdat  $N = 0$  volgt uit (4) als meest geschikte plaats voor het aangrijpingspunt van de kracht F:  $a = -l/2$ , hetgeen wil zeggen dat de werklijn van F door de

	 bladveer	 verstijfde bladveer	 draadveer	 verstijfde draadveer
langsstijfheid $c_x$	$\frac{EA}{l} = \frac{Eth}{l}$	$\frac{3Eth}{l}$	$\frac{EA}{l} = \frac{E \frac{\pi}{4} d^2}{l}$	$\frac{3E \frac{\pi}{4} d^2}{l}$
dwarfstijfheid $c_z$	$\frac{12EI}{\beta} = \frac{Eht^3}{\beta}$	$\frac{72EI}{5\beta} = 1,2 \frac{Eht^3}{\beta}$	$\frac{72EI}{5\beta} \approx 0,6 \frac{Ed^4}{\beta}$	$\frac{72EI}{5\beta} \approx 0,7 \frac{Ed^4}{\beta}$
buigspanning $\sigma_\psi$	$\frac{3Etz}{l^2}$	$\frac{3Etz}{l^2}$	$\frac{3Edz}{l^2}$	$\frac{3Edz}{l^2}$
knikgrens $F_k$	$\frac{4\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{(l/6)^2} = \frac{36\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{36\pi^2 EI}{l^2}$

Figuur 38

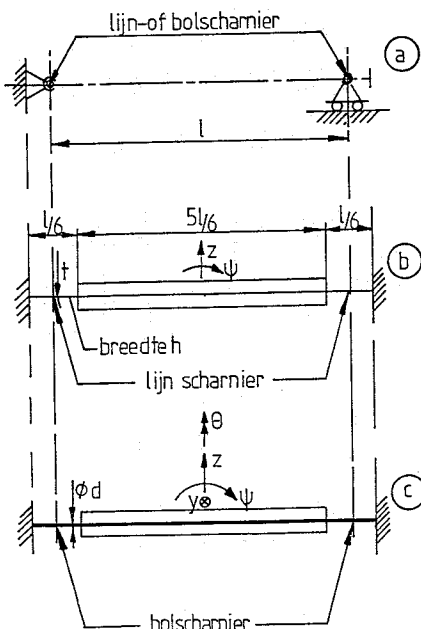
middels der veren gaat, zie figuur 36d. De stijfheid van één veer bij belasting in x-richting is:

$$c_x = 12EI/l^3 \quad (5)$$

De buigmomentlijn is in figuur 36d aangegeven:  $M = Fl/2$ .

De maximum buigspanning in een bladveer van figuur 36d is:

$$\sigma_b = \frac{3Ext}{l^2} \quad (6)$$



Figuur 37a,b,c

### Voorbeelden van elastische elementen

#### Blad- en draadveren met verstijfd middendeel

Om de ongelijke axiale verkorting van de bladveren van figuur 36a het hoofd te bieden zorgen wij ervoor de normaalkracht, die daarvan de oorzaak is, tot nul te reduceren. Een andere mogelijkheid is, de bladveren bestand te maken tegen het opnemen van een normaalkracht zonder merkbare axiale verkorting.

In dit en vele andere gevallen wordt eigenlijk gevraagd naar de functie van een trekstaaf met lijn- respectievelijk bolscharnieren aan de beide uiteinden, zie figuur 37a.

Bladveren respectievelijk draadveren met een middenverstijving benaderen deze functie, zie respectievelijk de figuren 37b en 37c. Neemt men de lengte van het verstijfde middendeel gelijk aan 5/6 van de lengte tussen de scharnieren

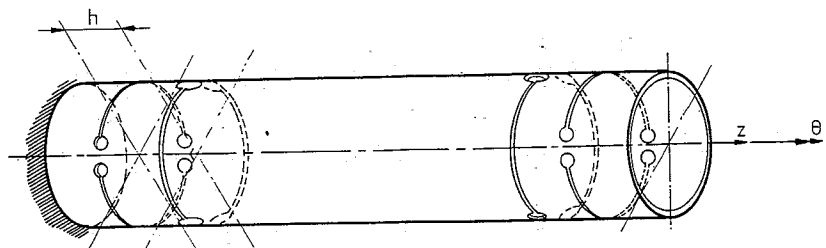
$l$  (de dunne delen zijn dan elk  $1/6l$  lang want de pool ligt halverwege de lengte van het elastische deel) dan gelden de waarden van tabel figuur 38.

Bij dezelfde buigspanningen ( $\sigma_\psi$ ) zijn de langsstijfheden ( $c_x$ ) driemaal zo groot geworden. De respectievelijke dwarsstijfheden  $c_z$  zijn nauwelijks veranderd. De knikgrens is met een factor 9 verhoogd.

