

MASTER

Berekening van de dempings- en fasecoëfficiënten van oppervlaktegolven langs een planaire golfgeleider rondom een absorptielijn van de materialen

Huberts, Theo

Award date:
1980

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

4208

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN

AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK

VAKGROEP THEORETISCHE ELEKTROTECHNIEK

Berekening van de dempings- en fase-
coëfficiënten van oppervlaktegolven
langs een planaire golfgeleider rondom
een absorptielijn van de materialen,

door

Theo Huberts

ET-12-80

Verslag van een afstudeeronderzoek,
verricht in de vakgroep ET,
onder leiding van Prof.dr.ir. A. de Hoop
en ir. H.M. de Ruiters, in de periode
oktober 1979 - december 1980.

Eindhoven, 12 december 1980

COMPUTATION OF THE ATTENUATION AND PHASE COEFFICIENTS OF SURFACE-WAVE
MODES ALONG A PLANAR WAVEGUIDE AROUND AN ABSORPTION LINE OF THE MATERIALS.

Summary: The influence of bulk losses on the propagation of surface-wave modes along a multi-step-index planar waveguide is investigated theoretically. As a model for the loss mechanism we have taken the influence of a single absorption line in each of the separate media.

The field analysis is carried out with the aid of the transfer matrix formalism in the transverse plane. Roots of the resulting characteristic equation are computed with the aid of a Cauchy integral technique.

Numerical results are obtained for three- and five-media configurations. Phase delay-, group delay- and pulse broadening coefficients of a number of modes are plotted against normalized frequency. The field distribution of the modes is plotted as a function of position with the frequency as a parameter.

BEREKENING VAN DE DEMPINGS- EN FASECOEFFICIENTEN VAN OPPERVLAKTEGOLVEN
LANGS EEN PLANAIRE GOLFGELEIDER RONDOM EEN ABSORPTIELIJN VAN DE MATERIALEN.

Samenvatting: In dit rapport wordt de invloed van bulkverliezen op de propagatie van oppervlaktegolfmodi langs een multi-step-index planaire golfgeleider theoretisch onderzocht. Als model voor het verliesmechanisme is de invloed van een enkele absorptielijn in elk van de afzonderlijke media genomen.

De analyse van het veld wordt uitgevoerd met behulp van het overdrachtsmatrix-formalisme in het transversale vlak. De wortels van de resulterende karakteristieke vergelijking worden berekend met behulp van een Cauchy-integraaltechniek.

Voor drie- en vijf-media configuraties zijn numerieke resultaten verkregen. De fasevertraging-, groepvertraging- en pulsverbredingscoëfficiënten van een aantal modi zijn uitgezet tegen de genormeerde frequentie. De veldverdeling van de modi is uitgezet als functie van de plaats met de frequentie als parameter.

Inhoudsopgave:

	<u>Blz:</u>
1. Inleiding	1
2. De elektromagnetische veldgrootheden	2
3. De elektromagnetische veldvergelijkingen in het frequentiedomein	2
4. Transmissie van tweedimensionale velden door een planaire diëlektrische golfgeleider	5
5. Transmissie-eigenschappen van een planaire diëlek- trische golfgeleider met multi-step-index profiel	7
6. Bepaling van oppervlaktegolfsmodi in een multi- media planaire golfgeleider	13
7. Berekeningen aan een drie-media planaire golfgeleider.	
7.1 De fasedraaiings- en dempingseigenschappen	31
7.2 De veldverdelingen	37
8. Berekeningen aan een vijf-media planaire golfgeleider.	
8.1 De fasedraaiings- en dempingseigenschappen	52
8.2 De veldverdelingen	57
9. Conclusies	84
Literatuur	86
Appendix A	87
Bijlagen 1-22	90

1. Inleiding.

In dit onderzoek wordt een berekening uitgevoerd van de absorptie en dispersie van oppervlaktegolfmodi in een planeaire diëlektrische golfgeleider met multi-step-index profiel, d.w.z. dat de golfgeleider opgebouwd is uit een aantal evenwijdige lagen waarin de permittiviteit en permeabiliteit telkens constant zijn. Deze tweedimensionale structuur dient als model voor een driedimensionale golfgeleider (glasvezel).

In hoofdstuk 2 worden de elektromagnetische veldgrootheden ingevoerd, die optreden bij een diëlektrische golfgeleider. Vervolgens worden de elektromagnetische veldvergelijkingen in het frequentiedomein besproken. Toepassing van een Fouriertransformatie naar de ruimtelijke z-coördinaat op de elektromagnetische veldvergelijkingen leidt tot de vergelijkingen in het spectrale domein. Deze representatie weerspiegelt een aantal essentiële transmissie-eigenschappen van de planeaire golfgeleider waardoor het concept van oppervlaktegolfmodi tot uitdrukking komt.

Uitgaande van de elektromagnetische veldvergelijkingen in het spectrale domein blijken in deze golfgeleider twee soorten velden te kunnen optreden, namelijk het E-gepolariseerde en het H-gepolariseerde veld. Bij toepassing van een tweedimensionale lijnbron van het juiste type blijft alleen het E-gepolariseerde veld over. Het probleem is dan terug te brengen tot het oplossen van een tweede orde differentiaalvergelijking, waarbij als parameters optreden de structuurgegevens van de te beschouwen planeaire golfgeleider, de frequentie en het longitudinale golfgetal k_z . Door nu de planeaire golfgeleider volledig te specificeren, en door de frequentie vast te kiezen, is de eerder genoemde vergelijking met behulp van overdrachtsmatrices op te lossen. Een oplossing k_z van deze vergelijking levert de demping en fasedraaiing van de bijbehorende oppervlaktegolfmodus. Met behulp van overdrachtsmatrices kan dan de transversale veldverdeling van die modus bepaald worden.

Door de frequentie te variëren en de oplossing k_z behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus als functie daarvan te vervolgen, vindt men de fasedraaiings- en dempingseigenschappen van die modus.

2. De elektromagnetische veldgrootheden.

De elektromagnetische toestand in een optische golfgeleider is in het plaats-tijd domein volledig vastgelegd door vier vectoriële grootheden:

$$\begin{aligned}\underline{E} &= \text{elektrische veldsterkte (V/m)}, \\ \underline{H} &= \text{magnetische veldsterkte (A/m)}, \\ \underline{D} &= \text{elektrische fluxdichtheid (C/m}^2\text{)}, \\ \underline{B} &= \text{magnetische fluxdichtheid (T)}.\end{aligned}$$

Achter deze elektromagnetische veldgrootheden staat de SI-eenheid tussen haakjes vermeld. In het algemeen zijn de elektromagnetische veldgrootheden tijd- en plaatsafhankelijk. Voor het vastleggen van een willekeurig punt in de ruimte maken we gebruik van een rechtsdraaiend Cartesiaans coördinatenstelsel $O(x,y,z)$ opgespannen door de basisvectoren \underline{i}_x , \underline{i}_y en \underline{i}_z . Een punt in de ruimte kan dan worden weergegeven met behulp van de plaatsvector \underline{r} :

$$(2.1) \quad \underline{r} = x \underline{i}_x + y \underline{i}_y + z \underline{i}_z.$$

De tijdcoördinaat wordt aangeduid met t . Vectoriële grootheden kunnen in hun componenten worden ontbonden langs de basisvectoren, b.v.

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = E_x(\underline{r}, t) \underline{i}_x + E_y(\underline{r}, t) \underline{i}_y + E_z(\underline{r}, t) \underline{i}_z.$$

Zowel in vacuüm als in een gebied waarbinnen het materiaal continu verdeeld is, zijn de elektromagnetische veldgrootheden continu differentiëerbaar naar de plaatscoördinaten x, y, z . Deze drie partiële afgeleiden worden vaak samengevoegd tot de vectoriële nabla-operator $\underline{\nabla}$:

$$(2.2) \quad \underline{\nabla} = \underline{i}_x \partial_x + \underline{i}_y \partial_y + \underline{i}_z \partial_z.$$

3. De elektromagnetische veldvergelijkingen in het frequentiedomein.

In de theorie van optische golfgeleiders is het gebruikelijk om de elektromagnetische veldgrootheden te beschouwen als een continue verzameling van hun frequentiecomponenten. De analyse van de eigenschappen van de optische golfgeleider wordt dan voor elke frequentiecomponent afzonderlijk uitgevoerd. We zullen de analyse uitvoeren in het frequentiedomein. De veldgrootheden in het tijd- en frequentiedomein hangen

samen volgens de Fouriertransformatie:

$$(3.1) \quad \hat{\underline{E}}(\underline{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{E}(\underline{r}, t) \exp(-j\omega t) dt.$$

En de inverse transformatie voldoet aan

$$(3.2) \quad \underline{E}(\underline{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\underline{E}}(\underline{r}, \omega) \exp(j\omega t) d\omega.$$

In het vervolg zullen we de circumflex boven de veldgrootheden in het frequentiedomein voor de eenvoud weglaten, waar dit geen aanleiding tot verwarring kan geven.

De elektromagnetische veldvergelijkingen in het frequentiedomein zijn [Ref.1]:

$$(3.3) \quad \underline{\nabla} \times \underline{H} - j\omega \underline{D} = \underline{J}_V^e,$$

$$(3.4) \quad \underline{\nabla} \times \underline{E} + j\omega \underline{B} = -\underline{J}_V^m,$$

$$(3.5) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho_V^e,$$

$$(3.6) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{B} = \rho_V^m, \text{ waarbij}$$

\underline{J}_V^e = volume-brondichtheid van elektrische stroom (A/m²),

\underline{J}_V^m = volume-brondichtheid van magnetische stroom (V/m²),

ρ_V^e = volume-brondichtheid van elektrische lading (C/m³),

ρ_V^m = volume-brondichtheid van magnetische lading (Wb/m³).

Daar $\underline{\nabla} \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{v}) = 0$ voor iedere vector \underline{v} , volgt uit de vergelijkingen (3.3) t/m (3.6) dat de volume-brondichtheden ook nog moeten voldoen aan de continuïteitsvergelijkingen

$$(3.7) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{J}_V^e + j\omega \rho_V^e = 0,$$

$$(3.8) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{J}_V^m + j\omega \rho_V^m = 0.$$

De vergelijkingen (3.3) t/m (3.8) vormen de elektromagnetische veldvergelijkingen in het frequentiedomein, waarbij ook bronnen van elektromagnetische straling mogen optreden. Deze vergelijkingen zijn geldig in die gebieden waar de elektromagnetische eigenschappen van het materiaal continu ten aanzien van de plaats veranderen. Op plaatsen waar discontinuïteiten in de elektromagnetische materiaaleigenschappen optreden, moeten de veldvergelijkingen aangevuld worden met randvoorwaarden.

Beschouw een stationair tweezijdig oppervlak S , waarbij de elektromagnetische eigenschappen (ϵ, μ) van het medium boven en onder S een eindig bedrag kunnen verschillen.

Bij aanwezigheid van oppervlaktebronnen luiden de randvoorwaarden (Fig.1):

$$(3.9) \quad (\underline{v} \times \underline{H})_2 - (\underline{v} \times \underline{H})_1 = \underline{J}_S^e \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(3.10) \quad (\underline{v} \times \underline{E})_2 - (\underline{v} \times \underline{E})_1 = -\underline{J}_S^m \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(3.11) \quad (\underline{v} \cdot \underline{D})_2 - (\underline{v} \cdot \underline{D})_1 = \rho_S^e \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(3.12) \quad (\underline{v} \cdot \underline{B})_2 - (\underline{v} \cdot \underline{B})_1 = \rho_S^m \quad \text{met } \underline{r} \in S.$$

Op grond van de relaties (3.7) en (3.8) moeten de oppervlakte-brondichtheden ook nog voldoen aan

$$(3.13) \quad \underline{\nabla}_S \cdot \underline{J}_S^e + j\omega\rho_S^e = 0 \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(3.14) \quad \underline{\nabla}_S \cdot \underline{J}_S^m + j\omega\rho_S^m = 0 \quad \text{met } \underline{r} \in S, \text{ waarbij}$$

$$(3.15) \quad \underline{\nabla}_S = \underline{\nabla} - \underline{v}(\underline{v} \cdot \underline{\nabla}) = -\underline{v} \times (\underline{v} \times \underline{\nabla}).$$

De elektromagnetische constitutieve betrekkingen beschrijven de elektromagnetische eigenschappen van een medium op een macroscopische schaal. Voor een isotroop, tijdinvariant, lineair en lokaal reagerend medium zijn deze betrekkingen in het frequentiedomein:

$$(3.16) \quad \underline{D}(\underline{r}, \omega) = \epsilon(\underline{r}, \omega) \underline{E}(\underline{r}, \omega) \quad \text{met } \epsilon(\underline{r}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon_r(\underline{r}, \omega),$$

$$(3.17) \quad \underline{B}(\underline{r}, \omega) = \mu(\underline{r}, \omega) \underline{H}(\underline{r}, \omega) \quad \text{met } \mu(\underline{r}, \omega) = \mu_0 \mu_r(\underline{r}, \omega), \text{ waarbij}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m de permeabiliteit in vacuüm is,

$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c_0^2 \approx 8,8544 \cdot 10^{-12}$ F/m de permittiviteit in vacuüm en

$c_0 \approx 2,9979 \cdot 10^8$ m/s de lichtsnelheid in vacuüm.

De materialen die voor optische golfgeleiders worden toegepast (meestal glas) zijn niet-magnetisch, hetgeen inhoudt dat $\mu_r(\underline{r}, \omega) = 1$. Bij toepassing van glas als diëlektricum treedt absorptie en dispersie op als gevolg van atomaire resonanties van de samenstellende atomen. In appendix A is afgeleid wat de invloed van zo'n absorptielijn op $\epsilon_r(\underline{r}, \omega)$ is. Het blijkt dat dan

$$(3.18) \quad \epsilon_r(\underline{r}, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\Delta\omega}, \text{ waarbij}$$

ω_0 = resonantiefrequentie van het atoom,

ω_p = plasmafrequentie van de absorptielijn en

Δ = lijnbreedte van de absorptielijn.

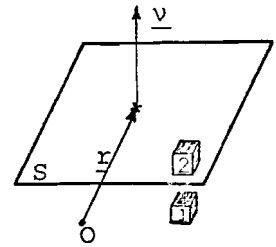


Fig.1: Oppervlak van discontinuïteit in de elektromagnetische materiaaleigenschappen ($\underline{r} \in S$).

4. Transmissie van tweedimensionale velden door een planaire diëlektrische golfgeleider.

Een configuratie noemen we tweedimensionaal indien de elektromagnetische eigenschappen invariant zijn bij verplaatsing in een bepaalde vaste richting. Een cilindrische golfgeleider is dan ook een tweedimensionale configuratie, aangezien de materiaaleigenschappen in de axiale richting dezelfde blijven. Een tweedimensionale configuratie bevat in het algemeen een driedimensionaal elektromagnetisch veld. Kiezen we de materiaaleigenschappen onafhankelijk van nog een Cartesiaanse coördinaat, dan is de verkregen configuratie planair.

Gaan we nu uit van een planaire diëlektrische golfgeleider waarvan de elektromagnetische eigenschappen slechts afhangen van één Cartesiaanse coördinaat, in dit geval de x-coördinaat (Fig.2). Hierbij geldt dat $\epsilon(\underline{r}, \omega) = \epsilon(x, \omega)$ en $\mu_r(\underline{r}, \omega) = 1$.

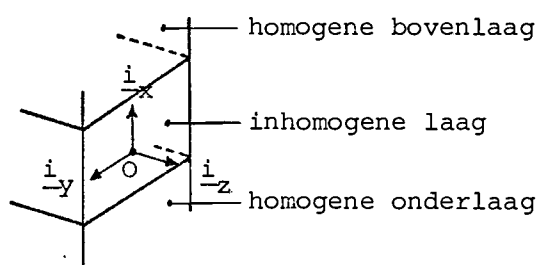


Fig.2: Planaire golfgeleider.

Beschouwen we voortaan bronnen welke brondichtheden onafhankelijk van y bezitten, dan bevat de planaire golfgeleider een tweedimensionaal veld eveneens onafhankelijk van y. In de veldvergelijkingen mogen we dan $\partial_y \equiv 0$ substitueren. Als voortplantingsrichting van dit elektromagnetische veld nemen we de z-richting.

Het blijkt dat uit de elektromagnetische veldvergelijkingen (3.3) en (3.4) in samenhang met de constitutieve relaties (3.16) en (3.17) twee onderling onafhankelijke elektromagnetische velden zijn af te leiden, welke kunnen optreden in de reeds eerder beschreven planaire golfgeleider. Dat zijn het E-gepolariseerde veld waarbij E_y , H_x en H_z van nul verschillen, en het H-gepolariseerde veld waarbij H_y , E_x en E_z ongelijk aan nul zijn.

E-gepolariseerd veld.

De elektromagnetische veldvergelijkingen voor dit veldtype luiden:

$$(4.1) \quad \partial_z H_x - \partial_x H_z - j\omega\epsilon E_y = J_y^e,$$

$$(4.2) \quad -\partial_z E_y + j\omega\mu_0 H_x = -J_x^m,$$

$$(4.3) \quad \partial_x E_y + j\omega\mu_0 H_z = -J_z^m.$$

De randvoorwaarden op het oppervlak S (Fig.1) waarbij $\underline{v} = \underline{i}_x$, luiden dan:

$$(4.4) \quad -H_{z,2} + H_{z,1} = J_{y,S}^e \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(4.5) \quad E_{y,2} - E_{y,1} = -J_{z,S}^m \quad \text{met } \underline{r} \in S.$$

H-gepolariseerd veld.

De elektromagnetische veldvergelijkingen voor dit veldtype zijn:

$$(4.6) \quad \partial_z E_x - \partial_x E_z + j\omega\mu_0 H_y = -J_y^m,$$

$$(4.7) \quad -\partial_z H_y - j\omega\epsilon E_x = J_x^e,$$

$$(4.8) \quad \partial_x H_y - j\omega\epsilon E_z = J_z^e.$$

De bijbehorende randvoorwaarden luiden aldus:

$$(4.9) \quad -E_{z,2} + E_{z,1} = -J_{y,S}^m \quad \text{met } \underline{r} \in S,$$

$$(4.10) \quad H_{y,2} - H_{y,1} = J_{z,S}^e \quad \text{met } \underline{r} \in S.$$

Er blijken dus twee soorten elektromagnetische velden in een planaire diëlektrische golfgeleider te kunnen bestaan. Op beide velden passen we een Fouriertransformatie naar één ruimtelijke coördinaat toe, in dit geval naar de z-coördinaat. Men spreekt dan van een analyse in het spectrale domein. Toepassing van de spectrale representatie op de veldgrootheden geeft een verlaging van de dimensionaliteit van het probleem. Bovendien weerspiegelt deze representatie een aantal essentiële transmissie-eigenschappen van de planaire golfgeleider waardoor het concept van oppervlaktegolfmodi tot uitdrukking komt.

De spectrale representant van $\underline{E}(x,z,\omega)$ wordt aldus gedefiniëerd

$$(4.11) \quad \tilde{\underline{E}}(x, k_z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{E}(x, z, \omega) \exp(jk_z z) dz.$$

Hierbij is $\tilde{\underline{E}}$ de ruimtelijke Fourier-getransformeerde van \underline{E} , en k_z is het longitudinale golfgetal. De bijbehorende inverse transformatie is

$$(4.12) \quad \underline{E}(x, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{E}}(x, k_z, \omega) \exp(-jk_z z) dk_z.$$

We veronderstellen dat de bronnen $\underline{J}^{e,m}(x,z,\omega)$ geconcentreerd zijn in een gebied gegeven door $V_S = X_S \times Y_S \times Z_S$, waarbij $x \in X_S$ en $z \in Z_S$, met X_S en Z_S begrensd. $Y_S = \mathbb{R}$. Dan is

$$\tilde{\underline{J}}^{e,m}(x, k_z, \omega) = \int_{Z_S} \underline{J}^{e,m}(x, z, \omega) \exp(jk_z z) dz.$$

In het vervolg zullen we de tilde boven de veldgrootheden in het spectrale domein weglaten, waar geen verwarring mogelijk is. De spectrale representatie toegepast op de elektromagnetische veldvergelijkingen voor het E-gepolariseerde en het H-gepolariseerde veld levert het volgende resultaat:

E-gepolariseerd veld.

Voor dit veldtype luiden de elektromagnetische veldvergelijkingen in het spectrale domein:

$$(4.13) \quad -jk_z H_x - \partial_x H_z - j\omega\epsilon E_y = J_y^e,$$

$$(4.14) \quad jk_z E_y + j\omega\mu_0 H_x = -J_x^m,$$

$$(4.15) \quad \partial_x E_y + j\omega\mu_0 H_z = -J_z^m.$$

Indien er geen oppervlaktebronnen aanwezig zijn, zijn E_y en H_z continu ter plaatse van het grensvlak. Eliminatie van H_x en H_z uit (4.13) t/m (4.15) leidt tot de volgende differentiaalvergelijking voor E_y :

$$(4.16) \quad \partial_x^2 E_y + (\omega^2\epsilon\mu_0 - k_z^2) E_y = j\omega\mu_0 J_y^e - jk_z J_x^m - \partial_x J_z^m.$$

H-gepolariseerd veld.

De elektromagnetische veldvergelijkingen in het spectrale domein luiden voor dit veldtype aldus:

$$(4.17) \quad -jk_z E_x - \partial_x E_z + j\omega\mu_0 H_y = -J_y^m,$$

$$(4.18) \quad jk_z H_y - j\omega\epsilon E_x = J_x^e,$$

$$(4.19) \quad \partial_x H_y - j\omega\epsilon E_z = J_z^e.$$

Indien er geen oppervlaktebronnen aanwezig zijn, zijn H_y en E_z continu ter plaatse van het grensvlak. Eliminatie van E_x en E_z uit (4.17) t/m (4.19) leidt tot de volgende differentiaalvergelijking voor H_y :

$$(4.20) \quad \epsilon \partial_x (\epsilon^{-1} \partial_x H_y) + (\omega^2\epsilon\mu_0 - k_z^2) H_y = j\omega\epsilon J_y^m + jk_z J_x^e + \epsilon \partial_x (\epsilon^{-1} J_z^e).$$

5. Transmissie-eigenschappen van een planaire diëlektrische golfgeleider met multi-step-index profiel.

In het vervolg van dit onderzoek gaan we uit van een planaire diëlektrische golfgeleider met een multi-step-index profiel. Dit houdt in dat de permittiviteit ϵ stuksgewijs constant is als functie van x . De golfgeleider is

derhalve opgebouwd uit een aantal homogene evenwijdige lagen, welke begrensd worden door een homogene half-oneindige bovenlaag en een homogene half-oneindige onderlaag. De configuratie wordt gevoed door een tweedimensionale lijnbron ter plaatse van $x = x_s$, $-\infty < y < \infty$, $z = 0$ (Fig.3); dit is de eenvoudigste bron en zij weerspiegelt alle spectrale eigenschappen van de golfgeleider.

In Tabel 1 zijn de namen van de diverse lagen in de planaire golfgeleider weergegeven met de bijbehorende elektromagnetische eigenschappen.

Tabel 1: De diverse lagen in een multi-step-index planaire golfgeleider en hun elektromagnetische eigenschappen. De permeabiliteit bedraagt in elke laag μ_0 .

Laag	x-coördinaat	permittiviteit
D_1	$-\infty < x < x_1$	ϵ_1
D_2	$x_1 < x < x_2$	ϵ_2
\vdots	\vdots	\vdots
D_s	$x_{s-1} < x < x_s$	ϵ_s
D_{s+1}	$x_s < x < x_{s+1}$	ϵ_{s+1}
\vdots	\vdots	\vdots
D_{N-1}	$x_{N-2} < x < x_{N-1}$	ϵ_{N-1}
D_N	$x_{N-1} < x < \infty$	ϵ_N

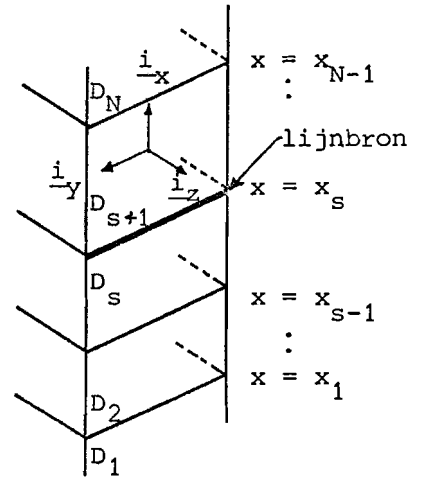


Fig.3: Multi-step-index planaire golfgeleider.

Het aantal deelgebieden bedraagt N , en $x = x_s$ is het grensvlak waarin de lijnbron gesitueerd is. In het nu volgende gaan we uit van een lijnbron ten gevolge van een elektrische stroom van het type

$$\underline{\hat{J}}^e = \hat{j}_y^e \delta(x-x_s, z) \underline{i}_y.$$

Deze lijnbron brengt een E-gepolariseerd veld teweeg. De spectrale representant van deze lijnbron is

$$\underline{\tilde{J}}^e = \hat{j}_y^e \delta(x-x_s) \underline{i}_y.$$

Aangezien er geen bronnen in het inwendige van een homogene laag aanwezig zijn, gaat de differentiaalvergelijking van (4.16) voor elke laag afzonderlijk over in:

$$(5.1) \quad \frac{\partial^2 E_{x,n}}{\partial y^2} + k_{x,n}^2 E_{y,n} = 0 \quad \text{in laag } D_n, \text{ waarbij}$$

$$(5.2) \quad k_{x,n}^2 = \omega^2 \epsilon_n \mu_0 - k_z^2 \quad \text{voor } n = 1, 2, \dots, N.$$

Een mogelijke oplossing van (5.1) waarbij ook voldaan is aan vergelijking (4.15) met $J_z^m = 0$, kan geschreven worden in de volgende gedaante:

$$(5.3) \quad \begin{bmatrix} E_{y,n}(x) \\ H_{z,n}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \{k_{x,n}(x-x_0)\} & -\frac{j\omega\mu_0}{k_{x,n}} \sin \{k_{x,n}(x-x_0)\} \\ \frac{k_{x,n}}{j\omega\mu_0} \sin \{k_{x,n}(x-x_0)\} & \cos \{k_{x,n}(x-x_0)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y,n}(x_0) \\ H_{z,n}(x_0) \end{bmatrix},$$

waarbij x en x_0 twee willekeurige niveaus in D_n zijn.

De 2x2-matrix van (5.3) noemt men de overdrachtsmatrix voor het E-gepolariseerde veld in laag D_n . Hiervoor wordt vaak geschreven:

$$(5.4) \quad [T_n^E(x, x_0)] = \begin{bmatrix} \cos \{k_{x,n}(x-x_0)\} & -\frac{j}{Y_{x,n}^E} \sin \{k_{x,n}(x-x_0)\} \\ -jY_{x,n}^E \sin \{k_{x,n}(x-x_0)\} & \cos \{k_{x,n}(x-x_0)\} \end{bmatrix},$$

waarbij $Y_{x,n}^E = k_{x,n}/\omega\mu_0$ de golfadmittantie in de x -richting aanduidt voor E-gepolariseerde velden. Merk hierbij op dat de elementen van de overdrachtsmatrix even functies van $k_{x,n}$ zijn. Derhalve kan een specificatie van de wortel (5.2) voor $k_{x,n}$ in (5.4) achterwege blijven.

De overdrachtsmatrix $T_n^E(x_1, x_0)$ geeft het verband aan tussen de veldgrootheden E_y, H_z op de plaats $x = x_1$ en de plaats $x = x_0$, waarbij x_1 en x_0 twee punten binnen eenzelfde laag moeten zijn. Voor het E-gepolariseerde veld geldt dat de veldgrootheden E_y en H_z continu zijn op een grensvlak, indien daar geen oppervlaktebronnen aanwezig zijn. Door gebruik te maken van (5.3) is het dan vrij eenvoudig om met de veldgrootheden E_y en H_z van de ene naar de andere laag over te stappen.

De randvoorwaarden voor een grensvlak waar zich geen oppervlaktebronnen bevinden, luiden aldus:

$$(5.5) \quad E_{y,n}(x_n) = E_{y,n+1}(x_n) \quad \text{voor } n = 1, \dots, s-1, s+1, \dots, N-1.$$

$$(5.6) \quad H_{z,n}(x_n) = H_{z,n+1}(x_n) \quad \text{voor } n = 1, \dots, s-1, s+1, \dots, N-1.$$

Ter plaatse van de aangebrachte lijnbron ($x=x_s$) geldt op grond van (4.4) en (4.5) dat

$$(5.7) \quad E_{y,s+1}(x_s) - E_{y,s}(x_s) = 0,$$

$$(5.8) \quad -H_{z,s+1}(x_s) + H_{z,s}(x_s) = \hat{j}_y^e.$$

Veronderstel dat de media lichtelijk dissipatief zijn. Neem

$$(5.9) \quad k_{x,n} = (\omega^2 \epsilon_n \mu_0 - k_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{met} \quad \text{Im}(k_{x,n}) < 0 \quad \text{voor reële } k_z.$$

In dat geval voldoen de elektromagnetische veldgrootheden aan

$E_y, H_z \rightarrow 0$ voor $x \rightarrow \infty$ en voor $x \rightarrow -\infty$. Voorwaarde (5.9) en het gegeven dat de elektromagnetische velden begrensd zijn op het oneindige, impliceren dat

$$(5.10) \quad E_{y,1}(x_1) = - \frac{1}{Y_{x,1}^E} H_{z,1}(x_1),$$

$$(5.11) \quad E_{y,N}(x_{N-1}) = \frac{1}{Y_{x,N}^E} H_{z,N}(x_{N-1}).$$

Toepassing van (5.3), (5.5), (5.6) en (5.10) leidt tot de volgende betrekking:

$$(5.12) \quad \begin{bmatrix} E_{y,s}(x_s) \\ H_{z,s}(x_s) \end{bmatrix} = [T_s^E(x_s, x_{s-1})][T_{s-1}^E(x_{s-1}, x_{s-2})] \dots [T_2^E(x_2, x_1)] \begin{bmatrix} E_{y,1}(x_1) \\ -Y_{x,1}^E E_{y,1}(x_1) \end{bmatrix}.$$

Het verband tussen $E_{y,s}(x_s)$ en $H_{z,s}(x_s)$ zoals dat uit de bovenstaande vergelijking volgt geven we voortaan aan met:

$$(5.13) \quad H_{z,s}(x_s) = - \overset{\leftarrow}{Y}^E(x_s) E_{y,s}(x_s),$$

waarbij $\overset{\leftarrow}{Y}^E(x_s)$ de ingangsadmittantie is voor E-gepolariseerde velden ter plaatse van $x = x_s$, gezien in de richting van afnemende x . Deze grootheid wordt door formule (5.12) uitgedrukt in termen van structuurgegevens van die lagen welke liggen in het gebied $-\infty < x < x_s$.

Analoog volgt bij toepassing van (5.3), (5.5), (5.6) en (5.11) dat

$$(5.14) \quad \begin{bmatrix} E_{y,s+1}(x_s) \\ H_{z,s+1}(x_s) \end{bmatrix} = [T_{s+1}^E(x_s, x_{s+1})][T_{s+2}^E(x_{s+1}, x_{s+2})] \dots [T_{N-1}^E(x_{N-2}, x_{N-1})] \begin{bmatrix} E_{y,N}(x_{N-1}) \\ Y_{x,N}^E E_{y,N}(x_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Het verband tussen $E_{y,s+1}(x_s)$ en $H_{z,s+1}(x_s)$ zoals dat uit de bovenstaande vergelijking volgt geven we voortaan aan met:

$$(5.15) \quad H_{z,s+1}(x_s) = \vec{Y}^E(x_s) E_{y,s+1}(x_s),$$

waarbij $\vec{Y}^E(x_s)$ de ingangsadmittantie is voor E-gepolariseerde velden ter plaatse van $x = x_s$, gezien in de richting van toenemende x . Deze grootheid wordt door formule (5.14) uitgedrukt in termen van structuurgegevens van die lagen welke liggen in het gebied $x_s < x < \infty$.

Substitutie van (5.13) en (5.15) in formule (5.8) leidt tezamen met vergelijking (5.7) tot:

$$(5.16) \quad E_{Y,S}(x_S) = E_{Y,S+1}(x_S) = - \frac{\hat{j}_Y^e}{\overleftarrow{Y}^E(x_S) + \overrightarrow{Y}^E(x_S)},$$

$$(5.17) \quad H_{Z,S}(x_S) = \frac{\overleftarrow{Y}^E(x_S)}{\overleftarrow{Y}^E(x_S) + \overrightarrow{Y}^E(x_S)} \hat{j}_Y^e,$$

$$(5.18) \quad H_{Z,S+1}(x_S) = - \frac{\overrightarrow{Y}^E(x_S)}{\overleftarrow{Y}^E(x_S) + \overrightarrow{Y}^E(x_S)} \hat{j}_Y^e.$$

Aangezien de vier hierboven vermelde veldgrootheden nu bekend zijn, zijn we in staat om de waarden van E_{Y,H_Z} te bepalen in elke laag van de configuratie. Met behulp van de reeds ingevoerde overdrachtsmatrix (5.4) leiden de waarden van de veldgrootheden $E_{Y,S}(x_S)$ en $H_{Z,S}(x_S)$ tot uitdrukkingen voor E_{Y,H_Z} in de lagen D_S, D_{S-1}, \dots, D_2 en D_1 , en de waarden van de veldgrootheden $E_{Y,S+1}(x_S)$ en $H_{Z,S+1}(x_S)$ tot uitdrukkingen voor E_{Y,H_Z} in de lagen $D_{S+1}, D_{S+2}, \dots, D_{N-1}$ en D_N .

Tot zover is $\tilde{E}_Y(x, k_Z, \omega)$ bekend voor elke waarde van zijn parameters. De inverse Fourier-getransformeerde kunnen we verkrijgen middels

$$(5.19) \quad \hat{E}_Y(x, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_Y(x, k_Z, \omega) \exp(-jk_Z z) dk_Z.$$

Om de modale structuur van \hat{E}_Y expliciet te maken, gaan we de integratie naar k_Z in het complexe vlak uitvoeren. Daartoe moeten we de integrand van (5.19) analytisch voortzetten in het complexe k_Z -vlak, en nagaan welke singulariteiten er optreden.

Aangezien de elementen van de overdrachtsmatrices welke in $\overrightarrow{Y}^E(x_S)$ en $\overleftarrow{Y}^E(x_S)$ voorkomen, éénwaardige functies van k_Z zijn, geven deze matrices op zichzelf geen aanleiding tot vertakkingslijnen in het complexe k_Z -vlak. De enige vertakkingslijnen ontstaan ten gevolge van de term $Y_{x,1}^E$ in $\overleftarrow{Y}^E(x_S)$ en de term $Y_{x,N}^E$ in $\overrightarrow{Y}^E(x_S)$. Om aan voorwaarde (5.9) te voldoen, brengen we sneden aan in het complexe k_Z -vlak zodat bij een mogelijke deformatie van de integratieweg aan (5.9) voldaan is. De sneden leggen we bij $\text{Im}(\omega^2 \epsilon_1 \mu_0 - k_Z^2) = 0$ en bij $\text{Im}(\omega^2 \epsilon_N \mu_0 - k_Z^2) = 0$. Bij substitutie van $k_Z = \text{Re}(k_Z) + j \text{Im}(k_Z)$ in de vergelijkingen voor de sneden, vinden we

dat de vier vertakkingslijnen liggen op de hyperbolen:

$$(5.20) \quad \operatorname{Re}(k_z) \cdot \operatorname{Im}(k_z) = \operatorname{Re} \{ \omega(\epsilon_1 \mu_0)^{\frac{1}{2}} \} \cdot \operatorname{Im} \{ \omega(\epsilon_1 \mu_0)^{\frac{1}{2}} \}, \text{ en}$$

$$(5.21) \quad \operatorname{Re}(k_z) \cdot \operatorname{Im}(k_z) = \operatorname{Re} \{ \omega(\epsilon_N \mu_0)^{\frac{1}{2}} \} \cdot \operatorname{Im} \{ \omega(\epsilon_N \mu_0)^{\frac{1}{2}} \}.$$

Andere singulariteiten welke in het complexe k_z -vlak kunnen optreden, zijn de polen die ontstaan als de noemer van de rechterleden van (5.16) t/m (5.18) nul is. Deze treden op indien voldaan is aan:

$$(5.22) \quad \overleftarrow{Y}^E(x_s, k_z, \omega) + \overrightarrow{Y}^E(x_s, k_z, \omega) = 0.$$

De bijbehorende waarde van k_z waarbij aan (5.22) voldaan is, duiden we aan met $\{\kappa_1, \kappa_2, \dots\}$. In Fig.4 is een en ander in beeld gebracht.

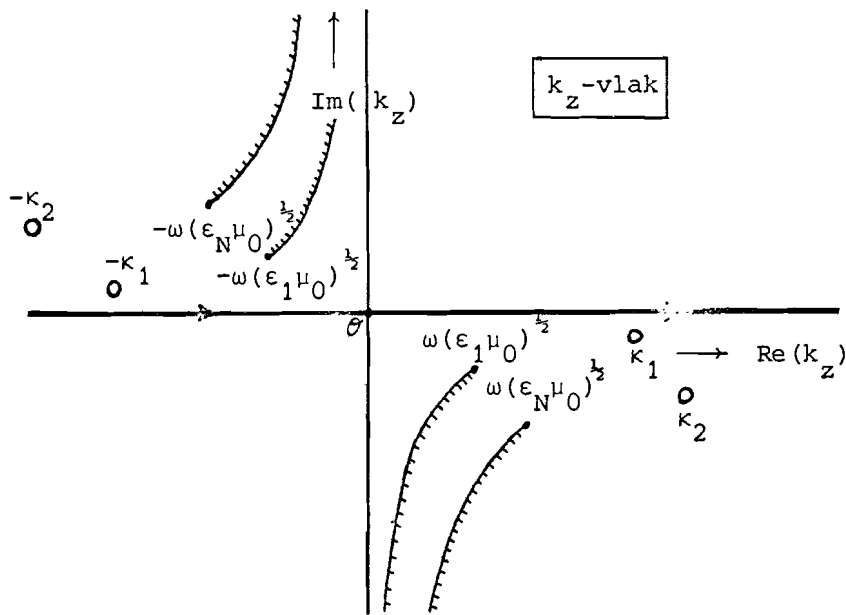


Fig.4: Integratieweg in het complexe k_z -vlak, en singulariteiten van de integrand van (5.19)

(vertakkingslijnen, oo polen).

Oppervlaktegolfmodi verkrijgt men door bij een gegeven configuratie die waarden van k_z te kiezen, waarbij voldaan is aan (5.22).

6. Bepaling van oppervlaktegolfmodi in een multi-media planaire golfgeleider.

In dit hoofdstuk worden een aantal eigenschappen van een planaire diëlektrische golfgeleider met multi-step-index profiel besproken. Daarbij worden twee soorten golfgeleiders behandeld, namelijk één bestaande uit drie media en de andere bestaande uit vijf media. In het vorige hoofdstuk is afgeleid dat er binnen een planaire golfgeleider een oppervlaktegolfmodus kan optreden, indien aan de voorwaarde (5.22) voldaan is. Bij een volledige specificatie van de planaire golfgeleider, en bij gegeven ω is

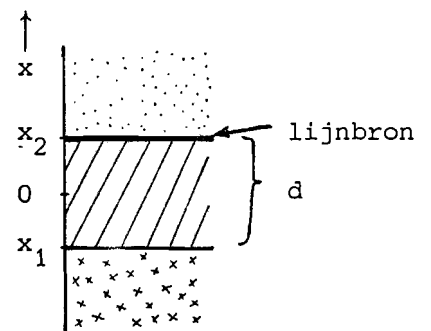
$\vec{Y}^E(x_s, k_z, \omega) + \vec{Y}^E(x_s, k_z, \omega)$ nog slechts een complexe functie van k_z , die we zullen aangeven met $f(k_z)$:

$$(6.1) \quad f(k_z) = \vec{Y}^E(x_s, k_z, \omega) + \vec{Y}^E(x_s, k_z, \omega).$$

De nulpunten van $f(k_z)$ leveren dus de oppervlaktegolfmodi. Bij de bepaling daarvan kunnen we op verschillende manieren te werk gaan. Allereerst een methode (a) die toegesneden is op een symmetrische drie-media configuratie. Daarnaast een methode (b) die toegesneden is op een planaire golfgeleider met een willekeurig aantal media, maar waarvan elk toegepast medium verliesvrij is. En tenslotte een methode (c) die toegepast kan worden op een planaire golfgeleider eveneens met een willekeurig aantal media, maar waarvan elk medium nu wel verliezen kan vertonen.

a. Gaan we nu uit van een drie-media configuratie

waarvan elk medium verliezen kan vertonen, dan is het mogelijk om voor de waarde van k_z behorende bij een oppervlaktegolfmodus een eenvoudige impliciete uitdrukking af te leiden, waaruit de nulpunten gemakkelijk grafisch gevonden kunnen worden. Veronderstel dat de bron $\hat{j}_y^e(\omega)$ zich ter plaatse van $x = x_2$ bevindt (Fig.5). Dan gaat vergelijking (5.12) over in:



$$\begin{bmatrix} E_{y,2}(x_2) \\ H_{z,2}(x_2) \end{bmatrix} = [T_2^E(x_2, x_1)] \begin{bmatrix} E_{y,1}(x_1) \\ -Y_{x,1}^E E_{y,1}(x_1) \end{bmatrix}.$$

Fig.5: Drie-media configuratie.

