

MASTER

Een onderzoek naar nulpunten in de Shubnikov-de Haas amplitude van de semimagnetische halfgeleider $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$

Trines, L.L.M.

Award date:
1987

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit der Technische Natuurkunde
Vakgroep Vaste Stof
Groep Halfgeleider Fysica

April 1987

Een onderzoek naar nulpunten in de
Shubnikov-de Haas amplitude van de
semimagnetische halfgeleider
 $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$

L.L.M. Trines

Verslag van het afstudeerwerk verricht in de
groep halfgeleiderfysica

Afstudeerhoogleraar : Prof. Dr. J. Wolter
Afstudeerbegeleiders : Ir. H.M.A. Schleijsen
Dr. Ir. F.A.P. Blom

Gaarne wil ik iedereen danken die
heeft geholpen bij het tot stand
komen van dit afstudeerverslag

SAMENVATTING

In dit afstudeerwerk staat een onderzoek beschreven aan de semimagnetische halfgeleider $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$. Aan deze halfgeleider zijn metingen verricht aan het Shubnikov - de Haas (SdH) effect, dit is de oscillatorische component van de magnetoweerstand. In de omhullende van de amplitude van het SdH-effect blijken nulpunten voor te komen, dit in tegenstelling tot wat bij normale halfgeleiders wordt waargenomen. Het magneetveld B waar, bij een vaste temperatuur, de nulpunten optreden, blijkt sterk hoekafhankelijk te zijn. De hoekafhankelijkheid is, voor B draaiend in het (001)-vlak, te beschrijven met het gemodificeerde Pidgeon-Brown model. Voor B draaiend in het (110)-vlak blijkt dit echter niet te lukken. Hiervoor blijkt het nodig te zijn dit model uit te breiden met de inversie asymmetrie, waarna de hoekafhankelijkheid van het nulpunt in het (110)-vlak wel te beschrijven valt.

Gepoogd is verder om uit de SdH-metingen zerofield splitsing aan te tonen. Hoewel de gevonden waarden in de buurt liggen van de verwachte waarden (0.5 à 1 meV), is de aanwezigheid van zerofield splitsing niet met zekerheid aangetoond.

Een tweede onderdeel van dit afstudeerwerk bestond erin programmatuur te ontwikkelen voor het doen van SdH-metingen en het analyseren van deze metingen met behulp van een computer. Het is gebleken dat het analyseren van een zelf gegenereerd SdH-signaal goed gaat, maar dat er bij de interpretatie van de geanalyseerde data van gemeten SdH-signalen moeilijkheden optreden.

<u>Inhoudsopgave</u>	<u>pagina</u>
1. Inleiding	1
2. Theorie	2
2.1.	2
2.1.1. Het Shubnikov - de Haas effect	2
2.1.2. De SdH-oscillatie periode	6
2.1.3. Nulpunten in het SdH-signaal	7
2.2. Bandenstructuur van $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$	8
2.2.1. Algemeen	8
2.2.2. Pidgeon-Brown model	11
2.2.3. Exchange interactie	14
2.2.4. Inversie asymmetrie	18
2.2.5. Zerofield splitsing	22
2.2.5.1. Inpassing zerofield splitsing in het GPB-model	22
2.2.5.2. Stepniewski model	23
3. Preparatuur en meetopstelling	27
3.1. Preparatuur	27
3.1.1. Uitrichten van de kristallen	28
3.1.2. Annealen van de preparaten	29
3.2. Meetopstelling	33
3.2.1. Shubnikov- de Haas metingen	33
3.2.1.1. Magneetveld modulatie	34
3.2.2. Magnetisatie metingen	36
4. Resultaten en conclusies	38
4.1. Resultaten magnetisatiemetingen	38
4.2. Resultaten SdH-metingen	42
4.2.1. Discussie van de resultaten	54
4.3. Resultaten zerofield splitsing	57
4.4. Speciale verschijnselen	61

1. INLEIDING

In de groep Halfgeleiderfysica (Vakgroep Vaste Stof) van de faculteit der Technische Natuurkunde aan de Technische Universiteit Eindhoven wordt onder andere onderzoek gedaan aan Semimagnetische Halfgeleiders (SMSC). Dit zijn halfgeleiders waarin magnetische ionen aanwezig zijn. De laatste 2 jaar richtte het onderzoek zich voornamelijk op $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ en in iets mindere mate op $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$, terwijl ook de eigenschappen van de zero-gap halfgeleider HgSe werd onderzocht. In dit afstudeerverslag staat het onderzoek beschreven aan $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$, terwijl voor de resultaten van het onderzoek aan $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ en HgSe verwezen wordt naar de stageverslagen van resp. Erik Koppen en Frank Arnouts.

In dit onderzoek werd gebruik gemaakt van het Shubnikov-de Haas (SdH) effect, dit is de oscillatorische component van de magnetoweerstand. In dit SdH-signaal blijken nu ten gevolge van de wisselwerking tussen de vrije elektronen en de magnetische momenten van de Mn ionen nulpunten op te treden in de amplitude van dit signaal. De plaats waar de nulpunten optreden is een functie van zowel de hoek die het magneetveld met de kristalassen van het preparaat maakt als van de temperatuur. In dit afstudeerwerk zijn deze verbanden onderzocht en is geprobeerd dit met een model te beschrijven. Ook is er aan de hand van de optredende knopen in het SdH-signaal geprobeerd zerofield splitsing aan te tonen d.w.z. de opsplitsing van de geleidingsband zonder de aanwezigheid van een extern magneetveld. Voor de metingen is soms gebruik gemaakt van een computer, waarvoor tevens de programma's geschreven zijn.

In hoofdstuk 2 worden de theoretische achtergronden van SMSC beschreven, terwijl in het 3^e hoofdstuk de preparatuur en de meet opstelling beschreven wordt. In het 4^e hoofdstuk worden de resultaten van de metingen beschreven en conclusies getrokken. Het 5^e hoofdstuk tenslotte handelt over de gebruikte programmatuur.

2. THEORIE

In de onderstaande paragrafen wordt de theoretische achtergrond besproken die nodig is om de experimenten te kunnen begrijpen en verklaren. Paragraaf 2.1.1 handelt over het Shubnikov-de Haas effect, par. 2.1.2 over de bijbehorende SdH-oscillatieperiode en par. 2.1.3 over de nulpunten die kunnen optreden in het SdH-signaal. Paragraaf 2.2.1 geeft een globale indruk van de vorm van de geleidings- en valentiebanden en een overzicht van de in de literatuur bekende gegevens over $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$. In paragraaf 2.2.2 wordt de bandenstructuur van een kleine bandafstand halfgeleider in een magneetveld B beschreven m.b.v. het Pidgeon-Brown model. Paragraaf 2.2.3 beschrijft de uitbreiding van dit model met de exchange interactie, terwijl in par. 2.2.4 de inversie asymmetrie ook meegenomen wordt in de beschrijving van de bandenstructuur. In par. 2.2.5 tenslotte wordt de zerofield splitsing aan de hand van twee modellen besproken.

2.1.

2.1.1. Het Shubnikov-de Haas effect

Het Shubnikov-de Haas effect treedt op in gedegeneerde halfgeleiders en is de oscillatorische component van de magnetoweerstand. De oscillaties zijn periodiek in $1/B$. Het effect werd voor het eerst waargenomen door Shubnikov en de Haas in Leiden in 1930 <1>. De theorie is in de literatuur uitgebreid behandeld (zie o.a. <2>en <3>). We geven daarom hier alleen een korte beschrijving.

Als een gedegeneerde halfgeleider in een magneetveld gebracht wordt, splitst de geleidingsband op in oneindig veel equidistante Landaubanden. Bij een halfgeleider met een isotrope parabolische geleidingsband, vinden we, met het magneetveld B in de z -richting, voor de energie van de n° geleidingsband:

$$(1) \quad E_n(k_z) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} + (n+1/2)\hbar\omega_c$$

met: \hbar =constante van Dirac

$\omega_c = eB/m^*$, cyclotron frequentie

m^* =effectieve massa

Door het magneetveld langzaam toe te laten nemen, zullen de Landau-niveau's (onderkant van de Landaubanden) successievelijk door het Fermi-niveau E_F schuiven. Een maximum in de verstrooiing, en dus ook in de weerstand, treedt op als een Landau-niveau door het Fermi-niveau schuift. Onder de voorwaarden :

- 1) $E_F \gg \hbar\omega_c$, er moeten veel Landaubanden onder het Fermi-niveau liggen.
- 2) $\hbar\omega_c \gg k_B T$, de verbreding van de Landau-niveaus moet veel kleiner zijn dan hun onderlinge afstand.
- 3) $\omega_c \tau > 1$, de elektronen moeten minstens één cyclotronbaan kunnen uitvoeren voordat ze verstrooid worden.

kan voor de SdH-oscillaties de volgende formule afgeleid worden <2>:

$$(2) \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B,T) * \cos \left[\frac{2\pi}{PB} r - \frac{\pi}{4} - 2\pi r \gamma \right]$$

$$\text{met } A_r(B,T) = \frac{ck_B T m^*}{\hbar e m_0} * \left[\frac{P}{B} \right]^{1/2} * \left[\frac{r^{1/2} e^{-r\eta m^* T_0 / m_0 B}}{\sinh(r\eta m^* T / m_0 B)} \right]$$

$$\eta = \frac{2\pi^2 m_0 k_B}{\hbar e}, \quad c = 5\pi^2 \sqrt{2}/2, \quad T_0 = \hbar / \pi k_B \tau$$

ρ_0 ; klassieke magnetoweerstand

P ; SdH-oscillatieperiode

γ ; fasefactor

m_0 ; vrije electronmassa

T_0 ; Dingle temperatuur

k_B ; constante van Boltzmann

τ ; elektron verstrooiingstijd

Bij deze afleiding is al rekening gehouden met de anisotropie, niet parabolische banden, en verbreding van de Landau niveau's, maar nog niet met het feit dat iedere Landauband ook nog eens opgesplitst is ten gevolge van de spin van het elektron. De energie van een parabolische Landauband ziet er dan als volgt uit:

$$(3) \quad E_n(k_z) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} + (n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c \pm \frac{1}{2}g^*\mu_B B$$

$$= \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} + (n+\frac{1}{2}\pm\nu)\hbar\omega_c$$

met $\nu = \frac{1}{2}g^*m^*/m_0$

g^* = effectieve g-factor

μ_B = Bohrmagneton

Hierin is ν gelijk aan de verhouding tussen de spinsplitsing en de Landausplitsing. Voor de SdH-oscillaties kan nu afgeleid worden:

$$(4) \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B,T) \cos\left[\frac{2\pi}{PB} r - \frac{\pi}{4} - 2\pi r\gamma\right] \cos(r\pi\nu)$$

$$= D \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\sqrt{B} I_r K_r}{\sqrt{r}} \cos\left[\frac{2\pi}{PB} r - \frac{\pi}{4} - 2\pi r\gamma\right] \cos(r\pi\nu)$$

$$\text{met } K_r = e^{-\left[\frac{r\eta m^* T_0}{m_0 B}\right]}$$

$$I_r = \frac{X_r}{\sinh(X_r)} \quad \text{met } X_r = \frac{r\eta m^* T_0}{m_0 B}$$

$$D = \frac{ck_B \sqrt{P}}{\eta}$$

Bovenstaande formule (4) is afgeleid in de veronderstelling dat de elektronen met spin up een even grote bijdrage leveren aan de verstrooiing als de elektronen met spin down. Omdat de exchange interactie tussen lokale magnetische momenten (v.d. Mn^{2+} ionen) en de geleidingselektronen mogelijk spinafhankelijk is, kan de bijdrage van elektronen met spin up dan groter zijn dan de bijdrage van elektronen met spin down. Wittlin e.a. hebben reeds

aanwijzingen gevonden voor deze spinafhankelijke verstrooiing <4>). Voor de SdH-oscillaties heeft dit alles tot gevolg <5>:

$$(5) \quad \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = D \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{\sigma} \frac{\sqrt{B} * I_r * K_r * E^{\sigma r}}{\sqrt{r}} * \cos \left[\frac{2\pi}{PB} r - \frac{\pi}{4} - 2\pi r \gamma \right] * \cos(r\pi\nu)$$

$$\text{met } K_r = e^{-\left(\frac{r\eta\bar{T}_0 m^*}{m_0 B}\right)} \quad \text{en} \quad E^r = e^{-\left(\frac{r\eta\delta T_0 m^*}{m_0 B}\right)}$$

$$\bar{T}_0 = \frac{T_0^{\uparrow} + T_0^{\downarrow}}{2} \quad \text{en} \quad \delta T_0 = \frac{T_0^{\uparrow} - T_0^{\downarrow}}{2}$$

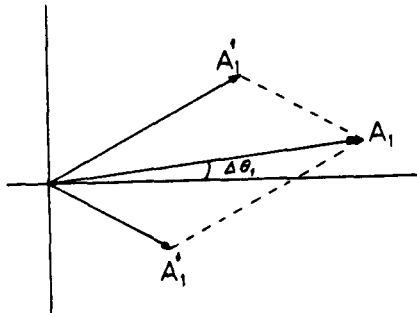
$\sigma=+1$ voor elektronen met spin up en $\sigma=-1$ voor elektronen met spin down.

Het is nuttig de afzonderlijke amplitudes, die de elektronen met resp. spin up en spin down bijdragen aan de totale SdH-amplitude, in een vektordiagram te zetten. De resultante A_r en de hoek tussen beide vectoren $\Delta\vartheta_r$ zien er dan als volgt uit:

$$(6) \quad A_r = \frac{\sqrt{B} * K_r * I_r}{\sqrt{r}} * [E^{2r} + E^{-2r} + 2\cos(2\pi r \nu)]^{\frac{1}{2}}$$

$$(7) \quad \Delta\vartheta_r = \tan^{-1} \left[\tan(\pi r \nu) * \left(\frac{1 - E^{2r}}{1 + E^{2r}} \right) \right]$$

Ter illustratie is voor $r=1$, A_1 en $\Delta\vartheta_1$ in een plaatje gezet (figuur 1). Een belangrijk resultaat van spinafhankelijke verstrooiing is dat, indien δT_0 ongelijk aan 0 is, de SdH-amplitude niet meer gelijk aan 0 wordt als ν halftallig is.



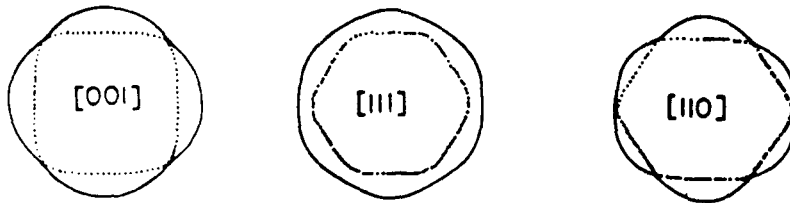
Figuur 1: De totale amplitude A_1 en $\Delta\vartheta_1$ v.h SdH-effect, opgebouwd uit de beide spincomponenten A_1^{\uparrow} en A_1^{\downarrow}

2.1.2. De SdH-oscillatie periode

Het bepalen van de SdH-periode P is om twee redenen belangrijk:

- 1) Om te bepalen waar de kristalassen van het preparaat zich bevinden is het noodzakelijk de periode P als functie van de hoek ϑ (de hoek die B met een kristal as maakt) te kennen. In de SdH-periode treedt nl. een anisotropie op, waaruit de ligging van de kristalassen bepaald kan worden. Deze anisotropie is een gevolg van het feit dat het Fermi-oppervlak geen bol is in de k -ruimte, maar een bol met uitstulpingen (figuur 2). De uitstulpingen op de bol wordt warping genoemd. De periode P is namelijk afhankelijk van de extremale doorsnede van dit Fermi-oppervlak loodrecht op de richting van het B -veld volgens:

$$(8) \quad P = \left[\frac{2\pi e}{\hbar S_m} \right]_{E=E_F} \quad S_m = \text{extremale doorsnede v.h. Fermi-opp. } \perp B$$



Figuur 2: Extremale doorsnedes van de Fermibol bij $Hg_{1-x}Mn_xSe$ voor $B//[001]$, $B//[111]$ en $B//[110]$ -as

- 2) Uit de SdH-periode P kan de elektronenconcentratie bepaald worden. Voor een isotroop Fermi-oppervlak is af te leiden dat er tussen de elektronenconcentratie n en de SdH-periode P de volgende relatie bestaat <6>:

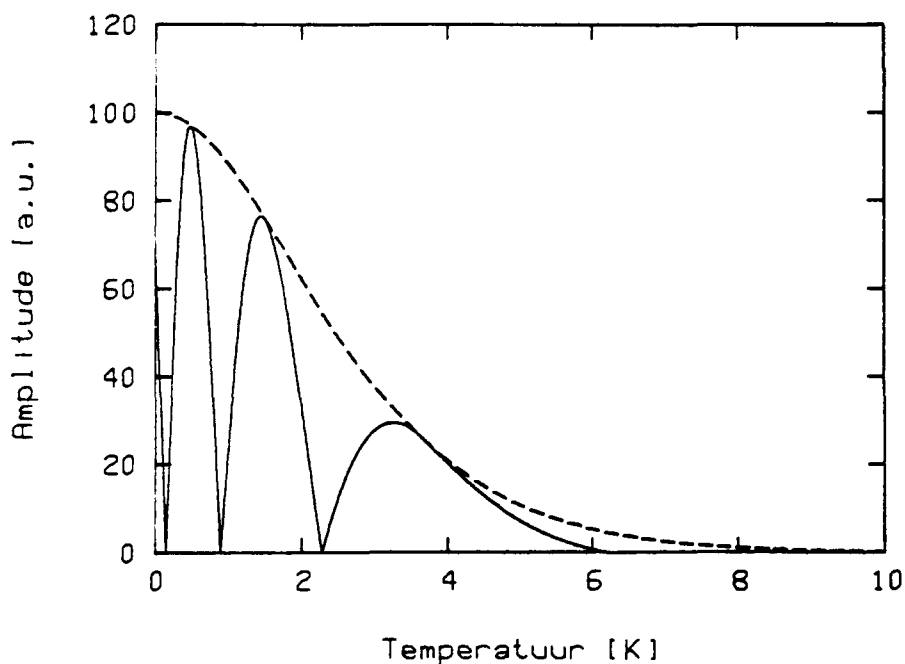
$$(9) \quad n = 5.653 \times 10^{15} * P^{-3/2} \quad \text{cm}^{-3}$$

Aangezien de anisotropie in de SdH-periode in $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ maar 1 à 2% bedraagt, mag deze formule, in eerste benadering, ook voor $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ gebruikt worden en hoeft nog niet gecorrigeerd te worden voor de warping.

2.1.3. Nulpunten in het SdH-signaal

In de formule 2.1.1(4) voor de SdH-oscillaties komt een term $\cos(\pi\nu)$ voor. Bij een normale halfgeleider is ν constant, maar bij een semimagnetische halfgeleider blijkt ν afhankelijk te zijn van de temperatuur T en het magneteveld B (zie later par. 2.2.3.). Hierdoor kan het gebeuren dat bij een bepaalde combinatie van B en T ν halftallig wordt. Dit betekent dat $\cos(\pi\nu)$ gelijk aan 0 wordt. Als dit het geval is spreken we van een knoop of (spinsplitsings) nulpunt.

In figuur 3 staat bij een constant B -veld, de amplitude van het SdH-signaal als functie van de temperatuur uitgezet voor een gewone- en een semimagnetische halfgeleider. Bij de semimagnetische halfgeleider is de amplitude bij bepaalde temperaturen gelijk aan 0. Dit zijn de spinsplitsings nulpunten of knopen, waarbij ν halftallig is.



Figuur 3: SdH-omhullende van een normale (gestippeld) en een semimagnetische (getrokken) halfgeleider als functie van de temperatuur bij een constant B -veld.

2.2. Bandenstructuur van $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$

2.2.1. Algemeen

$\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ behoort tot de klasse der semimagnetische halfgeleiders in de II-IV groep. De bandenstructuur van $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ blijkt sterk af te hangen van de Mangaan concentratie. Takeyama en Galazka <7> hebben namelijk gevonden dat er een verband bestaat tussen de bandafstand $E_0 (=E_{\Gamma_6} - E_{\Gamma_8})$ en de Mangaan concentratie x volgens:

$$E_0 = -.270 + 4.4x \quad (\text{eV}) \quad \text{bij } 10 \text{ K met } x < 0.2$$

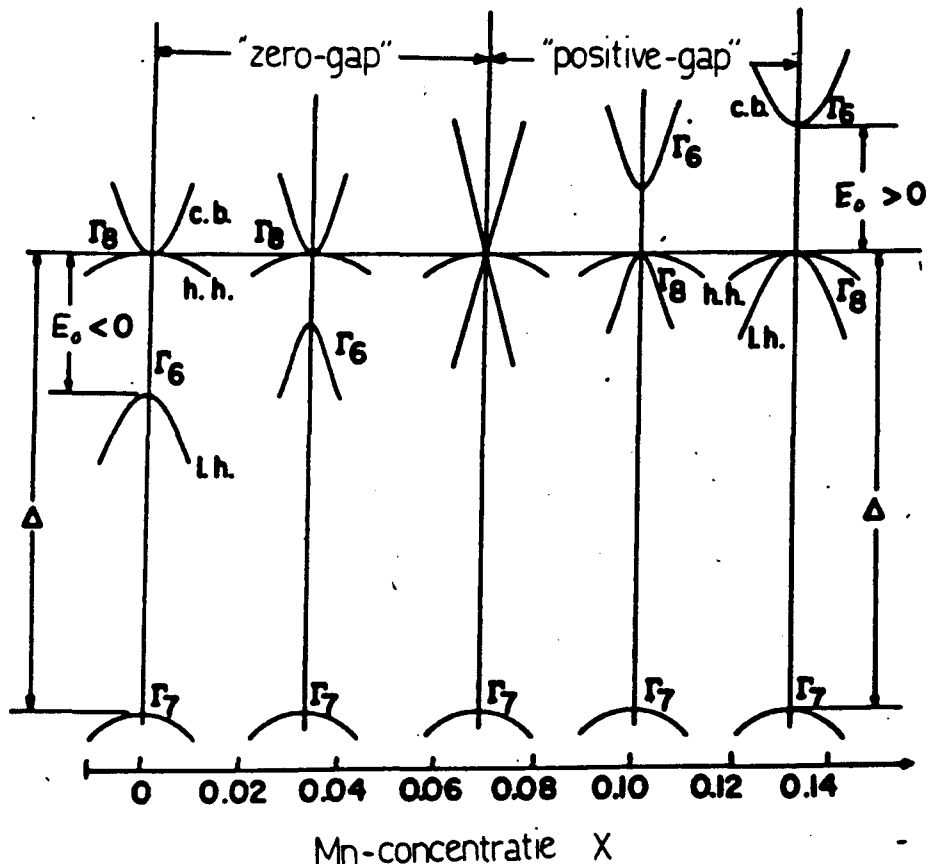
Deze E_0 is temperatuurafhankelijk. Voor $x=0$ (d.w.z HgSe) geldt:

$$\frac{dE_0}{dT} = 8 \times 10^{-4} \quad (\text{eV/K})$$

Takeyama en Galazka bleken met deze waarde ook voor $x \neq 0$ goed te kunnen werken <7>.

Wordt de bandenstructuur van $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ getekend bij een aantal verschillende waarden van x , dan vallen een aantal zaken op (figuur 4):

- 1) Voor $x < 0.06$ is er een negatieve bandgap en voor $x > 0.06$ een positieve.
- 2) Voor $x < 0.06$ vertoont de geleidingsband Γ_8 symmetrie en de valentieband Γ_6 symmetrie, terwijl dit voor $x > 0.06$ omgekeerd is.
- 3) Naarmate $|E_0|$ kleiner wordt, worden de geleidings- en lichte gatenvallentieband minder parabolisch (spitser).



Figuur 4: Bandenstructuur van $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ als functie van de Mn concentratie x .

Bij de bespreking van de bandenstructuur wordt de interactie tussen de Γ_6 , Γ_7 en Γ_8 banden expliciet meegenomen, terwijl de interactie met alle "hogere" gelegen banden wordt benaderd. De interactie tussen de Γ_6 , Γ_7 en Γ_8 banden wordt beschreven door de parameters E_0 (bandgap), P' (matrixelement van Kane) en Δ (spin-baan splitsing). De interactie met "hogere" banden wordt beschreven door de zogenaamde hogere band parameters γ_1 , γ_2 , γ_3 , κ en F . Aangezien deze parameters (behalve E_0) voor $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ nog niet bekend zijn, worden hiervoor, in de computerprogramma's, de waarden genomen zoals die gelden voor HgSe (8), in de veronderstelling dat, voor kleine waarden van x , deze waarden niet al te veel zullen afwijken van de waarden voor $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$.

De parameters zijn:

$$\Delta = 0.39 \text{ eV}, \quad P' = 7.2 \times 10^{-10} \text{ eVm}$$

$$\gamma_1 = 5.77, \quad \gamma_2 = -1.17, \quad \gamma_3 = -0.57$$

$$\kappa = 0.98, \quad F = 0$$

De wisselwerking tussen de 3d-elektronen van de Mn^{2+} ionen en de elektronen in de geleidings- en valentieband wordt beschreven door de exchange interactie. Hierbij worden twee parameters gebruikt, nl. α en β . Van deze parameters zijn in de literatuur weliswaar al enkele waardes verschenen, maar in deze waardes zit een grote spreiding <7,9,10>. α varieert van -0.3 tot -1 eV en β van 0.7 tot 1.6 eV. In een voorgaande stage is geprobeerd om deze α en β nauwkeuriger te bepalen, maar dit is helaas niet gelukt <11>.

2.2.2. Het Pidgeon-Brown model

De beschrijving van de bandenstructuur van kleine bandafstand halfgeleiders als InSb en HgSe is zeer goed mogelijk m.b.v. het Pidgeon-Brown (PB) model <12>. De essentie van dit model is de beschrijving van het probleem van een elektron in een magneetveld m.b.v. de effectieve massa benadering, waarbij de interactie tussen de geleidingsband en de 3 valentiebanden exact wordt meegenomen en de interactie met "hogere" banden wordt benaderd.

Er wordt uitgegaan van de volgende basis golffuncties (geldig in de onderkant van de banden en zonder de aanwezigheid van een magneetveld):

$$\begin{aligned} \Gamma_6 & \begin{cases} u_{10} = |S\uparrow\rangle \\ u_{20} = |iS\downarrow\rangle \end{cases} \\ \Gamma_7 & \begin{cases} u_{30} = \frac{1}{\sqrt{2}} (X + iY)\uparrow \\ u_{40} = \frac{i}{\sqrt{2}} (X - iY)\downarrow \\ u_{50} = \frac{1}{\sqrt{6}} [(X - iY)\uparrow + 2Z\downarrow] \\ u_{60} = \frac{i}{\sqrt{6}} [(X + iY)\downarrow - 2Z\uparrow] \end{cases} \\ \Gamma_8 & \begin{cases} u_{70} = \frac{i}{\sqrt{3}} [-(X - iY)\uparrow + Z\downarrow] \\ u_{80} = \frac{1}{\sqrt{3}} [(X + iY)\downarrow + Z\uparrow] \end{cases} \end{aligned}$$

met S en X,Y,Z, de Kohn-Luttinger amplitudes van respectievelijk s en p-type golffuncties en waarin \uparrow en \downarrow respectievelijk spin up en spin down betekent.