#### Niet vastgelegde vrijheidsgraden

Gebruikt men dit constructieprincipe in mechanismen die met relatief hoge frequenties moeten bewegen dan is echter een waarschuwing op zijn plaats. Een consequentie van het elastisch verbinden van het middendeel aan zijn omgeving is dat dit middendeel in figuur 37b twee niet vastgelegde graden van vrijheid heeft en in figuur 37c zelfs vier.

Er is respectievelijk sprake van twee trilvormen,  $z$  en  $\psi$  en van vier trilvormen  $z$ ,  $\psi$ ,  $y$  en  $\theta$ , die lagere eigenfrequenties hebben naarmate het middenstuk



Figuur 39

Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren

zwaarder is c.q. de elastische delen slapper zijn. Liggen deze eigenfrequenties te laag, dan komt de regelbaarheid van het onderhavige mechanisme in gevaar, of de responsies van het middenstuk op de voorgeschreven bewegingen gaan gepaard met grote verplaatsingen.

Holle trek-drukstang

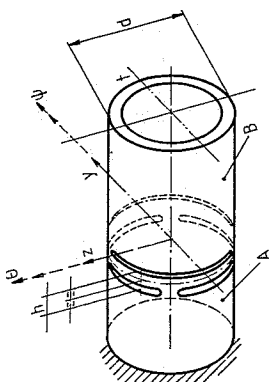
Voor het geval dat de hartlijn van een trek-drukstang van het bovengenoemde soort bedoeld om één graad van vrijheid vast te leggen, zie figuur 37- samenvalt met een ander deel van de constructie, dan kan men deze stang hol uitvoeren, zie figuur 39. De elastische scharnieren worden gevormd door inzagingen, waarbij relatief dunne dammen worden overgelaten of er wordt met gatscharnieren gewerkt. De middens der dammen bevinden zich op de middellijnen die loodrecht op elkaar staan.

Er is één verschil met trek-drukstangen met verstijfd middendeel. In de constructie van figuur 39 wordt namelijk behalve de coördinaat in de langsrichting (z) ook de hoekverdraaiing om de langsas ( $\theta$ ) vastgelegd. Men kan derhalve ook spreken van het elastische alternatief voor een as met twee cardankoppelingen.

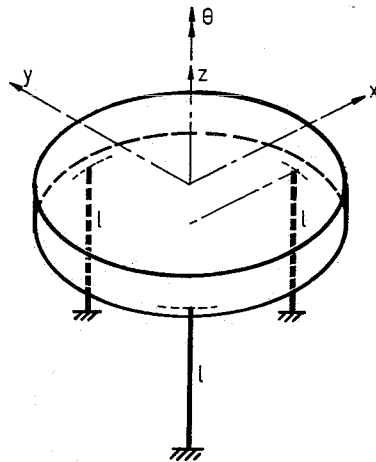
Voor voldoende stijfheid in de x-richting is het nodig dat de afstand (h) tussen de zaagsneden voldoende groot is. De elastische scharnieren en de dimensionering daarvan komt aan bod in de volgende aflevering. In Mikroniek 31(1991)4 van dit jaar waren gatscharnieren aan de orde die door middel van draadvonken gemaakt kunnen worden.

Omgezte bladveer

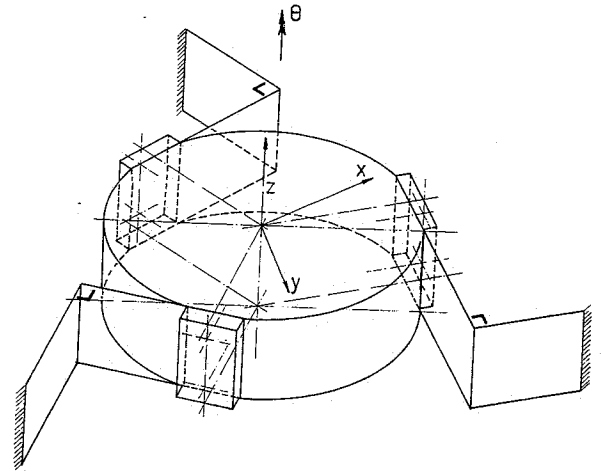
Het tafelblad van figuur 40a wordt in



Figuur 41a



Figuur 40a

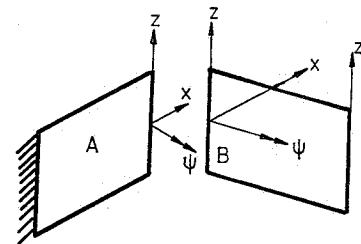


Figuur 40b

zijn vlak (x,y) gehouden ( $\phi$ ,  $\psi$  en z liggen vast, x, y en  $\theta$  zijn vrij) door het met drie elastische staven te ondersteunen. Uitwijkingen in x- en y-richting gaan gepaard met verplaatsingen loodrecht daarop, in de z-richting. Zijn de staven geconstrueerd met een verstijfd middendeel dan benaderen de uiteinden zuivere (bol)scharnieren en beschrijven de vrije uiteinden bij het tafelblad cirkels. Voor de uitwijking in de z-richting geldt dan  $z = 0,5x^2/l$ .