Uitschrijven levert de vergelijkingen:

$$(6.2) \quad E_{y,2}(x_2) = E_{y,1}(x_1) \{ \cos[k_{x,2}(x_2-x_1)] + j \frac{Y_{x,1}^E}{Y_{x,2}^E} \sin[k_{x,2}(x_2-x_1)] \}$$

$$(6.3) \quad H_{z,2}(x_2) = - E_{y,1}(x_1) \{ j Y_{x,2}^E \sin[k_{x,2}(x_2-x_1)] + Y_{x,1}^E \cos[k_{x,2}(x_2-x_1)] \},$$

waarbij $k_{x,i} = (\omega^2 \epsilon_i \mu_0 - k_z^2)^{1/2}$ met $\text{Im}(k_{x,i}) \leq 0$, en $Y_{x,i}^E = k_{x,i} / \omega \mu_0$.

Zij voorts $d = x_2 - x_1$. Eliminatie van $E_{y,1}(x_1)$ uit (6.3) middels vergelijking (6.2) laat zien dat

$$(6.4) \quad H_{z,2}(x_2) = \frac{-j Y_{x,2}^E \sin[k_{x,2}d] - Y_{x,1}^E \cos[k_{x,2}d]}{\cos[k_{x,2}d] + j \frac{Y_{x,1}^E}{Y_{x,2}^E} \sin[k_{x,2}d]} E_{y,2}(x_2).$$

Geheel analoog gaat vergelijking (5.14) over in:

$$(6.5) \quad H_{z,3}(x_2) = Y_{x,3}^E E_{y,3}(x_2).$$

Op grond van de aansluitvoorwaarden ter plaatse van de bron (5.7 en 5.8) moet voldaan zijn aan:

$$(6.6) \quad \begin{cases} E_{y,3}(x_2) - E_{y,2}(x_2) = 0, \\ -H_{z,3}(x_2) + H_{z,2}(x_2) = \hat{j}_y^e(\omega). \end{cases}$$

Substitutie van (6.4) en (6.5) in (6.6) geeft dat

$$(6.7) \quad E_{y,2}(x_2) = - \frac{\cos[k_{x,2}d] + j \frac{Y_{x,1}^E}{Y_{x,2}^E} \sin[k_{x,2}d]}{(Y_{x,1}^E + Y_{x,3}^E) \cos[k_{x,2}d] + j(Y_{x,2}^E + \frac{Y_{x,1}^E Y_{x,3}^E}{Y_{x,2}^E}) \sin[k_{x,2}d]} \hat{j}_y^e(\omega).$$

De waarden van k_z die behoren bij oppervlaktegolfmodi, vindt men door de noemer van (6.7) nul te stellen:

$$(6.8) \quad \tan [k_{x,2}d] = \frac{j Y_{x,2}^E (Y_{x,1}^E + Y_{x,3}^E)}{(Y_{x,2}^E)^2 + Y_{x,1}^E Y_{x,3}^E}.$$

Gaan we nu uit van een symmetrische drie-media configuratie, dan is

$\epsilon_1 = \epsilon_3$. Dit houdt ook in dat $k_{x,1} = k_{x,3}$ en $Y_{x,1}^E = Y_{x,3}^E$. Vergelijking (6.8) gaat dan over in:

$$(6.9) \quad \tan [k_{x,2}d] = \frac{2 \frac{jk_{x,1}}{k_{x,2}}}{1 - \left(\frac{jk_{x,1}}{k_{x,2}}\right)^2} = \frac{-2 \frac{k_{x,2}}{jk_{x,1}}}{1 - \left(-\frac{k_{x,2}}{jk_{x,1}}\right)^2}$$

Uit deze vergelijking volgt dat bij een symmetrische drie-media configuratie oppervlaktegolfmodi kunnen optreden, indien k_z voldoet aan de volgende voorwaarde [Ref.2]:

$$(6.10) \quad \tan [k_{x,2}a] = \frac{jk_{x,1}}{k_{x,2}}, \text{ of aan}$$

$$(6.11) \quad \tan [k_{x,2}a] = -\frac{k_{x,2}}{jk_{x,1}}, \text{ met } a = d/2.$$

Oppervlaktegolfmodi welke corresponderen met (6.10), noemt men even, aangezien het bijbehorende E_y -veld een even functie van x is. Men duidt de modi van (6.11) met de term oneven modi aan.

Als voorbeeld van deze methode nemen we een symmetrische verliesvrije drie-media configuratie waarbij een aantal structuurgegevens zijn weergegeven in Fig.6. In analogie met de step-index circulaire glasvezel duiden we gebied 2 met de kern aan. De dikte van de kern is in dit geval $d = 20 \mu\text{m}$. In het vervolg van dit verslag komt een absorptielijn ter sprake. De

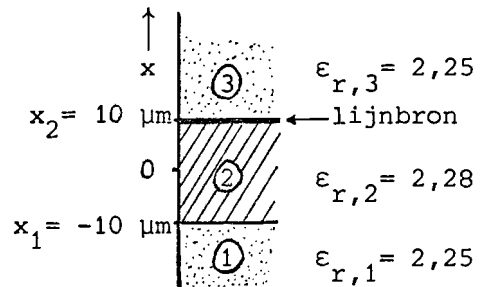


Fig.6: Drie-media configuratie met structuurgegevens.

centrale frequentie van die absorptielijn bedraagt $\omega_0 = 1,3709 \cdot 10^{15}$ rad/s. Deze frequentie nemen we als uitgangspunt bij dit voorbeeld. Zij $k_0 = \omega_0/c_0$. Een oppervlaktegolfmodus treedt in deze drie-media configuratie op, indien aan (6.10) of (6.11) voldaan is. Daartoe is het linkerlid van bovenstaande vergelijkingen $\tan [k_{x,2}a]$ als functie van $k_{x,2}a$ uitgezet in Fig.7. Eveneens is zowel het rechterlid van (6.10) $jk_{x,1}/k_{x,2}$ als van (6.11) $-k_{x,2}/jk_{x,1}$ hierin als functie van $k_{x,2}a$ weergegeven.

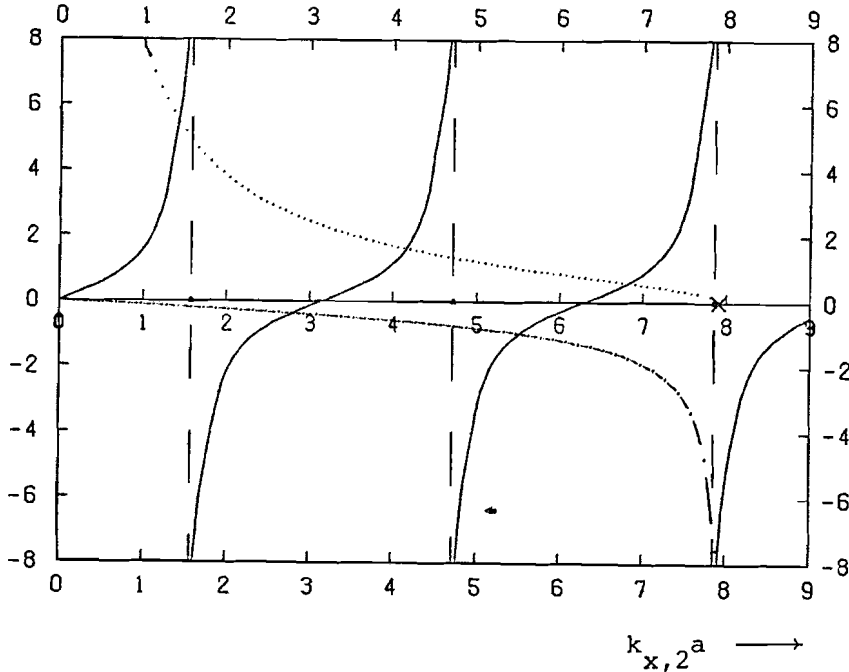


Fig.7: Grafiek van $\tan(k_{x,2}a)$, $jk_{x,1}/k_{x,2}$ en $-k_{x,2}/jk_{x,1}$ als functie van $k_{x,2}a$.

- $\tan(k_{x,2}a)$.
- - - - - asymptoten van $\tan(k_{x,2}a)$.
- $jk_{x,1}/k_{x,2}$.
- · - · - · $-k_{x,2}/jk_{x,1}$.
- ▲ staan bij $k_{x,2}a = \pi/2, 3\pi/2$ en $5\pi/2$.
- x geeft waarde van $k_{x,2}a$ aan bij $jk_{x,1} = 0$.

Het rechterlid van (6.10) \dots nadert asymptotisch tot ∞ voor $k_{x,2}a \rightarrow 0$.

Het rechterlid van (6.11) $- \dots$ daarentegen nadert asymptotisch tot $-\infty$ voor $k_{x,2}a \rightarrow (\epsilon_{r,2} - \epsilon_{r,1})^{1/2} \cdot k_0 \cdot a$ ($jk_{x,1} \rightarrow 0$).

Bij de berekeningen ten behoeve van Fig.7 is uitgegaan van:

$$k_{x,2} = (\omega^2 \epsilon_2 \mu_0 - k_z^2)^{1/2} = k_0 \{ \epsilon_{r,2} - (k_z/k_0)^2 \}^{1/2}, \text{ en}$$

$$jk_{x,1} = k_0 \{ (k_z/k_0)^2 - \epsilon_{r,1} \}^{1/2}.$$

De getalwaarden behorende bij de diverse functies staan weergegeven op de bijlagen 1 en 2. Uit deze getalwaarden en Fig.7 volgt dat vergelijking (6.10) drie oplossingen bezit, terwijl vergelijking (6.11) ook drie oplossingen oplevert. In totaal kunnen in deze symmetrische verliesvrije drie-media-configuratie dus zes oppervlaktegolfmodi optreden, waarvan drie modi even en eveneens drie modi oneven zijn.

Een nauwkeuriger beschouwing van de functies $\tan(k_{x,2}a)$ en $-k_{x,2}/jk_{x,1}$ in de omgeving van $k_{x,2}a = 2,8$ laat zien dat het daar gelegen nulpunt optreedt als $2,78237438 < k_{x,2}a < 2,78237461$. Derhalve ligt er op het interval $1,5087387238 < k_z/k_0 < 1,5087387240$ een waarde van k_z welke bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus hoort (Fig.8).

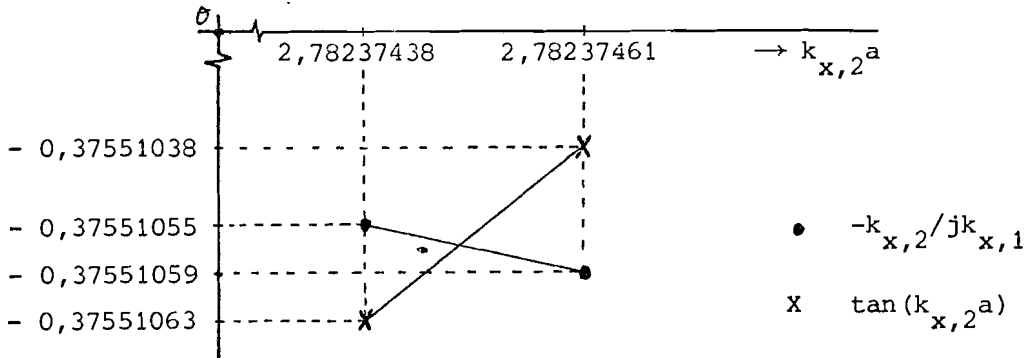


Fig.8: Plaatje van $\tan(k_{x,2}a)$ en $-k_{x,2}/jk_{x,1}$ voor een tweetal waarden van $k_{x,2}a$.

b. In het meer algemene geval van een planaire diëlektrische golfgeleider met een willekeurig aantal media, is de impliciete uitdrukking voor vergelijking (5.22) niet meer zo eenvoudig. De oplossingen van deze vergelijking worden vanwege de gecompliceerdheid in het vervolg dan ook numeriek bepaald.

Bij volledige specificatie van de golfgeleider, en bij gegeven ω is vergelijking (5.22) nog slechts een complexe functie van k_z (6.1).

Beschouw het geval dat alle toegepaste media verliesvrij zijn. Dan bezit het longitudinale golfgetal een reële waarde, welke ligt op het interval $\omega(\epsilon_{\min}\mu_0)^{1/2} < k_z < \omega(\epsilon_{\max}\mu_0)^{1/2}$, aangezien men de vertakkingslijnen niet mag snijden. Uit de relaties (5.12) t/m (5.15) volgt tevens dat de ingangsadmittanties $\vec{Y}^E(x_s)$ en $\vec{Y}^E(x_s)$ zuiver imaginair zijn. Dit houdt in, dat ook $f(k_z)$ zuiver imaginair is.

Oppervlaktegolfmodi treden in de golfgeleider op, indien $f(k_z) = 0$. Door nu k_z te variëren over het aangegeven traject kunnen we $f(k_z)$ als functie van k_z berekenen. Indien het imaginaire deel van $f(k_z)$ daarbij van teken verandert, dan is men een nulpunt van $f(k_z)$ gepasseerd. Door verkleining van het interval rond het betreffende nulpunt van $f(k_z)$, kan men de waarde van k_z behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus nauwkeurig bepalen.

Deze bepaling van oplossingen van $f(k_z) = 0$ in geval van een verliesvrije meer-media configuratie is in het computerprogramma vervat in de procedure NULPUNT.

Als voorbeeld is dezelfde symmetrische verliesvrije drie-media configuratie (Fig.6) als bij methode (a) genomen. De resultaten hierbij verkregen zijn op bijlage 3 weergegeven. In totaal zijn er 6 mogelijke oplossingen voor de vergelijking $f(k_z) = 0$. Dit houdt in, dat er zes oppervlaktegolfmodi kunnen optreden in de golfgeleider. Vergelijking van de tweede oplossing voor k_z/k_0 ($k_z/k_0 = 1,5087387239$) met het bepaalde interval voor k_z/k_0 op blz.17 bovenaan laat zien dat de gevonden oplossing ook inderdaad binnen het berekende traject ligt.

Deze methode is niet alleen geschikt voor een verliesvrije drie-media configuratie, maar zelfs voor een meer-media configuratie. Nemen we nu als voorbeeld een verliesvrije vijf-media configuratie, waarbij een aantal structuurgegevens zijn weergegeven in Fig.9. In analogie met de circulaire glasvezel, welke uit een kern en een mantel bestaat, duiden we gebied 3 met de kern aan, en de gebieden 2 en 4 met de mantel. De gebieden 1 en 5 stellen

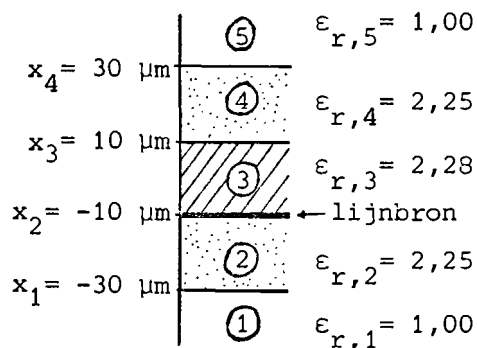


Fig.9: Vijf-media configuratie met structuurgegevens.

lucht voor. Bij deze configuratie kunnen we de oppervlaktegolfmodi verdelen in kern- en mantelmodi. Kernmodi zijn die oppervlaktegolfmodi waarvan het bijbehorende longitudinale golfgetal ligt op het traject $\omega(\epsilon_{\text{mantel}}\mu_0)^{\frac{1}{2}} < k_z < \omega(\epsilon_{\text{kern}}\mu_0)^{\frac{1}{2}}$. Het elektromagnetische veld vertoont bij een kernmodus een exponentieel verval in de mantel. Mantelmodi nu zijn die oppervlaktegolfmodi waarvan het bijbehorende longitudinale golfgetal ligt op het interval $\omega(\epsilon_0\mu_0)^{\frac{1}{2}} < k_z < \omega(\epsilon_{\text{mantel}}\mu_0)^{\frac{1}{2}}$. Bij een mantelmodus vertoont het elektromagnetische veld geen exponentieel verval in de mantel.

Zij $\omega = 1,3709 \cdot 10^{15}$ rad/s en $k_0 = \omega/c_0$. De oplossingen voor het longitudinale golfgetal behorende bij een bepaalde kernmodus zijn weergegeven op bijlage 4. In totaal blijken er bij deze vijf-media planaire golfgeleider vijf kernmodi te kunnen optreden.

c. In geval van een planaire diëlektrische golfgeleider bestaande uit media welke verliezen vertonen, is de methode voor het berekenen van oplossingen voor de vergelijking $f(k_z) = 0$ zoals beschreven onder (b), niet meer toepasbaar. Deze oplossingen zijn namelijk complex. Een methode om die complexe oplossingen te vinden is gebaseerd op de stelling van Cauchy:

$$\frac{1}{2\pi j} \oint_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz = N - P, \text{ waarbij}$$

C een gesloten contour in het complexe vlak is,
N het aantal nulpunten van $f(z)$ binnen C is en
P het aantal polen van $f(z)$ binnen C is.

Met deze methode is het ook mogelijk om in geval van een planaire diëlektrische golfgeleider bestaande uit verliesvrije media, de reële oplossingen van k_z behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus rechtstreeks te bepalen. Daartoe nemen we een rechthoekige contour in het complexe k_z -vlak, waarbinnen het interval $\omega(\epsilon_{\min} \mu_0)^{1/2} < k_z < \omega(\epsilon_{\max} \mu_0)^{1/2}$ zich nagenoeg geheel bevindt. We mogen de vertakkingslijn immers niet snijden. Toepassing van de stelling van Cauchy op deze contour geeft het totaal aantal oplossingen van $f(k_z) = 0$. Teneinde voor elke oppervlaktegolfmodus de waarde van k_z nauwkeurig te bepalen, dienen we de rechthoek onder te verdelen (bijv. in vieren) en na te gaan hoeveel nulpunten van $f(k_z)$ er liggen binnen elk van de onderdelen. Indien er nog meerdere nulpunten binnen één contour liggen, dan wordt de rechthoek wederom onderverdeeld, etc. Ligt er daarentegen precies één nulpunt binnen een contour, dan kan men de desbetreffende contour alsmaar verkleinen, totdat de gewenste nauwkeurigheid bereikt is.

Deze bepaling van oplossingen van $f(k_z) = 0$ in geval van een meer-media-configuratie is in het computerprogramma vervat in de procedures RECHTH en SOLZERO. De procedure RECHTH berekent bij gegeven rechthoekige contour het aantal nulpunten van $f(k_z)$ binnen deze contour, terwijl de procedure SOLZERO één nulpunt van $f(k_z)$ binnen een rechthoekige contour tot zijn eindwaarde volgt.

Als voorbeeld is dezelfde verliesvrije 5-media-configuratie (Fig.9) als bij methode (b) genomen. De resultaten hierbij verkregen zijn op de bijlagen 5 en 6 weergegeven. De linkerkolom op deze bijlagen geeft de ligging van de rechthoekige contour aan. Daarbij geeft KZN het hoekpunt linksonder van de rechthoek aan, terwijl DZH de stapgrootte in horizontale

richting is en L het aantal stappen, en DZV de stapgrootte in verticale richting is en M het aantal stappen in die richting. De rechterkolom geeft het aantal nulpunten ($\text{REAL}\{I_0\}$) binnen de rechthoekige contour aan, terwijl I_1 de som van deze nulpunten aangeeft en I_2 de som van de kwadraten van deze nulpunten. Indien het aantal nulpunten binnen een contour één is ($\text{REAL}\{I_0\} = 1$), dan berekent de procedure SOLZERO de waarde van k_z/k_0 met inachtnaam van de vereiste nauwkeurigheid. De uiteindelijke waarde van k_z/k_0 ligt binnen een rechthoekige contour zoals weergegeven in de middelste kolom op de bijlagen 5 en 6. In Fig.10 is het in vier delen van rechthoeken behorende bij dit programma weergegeven.

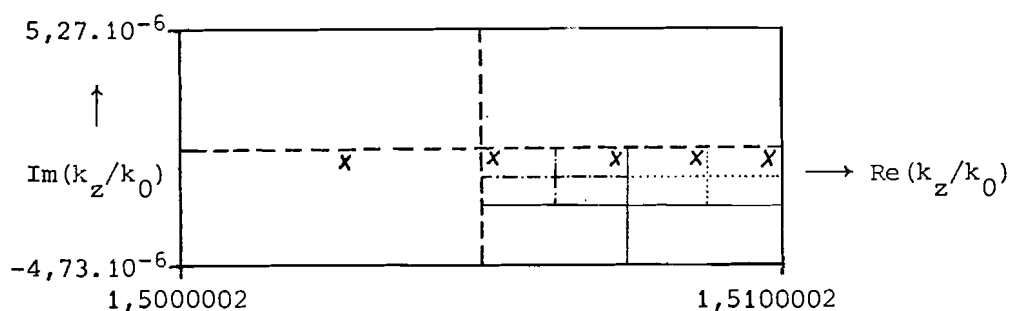


Fig.10: Het in vier delen van een rechthoek, zodat uiteindelijk binnen elke rechthoekige contour hoogstens één nulpunt van $f(k_z)$ ligt.

X: ligging van een nulpunt van $f(k_z)$.

Bij dit voorbeeld zijn we uitgegaan van een verliesvrije vijf-media configuratie. Dit houdt in, dat het longitudinale golfgetal behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus een reële waarde bezit. Bezien we de oplossingen voor k_z/k_0 op de bijlagen 5 en 6 (middelste kolom), dan blijkt elk van de vijf rechthoekige contouren een gedeelte van de reële k_z/k_0 -as te omvatten. Vergelijking van de resultaten van dit programma met die op bijlage 4 laat zien dat beide methodes toegepast op een verliesvrije vijf-media planaire golfgeleider, dezelfde resultaten opleveren.

Methode (c) is geschikt om oplossingen van de vergelijking $f(k_z) = 0$ te berekenen in geval van een planaire diëlektrische golfgeleider bestaande uit media welke verliezen vertonen. Deze methode heeft als nadeel dat de berekening nogal veel rekentijd vergt. Methode (b) daarentegen is aanzienlijk sneller, maar deze methode is alleen geschikt voor verliesvrije media.

In het vervolg gaan we bij het oplossen van de vergelijking $f(k_z) = 0$ als volgt te werk. Los de vergelijking met methode (b) op, alsof alle media verliesvrij zijn. Neem daartoe $\epsilon = \epsilon(\omega_0)$ met $\text{Im}(\epsilon) = 0$. In dit geval zijn de oplossingen voor k_z behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus, reëel. Duiden we deze oplossingen aan met $k_{z,\text{real}}$. Breng de verliezen in rekening via ϵ_i . Neem vervolgens een rechthoekige contour in het complexe k_z -vlak, waarbinnen de reële waarde $k_{z,\text{real}}$ ligt, en pas op deze contour methode (c) toe. Op deze wijze is het mogelijk om de complexe oplossingen van de vergelijking $f(k_z) = 0$ behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus in een planaire diëlektrische golfgeleider bestaande uit media welke verliezen vertonen, redelijk snel te berekenen.

Voor de toepasbaarheid van een diëlektrische golfgeleider als overdrachtsconfiguratie in een optisch communicatiesysteem is van belang welke verzwakking en fasedraaiing het signaal bij overdracht over een sectie van bepaalde lengte ondergaat. Bij toepassing van glas als diëlektricum treedt absorptie en dispersie op als gevolg van atomaire resonanties van de samenstellende atomen.

In dit onderzoek wordt alleen aandacht besteed aan die verliezeffecten waarbij het golfgeleidermateriaal een enkele absorptielijn vertoont. Een uitdrukking voor de bijdrage van zo'n absorptielijn tot de permittiviteit is afgeleid in appendix A:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta},$$

waarbij ω_0 = resonantiefrequentie van het atoom,
 ω_p = plasmafrequentie van de absorptielijn,
 Δ = lijnbreedte van de absorptielijn.

We gaan nu uit van bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont, en onderzoeken de invloed van deze absorptielijn op de demping en fasedraaiing van het signaal bij overdracht over een sectie van bepaalde lengte. Daartoe nemen we bulkmateriaal met een relatieve permittiviteit van

$$(6.12) \quad \epsilon_r(\omega) = 2,25 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta},$$

waarbij $\omega_0 = 1,3709 \cdot 10^{15}$ rad/s,
 $\Delta = 10^{13}$ rad/s en

$$\alpha(\omega_0) = 10 \text{ Np/m.}$$

Deze gegevens zijn afkomstig van het Philips' Natuurkundig Laboratorium.

De bepaling van de plasmafrequentie ω_p uit de drie gegevens over de absorptielijn verloopt als volgt. In het bulkmateriaal zal zich een vlakke ééndimensionale elektromagnetische golf voortplanten met voortplantingsconstante $\gamma = j\omega(\epsilon\mu_0)^{\frac{1}{2}} = jk_0(\epsilon_r)^{\frac{1}{2}} = jk_0 n$, waarbij $k_0 = \omega/c_0$ het golfgetal in vacuüm is, en $n = (\epsilon_r)^{\frac{1}{2}}$ de brekingsindex van het bulkmateriaal.

Eveneens geldt dat $\gamma = \alpha + j\beta$, waarbij $\alpha = \text{Re}(\gamma)$ de dempingscoëfficiënt is, en $\beta = \text{Im}(\gamma)$ de fasevertraging.

Zij $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$, $n = n' - jn''$. De relatie voor de brekingsindex $n = (\epsilon_r)^{\frac{1}{2}}$ leidt dan tot:

$$(6.13) \quad n' = [\frac{1}{2}\{(\epsilon_r')^2 + (\epsilon_r'')^2\}]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\epsilon_r'$$

$$(6.14) \quad n'' = [\frac{1}{2}\{(\epsilon_r')^2 + (\epsilon_r'')^2\}]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\epsilon_r'$$

Indien aan de voorwaarde $\epsilon_r'' \ll \epsilon_r'$ voldaan is, gaat vergelijking (6.14) over in $n'' = \epsilon_r''/2(\epsilon_r')^{\frac{1}{2}}$.

Uit (6.12) volgt dat $\epsilon_r'(\omega_0) = 2,25$ en $\epsilon_r''(\omega_0) = \omega_p^2/\omega_0\Delta$. Evenzo volgt uit $\gamma = \alpha + j\beta$ en $\gamma = jk_0 n$ dat $\alpha = k_0 n''$. Invullen van $n''(\omega_0)$ in deze vergelijking toont dat

$$(6.15) \quad \alpha(\omega_0) = k_0 \epsilon_r''(\omega_0)/2[\epsilon_r'(\omega_0)]^{\frac{1}{2}} = \omega_p^2/3c_0\Delta.$$

Invullen van de benodigde gegevens in vergelijking (6.15) laat zien dat $\omega_p = 3.10^{11}$ rad/s. Aan de voorwaarde $\epsilon_r'' \ll \epsilon_r'$ is voldaan, immers $\epsilon_{r,max}'' = \epsilon_r''(\omega_0) = 6,6.10^{-6}$ en $\epsilon_r' \approx 2,25$.

Resumerend gaan we uit van bulkmateriaal met een relatieve permittiviteit gegeven door $\epsilon_r(\omega) = 2,25 + \omega_p^2/(\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta)$,

$$\begin{aligned} \text{waarbij} \quad \omega_0 &= 1,3709.10^{15} \text{ rad/s,} \\ \omega_p &= 3.10^{11} \text{ rad/s,} \\ \Delta &= 10^{13} \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

De waarden van ϵ_r en $n = (\epsilon_r)^{\frac{1}{2}}$ ten gevolge van een enkele absorptielijn in het bulkmateriaal zijn voor een aantal frequenties ω berekend. Deze waarden zijn op bijlage 7 weergegeven. Fig.11 en 12 tonen grafisch het verloop van $\epsilon_r'(\omega) - \epsilon_r'(\omega_0)$ resp. $\epsilon_r''(\omega)$ als functie van $k_0 a$, waarbij $k_0 = \omega/c_0$ en $a = 10 \mu\text{m}$. De parameter a geeft de halve dikte van de kern aan in de te beschouwen configuraties. Fig.11-17 zijn na blz.23 bijgevoegd.

Uit het gegeven dat $\gamma_{\text{bulk}} = \alpha_{\text{bulk}} + j\beta_{\text{bulk}}$ en $\gamma_{\text{bulk}} = jk_0 n$ (blz.22) volgt dat $n' = \beta_{\text{bulk}}/k_0$ en $n'' = \alpha_{\text{bulk}}/k_0$. De grootheden n' en n'' geven dus feitelijk de genormeerde bulkfasevertraging en bulkdemping aan. Het verloop van n' resp. n'' als functie van $k_0 a$ is weergegeven in Fig.13 en 14.

Indien het bulkmateriaal geen absorptielijn vertoont, dan bedraagt de genormeerde bulkfasevertraging $\beta_{\text{bulk},0}/k_0 = 1,50$. Vergelijken we bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont, met bulkmateriaal dat geen absorptielijn vertoont, dan definiëren we de relatieve fasevertraging als $\beta_{\text{rel}}/k_0 = \beta_{\text{bulk}}/k_0 - \beta_{\text{bulk},0}/k_0$. Deze relatieve bulkfasevertraging wordt geheel door de absorptielijn veroorzaakt.

De relatieve bulkfasevertraging β_{rel}/k_0 , de groepvertraging $\partial\beta_{\text{bulk}}/\partial k_0$ en de pulsverbreding $\frac{1}{2}\partial^2\beta_{\text{bulk}}/\partial k_0^2$ zijn voor een aantal waarden van $k_0 a$ berekend. Ze zijn op bijlage 8 weergegeven. Fig.15-17 illustreren grafisch het verloop van de drie grootheden als functie van $k_0 a$. De groepvertraging $\partial\beta/\partial k_0$ hangt samen met de looptijd die het ingangssignaal nodig heeft om zich aan de uitgang te manifesteren. De pulsverbreding $\frac{1}{2}\partial^2\beta/\partial k_0^2$ houdt verband met de verbreding van een Gausse ingangspuls aan de uitgang.

De te beschouwen drie-media planaire golfgeleider bestaat uit een kern en twee oneindig uitgestrekte buitenmedia (mantel). De vijf-media planaire golfgeleider bestaat echter uit een kern, mantel en eveneens twee oneindig uitgestrekte buitenmedia. Beide configuraties bezitten een kern en een mantel, die al dan niet een enkele absorptielijn vertonen. Indien de mantel verliesvrij is, d.w.z. geen absorptielijn vertoont, dan bedraagt de relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,m} = 2,25$. Vertoont de mantel wel een absorptielijn, dan voldoet $\epsilon_{r,m}$ aan (6.12). De bulkdemping bedraagt $\alpha_m(\omega_0) = 10 \text{ Np/m}$, en $\omega_{p,m} = 3 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$.

Bij een verliesvrije kern bedraagt de relatieve permittiviteit $\epsilon_{r,k} = 2,28$. Indien de kern een absorptielijn bevat, wensen we dat de bulkdemping in de kern gelijk is aan die van de mantel:

$\alpha_k(\omega_0) = 10 \text{ Np/m}$. De relatieve permittiviteit voor de kern voldoet aan:

$$(6.16) \quad \epsilon_r(\omega) = 2,28 + \frac{\omega_{p,k}^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta)} \quad \text{met} \quad \epsilon_r'(\omega_0) = 2,28.$$

Aangezien de bulkdemping voor kern en mantel dezelfde is, terwijl $\epsilon_{r,m}'(\omega_0) = 2,25$ en $\epsilon_{r,k}'(\omega_0) = 2,28$ volgt uit vergelijking (6.15), dat er moet gelden:

$$(6.17) \quad \omega_{p,k} = \omega_{p,m} \cdot (2,28/2,25)^{\frac{1}{2}}.$$

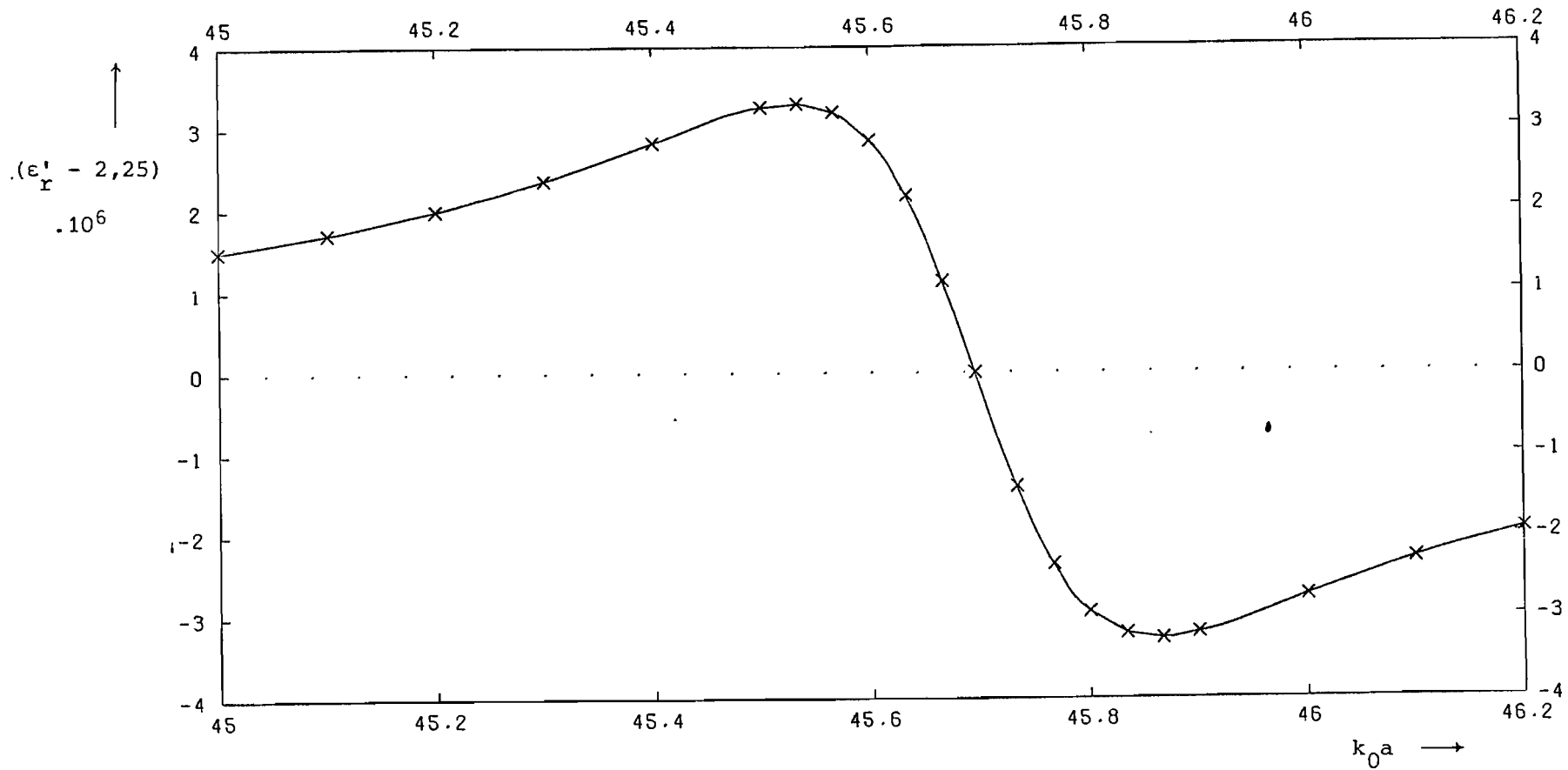


Fig.11: Het verloop van het reële deel ϵ'_r van de relatieve permittiviteit van bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn, ten opzichte van de relatieve permittiviteit in een materiaal met $\epsilon''_r = 0$.

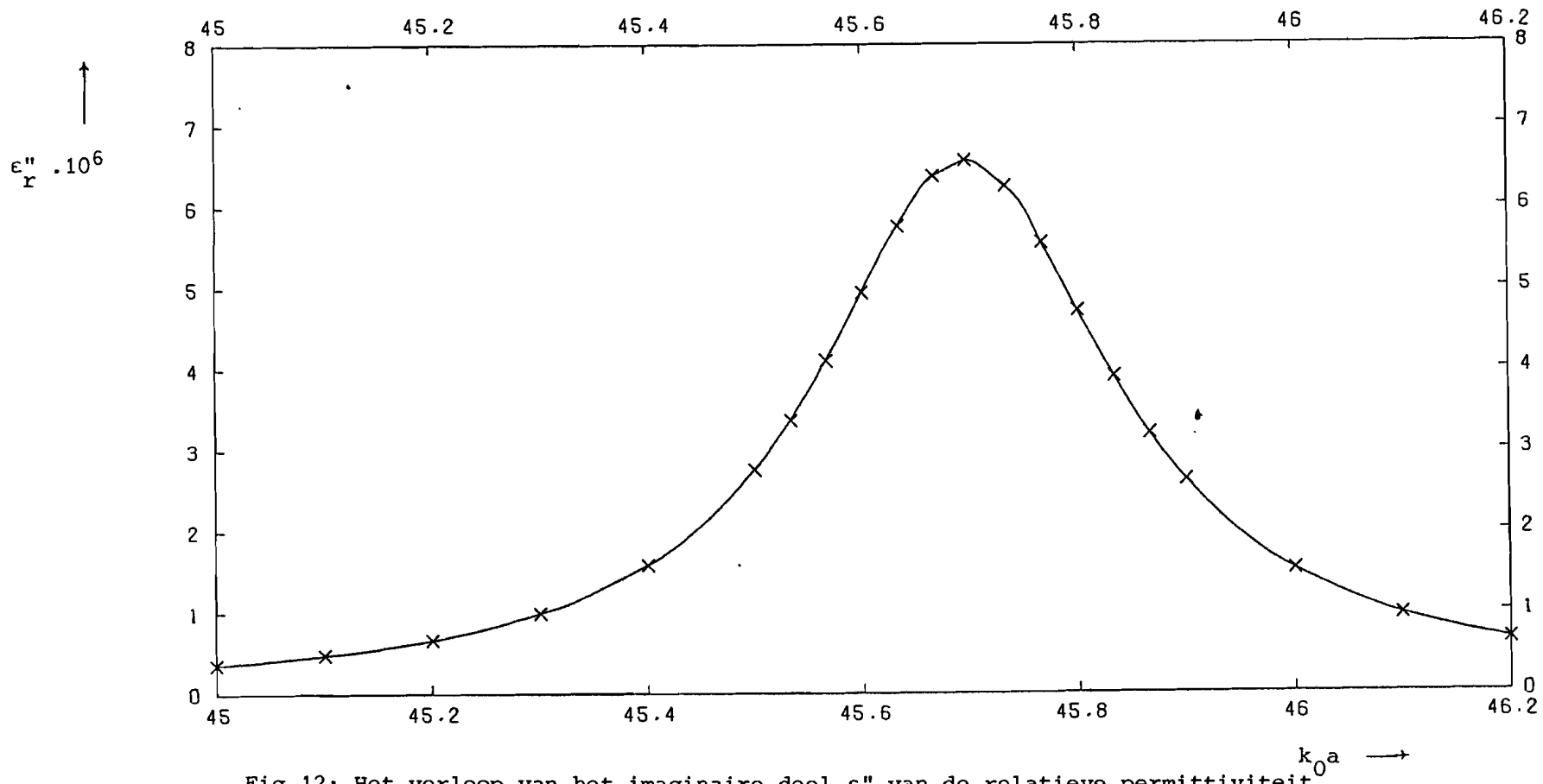


Fig.12: Het verloop van het imaginaire deel ϵ_r'' van de relatieve permittiviteit van bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn.