Een magneetveld B wordt nu aangelegd in de z-richting. Onder bovenstaande basis gaat de Hamiltoniaan over in een 8x8 matrix eigenwaarde probleem. Indien alleen de Landau-niveau's (de onderkant van de geleidingsbanden ($k_z=0$)) van belang zijn, dan splitst de 8x8 Hamiltoniaan matrix D op in twee onafhankelijke 4x4 matrices, één met basis $u_{10}, u_{30}, u_{50}, u_{70}$ (D_a) en één met basis $u_{20}, u_{40}, u_{60}, u_{80}$ (D_b). D_a beschrijft dan de energieën van de

elektronen met spin up en D_b de energieën van de elektronen met spin down. De matrix D ziet er dan als volgt uit :

$$D = \begin{bmatrix} D_a & 0 \\ 0 & D_b \end{bmatrix} \quad \text{met } D_a \text{ en } D_b \text{ volgens tabel 1}$$

De energie niveau's worden gevonden door het oplossen van de vergelijkingen:

$$\det(D_a - IE) = 0$$

$$\det(D_b - IE) = 0$$

Omdat D_a en D_b beide 4×4 matrices zijn, levert iedere vergelijking 4 eigenwaardes. Aangezien alleen de energieën van de elektronen in de geleidingsband van belang zijn nemen we alleen die eigenwaarde die positief is (de andere 3 eigenwaardes zijn negatief). Het verschil tussen het n° niveau van de a-set en het n° niveau van de b-set is de spinsplitsing van dat niveau.

$$D_a = \begin{bmatrix} E_0 + S(n+1) + 2SF(n+\frac{1}{2}) & i(Sn)^{\frac{1}{2}}P & i[\frac{1}{3}S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P & [\frac{2}{3}S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P \\ -i(Sn)^{\frac{1}{2}}P & -S[(\gamma_1 + \gamma')(n-\frac{1}{2}) + \frac{3}{2}\kappa] & -S[3n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma'' & iS[6n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma' \\ -i[\frac{1}{3}S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P & -S[3n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma'' & -S[(\gamma_1 - \gamma')(n+\frac{3}{2}) - \frac{1}{2}\kappa] & i\sqrt{2}S[\gamma'(n+\frac{3}{2}) - \frac{1}{2}\kappa - \frac{1}{6}] \\ [\frac{2}{3}S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P & -iS[6n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma' & -i\sqrt{2}S[\gamma'(n+\frac{3}{2}) - \frac{1}{2}\kappa - \frac{1}{6}] & -S[\gamma_1(n+\frac{3}{2}) - \kappa] - \Delta \end{bmatrix}$$

Tabel 1

(basis functies $u_{10}, u_{30}, u_{50}, u_{70}$)

$$D_b = \begin{bmatrix} E_0 + Sn + 2SF(n+\frac{1}{2}) & i(\frac{1}{3}Sn)^{\frac{1}{2}}P & i[S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P & (\frac{2}{3}Sn)^{\frac{1}{2}}P \\ -i(\frac{1}{3}Sn)^{\frac{1}{2}}P & -S[(\gamma_1 - \gamma')(n-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\kappa] & -S[3n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma'' & i\sqrt{2}S[\gamma'(n-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\kappa + \frac{1}{6}] \\ -i[S(n+1)]^{\frac{1}{2}}P & -S[3n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma'' & -S[(\gamma_1 + \gamma')(n+\frac{3}{2}) - \frac{3}{2}\kappa] & iS[6n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma' \\ (\frac{2}{3}Sn)^{\frac{1}{2}}P & -i\sqrt{2}S[\gamma'(n-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\kappa + \frac{1}{6}] & -iS[6n(n+1)]^{\frac{1}{2}}\gamma' & -S[\gamma_1(n-\frac{1}{2}) + \kappa] - \Delta \end{bmatrix}$$

13

(basis functies $u_{20}, u_{40}, u_{60}, u_{80}$)

Hierin is $\gamma' = \gamma_3 + (\gamma_2 - \gamma_3) * [\frac{1}{2} * (3\cos^2\vartheta - 1)]^2$
 $\gamma'' = \frac{2}{3}\gamma_3 + \frac{1}{3}\gamma_2 + \frac{1}{6} * (\gamma_2 - \gamma_3) * [\frac{1}{2} * (3\cos^2\vartheta - 1)]^2$
 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \kappa, F$ zijn hogere bandparameters

Δ = spin-baan splitsing
 ϑ = hoek tussen B-veld en z-as
 n = het nummer van het desbetreffende Landauniveau
 B = magneetveld

E_0 = bandafstand, $P = \sqrt{(m_0/e)} * \frac{P'}{\hbar}$, $S = \hbar\omega_0 = \hbar eB/m_0$

2.2.3. Exchange interactie <14>

Bastard e.a. <13> vonden dat de spinsplitsing in de semimagnetische halfgeleider $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ veel groter was dan de spinsplitsing in de normale halfgeleider $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$, terwijl de Landausplitsing in beide halfgeleiders evengroot was. Dit verschil in resultaten kon met het PB-model niet verklaard worden, onafhankelijk van de parameterset die gekozen werd. Het is duidelijk dat de aanwezige Mn^{2+} ionen invloed hebben op de spins van de vrije elektronen, terwijl andere eigenschappen zoals effectieve massa e.d. nauwelijks beïnvloed worden. Nu willen we het PB-model zodanig aanpassen dat deze wisselwerking meegenomen wordt in de beschrijving. Dit wordt gedaan door uitbreiding van de Hamiltoniaan met een term die de exchange interactie beschrijft tussen de 3d elektronen van de Mn^{2+} ionen en de vrije ladingsdragers in de geleidings- en valentie band. Dit model wordt dan het gemodificeerde Pidgeon-Brown model (CPB) genoemd. We kunnen de exchange term als volgt schrijven:

$$(13) \quad \mathcal{H}_{ex} = \sum_{\vec{R}_n} J(\vec{r}-\vec{R}_n) * \vec{\sigma} \cdot \vec{S}_n$$

met $J(\vec{r}-\vec{R}_n)$ =exchange integraal

$\vec{\sigma}$ =elektron spin operator

\vec{S}_n =spinoperator v.h. Mn^{2+} ion ter plaatse \vec{R}_n

\vec{R}_n =plaats waar zich het n° Mn^{2+} ion bevindt

Deze exchange interactie zorgt ervoor dat er in de Hamiltoniaan matrix D extra matrixelementen verschijnen. Bij gebruik van dezelfde basis als bij het PB-model zien deze eruit als in D' (zie tabel 2)

Als we nu aannemen dat een bandelektron alleen de gemiddelde Mn-spin "ziet", dan vereenvoudigt D' aanzienlijk. We nemen daarom aan dat geldt: $\langle S^+ \rangle = \langle S^- \rangle = 0$, en er blijven alleen de termen over waarin $\langle S_z \rangle$ staat (aangezien achteraf blijkt dat deze theorie een aantal waarnemingen goed beschrijft, is deze vereenvoudiging

$$D' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x\alpha S_z & \frac{i}{2}x\alpha S^- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{i}{2}x\alpha S^+ & \frac{1}{2}x\alpha S_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}x\beta S_z & 0 & 0 & \frac{i}{6}\sqrt{3}x\beta S^- & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}x\beta S_z & -\frac{i}{6}\sqrt{3}x\beta S^+ & 0 & -\frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{i}{6}\sqrt{3}x\beta S^- & -\frac{1}{6}x\beta S_z & -\frac{1}{3}x\beta S^+ & -\frac{i}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & \frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^+ & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{i}{6}\sqrt{3}x\beta S^- & 0 & \frac{1}{3}x\beta S^- & \frac{1}{6}x\beta S_z & \frac{i}{6}\sqrt{2}x\beta S^- & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^- & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & -\frac{i}{6}\sqrt{2}x\beta S^- & \frac{1}{6}x\beta S_z & -\frac{1}{6}x\beta S^+ & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^+ & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^- & -\frac{i}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & \frac{1}{6}x\beta S^- & -\frac{1}{6}x\beta S_z & 0 \end{bmatrix}$$

met $\alpha = \langle S|J|S \rangle$, de wisselwerking tussen twee elektronen met s-symmetrische golf functies.

$\beta = \langle X|J|X \rangle = \langle Y|J|Y \rangle = \langle Z|J|Z \rangle$, de wisselwerking tussen twee elektronen met respectievelijk p_x, p_y, p_z -symmetrische golf functies.

x = fractie Mangaan.

$S^\pm (= S_x \pm iS_y)$ en S_z de componenten van de totale Mn-spin operator.

geoorloofd). De termen die er dan van D' overblijven kunnen we weer schrijven als twee onafhankelijke 4×4 matrices D'_a en D'_b :

$$D'_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x\alpha\langle S_z \rangle & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}x\beta\langle S_z \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{6}x\beta\langle S_z \rangle & -\frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta\langle S_z \rangle \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta\langle S_z \rangle & \frac{1}{6}x\beta\langle S_z \rangle \end{bmatrix}$$

(basis functies $u_{10}, u_{30}, u_{50}, u_{70}$)

$$D'_b = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}x\alpha\langle S_z \rangle & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6}x\beta\langle S_z \rangle & 0 & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta\langle S_z \rangle \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}x\beta\langle S_z \rangle & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta\langle S_z \rangle & 0 & -\frac{1}{6}x\beta\langle S_z \rangle \end{bmatrix}$$

(basis functies $u_{20}, u_{40}, u_{60}, u_{80}$)

De energie niveau's zijn weer te vinden door het oplossen van de vergelijkingen (en hiervan de positieve eigenwaardes te nemen) :

$$\det(D'_a + D'_a - IE) = 0$$

$$\det(D'_b + D'_b - IE) = 0$$

Hierbij is het verschil tussen het n^e niveau van de a-set en het n^e niveau van de b-set weer gelijk aan de spinsplitsing van dat niveau. Omdat $\langle S_z \rangle$ naar 0 gaat als B naar 0 gaat, zal de exchange interactie splitsing ook naar 0 gaan als B naar 0 gaat.

De gemiddelde waarde van de Mn spin $\langle S_z \rangle$ is gekoppeld aan de magnetisatie volgens:

$$(14) \quad M = xg\mu_B \langle S_z \rangle$$

Het is dus mogelijk $\langle S_z \rangle$ te bepalen uit magnetisatie metingen. Hieruit blijkt dat $\langle S_z \rangle$ te schrijven is als:

$$(15) \quad \langle S_z \rangle = -S_0 B_{5/2}(B, T + T_0)$$

met $B_{5/2}(B, T+T_0)$ een gemodificeerde Brillouinfunctie van de vorm:

$$B_{5/2}(B, T+T_0) = 1.2 \cdot \coth \left[\frac{1.2 \cdot 3.359}{T+T_0} * B \right] - 0.2 \cdot \coth \left[\frac{0.2 \cdot 3.359}{T+T_0} * B \right]$$

De waardes S_0 en T_0 zijn te bepalen en blijken afhankelijk te zijn van temperatuur en Mn fractie x . In het temperatuurgebied dat voor ons van belang is (1 tot 4.2 K) wordt de temperatuur afhankelijkheid van S_0 en T_0 als volgt geschreven:

$$(16) \quad S_0 = S_{00} + S_{01} * T$$

$$(17) \quad T_0 = T_{00} + T_{01} * T$$

De constanten $S_{00}, S_{01}, T_{00}, T_{01}$ zijn uit de magnetisatie metingen te bepalen.

Ten gevolge van de exchange interactie blijkt de verhouding spinsplitsing/Landausplitsing niet meer constant te zijn maar sterk afhankelijk te worden van temperatuur en magneetveld:

$$(18) \quad v = v_0 + (f_1 \alpha + f_2 \beta) * \langle S_z \rangle / B$$

met v_0 = verhouding spinsplitsing/Landausplitsing zonder exchange interactie

f_1, f_2 = functies afhankelijk van preparaatconstanten

Het is dus mogelijk dat v bij een bepaalde B en T halftallig wordt en dat $\cos(\pi v)$ in formule 2.1.1(4) gelijk aan nul wordt. Indien dit het geval is spreken we van een spinsplitsingsnulpunt of knoop.

2.2.4. Inversie-asymmetrie

Inversie asymmetrie splitsing treedt op als gevolg van de antisymmetrische potentiaal van de zinc-blende structuur. Deze potentiaal splitst de tweevoudig ontaarde geleidingsband. Deze splitsing is echter zeer klein en moeilijk te observeren. Voor de beschrijving van de bandenstructuur maken we gebruik van het model van Weiler e.a. <15> en breiden dit uit met de exchange wisselwerking. We krijgen dan een model dat zowel de inversie asymmetrie als de exchange interactie meeneemt <16>. Het model zullen we afkorten als CPBI-model

We gaan uit van dezelfde basis-vektoren als bij het PB-model, maar veranderen bij enkele vektoren mintekens en/of i 's, en stellen weer de Hamiltoniaan matrix op. De veranderingen in de basisvektoren hebben tot gevolg dat alle matrixelementen in de Hamiltoniaan matrix reëel worden, dit in tegenstelling tot het PB-model, waar ook imaginaire matrixelementen voorkwamen. De Hamiltoniaan matrix blijkt nu een $\infty \times \infty$ matrix te zijn, doordat de inversie asymmetrie matrixelementen opeenvolgende Landau-niveau's koppelen door ladderoperatoren. Door deze koppeling is het niet mogelijk, zoals bij het PB-model, de Hamiltoniaan matrix te ontbinden in onafhankelijke submatrices. Om nu toch de energie eigenwaardes van de matrix uit te kunnen rekenen, moeten we de $\infty \times \infty$ matrix afbreken beneden en boven bepaalde Landau-niveau's. Als we dit doen betekent dit dat we de koppeling van de Landau-niveau's die nog net in de afgebroken matrix zitten en de niveau's die er net niet meer in zitten verwaarlozen. De energieën van de Landau-niveau's aan de rand van de matrix zullen hierdoor sterk beïnvloed worden. De energie eigenwaardes in het midden van de matrix zullen echter nauwelijks beïnvloed worden.

In het model, van Weiler e.a. komen termen voor die de warping ten gevolge van "hogere" banden beschrijven en termen die de inversie asymmetrie beschrijven. De warping wordt beschreven door termen met γ_1 , γ_2 , γ_3 , κ , F , q en N_1 , terwijl de inversie

$$D' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x\alpha S_z & \frac{1}{2}x\alpha S^- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}x\alpha S^+ & \frac{1}{2}x\alpha S_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}x\beta S_z & 0 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{3}x\beta S^- & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}x\beta S_z & \frac{1}{6}\sqrt{3}x\beta S^+ & 0 & -\frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{3}x\beta S^- & -\frac{1}{6}x\beta S_z & \frac{1}{3}x\beta S^+ & -\frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & -\frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^+ & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{3}x\beta S^+ & 0 & \frac{1}{3}x\beta S^- & \frac{1}{6}x\beta S_z & \frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^- & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^- & \frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & \frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^+ & \frac{1}{6}x\beta S_z & -\frac{1}{6}x\beta S^+ & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{6}x\beta S^+ & 0 & -\frac{1}{6}\sqrt{2}x\beta S^- & -\frac{1}{3}\sqrt{2}x\beta S_z & -\frac{1}{6}x\beta S^- & -\frac{1}{6}x\beta S_z & 0 \end{bmatrix}$$

asymmetrie beschreven wordt door termen met C, G, N₂ en N₃.

We introduceren nu weer de exchange interactie op dezelfde wijze als in het CPB-model:

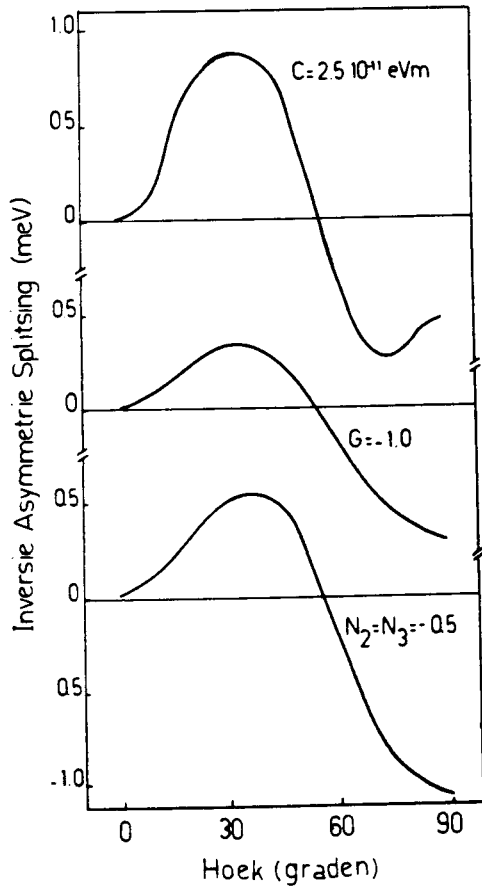
$$(19) \quad \mathcal{H}_{ex} = \sum_{\vec{R}_n} J(\vec{r}-\vec{R}_n) * \vec{\sigma} \cdot \vec{S}_n$$

en berekenen de bijbehorende exchange matrixelementen. Hierbij verschijnen weer de exchange interactie parameters α en β . De exchange matrix elementen die dan verschijnen staan in tabel 3. Bij de verdere berekeningen is weer $\langle S^+ \rangle = \langle S^- \rangle = 0$ gesteld.

Voor de parameters γ_1 , γ_2 , γ_3 , κ en F worden weer de waardes genomen zoals deze in par. 2.2.1 staan, terwijl voor de parameters q en N₁ 0 wordt genomen, omdat de bijdrage van q zeer klein is en N₁ alleen invloed heeft op de Γ_6 band (voor $x < 0.06$ is dit de valentie band in Hg_{1-x}Mn_xSe). Om ervoor te zorgen dat de fout in de 5 meest centrale Landau-niveau's kleiner is dan 0.1% moeten we in totaal 11 Landau-niveau's meenemen (5 boven en 5 beneden het centrale Landau-niveau). Dit betekent dat we een 88x88 matrix numeriek moeten oplossen. De totale spin-splitsing kan nu onderverdeeld worden in een inversie asymmetrie en een exchange interactie deel. In figuur 5 staat de invloed van de inversie asymmetrie bijdrage. Voor iedere curve is slechts één van de parameters ongelijk aan 0. We nemen (naar Weiler e.a.) N₂ gelijk aan N₃. Het blijkt dat de inversie asymmetrie bijdrage als functie van de hoek voor alle parameters ongeveer gelijk is en dat de bijdrage voor B//[110]-richting gelijk is aan 0. Omdat de vorm van de curves in figuur 5 voor de parameters C, G, N₂=N₃ ongeveer gelijk zijn is het mogelijk eenzelfde energiesplitsing te verkrijgen met verschillende waardes voor de parameters.

Hierdoor is het niet mogelijk de parameters te bepalen uit de hoekafhankelijkheid van de spinsplitsing. In principe is het mogelijk de afzonderlijke waardes te bepalen uit de k-afhankelijkheid van de matrixelementen. De matrixelementen met C variëren lineair met k, terwijl de matrixelementen met G en N₂=N₃ kwadratisch met k variëren. Omdat het bereik in verschillende elektronen concentraties en dus het bereik in

verschillende k -waardes te gering is om onderscheid te kunnen maken in lineaire of kwadratische k -afhankelijkheid is bij verdere berekeningen gebruik gemaakt van maar één parameter n_1 . C. De andere parameters G en $N_2=N_3$ worden gelijk aan 0 gemaakt, waardoor C een bovengrens is voor deze parameter.



Figuur 5: Inversie Asymmetrie splitsing als functie van de hoek voor de parameters C, G en $N_2=N_3$
 0° is $[110]$ -as
 90° is $[001]$ -as

2.2.5. Zerofield splitsing

Laserdiodes, gemaakt van PbMnS, emitteren 4 spectraallijnen <17> zonder dat er een uitwendig magneetveld is aangelegd. Dit is te verklaren door aan te nemen dat de valentie band en geleidings band, waartussen de overgangen plaatsvinden, bij $B=0$ al gesplitst zijn. De splitsing bij $B=0$ wordt dan de zerofield splitsing genoemd. Op grond van de tot nu toe besproken theorie zou men dit niet verwachten. De spinsplitsing van de energie niveau's gaat daarin altijd naar 0 als B naar 0 gaat.

Er zijn een aantal modellen die de zerofield splitsing wel proberen te beschrijven. We zullen hieronder daarvan een tweetal modellen bespreken. Ten eerste een eenvoudig model, waarbij bij de spinsplitsing in het GPBI-model een B -onafhankelijke term wordt opgeteld en ten tweede een model van Stepniewski <18>.

2.2.5.1. Inpassing zerofield splitsing in GPBI-model <19>

We gaan er in dit eenvoudige model van uit dat de spinsplitsing als volgt geschreven kan worden:

$$\begin{aligned}
 (20) \quad \Delta E_{ss} &= \Delta E_{GPB} + \Delta E_{zf} + \Delta E_{ia} \\
 &= \Delta E_0 + \Delta E_{ex} + \Delta E_{zf} + \Delta E_{ia} \\
 &= \Delta E_0 + (f_1\alpha + f_2\beta)\langle S_z \rangle + \Delta E_{zf} + \Delta E_{ia}
 \end{aligned}$$

met ΔE_{ss} = totale spinsplitsing

ΔE_{GPB} = spinsplitsing berekent met GPB-model

ΔE_0 = ΔE_{GPB} met $\alpha=\beta=0$

ΔE_{ex} = spinsplitsing t.g.v. exchange interactie

ΔE_{zf} = spinsplitsing t.g.v. zerofield splitsing; deze ontstaat ook a.g.v. exchange interactie, maar wordt hier als aparte splitsing meegenomen

ΔE_{ia} = spinsplitsing t.g.v. inversie asymmetrie

In deze formule kunnen ΔE_0 en ΔE_{ia} berekend worden. Voor de precieze bepaling van de afzonderlijke energieën, wordt verwezen

naar paragraaf 4.3. In dit eenvoudige model is de bijdrage van ΔE_{z_f} aan de spinsplitsing onafhankelijk van de grootte van het aangelegde B-veld, terwijl het model ook niet verklaart hoe ΔE_{z_f} ontstaat. Een model dat wel aangeeft hoe de ΔE_{z_f} ontstaat en waarbij ΔE_{z_f} B-veld afhankelijk blijkt te zijn is het model van Stepniewski.

2.2.5.2. Stepniewski model <18>

In dit model wordt er vanuit gegaan dat een vrij elektron niet met alle Mn^{2+} ionen wisselwerkt, zoals in het GPB-model, maar met N Mn^{2+} ionen die zich in een volume $\Omega(\vec{r})$ rond dit elektron bevinden. We kunnen dit bereiken door de exchange integraal $J(\vec{r}-\vec{R}_n)$ aan te passen. Voor de Γ_6 band zal $J(\vec{r}-\vec{R}_n)$ er dan als volgt uitzien:

$$(21) \quad J_{\Gamma_6}(\vec{r}-\vec{R}_n) = \frac{\alpha}{Mv} \quad \text{voor } \vec{R}_n \in \Omega(\vec{r})$$

$$= 0 \quad \text{voor } \vec{R}_n \notin \Omega(\vec{r})$$

met $\alpha = \langle S | J | S \rangle$

M = aantal eenheidscellen in $\Omega(\vec{r})$

v = volume van eenheidscel

waardoor de exchange interactie de volgende gedaante krijgt:

$$(22) \quad \mathcal{H}_{ex} = \sum_{\vec{R}_n \in \Omega(\vec{r})} J_{\Gamma_6}(\vec{r}-\vec{R}_n) * \vec{s}_n \cdot \vec{\sigma} = \sum_{\vec{R}_n \in \Omega(\vec{r})} \frac{xN_0\alpha}{N} * \vec{s}_n \cdot \vec{\sigma}$$

met $\frac{xN_0}{N} = \frac{1}{Mv}$ en $N_0 = \frac{1}{v}$ = aantal eenheidscellen per volume eenheid

x = fractie Mn^{2+} ionen

(Voor de Γ_7 en Γ_8 banden moet α in bovenstaande formules vervangen worden door β).

Door nog in te voeren de totale spinoperator \vec{S} :

$$(23) \quad \vec{S} = \sum_{n=1}^N \vec{s}_n$$

introduceren we nieuwe quantumnummers, die de eigenwaardes beschrijven van de N Mn^{2+} ionen. Indien nu dezelfde procedure

gevolgd wordt als bij het GPB-model en de zwakke koppeling tussen de verschillende Landau niveau's wordt verwaarloosd, blijkt dat we een 8x8 matrix krijgen die niet opgesplitst kan worden in 2 onafhankelijke 4x4 matrices. Als we deze 8x8 matrix vergelijken met de 2 4x4 matrices van het GPB-model zijn er twee verschillen te ontdekken:

1) Er komen nieuwe niet diagonale matrixelementen bij:

$$\text{bv. } H_{12} = \frac{1}{2} \alpha x N_0 \alpha \sqrt{\{(\langle s^2 \rangle - \langle S_z \rangle^2) / N - 1 / (4N^2)\}} , \text{ voor } \Gamma_6 \text{ band}$$

$$H_{21} = H_{12}^*$$

$$\text{met } \langle s^2 \rangle = s(s+1)$$

Soortgelijke matrixelementen zijn op te stellen voor de Γ_7 en Γ_8 banden, waarin dan de β verschijnt.

2) $\langle S_z \rangle$ in de diagonaalelementen is vervangen door $\langle S_z \rangle \pm \frac{1}{2N}$, al

naar gelang de term met $\langle S_z \rangle$ positief of negatief is.

De matrixelementen, zoals die onder 1) en 2) beschreven staan verdwijnen niet als $B \rightarrow 0$. Dit is een gevolg van de fluctuaties van de magnetisatie van een eindig systeem van $N \text{ Mn}^{2+}$ ionen. Hierdoor ontstaat een opsplitsing van de Γ_6 geleidingsband, bij $B=0$, ter grootte van:

$$(24) \quad \Delta(B=0) = \alpha N_0 \alpha \sqrt{\langle s^2 \rangle / N}$$

We kunnen de resultaten van het GPB-model weer terugvinden door $N \rightarrow \infty$ te laten gaan.

Om nu een globale indruk te krijgen van het verloop van de spinsplitsing als functie van $\langle S_z \rangle$ wordt het model een flink stuk vereenvoudigd:

1) De hogere bandparameters worden 0 gemaakt.

2) $\beta=0$ (alleen de band met Γ_6 symmetrie wordt meegenomen).

Er blijft dan de 8x8 matrix over die in tabel 4 staat.