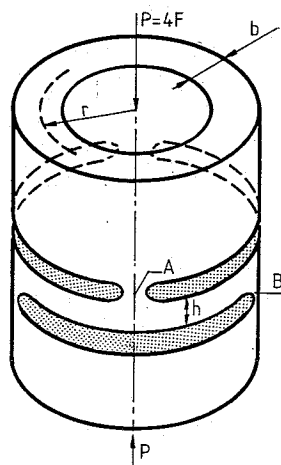
Bestaan de staven uit draadveren met een constante doorsnede dan beschrijven de vrije uiteinden parabolen. Voor de uitwijking in de z-richting geldt dan  $z = 0,6x^2/l$

Een constructie die dit euvel niet kent is die van figuur 40b waarin omgezte bladveren gebruikt worden. Figuur 40c laat zien dat aan het uiteinde van deel A van de bladveer drie vrijheidsgraden in het vlak van de veer worden vastgelegd

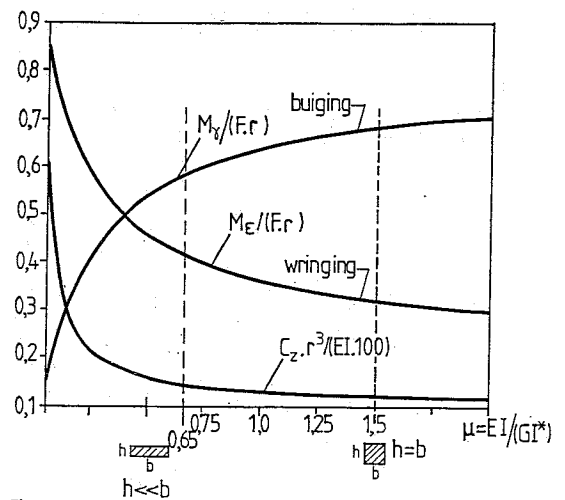


Figuur 40c

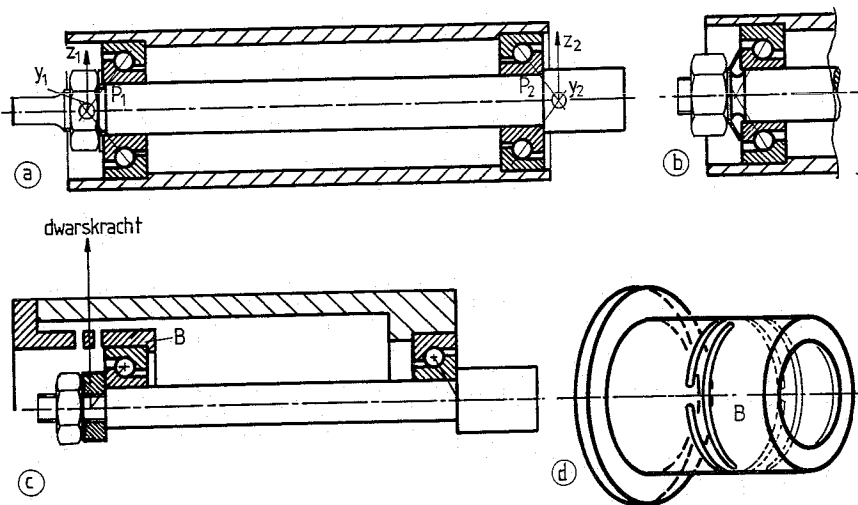
(x,z,psi). Het aankoppelen van deel B doet er twee verloren gaan, slechts z blijft over. Bewegingen in de x- en y-richting van het vrije uiteinde van deze veer hebben geen z-verplaatsing tot gevolg; de stijfheid in de z-richting is heel hoog. Deze omgezte bladveer heeft dus verplaatsingen x en y en rotatie  $\theta$  en geen z-verplaatsing als eigenschappen. Bij de montage moet men er wel op letten dat alle vouwlijnen goed loodrecht, op het x-y-vlak staan.