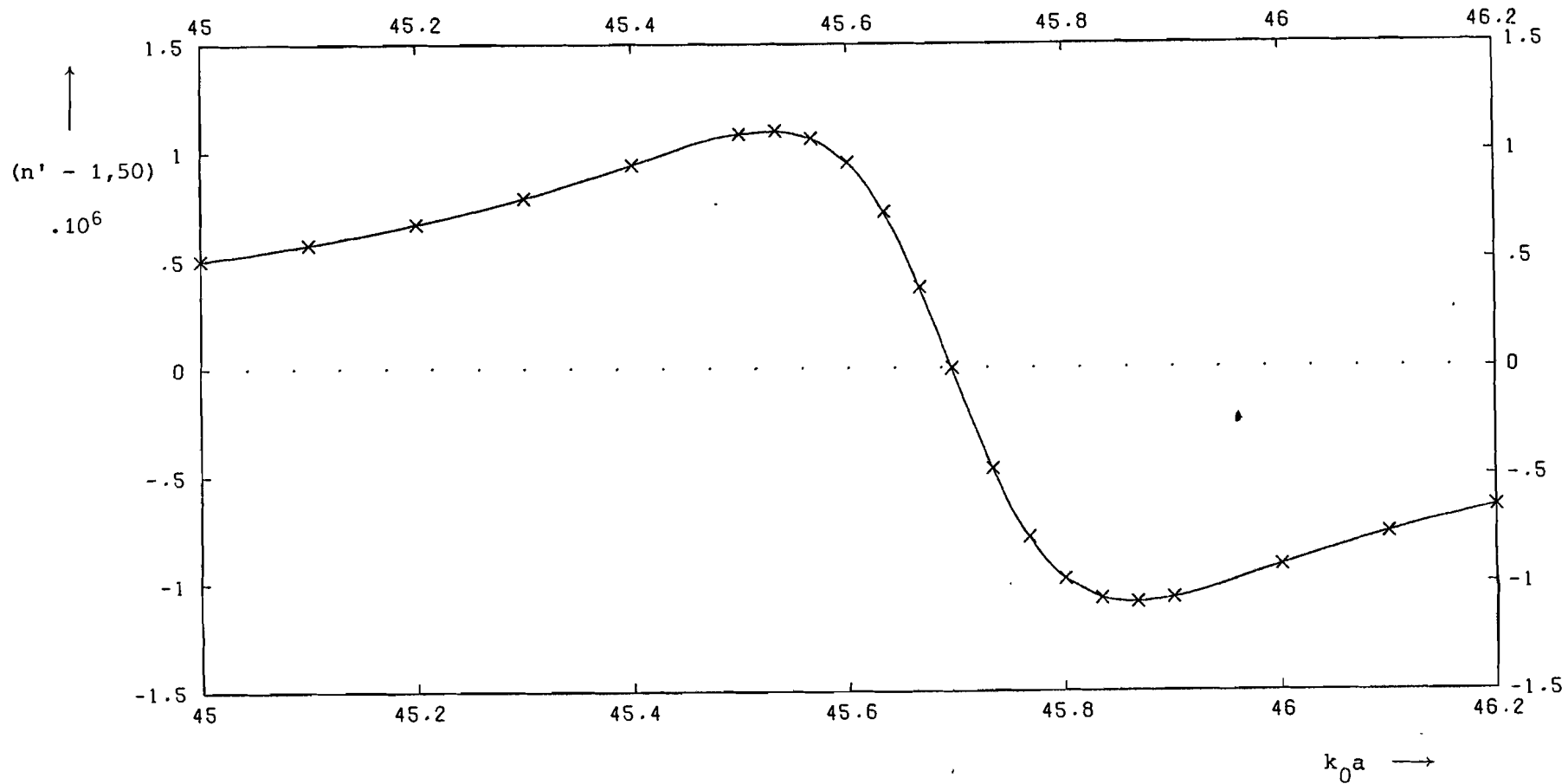


Fig.13: Het verloop van het reële deel n' van de brekingsindex van bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn, ten opzichte van de brekingsindex in een materiaal met $\epsilon_r'' = 0$. Hierbij geldt dat $n' = \beta_{\text{bulk}} / k_0$.

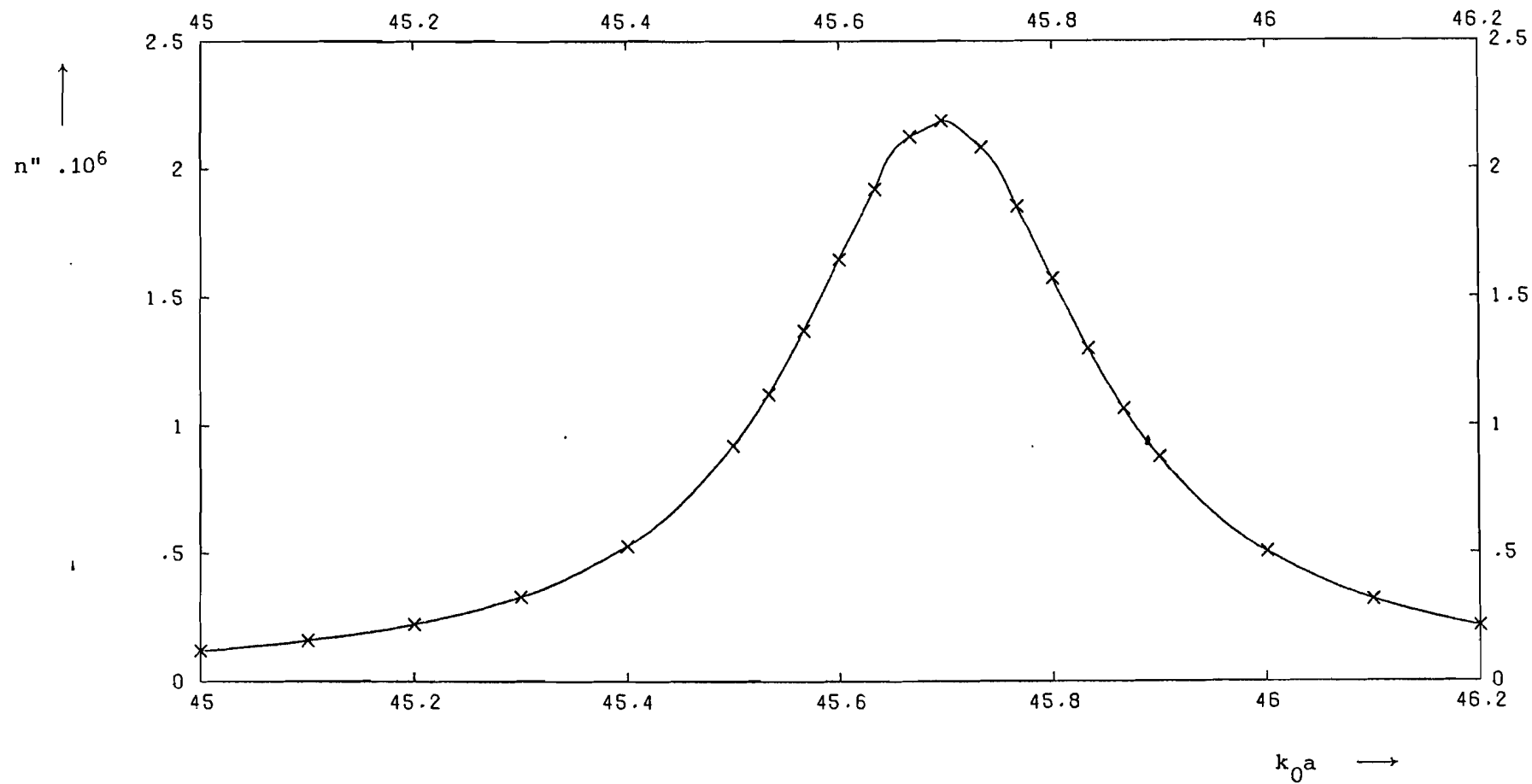


Fig.14: Het verloop van het imaginaire deel n'' van de brekingsindex van bulkmateriaal dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn. Hierbij geldt dat $n'' = \alpha_{\text{bulk}} / k_0$.

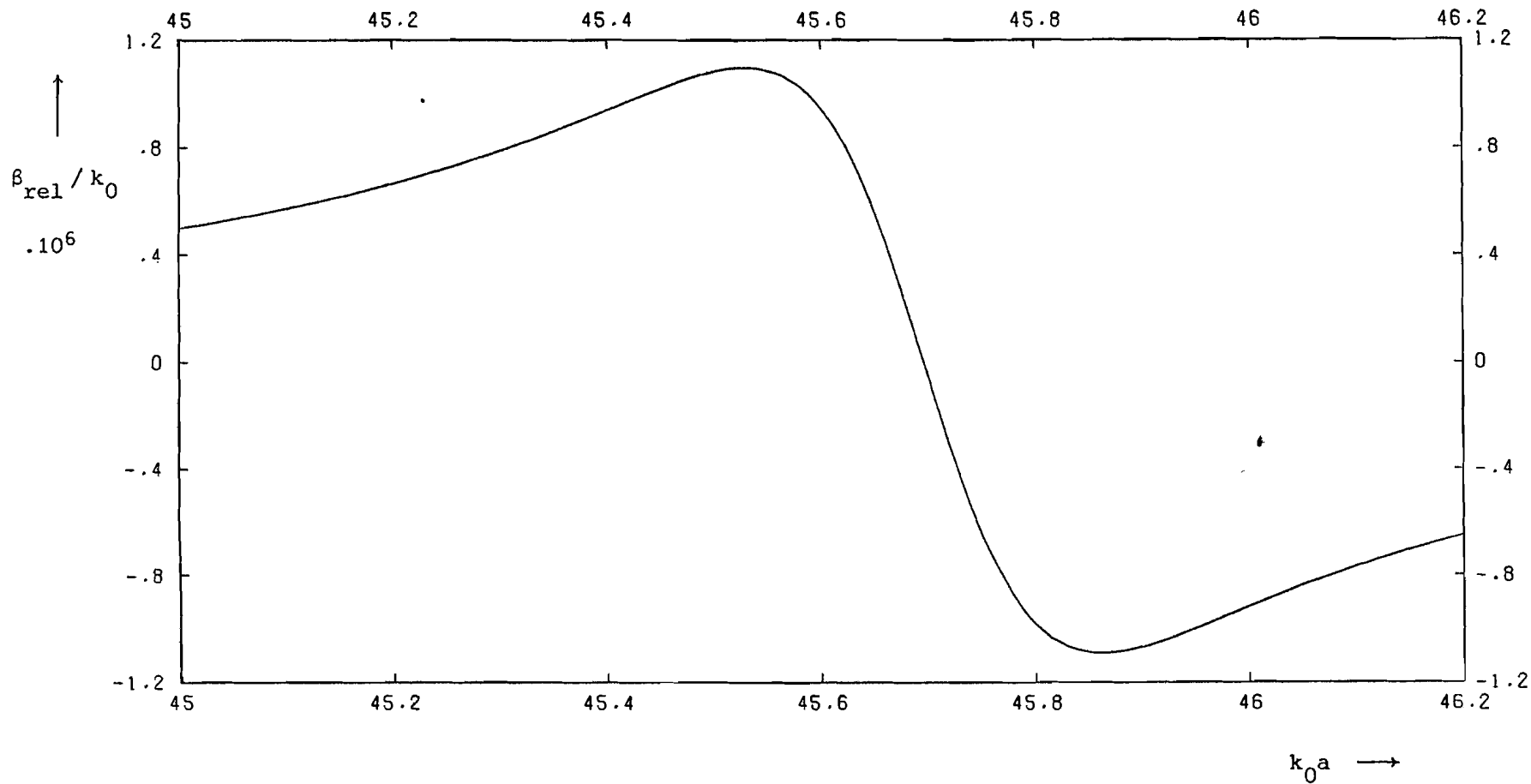


Fig.15: Relatieve fasevertragingkromme van bulkmateriaal, dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn.

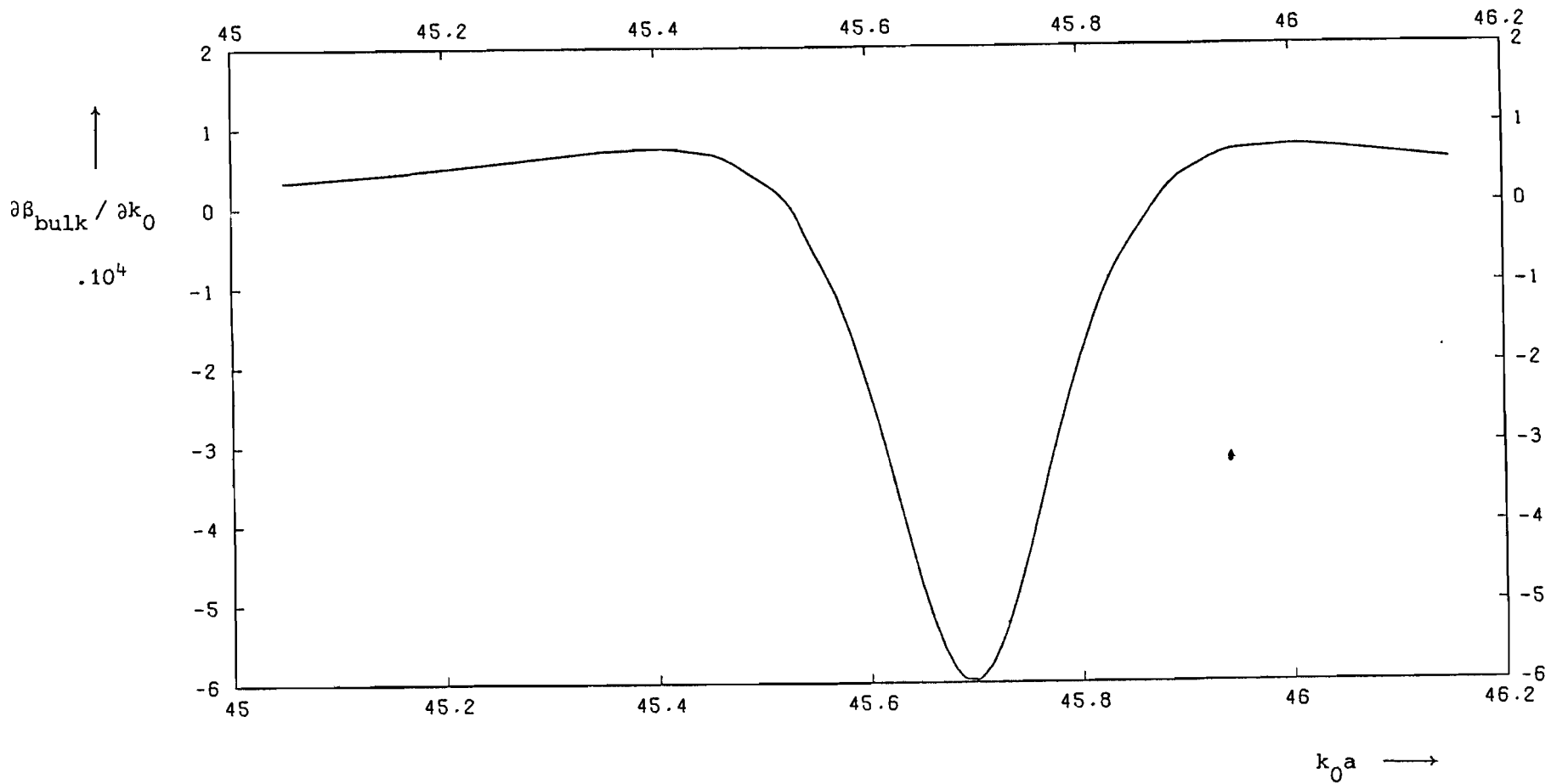


Fig.16: Groepvertragingkromme van bulkmateriaal, dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn.

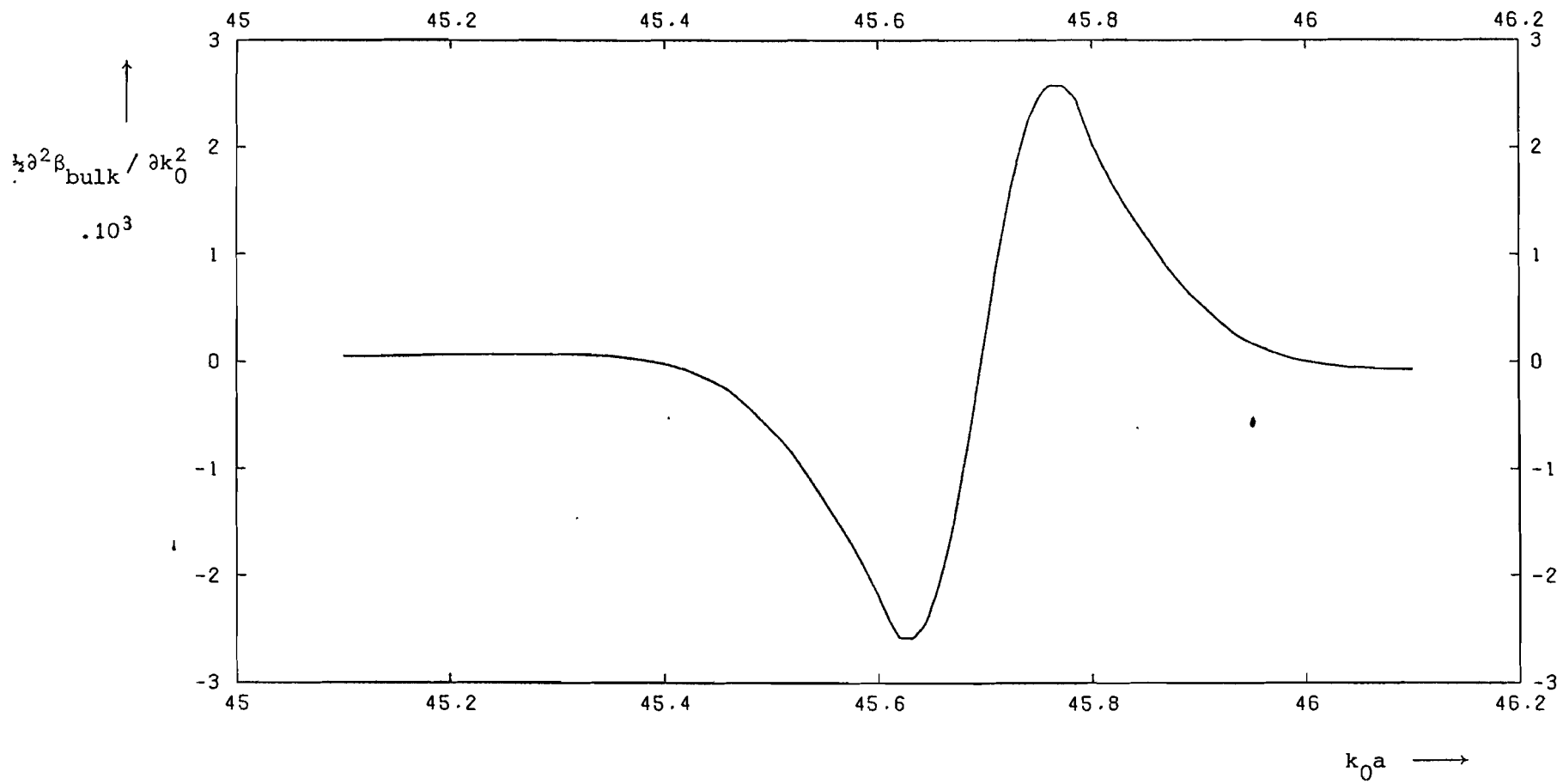
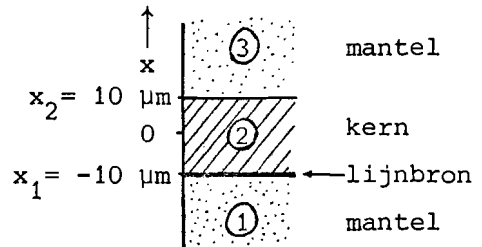


Fig.17: Pulsverbredingskromme van bulkmateriaal, dat een enkele absorptielijn vertoont rond de centrale frequentie van de absorptielijn.

7. Berekeningen aan een drie-media planaire golfgeleider.

7.1 De fasedraaiings- en dempingeigenschappen.

In het nu volgende gaan we uit van een symmetrische drie-media planaire golfgeleider (Fig.18), die bestaat uit een kern en twee oneindig uitgestrekte buitenmedia (mantel). Kern en mantel kunnen beide een enkele absorptielijn vertonen. In dat geval voldoet de



relatieve permittiviteit van de mantel aan:

$$\epsilon_{r,m} = 2,25 + \omega_{p,m}^2 / (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta)$$

en die van de kern aan:

$$\epsilon_{r,k} = 2,28 + \omega_{p,k}^2 / (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta),$$

waarbij $\omega_0 = 1,3709 \cdot 10^{15}$ rad/s,

$$\omega_{p,m} = 3 \cdot 10^{11}$$
 rad/s,

$$\omega_{p,k} = \omega_{p,m} \cdot (2,28/2,25)^{1/4} \approx 3,01 \cdot 10^{11}$$
 rad/s,

$$\Delta = 10^{13}$$
 rad/s.

Fig.18: Drie-media configuratie met enkele gegevens.

Bij deze configuratie kunnen we vier wezenlijk verschillende structuren onderscheiden, namelijk

- 0. Kern en mantel zijn beide verliesvrij,
- 1. Alleen de kern vertoont een absorptielijn,
- 2. Alleen de mantel vertoont een absorptielijn,
- 4. Kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

Oppervlaktegolfmodi behorende bij een bepaalde structuur van deze drie-media configuratie verkrijgt men door die waarden van k_z te kiezen, waarbij voldaan is aan (5.22). Deze bepaling van k_z geschiedt bij vaste ω , zoals beschreven op blz.21. Door variatie van ω vindt men k_z als functie van $k_0 a$. Oplossingen van (5.22) corresponderen met de demping α_{mode} en fasevertraging β_{mode} van een oppervlaktegolfmodus als $jk_z = \alpha_{mode} + j\beta_{mode}$.

De demping van een oppervlaktegolfmodus in structuur 0 bedraagt $\alpha_{mode} = 0$, immers kern en mantel zijn beide verliesvrij. De demping bij de andere drie structuren is op bijlage 9 weergegeven voor een aantal waarden van $k_0 a$. Dit is uitgevoerd voor de nulde, eerste en vierde orde oppervlakte-

golfmodus. Deze absorptiekrommen zijn grafisch afgebeeld in Fig.19-23, welke figuren na blz.38 zijn bijgevoegd. Een globale vergelijking van deze absorptiekrommen met die van bulkmateriaal (Fig.14) laat zien dat het verloop van deze krommen als functie van k_0a hetzelfde is.

Uitgaande van de getalwaarden voor de demping op bijlage 9 volgt dat de demping van structuur 3 nagenoeg hetzelfde is voor elke oppervlaktegolfmodus. Voor iedere waarde van k_0a is de demping van de vierde orde modus het grootst. We zijn dan in staat om de verhouding tussen twee van deze absorptiewaarden bij structuur 3 te bepalen (Tabel 2). Deze verhoudingen zijn voor elke toegepaste waarde van k_0a op bijlage 9 dezelfde:

Tabel 2: Verhouding van de demping van verschillende oppervlaktegolfmodi en die van de vierde orde modus in een drie-media configuratie met verliezende kern en mantel. Deze verhouding geldt voor het interval $45,0 < k_0a < 46,2$.

structuur mode	verliezende kern en mantel (3)
α_0 / α_4	0,9963
α_1 / α_4	0,9968
α_4 / α_4	1,0000

Uit deze tabel volgt dat de demping van structuur 3 voor een zekere waarde van k_0a toeneemt bij hogere orde oppervlaktegolfmodi. Deze toename is echter zeer gering.

Uitgaande van de getalwaarden voor de demping op bijlage 9 volgt eveneens dat de demping van een zekere oppervlaktegolfmodus bij vaste k_0a het grootst is bij structuur 3. Normeer dan de demping van structuur 3 voor zekere modus op één: $\alpha_i / \bar{\alpha}_i = 1$. Hierbij is $\bar{\alpha}_i$ de demping van de i -de orde modus van structuur 3. We kunnen nu de verhouding tussen twee van deze absorptiewaarden bij zekere oppervlaktegolfmodus bepalen (Tabel 3). Deze verhoudingen zijn voor elke toegepaste waarde van k_0a op bijlage 9 dezelfde:

Tabel 3: Verhouding van de demping α_i van enige oppervlaktegolfmodi in de verschillende configuraties en de demping $\bar{\alpha}_i$ van de corresponderende oppervlaktegolfmodus in een configuratie met verliezende kern en mantel. Deze verhouding geldt voor het interval $45,0 < k_0 a < 46,2$.

structuur \ mode	$\alpha_0 / \bar{\alpha}_0$	$\alpha_1 / \bar{\alpha}_1$	$\alpha_4 / \bar{\alpha}_4$
verliezende kern (1)	0,9965	0,985	0,85
verliezende mantel (2)	0,0035	0,015	0,15
verliezende kern en mantel (3)	1,0000	1,000	1,00

Uit Tabel 3 volgt dat de demping van een zekere oppervlaktegolfmodus bij structuur 3 de som is van de dempingen bij structuur 1 en 2. Voorts valt op dat de demping van structuur 2 (de mantel vertoont een absorptielijn) sterk toeneemt bij hogere orde oppervlaktegolfmodi. Deze toename volgt ook onmiddellijk uit Fig.19-21-23, aangezien de schaalverdeling bij elk van de drie figuren dezelfde is. Een verklaring voor de toename van de demping is gelegen in de veldverdeling van een bepaalde oppervlaktegolfmodus. Het elektrische veld behorende bij een bepaalde modus in de omgeving van $\omega = \omega_0$ in een drie-media configuratie waarvan de mantel een absorptielijn vertoont, neemt in de mantel namelijk sterk toe bij hogere orde oppervlaktegolfmodi.

De fasevertraging voor elk van de vier structuren bij de drie-media configuratie is op de bijlagen 10 en 11 weergegeven voor een aantal waarden van $k_0 a$. Dit is uitgevoerd voor de nulde, eerste en vierde orde oppervlaktegolfmodus. Bij zorgvuldige beschouwing van de fasevertragingsskrommen blijkt dat β_{mode}/k_0 in dit gebied vrijwel lineair afhangt van $k_0 a$ m.a.w. elke kromme stelt een rechte voor. De invloed van een absorptielijn in kern en/of mantel op deze krommen is te gering om zo opgemerkt te worden. Om deze invloed toch zichtbaar te maken, berekenen we de relatieve fasevertraging β_{rel} bij een bepaalde structuur ten opzichte van de fasevertraging bij structuur 0:

$$\beta_{\text{rel},i} = \beta_{\text{structuur } i} - \beta_{\text{verliesvrij}}$$

Deze relatieve fasevertraging is op bijlage 12 weergegeven voor een drietal structuren en eveneens een drietal oppervlaktegolfmodi. De relatieve fasevertragingsskrommen van structuur 1 zijn in Fig.24 grafisch weergegeven. Een globale vergelijking van deze fasevertragingsskrommen met die van bulkmateriaal (Fig.15) toont dat het verloop van deze krommen als functie van k_0a hetzelfde is. Uitgaande van de getalwaarden voor de relatieve fasevertraging op bijlage 12 volgt dat de relatieve fasevertraging van structuur 3 nagenoeg dezelfde is voor elke oppervlaktegolfmodus; zij het dat de relatieve fasevertraging van de vierde orde modus absoluut gezien voor iedere waarde van k_0a het grootst is. We zijn dan in staat om de verhouding tussen twee van deze relatieve fasevertragingsskrommen bij structuur 3 te bepalen (Tabel 4). Deze verhoudingen zijn voor elke toegepaste waarde van k_0a op bijlage 12 eender:

Tabel 4: Verhouding van de relatieve fasevertraging van verschillende oppervlaktegolfmodi en die van de vierde orde modus in een drie-media configuratie met verliezende kern en mantel. Deze verhouding geldt voor het interval $45,2 < k_0a < 46,2$.

structuur mode	verliezende kern en mantel (3)
$\beta_{rel,0} / \beta_4$	0,9963
$\beta_{rel,1} / \beta_4$	0,9968
$\beta_{rel,4} / \beta_4$	1,0000

Uit deze tabel volgt dat de relatieve fasevertraging van structuur 3 voor een zekere waarde van k_0a toeneemt bij hogere orde oppervlaktegolfmodi. Deze toename is echter miniem.

Eveneens volgt uit de getalwaarden voor de relatieve fasevertraging op bijlage 12 dat de fasevertraging van een zekere oppervlaktegolfmodus bij vaste k_0a absoluut gezien het grootst is bij structuur 3. Normmeer derhalve de relatieve fasevertraging van structuur 3 voor een bepaalde modus op één: $\beta_{rel,i} / \bar{\beta}_i = 1$. Hierbij is $\bar{\beta}_i$ de relatieve fasevertraging van de i -de orde modus van structuur 3. We kunnen nu de verhouding tussen twee van deze relatieve fasevertragingsskrommen bij zekere oppervlaktegolfmodus bepalen (Tabel 5). Deze verhoudingen zijn voor elke toegepaste waarde van k_0a op bijlage 12 dezelfde:

Tabel 5: Verhouding van de relatieve fasevertraging β_i van enige oppervlaktegolfmodi in de verschillende configuraties en de relatieve fasevertraging $\bar{\beta}_i$ van de corresponderende oppervlaktegolfmodus in een configuratie met verliezende kern en mantel. Deze verhouding geldt voor het interval $45,0 < k_0 a < 46,2$.

structuur \ mode	$\beta_{rel,0} / \bar{\beta}_0$	$\beta_{rel,1} / \bar{\beta}_1$	$\beta_{rel,4} / \bar{\beta}_4$
verliezende kern (1)	0,9965	0,985	0,85
verliezende mantel (2)	0,0035	0,015	0,15
verliezende kern en mantel (3)	1,0000	1,000	1,00

Uit Tabel 5 volgt dat de relatieve fasevertraging van een bepaalde oppervlaktegolfmodus bij structuur 3 de som is van de relatieve fasevertragingen bij structuur 1 en 2.

Bij vergelijking van Tabel 2 en 4 valt onmiddellijk op dat deze dezelfde getalwaarden bezitten. Evenzo bevatten Tabel 3 en 5 ook dezelfde getalwaarden. Hieruit kunnen we concluderen dat de invloed die een absorptielijn op de demping en relatieve fasevertraging bij bulkmateriaal heeft, met een bepaalde evenredigheidsconstante ook tot uiting komt bij de drie-media planaire golfgeleider waarbij kern en/of mantel een absorptielijn kunnen vertonen. Deze evenredigheidsconstante hangt af van de optredende oppervlaktegolfmodus en ook van de structuur van de configuratie, maar niet van $k_0 a$ op het beschouwde interval $45,0 < k_0 a < 46,2$.

Op bijlage 13 is de fasevertraging voor een aantal waarden van $k_0 a$ weergegeven in geval dat alle media verliesvrij zijn (structuur 0). Uitgaande van de fasevertraging β / k_0 zijn de groepvertraging $\partial\beta / \partial k_0$ en de pulsverbreding $\frac{1}{2} \partial^2 \beta / \partial k_0^2$ berekend. Om een globaal beeld te krijgen van het verloop van de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding als functie van $k_0 a$, zijn de berekeningen over een groot interval van $k_0 a$ uitgevoerd. In Fig.25 zijn de fasevertragingskrommen voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven voor dit grote interval van $k_0 a$. Hierbij valt op dat de fasevertraging voor kleine waarden van $k_0 a$ snel toeneemt, terwijl deze voor grote waarden van $k_0 a$ nagenoeg constant is.

De fasevertraging bij deze drie-media configuratie kan nooit kleiner worden dan $\beta/k_0 = 1.50$, omdat anders een vertakkingslijn gesneden zou worden. De brekingsindex van de mantel bedraagt namelijk $n_m = 1,50$. De frequentie waar de fasevertragingsskromme de rechte $\beta/k_0 = 1,50$ raakt, wordt de afsnijfrequentie ω_c van de desbetreffende oppervlaktegolfmodus genoemd. Beneden deze afsnijfrequentie kan de modus zich niet meer voortplanten in de planaire golfgeleider. De afsnijfrequentie voor de nulde orde oppervlaktegolfmodus ligt op het interval $0 < k_0 a (= \omega a/c_0) < 1$. Dit volgt rechtstreeks uit de berekening van de fasevertraging voor waarden van $k_0 a$ in de omgeving van de afsnijfrequentie. De stapgrootte tussen twee opeenvolgende waarden van $k_0 a$ bedraagt dan namelijk één. Zie daartoe de markeringstekens in Fig.25 in de omgeving van de afsnijfrequentie. De afsnijfrequentie van de nulde orde modus is exact gelijk aan nul, hetgeen volgt uit vergelijking (6.10). Geheel analoog ligt de afsnijfrequentie van de eerste orde modus op het traject $9 < k_0 a < 10$, en die van de vierde orde modus op het interval $36 < k_0 a < 37$. Bij $k_0 a = 10$ kunnen zich derhalve alleen de nulde en eerste orde oppervlaktegolfmodus voortplanten in de drie-media configuratie.

Bezien we nogmaals de getalwaarden van de fasevertraging op bijlage 13 dan valt op dat deze gegevens slechts een zeer klein interval van $k_0 a$ in Fig.25 beschrijven. Verder valt op dat de fasevertraging van de vierde orde oppervlaktegolfmodus op dit kleine traject harder toeneemt dan die van de nulde orde modus. Dit volgt ook onmiddellijk uit Fig.25.

De groepvertragingsskrommen behorende bij een drie-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn, zijn voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven in Fig.26. Hierbij valt op dat de groepvertraging in de omgeving van de afsnijfrequentie snel toeneemt, vervolgens een maximale waarde bereikt en dan afneemt tot een constante waarde ($\epsilon_{r,k}^{1/2} \approx 1,510$). Het verloop van de groepvertraging als functie van $k_0 a$ is voor elke oppervlaktegolfmodus eender, zij het dat de maximale waarde van de groepvertraging toeneemt bij hogere orde modi.

De getalwaarden van de groepvertraging op bijlage 13 bestrijken wederom een klein interval van $k_0 a$. Op dit interval neemt de groepvertraging van de nulde en eerste orde modus af, terwijl die van de vierde orde modus toeneemt. Dit volgt ook uit Fig.26.

De pulsverbredingskrommen behorende bij dezelfde configuratie zijn in Fig.27 eveneens voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven. In de omgeving van de afsnijfrequentie neemt de pulsverbreding snel af om vervolgens een minimale waarde te bereiken; daarna nadert de pulsverbreding tot nul voor grote waarden van $k_0 a$. Het verloop van de pulsverbreding is voor elke modus eender, zij het dat de minimale waarde van de pulsverbreding toeneemt bij hogere orde modi.

In het voorgaande zijn de fasevertraging, de groepvertraging en de pulsverbreding voor een drie-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn, berekend voor het interval $0 < k_0 a < 100$. Keren we nu weer terug naar het traject $45,0 < k_0 a < 46,2$ en berekenen we de fasevertraging, de groepvertraging en de pulsverbreding voor een drie-media configuratie met structuur 0 en structuur 1 (de kern vertoont een absorptielijn). De resultaten hiervan zijn weergegeven op bijlage 14. Tevens is hierbij onder 1' het verschil berekend van de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding tussen structuur 1 en structuur 0. De getalwaarden onder 1' zijn geheel toe te schrijven aan de invloed van de absorptielijn in de kern.

Vergelijken we het verloop van de relatieve fasevertraging op bijlage 14 als functie van $k_0 a$ met Fig.15, dan is dit verloop vrijwel eender. Evenzo kunnen we het verloop van de groepvertraging en pulsverbreding onder 1' vergelijken met Fig.16 resp. Fig.17. Wederom blijkt dit verloop nagenoeg hetzelfde te zijn.

Bezien we de pulsverbreding onder 1' op bijlage 14 dan valt op dat deze absoluut gezien aanzienlijk groter is dan de pulsverbreding bij de verliesvrije structuur 0. Een absorptielijn blijkt dus een vrij grote invloed op de pulsverbreding te hebben.

7.2 De veldverdelingen.

Bekijken we nu hoe het elektrische veld E_y als functie van x varieert. Ga daartoe uit van een drie-media planaire golfgeleider waarvan de kern een absorptielijn vertoont. De elektrische veldsterkte E_y behorende bij een zekere oppervlaktegolfmodus is op een complexe constante na bepaald. Normeer dan bijvoorbeeld zo, dat $\text{Re}(E_y) = 1$, $\text{Im}(E_y) = 0$ voor $x = 0$. Deze normering is alleen voor

even oppervlaktegolfmodi mogelijk, aangezien geldt dat $\text{Re}(E_y) = 0$ voor $x = 0$ bij oneven oppervlaktegolfmodi. Normeer bij oneven oppervlaktegolfmodi bijvoorbeeld zo, dat $\text{Re}(E_y) = 1$, $\text{Im}(E_y) = 0$ voor die waarde van x waar de modulus van de veldsterkte E_y het grootst is. De veldverdelingen E_y en H_z zijn als functie van x berekend voor de nulde orde oppervlaktegolfmodus bij $\omega = \omega_0$. De resultaten hiervan zijn weergegeven op bijlage 15. Het reële deel van E_y is in Fig.28 grafisch uitgezet als functie van x . Uit deze figuur blijkt dat E_y behorende bij de nulde orde modus géén nulpunten kent. Het imaginaire deel van E_y is in Fig.29 grafisch weergegeven als functie van x . Uit de getalwaarden voor E_y op bijlage 15 volgt ook dat het veld in de mantel ($|x| > 10 \mu\text{m}$) exponentieel afneemt. De nulde orde oppervlaktegolfmodus is een even modus, en evenzo is het E_y -veld een even functie van x (fig.28-29).

De absorptielijn in de kern (structuur 1) blijkt nagenoeg geen invloed te hebben op het reële deel van E_y , aangezien de corresponderende configuraties bestaande uit de structuren 0,2 en 3 vrijwel dezelfde resultaten geven. Het imaginaire deel van E_y is gelijk aan nul bij structuur 0, omdat alle media dan verliesvrij zijn. Het imaginaire deel van E_y bij structuur 2 (de mantel vertoont een absorptielijn) is vrijwel tegengesteld aan dat bij structuur 1. En het imaginaire deel van E_y bij structuur 3 is ongeveer gelijk aan de som van het imaginaire deel van E_y bij de structuren 1 en 2 voor dezelfde waarde van x .

Ook zijn de veldverdelingen E_y en H_z bepaald voor de vierde orde oppervlaktegolfmodus bij $\omega = \omega_0$. De resultaten hierbij verkregen zijn weergegeven op bijlage 16; de waarde van E_y voor $x = 0$ is hierbij genormeerd op één. Het reële deel van E_y is in Fig.30 grafisch weergegeven als functie van x . Uit deze figuur blijkt dat het reële deel van de elektrische veldsterkte E_y behorende bij de vierde orde modus vier nulpunten bezit. Het imaginaire deel van E_y is in Fig.31 grafisch uitgezet als functie van x . Uit de getalwaarden voor E_y op bijlage 16 volgt wederom dat het veld in de mantel exponentieel afneemt. De vierde orde oppervlaktegolfmodus is evenals de nulde orde modus een even modus; het bijbehorende E_y -veld is eveneens een even functie van x (Fig.30-31).

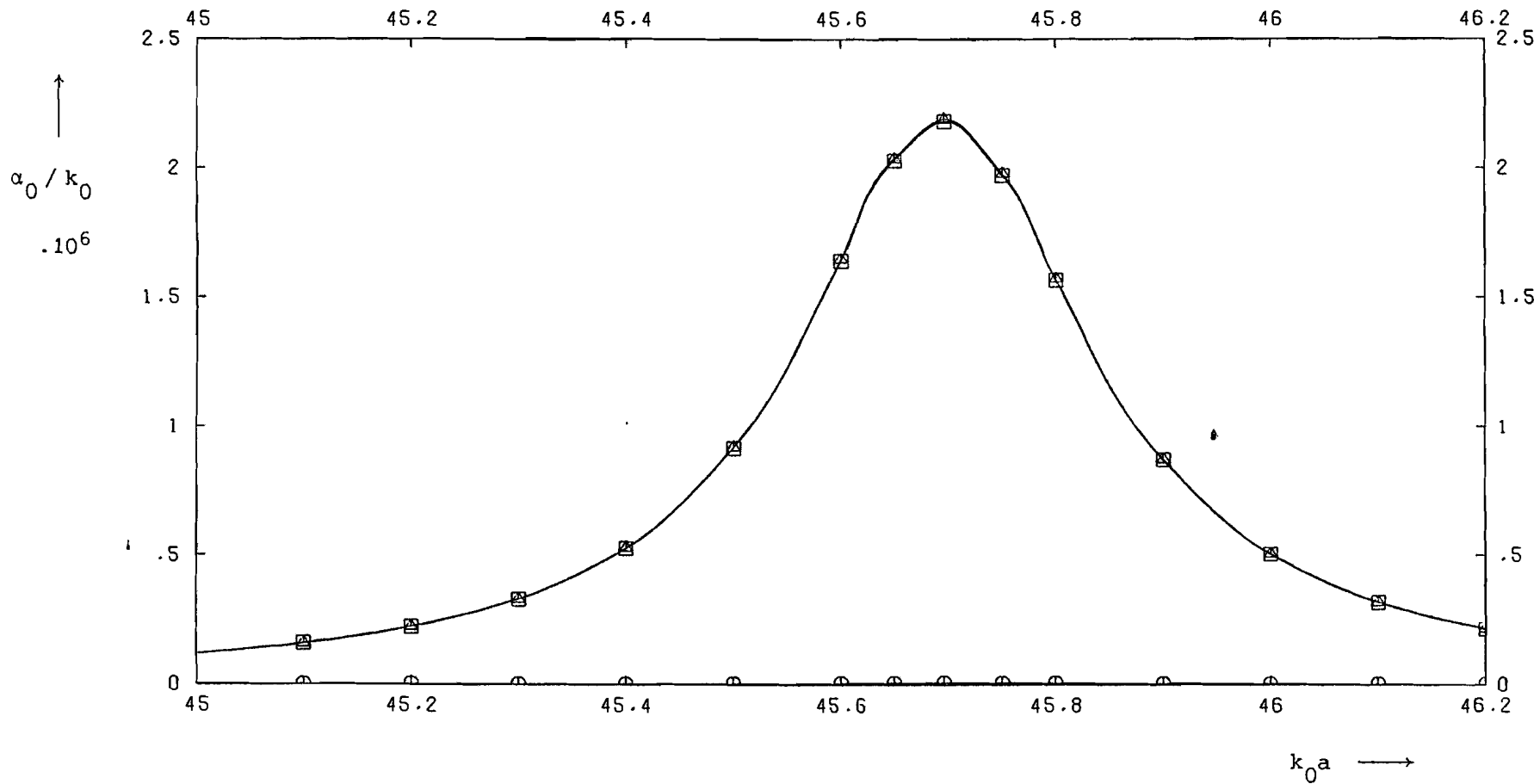


Fig.19: Absorptiekrommen behorende bij de nulde orde oppervlaktegolfmodus van een drie-media configuratie.