Met behulp van deze matrix kunnen we nu de energiesplitsing tussen spin up en spin down niveau's uitrekenen als functie van B (en dus ook als functie van $\langle S_z \rangle$). Het blijkt dan dat deze energiesplitsing redelijk te beschrijven is met een door Golnik <20> afgeleide formule voor de exchange bijdrage aan interband magneto-overgangen, waarbij ook is uitgegaan van het feit dat een elektron wisselwerkt met $N \text{ Mn}^{2+}$ ionen in een volume element $\Omega(\vec{r})$

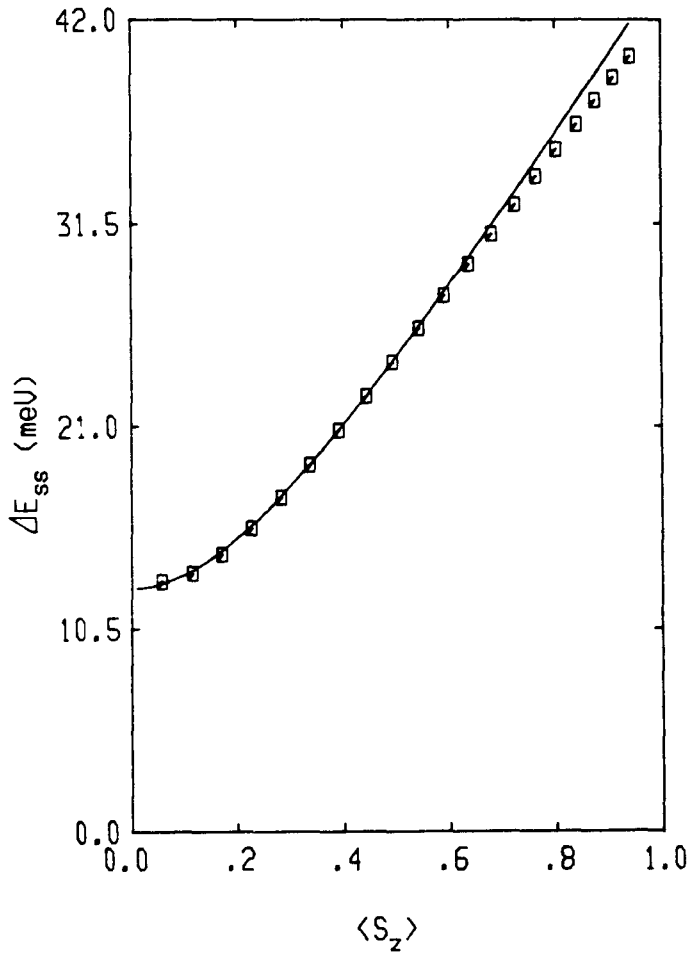
Tabel 4

$\epsilon_0 + S(n+1) + \frac{1}{2} N_s \alpha [S_z - \frac{1}{2N}]$	$\frac{1}{2} N_s \alpha \left[\frac{36}{4} - \langle S_z \rangle^2 - \frac{1}{N^2} \right]^{\frac{1}{2}}$	$i(S_n)^{\frac{1}{2}}$	0	$i \left[\frac{S(n+1)}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0	$\left[\frac{2S(n+1)}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0
$-\frac{1}{2} N_s \alpha \left[\frac{36}{4} - \langle S_z \rangle^2 - \frac{1}{N^2} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\epsilon_0 + S_n + \frac{1}{2} N_s \alpha [S_z - \frac{1}{2N}]$	0	$i \left[\frac{S_n}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0	$i[S(n+1)]^{\frac{1}{2}} P$	0	$(\frac{2}{3} S_n)^{\frac{1}{2}} P$
$-i(S_n)^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	0	0
0	$-i \left[\frac{S_n}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	0
$-i \left[\frac{S(n+1)}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	0	0
0	$-i[S(n+1)]^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	0
$\left[\frac{2S(n+1)}{3} \right]^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	$-A$	0
0	$(\frac{2}{3} S_n)^{\frac{1}{2}} P$	0	0	0	0	0	$-A$

(figuur 6). Deze formule luidt:

$$(25) \quad \Delta E_{ss} = xN_0(\alpha-\beta) * \left[\frac{N}{N-1} \langle S_z \rangle^2 + \frac{s(s+1)}{N} \right]^{1/2}$$

Met deze analytische formule is het stukken eenvoudiger om de meetdata te analyseren op de aanwezigheid van zerofield splitsing.



Figuur 6: Exchange bijdrage aan de totale spinsplitsing.
 □ : Berekend met de matrix uit tabel 4
 — : Berekend met formule (25)

3. PREPARATUUR EN MEETOPSTELLING

3.1. Preparatuur

De gebruikte $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ zijn gegroeid volgens de gemodificeerde Bridgman methode in het Institute of Physics van de Polish Academy of Science in Warschau. Ze worden gevormd door het mengen van de kleine band halfgeleider HgSe , dat een zinc-blende structuur heeft, en de magnetische halfgeleider MnSe , dat een rock-salt structuur heeft. $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ kristalliseert voor Mangaan concentraties kleiner dan $x=0.37$ in de zinc-blende structuur.

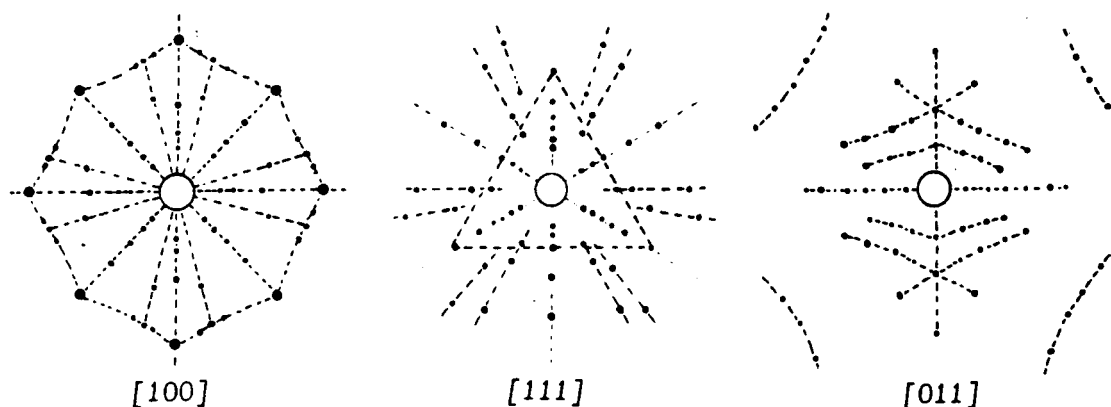
Alvorens aan de kristallen gemeten kan worden moeten deze nog een aantal bewerkingen ondergaan:

- 1) De precieze Mn concentratie moet vastgesteld worden. Dit is gebeurt in de Analytischen Laboratorien in Gummersbach. De kristallen variëerden in Mn concentratie van 0.5 tot 6%.
- 2) De kristallen moeten uitgericht worden, waarna da preparaten met de juiste configuraties gezaagd kunnen worden.
- 3) De preparaten ondergaan een annealing procedure.
- 4) Na het annealen worden de preparaten schoongemaakt in aceton of alcohol, waarna dunne koperdraadjes (diameter 0.05 mm) m.b.v. zilververf op de uiteinden van de preparaten vastgemaakt worden. Hierna kan het preparaat op de preparaathouder gemonteerd worden.

De bewerkingen 2) en 3) worden hieronder nog besproken.

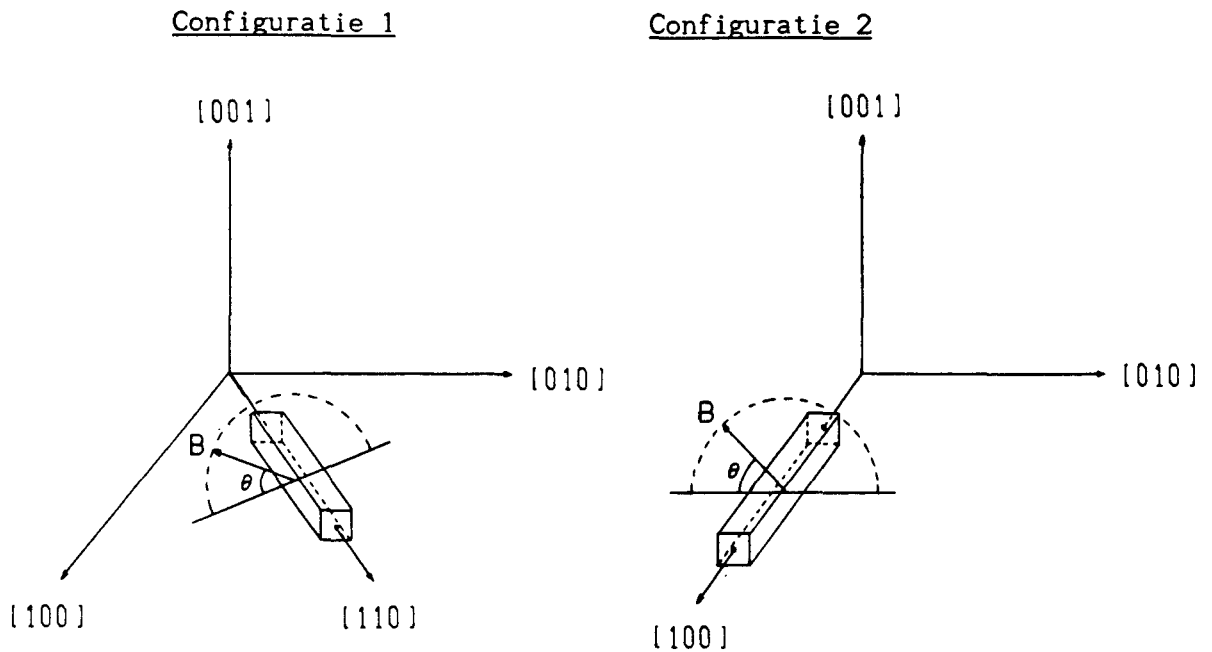
3.1.1. Uitrichten van de kristallen

Om de kristallen uit te richten, d.w.z. de ligging van de kristalassen te bepalen, is gebruik gemaakt van von Laue opnamen. Hierbij laat men een bundel röntgenstralen op het preparaat vallen, waarbij er voor gezorgd wordt, dat de gereflecteerde straling op een fotogevoelige plaat valt. Het kristal wordt nu zodanig gedraaid dat een 4,3 of 2-tallige as zichtbaar is op de röntgenfoto. Als dit het geval is valt de röntgenstraling, respectievelijk evenwijdig aan een $[100]$ -, $[111]$ - of $[110]$ -as in (figuur 7).



Figuur 7: Laue patronen in de richting van respectievelijk een $[100]$, $[111]$ en $[011]$ -as

Indien de ligging van de assen op deze manier bepaald is, worden er preparaten uit de $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ kristallen gezaagd. Deze preparaten zijn tussen 5 en 8 mm lang en 1 à 2 mm breed en hoog. De lengte richting is steeds de richting waarin de stroom loopt. Er zijn preparaten in twee verschillende configuraties gezaagd. In de 1^e configuratie loopt de stroom I langs een $[100]$ -as. Door draaiing van B in het (001)-vlak, kan B evenwijdig aan de $[010]$ - en $[011]$ -as geplaatst worden. In de 2^e configuratie loopt I langs een $[110]$ -as. Nu is het mogelijk B evenwijdig aan een $[010]$ -, $[110]$ - of $[111]$ -as te plaatsen door B in het $[110]$ -vlak te laten draaien (figuur 8).



Figuur 8: De 2 gebruikte configuraties.

3.1.2. Annealen van de preparaten

Om de elektronen concentratie van een preparaat te veranderen is een temperatuurbehandeling toegepast; het annealen. Hiertoe wordt een preparaat tezamen met een bolletje Se of Hg in een glazen ampul gedaan. Bij het annealen met Se boven de smelttemperatuur (217°C) en bij het annealen met Hg heeft de ampul een insnoering in het midden, zodanig dat de insnoering zich tussen het preparaat en het bolletje Hg of Se bevindt. Dit is gedaan om te verhinderen dat het vloeibare Hg of Se onder het annealen met het preparaat in aanraking kan komen. De ampul wordt vacuüm gezogen (5×10^{-5} Torr), waarna deze voor een bepaalde tijd in een oven met temperatuur T_a wordt gelegd. Wordt een preparaat met Se geanneald dan neemt de elektronen concentratie af en bij annealing met Hg neemt de elektronen concentratie toe. Het mechanisme dat hiervoor verantwoordelijk is, is vrij gecompliceerd. Het is gebaseerd op diffusie processen, waarin allerlei puntdefecten, zoals interstitiële Hg-atomen, Se-vacatures en Hg-vacatures een rol spelen. Voor HgSe is hieraan

onderzoek gedaan door Kumazaki e.a. <21>.

In tabel 5 staan de gebruikte preparaten met hun annealing geschiedenis. De elektronen concentratie varieert van 1.1×10^{17} tot $4.1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Bij HgSe is er een relatie gevonden tussen de annealing temperatuur en de elektronen concentratie <22>. Aan de hand van deze relatie wilden we proberen preparaten te maken met de door ons gewenste elektronen concentraties. Uit de tabel blijkt dat dit niet zo goed gelukt is. We lichten dit toe aan de hand van een paar voorbeeldjes.

Bij een annealing temperatuur T_a van $190 \text{ }^\circ\text{C}$ verwachten we een elektronen concentratie n van rond de $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Er is nu een preparaat waarbij $n = 1.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (5-1), maar er is ook een preparaat waarbij $n = 2.1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (2138-2-1-2). De meeste preparaten die bij $190 \text{ }^\circ\text{C}$ geanneald werden hebben een elektronen concentratie tussen de 2×10^{17} en $4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Bij een annealingtemperatuur rond de $250 \text{ }^\circ\text{C}$ verwachten we een elektronen concentratie van $5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Preparaat 5-2 (geanneald bij $285 \text{ }^\circ\text{C}$) heeft een n van $1.2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, terwijl preparaat 2113-4-3 (geanneald bij $240 \text{ }^\circ\text{C}$) een n heeft van $1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Vergelijken we de preparaten 5-1 t/m 5-4 met elkaar, dan blijken de elektronen concentraties vrijwel onafhankelijk te zijn van de annealing temperatuur. Alleen het preparaat 5-3, dat geanneald werd met Hg, heeft een duidelijk hogere elektronen concentratie (zoals ook verwacht mag worden).

Het lijkt er dus op dat, bij annealen in een Se atmosfeer, de elektronen concentratie niet van te voren vastgelegd kan worden met de instelling van de annealing temperatuur, zoals door <22> beweerd wordt. Door andere onderzoekers is reeds bij HgSe vastgesteld dat 2 preparaten, die dezelfde annealing procedure ondergaan te hebben, twee verschillende elektronen concentraties bezaten. Er traden verschillen op tot 300% <23 en 6>.

De conclusie die hieruit getrokken kan worden is dat de voorgeschiedenis van het preparaat van invloed is op de uiteindelijke elektronen concentratie

Tabel 5

Anneling geschiedenis

Preparaat	Annealing tijd	Annealing temp. T_a ($^{\circ}\text{C}$)	elektronen concentratie (per cm^{-3})	Conf.
2113-4-1	90 u	180	4.4×10^{17}	2
2113-4-2	90 u	180		
	10 d	Kamertemp.	4.2×10^{17}	2
2113-4-3	90 u	180		
	71 u	240	1.2×10^{18}	2
2138-2-1-1	47 u	190	2.9×10^{17}	2
2138-2-1-2	47 u	190		
	50 u	Kamertemp.		
	47 u	190		
	29 u	Kamertemp.		
	16 u	-196	2.1×10^{18}	2
2138-2-1-3	47 u	190		
	50 u	Kamertemp.		
	431 u	110	5.9×10^{17}	2
2138-2-1-4	47 u	190		
	50 u	Kamertemp.		
	1.5 m	110		
	3 m	180	4.0×10^{17}	2
02-1	53 d	190	3.1×10^{17}	1
02-2	53 d	190		
	2 d	Kamertemp.	2.1×10^{17}	1

Vervolg annealing geschiedenis

5-1	60 d	190	1.7×10^{17}	1
5-2	60 d	190		
	26 d	Kamertemp.		
	64 u	285	1.2×10^{17}	1
5-3 *	60 d	190		
	29 d	Kamertemp.		
	168 u	190	3.3×10^{17}	1
5-4	60 d	190		
	31 d	Kamertemp.		
	9 d	285		
	5 d	210	1.1×10^{17}	1
5-5 (=5-1)	53 d	Kamertemp.		
	6 d	300	7.6×10^{17}	1
2.4-3	11 d	160	1.5×10^{18}	1

Betekenis van de symbolen die gebruikt bij de annealingtijd:

u = uren

d = dagen

m = maanden

* betekent dat preparaat geanneald is met Hg

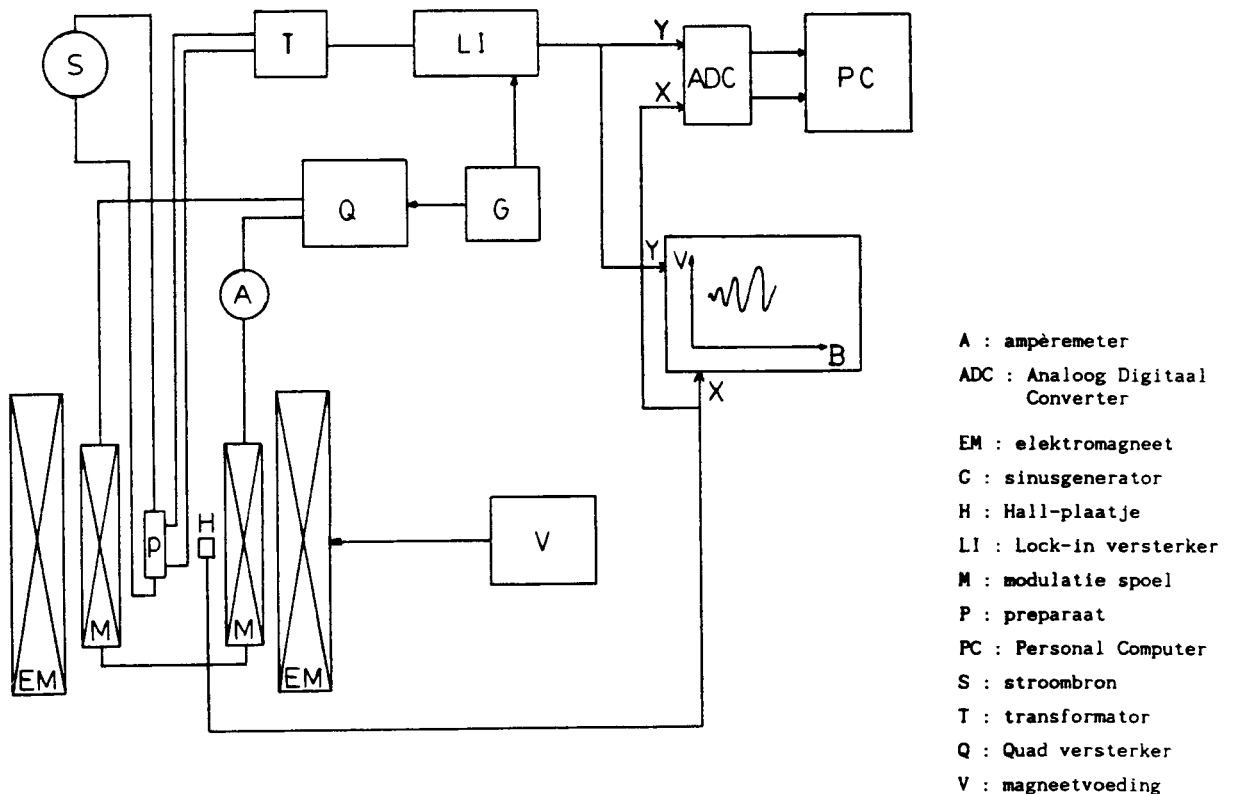
3.2. Meetopstelling

3.2.2. Shubnikov- de Haas metingen

Om Shubnikov-de Haas oscillaties te kunnen waarnemen moet voldaan worden aan twee experimentele voorwaarden:

- 1) $\omega_c \tau > 1$
- 2) $\hbar \omega_c > k_B T$

Deze voorwaarden houden in dat de experimenten gedaan moeten worden bij lage temperaturen (< 25 K) en hoge magneetvelden (> 0.8 T). De magneetvelden worden bereikt door gebruik te maken van een elektromagneet, die tot 2.2 T kan komen. Om de lage temperaturen te bereiken wordt gebruik gemaakt van een glascryostaat. Deze bestaat uit twee ruimtes. De binnenste ruimte, de insert, wordt gevuld met vloeibaar helium, terwijl de buitenste ruimte gevuld wordt met vloeibare stikstof. Beide ruimtes worden nog omgeven door vacuümruimtes. Door de druk boven het helium te verlagen kunnen zo temperaturen bereikt worden tussen 1.5 en 4.2 K.



Figuur 9: Schematische weergave van de meetopstelling.

De preparaathouder, met daarop het preparaat, bevindt zich in de insert. De verdere beschrijving van de meetopstelling gebeurt aan de hand van figuur 9, waarin de cryostaat niet is getekend, omdat deze de tekening minder duidelijk zou maken.

Door het preparaat P wordt een constante stroom gestuurd m.b.v. een regelbare stroombron. Als gevolg hiervan komt er over het preparaat een spanning te staan, die een maat is voor de weerstand, en die via een transformator T wordt toegevoerd aan een Lock-in versterker. Om SdH-oscillaties te kunnen waarnemen wordt het preparaat in een magneetveld geplaatst, dat in de tijd langzaam toeneemt. Het magneetveld wordt gemeten m.b.v. een geijkt Hall-plaatje. Ook wordt er nog een modulatieveld aangebracht om de klassieke magnetoweerstand zoveel mogelijk te onderdrukken (zie hiervoor par 3.2.1.1). Dit veld wordt gemaakt door een 50 W Quad versterker Q, die gestuurd wordt door een sinusgenerator G. De sinusgenerator levert tevens het referentie signaal voor de Lock-in versterker. Het uitgangssignaal van de Lock-in wordt enerzijds toegevoerd aan de Y-ingang van een X-Y schrijver en anderzijds via een Analooq Digitaal Converter (ADC) aan een Personal Computer (PC). De spanning afkomstig van het geijkt Hall plaatje, dat een maat is voor het magneetveld, wordt zowel aan de X-ingang van de X-Y schrijver als via een ADC aan de PC toegevoerd. Alvorens de Hall-spanning op de ADC aan te sluiten wordt deze eerst nog met een factor 100 versterkt, waardoor het signaal minder gevoelig is voor storingen van o.a. het beeldscherm van de computer. De voor de meting gebruikte computerprogramma's worden in hoofdstuk 5 beschreven.

3.2.1.1. Magneetveld modulatie

Op de spanningscontacten van het preparaat staat als gevolg van de magnetoweerstand een spanning die is opgebouwd uit een klassieke (V_0) en een oscillatorische (V_{SdH}) component:

$$V = V_0 + V_{SdH}$$

Hierbij is V_{SdH} ongeveer 1 % van V_0 . Om nu V_0 zo goed mogelijk te

eliminieren wordt gebruik gemaakt van magneetveldmodulatie. Hiertoe wordt evenwijdig aan B_0 een klein modulatieveld B_m aangelegd :

$$(1) \quad B = B_0 + \hat{B}_m \cos(\omega t) \quad \text{met } \hat{B}_m \ll B_0$$

We bekijken nu eerst het effect van de toevoeging van B_m op V_{sdH} .

Voor V_{sdH} geldt:

$$(2) \quad V_{sdH} = C \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B, T) \cos \left[\frac{2\pi r}{PB} - \varphi' \right]$$

$C = \text{constante}$ (onafhankelijk van B, T en r)

We kunnen nu (1) invullen in (2) en vinden dan na enig rekenwerk:

$$V_{sdH} = C \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B_0, T) \left\{ \cos \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] \cos(r\alpha \cos(\omega t)) - \sin \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] \sin(r\alpha \cos(\omega t)) \right\}$$

$$\text{met } \alpha = \frac{2\pi \hat{B}_m}{PB_0^2}$$

Met behulp van Besselfuncties kan dit als volgt geschreven worden:

$$V_{sdH} = C \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B_0, T) \left[\cos \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] \left\{ J_0(r\alpha) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(r\alpha) \cos(2n\omega t) \right\} + \sin \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] \left\{ 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(r\alpha) \cos((2n+1)\omega t) \right\} \right]$$

Deze spanning wordt toegevoerd aan een Lock-in versterker, die kan meten op de eerste harmonische (ω) of op de tweede harmonische (2ω). We krijgen dan, al naar gelang of op de eerste danwel op de tweede harmonische gedetecteerd wordt, de volgende uitgangsspanningen van de Lock-in :

$$V_{sdH}(\omega) \sim 2 \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B_0, T) \sin \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] J_1(r\alpha)$$

$$V_{sdH}(2\omega) \sim -2 \sum_{r=1}^{\infty} A_r(B_0, T) \cos \left[\frac{2\pi r}{PB_0} - \varphi' \right] J_2(r\alpha)$$

Deze signalen zijn respectievelijk evenredig met de 1^e en 2^e afgeleide van het originele signaal, zoals dat gegeven wordt door formule 2.1.1(2).

Het effect van de modulatie op V_0 is afhankelijk van de

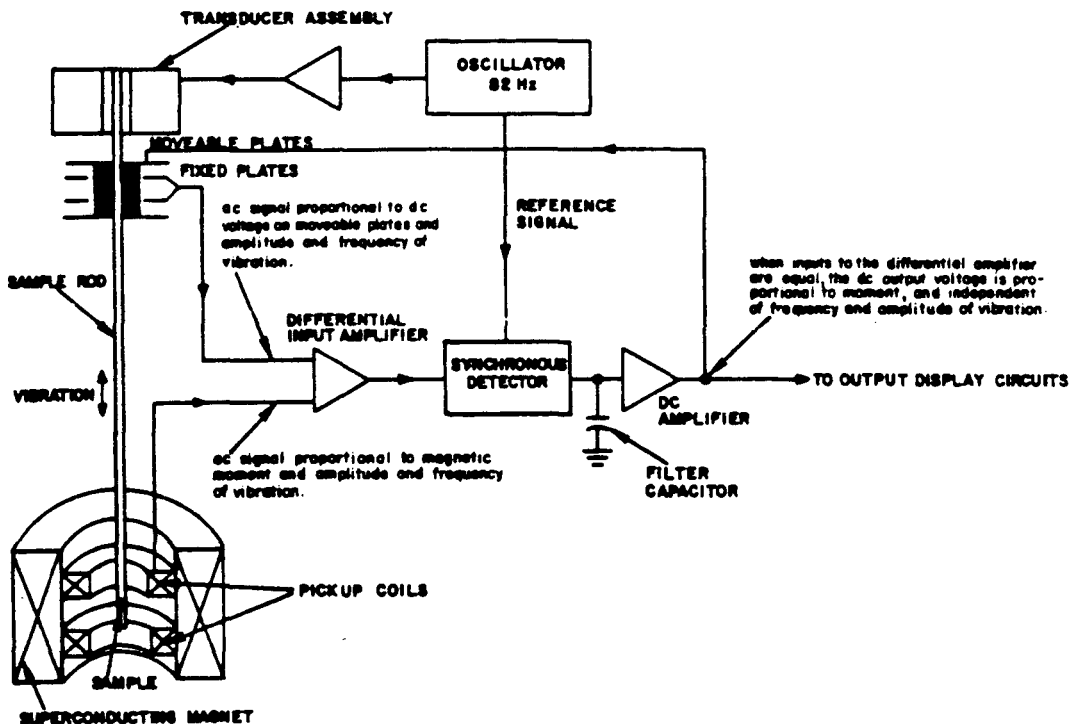
relatie tussen de klassieke magnetowerstand en B . De klassieke weerstand kunnen we voorstellen door een machtreeks in B te nemen:

$$R(B) = R(0) * [1 + c_1 B + c_2 B^2 + c_3 B^3 + \dots]$$

Door nu op de 1^e of 2^e harmonische te detecteren elimineren we resp. de termen tot B of tot B^2 . Bij onze metingen is steeds gedetecteerd op de 2^e harmonische, omdat daar de klassieke magnetowerstand minimaal was, terwijl ook de inductie verschijnselen ($\sim \sin(\omega t)$) onderdrukt worden. Omdat $J_2(\alpha)$ en $J_2(2\alpha)$ nulpunten hebben bij lage B -velden, moet men bij het interpreteren van nulpunten in de SdH-amplitude opletten dat men niet te maken heeft met deze zg. Besselnulpunten.