Figuur 41b



Figuur 41c



Figuur 42a-d

### Harmonicabus

Een kleine variatie op het concept van de holle trek-drukstang (eerder in deze aflevering behandeld) leidt tot het kunnen vervullen van een volstrekt andere functie. In figuur 41a is afgebeeld de harmonicabus. Deze constructie onderscheidt zich daarin van de eerder genoemde stang, dat de afstand ( $h$ ) tussen de inzagingen relatief klein is en zelfs klein ten opzichte van de wanddikte ( $t$ ). De bus is dikwandig. In het  $y$ - $z$ -vlak door het midden van de dam ( $h$ ) liggen zodoende vier  $1/4$ -cirkelvormige bladveren. In dit vlak zijn de dwarsstijfheden ( $c_y$  en  $c_z$ ) en de torsiestijfheid ( $k_\varphi$ ) relatief groot; de overige stijfheden te weten de rotatiestijfheden ( $k_\psi$  en  $k_\theta$ ), alsmede de axiale stijfheid ( $c_x$ ) zijn relatief klein.

### Vrijheidsgraden

Van deze dikwandige bus zijn de translaties  $y$  en  $z$  en de rotatie  $\varphi$  in het vlak door de dammen vastgelegd. Het deel B van figuur 41a is dus nog vrij om te verdraaien in de  $\psi$ - en  $\theta$ -richting en axiaal te verplaatsen in de  $x$ -richting, zoals dat ook bij de balg van een harmonica het geval is. Vooral de axiale elasticiteit is een veel gebruikte eigenschap voor het

concentrisch met de hartlijn voorspannen van constructiedelen.

### Dimensionering

Uitgaande van figuur 41b vindt men in figuur 41c de (dimensieloze) maximale buig- ( $M_b$ ) en wringmomenten ( $M_w$ ) en de (dimensieloze) stijfheid  $c_z$  als functie van het (dimensieloze) kental  $\mu = EI/(GI^*)$ . Hiermee kan de harmonicabus kan worden gedimensioneerd. Aanwijzingen voor het bepalen van  $I^*$  vindt men bijvoorbeeld in Dubbel Taschenbuch 1, p.410, 16<sup>e</sup> druk.

### Toepassingen

Hoekcontactlagers worden meestal in combinatie gebruikt om daarmee behalve de radiale positie van een as, ook de axiale voor te schrijven. Figuur 42a toont een constructie waarbij "spelingsvrij afstellen" mogelijk is door het aandraaien van de asmoer. Hoe groot de ingestelde voorspankracht is, is moeilijk na te gaan. De enige instructie die men geven kan is nog over een aantal graden verder te draaien, "nadat de moer aanligt". Dit afstellen is zo moeilijk omdat in de keten as, moer, lager, huis, lager, as alle axiale stijfheden relatief hoog zijn. Ook is de

voorspanning zeer gevoelig voor temperatuurverschillen tussen de as en het huis. Een verbetering is daarom figuur 42b door het aanbrengen van een (schotel-)veer in de keten. Het rechterlager is voorgespannen; de vrijheidsgraden  $x_2$ ,  $y_2$  en  $z_2$  zullen in het punt  $P_2$  voortreffelijk worden vastgelegd. In het punt  $P_1$  daarentegen, is het anders gesteld. Het lager moet ter plaatse of over de as, of in het huis kunnen schuiven om de schotelveer op de as of in het huis, zijn functie te kunnen laten vervullen. Het is derhalve onmogelijk de beide coördinaten  $y_1$  en  $z_1$  in  $P_1$  absoluut spelingsvrij vast te leggen.

De harmonicabus brengt hier de oplossing, zie figuur 42c. Noch in het huis, noch over de as hoeft het linker hoekcontact lager te schuiven. Het aandraaien van de asmoer tot het voorvlak van de binnenring gelijkligt met de borst op de as definieert de voorspankracht. Deze volgt in het ontwerp uit de axiale stijfheid van de harmonicabus en de gezamenlijke axiale maten, die de uitrekking van deze relatief zeer elastische bus bepalen. Het deel B van de harmonicabus wordt door de dammen op rotatie slap doch transversaal stijf doorverbonden, zie figuur 42d. Het is daarom belangrijk dit deel B momentvrij te houden hetgeen wordt bereikt door het middenvlak door de dammen door het drukkpunt  $P_1$  van het lager te brengen.

Een andere toepassing van de harmonicabus is het gebruik als voorspanelement van op elkaar gestapelde schijfjes, PXE-materiaal en koperfolie, om zo een piezo-elektrische actuator te vormen.

"Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren" is een selectie uit de verzameling constructieprincipes die op initiatief van Prof. ir. W. v.d. Hoek in 1962 is opgezet en die nog steeds wordt uitgebreid. Onder redactionele leiding van Prof.dr.ir. M.P. Koster (TU-Twente) is door Ir. P.C.J.N. Rosielle en E.A.G. Reker (TU-Eindhoven) speciaal voor de lezers van *Mikroniek* een selectie gemaakt die in 18 afleveringen wordt gepresenteerd. Bijdragen van lezers als kritiek, suggesties of eigen ervaring worden door de auteurs op prijs gesteld.