- kern vertoont een absorptielijn,
- mantel vertoont een absorptielijn,
- △ kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

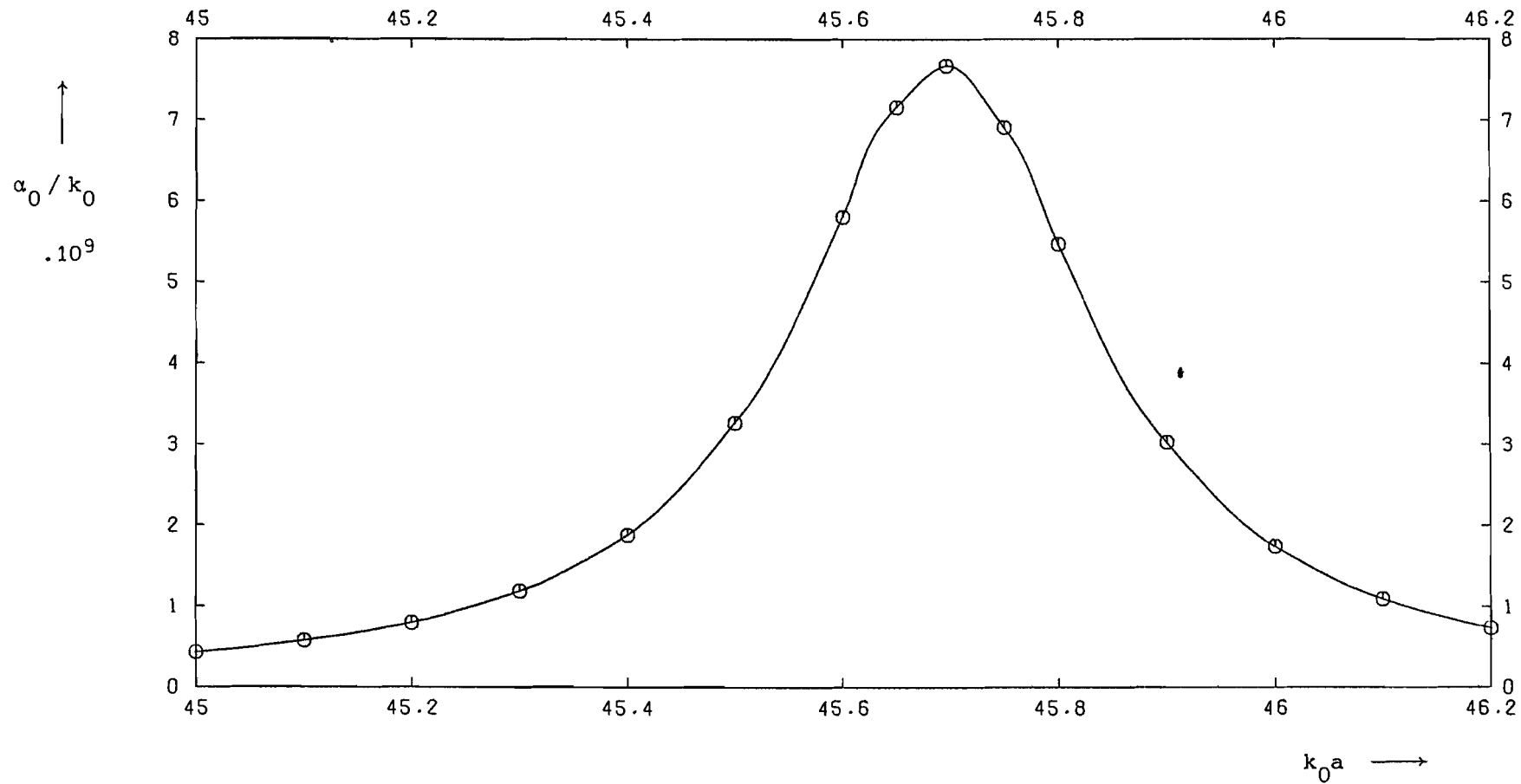


Fig.20: Uitvergroting van de absorptiekromme in Fig.19 waarbij de mantel een enkele absorptielijn vertoont.

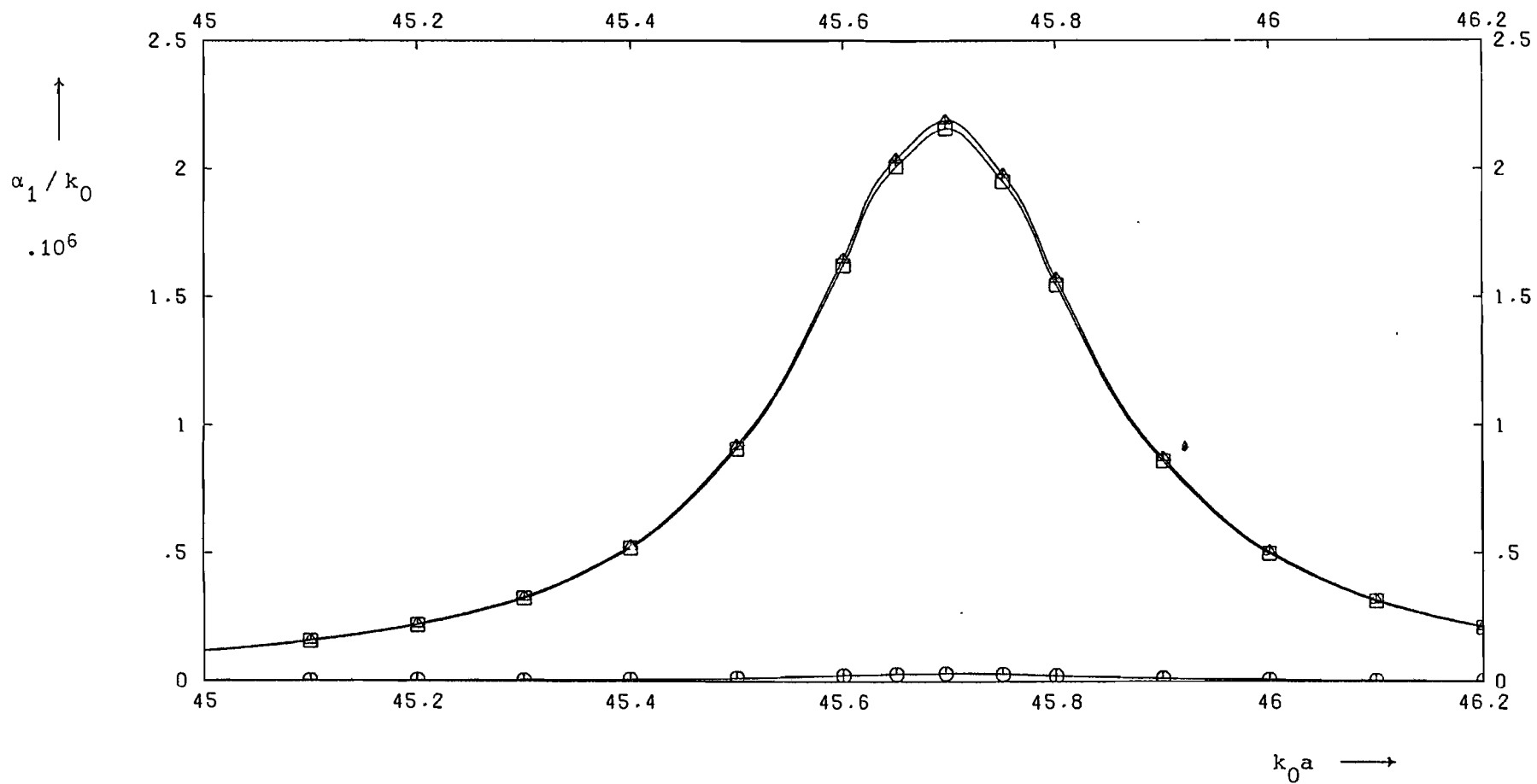


Fig.21: Absorptiekrommen behorende bij de eerste orde oppervlaktegolfmodus

van een drie-media configuratie.

\square kern vertoont een absorptielijn,

\circ mantel vertoont een absorptielijn,

\triangle kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

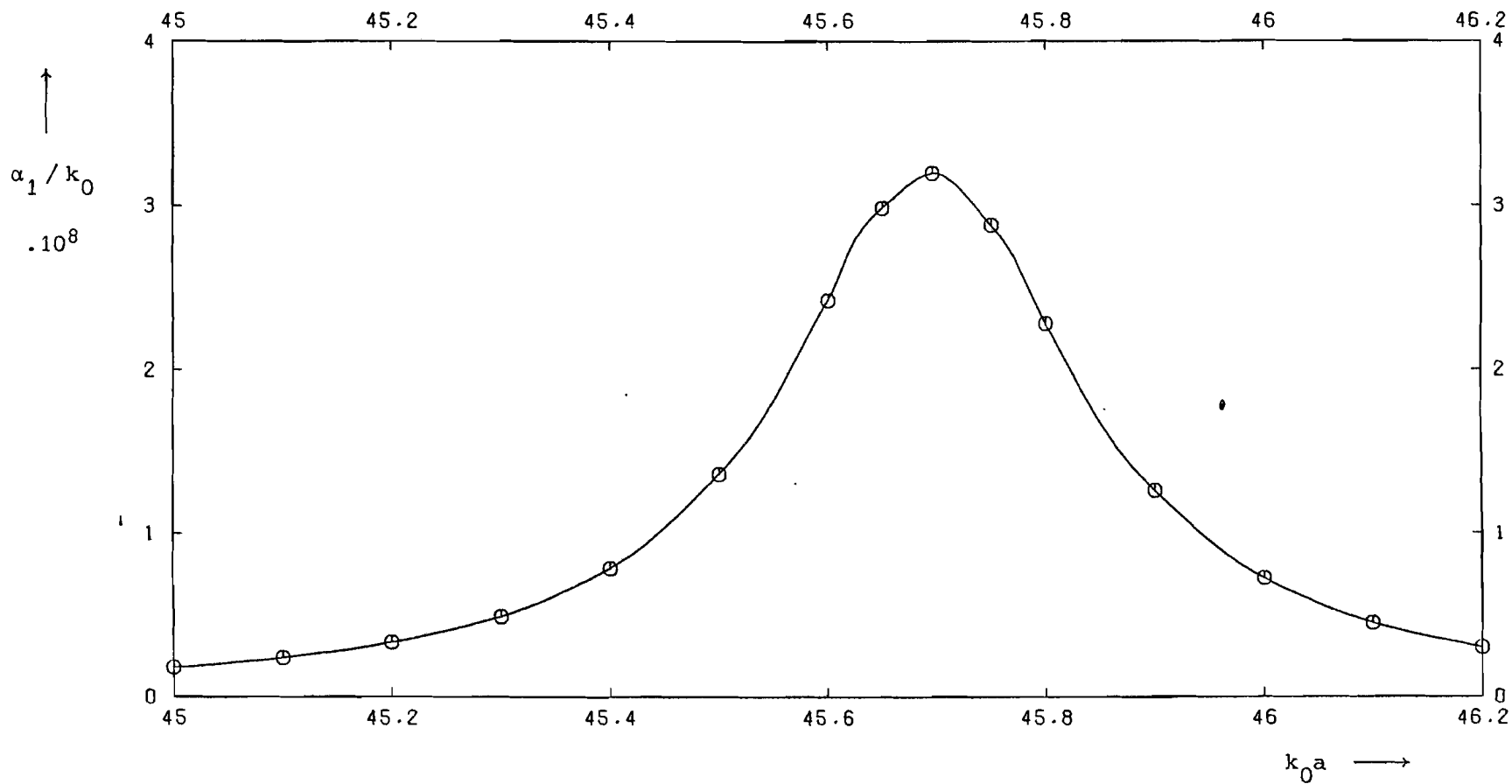


Fig.22: Uitvergroting van de absorptiekromme in Fig.21 waarbij de mantel een enkele absorptielijn vertoont.

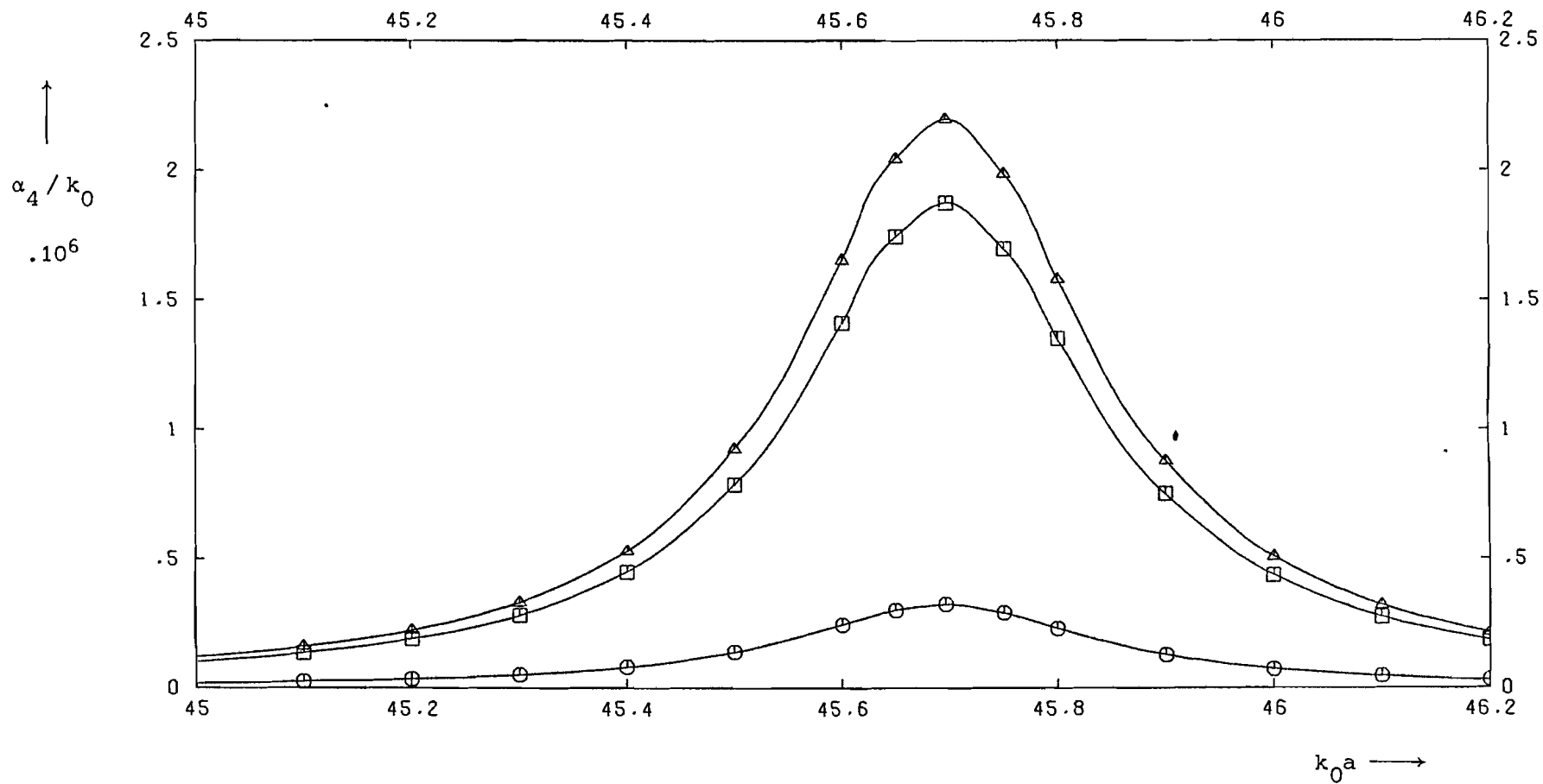


Fig.23: Absorptiekrommen behorende bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus van een drie-media configuratie.

- kern vertoont een absorptielijn,
- mantel vertoont een absorptielijn,
- △ kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

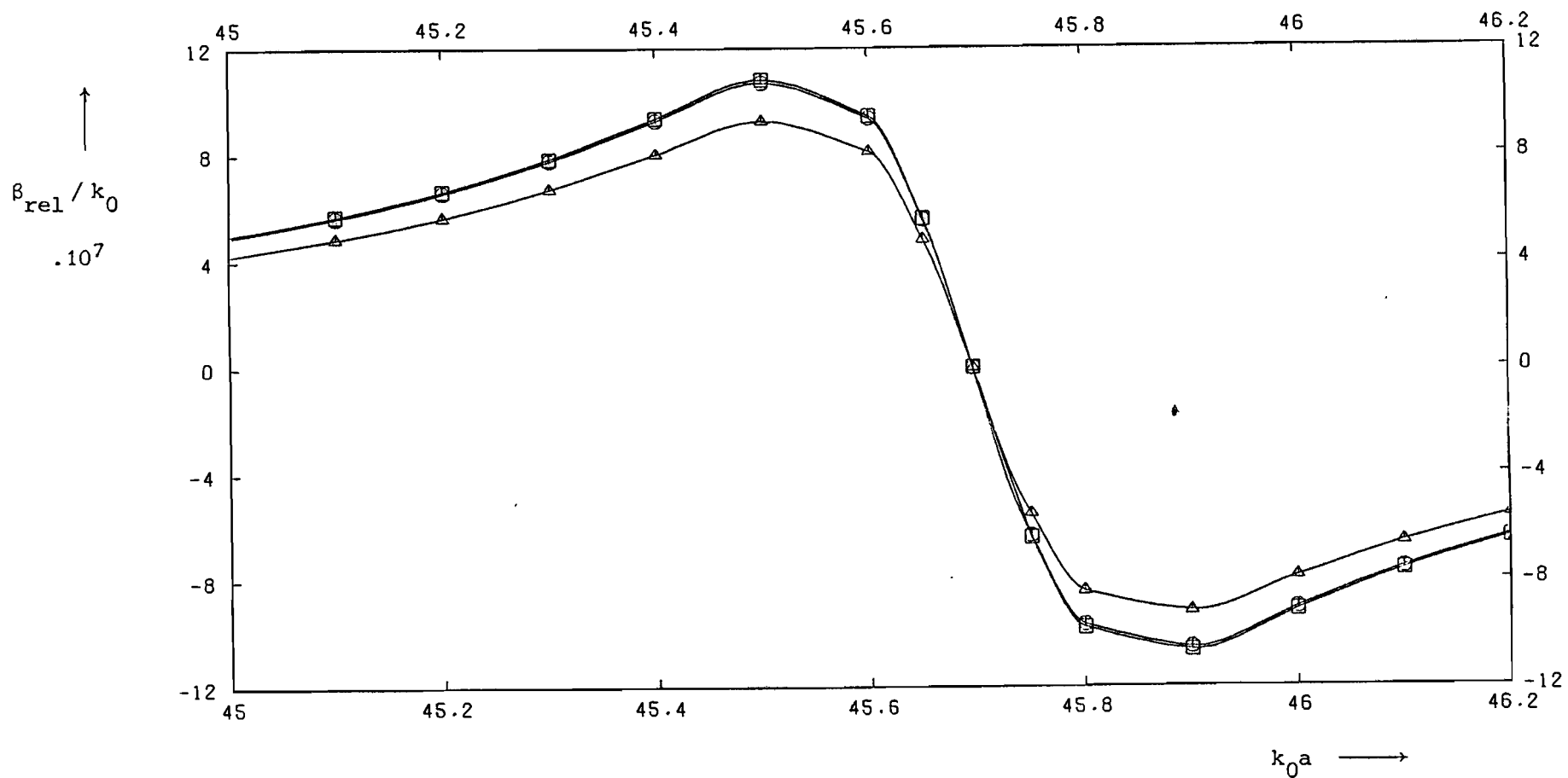


Fig.24: Relatieve fasevertragingen behorende bij een drie-media configuratie, waarvan de kern een absorptielijn vertoont.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- eerste orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus.

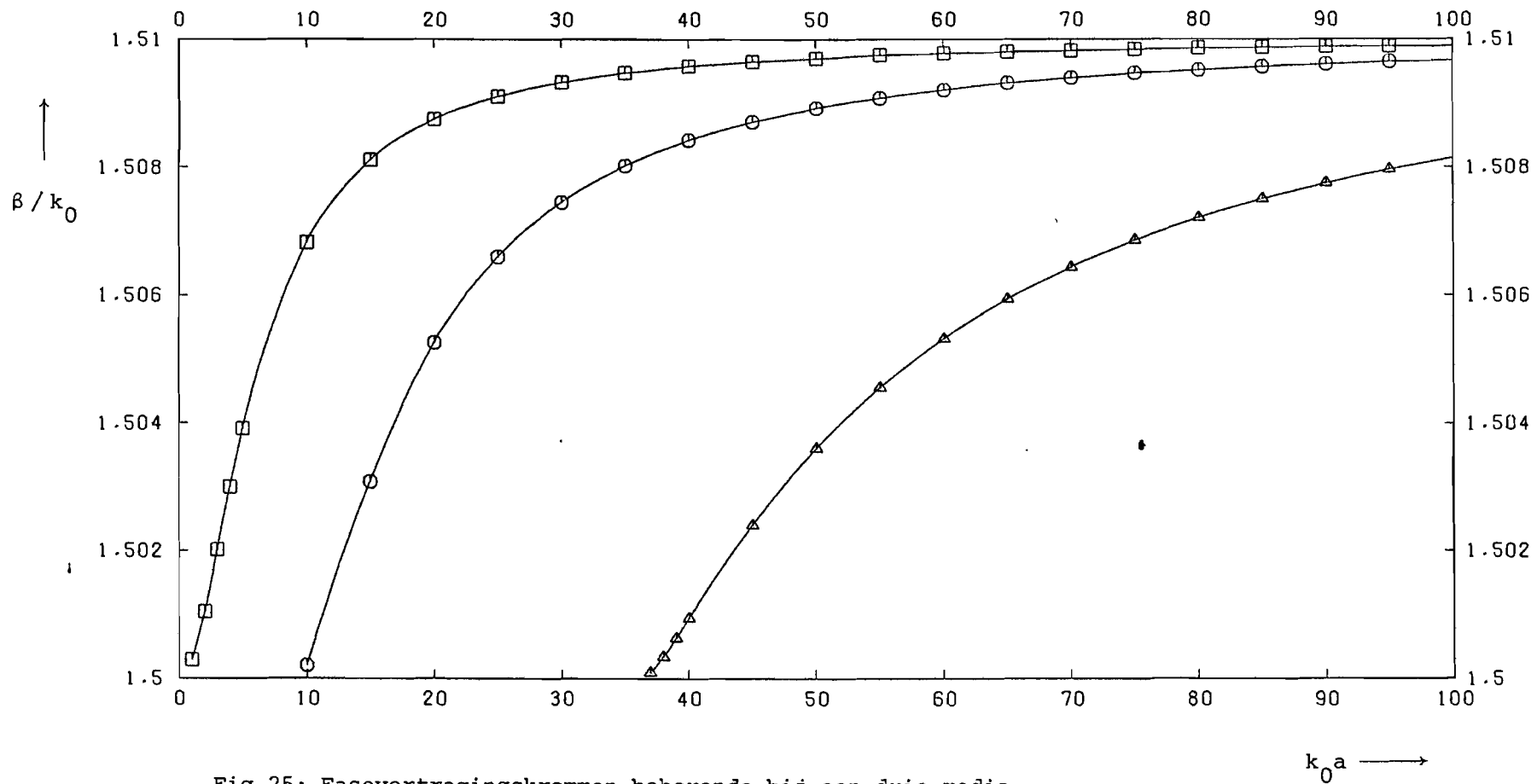


Fig.25: Fasevertragingkrommen behorende bij een drie-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- eerste orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus.

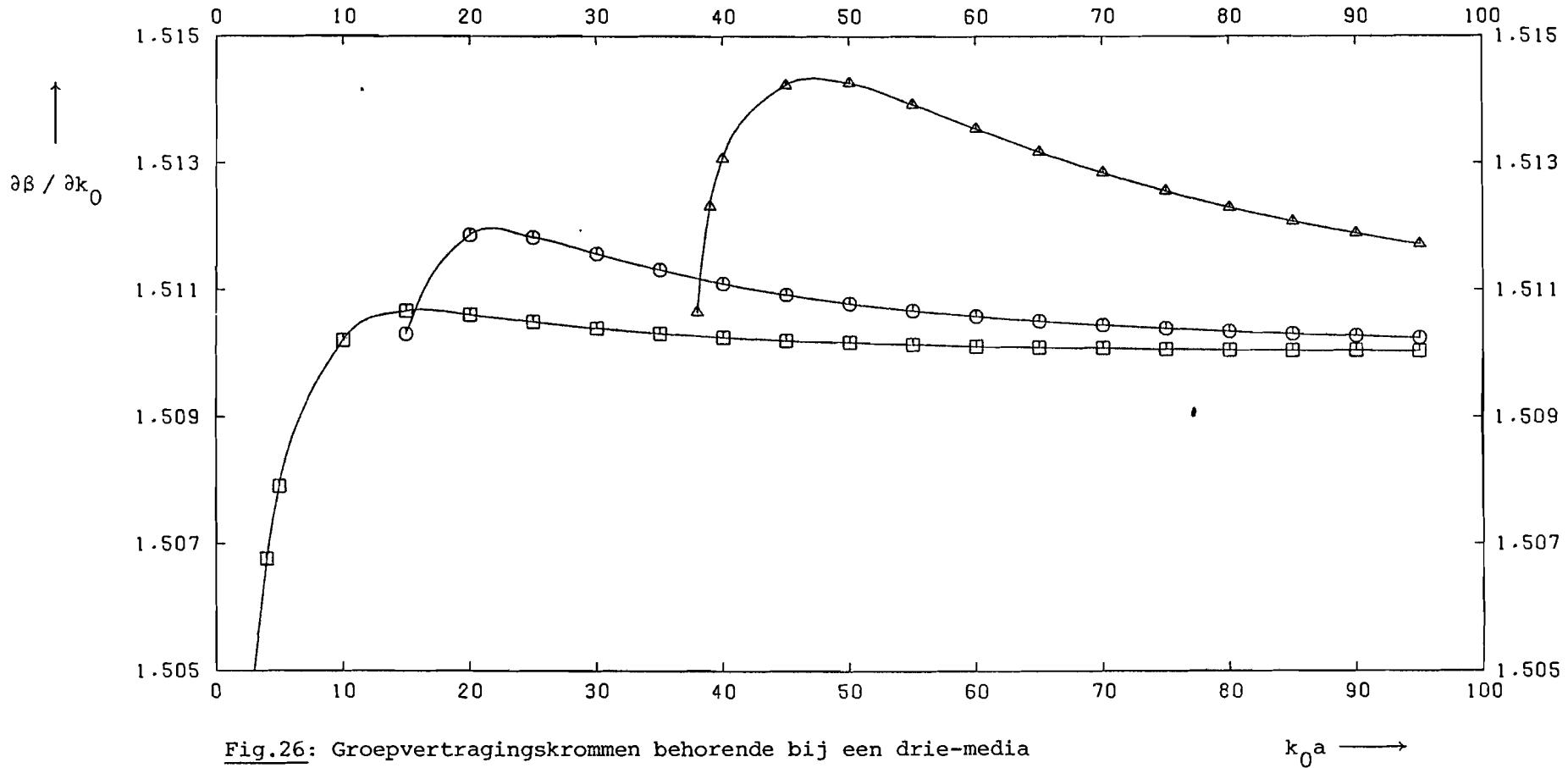


Fig.26: Groepvertragingkrommen behorende bij een drie-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- eerste orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus.

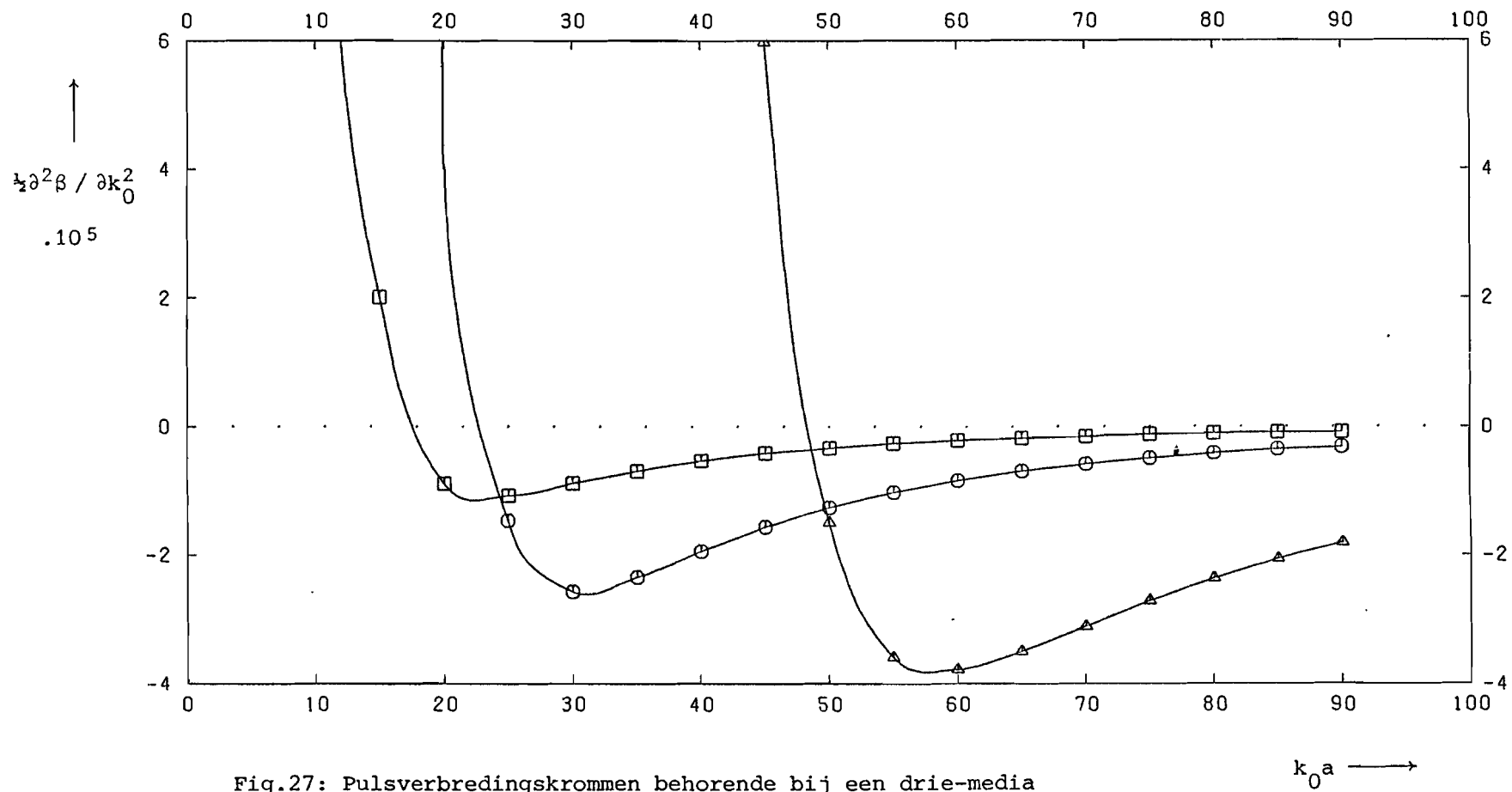


Fig.27: Pulsverbredingskrommen behorende bij een drie-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- eerste orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus.

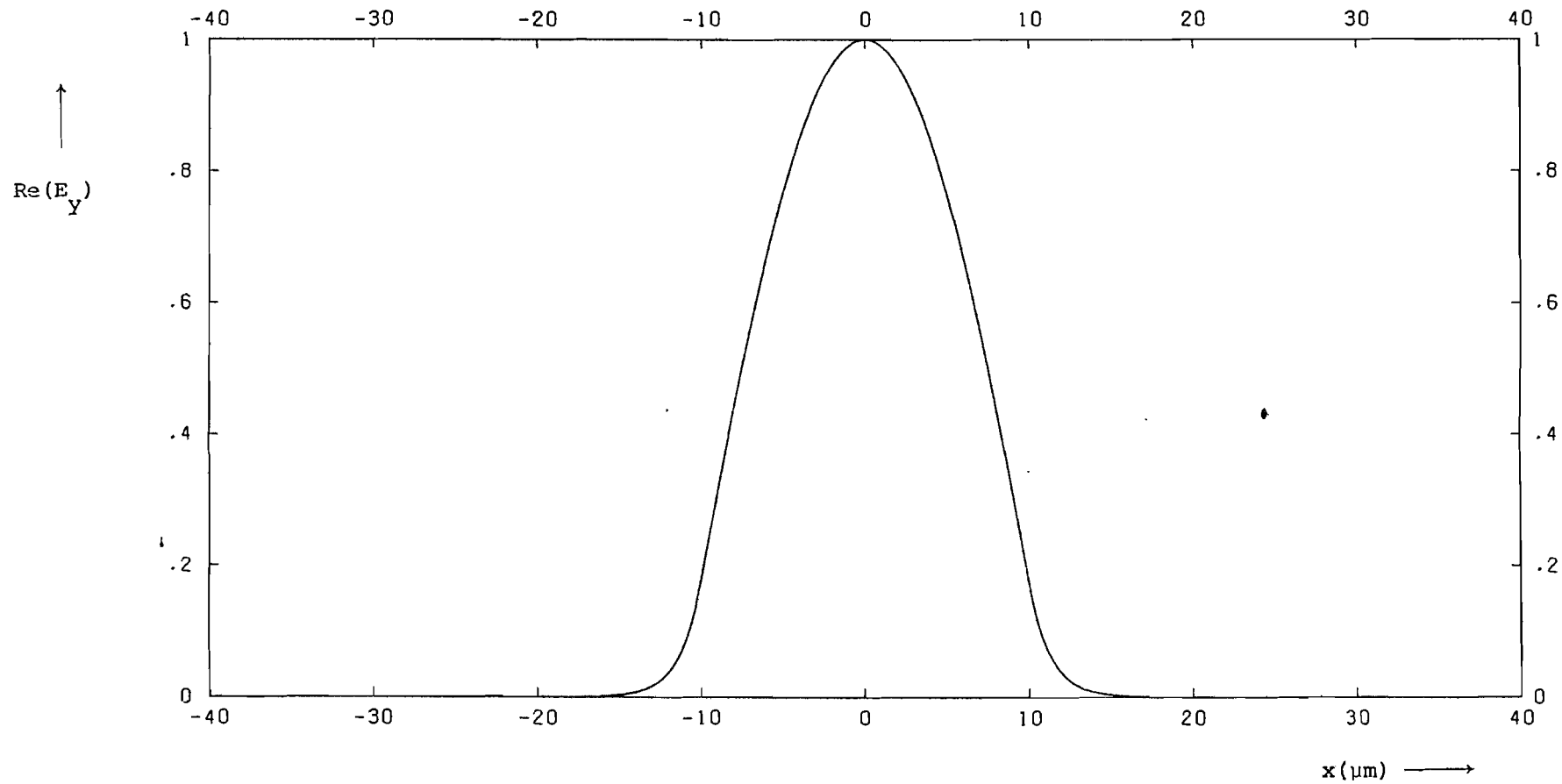


Fig.28: Veldverdeling van het reële deel van $E_y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ in een drie-media planaire golfgeleider waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Deze veldverdeling behoort bij de nulde orde oppervlaktegolfmodus. Hierbij geldt dat $\text{Re}(E_y) = 1$ voor $x = 0$.

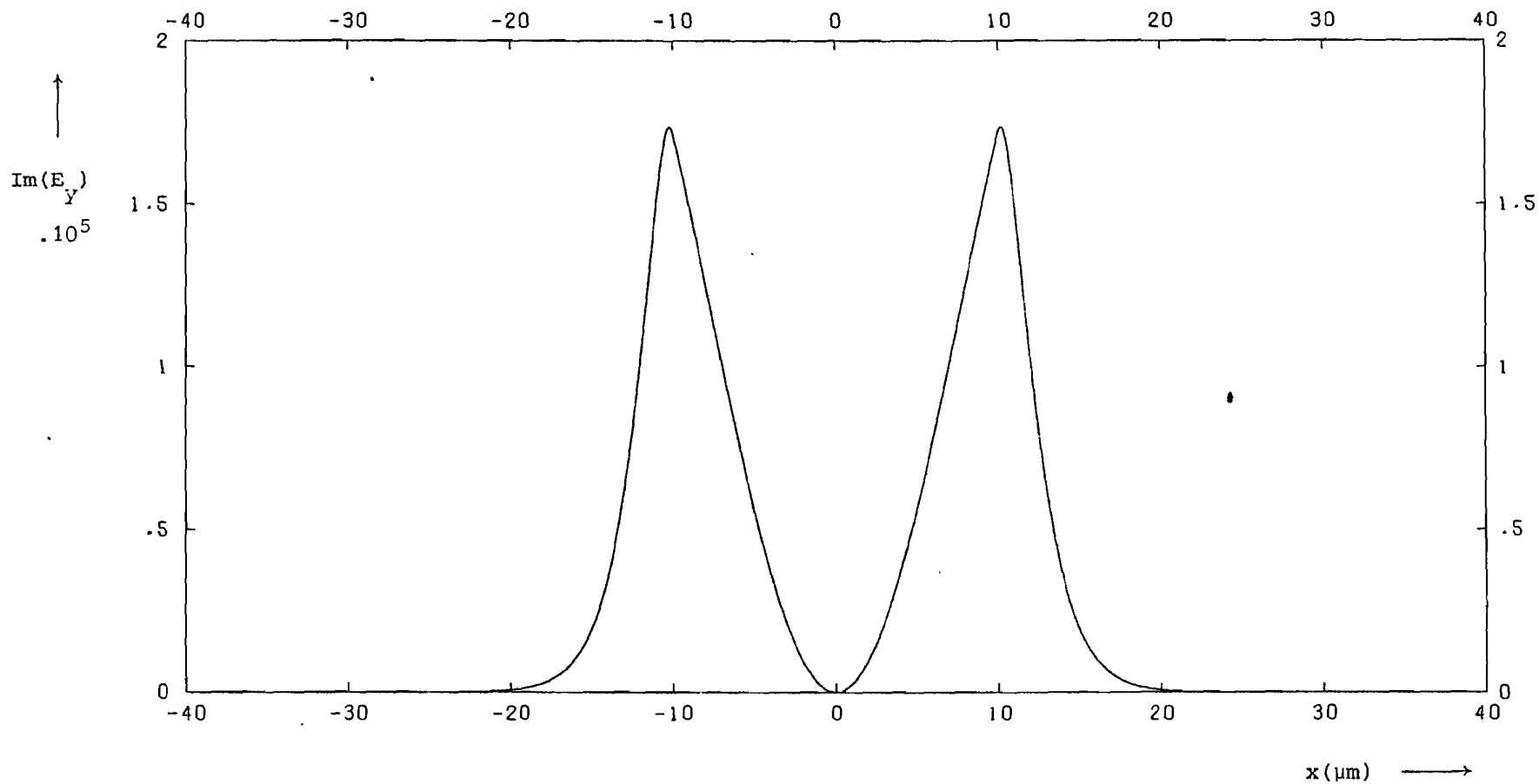


Fig.29: Veldverdeling van het imaginaire deel van $E_y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ behorende bij de nulde orde oppervlaktegolfmodus in een drie-media planaire golfgeleider, waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Hierbij geldt dat $\text{Im}(E_y) = 0$ voor $x = 0$.