3.2.2. Magnetisatie metingen

De magnetisatie metingen zijn gedaan met behulp van een fonermagnetometer. Het principe van dit apparaat berust erop dat een bewegend gemagnetiseerd preparaat, inductie spanningen opwekt in een spoel. Hieronder wordt kort verteld hoe dit principe is uitgewerkt in de fonermagnetometer.



Figuur 10: Schematische weergave van de fonermagnetometer.

De preparaathouder, met daarop het preparaat, wordt m.b.v. een oscillator aan het vibreren gebracht (figuur 10). Het magnetiseren van het preparaat gebeurt doordat er een magneetveld aanwezig is. Als gevolg hiervan treedt in de pick-up spoeltjes een geïnduceerde spanning op die evenredig is met:

- 1) de frequentie en amplitude van de trilling.
- 2) het magnetisch moment van het preparaat.

De frequentie- en amplitude afhankelijkheid van het signaal worden door een elektronische schakeling geëlimineerd, waarna de geïnduceerde spanning dus een maat is voor het magnetische moment.

Met de gebruikte opstelling zijn magnetisatie metingen gedaan tot magneetvelden van 5 Tesla en in het temperatuurgebied van 1.5 tot 10 K. Temperaturen tussen 1.5 en 4.2 K worden bereikt door het afpompen van het heliumbad, terwijl temperaturen tussen 4.2 en 10 K gerealiseerd worden door gebruik te maken van een stookelement. Met een regelbrug en een temperatuurafhankelijke weerstand kan de temperatuur tot op enkele honderdsten van een Kelvin geregeld worden. Het magneetveld wordt weer gemeten met behulp van een geijkt Hall-plaatje. De Hall-spanning wordt eerst weer 100 maal versterkt en daarna tegelijk met het signaal van de fonermagnetometer, via twee ADC's aan de PC toegevoerd. Uit de meetwaarden worden daarna de, voor ons belangrijke, parameters S_0 en T_0 bepaald. Voor de benodigde programmatuur wordt weer verwezen naar hoofdstuk 5.

4. RESULTATEN EN CONCLUSIES

4.1 Resultaten magnetisatiemetingen

Er zijn aan twee preparaten magnetisatie metingen uitgevoerd, nl. de preparaten van het type 5 en 02 (aan de andere preparaten was dit reeds gebeurd <24>). De metingen zijn gedaan bij een 4-tal temperaturen per preparaat en tot een magneetveld van 4 Tesla. De meetwaarden van preparaat 5 zijn gefit tot 4 T, terwijl de meetwaarden van preparaat 02 slechts gefit zijn tot 3 T. De waarden van preparaat 02 zijn slechts gefit tot 3 T, omdat het signaal niet "glad" was. Waardoor dit veroorzaakt wordt is niet duidelijk, maar waarschijnlijk is dit afkomstig van de fonermagnetometer. De na het fitten gevonden waarden voor S_0 moeten voor 4 zaken gecorrigeerd worden:

-1) een correctie voor de aanwezige hoeveelheid Mn^{2+} :

$$S_0 = S_0 / n g \mu_B, \text{ met } n = \frac{x}{2} * N_{av} * \frac{1}{\frac{1}{2} x M_{Mn} + \frac{1}{2} (1-x) M_{Hg} + \frac{1}{2} M_{Se}}$$

$$\text{met } M_{Mn} = 54.9 \text{ a.m.u.} ; M_{Hg} = 200.6 \text{ a.m.u.} ;$$

$$M_{Se} = 78.96 \text{ a.m.u.} ; N_{av} = 6.02 * 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

-2) een correctie voor het gewicht van de preparaten

$$S_0 = S_0 / m, \text{ met } m = \text{massa van het preparaat}$$

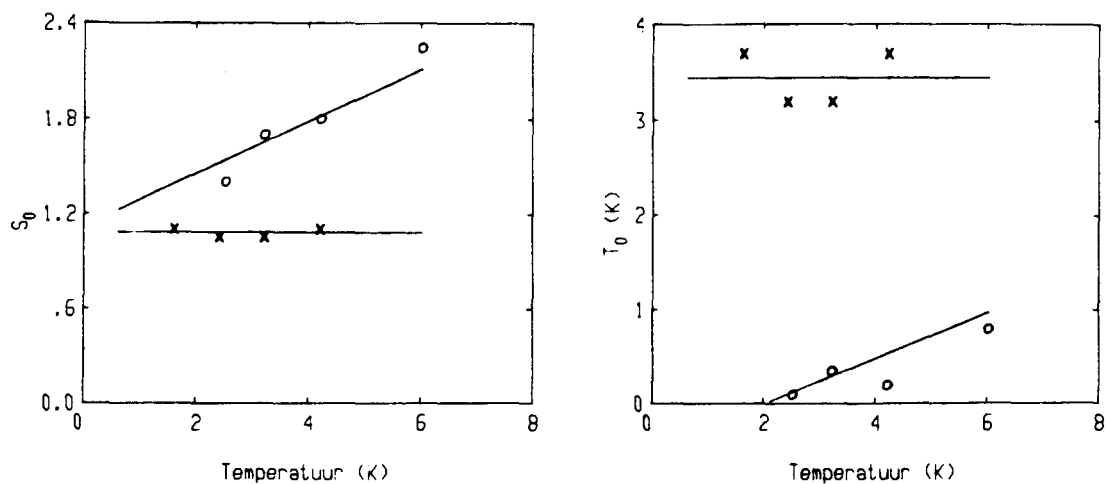
-3) een correctie voor de lengte van het preparaat, omdat het preparaat niet precies in het midden van de pick-up spoeltjes zit. Voor een preparaat van 8mm (zoals bij ons het geval is) is deze correctiefactor 1.125

$$S_0 = S_0 * 1.125$$

-4) een correctie voor het aantal e.m.u's per volt.

de fonermagnetometer geeft een aantal volt's per e.m.u af

De gevonden waarden van S_0 en T_0 bij de verschillende temperaturen staan in figuur 11 en 12.



Figuur 11 en 12: Gemeten S_0 en T_0 als functie van de temperatuur.

x : preparaat 5

o : preparaat 02

— : lineaire benadering van de meetwaarden

Uit de temperatuurafhankelijkheid van S_0 en T_0 is het mogelijk deze lineair te benaderen (fig. 11 en 12):

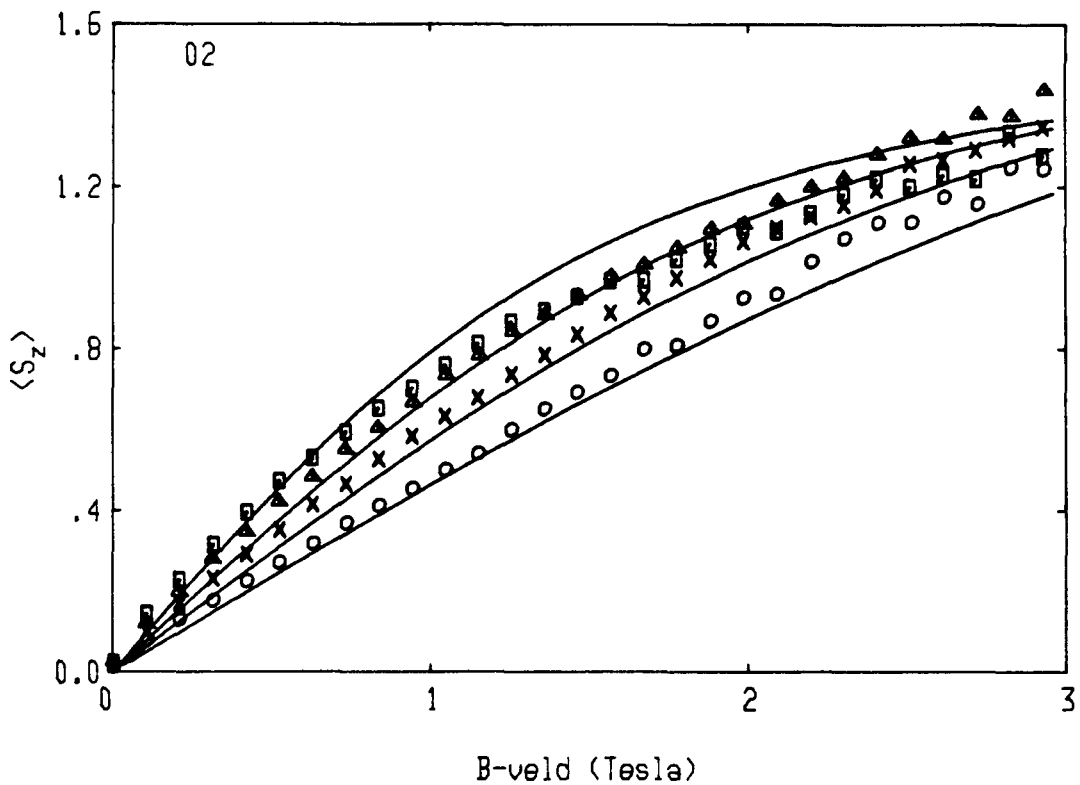
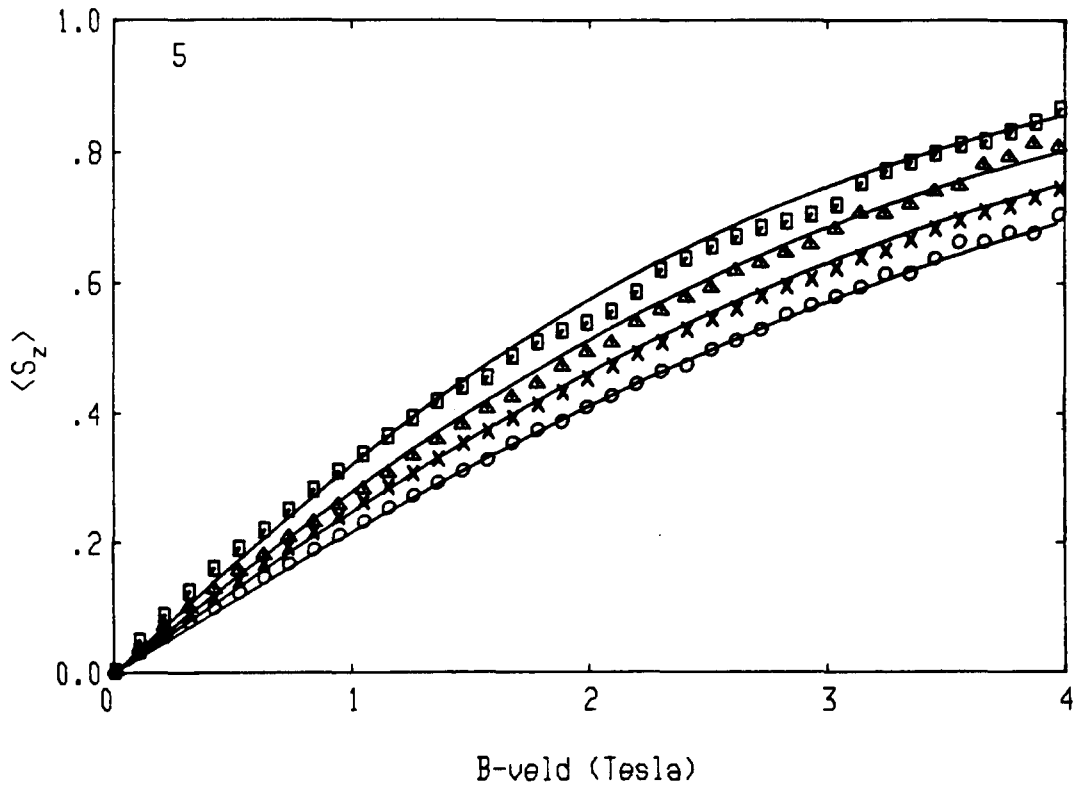
$$S_0 = S_{00} + S_{01} \cdot T$$

$$T_0 = T_{00} + T_{01} \cdot T$$

Men vindt voor de beide preparaten de volgende waarden :

preparaat	5	02
S_{00}	1.082	1.127
S_{01}	0	0.165
T_{00}	3.458	-0.488
T_{01}	0	0.244

Met bovenstaande waarden is de gemiddelde magnetisatie $\langle S_z \rangle$ voor beide preparaten als functie van B en T berekend volgens de formule $\langle S_z \rangle = S_0 \cdot B_{5/2}(B, T+T_0)$, met $B_{5/2}$ de uit par. 2.2.3 beschreven Brillouinfunctie, en vergeleken met de gemeten $\langle S_z \rangle$ (figuren 13 en 14).



Figuur 13,14: Gemeten en berekende $\langle S_z \rangle$ als functie het magneetveld voor preparaat 5 en 02. De getrokken lijnen zijn met bovenstaande waarden berekend

prep. 5:	□	$T=1.6$ K	;	prep. 02:	□	$T=2.53$ K
	△	$T=2.41$ K	;		△	$T=3.22$ K
	×	$T=3.2$ K	;		×	$T=4.2$ K
	○	$T=4.2$ K	;		○	$T=6.0$ K

Uit deze grafieken blijkt dat met de gevonden lineaire verbanden tussen enerzijds S_0 en T en anderzijds T_0 en T , de gemiddelde magnetisatie als functie van B en T voldoende beschreven kan worden. De waarden van S_0 blijken kleiner te zijn dan $\frac{5}{2}$ (de spin van de Mn^{2+} ionen), omdat er een sterke anti ferromagnetische ordening van de Mn spins optreedt.

4.2. Resultaten SdH-metingen

Nulpunten

Van de doorgemeten $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ preparaten zijn maar bij een beperkt aantal preparaten nulpunten in de SdH-amplitude gevonden. Bij de meesten is dit om uiteenlopende redenen niet gelukt. Enkele van deze redenen zijn:

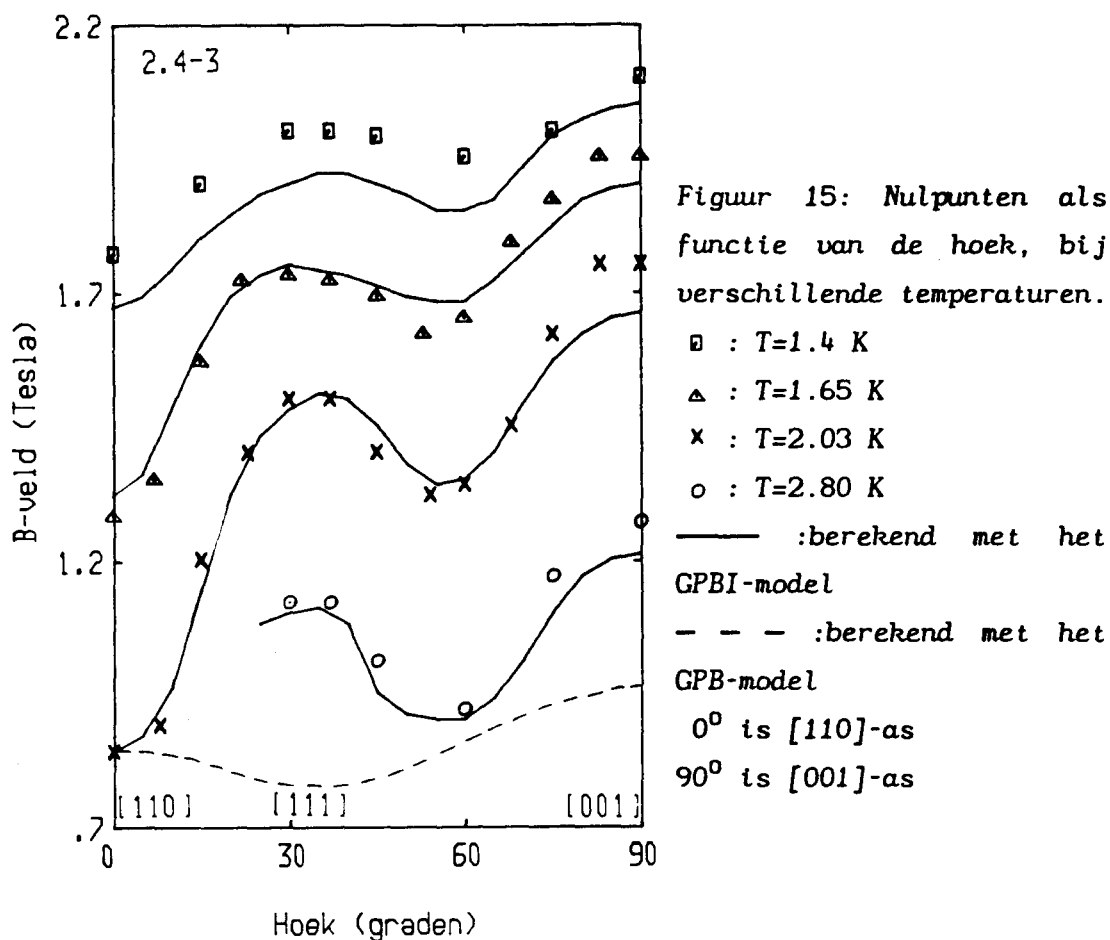
- slechte signalen, o.a. door slechte contacten
- inhomogene preparaten
- nulpunten worden gemaskeerd door 2^e harmonische
- nulpunten zijn niet aanwezig in het gemeten interval

De preparaten waarbij wel hoekafhankelijkheid en eventueel temperatuurafhankelijkheid van de nulpunten is gevonden worden hieronder besproken.

Preparaat 2.4-3

Van dit preparaat, met een Mn concentratie van $x=0.025$ en een elektronen concentratie van $n=1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, is zowel een hoekafhankelijkheid als een temperatuur afhankelijkheid gevonden (figuur 15).

We willen nu proberen de hoekafhankelijkheid van de nulpunten bij $T=2.03 \text{ K}$ m.b.v. het GPB-model te verklaren. Hierbij worden de hogere band parameters uit par. 2.2.1. en S_0 en T_0 uit tabel in appendix II gebruikt. Voor $B//[110]$ -as berekenen we α en β zodanig dat de spinsplitsing ν 2.5 maal zo groot is als de Landau splitsing (voor de bepaling van ν wordt verwezen naar appendix IV). Hieruit volgt dan dat $\alpha=-0.8 \text{ eV}$ en $\beta=1.3 \text{ eV}$. Als met deze waarden de hoekafhankelijkheid van het nulpunt wordt berekend vinden we de lijn zoals deze in figuur 15 is weergegeven. Hieruit blijkt dat de hoekafhankelijkheid van het nulpunt in de SdH-amplitude voor B in het (110)-vlak niet kan worden beschreven met het GPB-model.



Om te bekijken of de hoekafhankelijkheid met het GPBI-model wel te beschrijven valt gaan wordt de volgende werkwijze gevolgd. Bij $T=2.03$ K worden α en β berekend, voor het geval $B//[110]$ -as, zodanig dat $\nu=-2.5$. Omdat voor $B//[110]$ -as de bijdrage van de inversie asymmetrie aan de spinsplitsing gelijk is aan 0, vinden we voor α en β weer de waarden $\alpha=-0.8$ eV en $\beta=1.3$ eV. Hierna wordt met deze α en β de parameter C berekend zodanig dat de B-waarden van de berekende nulpunten voor $B//[001]$ -as en $B//[111]$ -as samenvallen met de gemeten B-waarden van deze nulpunten. Voor C worden dan respectievelijk de waarden $C=2.4 \times 10^{-11}$ eVm en $C=2.3 \times 10^{-11}$ eVm gevonden. De kromme voor $T=2.03$ K in figuur 15 is berekend met de waarde $C=2.3 \times 10^{-11}$ eVm. Het blijkt dat deze kromme de meetwaarden goed beschrijft (de afwijking t.o.v. de meetpunten is <0.05 T). Alleen in de buurt

van de [001]-as wordt deze afwijking groter (± 0.1 T). Dit, omdat de C voor B//[001]-as gelijk is aan 2.4×10^{-11} eVm.

Voor het beschrijven van de temperatuurafhankelijkheid van de nulpunten moet onderscheid gemaakt worden voor B//[110]-as en de andere richtingen. Als B//[110]-as dan is de bijdrage van de inversie asymmetrie gelijk aan 0 en daardoor wordt de temperatuur afhankelijkheid alléén beschreven door de exchange interactie. De enige, in ons model meegenomen, temperatuur afhankelijke grootheid is dan nog de gemiddelde magnetisatie $\langle S_z \rangle$. Voor de beschrijving van de temperatuur afhankelijkheid hoeft dan ook geen gebruik gemaakt te worden van het GPB- of GPBI-model, maar kan uitgaan worden van de formule:

$$\nu = \nu_0 + (f_1\alpha + f_2\beta) \times \frac{\langle S_z \rangle}{B}$$

In een nulpunt is ν halftallig en dus constant. Daar ook ν_0 en $(f_1\alpha + f_2\beta)$ constant worden verondersteld betekent dit dat $\langle S_z \rangle / B$ constant moet zijn. Dit blijkt echter niet helemaal het geval te zijn (kolom 1).

kolom 1			kolom 2			kolom 3		
B	T	$\langle S_z \rangle / B$	B	T	$\langle S_z \rangle / B$	B	T	$\langle S_z \rangle / B$
1.77	1.40	0.542	1.77	1.34	0.547	1.72	1.40	0.547
1.29	1.65	0.561	1.29	1.78	0.547	1.45	1.65	0.547
0.85	2.03	0.547	0.85	2.03	0.547	0.85	2.03	0.547

B//[110]-as

Wordt $\langle S_z \rangle / B$ constant verondersteld en de temperatuur zodanig berekend dat het B-veld de waarde heeft waar een nulpunt waargenomen is, dan krijgen we de waardes uit kolom 2 (de waarde bij T=2.03 K en B=0.85 T wordt correct verondersteld). Wordt $\langle S_z \rangle / B$ constant verondersteld en B zodanig berekend dat de temperatuur de waarde heeft waar een nulpunt is waargenomen, dan vindt men de waardes uit kolom 3. Er blijken afwijkingen tussen gemeten en berekende magneetvelden en temperaturen te ontstaan van resp. 0.15 T en 0.15 K.

Er zijn nu 3 factoren die bijdragen tot de verklaring van dit verschil:

- 1) Bij het aflezen, uit een SdH-sigitaal, waar zich een nulpunt bevindt treedt een afleesfout op van ten hoogste 0.03 T.
- 2) Bij lage temperaturen is de temperatuurbepaling niet meer zo nauwkeurig, omdat de fouten in het aflezen van de kwikkolom relatief veel groter worden.
- 3) De vooronderstelling dat $(f_1\alpha + f_2\beta)$ temperatuuronafhankelijk is, is niet helemaal juist. $(f_1\alpha + f_2\beta)$ hangt af van de materiaaleigenschappen van het kristal, maar deze kunnen ook temperatuurafhankelijk zijn. Het blijkt dat E_0 temperatuurafhankelijk is (par. 2.2.1). Berekeningen met een temperatuurafhankelijke E_0 hebben aangetoond dat in het temperatuur interval tussen 1 en 2 K er afwijkingen in de B-waarde van een nulpunt tot 0.02 T kunnen optreden.

Voor B in een andere richting als de [110]-as moet gebruik gemaakt worden van het CPBI-model, omdat bij deze richtingen wel een bijdrage is te verwachten van de inversie asymmetrie. In figuur 15 is voor de verschillende temperaturen de hoekafhankelijkheid van het nulpunt uitgezet. De getrokken lijnen zijn de waardes berekend met het CPBI-model, waarbij de waardes $\alpha = -0.8$ eV, $\beta = 1.3$ eV en $C = 2.3 \times 10^{-11}$ eVm zijn gebruikt. Indien men de berekende krommen vergelijkt met de meetwaardes vallen een aantal zaken op:

- 1) De berekende krommes liggen voor B//[001]-as allemaal lager dan de gemeten waardes.
- 2) De inversie asymmetrie bijdrage lijkt kleiner te worden naarmate de temperatuur lager wordt.
- 3) De kromme bij T=1.4 K ligt over de gehele linie lager dan de gemeten punten.