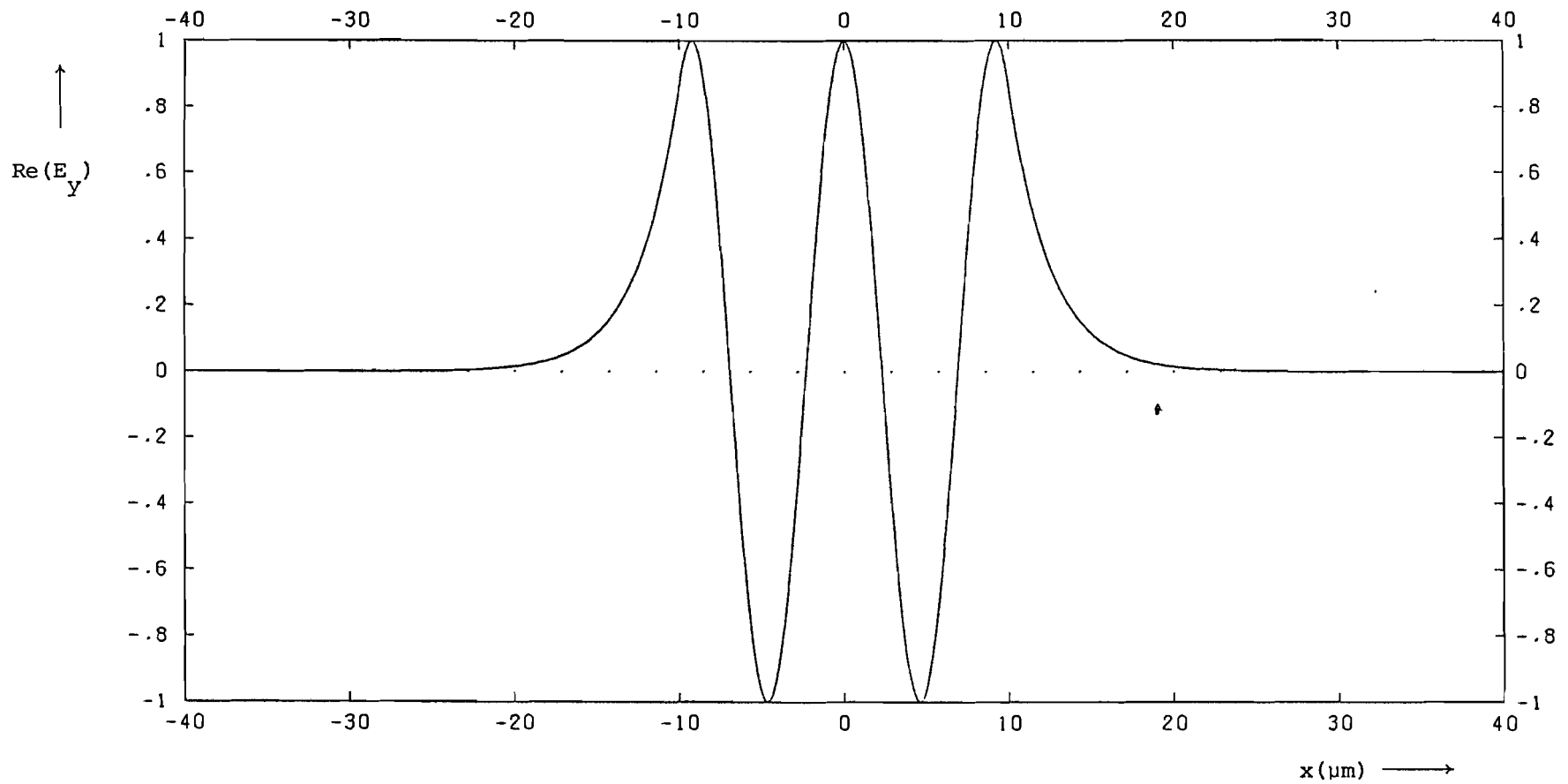


Fig.30: Veldverdeling van het reële deel van $E_y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ in een drie-media planaire golfgeleider waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Deze veldverdeling behoort bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus. Hierbij geldt dat $\text{Re}(E_y) = 1$ voor $x = 0$.

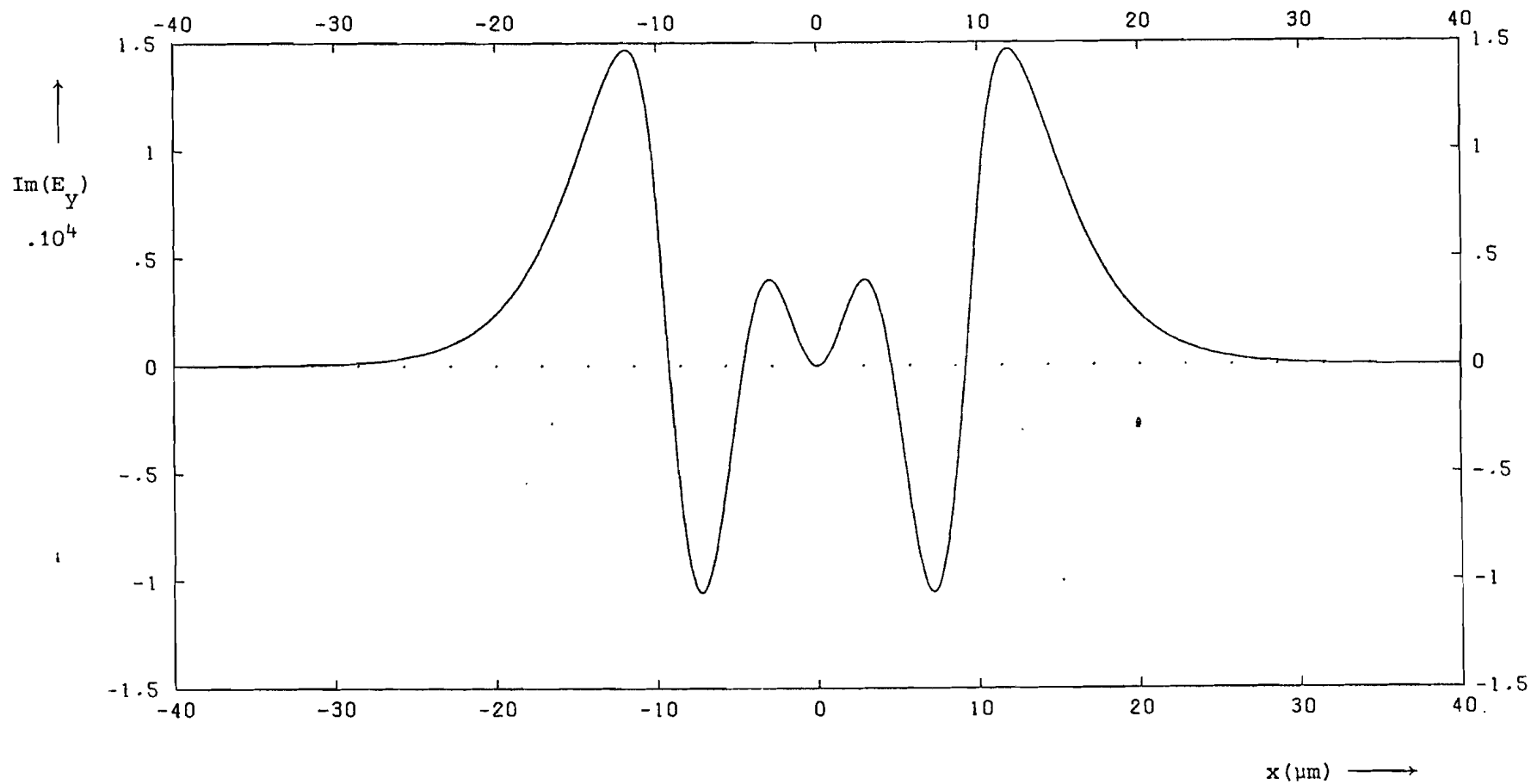


Fig.31: Veldverdeling van het imaginaire deel van $E_Y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ behorende bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus in een drie-media planaire golfgeleider, waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Hierbij geldt dat $\text{Im}(E_Y) = 0$ voor $x = 0$.

8. Berekeningen aan een vijf-media planaire golfgeleider.

8.1 De fasedraaiings- en dempingeigenschappen.

In het nu volgende gaan we uit van een symmetrische vijf-media planaire golfgeleider (Fig.32) die bestaat uit een kern, mantel en twee oneindig uitgestrekte buitenmedia (luchtlagen). Kern en mantel kunnen beide een enkele absorptielijn vertonen. In dat geval voldoet de relatieve permittiviteit van de mantel aan:

$$\epsilon_{r,m} = 2,25 + \omega_{p,m}^2 / (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta),$$

en die van de kern aan:

$$\epsilon_{r,k} = 2,28 + \omega_{p,k}^2 / (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta),$$

waarbij $\omega_0 = 1,3709 \cdot 10^{15}$ rad/s,

$$\omega_{p,m} = 3 \cdot 10^{11} \text{ rad/s,}$$

$$\omega_{p,k} = (2,28 / 2,25)^{1/2} \cdot \omega_{p,m} \approx 3,01 \cdot 10^{11} \text{ rad/s,}$$

$$\Delta = 10^{13} \text{ rad/s.}$$

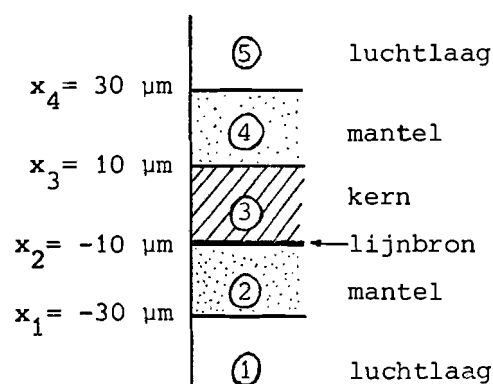


Fig.32: Vijf-media configuratie met enkele gegevens.

Bij deze configuratie kunnen we vier verschillende structuren onderscheiden, namelijk

0. Kern en mantel zijn beide verliesvrij,
1. Alleen de kern vertoont een absorptielijn,
2. Alleen de mantel vertoont een absorptielijn,
3. Kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

Oppervlaktegolfmodi behorende bij een bepaalde structuur van deze vijf-media configuratie verkrijgt men door die waarden van k_z te kiezen, waarbij voldaan is aan (5.22). Deze bepaling van k_z geschiedt bij vaste ω , geheel analoog aan die van de drie-media configuratie. Door variatie van ω vindt men k_z als functie van $k_0 a$. Oplossingen van (5.22) corresponderen met de demping α_{mode} en de fasevertraging β_{mode} van een oppervlaktegolfmodus als $jk_z = \alpha_{mode} + j\beta_{mode}$.

De demping van de structuren 1,2 en 3 is op bijlage 17 weergegeven voor een aantal waarden van $k_0 a$. Dit is uitgevoerd voor de nulde, vierde en negende orde oppervlaktegolfmodus. De nulde en vierde orde modus zijn kernmodi, terwijl de negende orde modus een mantelmodus is (zie blz.18). Vergelijken we de resultaten van de nulde en vierde orde modus op bijlage 17 met de overeenkomstige resultaten van de drie-media configuratie op bijlage 9, dan blijken de resultaten nagenoeg identiek te zijn. Dit is te verklaren uit het feit dat de elektrische veldsterkte E_y bij de drie-media configuratie voor deze waarden van $k_0 a$ nagenoeg nul is voor waarden van x , die voldoen aan $|x| > 30 \mu\text{m}$ (zie daartoe de bijlagen 15 en 16). Dit betekent feitelijk dat de twee oneindig uitgestrekte buitenmedia bij de drie-media configuratie voor $|x| > 30 \mu\text{m}$ bijna geen invloed uitoefenen op de demping van een zekere oppervlaktegolfmodus. Vervangen we deze twee buitenmedia voor $|x| > 30 \mu\text{m}$ door lucht, dan ontstaat de vijf-media configuratie uit Fig.32. Derhalve zullen ook deze luchtlagen vrijwel geen invloed op de demping van een zekere kernmodus uitoefenen.

Uitgaande van de getalwaarden voor de demping op bijlage 17 volgt dat de demping van structuur 3 nagenoeg dezelfde is voor elke oppervlaktegolfmodus. Nauwkeurige beschouwing van deze getalwaarden toont dat de demping van de negende orde oppervlaktegolfmodus bij de centrale frequentie van de absorptielijn ($k_0 a = 45,696$) kleiner is dan die van de vierde orde modus bij dezelfde waarde van $k_0 a$. Voor frequenties ter weerszijden van de centrale frequentie (bijv. $k_0 a = 45,0$ of $k_0 a = 46,2$) is de demping van de negende orde modus echter groter dan die van de vierde orde modus. Deze variatie in demping van de mantelmodus ten opzichte van de vierde orde kernmodus is toe te schrijven aan de invloed van de luchtlagen op deze demping, aangezien het elektrische veld ten gevolge van een mantelmodus in de mantel niet exponentieel afneemt, waardoor het veld van deze modus ook voor $|x| > 10 \mu\text{m}$ nog een relatief grote waarde heeft.

In Fig.33 zijn de absorptiekrommen behorende bij de negende orde modus grafisch afgebeeld. Fig.33 en volgende zijn na blz.61 bijgevoegd. Uit bijlage 17 volgt ook dat de demping van structuur 2 sterk toeneemt bij hogere orde oppervlaktegolfmodi. De demping van de negende orde modus bij structuur 2 is zelfs groter dan de overeenkomstige demping bij structuur 1 (de kern vertoont een absorptielijn). Dit gegeven is direct uit Fig.33 af te leiden. Deze grotere demping voor de mantelmodus bij structuur 2 is niet zo verwonderlijk, aangezien de mantel dan een absorptielijn vertoont, en

het veld in de mantel ook groot is, terwijl de totale diameter van de mantel tweemaal zo groot is als de kerndiameter (40 μm , resp. 20 μm).

De fasevertraging voor elk van de vier structuren bij de vijf-media configuratie is op de bijlagen 18-19 weergegeven voor een aantal waarden van $k_0 a$. Dit is uitgevoerd voor de nulde, eerste, vierde en negende orde oppervlaktegolfmodus. De resultaten bij structuur 0 zijn in Fig.34 grafisch weergegeven. Uit deze figuur blijkt dat de fasevertraging $\beta_{\text{mode}} / k_0$ in dit gebied vrijwel lineair afhangt van $k_0 a$. Vergelijken we de resultaten van de nulde, eerste en vierde orde modus op de bijlagen 18-19 met de overeenkomstige fasevertraging van de drie-media configuratie op de bijlagen 10-11, dan blijken de resultaten vrijwel eender te zijn.

De invloed van een absorptielijn in kern en/of mantel op de fasevertraging-krommen van de vijf-media configuratie is te gering om zo opgemerkt te worden. Om deze invloed toch zichtbaar te maken, berekenen we de relatieve fasevertraging β_{rel} bij een bepaalde structuur ten opzichte van de fasevertraging bij structuur 0: $\beta_{\text{rel},i} = \beta_{\text{structuur } i} - \beta_{\text{verliesvrij}}$. Deze relatieve fasevertraging is op bijlage 20 weergegeven voor een drietal structuren en eveneens een drietal oppervlaktegolfmodi. De relatieve fasevertraging-krommen van structuur 1 zijn in Fig.35 grafisch weergegeven. Uit bijlage 20 volgt ook dat de relatieve fasevertraging van structuur 1 absoluut gezien sterk afneemt bij hogere orde oppervlaktegolfmodi. Bezien we Fig.35 dan is de relatieve fasevertraging van de negende orde modus absoluut gezien ook inderdaad kleiner dan die van de vierde orde modus; dit vanwege het feit dat voor de negende orde modus een groter deel van het veld in de mantel gelocaliseerd is dan voor de vierde orde modus.

Op bijlage 21 is de fasevertraging voor een aantal waarden van $k_0 a$ weergegeven in geval dat alle media verliesvrij zijn (structuur 0). Uitgaande van de fasevertraging β / k_0 zijn de groepvertraging $\partial\beta / \partial k_0$ en de pulsverbreding $\frac{1}{2} \partial^2 \beta / \partial k_0^2$ berekend. Om een globaal beeld te krijgen van het verloop van de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding als functie van $k_0 a$, zijn de berekeningen over een groot interval van $k_0 a$ uitgevoerd.

In Fig.36 zijn de fasevertraging-krommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan elk medium verliesvrij is, voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven voor dit grote interval van $k_0 a$.

Vergelijken we de fasevertragingkromme van de nulde orde oppervlaktegolfmodus uit Fig.36 met de overeenkomstige uit Fig.25 dan hebben beide krommen vrijwel hetzelfde verloop voor waarden van $k_0 a$ groter dan 20. In dit geval zijn we nog ver verwijderd van de afsnijfrequentie van deze modus, waarvoor geldt dat $\omega_c = 0$ ($(k_0 a)_c = 0$). De fasevertragingkromme van de nulde orde modus behorende bij de vijf-media configuratie zal voor waarden van $k_0 a$ kleiner dan 20 sneller afnemen dan de overeenkomstige kromme bij de drie-media configuratie. Dit vanwege het feit dat eerstgenoemde kromme zijn minimale fasevertraging $(\beta/k_0)_{\min} = 1,00$ bereikt bij de afsnijfrequentie $\omega_c = 0$, terwijl de minimale fasevertraging bij de afsnijfrequentie in de drie-media configuratie $(\beta/k_0)_{\min} = 1,50$ bedraagt (blz.36). Voor $\beta/k_0 > n_m$ met $n_m = 1,50$ geldt dat de nulde orde oppervlaktegolfmodus een kernmodus is. Voor $\beta/k_0 < 1,50$ is deze modus echter een mantelmodus (blz.18). De waarde van $k_0 a$ waarbij de nulde orde modus overgaat van kernmodus in mantelmodus, ligt op het interval $3 < k_0 a < 4$.

Bij vergelijking van de fasevertragingkrommen van de vierde orde oppervlaktegolfmodus uit Fig.36 en 25 blijkt dat beide krommen nagenoeg hetzelfde verloop kennen voor waarden van $k_0 a$ groter dan 55. In dit geval zijn we wederom ver verwijderd van de afsnijfrequentie van deze modus behorende bij de drie-media configuratie, welke ligt op het traject $36 < k_0 a < 37$. De waarde van $k_0 a$ waarbij de vierde orde oppervlaktegolfmodus behorende bij de vijf-media configuratie overgaat van kernmodus in mantelmodus, ligt op het interval $35 < k_0 a < 40$. De afsnijfrequentie van deze modus wordt bereikt bij een frequentie waarvoor geldt dat $k_0 a < 14$. Wanneer we het verloop bezien van de fasevertraging (Fig.36) behorende bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus voor waarden van $k_0 a$ kleiner dan 30, dan zien we dat deze kromme daar asymptotisch tot de waarde $\beta/k_0 = 1,50$ schijnt te naderen. Dit is de asymptotische waarde van β/k_0 voor een configuratie met een brekingsindex van de kern $\epsilon_{r,k} = 2,25$. Dit gedeelte van de kromme lijkt dus sterk op de fasevertragingkromme behorende bij een drie-media configuratie waarvan de kern een dikte heeft van $60 \mu\text{m}$ en een relatieve permittiviteit van $\epsilon_{r,k} = 2,25$ en de oneindig uitgebreide mantel (buitenmedium) vacuüm is.

De waarde van $k_0 a$ waarbij de negende orde oppervlaktegolfmodus behorende bij de vijf-media configuratie overgaat van kernmodus in mantelmodus, ligt op het interval $81 < k_0 a < 82$. De afsnijfrequentie van deze modus wordt

bereikt bij een frequentie waarvoor geldt dat $k_0 a < 27$. Vergelijken we het algehele verloop van de fasevertraging behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus met dat van de vierde orde modus, dan valt het afwijkende gedrag rond $k_0 a = 60$ op. Ook de groepvertraging (Fig.37) en de pulsverbredingskromme (Fig.38) behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus vertonen rond $k_0 a = 60$ een afwijkend gedrag. Om dit effect te kunnen verklaren moeten we de veldverdeling van deze modus bekijken. Deze zullen we in paragraaf 8.2 bespreken.

Bezien we nogmaals de getalwaarden van de fasevertraging op bijlage 21 dan valt op, dat deze gegevens slechts een zeer klein interval van $k_0 a$ in Fig.36 beschrijven. Verder valt op dat de fasevertraging van de vierde orde oppervlaktegolfmodus op dit kleine traject harder toeneemt dan die van de nulde orde modus. Dit volgt ook onmiddellijk uit Fig.36.

De groepvertragingen behorende bij de vijf-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn, zijn voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven in Fig.37. Voor grote waarden van $k_0 a$ naderen deze krommen asymptotisch tot $\varepsilon_{r,k}^{1/2} \approx 1.510$, daar β/k_0 dan nadert tot $\varepsilon_{r,k}^{1/2}$. Het verloop van de groepvertraging behorende bij een bepaalde oppervlaktegolfmodus in de vijf-media configuratie en de corresponderende kromme bij de drie-media configuratie is vrijwel hetzelfde voor waarden van $k_0 a$, welke ver verwijderd liggen van de afsnijfrequentie van de desbetreffende modus in de drie-media configuratie. De steile helling in de groepvertraging van de vierde en negende orde oppervlaktegolfmodus bij die waarde van $k_0 a$ waarbij de desbetreffende modus overgaat van kernmodus in mantelmodus, is te wijten aan het feit dat de fasevertraging een sterke kromming vertoont bij die waarde van $k_0 a$.

De getalwaarden van de groepvertraging op bijlage 21 bestrijken wederom een klein interval van $k_0 a$. Op dit interval neemt de groepvertraging van de nulde en negende orde modus af, terwijl die van de vierde orde modus toeneemt. Dit volgt ook uit Fig.37.

De pulsverbredingskrommen behorende bij dezelfde configuratie zijn in Fig.38 eveneens voor een drietal oppervlaktegolfmodi grafisch weergegeven. Voor grote waarden van $k_0 a$ naderen deze krommen asymptotisch tot nul. Vergelijken we de pulsverbredingskrommen van een bepaalde oppervlaktegolfmodus uit Fig.38 met de overeenkomstige kromme uit Fig.27 dan bezitten beide krommen nagenoeg hetzelfde verloop voor waarden van $k_0 a$, welke ver verwijderd liggen van de afsnijfrequentie van de desbetreffende modus in de drie-media configuratie.

8.2 De veldverdelingen.

In het nu volgende beschouwen we het elektrische veld E_y als functie van x . Om een verklaring te vinden voor het afwijkende verloop van de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus als functie van $k_0 a$, onderzoeken we de elektrische veldverdeling van de verliesvrije vijf-media planaire golfgeleider voor een aantal waarden van $k_0 a$. Aangezien alle media verliesvrij zijn, bezit het elektrische veld behorende bij deze modus alleen een reële veldcomponent. Dit houdt in dat $\text{Im}(E_y) = 0$ voor elke waarde van x . Het E_y -veld behorende bij de negende orde modus is een oneven functie van x , immers deze oppervlaktegolfmodus is een oneven modus. Het aantal nulpunten van het elektrische veld E_y behorende bij de negende orde modus bedraagt negen. In de buitenmedia (luchtlagen) nadert het veld exponentieel tot nul voor $|x| \rightarrow \infty$. Zodoende vertoont het elektrische veld E_y in de golfgeleider tien extrema, waar E_y een maximale dan wel een minimale waarde bereikt.

Uit Fig.36 zien we dat de negende orde oppervlaktegolfmodus een kernmodus is voor waarden van $k_0 a$ groter dan 82. Het elektrische veld van een kernmodus heeft een oscillerend verloop in de kern ($|x| < 10 \mu\text{m}$) en een exponentieel verval in de mantel ($10 \mu\text{m} < |x| < 30 \mu\text{m}$). Alle negen nulpunten en tien extrema van het veld E_y zijn dan geconcentreerd in de kern.

Nabij de afsnijfrequentie is de negende orde oppervlaktegolfmodus een mantelmodus, en vertoont het bijbehorende E_y -veld een oscillerend verloop in kern en mantel. We berekenen nu het aantal nulpunten en extrema van de veldverdeling in de halve kern en mantel. Het beschouwde veld is een oneven functie van x , waardoor er een nulpunt ligt bij $x = 0$. Zodoende moeten we nog vier nulpunten en vijf extrema over de halve kern en mantel verdelen. Het veld in de mantel schrijven we als:

$$(8.1) \quad E_y(x) = \sin(\kappa_m x + \phi) \quad \text{met} \quad \kappa_m = k_0 [\epsilon_{r,m} - (\beta/k_0)^2]^{1/2} \quad \text{en}$$

$\epsilon_{r,m} = 2,25$. Voor het veld in de kern geldt geheel analoog dat

$$(8.2) \quad E_y(x) = A \sin(\kappa_k x) \quad \text{met} \quad \kappa_k = k_0 [\epsilon_{r,k} - (\beta/k_0)^2]^{1/2} \quad \text{en}$$

$\epsilon_{r,k} = 2,28$, waarbij A en ϕ uit de randvoorwaarden op het grensvlak kern-mantel ($|x| = 10 \mu\text{m}$) bepaald kunnen worden. De dikte van de halve mantel is $d = 20 \mu\text{m}$ en die van de halve kern is $a = 10 \mu\text{m}$.

Het aantal halve perioden van de veldverdeling in kern en mantel behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus varieert van vrijwel negen bij $\omega = \omega_c$ tot tien bij $\omega \rightarrow \infty$. Nabij de afsnijfrequentie bedraagt het aantal halve perioden (P_k) in de kern ongeveer:

$$P_k = \frac{a(\epsilon_{r,k} - 1)^{\frac{1}{2}}}{a(\epsilon_{r,k} - 1)^{\frac{1}{2}} + d(\epsilon_{r,m} - 1)^{\frac{1}{2}}} \cdot 9 \approx 3,02.$$

Bij $\omega = \omega_c$ geldt dat $\beta/k_0 = 1,00$. Uitgaande van het nulpunt van de veldverdeling E_y bij $x = 0$ is het aantal nulpunten en extrema in de kern dan eenvoudig te bepalen. In de omgeving van de afsnijfrequentie bevat de kern derhalve drie nulpunten en vier extrema, terwijl de mantel dan zes nulpunten en zes extrema van de veldverdeling bezit.

Bij afnemende frequentie verhuist een bepaald deel van de nulpunten en extrema van de veldverdeling van kern naar mantel. Dit gaat niet gelijkmatig, maar gaat gepaard met veranderingen in de verhouding van de veldamplituden van kern en mantel, die via de randvoorwaarden op het grensvlak kern-mantel onderling gekoppeld zijn. En dit heeft weer zijn weerslag op het gedrag van de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding behorende bij de negende orde modus. We zullen nu proberen een en ander kwalitatief te verklaren.

Het elektrische veld E_y behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus is op een constante na bepaald. Normeer dan bijvoorbeeld zo, dat $\text{Re}(E_y) = 1$ voor die waarde van x , waarvoor de modulus van de veldsterkte E_y het grootst is. Zorg er tevens voor dat de veldsterkte ter plaatse van het grensvlak mantel-luchtlaag ($x = -30 \mu\text{m}$) steeds een positieve waarde heeft. Dit om een onderlinge vergelijking van de veldverdeling E_y bij verschillende waarden van $k_0 a$ te vergemakkelijken.

De elektrische veldverdeling E_y is voor een aantal waarden van $k_0 a$ grafisch weergegeven in Fig.39-51. De negende orde oppervlaktegolfmodus is een kernmodus voor waarden van $k_0 a$ groter dan 82 (Fig.36). De veldverdeling E_y bij $k_0 a = 90$ is weergegeven in Fig.39. Hieruit volgt dat het veld in de mantel sterk exponentieel afneemt, terwijl het veld in de kern sinusvormig verloopt. Fig.40 bevat de veldverdeling voor $k_0 a = 82$. Bij deze waarde van $k_0 a$ neemt het veld in de mantel langzamer in waarde af, maar het verval is nog wel exponentieel. Voor nog lagere waarden van $k_0 a$ zien we een sinusvormig verloop van de veldverdeling in de mantel (Fig.41).

We definiëren de veldinhoud (W) als de integraal van de veldintensiteit over kern resp. mantel:

$$(8.3) \quad \begin{array}{l} W_{\text{kern,}} \\ \text{mantel} \end{array} = \int_{\substack{\text{kern,} \\ \text{mantel}}} E_Y^2(x) dx.$$

Bij de overgang van de negende orde oppervlaktegolfmodus van kernmodus naar mantelmodus verandert de verhouding tussen de veldinhoud van kern met $\epsilon_{r,k} = 2,28$ en mantel met $\epsilon_{r,m} = 2,25$ sterk. Hierdoor treedt ook een grote variatie in β op, waarmede de steile helling van $\partial\beta/\partial k_0$ rond $k_0 a = 82$ te verklaren is (Fig.37).

Beschouwen we Fig.41-51, dan valt op dat de periode van het veld in de mantel afneemt bij afnemende waarde van $k_0 a$, terwijl de periode van het veld in de kern dan toeneemt. Het aantal nulpunten van de veldverdeling E_Y behorende bij de negende orde modus is immers voor elke waarde van $k_0 a$ gelijk aan negen. Verder valt op dat voor de mantelmodus de amplitude van de veldsterkte E_Y in de mantel altijd groter is dan of gelijk aan die van de veldsterkte in de kern. De verhouding van de amplituden van E_Y in kern en mantel verandert echter als functie van $k_0 a$. In Fig.41-51 zien we, dat deze eerst afneemt, terwijl ze vervolgens tot één toeneemt, en daarna neemt ze weer af. De verhouding tussen deze maximale waarden van de elektrische veldsterkte E_Y in kern en mantel houdt verband met de groepvertraging voor dezelfde waarde van $k_0 a$.

Uit Fig.41-51 zien we dat de amplitude van het veld E_Y ter plaatse van het grensvlak mantel-luchtlaag ($|x| = 30 \mu\text{m}$) vrijwel nul is. Nemen we voor waarden van $k_0 a$ groter dan 60 deze amplitude gelijk aan nul, dan wordt de benaderde uitdrukking voor het veld in de mantel geschreven als:

$$(8.4) \quad E_{Y,m} = \sin[\kappa_m(x - a - d)] \text{ met } \kappa_m = k_0[2,25 - (\beta/k_0)^2]^{\frac{1}{2}},$$

waarbij β/k_0 de fasevertraging behorende bij de mantelmodus is voor zekere waarde van $k_0 a$. Voor dit veld in de mantel geldt derhalve dat $E_{Y,m}(x=30\mu\text{m}) = 0$. De maximale waarde van het veld in de mantel is één, hetgeen overeenstemt met de reeds ingevoerde normering (blz.58).

Voor het veld in de kern geldt dat:

$$(8.5) \quad E_{Y,k} = A_k \sin(\kappa_k x) \text{ met } \kappa_k = k_0[2,28 - (\beta/k_0)^2]^{\frac{1}{2}},$$

waarbij A_k de maximale waarde van het veld in de kern aangeeft. Deze grootte is via de randvoorwaarde ter plaatse van het grensvlak kern-mantel al geheel vastgelegd. Bij de mantelmodus geldt altijd dat $A_k \leq 1$.

Voor waarden van $k_0 a$ kleiner dan 81 wordt de uitdrukking (8.3) voor de veldinhoud in de kern:

$$(8.6) \quad W_k = \int_{-a}^a E_{Y,k}^2(x) dx = 2 \int_0^a A_k^2 \sin^2[\kappa_k x] dx = A_k^2 a \left\{ 1 - \frac{\sin(2\kappa_k a)}{2\kappa_k a} \right\}.$$

De veldinhoud van de mantel wordt dan:

$$(8.7) \quad W_m = 2 \int_a^{a+d} E_{Y,m}^2(x) dx = 2 \int_a^{a+d} \sin^2[\kappa_m (x-a-d)] dx = d \left\{ 1 - \frac{\sin(2\kappa_m d)}{2\kappa_m d} \right\}.$$

Voor waarden van $k_0 a$ op het interval $\omega_c a / c_0 < k_0 a < 81$ geldt dat $1.5\pi < \kappa_k a < 4.5$, immers $\kappa_k a / \pi$ hangt samen met het aantal halve perioden in de halve kern. Vergelijking (8.6) gaat dan over in

$$(8.8) \quad W_k \approx A_k^2 a.$$

Voor waarden van $k_0 a$ kleiner dan 72 geldt dat $\kappa_m d > \pi$, immers het aantal halve perioden in de halve mantel is dan groter dan één.

Zodoende gaat vergelijking (8.7) over in

$$(8.9) \quad W_m \approx d.$$

Uitgaande van (8.8) en (8.9) geldt dat de verhouding tussen veldinhoud in kern en mantel voor waarden van $k_0 a < 72$, voldoet aan

$$(8.10) \quad W_k / W_m \approx A_k^2 a / d = \frac{1}{2} A_k^2.$$

De grootte A_k geeft hierbij de maximale waarde van het veld E_y in de kern aan.

Vergelijken we Fig.43-44-45 ($k_0 a = 76, 72, 68$) met elkaar, dan volgt hieruit dat de verhouding tussen de veldinhoud van de kern, waar $\epsilon_{r,k} = 2.28$, en de mantel met $\epsilon_{r,m} = 2,25$ op dit interval van $k_0 a$ nagenoeg dezelfde blijft. Dit betekent dat de verandering in fasevertraging klein is, zodat ook de groepvertraging minimaal is. Daar dit over een vrij groot traject van $k_0 a$ het geval is, is dit minimum vrij vlak. Zie daartoe de groepvertragingsskromme (Fig.37) behorende bij de negende orde modus op het interval $68 < k_0 a < 76$.

Bij vergelijking van Fig.48-49 ($k_0 a = 63, 62$) volgt dat de veldinhoud van de kern sterk toeneemt, terwijl die van de mantel vrijwel hetzelfde blijft. Dit betekent dat de fasevertraging snel toeneemt, en de groepvertraging ook toeneemt, omdat de relatieve permittiviteit van de kern waarin nu een groter deel van het veld geconcentreerd wordt, hoger is dan die van de mantel. In de omgeving van $k_0 a = 62$ bereikt de groepvertraging zijn maximale waarde (Fig.37).

Uit deze twee voorbeelden zien we dat de verhouding tussen veldinhoud van kern en mantel een maat is voor de groepvertraging. In Fig.52 is de maximale veldintensiteit (A_k^2) in de kern uitgezet tegen $k_0 a$. De verhouding tussen de veldinhoud van kern en mantel bedraagt volgens (8.10) $W_k / W_m \approx \frac{1}{2} A_k^2$. Vergelijken we het verloop van de groepvertraging (Fig.37) op het interval $45 < k_0 a < 81$ dan vertonen beide krommen nagenoeg hetzelfde verloop. Hiermede is het verband gelegd tussen de groepvertraging van de negende orde oppervlaktegolfmodus en de bijbehorende veldverdeling $E_y(x)$.

Voor waarden van $k_0 a$ kleiner dan 45 wijken beide krommen af, omdat de veronderstelling dat het veld nul is op het grensvlak mantel-luchtlaag, niet meer opgaat.

De veldverdelingen E_y en H_z behorende bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus in een vijf-media configuratie waarvan de kern een absorptielijn vertoont, zijn voor $\omega = \omega_0$ bepaald. De resultaten hierbij verkregen zijn weergegeven op bijlage 22. De waarde van E_y voor $x = 0$ is hierbij op één genormeerd. Het reële deel van de elektrische veldsterkte E_y is in Fig.53 grafisch weergegeven als functie van x . Uit deze figuur blijkt dat het reële deel van E_y behorende bij de vierde orde modus vier nulpunten bezit. Het imaginaire deel van E_y is in Fig.54 grafisch uitgezet als functie van x . Uit de getalwaarden voor E_y op bijlage 22 volgt dat het veld in de mantel exponentieel afneemt, terwijl het veld in de luchtlagen veel sterker dan in de mantel afneemt. De vierde orde oppervlaktegolfmodus is een even modus; het bijbehorende E_y -veld is eveneens een even functie van x (Fig.53-54).

Vergelijking van de getalwaarden van de veldverdeling E_y behorende bij de vijf-media configuratie op bijlage 22 met de overeenkomstige getalwaarden van de veldverdeling E_y behorende bij de drie-media configuratie op bijlage 16 levert dat deze getalwaarden vrijwel eender zijn voor waarden van x op het interval $|x| < 30 \mu\text{m}$. Het veld bij de vijf-media configuratie neemt voor waarden van $|x| > 30 \mu\text{m}$ namelijk sterker exponentieel af ten gevolge van de luchtlagen.

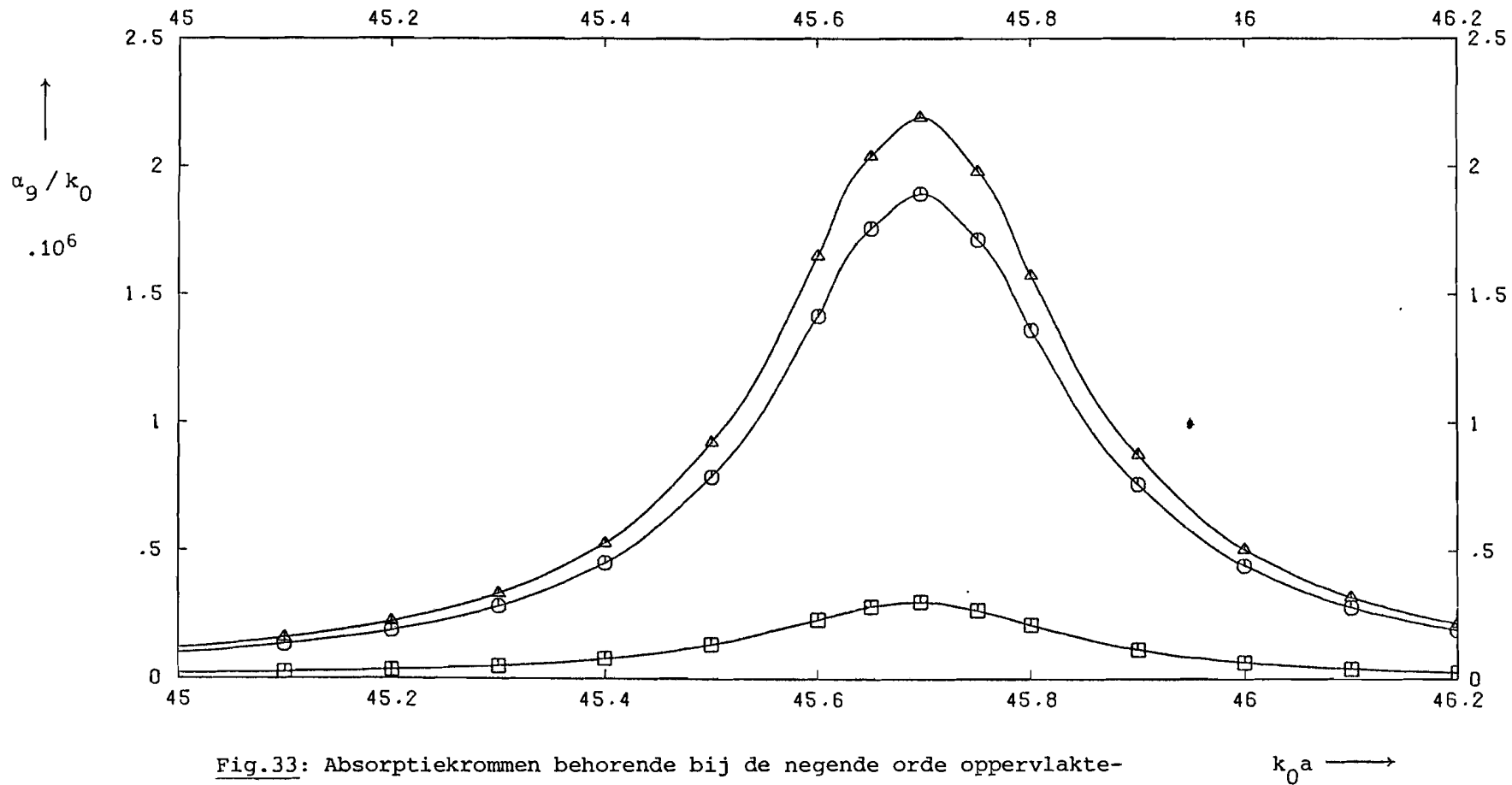


Fig.33: Absorptiekrommen behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) van een vijf-media configuratie.

- \square kern vertoont een absorptielijn,
- \circ mantel vertoont een absorptielijn,
- \triangle kern en mantel vertonen beide een absorptielijn.

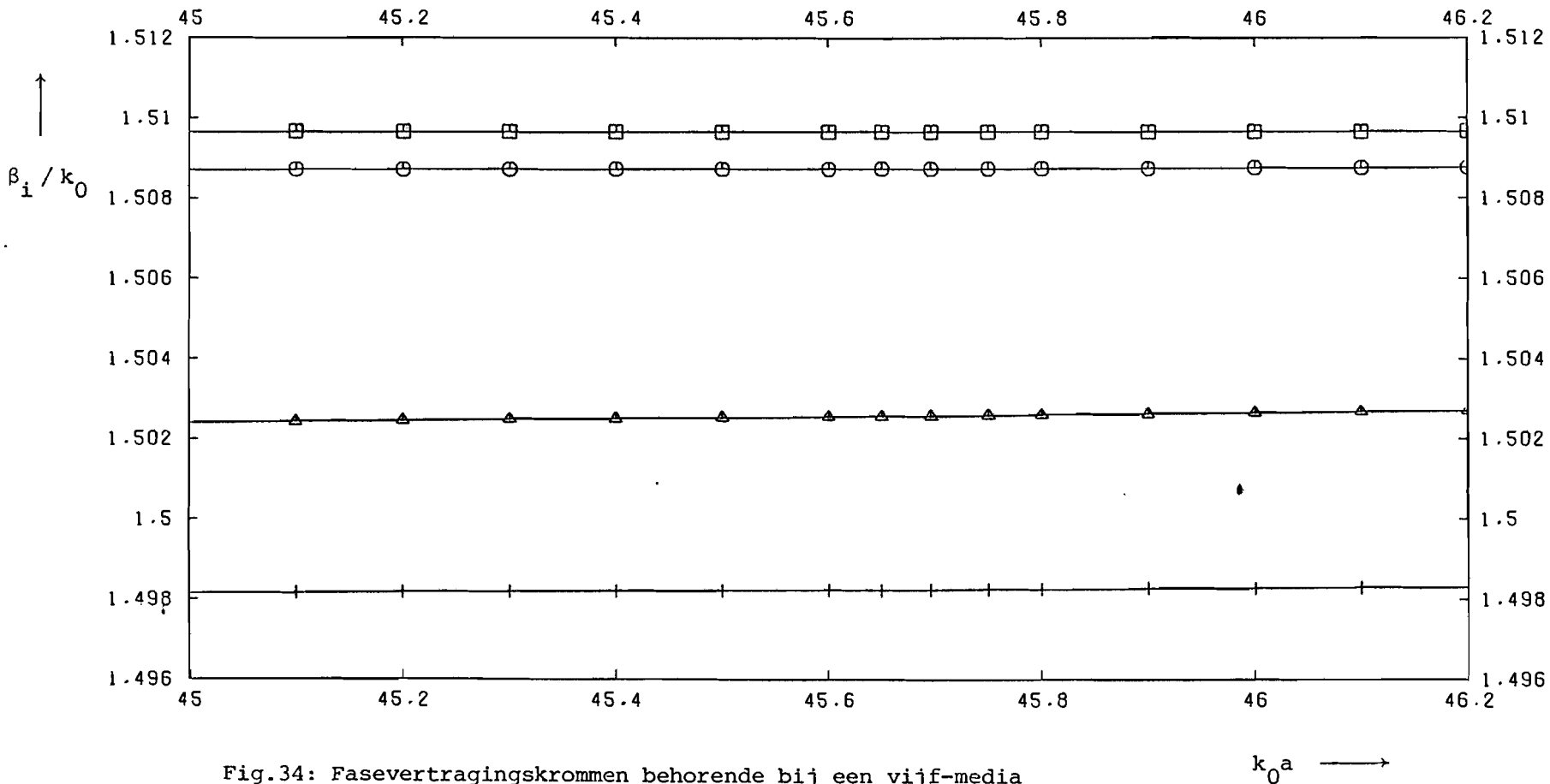


Fig.34: Fasevertragingen krommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- eerste orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus,
- + negende orde modus (mantelmodus).

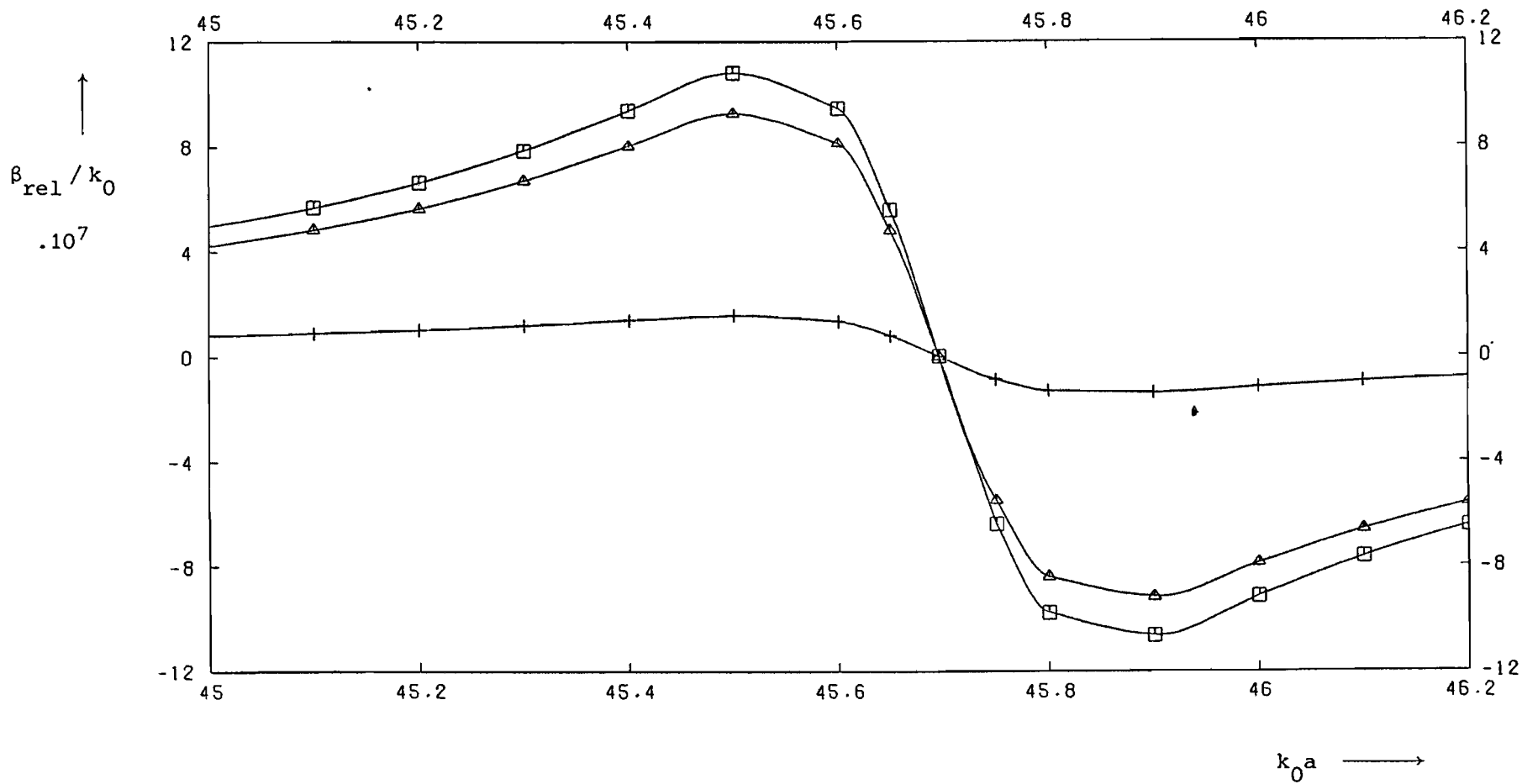


Fig.35: Relatieve fasevertragingen krommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan de kern een absorptielijn vertoont.

- \square nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- \triangle vierde orde oppervlaktegolfmodus,
- $+$ negende orde modus (mantelmodus).

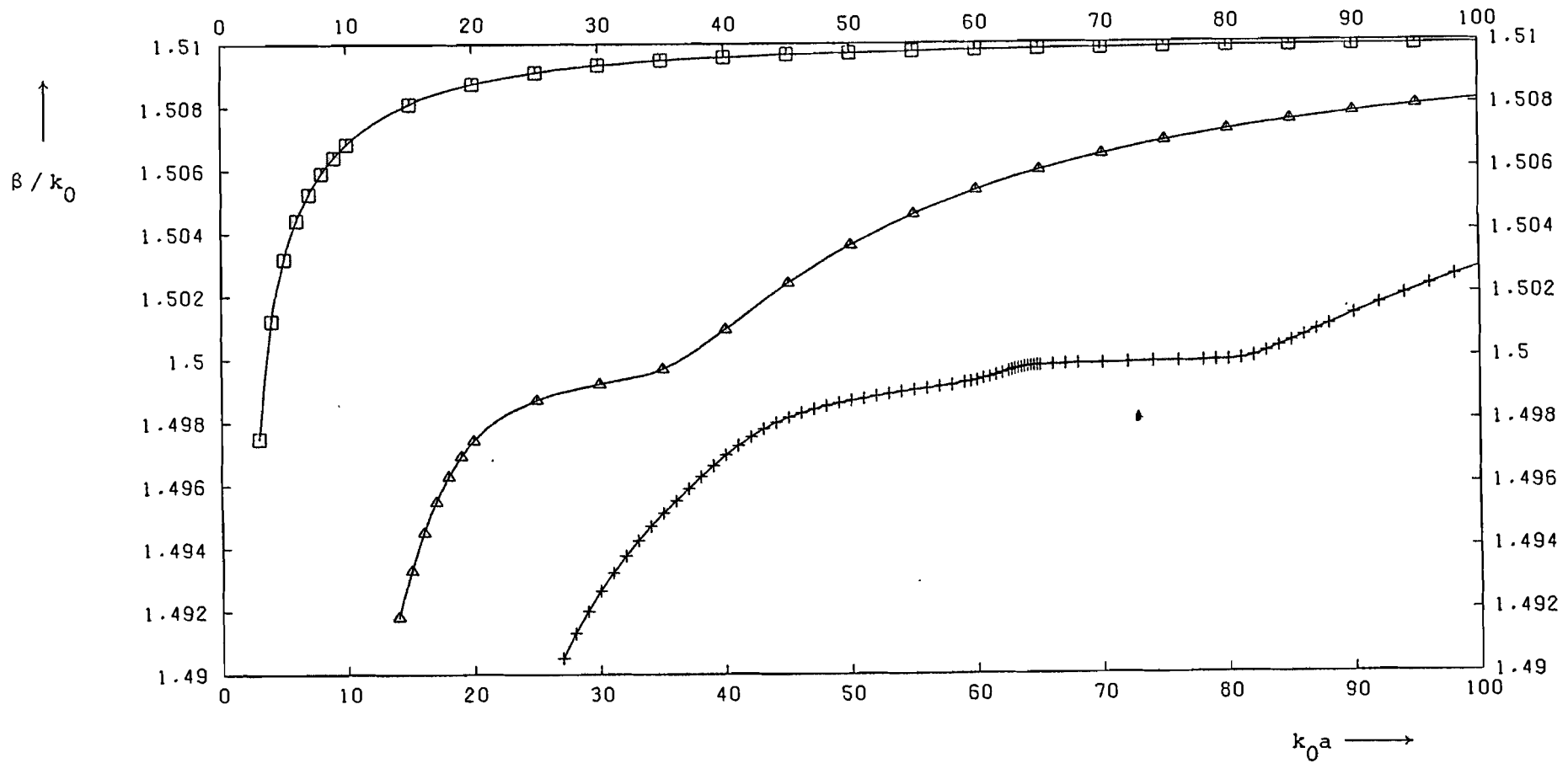


Fig.36: Fasevertragingsskrommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus,
- + negende orde oppervlaktegolfmodus.

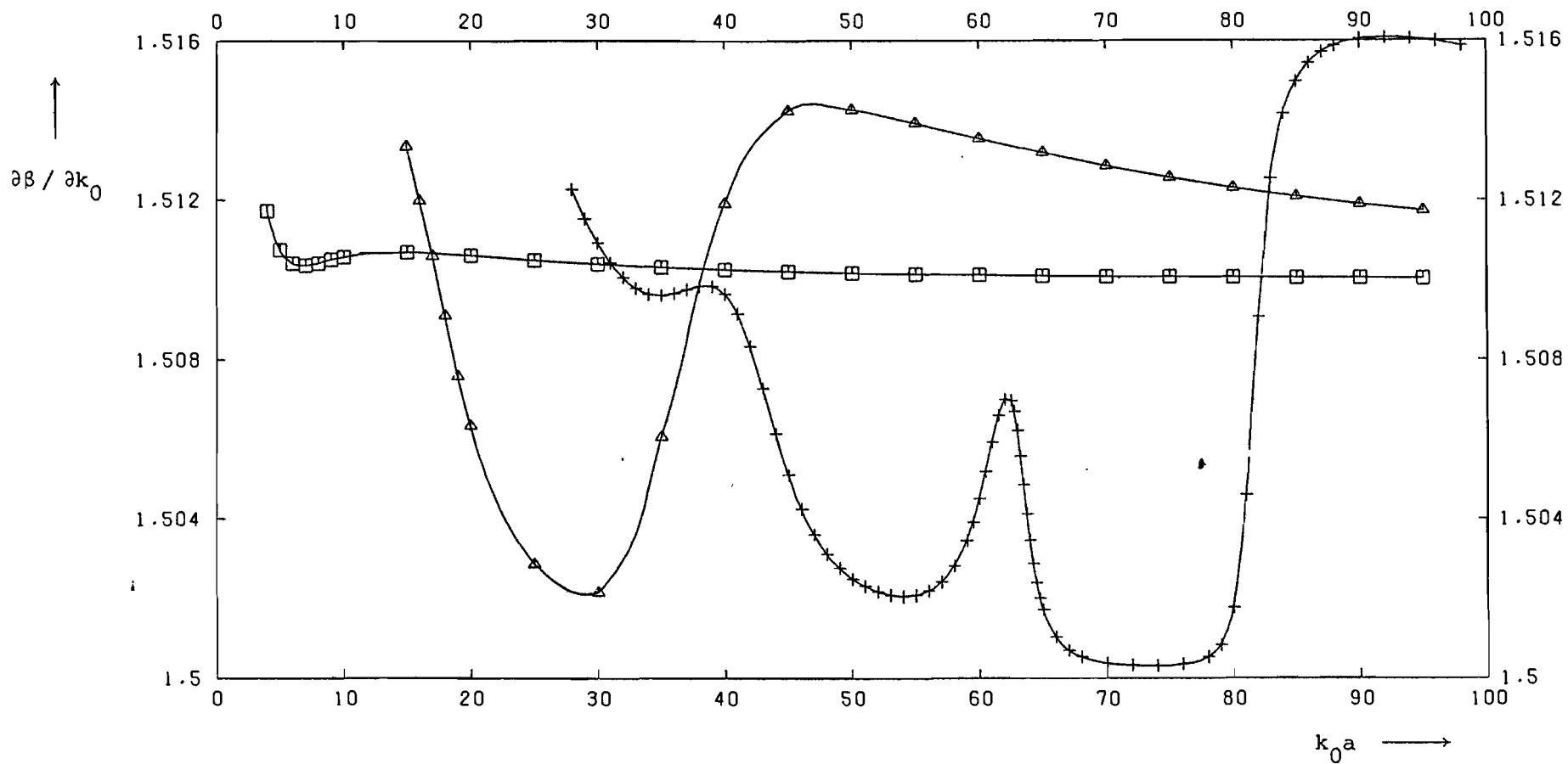


Fig.37: Groepvertragingkrommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus,
- + negende orde oppervlaktegolfmodus.

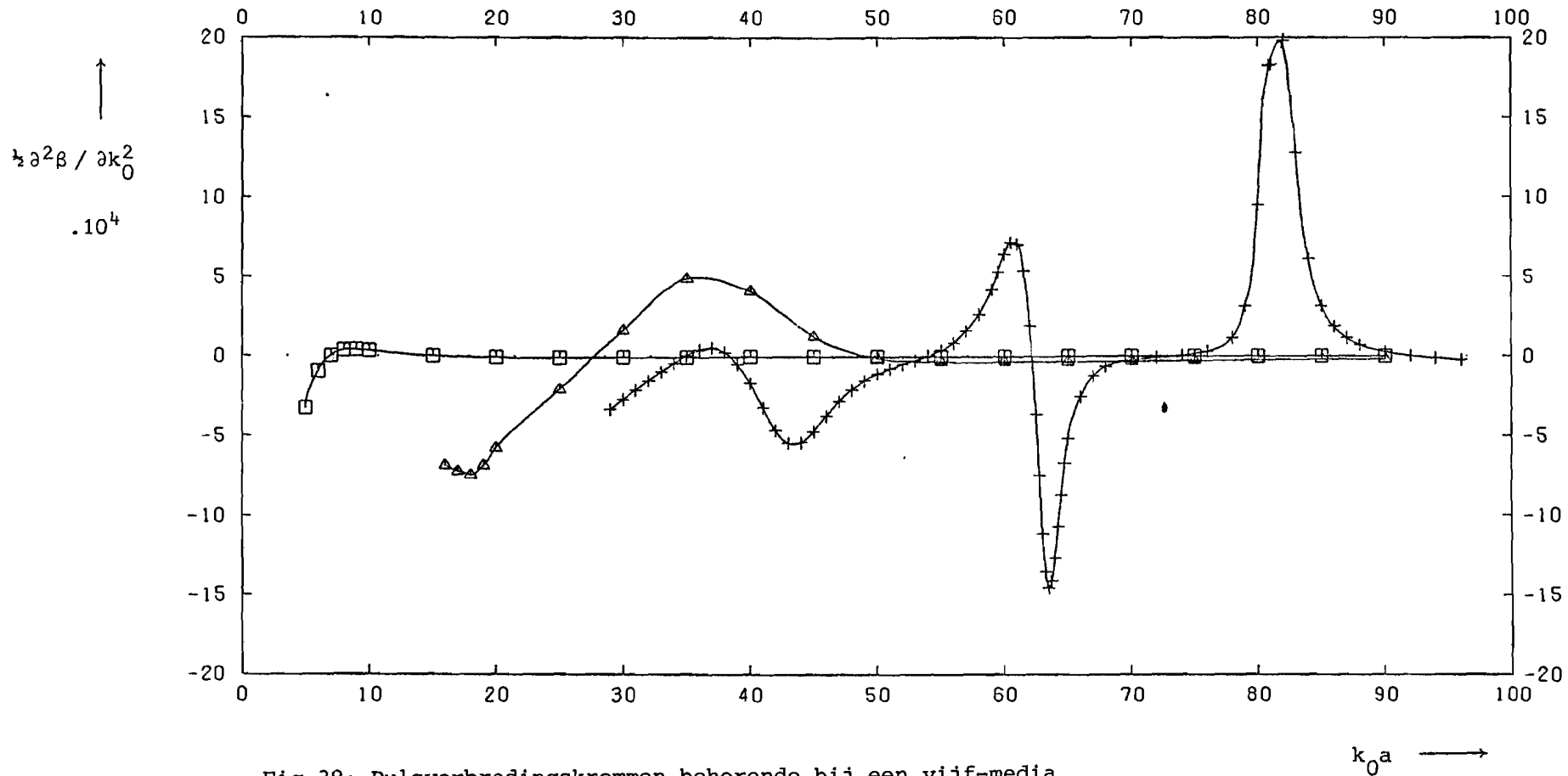


Fig.38: Pulsverbredingskrommen behorende bij een vijf-media configuratie waarvan alle media verliesvrij zijn.

- nulde orde oppervlaktegolfmodus,
- △ vierde orde oppervlaktegolfmodus,
- + negende orde oppervlaktegolfmodus.

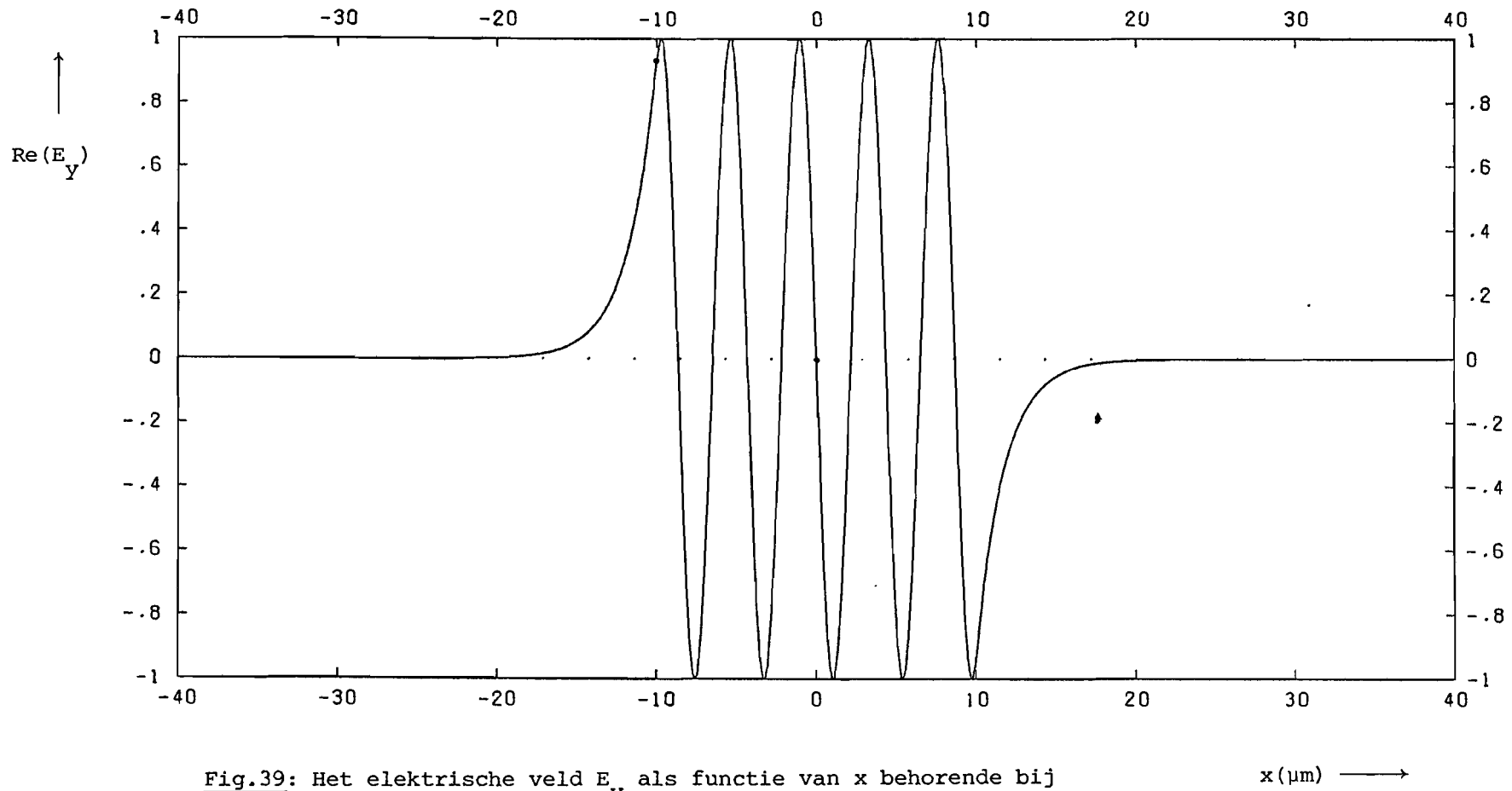


Fig.39: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (kernmodus) bij $k_0 a = 90$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

$x(\mu\text{m}) \longrightarrow$

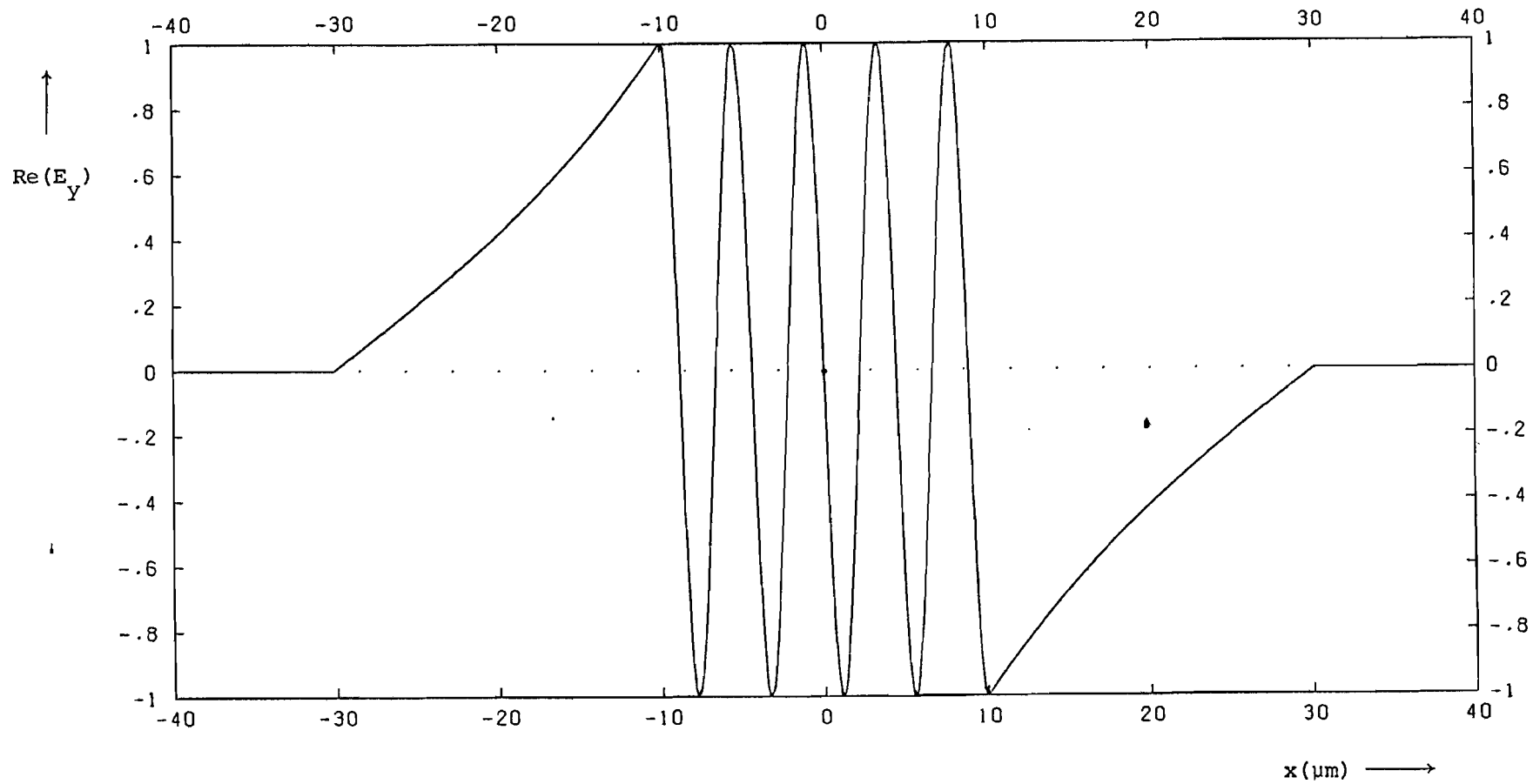


Fig.40: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (kernmodus) bij $k_0 a = 82$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

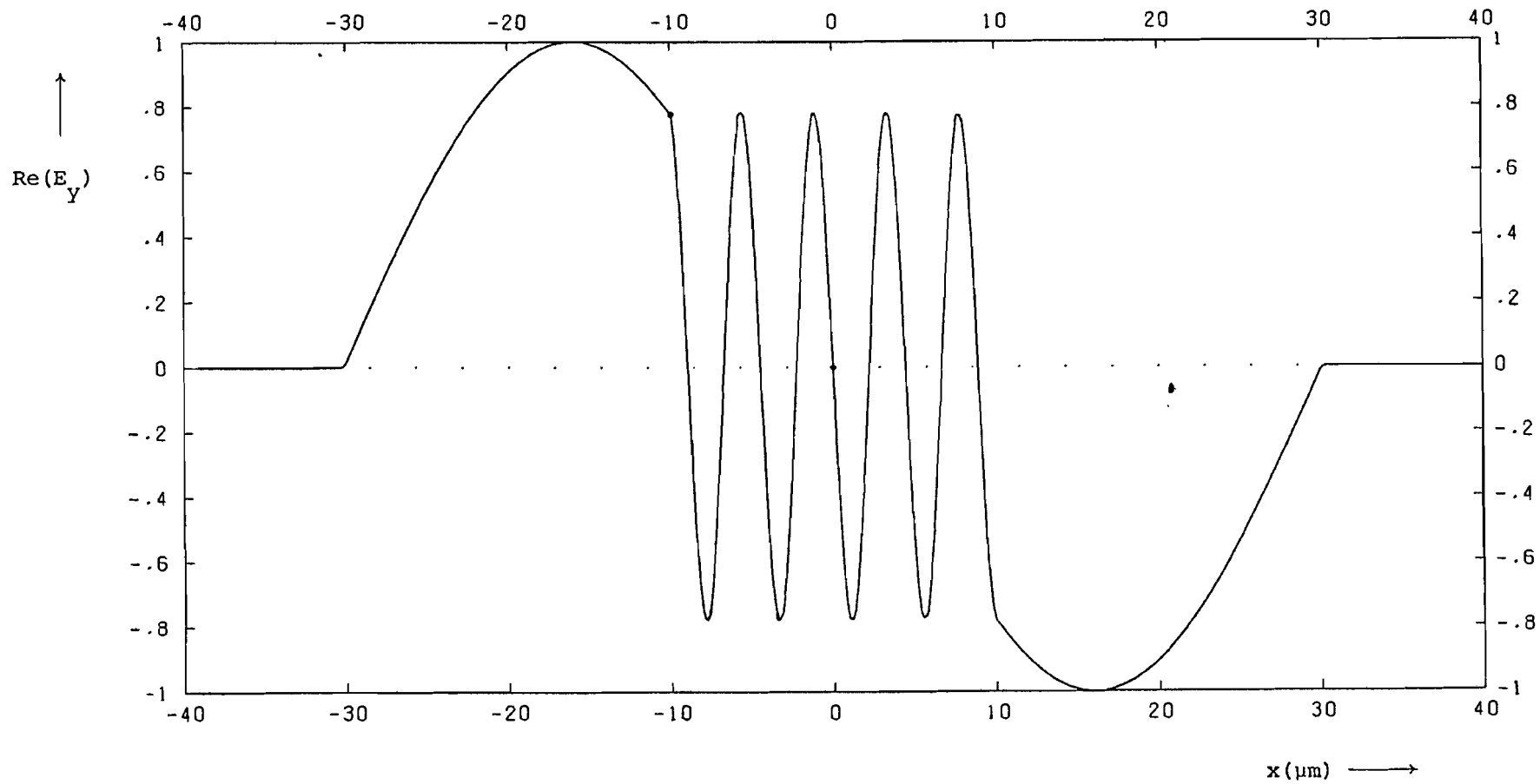


Fig.41: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 81$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

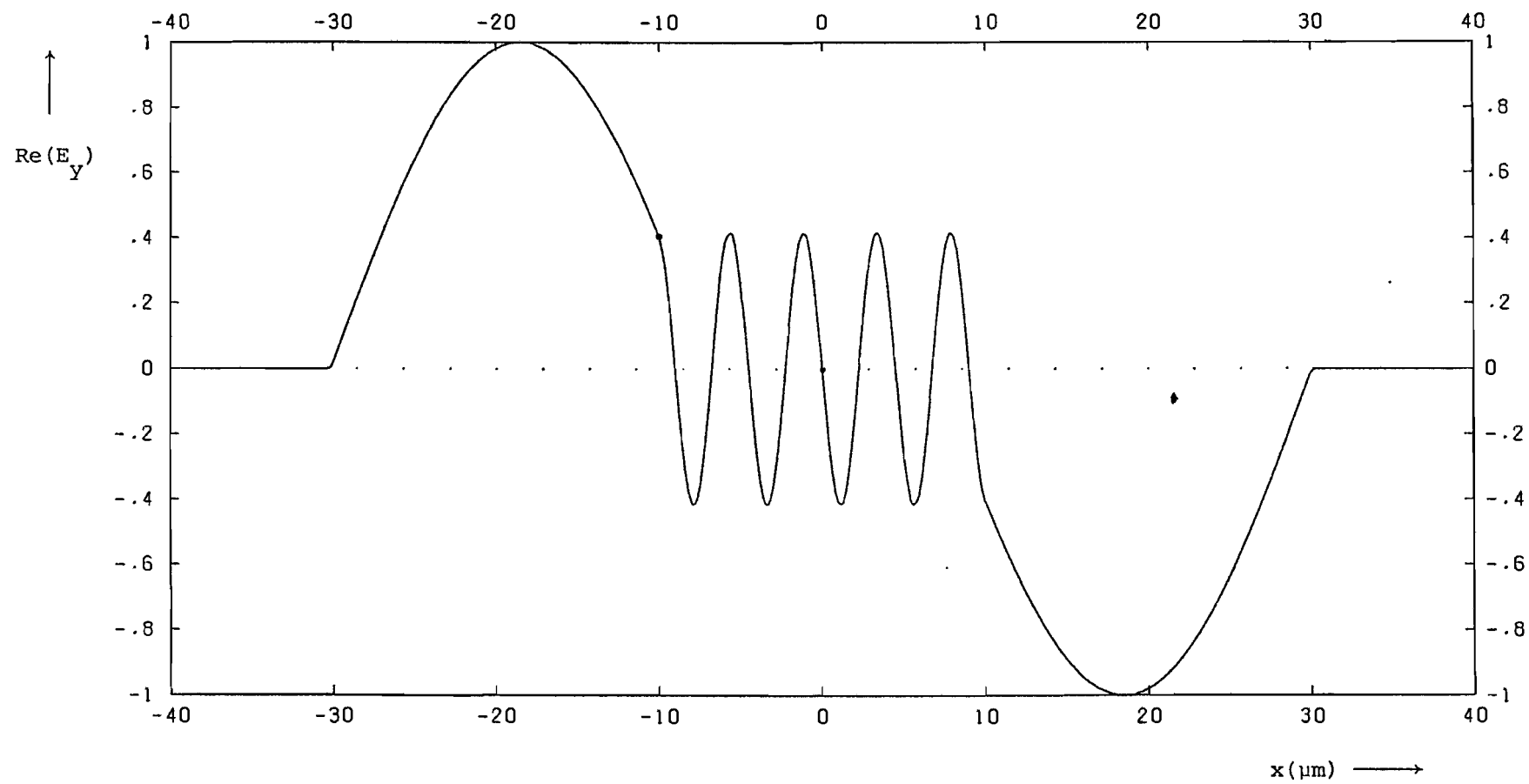


Fig.42: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 80$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

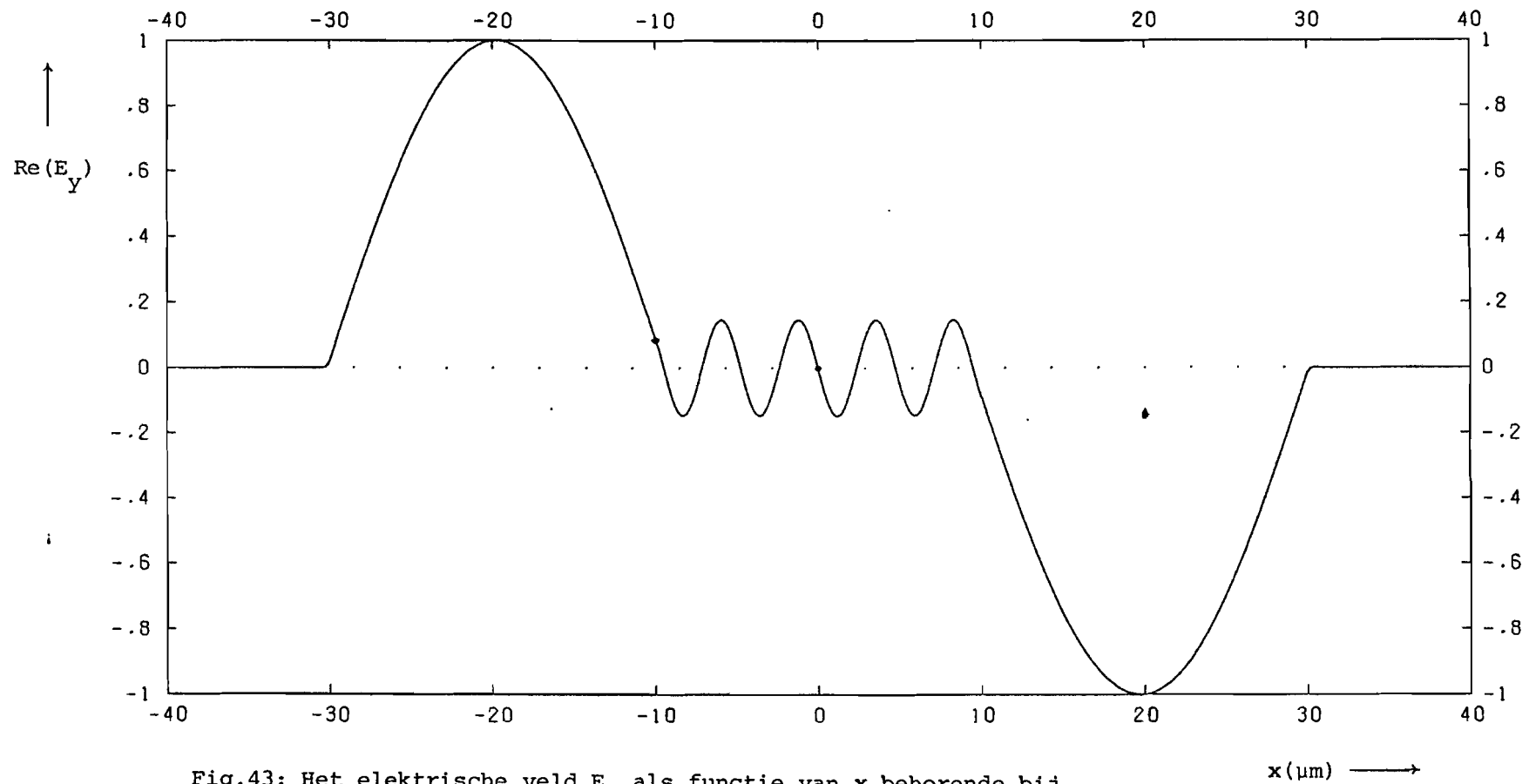


Fig.43: Het elektrische veld E_Y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 76$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

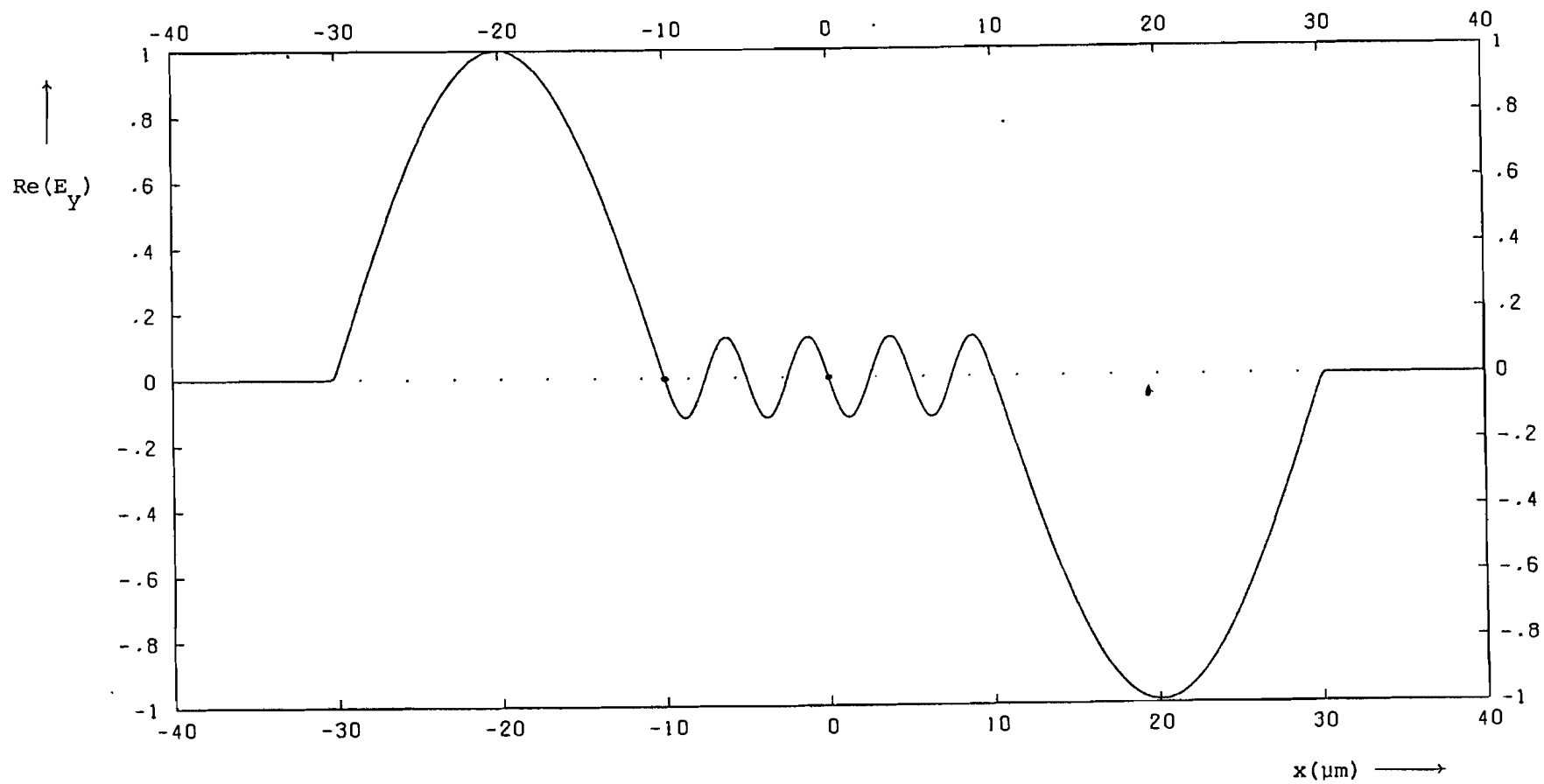


Fig.44: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 72$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