Over 2) moet nog het volgende gezegd worden. Deze opmerking is bij nader inzien niet juist geformuleerd. Omdat de temperatuur lager wordt en de verhouding $\langle S_z \rangle / B$, in een nulpunt, constant moet blijven verschuift het nulpunt naar een hoger B-veld. Het is verder gebleken dat de splitsing t.g.v. de inversie asymmetrie

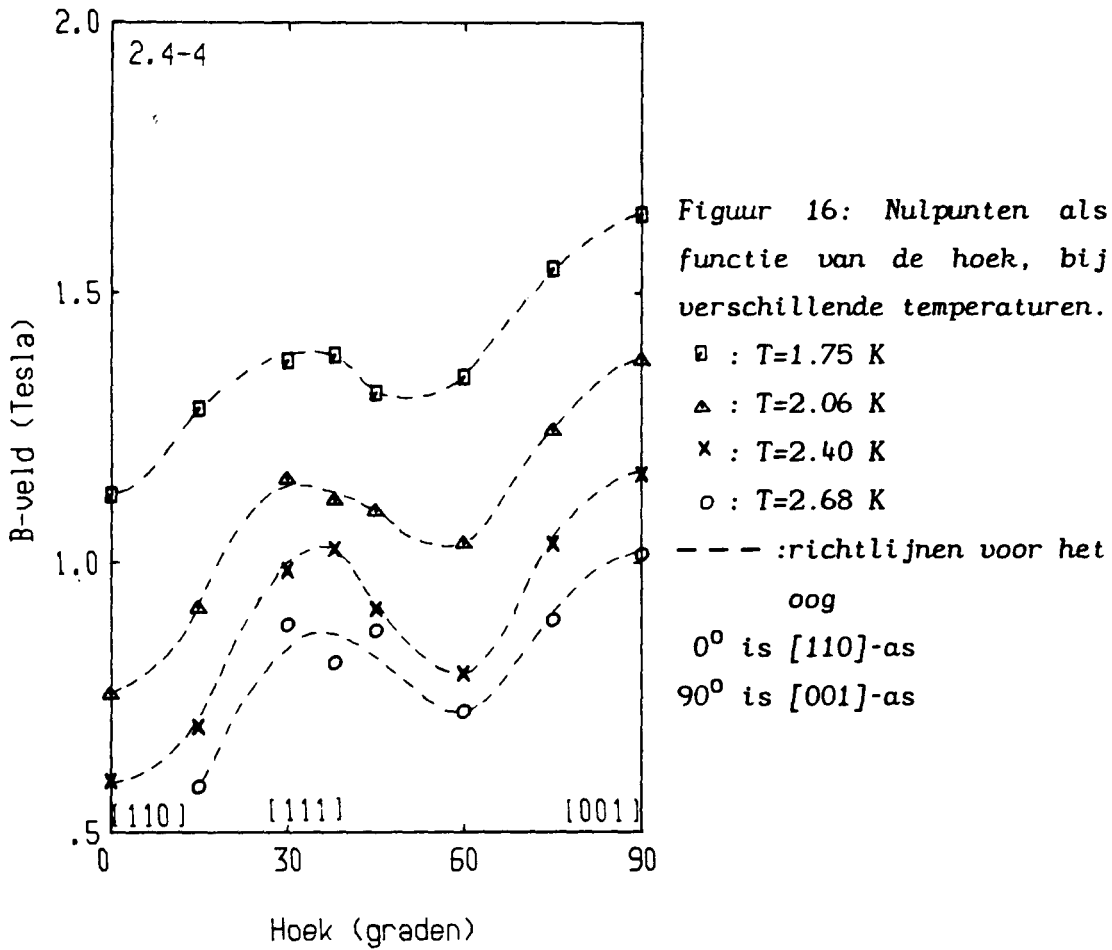
kleiner wordt naarmate B groter wordt. Het lijkt dus dat de inversie asymmetrie bijdrage kleiner wordt naarmate de temperatuur lager wordt, maar in feite wordt dit veroorzaakt door het naar een hoger B-veld verschuivende nulpunt.

Over 3) kan nog gezegd worden dat de temperatuurbepaling bij lage temperaturen onnauwkeuriger wordt, waardoor 1.4 K in werkelijkheid lager kan zijn. Indat geval zouden de meetwaardes wel kunnen samenvallen met de berekende kromme.

De door ons gebruikte hogere bandparameters zijn door Takayama en Galazka bepaald met het PB-model bij B-velden boven 5 Tesla, waarbij de inversie asymmetrie verwaarloosd is <7>. Het is nog maar de vraag of deze parameters nog juist zijn als we de inversie asymmetrie wél meenemen in ons model. Omdat de bijdrage van de inversie asymmetrie kleiner wordt naarmate B groter wordt en deze bijdrage bij 2 T al niet zo heel groot meer is, mag worden aangenomen dat bij een magneetveld van 5 T deze bijdrage nog een stuk geringer is. Dit houdt in dat verwaarlozing van inversie asymmetrie voor magneetvelden groter dan 5 T waarschijnlijk geoorloofd is en de dat de hogere bandparameters ook nog juist zijn als de inversie asymmetrie wél meegenomen wordt.

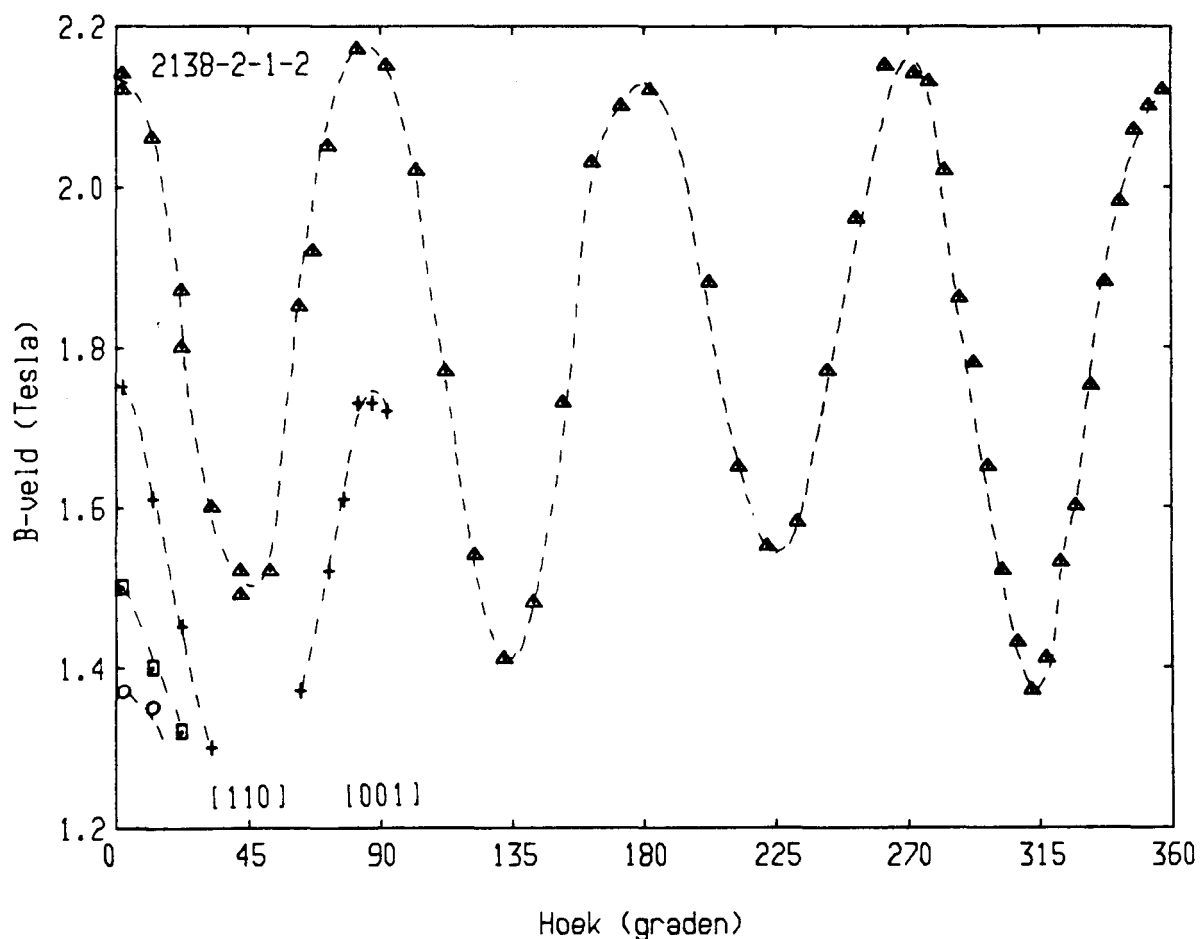
Preparaat 2.4-4

Dit preparaat heeft dezelfde Mn-concentratie als preparaat 2.4-3, maar een iets lagere elektronen concentratie nl. $7.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. De gevonden nulpunten zijn weergegeven in figuur 16.



Preparaat 2138-2-1-2

Dit preparaat heeft een andere configuratie dan beide voorgaande preparaten nl. met de stroom I langs de [100]-as, waardoor B niet evenwijdig aan de [111]-as geplaatst kan worden. De Mn concentratie is $x=0.05$ en de elektronen concentratie is $2.1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Bij dit preparaat is het B-veld bij $T=1.5 \text{ K}$ over 360° gedraaid (figuur 17).



Figuur 17: Afhangelijkheid van het nulpunt als functie van de hoek en de temperatuur

△ : $T=1.5 \text{ K}$

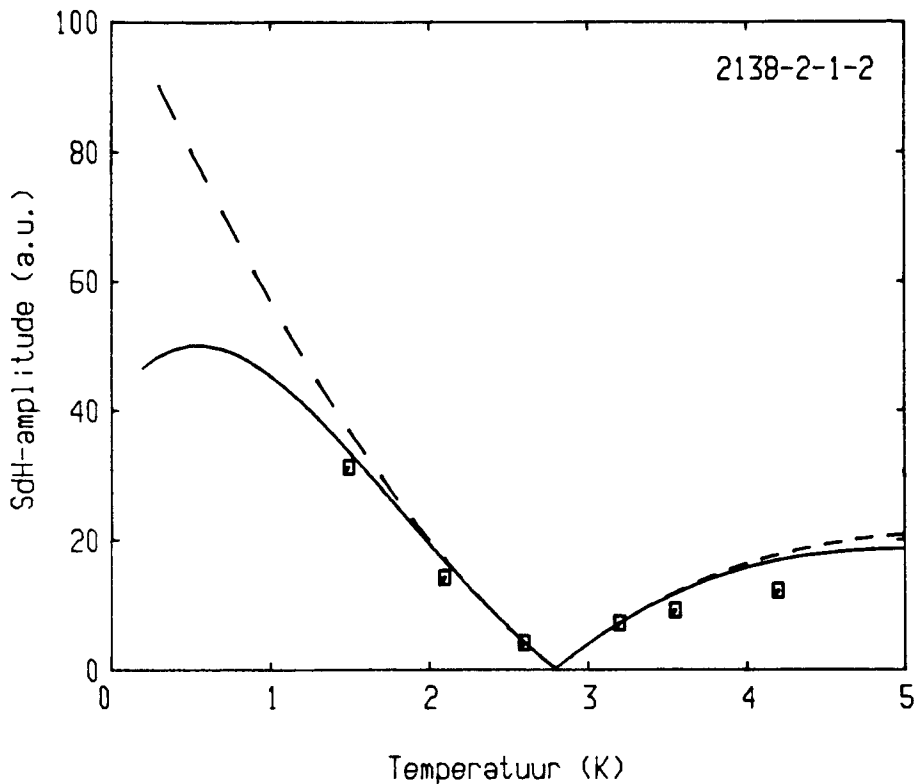
+ : $T=2.07 \text{ K}$

▣ : $T=2.61 \text{ K}$

○ : $T=3.17 \text{ K}$

--- : richtlijn voor het oog

Hieruit blijkt dat de nulpunten, zoals bij deze configuratie verwacht mag worden, bij draaiing over 90° weer op dezelfde plaats terug zijn. Bij dit preparaat is het, met de methode uit appendix IV, niet mogelijk vast te stellen welke waarde ν heeft in het nulpunt (figuur 18). Zowel met de waarde $\nu=-1/2$ als de waarde $\nu=-3/2$ in het nulpunt kan de amplitude als functie van het nulpunt beschreven worden.

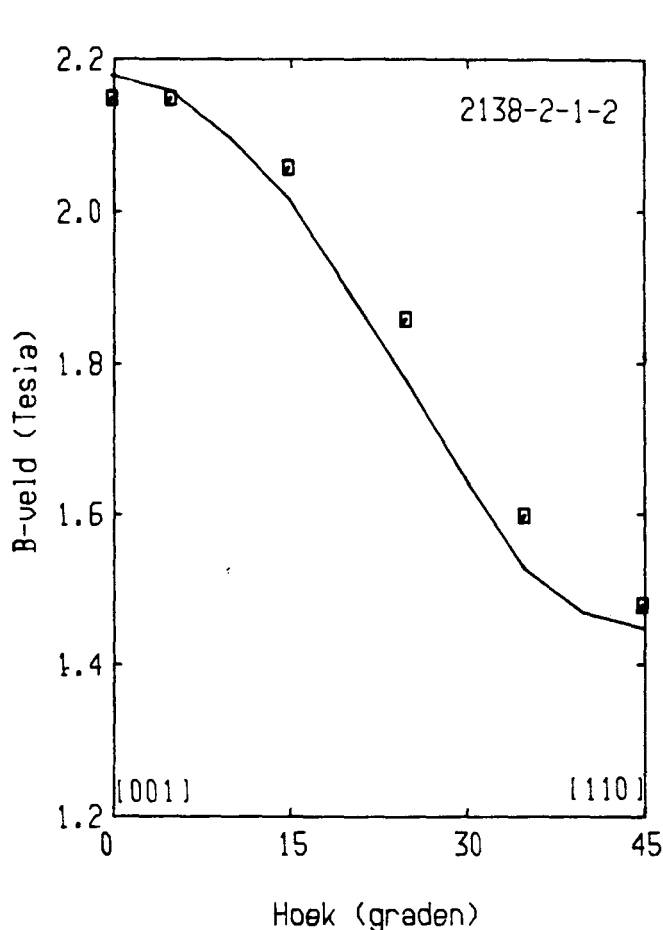


Figuur 18: Amplitude als functie van de temperatuur bij een magneetveld van 1.5 T evenwijdig aan de $[001]$ -as.

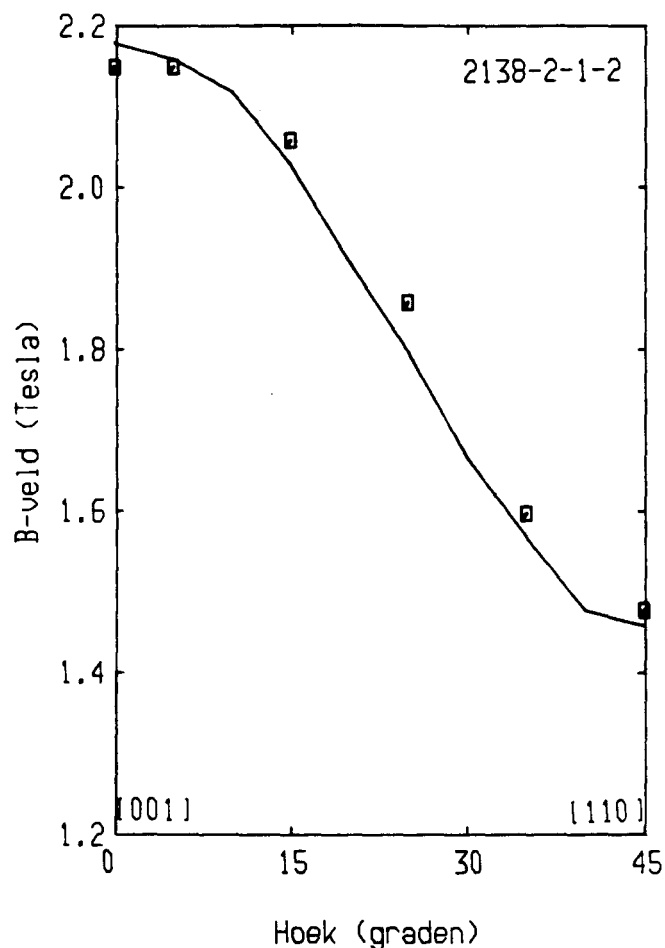
□ : meetpunten
 — : berekend met $\nu = -\frac{3}{2}$
 - - - : berekend met $\nu = -\frac{1}{2}$

Wordt in het nulpunt $\nu=-1/2$ genomen, dan kan de hoekafhankelijkheid van het nulpunt redelijk beschreven worden met behulp van het GPB-model door voor de parameters α en β de

waardes $\alpha = -0.4$ eV en $\beta = 0.574$ eV te nemen (figuur 19). Met $\nu = -3/2$ kan de hoekafhankelijkheid ook beschreven worden, maar nu moet de waardes $\alpha = -2$ eV en $\beta = 2.76$ eV genomen worden voor de exchange interactie parameters (figuur 20).



Figuur 19: Hoekafhankelijkheid v.h. nulpunt a.f.v. de hoek voor $T=1.5$ K
 □ : gemeten
 — : berekend met GPB-model met $\nu = -\frac{1}{2}$

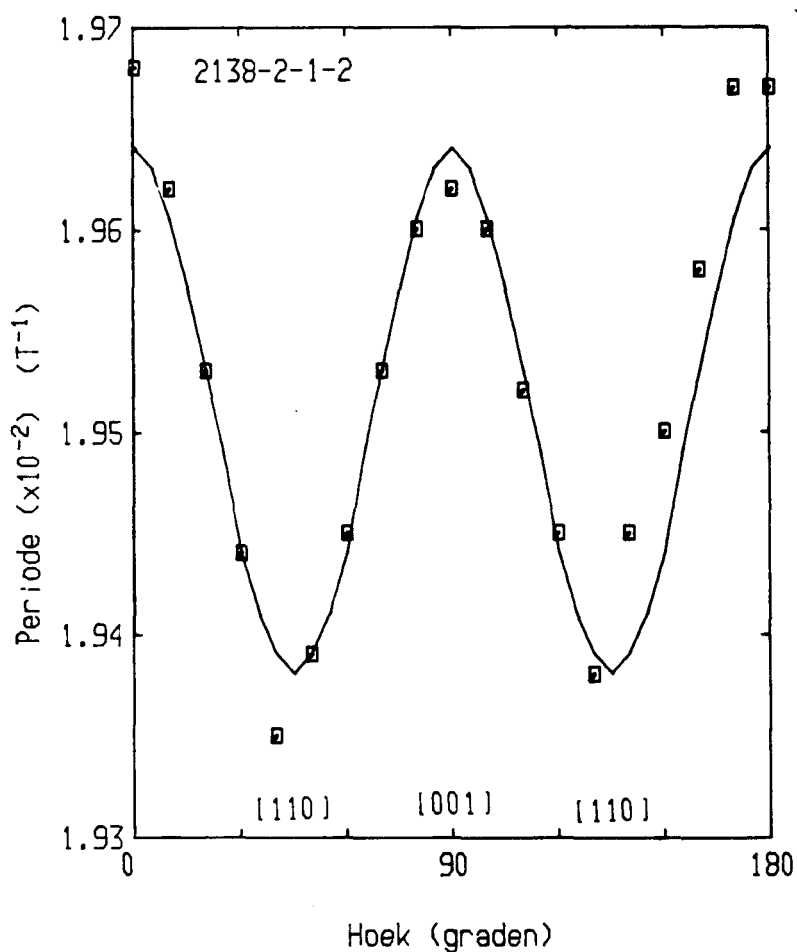


Figuur 20: Hoekafhankelijkheid v.h. nulpunt a.f.v. de hoek voor $T=1.5$ K
 □ : gemeten
 — : berekend met GPB-model met $\nu = -\frac{3}{2}$

Wordt geprobeerd de meetwaardes te verklaren m.b.v. het CPBI-model dan moeten eerst α en β bepaald worden voor $B//[110]$ -as (daar is de inversie asymmetrie bijdrage gelijk aan 0). Hieruit volgt $\alpha = -0.8$ eV (zelf gekozen) en $\beta = 1.35$ eV. Met deze waardes voor α en β wordt C zodanig gekozen dat voor $B//[001]$ -as het

berekende nulpunt samenvalt met het gemeten nulpunt. Voor C volgt hieruit $C=1 \times 10^{-11}$ eVm. Het is niet mogelijk met de gevonden α, β, C de hoekafhankelijkheid van het nulpunt uit te rekenen voor B draaiend in het (001)-vlak, omdat het gebruikte GPBI-model alleen kan rekenen met B draaiend in het (110)-vlak.

In figuur 21 is de SdH-periode uitgezet tegen de hoek. Hieruit zijn duidelijk, t.g.v. de anisotropie in de periode, de kristalassen af te lezen. De gestippelde kromme is de met het GPB-model berekende SdH-periode, waaruit blijkt dat dit model de anisotropie in de SdH-periode goed beschrijft.



Figuur 21: SdH-oscillatie periode als functie van de hoek.

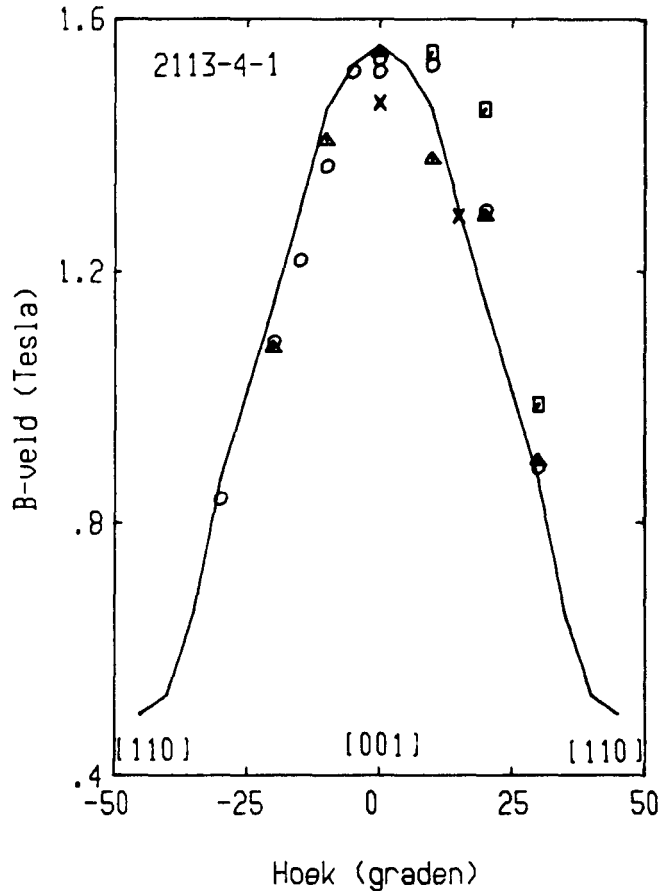
□ : gemeten

— : berekend met het GPB-model

45° is [110]-as ; 90° is [001]-as

Preparaat 2113-4-1

Dit preparaat heeft dezelfde configuratie als preparaat 2138-2-1-2 nl. met $I//[100]$ -as. de Mn concentratie is $x=0.0057$ en de elektronen concentratie is gelijk aan $4.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. De hoekafhankelijkheid en temperatuur afhankelijkheid van het nulpunt zijn weergegeven in figuur 22.



Figuur 22: Afhangelijkheid van het nulpunt als functie van de hoek bij verschillende temperaturen.

□ : $T=2.34 \text{ K}$

△ : $T=3.00 \text{ K}$

× : $T=3.55 \text{ K}$

○ : $T=4.2 \text{ K}$

— : berekend met het GPB-model met $T=4.2 \text{ K}$

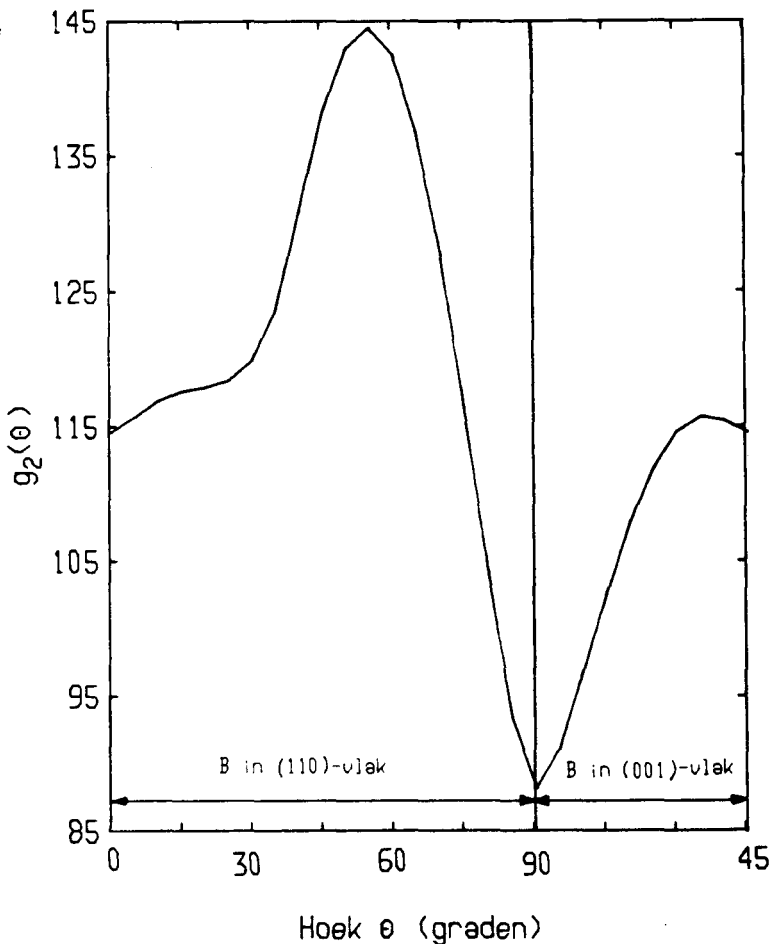
Hierbij valt op dat er nauwelijks temperatuur afhankelijkheid is. Bij dit preparaat is het ook niet mogelijk gebleken de waarde van ν te bepalen in het nulpunt. Nemen we $\nu=-1/2$ dan kan voor $T=4.2$ K met het GPB-model de in figuur 22 getrokken kromme berekend worden indien gebruik gemaakt wordt van $\alpha=-0.3$ en $\beta=0.328$.

Willen we de meetwaardes bij $T=4.2$ K beschrijven met het GPBI-model, dan stoten we op het volgende probleem. Voor $B//[110]$ -as is geen nulpunt gevonden, waardoor α en β niet bepaald kunnen worden zodanig dat ν halftallig is in dat nulpunt. Worden voor α en β de waardes $\alpha=-0.8$ eV en $\beta=1.35$ eV gekozen (deze waardes zijn bij voorgaande preparaten gebruikt) dan moet C de waarde 1.8×10^{-11} eVm hebben om ervoor te zorgen dat het berekende nulpunt voor $B//[001]$ -as samenvalt met het gemeten nulpunt voor die richting. Bij lagere temperaturen dan 4.2 K zal C een andere waarde krijgen. Deze waarde zal dan kleiner zijn dan de 1.8×10^{-11} eVm, die bij 4.2 K gevonden is, omdat de exchange interactie bij temperaturen kleiner dan 4.2 K een groter deel van de totale spinsplitsing zal verzorgen dan bij $T=4.2$ K. Voor de temperatuurafhankelijkheid van het nulpunt is geen verklaring gevonden.

4.2.1. Discussie van de resultaten

Het blijkt uit de resultaten van de preparaten 2138-2-1-2 en 2113-4-1 dat de hoekafhankelijkheid van de nulpunten, met B in (001)-vlak, redelijk te beschrijven is met het GPB-model. Dit model is echter niet in staat de hoekafhankelijkheid, met B in (110)-vlak te beschrijven. Dit is als volgt te verklaren.

Met het GPBI-model kan de energie bijdrage aan de totale spinsplitsing door de inversie asymmetrie alleen voor B in het (110)-vlak worden uitgerekend, omdat alleen voor deze richting de hoekafhankelijkheid van de in dit model gebruikte matrixelementen is uitgerekend. Er is echter een ander model <25>, waarin wordt aangetoond dat de energie bijdrage door de inversie asymmetrie evenredig is met een functie $g_2(\theta)$.



Figuur 23: Hoekafhankelijkheid van $g_2(\theta)$ voor B draaiend in (110)-vlak en voor B draaiend in (001)-vlak.