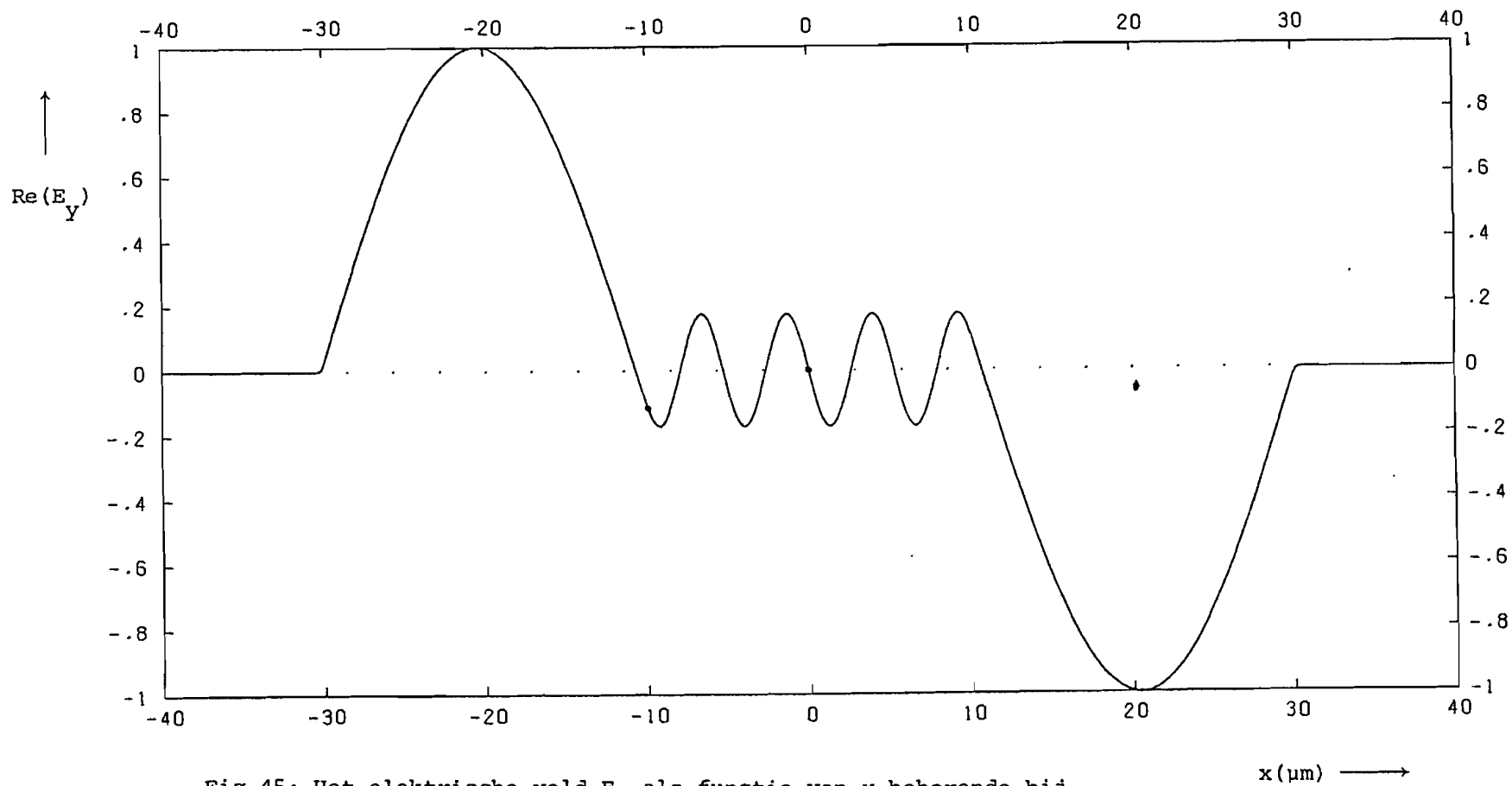


Fig.45: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 68$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

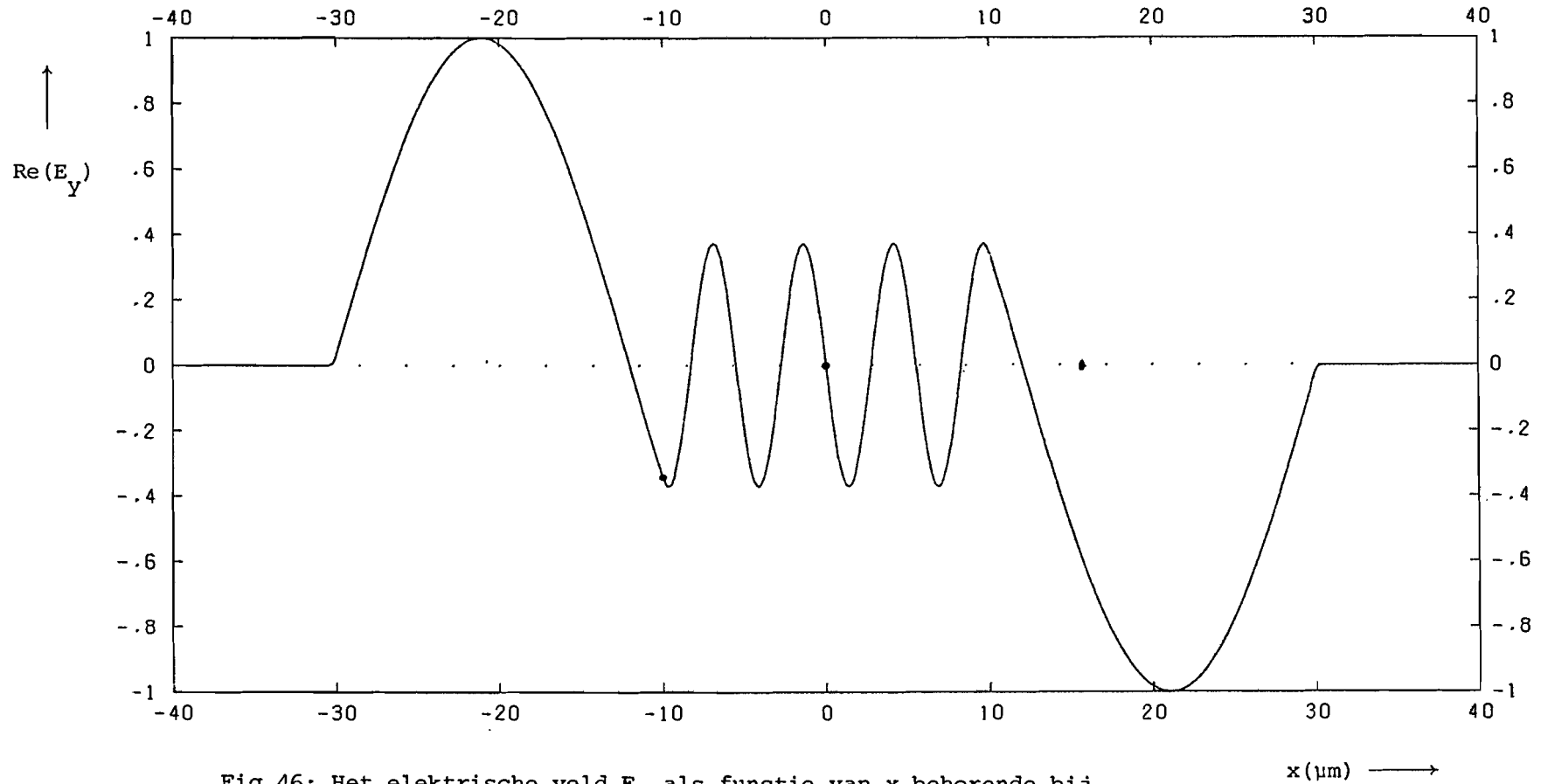


Fig.46: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 65$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

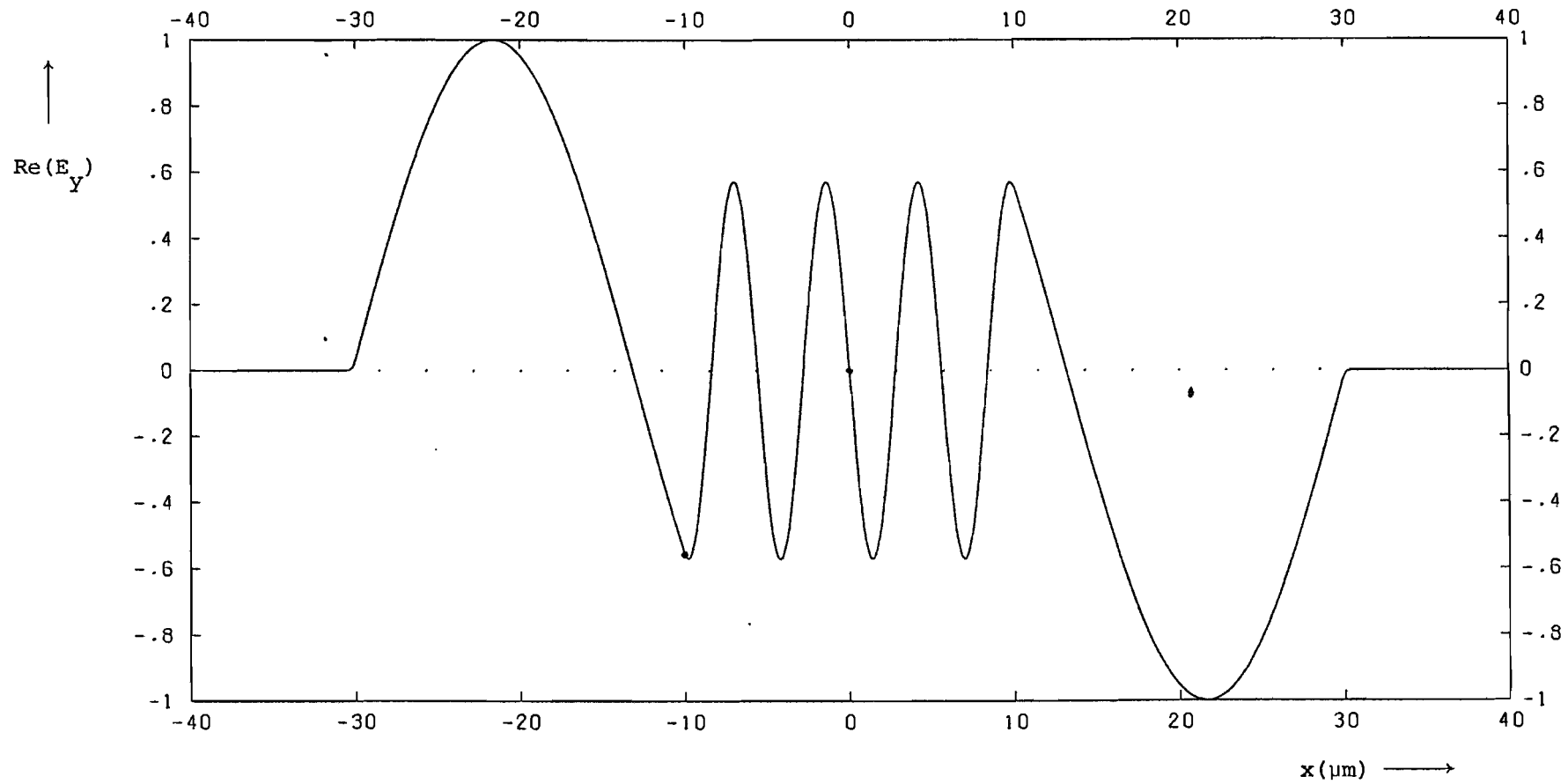


Fig.47: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 64$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

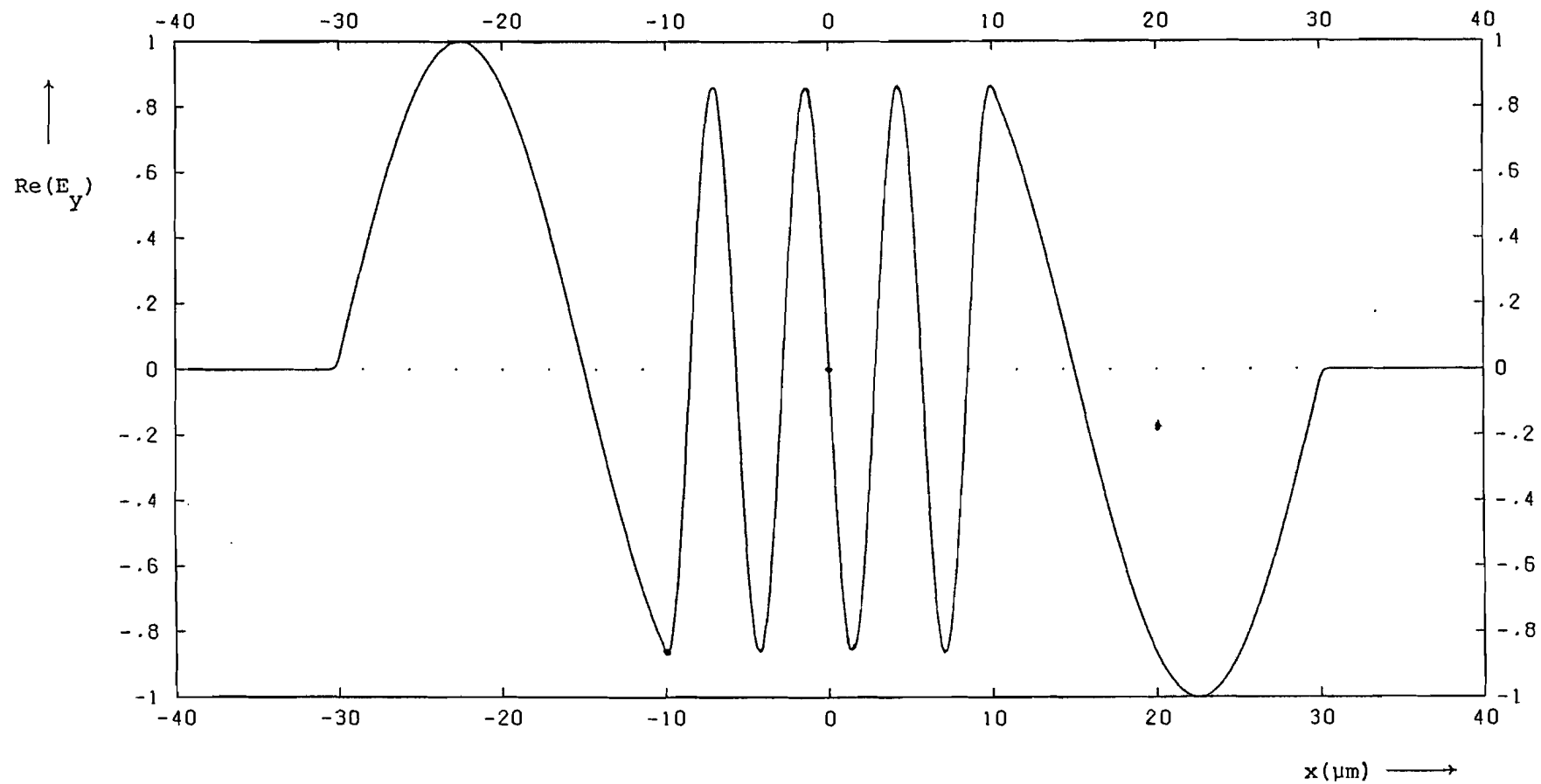


Fig.48: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 63$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

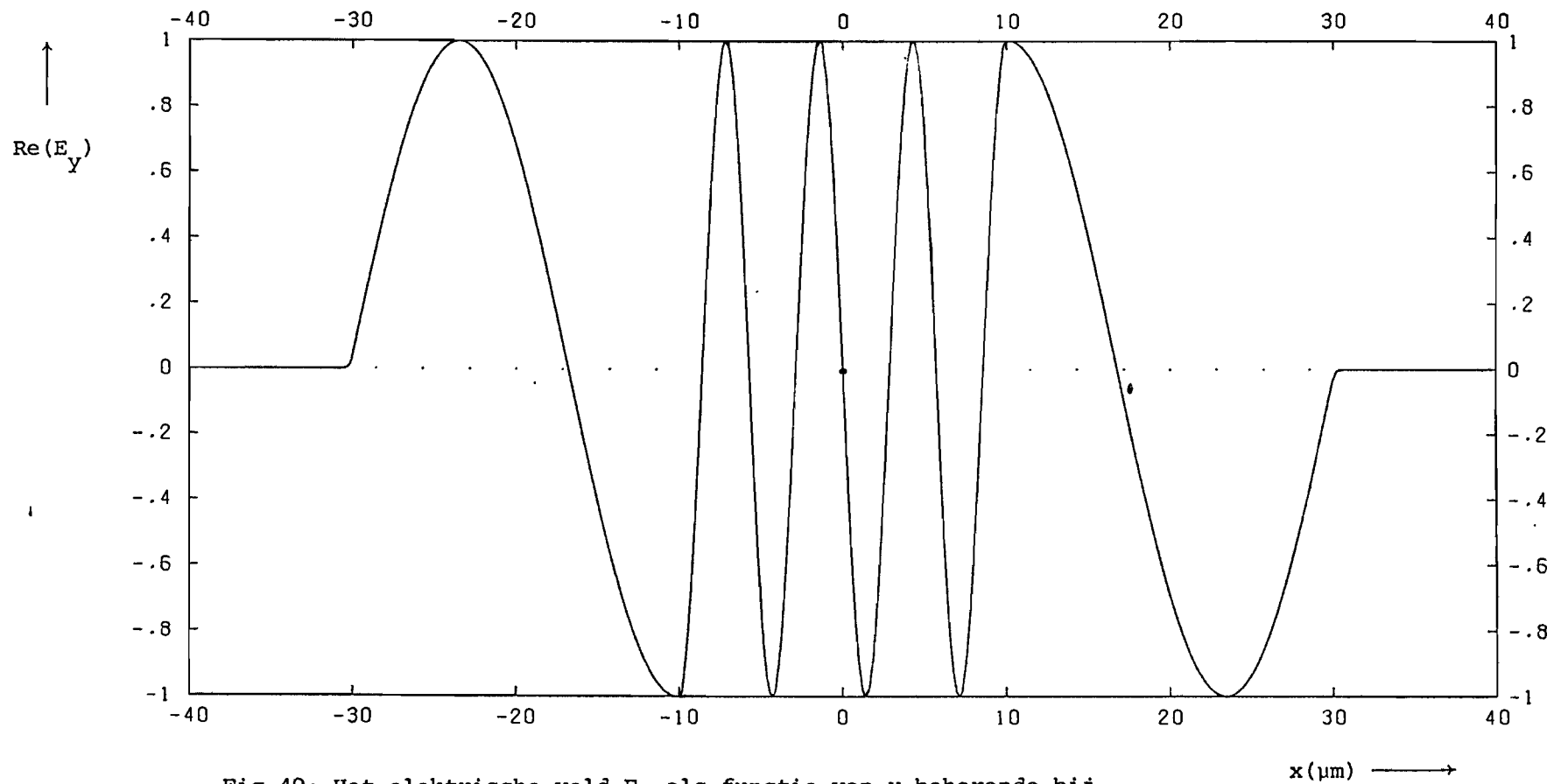


Fig.49: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 62$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

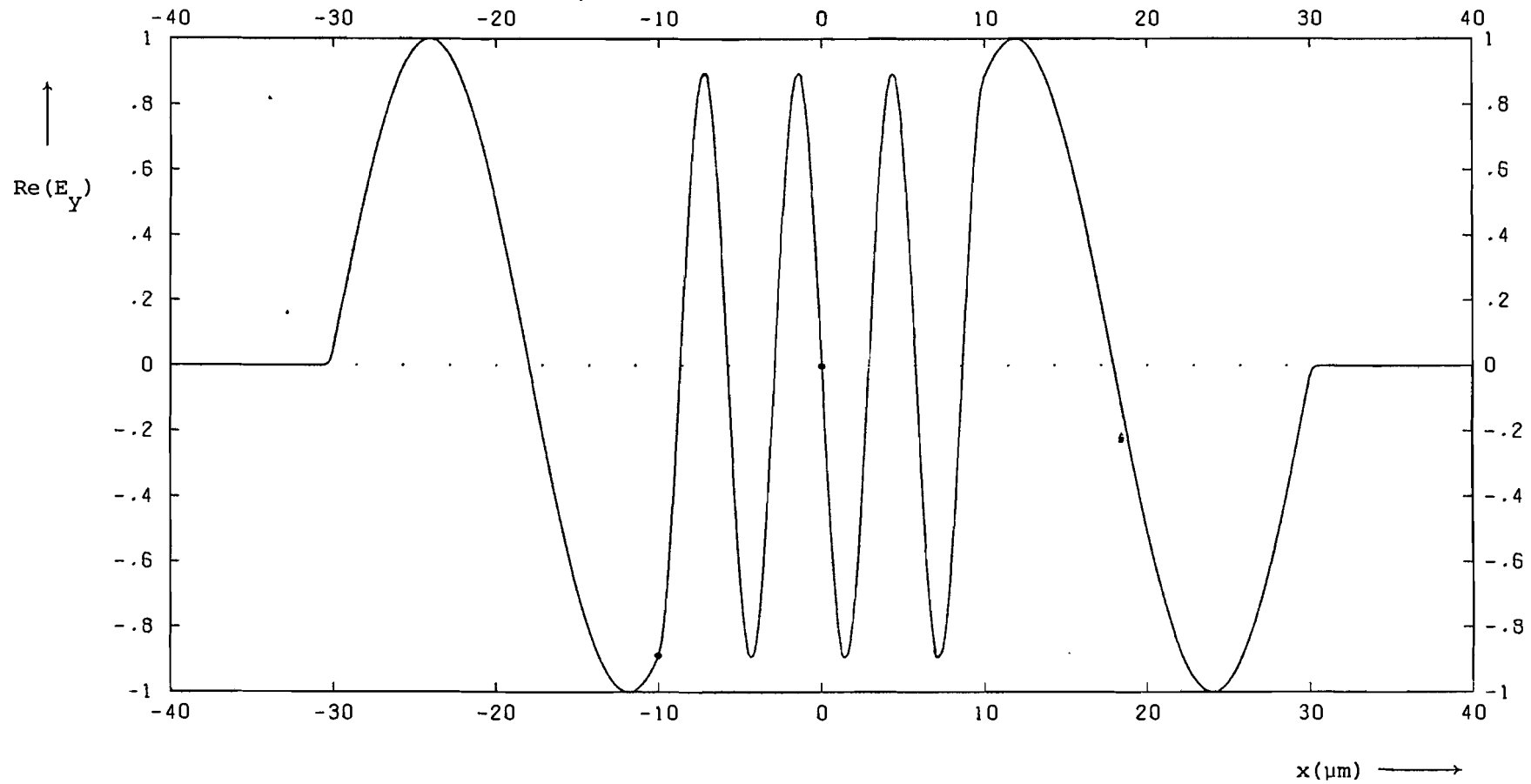


Fig.50: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 61$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

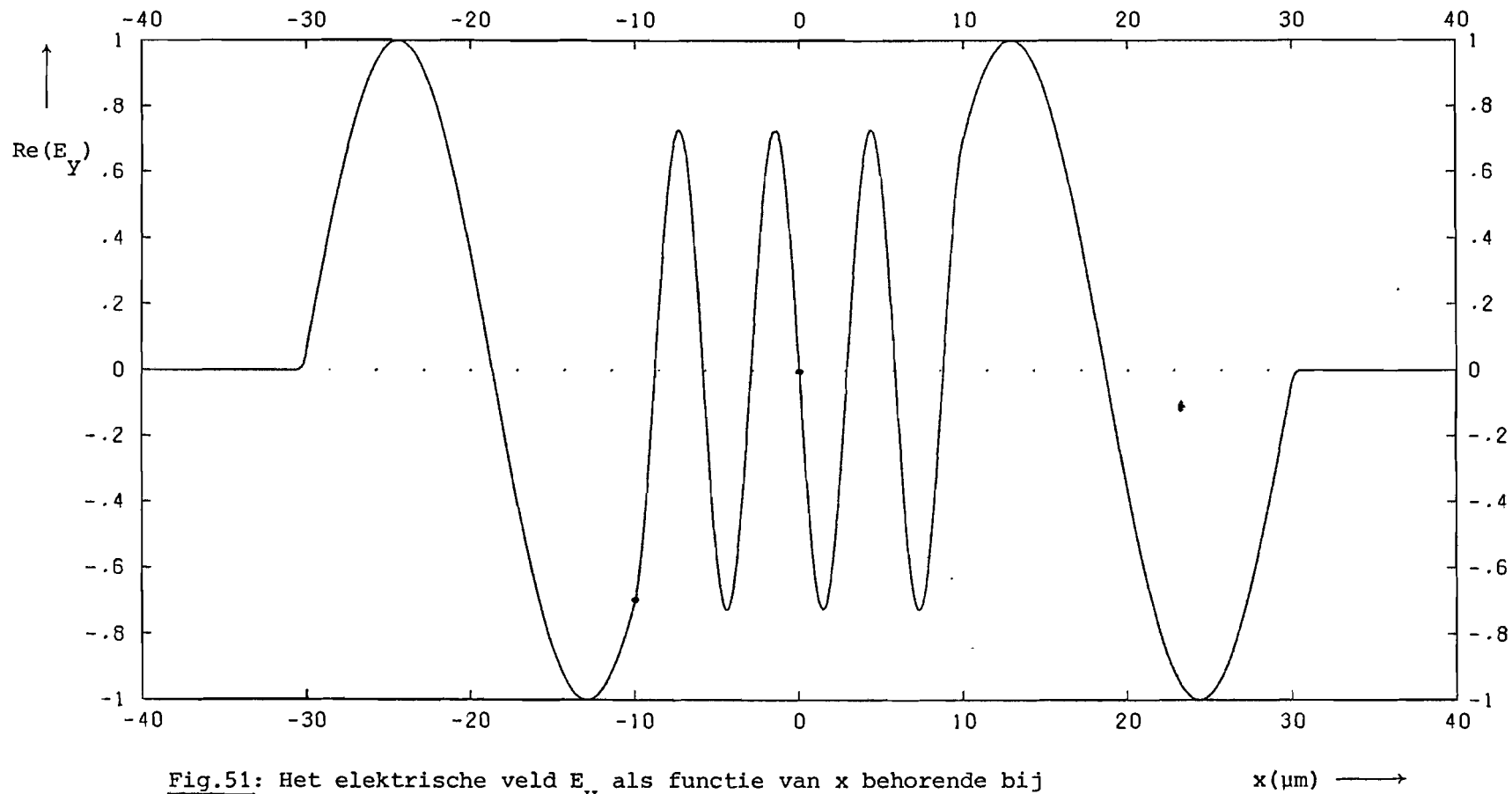


Fig.51: Het elektrische veld E_y als functie van x behorende bij de negende orde oppervlaktegolfmodus (mantelmodus) bij $k_0 a = 60$ in een verliesvrije vijf-media configuratie.

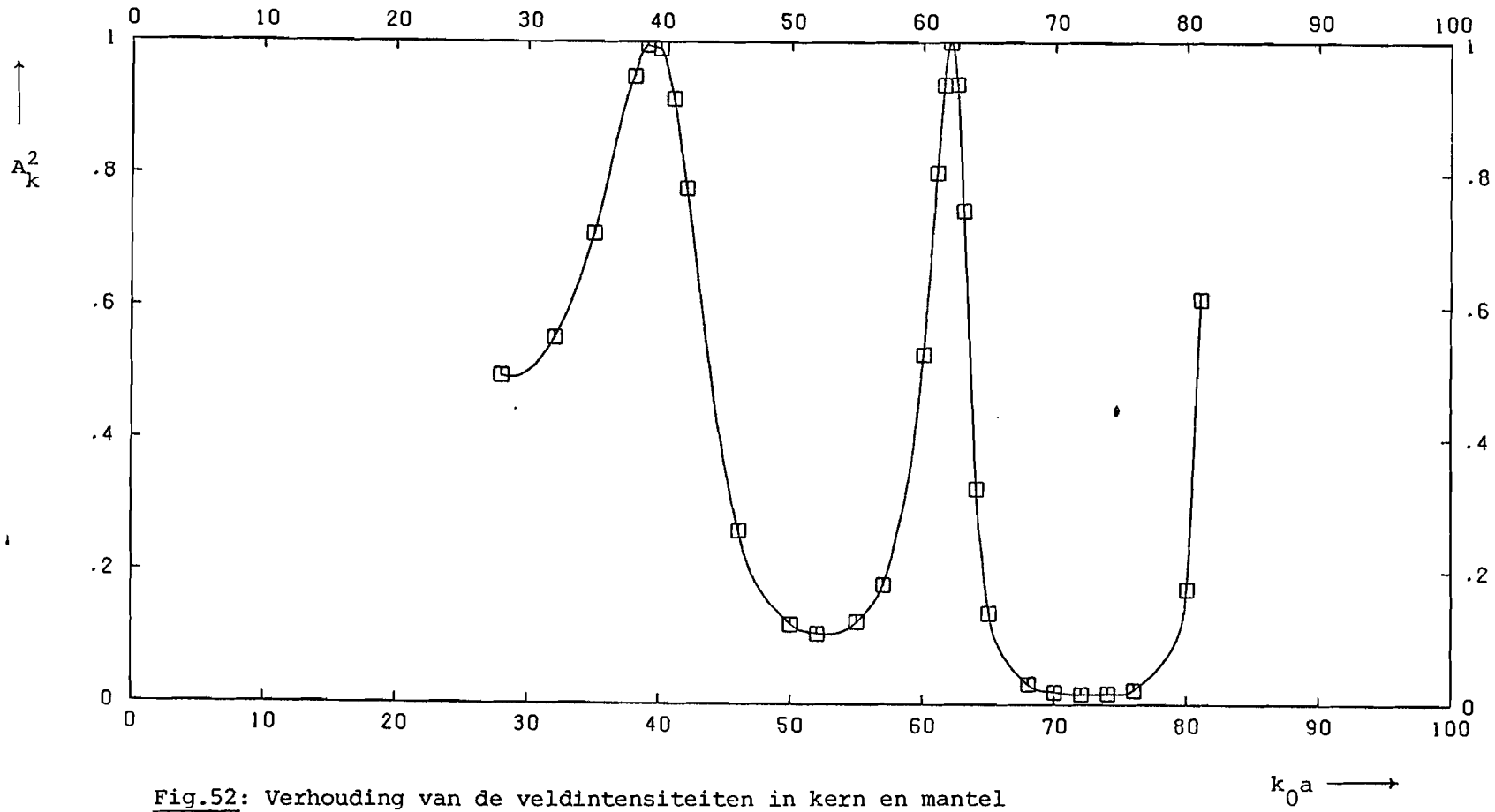


Fig.52: Verhouding van de veldintensiteiten in kern en mantel bij een verliesvrije vijf-media configuratie als functie van $k_0 a$.

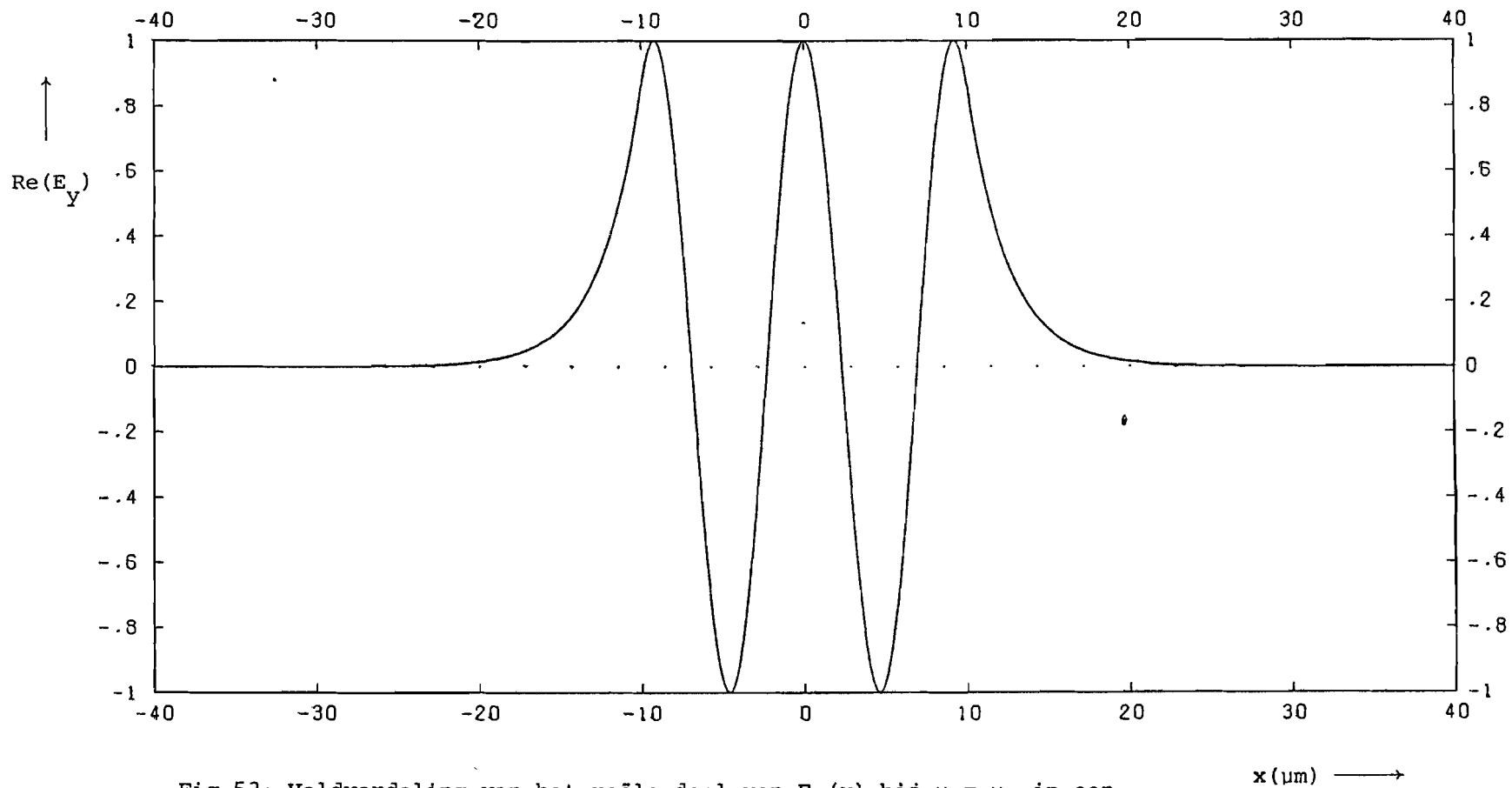


Fig.53: Veldverdeling van het reële deel van $E_y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ in een vijf-media configuratie waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Deze veldverdeling behoort bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus. Hierbij geldt dat $\text{Re}(E_y) = 1$ voor $x = 0$.

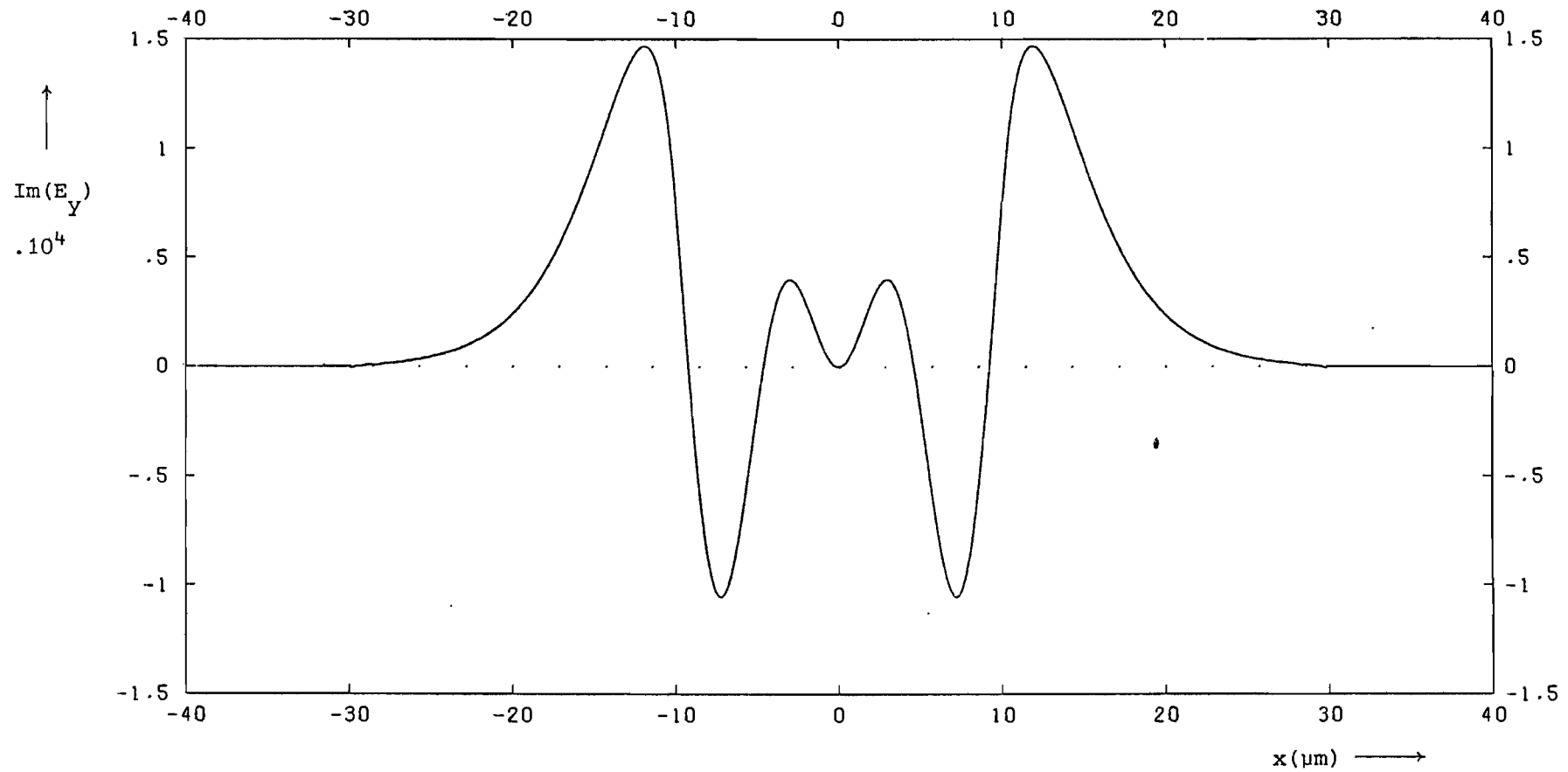


Fig.54: Veldverdeling van het imaginaire deel van $E_y(x)$ bij $\omega = \omega_0$ behorende bij de vierde orde oppervlaktegolfmodus in een vijf-media planaire golfgeleider, waarvan de kern een absorptielijn vertoont. Hierbij geldt dat $\text{Im}(E_y) = 0$ voor $x = 0$.

9. Conclusies.

In dit afstudeeronderzoek is een methode ontwikkeld om de complexe propagatieconstante en de veldgrootheden te berekenen met behulp van het overdrachtsmatrixformalisme. Teneinde deze propagatieconstante en de bijbehorende veldverdeling te kunnen berekenen, is een rekenmachineprogramma ontworpen.

De berekeningen zijn uitgevoerd voor een drie- en een vijf-media configuratie waarbij we een viertal structuren kunnen onderscheiden. Deze structuren zijn achtereenvolgens: verliesvrije media, verliezende kern, verliezende mantel, en verliezende kern en mantel.

Als model voor de verliezen is een enkele absorptielijn genomen.

De invloed van zo'n absorptielijn in bulkmateriaal op de demping en fasevertraging hangt samen met het reële en imaginaire deel van de brekingsindex van het beschouwde bulkmateriaal. De invloed van een absorptielijn in kern en/of mantel op de fasevertraging van een bepaalde oppervlaktegolfmodus is zeer gering. Daarom beschouwen we de relatieve fasevertraging ten opzichte van de fasevertraging bij een verliesvrije configuratie. De invloed van een absorptielijn in kern en/of mantel op de demping en relatieve fasevertraging vertoont hetzelfde gedrag als dat bij bulkmateriaal. In een configuratie met verliezende kern en mantel zijn de demping en relatieve fasevertraging nagenoeg gelijk voor de verschillende oppervlaktegolfmodi in de omgeving van de centrale frequentie van de absorptielijn, zolang deze frequentie ver van de afsnijfrequentie van de betreffende modus is gelegen. Echter, in een configuratie met alleen een verliezende mantel nemen de demping en relatieve fasevertraging sterk toe voor hogere orde oppervlaktegolfmodi.

Een absorptielijn in kern en/of mantel blijkt nagenoeg geen invloed te hebben op het reële deel van de elektrische veldsterkte E_y . Het imaginaire deel van E_y blijkt in een configuratie met verliezende kern een polariteit te hebben, tegengesteld aan die in dezelfde configuratie met verliezende mantel. In een configuratie met verliezende kern en mantel is het imaginaire deel van E_y ongeveer de som van de elektrische veldsterkten in de corresponderende configuraties met verliezende kern en verliezende mantel, zodat het imaginaire deel van E_y daarin zeer klein is.