In figuur 23 staat deze functie voor het geval B in (001)- danwel in het (110)-vlak draait. Het blijkt nu dat het verloop van $g_2(\vartheta)$ in het (110)-vlak redelijk overeenkomt met het verloop van de energie bijdrage t.g.v. de inversie asymmetrie berekend met het GPBI-model in dat vlak (vgl. figuren 4 en 23). Hieruit mag dan geconcludeerd worden dat $g_2(\vartheta)$ voor B in het (001)-vlak, het verloop van de energie bijdrage t.g.v. de inversie asymmetrie in dat vlak redelijk zal beschrijven. Nu blijkt het verloop van de energie bijdrage van de inversie asymmetrie in het (001)-vlak ongeveer hetzelfde te zijn als het verloop van de energie bijdrage van de exchange interactie aan de totale spinsplitsing. Voor B in het (001)-vlak kan de totale spinsplitsing worden beschreven door de bijdrage van de inversie asymmetrie weg te laten en de bijdrage van de exchange interactie te vergroten. Dit lukt niet in het geval B in (110)-vlak, omdat de energie bijdrage van de exchange interactie een hoekafhankelijkheid heeft die totaal anders is als de hoekafhankelijkheid van energie bijdrage van de inversie asymmetrie (vgl. figuren 4 en 14). Tussen het GPBI-model en het model volgens <25> zit nog een opmerkelijk verschil. Voor B//[110]-as is $g_2(\vartheta) \neq 0$. Dit betekent, dat volgens <25> de inversie asymmetrie bijdrage aan de spinsplitsing voor B//[110]-as niet 0 is, dit in tegenstelling tot het GPBI-model waar deze bijdrage wèl 0 is.

Voor preparaat 2138-2-1-2 is de hoekafhankelijkheid van het nulpunt in het (001)-vlak bechreven met het GPB-model. Omdat de energie bijdrage t.g.v. de exchange interactie die van de inversie asymmetrie compenseert, zullen de exchange interactie parameters α en β in werkelijkheid kleiner zijn dan de -2 en 2.76 eV, zoals ze met het GPB-model bepaald zijn. Bij het GPBI-model zijn voor α en β de waardes -0.8 en 1.35 eV gebruikt, waaruit dan geconcludeerd kan worden dat in het nulpunt, ν de waarde -3/2 moet hebben in plaats van -1/2.

Vergelijken we met elkaar de resultaten van de preparaten 2.4-3 en 2.4-4. Deze preparaten hebben dezelfde Mn concentratie maar verschillende elektronen concentraties. Worden de nulpunten

bij de temperaturen 2.03 en 2.06 K met elkaar vergeleken dan valt op dat voor B//[110]-as de nulpunten voor beide preparaten bij ongeveer dezelfde B-velden liggen (0.75 T en 0.80 T), terwijl dit voor B//[001]-as totaal verschillend is (1.35 T en 1.75 T). Aangezien de elektronen concentratie de enige variabele is die veranderd is en deze voor preparaat 2.4-3 groter is dan voor 2.4-4 volgt hieruit dat de bijdrage van de inversie asymmetrie toeneemt naarmate de elektronen concentratie groter wordt.

Tot slot kunnen we concluderen dat door de uitbreiding van het CPB-model met de inversie asymmetrie de hoekafhankelijkheid voor B in het (110)-vlak kan worden beschreven. De parameter C is echter niet voor alle preparaten gelijk. Dit kan komen doordat de andere parameters ($C, N_2=N_3$) gelijk aan 0 gesteld zijn, maar dit in werkelijkheid niet zijn.

4.3. Resultaten zerofield splitsing

Om de aanwezigheid van zerofield splitsing in $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ met behulp van SdH-metingen aan te tonen is het noodzakelijk dat er bij voldoende verschillende temperaturen knopen waargenomen zijn. Dit is slechts bij twee preparaten het geval geweest nl. de preparaten 2.4-3 en 2.4-4. Deze preparaten hebben dezelfde Mn concentratie maar verschillende elektronen concentraties. De elektronen concentratie van 2.4-3 is $1.2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ en die van 2.4-4 is $7.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. De precieze methode om uit de B en T waarden, waar zich een nulpunt bevindt, de juiste energieën te berekenen wordt hieronder beschreven:

De totale spinsplitsing kunnen we schrijven als de som van 4 verschillende termen :

$$\Delta E_{ss} = \Delta E_0 + \Delta E_{i,a} + \Delta E_{e,x} + \Delta E_{z,f} \quad \text{in meV}$$

Uitgaande van de waarde van het B-veld, waar bij een temperatuur T een nulpunt optreedt kunnen we op de onderstaande wijze de afzonderlijke bijdragen aan de spinsplitsing uitrekenen.

- 1) Uit B en T kan de gemiddelde Mn spin $\langle S_z \rangle$ berekend worden.
- 2) De totale spinsplitsing ΔE_{ss} is te berekenen met de formule:

$$\Delta E_{ss} = \hbar \omega_c = v \times \frac{\hbar e B}{m^*}$$

De effectieve massa m^* kan m.b.v. het GPB-model bepaald worden. Voor de bepaling van v wordt verwezen naar appendix IV.

- 3) De spinsplitsing, zonder exchange interactie, ΔE_0 , is te berekenen met de formule:

$$\Delta E_0 = g_0 \mu_B B \quad \text{met } g_0 = \frac{2v_0}{m_0/m^*}$$

v_0 en m^* zijn weer te berekenen met het GPB-model.

- 4) De grootte van de inversie asymmetrie bijdrage wordt berekend met het GPBI-model.

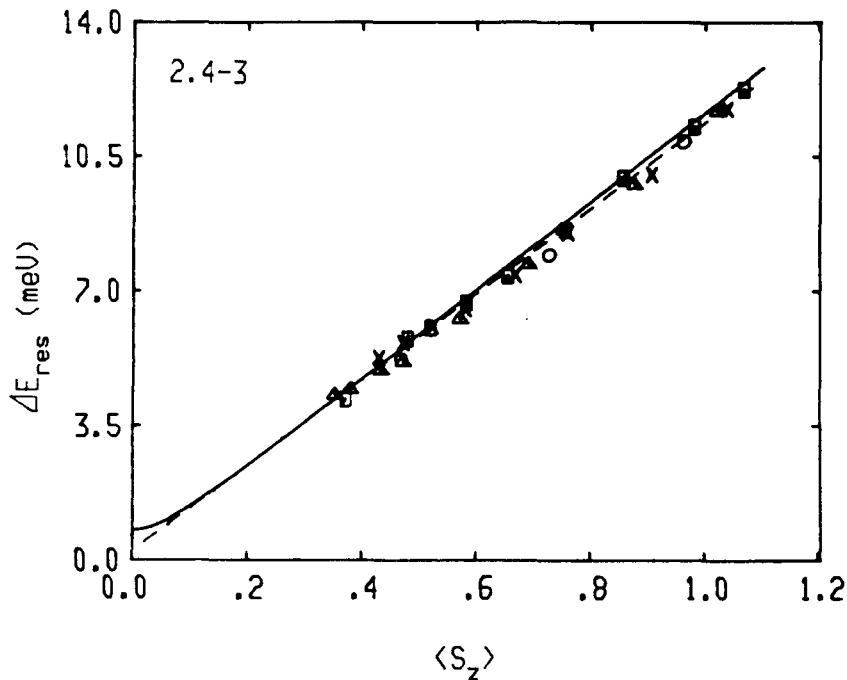
Om een uitspraak te kunnen doen omtrent een eventuele zerofield splitsing wordt nu ΔE_{res} ($= \Delta E_{ss} - \Delta E_0 - \Delta E_{i,a}$) uitgezet tegen de gemiddelde Mn spin $\langle S_z \rangle$. We kunnen nu m.b.v. de kleinste kwadraten methode, de beste rechte door deze punten bepalen. De

afsnijding met de y -as is dan gelijk aan de zerofield splitsing ΔE_{z_f} , omdat bij $\langle S_z \rangle = 0$ de exchange interactie bijdrage gelijk aan 0 is.

Willen we de punten benaderen met formule 2.2.5.2(25) dan moeten we ΔE_{res}^2 uitzetten tegen $\langle S_z \rangle^2$ en daarna een rechte door deze punten bepalen. Uit de helling en afsnijding met de y -as van deze rechte kunnen $xN_0(\alpha-\beta)$ en N bepaald worden. De zerofield splitsing ΔE_{z_f} kan nu uit formule 2.2.5.2(25) bepaald worden.

De berekende waarden voor de verschillende energieën van de preparaten 2.4-3 en 2.4-4 staan in de tabellen in appendix 2.

In de figuren 24 en 25 zijn de resultaten weergegeven.

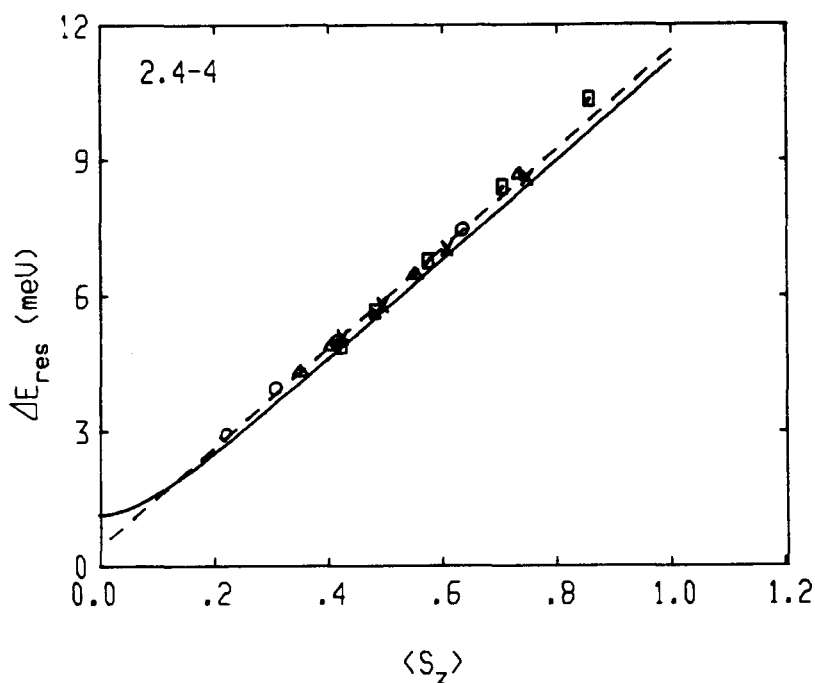


Figuur 24: ΔE_{res} uitgezet tegen de gemiddelde Mn spin $\langle S_z \rangle$ voor 4 verschillende hoeken.

\square : 0° ; \triangle : 30° ; \times : 60° ; \circ : 90°

--- : rechte lijn benadering

— : benadering met formule 2.2.5.2(25)



Figuur 25 ΔE_{res} uitgezet tegen de gemiddelde Mn spin $\langle S_z \rangle$ voor 4 verschillende hoeken.
 \square : 0° ; \triangle : 30° ; \times : 60° ; \circ : 90°
 - - - : rechte lijn benadering
 — : benadering met formule 2.2.5.2(25)

In deze figuren staat voor verschillende 4 hoeken ΔE_{res} uitgezet tegen de gemiddelde magnetisatie $\langle S_z \rangle$. Omdat is gecorrigeerd voor de inversie asymmetrie liggen de meetpunten voor alle hoeken op dezelfde lijn. In de figuren zijn foutenbalkjes weggelaten. De onnauwkeurigheid in $\langle S_z \rangle$ is kleiner dan 0.01, terwijl de onnauwkeurigheid in de energie maximaal 0.03 meV bedraagt. De 2 belangrijkste oorzaken hiervoor zijn:

- 1) de afleesfout in B en T, waar de knoop zich bevindt.
- 2) de fout die gemaakt wordt in de bepaling van m^* .

m^* wordt bepaald met het GPB-model, terwijl deze eigenlijk bepaald zou moeten worden met het GPBI-model. Het blijkt dat hierdoor, afhankelijk van de hoek, een fout van maximaal 2% ontstaat.

Als we de resultaten uit figuur 24 fitten met een rechte, dan vinden we voor $\Delta E_{z,f}$ een waarde van 0.2 meV. Fitten we de resultaten met een kromme van de gedaante 2.2.5.2.(25) dan vinden we voor $\Delta E_{z,f}$ een waarde van 0.73 meV (dit komt overeen met een waarde voor N van 2220). Doen we hetzelfde voor de resultaten uit figuur 25, dan vinden we respectievelijk $\Delta E_{z,f}=0.27$ meV en $\Delta E_{z,f}=0$ (dus $N=\infty$). Indien we bij het fitten van de resultaten uit figuur 25 het hoogst gelegen punt (0.859,10.4) niet meenemen vinden we respectievelijk de waardes $\Delta E_{z,f}=0.42$ meV en $\Delta E_{z,f}=1.17$ (dus $N=800$).

Hieruit blijkt dat met name het fitten van de kromme van de gedaante 2.2.5.2(25) erg gevoelig is voor afwijkingen in de meetwaardes, waardoor in het gebied vlakbij de oorsprong grote afwijkingen ontstaan.

Het aantal Mn^{2+} ionen waarmee een vrij elektron wisselwerkt is, vergeleken met de waardes die Stepniewski en Colnik vinden voor gelijkwaardige materialen, aan de hoge kant. deze auteurs vinden waardes tussen de 40 en 350 (bij Mn concentraties van 3 tot 10%), terwijl onze waardes tussen 800 en ∞ liggen (voor een Mn concentratie van 2.5%).

Tot slot kunnen we concluderen dat, alhoewel de door ons gevonden waardes redelijk in de buurt liggen van de waardes die we voor zerofield splitsing verwachten (0.5 à 1 meV), zerofield splitsing niet met zekerheid kan worden aangetoond. Hiervoor zouden er een aantal meetpunten nodig zijn bij kleine $\langle S_z \rangle$ waardes (dus lage B-velden), waaruit dan duidelijk zou moeten blijken dat bij extrapolatie van deze punten deze niet door de oorsprong zouden gaan. Meetpunten bij lage B-velden houdt in dat er nulpunten bij lage B-velden gevonden moeten worden. Dit alleen mogelijk bij zeer goed homogene preparaten met weinig roosterfouten.

4.4. Speciale verschijnselen

1. Inhomogeniteiten

Bij het groeien van kristallen ontstaan er allerlei soorten roosterfouten. De concentratie van een bepaalde roosterfout hoeft niet op iedere plaats in het kristal hetzelfde te zijn. Aangezien roosterfouten voor een deel de annealingprocessen beïnvloeden (par. 3.1.2), kunnen hierdoor inhomogeniteiten ontstaan in de elektronen concentratie. Deze inhomogeniteiten hebben o.a. tot gevolg dat er zwevingen ontstaan in de SdH-omhullende. Booth heeft uitgerekend dat, bij aanwezigheid van een gradiënt of stap in de elektronen concentratie, er zelfs nulpunten in de SdH-omhullende kunnen ontstaan die ook periodiek zijn in $1/B$ <26>. In figuur 26a staat een SdH-sigitaal getekend van preparaat 2113-4-3. Uit dat sigitaal zijn twee periodes te destilleren:

- 1) de periode van het SdH-sigitaal : $P_1 = 2 \times 10^{-2} \text{ T}^{-1}$
- 2) de periode van de zweving (omhullende) : $P_2 = 8 \times 10^{-2} \text{ T}^{-1}$

Deze zweving kan met het model van Booth verklaard worden. Indien uitgegaan wordt van een stap in de elektronen concentratie dan zou volgens Booth de elektronen concentratie een stap moeten vertonen van $1.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ naar $2.4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Dit zou betekenen dat er een verschil in elektronen concentratie van een factor 2 moet optreden en dit lijkt niet onmogelijk.

2. Hoekafhankelijke ondergrond

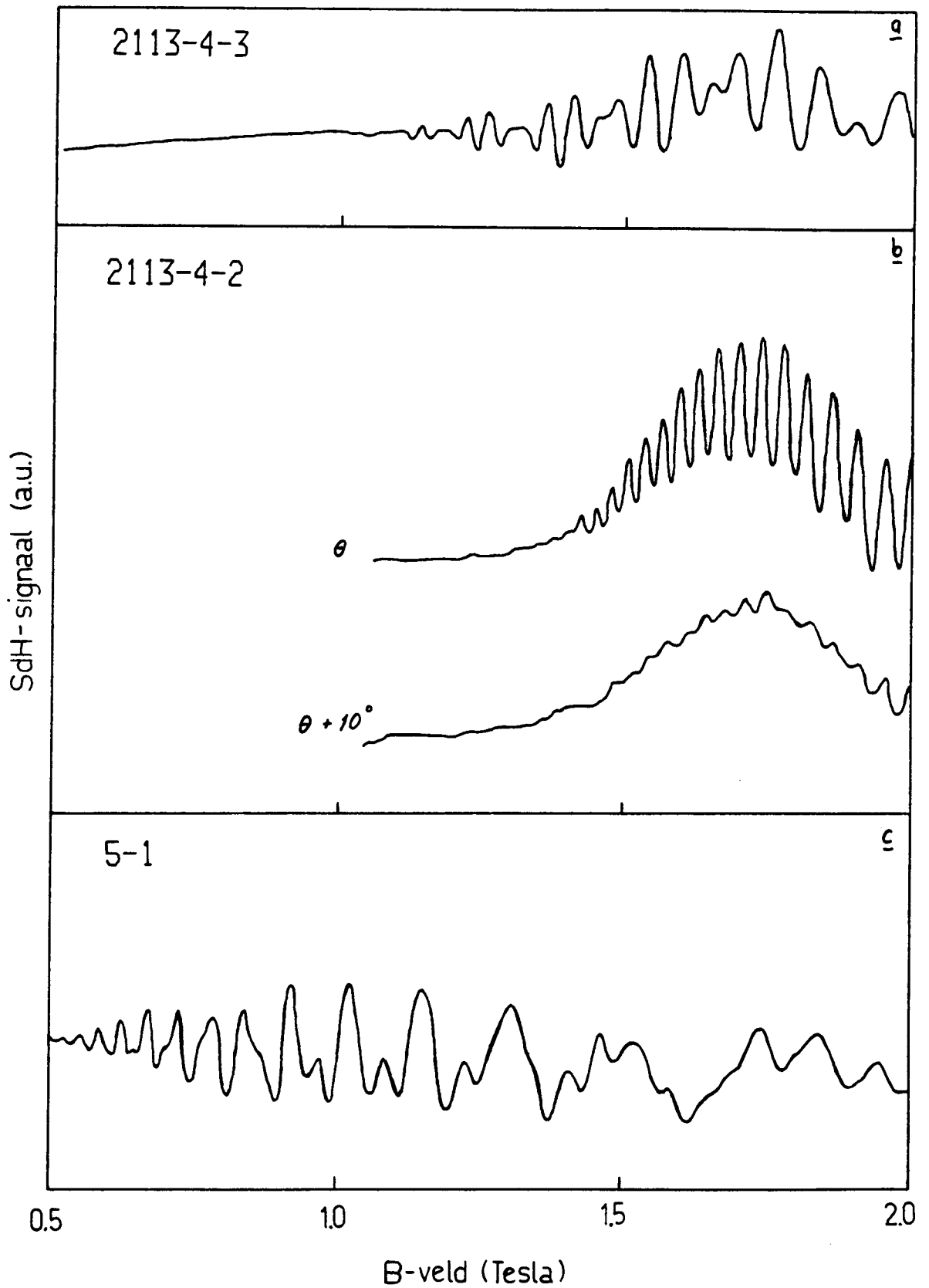
Bij sommige preparaten zit er een hoekafhankelijke ondergrond op het SdH-sigitaal gesuperponeerd. Deze hoekafhankelijkheid is zodanig dat als er bij een hoek ϑ een ondergrond op het SdH-sigitaal zit, er bij een hoek $\vartheta + 180^\circ$ er ook een ondergrond op het sigitaal zit, maar wel zodanig dat deze precies tegengesteld is aan de ondergrond bij de hoek ϑ . Dit doet sterk denken aan inductie spanningen die op kunnen treden, doordat de draden waarover de spanning gemeten wordt een lus maken, waarin door het wisselende modulatieveld inductie spanningen worden opgewekt. Door ervoor te zorgen dat de lus van de spanningsdraden zo klein mogelijk is kan dit effect redelijk onderdrukt worden.

3. Hoekafhankelijk signaal

Er zijn preparaten waarbij het verschijnsel optreedt, dat wanneer de hoek over 10^0 verdraaid wordt, het SdH-signaal, over het gehele B traject met een factor 5 inzakt (figuur 26b). Hiervoor zou de volgende verklaring kunnen gelden. Als gevolg van inhomogeniteiten en de vreemde geometrie van de zilververf contacten op het preparaat kan het zijn dat er verschillende stroompaden optreden bij verschillende hoeken. Ieder stroompad heeft een andere weerstand. Het is verder gebleken dat de preparaatstroom voor een deel via de spannings contacten door de transformator loopt. Als de weerstand door het preparaat hoekafhankelijk is, dan is ook de stroom door het preparaat hoekafhankelijk. aangezien de grootte van het SdH-signaal afhankelijk is van de stroom door het preparaat zal dus ook de grootte van het SdH-signaal hoekafhankelijk worden. Of dit effect de factor 5 die gemeten is kan verklaren is niet duidelijk.

4. 4^e harmonische van het SdH-signaal

Doordat bij het meten gebruik is gemaakt van magneetveld modulatie moet de r^e harmonische van het SdH-signaal met een Besselfunctie $J_2(ra)$ vermenigvuldigt worden (zie ook par 3.2.1.1.). Deze Besselfunctie zorgt ervoor dat de verschillende harmonischen ieder met een verschillende factor vermenigvuldigt moeten worden. Indien de 1^e en 2^e harmonische nu meer verzwakt worden dan de 4^e harmonische, kan het zijn dat deze 4^e harmonische zich gaat uiten in het SdH-signaal (figuur 26c).



Figuur 26a,b,c: Voorbeelden van in par. 4.4. beschreven speciale SdH-signalen

5. PROGRAMMATUUR

5.1 Inleiding

Bij een aantal signalen kwam het voor dat de tweede harmonische (de term met $r=2$) van een SdH-sigitaal even groot of groter was dan de eerste harmonische (de term met $r=1$). Hierdoor is het vrijwel onmogelijk te bepalen waar een knoop (plaats waar de eerste harmonische minimaal is) te bepalen. Door nu SdH-signalen m.b.v. een computer op te slaan, is het mogelijk deze signalen m.b.v. computerprogramma's te analyseren. Eventuele minima in de eerste harmonische kunnen zo bepaald worden. Voor de opslag van de meetdata is gebruik gemaakt van een personal computer (PC). Aan de computer is een LAB-master aangesloten, waarin o.a. Analooq Digitaal Converters (ADC's) aanwezig zijn. Via deze ADC's worden de gewenste signalen gemeten.

In dit hoofdstuk worden de computerprogramma's beschreven die gebruikt zijn voor het inlezen, verwerken en plotten van de meetdata. De programma's zijn allemaal in BASIC geschreven.

In paragraaf 5.2 worden de meet- en plot programma's behandeld, terwijl in par. 5.3 de verwerkingsprogramma's worden besproken.

5.2. Meten van de data

5.2.1. Algemeen

Er zijn twee meetprogramma's gebruikt, nl. MEETSDH.BAS en MAGNMEET.BAS. Het programma MEETSDH.BAS meet SdH-signalen, terwijl MAGNMEET.BAS magnetisatie signalen meet. Beide programma's meten 2 spanningen, die via de kanalen 0 en 8 van de LAB-master moeten binnenkomen. Op kanaal 0 moet bij beide programma's de Hall-spanning worden aangesloten, terwijl op kanaal 8 de SdH-spanning resp. de magnetisatie spanning (dit is de spanning afkomstig van de fonermagnetometer) aangesloten moet worden. De van het Hall-plaatje afkomstige spanning (tussen 0 en

10 mV) wordt nog met een factor 100 versterkt. Dit gebeurt niet, omdat de ADC's deze kleine spanningen niet zouden kunnen meten, maar omdat het signaal anders te storingsgevoelig is (er is o.a. pick-up van het beeldscherm van de PC). De Hall-spanningen worden gemeten op het bereik van -1V tot 1V. Het oplossend vermogen van de ADC is dan $1/2048 \approx 0.5$ mV. De SdH- en magnetisatie spanningen worden gemeten op het bereik -10V tot 10V. Hiervan is het oplossend vermogen dan $10/2048 \approx 5$ mV.

5.2.2. MEETSDH.BAS

Het programma MEETSDH.BAS meet een SdH-sigitaal als functie van B. Omdat een SdH-sigitaal periodiek is in $1/B$ wordt in equidistante stappen in $1/B$ gemeten. Hierdoor worden in elke oscillatie ongeveer evenveel meetpunten genomen (10 meetpunten per periode blijkt in de praktijk voldoende te zijn).

Belangrijke ingangsgrootheden van het programma zijn:

- het magneetveld waar begonnen moet worden met meten B1
- het magneetveld waar gestopt moet worden met meten B2
- de stapgrootte in het reciproke magneetveld $\Delta 1/B$
- het meetbereik voor de SdH-signalen

Werking

Het programma berekent de bij B1 behorende Hall-spanning. Als de gemeten Hall-spanning groter is als de bij B1 behorende Hall-spanning, wordt de SdH-spanning uitgelezen en samen met de bijbehorende Hall-spanning in een array gezet. Hierna wordt B1 gelijk gemaakt aan $1/(1/B1 - \Delta 1/B)$, waarna weer de bijbehorende Hall-spanning uitgerekend wordt enz. Als B1 groter wordt als B2 stopt het programma met meten. Nu kan het signaal nog geplotted worden op het beeldscherm, waarna de meetdata weggeschreven kunnen worden op een floppy-disk.

Opmerkingen

- 1) Er moeten, voordat het programma begint met meten, enkele vragen beantwoord worden. Dit zijn vragen als temperatuur,

hoek, preparaatkarakterisatie enz.

- 2) Indien men tijdens de meting wil stoppen, zonder de meetdata te verliezen, moet op de 'ESC'-toets gedrukt worden.
- 3) Voordat de meetwaardes op floppy gezet worden is het mogelijk daar nog opmerkingen aan toe te voegen.
- 4) Op de floppy disk wordt het SdH-spanning tegen het B-veld weggeschreven.
- 5) Het programma kan ook gebruikt worden voor metingen in de superspoel (in Kopzaal NL). Aangezien in die opstelling een ander Hall-plaatje zit, moeten regel 100 en 110 aangepast worden. In deze regels staan de omrekeningsfactoren van Hall-spanning naar magneetveld en deze zijn voor ieder Hall-plaatje verschillend.

5.2.3. MAGNMEET.BAS

Het programma MAGNMEET.BAS meet een magnetisatie signaal als functie van het magneetveld en meet in stappen ΔB .

Belangrijke ingangsgrootheden zijn:

- het magneetveld waar gestopt moet worden B2
- stapgrootte in het B-veld

Werking

Het programma berekent de bij $B=0$ behorende Hall-spanning. Als de gemeten Hall-spanning groter of gelijk wordt aan de berekende Hall-spanning, wordt de magnetisatie spanning (spanning afkomstig van de fonermagnetometer) uitgelezen. In een array worden daarna het magneetveld en de magnetisatie spanning weggeschreven. Het nieuwe B-veld wordt gelijk gemaakt aan $B+\Delta B$, waarna de bijbehorende Hall-spanning weer wordt uitgerekend enz. Het programma stopt als B groter wordt als B2. Hierna kan het signaal nog geplot worden op het scherm en eventueel weggeschreven worden op floppy-disk.

Opmerkingen

- 1) Er moeten, voordat het programma begint met meten, enkele vragen beantwoord worden als preparaat, temperatuur enz.
- 2) Indien men tijdens het meten wil stoppen, zonder de meetdata te willen verliezen, moet de 'ESC'-toets worden ingedrukt.

Bij de teksten die langs de assen of in de grafiek gezet kunnen worden is het mogelijk subscripts, superscripts en greekse letters te gebruiken.

- subscript : ^ vóór de desbetreffende karakter intoetsen.
- superscript : @ vóór de desbetreffende karakter intoetsen.
- grieks : & vóór de desbetreffende karakter intoetsen.

Vb. $T^a = T^a$, $T@a = T_a$, $T\&A = T\alpha$

Het is niet mogelijk greekse symbolen als sub- of superscript te gebruiken.

Als de grafieken geplot zijn op het beeldscherm, dan kan gebruik gemaakt worden van een pointer. Dit is een pijltje, dat m.b.v. de cursorbesturingstoetsen op het toetsenbord, over het scherm bewogen kan worden. Als men op een bepaalde plaats het B-veld wil weten, moet het pijltje op de gewenste plaats gezet worden, waarna de "B"-toets ingedrukt moet worden. Als men geen gebruik meer wil maken van de pointer moet de "ESC"-toets ingedrukt worden.

5.3. Verwerking van de meetdata

5.3.1. De SdH-data

5.3.1.1. Theoretische achtergrond

De algemene gedaante van een periodieke functie met periode T is:

$$(1) \quad y = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cdot \cos(j\vartheta) + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cdot \sin(j\vartheta) \quad , \text{ met } \vartheta = 2\pi t/T$$

Van deze functie willen we de coëfficiënten a_j en b_j bepalen.

We gaan er nu vanuit dat we n meetpunten y_i in punt ϑ_i hebben en nemen tevens aan dat deze meetpunten equidistant zijn.

$$\vartheta_i = \frac{2\pi i}{n} = i\varphi \quad , \text{ met } \varphi = \frac{2\pi}{n}$$

en $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$

en stellen de normaalvergelijkingen op:

$$(2) \quad \sum_{i=0}^{n-1} [\{y_i - a_0 - \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cdot \cos(ji\varphi) - \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cdot \sin(ji\varphi)\} \cdot \sin(ki\varphi)] = 0$$

$$(3) \quad \sum_{i=0}^{n-1} [\{y_i - a_0 - \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cdot \cos(ji\varphi) - \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cdot \sin(ji\varphi)\} \cdot \cos(mi\varphi)] = 0$$

$$k, m \in \mathbb{R}$$

Er gelden de volgende regels :

$$a) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \cos(li\varphi) = \frac{\sin(\frac{1}{2}ln\varphi) \cdot \cos\{\frac{1}{2}(n-1)\varphi\}}{\sin(\frac{1}{2}n\varphi)}$$

dit is gelijk aan 0 als l geheel is, omdat $\frac{1}{2}ln\varphi = \frac{1}{2}ln \frac{2\pi}{n} = l\pi$

$$b) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \sin(ji\varphi) \cdot \sin(ki\varphi) \stackrel{!}{=} \sum_{i=0}^{n-1} [\cos\{(k-j)i\varphi\} - \cos\{(k+j)i\varphi\}] = 0 \quad \text{als } k \neq j$$

$$= \frac{1}{2}n \quad \text{als } k=j$$

$$c) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \sin(ji\varphi) \cdot \cos(mi\varphi) \stackrel{!}{=} \sum_{i=0}^{n-1} [\cos\{(k-j)i\varphi\} - \cos\{(k+j)i\varphi\}] = 0 \quad \text{als } k \neq j$$

$$= \frac{1}{2}n \quad \text{als } k=j$$

$$d) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \cos(ji\varphi) \cdot \sin(ji\varphi) = 0$$

$$e) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \sin(ji\varphi) = 0 \quad , \quad \sum_{i=0}^{n-1} \cos(ji\varphi) = 0$$

$$l \in \mathbb{R}$$

Door toepassing van a) t/m e) op (2) en (3) reduceren deze tot:

$$(4) \quad a_j = \frac{2}{n} * \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} y_i * \cos(j\theta_i) \right\} \quad a_0 = \frac{1}{n} * \sum_{i=0}^{n-1} y_i$$

$$(5) \quad b_j = \frac{2}{n} * \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} y_i * \sin(j\theta_i) \right\}$$

a_j en b_j zijn de coëfficiënten die we wilden bepalen.

We willen nu een functie van de volgende gedaante analyseren:

$$(6) \quad y = c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{c_j * \sin(j\theta + d_j)\}$$

dan moeten we (6) eerst schrijven als:

$$y = c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \{c_j * [\sin(j\theta) * \cos(d_j) + \sin(d_j) * \cos(j\theta)]\}$$

$$y = c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \underbrace{c_j * \cos(d_j)}_{b_j} * \sin(j\theta) + \underbrace{c_j * \sin(d_j)}_{a_j} * \cos(j\theta) \right\}$$

waarbij we formule (1) weer verkregen hebben.

c_j en d_j kunnen op de volgende wijze uit a_j en b_j verkregen worden:

$$(7) \quad c_j^2 = a_j^2 + b_j^2$$

$$(8) \quad d_j = \arctan\left[\frac{a_j}{b_j}\right]$$

5.3.1.2. FITDATA.BAS

Het programma FITDATA.BAS berekent de amplitude en bijbehorende fase van de 1^e harmonische en de amplitude van de 2^e harmonische van een gemeten SdH-sigitaal als functie van B. Het programma heeft als invoer nodig:

- de file die gefit moet worden
- in welk B-bereik gefit moet worden; B1=min, B2=max
- de periode van het SdH-sigitaal; PER (deze periode moet van te voren zelf worden uitgerekend)
- hoeveel punten er per periode genomen moeten worden; N (N=oneven)

Werking

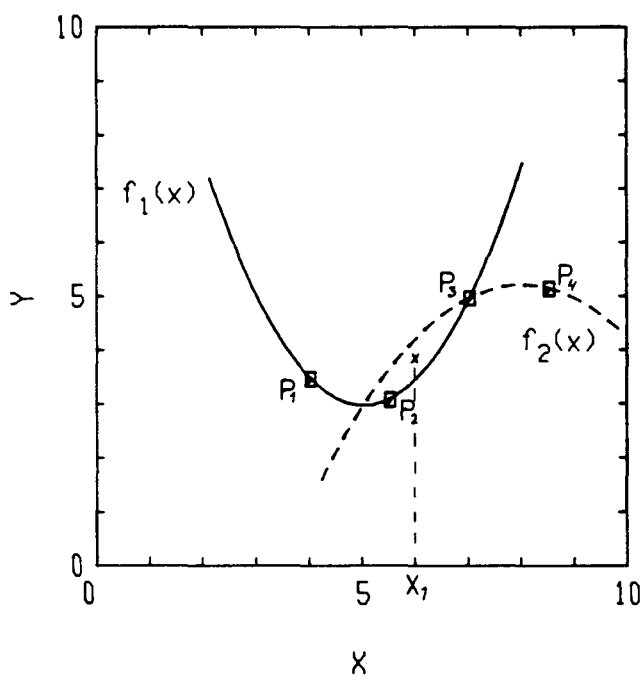
Allereerst worden uit de meetwaarden nieuwe punten berekend,

zodanig dat deze punten equidistant zijn in $1/B$ en er N punten per periode zijn. De meetwaardes zijn weliswaar al periodiek in $1/B$, maar voor de fitprocedure is het noodzakelijk dat:

-1) het eerste punt precies moet liggen bij die meetwaarde waar begonnen moet worden met fitten.

-2) er per oscillatie precies evenveel meetpunten moeten zijn.

Het berekenen van deze nieuwe punten gebeurt met de 2-parabool aanpassing. De 2-parabool aanpassing houdt het volgende in.



Figuur 27: 2-parabool
aanpassing

Stel we hebben 4 meetpunten P_1 t/m P_4 en willen een nieuw punt berekenen tussen P_2 en P_3 in, ter plekke X_1 . We berekenen dan de parabool door de punten P_1, P_2 en P_3 ($y=f_1(x)$) en de parabool door de punten P_2, P_3 en P_4 ($y=f_2(x)$). Het nieuwe punt wordt nu $(x_1, y_1) = (x_1, \frac{1}{2}(f_1(x_1) + f_2(x_1)))$ (figuur 27). Het totaal aantal nieuw te berekenen punten NN wordt nu gelijk aan $NN = \frac{(1/B_1 - 1/B_2)}{PER} * N$.

Het bepalen van de amplitude en fase in het k^o punt gebeurt als volgt: we bepalen a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 door i in formule (4) en (5) te laten lopen over één periode, te weten van $k - \frac{N-1}{2}$ tot $k + \frac{N-1}{2}$.

Uit de a_i 's en b_i 's kunnen de c_i 's en d_i 's berekend worden volgens formule (7) en (8). k loopt hierbij van $\frac{N-1}{2}$ tot $NN - \frac{N-1}{2}$.

Omdat de amplitudes en fases na het fitten niet zo "glad" verlopen is het mogelijk dit verloop wat af te vlakken. Hiertoe wordt een middeling toegepast over het aantal punten per periode N. Voor het k^e punt ziet de middeling van c₁ er als volgt uit:

$$c_1(k) = \frac{1}{N} * \sum_{l=0}^{N-1} c_1(k+l \frac{N-1}{2})$$

Het is ook nog mogelijk een correctie te maken voor de, door de magneetveld modulatie, geïntroduceerde Besselfuncties (par. 3.2.1.1.) door hierdoor weer te delen. Tenslotte worden de gefitte fases en amplitudes weggeschreven in het file "C:LEON\FITAMPFA.DAT".

Opmerkingen

- 1) De eerste $\frac{N-1}{2}$ en de laatste $\frac{N-1}{2}$ punten kunnen niet gefit worden. Indien de fases en amplitudes ook nog eens gemiddeld worden, kunnen de eerste N-1 en de laatste N-1 punten niet gefit worden.
- 2) Als er bij een klein B-veld (<0.5 T) begonnen moet worden met fitten, kunnen er problemen ontstaan bij het equidistant maken van de meetwaardes. Dit, omdat er dan 2 (of meer) nieuwe punten bijgemaakt moeten worden tussen 2 gemeten waardes. de nieuwe punten zullen dan aan elkaar gelijk worden. Dit mag niet en het programma zal een foutmelding geven. De 2 gemeten waardes liggen dus te ver uit elkaar. Dit heeft te maken met het feit dat de resolutie van de LAB-master te beperkt is (zie ook paragraaf 3.2.1)

5.3.1.3. SDHGENER.BAS

Het programma SDHGENER.BAS genereert een SdH-sigitaal als functie van het magneetveld. Tevens berekent dit programma de amplitudes en fases behorende bij de 1^e en 2^e harmonische.

Werking

Het programma berekent het SdH-sigitaal, met bijbehorende amplitudes en fases m.b.v. formule 2.1.1(6) en (7). Hierbij

worden alleen de 1^e en 2^e harmonische meegenomen (de termen met $r=1$ en $r=2$).

Met formules 2.1.1(7) en (8) kunnen de amplitudes en fases uitgerekend worden, waaruit het SdH-signaal is opgebouwd.

Het SdH-signaal wordt weggeschreven in de file "C:LEON\LEONSDH.DAT" en de amplitude en fases in de file "C:LEON\AMPFASE.DAT".

Opmerkingen

1) Het programma heeft als invoer nodig de file "C:LEON\REKCONST.DAT", waarin de parameters staan, waarmee het SdH-signaal uitgerekend wordt. De parameters zijn:

- TD : \bar{T}_D
- DELTATD : δT_D
- T : temperatuur
- BBEGIN : B-veld waar begonnen moet worden
- BEIND : B-veld waar gestopt moet worden
- N : aantal punten per oscillatie periode
- T00,T01 : parameters uit gemodificeerde Brillouinfunctie
- S00,S01 : parameters uit gemodificeerde Brillouinfunctie
- m^* : effectieve massa
- γ : fase factor
- ν_0 : verhouding spinsplitsing/landausplitsing zonder exchange interactie
- g_1 : $g_1 = -\frac{2m_0}{m^*} * (f_1\alpha + f_2\beta) * S_0$
- PER : SdH oscillatie periode
- D : constante

5.3.1.4. Testen fitprogramma

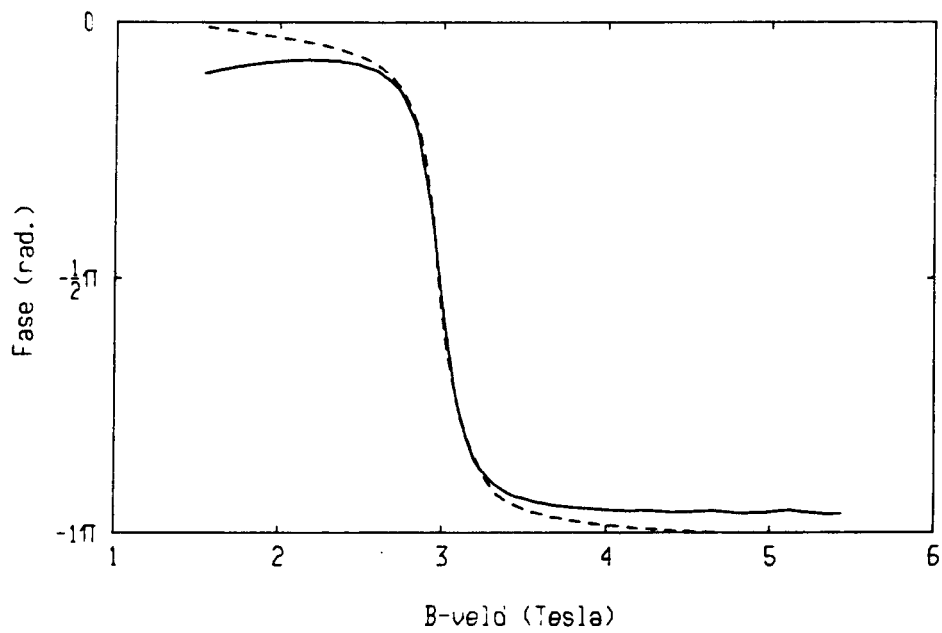
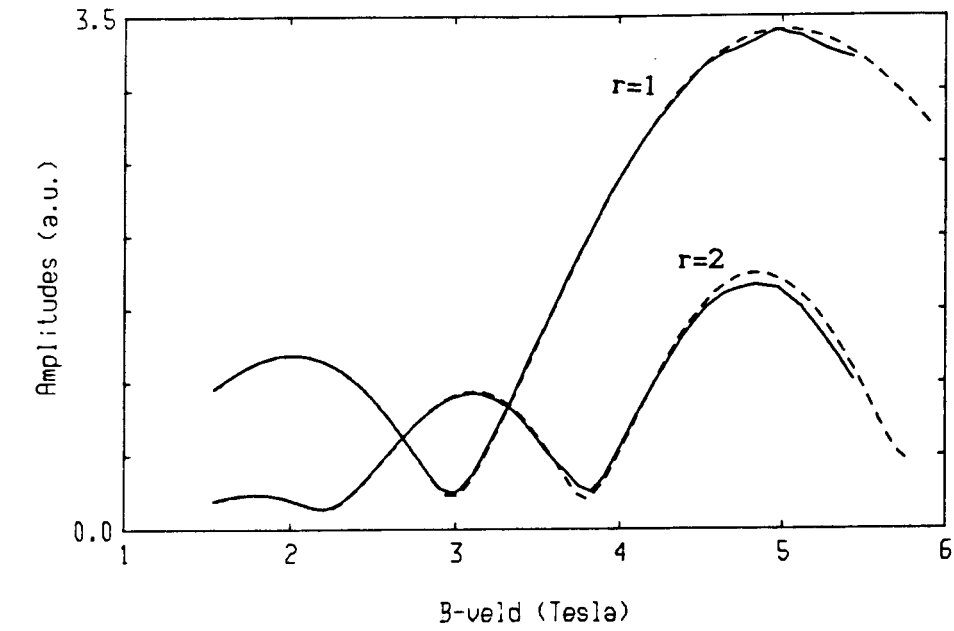
Om het programma FITDATA.BAS te testen, is m.b.v. het programma SDHGENER.BAS een SdH-sigitaal gegenereerd met een knoop bij $B=2.99 \text{ T}$ (figuur 28a). De waardes waarmee het signaal berekend is staan in onderstaande tabel 6

Tabel 6

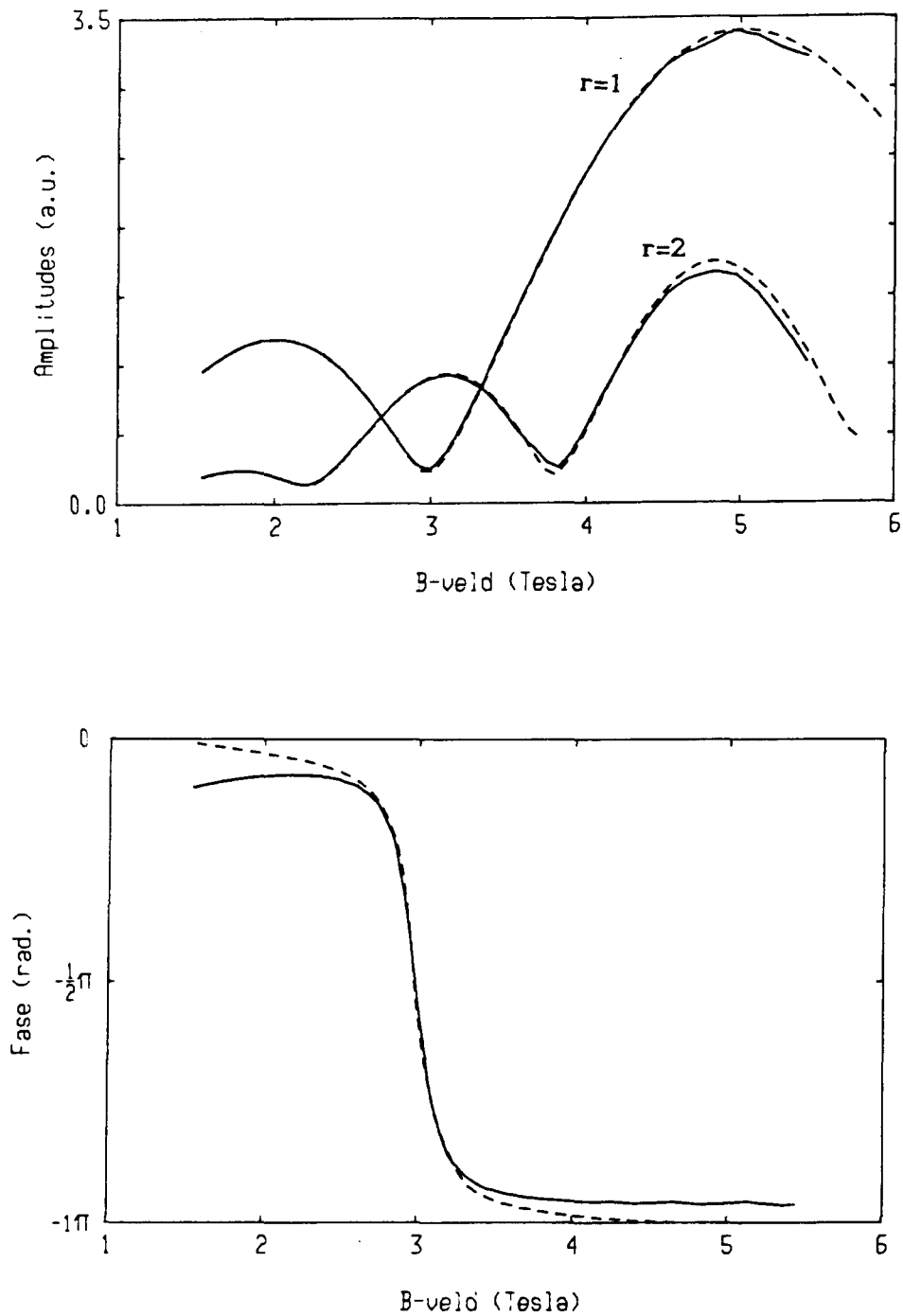
- TD = 2 K	;	DELTATD = 0.5 K
- T = 1.5 K	;	N = 15
- BBEGIN = 1.5 T	;	BEIND = 6 T
- TOO = 2.311	;	T01 = 0
- SOO = 1.579	;	S01 = 0
- m^* = 0.04	;	γ = 0
- v_0 = -0.25	;	g_1 = -500
- PER = 0.02 T^{-1}	;	D = 1

Met deze waardes zijn ook de fases en amplitudes als functie van het magneetveld berekend.

Wordt het SdH-sigitaal uit figuur 28a m.b.v. het programma FITDATA geanalyseerd, met invoering van de juiste periode $P=0.02 \text{ T}^{-1}$ en 7 punten per periode, dan blijken de gefitte amplitudes en fases nagenoeg samen te vallen met de berekende amplitudes en fase (figuren 28b+c). De gefitte waardes zijn alleen niet zo glad. Er zit een structuur op deze waardes die ook periodiek is in $1/B$. Deze structuur is eruit te krijgen door de meetdata te middelen. Het resultaat staat in de figuren 29a+b. Omdat de gefitte amplitudes en fase goed overeenkomen met de berekende amplitudes en fase blijkt hieruit tevens dat 7 punten per periode voldoende is om een betrouwbare fit te krijgen. Er is nu sprake van een nulpunt (een punt waar v halftallig is) indien de amplitude van de 1^e harmonische een minimum vertoont en tegelijkertijd de bijbehorende fase 180° draait (figuren 29a+b). Dit blijkt het geval te zijn bij $B=2.99 \text{ T}$.



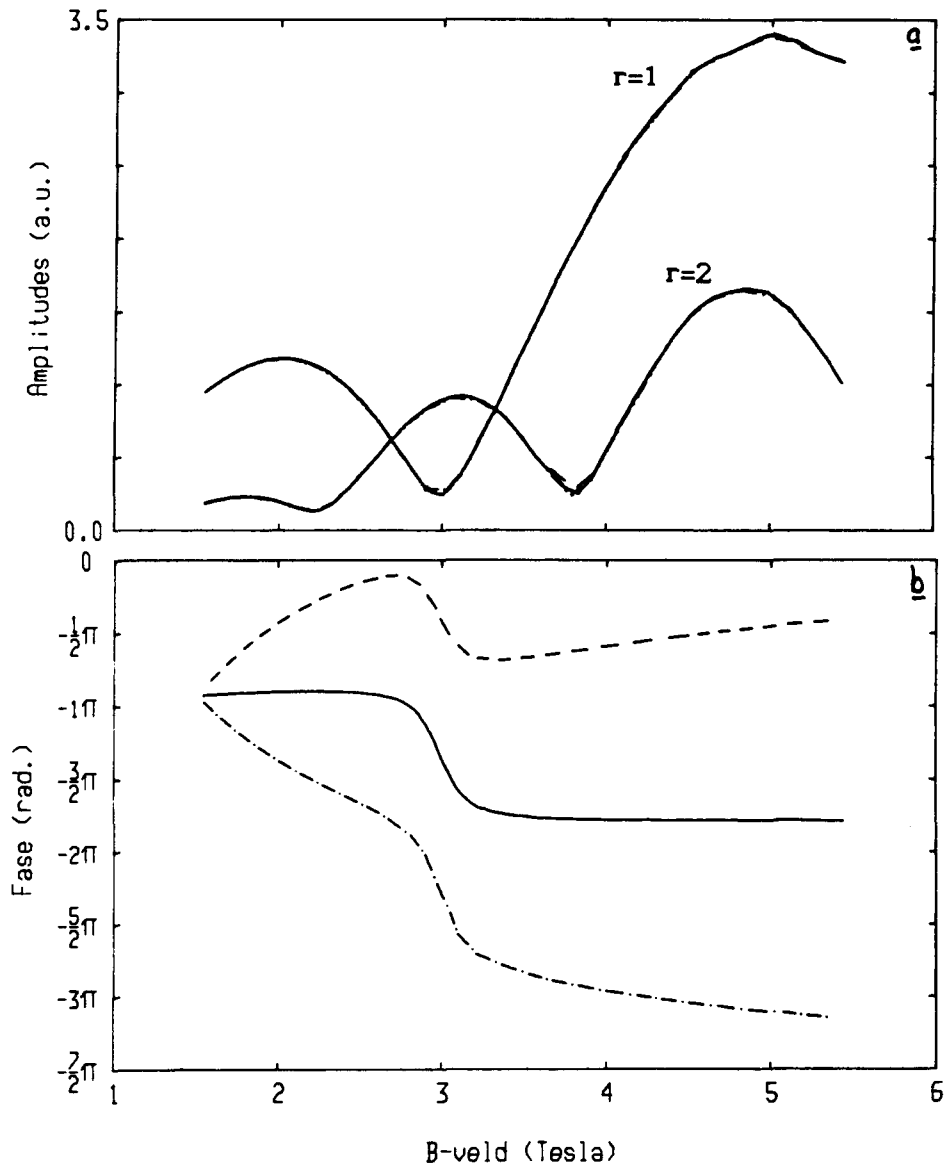
Figuur 29a: — : gefitte amplitudes (wel gemiddeld)
 --- : berekende amplitudes
 Figuur 29b: — : gefitte fase (wel gemiddeld)
 --- : berekende fase



Figuur 29a: — : gefitte amplitudes (wel gemiddeld)
 - - - : berekende amplitudes
 Figuur 29b: — : gefitte fase (wel gemiddeld)
 - - - : berekende fase

In de praktijk is de periode P niet altijd even precies te bepalen. Daarom wordt onderzocht wat de invloed is van een foute periode op de resultaten van het fitprogramma. Hiervoor wordt weer hetzelfde SdH-siginaal uit fig. 28a gefit, waarbij aan het programma FITDATA een periode wordt meegegeven die 3% te groot is. Hetzelfde wordt gedaan met een periode die 3% te klein is. De resultaten staan in figuren 30a+b. Vergelijken we deze fits met de fit behorende bij periode $P=0.02 \text{ T}^{-1}$, dan blijkt hieruit dat een foute periode nauwelijks invloed heeft op de amplitudes, maar dat de fase wel sterk beïnvloed wordt.

We kunnen dus concluderen dat de fit van de amplitudes minder gevoelig is voor foutief gekozen periodes dan de fit van de fases.



Figuren 30a en 30b: Gefitte amplitudes en fases met SdH-periodes:

— : $P=0.02 \text{ T}^{-1}$; - - : $P=0.026 \text{ T}^{-1}$;

-.-.: $P=0.014 \text{ T}^{-1}$

5.3.2. De Magnetisatie data

5.3.2.1. Theorie

De theorie zal in deze paragraaf summier worden besproken. Voor een uitgebreidere bespreking wordt verwezen naar het stageverslag van P.van Waes <24>.

De magnetisatie M kan beschreven worden als een Brillouinfunctie:

$$M = S_0 * B_{5/2}(B, T + T_0)$$

De Brillouin functie wordt rond een punt P ($=S_{0p}, T_{0p}$) in een Taylorreeks ontwikkeld. Met behulp van de kleinste kwadraten methode worden betere waarden voor S_{0p} en T_{0p} bepaald, zeg S_{0pn} en T_{0pn} . Deze waarden zullen nu een betere benadering zijn voor de werkelijke waarden voor S_0 en T_0 , waarna de magnetisatie rond het punt P' ($=S_{0pn}, T_{0pn}$) weer in een Taylorreeks ontwikkeld wordt. Door dit proces een aantal maal te herhalen convergeren S_{0pn} en T_{0pn} naar de beste waarden om de magnetisatie te fitten.

5.3.2.2. FITSOTO.BAS

Het programma FITSOTO.BAS bepaalt de parameters S_0 en T_0 , zoals deze voorkomen in de Brillouinfunctie (par. 2.2.3), uit een gemeten magnetisatie kromme.

De ingangsgrootheden zijn:

- van welke file moet S_0 en T_0 bepaald worden.
- startwaarden voor S_0 en T_0 .

Werking

Het programma zoekt de S_0 en T_0 die het best bij de meetwaarden passen. Dit gebeurt met het hier boven beschreven iteratie proces. Het iteratie proces wordt afgebroken als zowel de verandering in S_0 als in T_0 kleiner is als 0.01.

Opmerkingen

- 1) Het programma convergeert niet altijd even snel. Dit is vooral het geval bij hogere temperaturen (>5 K), waarbij

ongelukkige startwaardes voor S_0 en T_0 zijn gekozen. Dit heeft te maken met het feit dat de Brillouinfunctie (en dus de magnetisatie) bij hogere temperaturen vrijwel lineair in B gaat verlopen en dus ongevoeliger wordt voor veranderingen in T_0 .

- 2) Als men het iteratie proces wil stoppen moet op de "ESC"-toets gedrukt worden.

5.3.3. Toepassing FITDATA op metingen

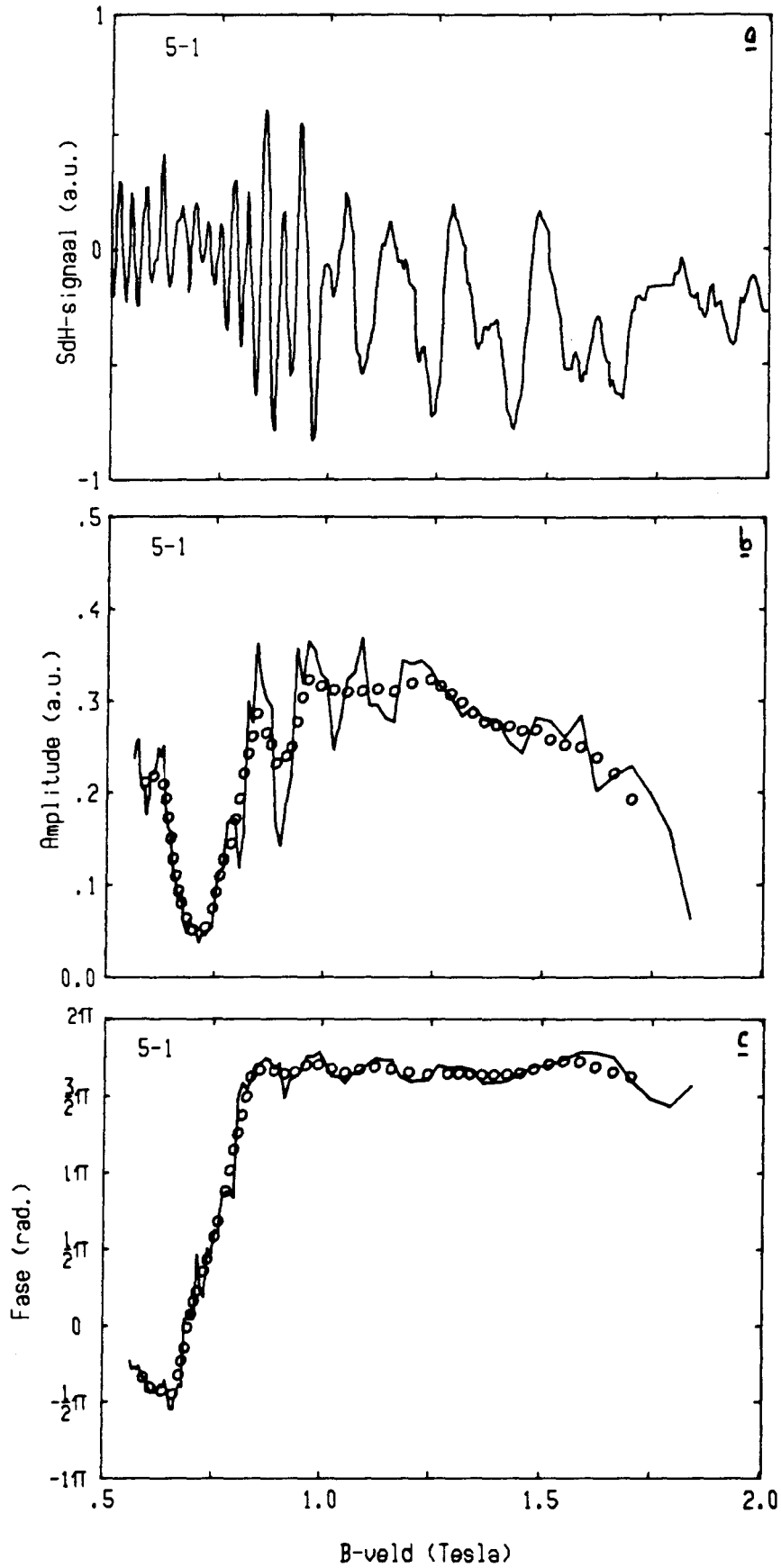
Uit paragraaf 5.3.1.4. blijkt dat het fitten van een door de computer zelf gegenereerd signaal met een constante en goed bekende periode goed gaat. We willen nu onderzoeken of het fitten van een gemeten SdH-signaal ook goed gaat.

Hiervoor nemen we allereerst een signaal, zoals dat gemeten is aan preparaat 5-1 (figuur 31a). Uit de maxima van de SdH-oscillaties kan de periode bepaald worden. Deze is gelijk aan $P=0.1 \text{ T}^{-1}$. Met deze periode wordt het signaal m.b.v. FITDATA gefit (7 punten per periode). De amplitudes en fase staan in figuren 31b+c. Hieruit blijkt nog eens dat het noodzaak is de gefitte resultaten eerst nog eens te middelen. Er blijkt in de amplitude van de 1^e harmonische bij $B=0.73 \text{ T}$ een minimum te zitten, terwijl de fase van de 1^e harmonische bij $B=0.73 \text{ T}$ sterk verloopt (ongeveer 2π). Het is vrij aannemelijk dat er bij $B=0.73 \text{ T}$ een nulpunt zit.

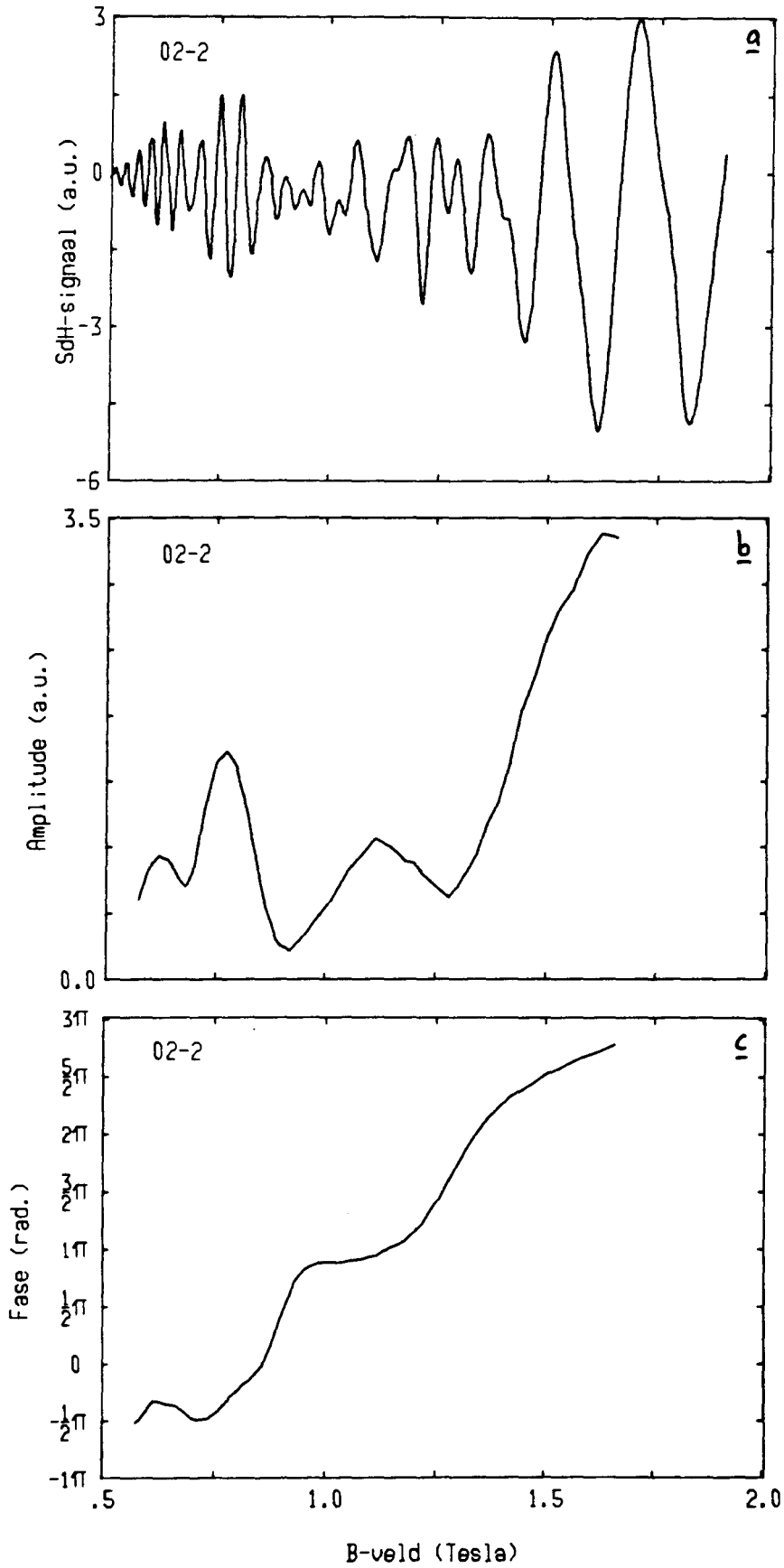
Bekijken we ook nog eens een SdH-signaal zoals dat gemeten is aan preparaat 02-2 (figuur 32a). De periode van dit signaal is $P=0.089 \text{ T}^{-1}$. Het signaal fitten met deze periode en 7 punten per periode levert de resultaten op in figuren 32b+c. Hierin zien we in de amplitude van de 1^e harmonische maar liefst 3 minima, nl. bij $B=0.68$, 0.92 en 1.28 T . Kijken we nu naar de bijbehorende fase of deze bij een van deze B -velden 180° verloopt dan zien we dat dit het geval is bij $B=0.92 \text{ T}$ en $B=1.28 \text{ T}$. Het is niet eenduidig uit te maken bij welk B -veld nu het nulpunt optreedt. Dat er bij beide B -velden een nulpunt optreedt lijkt onwaarschijnlijk. Een van beide minima zal wel een zweving zijn.

Het minimum in de amplitude bij $B=0.68$ T is zeker geen nulpunt, maar een zweving (bij zwevingen kan de fase wel of niet verlopen).

Het blijkt dat het fitten van gemeten SdH-signalen vrij moeilijk gaat, omdat er in een SdH-amplitude vaak meerdere minima voorkomen (o.a. ten gevolge van zwevingen). Om dan uit te maken welk minimum een nulpunt is, is het van belang dat de bijbehorende fase vrij constant is in het gebied waar geen nulpunt is. Dit is echter meestal niet het geval, de fase verloopt meestal ook al in het gebied waar geen nulpunt zit. Hierdoor blijkt het vaak niet mogelijk een nulpunt te bepalen.



Figuur 31a: Gemeten SdH-siginaal aan preparaat 5
 Figuur 31b: — : gefitte amplitudes (niet gemiddeld)
 ○ : gefitte amplitudes (wel gemiddeld)
 Figuur 31c: — : gefitte fase (niet gemiddeld)
 ○ : gefitte fase (wel gemiddeld)



Figuur 32a: Gemeten SdH-siginaal aan preparaat 02
 Figuur 32b: gefitte amplitude (wel gemiddeld)
 Figuur 32c: gefitte fase (wel gemiddeld)

Literatuurlijst

- 1) L. Shubnikov, W. de Haas, Leiden Comm. 207a,207d (1930)
- 2) J.J. Neve, Afstudeerverslag TUE (1979)
- 3) Electrons at the Fermi surface, edited by M. Springford (Cambridge University Press, Cambridge), pag. 393-478 (1980)
- 4) A. Wittlin, W. Knap, Z. Wilamowski, M. Grynberg, Solid State Comm. 36, 233 (1980)
- 5) M. Vaziri, R. Reifenberger, Phys. Rev. B32 nr. 6, 3921 (1985)
- 6) F.A. Arnouts, Stageverslag TUE (1987)
- 7) S. Takayama, R.R Galazka, Phys. Stat. Sol(b) 96, 413 (1979)
- 8) R.R. Galazka, W. Dobrowolski, J.C. Thuiller, Phys. Stat. Sol(b) 98, 97 (1980)
- 9) P. Byszewski, M.Z. Cieplak, A. Mongird-Corska, J. Phys C, Solid State Phys. 13, 5383 (1980)
- 10) M. Dobrowolski, W. Dobrowolski, R.R. Galazka, A. Mycielski, Phys. Stat. Sol.(b) 105, 477 (1981)
- 11) L. Trines, Stageverslag TUE (1985)
- 12) C.R. Pidgeon, R.N. Brown, Phys. Rev. 146, 575 (1966)
- 13) G. Bastard, C. Rigaux, Y. Guldner, J. Mycielski, A. Mycielski J. de Physique 39, 87 (1978)
- 14) R.R. Galazka, J. Kossut, Int. Conf. of narrow-gap Semiconductors, Nimes 1979, ed. by W. Zawadski, p. 245
- 15) M.H. Weiler, R.L. Aggerwal, B. Lax, Phys. Rev. B17 nr. 8, 3269 (1978)
- 16) H.M.A. Schleijsen, F.A.P. Blom, J. Wolter, Solid State Comm. 61, 231 (1987)
- 17) K. Karczewski, L. Kowalczyk, Solid State Comm. 48, 653 (1983)
- 18) R. Stepniewski, Solid State Comm. 58, 19 (1985)
- 19) A.W. Buij, Afstudeerverslag TUE (1985)
- 20) A. Golnik, A. Twardowski, J.A. Gaj, J. of Cryst. Growth 72, 376 (1985)
- 21) K. Kumazaki, E. Matsushima, A. Odajima, Phys. Stat. Sol(a) 37 579 (1976)

- 22) R.F. Brebrick, A.J. Strauss, Proc. Int. Conf. on II-VI semicond. comp., ed. by D.G. Thomas (W.A. Benjamin Inc. New York, 1967) p. 425)
- 23) S.L. Lehoczky, J.G. Broerman, D.A. Nelson, C.R. Whitsett, Phys. Rev. B9 nr. 4, 1598 (1974)
- 24) P. van Waes, Stageverslag TUE (1985)
- 25) D.G. Seiler, W.M. Becker, L.M. Roth, Phys. Rev. B1 nr. 2, 764 (1970)
- 26) B.L. Booth, Ph. D. Thesis, Northwestern Univ., Evanston (1967)

APPENDIX ISymbolenlijst

B	magneetveld
e	elementair lading
E_0	bandgap
E_F	Fermi niveau
E	energie
J	exchange integraal
g	g-factor
g^*	effectieve g-factor
f_1, f_2	constanten afhankelijk van kristaleigenschappen
k_B	konstante van Boltzmann
k_x, k_y, k_z	componenten van het golfgetal
m_0	vrije elektron massa
m^*	effectieve massa
M	magnetisatie
C, C, N ₂	inversie asymmetrie parameters
N ₃	
P	SdH-oscillatie periode
P'	matrix element van Kane
N	aantal Mn ²⁺ ionen in volume $\Omega(\vec{r})$
n	elektronen concentratie, Landau quantumgetal
S_0	fitparameter in de gemodificeerde Brillouinfunctie
S_{00}	S_0 bij T=0 K
S_{01}	temperatuurgradiënt van S_0
S_x, S_y, S_z	componenten van de Mn spin
S_m	extremale doorsnede van het Fermi oppervlak
$\langle S_z \rangle$	gemiddelde Mn-spin
T	temperatuur
T_0	effectieve temp. voor de gemodificeerde Brillouinfunctie
T_{00}	T_0 bij T=0 K
T_{01}	temperatuurgradiënt van T_0
T_D	Dingle temperatuur
x	fractie Mn ²⁺

Δ	spin-baan splitsing
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	hogere bandparameters
κ, F	
α, β	exchange interactie parameters
μ_B	Bohr magneton
\hbar	constante van Dirac
ν	verhouding spinsplitsing/Landausplitsing
ν_0	ν zonder exchange interactie
ω_c	cyclotronfrequentie
ρ_0	klassieke magnetoweerstand
$\Delta\rho$	verandering van de magnetoweerstand
$\vec{\sigma}$	elektron spin operator
τ	elektron verstrooiingstijd

APPENDIX IIEnergiën behorende zerofield splitsing

Alle energien zijn in meV

Preparaat 2.4-3Hoek met [001]-as is 90°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.77	1.4	0.959	12.11	1.18	0.00	10.93	0.920	119.5
1.29	1.65	0.724	8.83	0.86	0.00	7.97	0.524	63.5
0.85	2.03	0.465	5.82	0.57	0.00	5.25	0.216	27.6

Hoek met [001]-as is 60°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
2.0	1.4	1.035	13.59	1.30	0.52	11.77	1.071	138.5
1.73	1.65	0.903	11.76	1.12	0.58	10.06	0.815	101.2
1.50	2.03	0.757	10.19	0.97	0.67	8.55	0.576	73.1
1.33	2.22	0.665	9.04	0.86	0.74	7.44	0.442	55.4
1.20	2.50	0.578	8.15	0.78	0.82	6.55	0.334	42.9
1.13	2.80	0.520	7.68	0.73	0.86	6.09	0.270	37.1
1.07	3.11	0.469	7.27	0.69	0.90	5.68	0.220	32.3
1.02	3.40	0.427	6.93	0.66	0.97	5.30	0.182	28.1

Hoek met [001]-as is 30°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.95	1.4	1.019	13.38	1.32	0.35	11.71	1.038	137.1
1.65	1.65	0.874	11.32	1.12	0.39	9.81	0.764	96.2
1.33	2.03	0.689	9.12	0.90	0.50	7.72	0.475	59.6
1.11	2.22	0.569	7.61	0.75	0.57	6.29	0.324	39.6
0.95	2.50	0.469	6.52	0.64	0.70	5.18	0.220	26.8
0.92	2.80	0.430	6.31	0.62	0.72	4.97	0.185	24.7
0.85	3.11	0.378	5.83	0.58	0.78	4.47	0.143	20.0
0.83	3.40	0.352	5.69	0.56	0.81	4.32	0.124	18.7

Hoek met [001]-as is 0°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
2.1	1.4	1.065	14.65	1.52	0.84	12.29	1.134	151.0
1.95	1.65	0.978	13.60	1.41	0.89	11.30	0.965	127.7
1.75	2.03	0.853	12.21	1.26	0.97	9.98	0.728	99.6
1.55	2.22	0.753	10.81	1.12	1.07	8.62	0.567	74.3
1.38	2.50	0.652	9.63	1.00	1.22	7.41	0.425	54.9
1.28	2.80	0.580	8.93	0.92	1.30	6.71	0.336	42.0
1.19	3.11	0.516	8.30	0.86	1.38	6.06	0.266	36.7
1.15	3.40	0.477	8.02	0.83	1.41	5.78	0.228	33.4
0.95	3.89	0.370	6.63	0.69	1.73	4.21	0.132	17.7

Preparaat 2.4-4Hoek met [001]-as is 90°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.13	1.75	0.636	8.41	0.91	0.00	7.50	0.404	56.3
0.76	2.06	0.417	5.66	0.61	0.00	5.05	0.174	25.5
0.60	2.40	0.310	4.47	0.48	0.00	3.99	0.096	15.9
0.45	2.68	0.221	3.35	0.36	0.00	2.99	0.049	8.9

Hoek met [001]-as is 60°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.38	1.75	0.750	10.22	1.09	0.50	8.63	0.563	74.5
1.16	2.06	0.611	8.59	0.91	0.61	7.07	0.373	50.0
0.99	2.40	0.497	7.33	0.78	0.72	5.83	0.247	34.0
0.89	2.68	0.427	6.59	0.70	0.77	5.12	0.182	26.2

Hoek met [001]-as is 30°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.35	1.75	0.737	10.13	1.11	0.32	8.70	0.543	75.7
1.04	2.06	0.555	7.80	0.85	0.45	6.50	0.308	42.3
0.80	2.40	0.408	6.00	0.66	0.52	4.92	0.166	24.2
0.73	2.68	0.354	5.48	0.60	0.54	4.34	0.125	18.8

Hoek met [001]-as is 0°

B(T)	T(K)	S_z	ΔE_{ss}	ΔE_0	ΔE_{ia}	ΔE_{res}	S_z^2	ΔE_{res}^2
1.65	1.75	0.859	12.54	1.43	0.71	10.40	0.738	108.2
1.38	2.06	0.707	10.49	1.20	0.85	8.44	0.500	71.2
1.17	2.40	0.577	8.89	1.07	1.02	6.80	0.333	46.2
1.02	2.68	0.484	7.75	0.89	1.18	5.68	0.284	32.3
0.92	2.99	0.425	6.99	0.80	1.28	4.91	0.181	24.1

APPENDIX IIIPreparaatgegevens

Hieronder staan voor de verschillende types $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Se}$ preparaten de magnetisatie parameters en de bijbehorende Mn concentratie x .

Preparaat	S_{00}	S_{01}	T_{00}	T_{01}	x
2.4	1.579	0	2.311	0	0.02519
2113-4	1.698	-0.036	0.389	-0.131	0.00557
2114	1.500	-0.030	1.060	-0.039	0.01418
2138-2-1	1.100	0.023	3.666	0.054	0.05022
02	1.127	0.165	-0.488	0.244	0.0048
5	1.082	0	3.458	0	0.057

APPENDIX IV

Vaststellen van de waarde van ν

Om vast te stellen welke waarde ν in een bepaald nulpunt heeft, moet bij een vast B-veld (B_1) de amplitude als functie van de temperatuur bekend zijn. Hieruit kan dan de temperatuur bepaald worden waarbij het nulpunt optreedt (T_1). Hierna m.b.v. het GPB-model de m^*, ν_0 en de relatie tussen α en β berekend worden door deze waarden zó te bepalen dat voor $T=T_1$ en $B=B_1$ de waarde van ν gelijk is aan $-\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$ of $-\frac{1}{2}$ (dit zijn de in de praktijk meest voorkomende waarden van ν).

De amplitude van de SdH-oscillaties bij een vast B-veld (B_1) heeft de volgende gedaante:

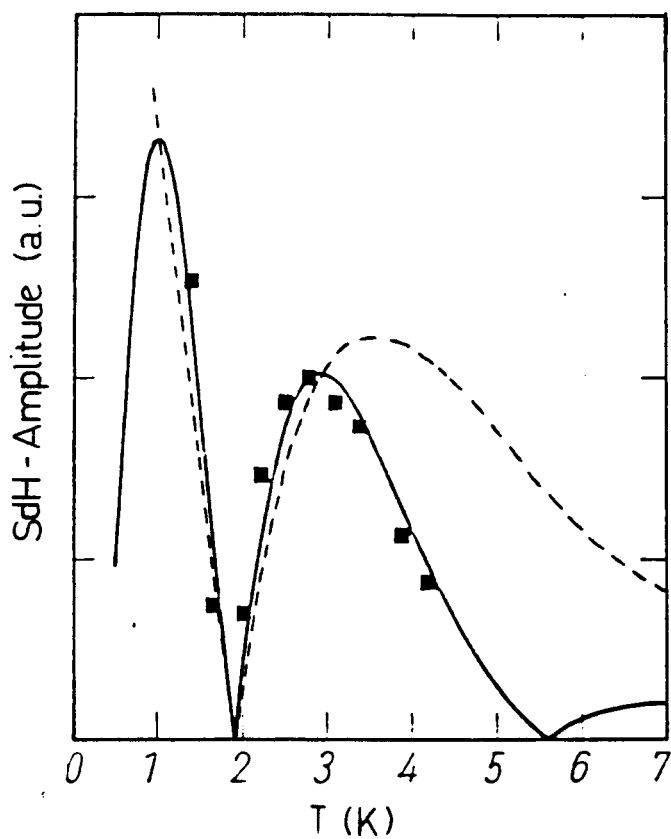
$$A(T) = \left\{ \frac{c * T}{\sinh \left[\frac{2\pi^2 m^* k_B T}{\hbar e B_1} \right]} \right\} * \cos(\pi\nu)$$

met $\nu = \nu_0 + (f_1\alpha + f_2\beta) * \frac{\langle S_z \rangle}{B_1}$

$c = \text{constante}$

f_1 en f_2 kunnen berekend worden als de relatie tussen α en β bekend is. Hiermee ligt de amplitude, op een constante na vast. De constante c wordt bepaald door de grafiek op een ijkpunt te leggen.

Als nu de juiste ν -waarde gekozen is, zal de berekende kromme ongeveer samenvallen met de meetpunten, terwijl dit bij een foute ν -waarde niet het geval zal zijn. Voor een voorbeeld zie figuur 33. Dit voorbeeld is van preparaat 2.4-3, waarin bij 1.8 K een knoop optreedt. Wordt in de knoop $\nu = -\frac{5}{2}$ genomen dan zal de kromme de meetpunten vrij goed dekken (getrokken lijn), maar kiest men $\nu = -\frac{3}{2}$, dan zal de berekende kromme de meetwaardes niet dekken (gestippelde kromme).



Figuur 33: SdH-amplitude als functie van de temperatuur bij een constant magneetveld.

— : $\nu = -\frac{3}{2}$

- - - : $\nu = -\frac{1}{2}$

■ : meetpunten