Bij vergelijking van oppervlaktegolfmodi in een drie- en vijf-media configuratie valt op, dat beide vrijwel hetzelfde gedrag vertonen voor frequenties een eindje boven de afsnijfrequentie van de betreffende modus in de drie-media configuratie. Dit is te verklaren door de geringe invloed van de luchtlagen bij de vijf-media configuratie, vanwege de geringe veldsterkte in de luchtlagen. Maar de fasevertraging, groepvertraging en pulsverbreding van een mantelmodus in de vijf-media configuratie vertonen een afwijkend gedrag. Dit afwijkende gedrag hangt nauw samen met de verhouding tussen de maximale veldintensiteiten in kern en mantel.

De gebruikte programmeertaal is ALGOL, en voor de verwerking van het programma is gebruik gemaakt van de Burroughs 7700 van TH Eindhoven. De berekening van de complexe propagatieconstante behorende bij de eerste vijf oppervlaktegolfmodi in een drie-media configuratie bestaande uit de vier structuren zoals op blz.84 genoemd, in de nabijheid van $\omega = \omega_0$ bedraagt 12 sec CPU-tijd. Dezelfde berekening voor de eerste tien oppervlaktegolfmodi in een vijf-media configuratie vergt 40 sec CPU-tijd. De hoeveelheid rekentijd hangt namelijk samen met het verschil tussen de fasevertraging van een bepaalde oppervlaktegolfmodus bij $\omega \rightarrow \infty$ en de fasevertraging bij de te beschouwen waarden van $k_0 a$.

10. Slotwoord.

Tot slot wil ik nog mijn dank uitspreken aan mijn begeleidend hoogleraar Prof.dr.ir. A.T. de Hoop, en aan mijn coach Ir. H.M. de Ruiter voor de hulp en ondersteuning die ik tijdens het afstuderen heb mogen ontvangen.

Literatuur.

1. Collegedictaat Technische Hogeschool Delft,
Electromagnetic theory of optical waveguides,
A.T. de Hoop en H.Blok, september 1979.
2. Theory of dielectric optical waveguides,
Dietrich Marcuse, hoofdstuk 1,
Academic Press te New York, 1974.

Appendix A:

Invloed van een absorptielijn op $\hat{\epsilon}(\underline{r}, \omega)$.

Naast de reeds eerder besproken elektromagnetische veldgrootheden (blz.2) bestaan er nog een tweetal veldgrootheden, namelijk

\underline{P} = elektrische polarisatie (C/m²),

\underline{M} = magnetisatie (A/m).

Gaan we uit van een lokaal reagerend, tijdinvariant, lineair, isotroop en niet-magnetisch medium. De constitutieve relaties die aan al deze eigenschappen voldoen, zien er als volgt uit:

$$(A.1) \quad \underline{P}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 [\chi_e(\underline{r}) \underline{E}(\underline{r}, t) + \int_{-\infty}^t \kappa_e(\underline{r}, t-t') \underline{E}(\underline{r}, t') dt'] ,$$

$$(A.2) \quad \underline{M}(\underline{r}, t) = \underline{0},$$

waarbij χ_e = elektrische susceptibiliteit,

κ_e = diëlektrische relaxatiefunctie.

De eerste term van het rechterlid van (A.1) beschrijft de momentane reactie van het materiaal, terwijl de tweede term de relaxatie-effecten in rekening brengt. De grenzen van de integraal in de relaxatieterm zijn in overeenstemming met het causaliteitsbeginsel gekozen; de momentane waarde van \underline{P} op het tijdstip t kan alleen beïnvloed worden door de waarde van \underline{E} op het tijdsinterval $(-\infty, t]$.

De structuur van de functie κ_e kan men met een simpel model van een elektrisch polariseerbaar atoom uitleggen. In dit model wordt elk atoom beschouwd als een mechanische harmonische oscillator, die geëxciteerd wordt door een elektrisch veld. De massa (m) van deze oscillator is de massa van de elektronenwolk van het atoom, de relaxatietijd (τ) is een geïntroduceerde dampingsterm en de resonantiefrequentie (ω_0) hangt samen met de terugwerkende kracht, welke men kan identificeren met de Coulomb-interactie tussen kern en elektronenwolk (Fig.A.1).

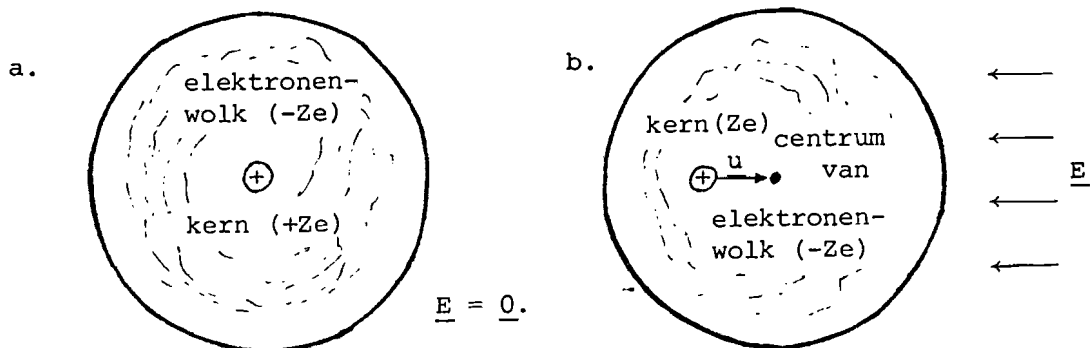


Fig.A.1: Kern en elektronenwolk van een elektrisch polariseerbaar atoom (a) in afwezigheid van een elektrisch veld, en (b) in aanwezigheid van zo'n veld.

Op deze manier verkrijgen we een differentiaalvergelijking met de verplaatsingsvector \underline{u} als parameter:

$$(A.3) \quad m \left[\partial_{\underline{t}}^2 \underline{u} + \tau^{-1} \partial_{\underline{t}} \underline{u} + \omega_0^2 \underline{u} \right] = \underline{F}_e,$$

waarbij $m = Z m_e$,

$Z =$ atoomnummer,

$m_e =$ massa elektron ($m_e = 9,1096 \cdot 10^{-31} \text{kg}$),

$\underline{F}_e =$ elektrische kracht.

Voor de Coulomb-interactie geldt dat

$$(A.4) \quad m \omega_0^2 r_0 = Z^2 e^2 / 4 \pi \epsilon_0 r_0^2,$$

waarbij $e =$ elementaire lading ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$),

$r_0 =$ straal van een bolvormig atoom,

terwijl

$$(A.5) \quad \underline{F}_e = - Z e \underline{E}.$$

De resulterende elektrische polarisatie is dan

$$(A.6) \quad \underline{P} = n \underline{p} = - n Z e \underline{u},$$

waarbij $n =$ atoomdichtheid,

$\underline{p} =$ elektrisch moment van een atoom.

De vergelijkingen (A.3) t/m (A.6) leiden tot de volgende constitutieve relaties tussen \underline{P} en \underline{E} :

$$(A.7) \quad \partial_{\underline{t}}^2 \underline{P} + \tau^{-1} \partial_{\underline{t}} \underline{P} + \omega_0^2 \underline{P} = 3 n V_0 \omega_0^2 \epsilon_0 \underline{E},$$

waarbij $V_0 = 4 \pi r_0^3 / 3$ het volume is dat de elektronenwolk van het atoom in beslag neemt.

Uit (A.4) volgt dat $\omega_0 = \left(\frac{Z e^2}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{3 V_0} \right)^{1/2},$

Introduceer de plasmafrequentie als $\omega_p = \left(\frac{n Z e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^{1/2},$

dan is $3 n V_0 \omega_0^2 = \omega_p^2.$

Vergelijking (A.7) gaat dan over in:

$$(A.8) \quad \partial_{\underline{t}}^2 \underline{P} + \tau^{-1} \partial_{\underline{t}} \underline{P} + \omega_0^2 \underline{P} = \omega_p^2 \epsilon_0 \underline{E}.$$

De oplossing van deze differentiaalvergelijking wordt gegeven door

$$(A.9) \quad \underline{P}(\underline{r}, t) = \epsilon_0 \omega_p^2 \left(\omega_0 - \frac{1}{4\tau^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t'}{2\tau}\right) \sin\left\{\left(\omega_0^2 - \frac{1}{4\tau^2}\right)^{\frac{1}{2}} t'\right\} \underline{E}(\underline{r}, t-t') dt'.$$

Deze oplossing is inderdaad van de vorm (A.1).

De corresponderende constitutieve relaties in het frequentiedomein zijn:

$$\underline{\hat{P}}(\underline{r}, \omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}_e(\underline{r}, \omega) \underline{\hat{E}}(\underline{r}, \omega),$$

$$\underline{\hat{M}}(\underline{r}, \omega) = \underline{0},$$

waarbij $\hat{\chi}_e = \chi_e(\underline{r}) + \int_0^\infty \exp(-j\omega t') \kappa_e(\underline{r}, t') dt'$ de complexe elektrische susceptibiliteit in het frequentiedomein voorstelt. Evenzo geldt dat $\hat{\epsilon}(\underline{r}, \omega) = \epsilon_0 (1 + \hat{\chi}_e(\underline{r}, \omega))$.

Door transformatie van vergelijking (A.8) naar het frequentiedomein, verkrijgen we een uitdrukking voor $\hat{\chi}_e$ behorende bij het model van een polariseerbaar atoom:

$$(A.10) \quad [-\omega^2 + j\omega/\tau + \omega_0^2] \underline{\hat{P}} = \omega_p^2 \epsilon_0 \underline{\hat{E}}.$$

$$\text{Zodoende geldt dat: } \hat{\chi}_e = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega/\tau}.$$

De invloed van zo'n absorptielijn op $\hat{\epsilon}(\underline{r}, \omega)$ wordt dan

$$\hat{\epsilon}(\underline{r}, \omega) = \epsilon_0 \left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\Delta} \right],$$

waarbij $\Delta = 1/\tau$ de lijnbreedte van de absorptielijn voorstelt.

INVOEREGEGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 3
 BRON IN MEDIUM (S) 2
 X1 = -1.0000E-05
 X2 = 1.0000E-05
 DE FREQUENTIE (WJ) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (K0) BEDRAAGT 4.5696E+06

 EPS1 = 2.25
 MU 1 = 1.00

 EPS2 = 2.28
 MU 2 = 1.00

 EPS3 = 2.25
 MU 3 = 1.00

KX2 * A	KZ / K0	TAN(KX2 * A)	J*KX1 / KX2	-KX2 / J*KX1
0.00	1.50996689	0.00		0.00
0.15	1.50996332	0.15	52.76	-0.02
0.30	1.50995261	0.31	26.36	-0.04
0.45	1.50993477	0.48	17.56	-0.06
0.60	1.50990980	0.68	13.15	-0.08
0.75	1.50987768	0.93	10.51	-0.10
0.90	1.50983843	1.26	8.74	-0.11
1.05	1.50979204	1.74	7.47	-0.13
1.20	1.50973851	2.57	6.52	-0.15
1.35	1.50967785	4.46	5.78	-0.17
1.50	1.50961004	14.10	5.18	-0.19
1.65	1.50953509	-12.60	4.69	-0.21
1.80	1.50945300	-4.29	4.28	-0.23
1.95	1.50936377	-2.51	3.93	-0.25
2.10	1.50926739	-1.71	3.63	-0.28
2.25	1.50916386	-1.24	3.37	-0.30
2.40	1.50905319	-0.92	3.14	-0.32
2.55	1.50893537	-0.67	2.94	-0.34
2.70	1.50881040	-0.47	2.76	-0.36
2.85	1.50867827	-0.30	2.59	-0.39
3.00	1.50853899	-0.14	2.44	-0.41
3.15	1.50839256	0.01	2.31	-0.43
3.30	1.50823896	0.16	2.18	-0.46
3.45	1.50807821	0.32	2.06	-0.48
3.60	1.50791029	0.49	1.96	-0.51
3.75	1.50773521	0.70	1.86	-0.54
3.90	1.50755296	0.95	1.77	-0.57
4.05	1.50736354	1.28	1.68	-0.60
4.20	1.50716694	1.78	1.60	-0.63
4.35	1.50696317	2.64	1.52	-0.66
4.50	1.50675222	4.64	1.45	-0.69
4.65	1.50653409	16.01	1.38	-0.73

KX2 * A	KZ / KO	TAN(KX2 * A)	J*KX1 / KX2	-KX2 / J*KX1
4.80	1.50630877	-11.38	1.31	-0.76
4.95	1.50607627	-4.13	1.25	-0.80
5.10	1.50583657	-2.45	1.19	-0.84
5.25	1.50558968	-1.68	1.13	-0.89
5.40	1.50533559	-1.22	1.07	-0.93
5.55	1.50507430	-0.90	1.02	-0.98
5.70	1.50480580	-0.66	0.96	-1.04
5.85	1.50453010	-0.46	0.91	-1.10
6.00	1.50424718	-0.29	0.86	-1.16
6.15	1.50395704	-0.13	0.81	-1.23
6.30	1.50365968	0.02	0.76	-1.31
6.45	1.50335509	0.17	0.71	-1.41
6.60	1.50304327	0.33	0.66	-1.51
6.75	1.50272422	0.50	0.61	-1.63
6.90	1.50239793	0.71	0.56	-1.78
7.05	1.50206439	0.96	0.51	-1.96
7.20	1.50172360	1.30	0.46	-2.19
7.35	1.50137556	1.81	0.40	-2.50
7.50	1.50102026	2.71	0.34	-2.97
7.65	1.50065770	4.83	0.27	-3.77
7.80	1.50028786	18.51	0.17	-5.81
7.95		-10.38		
8.10		-3.98		
8.25		-2.39		
8.40		-1.65		
8.55		-1.20		
8.70		-0.89		
8.85		-0.65		
9.00		-0.45		

INVOERGEDGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 3
 BRON IN MEDIUM (S) 2
 X1 = -1.0000E-05
 X2 = 1.0000E-05
 DE FREQUENTIE (W0) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (K0) BEDRAAGT 4.5696E+06

EPS1 = 2.25
MU 1 = 1.00

EPS2 = 2.28
MU 2 = 1.00

EPS3 = 2.25
MU 3 = 1.00

DE OPLOSSINGEN VAN DE VERGELIJKING
(KZ) = 0 BIJ VERLIESVRIJE MEDIA ZIJN:

Z / K0 = 1.50965879676E+00
Z / K0 = 1.50873872390E+00
Z / K0 = 1.50722125468E+00
Z / K0 = 1.50514000189E+00
Z / K0 = 1.50258084007E+00
Z / K0 = 1.50002561693E+00

NVOERGEGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 5
 BRON IN MEDIUM (S) 2
 X1 = -3.0000E-05
 X2 = -1.0000E-05
 X3 = 1.0000E-05
 X4 = 3.0000E-05
 DE FREQUENTIE (W0) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (K0) BEDRAAGT 4.5696E+06

 EPS1 = 1.00
 MU 1 = 1.00

 EPS2 = 2.25
 MU 2 = 1.00

 EPS3 = 2.28
 MU 3 = 1.00

 EPS4 = 2.25
 MU 4 = 1.00

 EPS5 = 1.00
 MU 5 = 1.00

DE OPLOSSINGEN VAN DE VERGELIJKING
(KZ) = 0 BIJ VERLIESVRIJE MEDIA ZIJN:

Z / K0 = 1.50965879676E+00
Z / K0 = 1.50873872390E+00
Z / K0 = 1.50722125468E+00
Z / K0 = 1.50514000189E+00
Z / K0 = 1.50258083997E+00

INVOERGEGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 5
 ERON IN MEDIUM (S) 2
 X1 = -3.00000E-05
 X2 = -1.00000E-05
 X3 = 1.00000E-05
 X4 = 3.00000E-05
 DE FREQUENTIE (KC) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (KC) BEDRAAGT 4.5696E+06

EPS1 = 1.00
 MU 1 = 1.00

EPS2 = 2.25
 MU 2 = 1.00

EPS3 = 2.28
 MU 3 = 1.00

EPS4 = 2.25
 MU 4 = 1.00

EPS5 = 1.00
 MU 5 = 1.00

LIGGING RECHTHOEK: DE RESULTATEN ZIJN:
 =====
 DZH= 1.0000000E-03 L= 10 IC = 5.0000000E+00 + -6.9480E-12*I
 DZV= 1.0000000E-06 M= 10 I1 = 7.5336737E+00 + -5.9860E-06*I
 KZN= 1.5000002E+00 -4.73E-06*I I2 = 1.1351276E+01 + -1.7944E-05*I

LIGGING RECHTHOEK: DE RESULTATEN ZIJN:
 =====
 DZH= 5.0000000E-04 L= 10 IC = 1.0000000E+00 + -1.8528E-11*I
 DZV= 5.0000000E-07 M= 10 I1 = 1.5027934E+00 + 3.4107E-05*I
 KZN= 1.5000002E+00 -4.73E-06*I I2 = 2.2583877E+00 + 1.0232E-04*I

DE GEVONDEN CPLCSSING BEDRAAGT:
 DZH= 7.45056059704E-11 L= 1
 DZV= 9.31322574632E-15 M= 1
 KZN= 1.50258083994E+00 + -6.9353E-15*I

LIGGING RECHTHOEK: DE RESULTATEN ZIJN:
 =====
 DZH= 5.0000000E-04 L= 10 IC = 4.0000000E+00 + 0. *I
 DZV= 5.0000000E-07 M= 10 I1 = 6.0309969E+00 + -8.7554E-06*I
 KZN= 1.5050002E+00 -4.73E-06*I I2 = 9.0932424E+00 + -2.6402E-05*I

LIGGING RECHTHOEK: DE RESULTATEN ZIJN:
 =====
 DZH= 2.5000000E-04 L= 10 IC = 2.0000000E+00 + 0. *I
 DZV= 2.5000000E-07 M= 10 I1 = 3.0122540E+00 + -1.8240E-06*I
 KZN= 1.5050002E+00 -2.23E-06*I I2 = 4.5368390E+00 + -5.4943E-06*I

LIGGING RECHTHOEK:

DE RESULTATEN ZIJN:

=====

=====

DZH=	1.2500000E-04	L= 1C	IC =	1.0000000E+00	+ 0.	*I
DZV=	1.2500000E-07	M= 1C	I1 =	1.5051861E+00	+ -3.1294E-07*I	
KZN=	1.5050002E+00	-9.80E-07*I	I2 =	2.2655852E+00	+ -9.4211E-07*I	

DE GEVONDEN OPLICSSING BEDRAAGT:

DZH=	7.45058059704E-11	L= 1
DZV=	9.31322574624E-15	M= 1
KZN=	1.50514000187E+00	+ -7.0017E-15*I

LIGGING RECHTHOEK:

DE RESULTATEN ZIJN:

=====

=====

DZH=	1.2500000E-04	L= 1C	IC =	1.0000000E+00	+ 0.	*I
DZV=	1.2500000E-07	M= 1C	I1 =	1.5071884E+00	+ -3.4241E-07*I	
KZN=	1.5062502E+00	-9.80E-07*I	I2 =	2.2716169E+00	+ -1.0321E-06*I	

DE GEVONDEN OPLICSSING BEDRAAGT:

DZH=	7.45058059704E-11	L= 1
DZV=	9.31322574624E-15	M= 1
KZN=	1.50722125467E+00	+ -7.0017E-15*I

LIGGING RECHTHOEK:

DE RESULTATEN ZIJN:

=====

=====

DZH=	2.5000000E-04	L= 1C	IC =	2.0000000E+00	+ 0.	*I
DZV=	2.5000000E-07	M= 1C	I1 =	3.0182595E+00	+ -1.2099E-06*I	
KZN=	1.5075002E+00	-2.23E-06*I	I2 =	4.5549457E+00	+ -3.6524E-06*I	

LIGGING RECHTHOEK:

DE RESULTATEN ZIJN:

=====

=====

DZH=	1.2500000E-04	L= 1C	IC =	1.0000000E+00	+ 0.	*I
DZV=	1.2500000E-07	M= 1C	I1 =	1.5086891E+00	+ -3.1439E-07*I	
KZN=	1.5075002E+00	-9.80E-07*I	I2 =	2.2761428E+00	+ -9.4864E-07*I	

DE GEVONDEN OPLICSSING BEDRAAGT:

DZH=	7.45058039704E-11	L= 1
DZV=	9.31322574624E-15	M= 1
KZN=	1.50873872393E+00	+ -7.0017E-15*I

LIGGING RECHTHOEK:

DE RESULTATEN ZIJN:

=====

=====

DZH=	1.2500000E-04	L= 1C	IC =	1.0000000E+00	+ 0.	*I
DZV=	1.2500000E-07	M= 1C	I1 =	1.5096878E+00	+ -3.1697E-07*I	
KZN=	1.5087502E+00	-9.80E-07*I	I2 =	2.2791574E+00	+ -9.5716E-07*I	

DE GEVONDEN OPLICSSING BEDRAAGT:

DZH=	7.45058059704E-11	L= 1
DZV=	9.31322574624E-15	M= 1
KZN=	1.50965879676E+00	+ -7.0017E-15*I

W	KOA	EPS(W)	BREKINGSINDEX N(W)
1.3500E+15	45.000	2.25000149971E+00 -3.5642E-07*I	1.50000049990E+00 -1.1881E-07*I
1.3530E+15	45.100	2.25000171580E+00 -4.7675E-07*I	1.50000057193E+00 -1.5892E-07*I
1.3560E+15	45.200	2.25000199558E+00 -6.6704E-07*I	1.50000066520E+00 -2.2235E-07*I
1.3590E+15	45.300	2.25000236106E+00 -9.8965E-07*I	1.50000078703E+00 -3.2988E-07*I
1.3620E+15	45.400	2.25000282079E+00 -1.5837E-06*I	1.50000094027E+00 -5.2790E-07*I
1.3650E+15	45.500	2.25000325301E+00 -2.7617E-06*I	1.50000108434E+00 -9.2057E-07*I
1.3660E+15	45.533	2.25000329340E+00 -3.3706E-06*I	1.50000109781E+00 -1.1235E-06*I
1.3670E+15	45.567	2.25000318926E+00 -4.1074E-06*I	1.50000106309E+00 -1.3691E-06*I
1.3680E+15	45.600	2.25000284534E+00 -4.9401E-06*I	1.50000094845E+00 -1.6467E-06*I
1.3690E+15	45.633	2.25000216403E+00 -5.7613E-06*I	1.50000072135E+00 -1.9204E-06*I
1.3700E+15	45.667	2.25000111797E+00 -6.3732E-06*I	1.50000037266E+00 -2.1244E-06*I
1.3709E+15	45.696	2.25000000000E+00 -6.5651E-06*I	1.50000000001E+00 -2.1884E-06*I
1.3720E+15	45.733	2.24999859772E+00 -6.2449E-06*I	1.49999953258E+00 -2.0816E-06*I
1.3730E+15	45.767	2.24999764300E+00 -5.5549E-06*I	1.49999921434E+00 -1.8516E-06*I
1.3740E+15	45.800	2.24999705829E+00 -4.7148E-06*I	1.49999901943E+00 -1.5716E-06*I
1.3750E+15	45.833	2.24999678810E+00 -3.9008E-06*I	1.49999892937E+00 -1.3003E-06*I
1.3760E+15	45.867	2.24999673048E+00 -3.1968E-06*I	1.49999891016E+00 -1.0656E-06*I
1.3770E+15	45.900	2.24999679659E+00 -2.6216E-06*I	1.49999893220E+00 -8.7388E-07*I
1.3800E+15	46.000	2.24999724644E+00 -1.5141E-06*I	1.49999908215E+00 -5.0470E-07*I
1.3830E+15	46.100	2.24999769908E+00 -9.5315E-07*I	1.49999923303E+00 -3.1772E-07*I
1.3860E+15	46.200	2.24999805617E+00 -6.4619E-07*I	1.49999935206E+00 -2.1540E-07*I

KOA	BREL / KO	DB / DKO	0.5 * DOB / DDKO
45.00	4.9990E-07		
45.05	5.3368E-07	3.2986E-05	
45.10	5.7193E-07	3.7465E-05	4.870E-05
45.15	6.1547E-07	4.2727E-05	5.699E-05
45.20	6.6520E-07	4.8862E-05	6.563E-05
45.25	7.2210E-07	5.5854E-05	7.257E-05
45.30	7.8703E-07	6.3376E-05	7.254E-05
45.35	8.6025E-07	7.0361E-05	5.234E-05
45.40	9.4027E-07	7.3844E-05	-1.936E-05
45.45	1.0208E-06	6.6489E-05	-2.105E-04
45.50	1.0843E-06	3.1743E-05	-6.368E-04
45.55	1.0883E-06	-6.0880E-05	-1.308E-03
45.60	9.4845E-07	-2.2990E-04	-2.188E-03
45.61	8.9330E-07	-2.7565E-04	-2.420E-03
45.62	8.2719E-07	-3.2669E-04	-2.579E-03
45.63	7.4971E-07	-3.7880E-04	-2.586E-03
45.64	6.6083E-07	-4.3015E-04	-2.494E-03
45.65	5.6093E-07	-4.7857E-04	-2.286E-03
45.66	4.5092E-07	-5.2160E-04	-1.957E-03
45.67	3.3226E-07	-5.5686E-04	-1.513E-03
45.68	2.0691E-07	-5.8213E-04	-9.707E-04
45.69	7.7300E-08	-5.9569E-04	-3.645E-04
45.70	-5.3871E-08	-5.9671E-04	2.647E-04
45.71	-1.8382E-07	-5.8510E-04	8.778E-04
45.72	-3.0980E-07	-5.6160E-04	1.431E-03
45.73	-4.2935E-07	-5.2787E-04	1.889E-03
45.74	-5.4047E-07	-4.8603E-04	2.237E-03
45.75	-6.4164E-07	-4.3840E-04	2.465E-03
45.76	-7.3184E-07	-3.8745E-04	2.573E-03
45.77	-8.1066E-07	-3.3549E-04	2.577E-03
45.78	-8.7809E-07	-2.8437E-04	2.499E-03
45.79	-9.3451E-07	-2.3554E-04	2.284E-03
45.80	-9.8057E-07	-1.9300E-04	2.026E-03
45.85	-1.0870E-06	-4.1023E-05	1.161E-03
45.90	-1.0678E-06	3.9293E-05	5.447E-04
45.95	-9.9915E-07	6.7913E-05	1.678E-04
46.00	-9.1785E-07	7.2854E-05	3.613E-06
46.05	-8.3977E-07	6.8635E-05	-5.632E-05
46.10	-7.6697E-07	6.1590E-05	-7.204E-05
46.15	-7.0350E-07	5.4227E-05	
46.20	-6.4794E-07		

ABSORPTIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE GOLFGEELEIDER,
 WAARRIJ $X[1] = -10 \text{ UM}$, $X[2] = 10 \text{ UM}$ EN
 $\text{EPS}[1] = 2.25$, $\text{EPS}[2] = 2.28$ EN $\text{EPS}[3] = 2.25$.

1. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(1) / KO	ALFA(4) / KO
45.000	1.1840E-07	1.1709E-07	1.0057E-07
45.100	1.5837E-07	1.5663E-07	1.3476E-07
45.200	2.2159E-07	2.1916E-07	1.8889E-07
45.300	3.2876E-07	3.2519E-07	2.8072E-07
45.400	5.2611E-07	5.2043E-07	4.4999E-07
45.500	9.1748E-07	9.0763E-07	7.8602E-07
45.600	1.6412E-06	1.6237E-06	1.4083E-06
45.650	2.0293E-06	2.0077E-06	1.7427E-06
45.696	2.1811E-06	2.1580E-06	1.8744E-06
45.750	1.9711E-06	1.9502E-06	1.6953E-06
45.800	1.5664E-06	1.5499E-06	1.3483E-06
45.900	8.7101E-07	8.6189E-07	7.5086E-07
46.000	5.0305E-07	4.9782E-07	4.3432E-07
46.100	3.1669E-07	3.1341E-07	2.7382E-07
46.200	2.1470E-07	2.1249E-07	1.8591E-07

2. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(1) / KO	ALFA(4) / KO
45.000	4.3395E-10	1.8109E-09	1.8715E-08
45.100	5.7700E-10	2.4074E-09	2.4791E-08
45.200	8.0254E-10	3.3479E-09	3.4355E-08
45.300	1.1837E-09	4.9371E-09	5.0487E-08
45.400	1.8830E-09	7.8530E-09	8.0031E-08
45.500	3.2645E-09	1.3612E-08	1.3825E-07
45.600	5.8050E-09	2.4202E-08	2.4499E-07
45.650	7.1560E-09	2.9832E-08	3.0147E-07
45.696	7.6701E-09	3.1973E-08	3.2261E-07
45.750	6.9088E-09	2.8797E-08	2.9004E-07
45.800	5.4741E-09	2.2815E-08	2.2941E-07
45.900	3.0260E-09	1.2610E-08	1.2639E-07
46.000	1.7375E-09	7.2394E-09	7.2330E-08
46.100	1.0874E-09	4.5302E-09	4.5121E-08
46.200	7.3298E-10	3.0530E-09	3.0315E-08

3. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(1) / KO	ALFA(4) / KO
45.000	1.1883E-07	1.1890E-07	1.1928E-07
45.100	1.5895E-07	1.5903E-07	1.5955E-07
45.200	2.2239E-07	2.2251E-07	2.2323E-07
45.300	3.2995E-07	3.3012E-07	3.3119E-07
45.400	5.2799E-07	5.2828E-07	5.2999E-07
45.500	9.2074E-07	9.2124E-07	9.2421E-07
45.600	1.6470E-06	1.6479E-06	1.6532E-06
45.650	2.0364E-06	2.0375E-06	2.0441E-06
45.696	2.1888E-06	2.1899E-06	2.1970E-06
45.750	1.9780E-06	1.9790E-06	1.9854E-06
45.800	1.5719E-06	1.5727E-06	1.5778E-06
45.900	8.7403E-07	8.7450E-07	8.7730E-07
46.000	5.0479E-07	5.0506E-07	5.0667E-07
46.100	3.1777E-07	3.1794E-07	3.1896E-07
46.200	2.1544E-07	2.1555E-07	2.1624E-07

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE GOLFGLEIDER,
 WAARBIJ $x[1] = -10 \text{ UM}$, $x[2] = 10 \text{ UM}$ EN
 $\text{EPS}[1] = 2.25$, $\text{EPS}[2] = 2.28$ EN $\text{EPS}[3] = 2.25$.

0. KERN EN MANTEL ZIJN REIDE VERLIESVRIJ.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO
45.000	1.50965030844	1.50870507963	1.50239753960
45.100	1.50965154963	1.50870999829	1.50242421043
45.200	1.50965278348	1.50871488843	1.50245077035
45.300	1.50965401017	1.50871975017	1.50247721936
45.400	1.50965522970	1.50872458391	1.50250355745
45.500	1.50965644215	1.50872938971	1.50252978459
45.600	1.50965764748	1.50873416784	1.50255590073
45.650	1.50965824757	1.50873654653	1.50256891715
45.696	1.50965879676	1.50873872390	1.50258084007
45.750	1.50965944244	1.50874128354	1.50259486686
45.800	1.50966003732	1.50874364184	1.50260780021
45.900	1.50966122180	1.50874833822	1.50263358363
46.000	1.50966239951	1.50875300767	1.50265925632
46.100	1.50966357047	1.50875765050	1.50268481829
46.200	1.50966473459	1.50876226695	1.50271026984

1. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO
45.000	1.50965080659	1.50870557228	1.50239796283
45.100	1.50965211957	1.50871056198	1.50242469547
45.200	1.50965344644	1.50871554407	1.50245133541
45.300	1.50965479450	1.50872052604	1.50247788911
45.400	1.50965616677	1.50872551084	1.50250435896
45.500	1.50965752281	1.50873045877	1.50253071044
45.600	1.50965859280	1.50873510302	1.50255671184
45.650	1.50965880659	1.50873709969	1.50256939723
45.696	1.50965879680	1.50873872387	1.50258084004
45.750	1.50965880291	1.50874065080	1.50259431681
45.800	1.50965905996	1.50874267487	1.50260695889
45.900	1.50966015755	1.50874728504	1.50263266610
46.000	1.50966148470	1.50875210232	1.50265846642
46.100	1.50966280595	1.50875689392	1.50268415733
46.200	1.50966408874	1.50876162773	1.50270971056

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ $X[1] = -10 \text{ UM}$, $X[2] = 10 \text{ UM}$ EN
 $EPS[1] = 2.25$, $EPS[2] = 2.28$ EN $EPS[3] = 2.25$.

2. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO
45.000	1.50965031021	1.50870508721	1.50239761839
45.100	1.50965155165	1.50871000696	1.50242429966
45.200	1.50965278588	1.50871489840	1.50245087314
45.300	1.50965401302	1.50871976194	1.50247733985
45.400	1.50965523309	1.50872459789	1.50250370000
45.500	1.50965644600	1.50872940576	1.50252994742
45.600	1.50965765087	1.50873418177	1.50255604176
45.650	1.50965824952	1.50873655481	1.50256900018
45.696	1.50965879680	1.50873872387	1.50258084004
45.750	1.50965944020	1.50874127421	1.50259477276
45.800	1.50966003384	1.50874362761	1.50260765702
45.900	1.50966121811	1.50874832278	1.50263342918
46.000	1.50966239633	1.50875299450	1.50265912473
46.100	1.50966356783	1.50875763956	1.50268470938
46.200	1.50966473242	1.50876225777	1.50271017863

3. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO
45.000	1.50965080841	1.50870557991	1.50239804156
45.100	1.50965212163	1.50871057060	1.50242478464
45.200	1.50965344880	1.50871555405	1.50245143818
45.300	1.50965479732	1.50872053778	1.50247800957
45.400	1.50965617012	1.50872552487	1.50250450146
45.500	1.50965752669	1.50873047479	1.50253087324
45.600	1.50965859609	1.50873511698	1.50255635291
45.650	1.50965880859	1.50873710793	1.50256948030
45.696	1.50965879680	1.50873872387	1.50258084011
45.750	1.50965880069	1.50874064148	1.50259422277
45.800	1.50965905652	1.50874266058	1.50260681575
45.900	1.50966015381	1.50874726962	1.50263251166
46.000	1.50966148150	1.50875208921	1.50265833488
46.100	1.50966280329	1.50875688302	1.50268404836
46.200	1.50966408652	1.50876161849	1.50270961940

RELATIEVE DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE
 GOLFGELEIDER, WAARBIJ $X(1) = -10 \text{ UM}$, $X(2) = 10 \text{ UM}$
 EN $\text{EPS}(1) = 2.25$, $\text{EPS}(2) = 2.28$ EN $\text{EPS}(3) = 2.25$.

1°. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(1) / KO	BREL(4) / KO
45.000	4.98156E-07	4.92655E-07	4.23228E-07
45.100	5.69940E-07	5.63683E-07	4.85044E-07
45.200	6.62956E-07	6.55637E-07	5.65065E-07
45.300	7.84334E-07	7.75864E-07	6.69752E-07
45.400	9.37071E-07	9.26928E-07	8.01505E-07
45.500	1.08065E-06	1.06906E-06	9.25851E-07
45.600	9.45322E-07	9.35179E-07	8.11109E-07
45.650	5.59026E-07	5.53162E-07	4.80082E-07
45.696	4.36557E-11	-2.91038E-11	-2.91038E-11
45.750	-6.39528E-07	-6.32746E-07	-5.50048E-07
45.800	-9.77365E-07	-9.66975E-07	-8.41319E-07
45.900	-1.06425E-06	-1.05318E-06	-9.17527E-07
46.000	-9.14806E-07	-9.05347E-07	-7.89907E-07
46.100	-7.64514E-07	-7.56583E-07	-6.60963E-07
46.200	-6.45858E-07	-6.39222E-07	-5.59274E-07

2°. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(1) / KO	BREL(4) / KO
45.000	1.77533E-09	7.58155E-09	7.87841E-08
45.100	2.02272E-09	8.67294E-09	8.92323E-08
45.200	2.40107E-09	9.96806E-09	1.02795E-07
45.300	2.85218E-09	1.17725E-08	1.20490E-07
45.400	3.39060E-09	1.39844E-08	1.42551E-07
45.500	3.84171E-09	1.60508E-08	1.62836E-07
45.600	3.39060E-09	1.39262E-08	1.41023E-07
45.650	1.94996E-09	8.28004E-09	8.30332E-08
45.696	4.36557E-11	-2.91038E-11	-2.91038E-11
45.750	-2.24099E-09	-9.32778E-09	-9.41072E-08
45.800	-3.47791E-09	-1.42318E-08	-1.43191E-07
45.900	-3.69619E-09	-1.54396E-08	-1.54454E-07
46.000	-3.17232E-09	-1.31695E-08	-1.31593E-07
46.100	-2.63390E-09	-1.09430E-08	-1.08907E-07
46.200	-2.16824E-09	-9.18226E-09	-9.12114E-08

3°. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(1) / KO	BREL(4) / KO
45.000	4.99975E-07	5.00280E-07	5.01954E-07
45.100	5.72007E-07	5.72312E-07	5.74219E-07
45.200	6.65314E-07	6.65619E-07	6.67831E-07
45.300	7.87157E-07	7.87608E-07	7.90213E-07
45.400	9.40418E-07	9.40956E-07	9.44012E-07
45.500	1.08454E-06	1.08508E-06	1.08866E-06
45.600	9.48610E-07	9.49134E-07	9.52175E-07
45.650	5.61020E-07	5.61398E-07	5.63159E-07
45.696	4.36557E-11	-2.91038E-11	4.36557E-11
45.750	-6.41754E-07	-6.42060E-07	-6.44097E-07
45.800	-9.80799E-07	-9.81265E-07	-9.84466E-07
45.900	-1.06799E-06	-1.06861E-06	-1.07197E-06
46.000	-9.18008E-07	-9.18459E-07	-9.21442E-07
46.100	-7.67177E-07	-7.67483E-07	-7.69927E-07
46.200	-6.48070E-07	-6.48462E-07	-6.50442E-07

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -10 UM, X[2] = 10 UM EN
 EPS[1] = 2.25, EPS[2] = 2.28 EN EPS[3] = 2.25.
 ALLE MEDIA ZIJN IN DIT GEVAL VERLIESVRIJ.

KOA	B(0) / KO	DB(0)/DKO	0.5*DDB(0)/DDKO
45.000	1.50965030844E+00		
45.100	1.50965154963E+00	1.51020967E+00	
45.200	1.50965278348E+00	1.51020886E+00	-3.984E-06
45.300	1.50965401017E+00	1.51020808E+00	-3.944E-06
45.400	1.50965522970E+00	1.51020729E+00	-3.991E-06
45.500	1.50965644215E+00	1.51020648E+00	-3.942E-06
45.600	1.50965764748E+00	1.51020571E+00	-4.003E-06
45.650	1.50965824757E+00	1.51020530E+00	-4.035E-06
45.696	1.50965879676E+00	1.51020493E+00	-3.821E-06
45.750	1.50965944244E+00	1.51020454E+00	-3.826E-06
45.800	1.50966003732E+00	1.51020414E+00	-4.015E-06
45.900	1.50966122180E+00	1.51020334E+00	-3.885E-06
46.000	1.50966239951E+00	1.51020259E+00	-3.842E-06
46.100	1.50966357047E+00	1.51020180E+00	
46.200	1.50966473459E+00		

KOA	B(1) / KO	DB(1)/DKO	0.5*DDB(1)/DDKO
45.000	1.50870507963E+00		
45.100	1.50870999829E+00	1.51092187E+00	
45.200	1.50871488843E+00	1.51091880E+00	-1.525E-05
45.300	1.50871975017E+00	1.51091577E+00	-1.512E-05
45.400	1.50872458391E+00	1.51091275E+00	-1.512E-05
45.500	1.50872938971E+00	1.51090972E+00	-1.516E-05
45.600	1.50873416784E+00	1.51090668E+00	-1.487E-05
45.650	1.50873654653E+00	1.51090521E+00	-1.478E-05
45.696	1.50873872390E+00	1.51090385E+00	-1.494E-05
45.750	1.50874128354E+00	1.51090222E+00	-1.487E-05
45.800	1.50874364184E+00	1.51090075E+00	-1.474E-05
45.900	1.50874833822E+00	1.51089778E+00	-1.483E-05
46.000	1.50875300767E+00	1.51089482E+00	-1.469E-05
46.100	1.50875765050E+00	1.51089191E+00	
46.200	1.50876226695E+00		

KOA	B(4) / KO	DB(4)/DKO	0.5*DDB(4)/DDKO
45.000	1.50239753960E+00		
45.100	1.50242421043E+00	1.51442769E+00	
45.200	1.50245077035E+00	1.51443073E+00	1.440E-05
45.300	1.50247721936E+00	1.51443344E+00	1.270E-05
45.400	1.50250355745E+00	1.51443581E+00	1.095E-05
45.500	1.50252978459E+00	1.51443782E+00	9.256E-06
45.600	1.50255590073E+00	1.51443951E+00	7.769E-06
45.650	1.50256891715E+00	1.51444026E+00	6.966E-06
45.696	1.50258084007E+00	1.51444086E+00	6.308E-06
45.750	1.50259486686E+00	1.51444151E+00	5.495E-06
45.800	1.50260780021E+00	1.51444201E+00	4.497E-06
45.900	1.50263358363E+00	1.51444271E+00	2.898E-06
46.000	1.50265925632E+00	1.51444317E+00	1.676E-06
46.100	1.50268481829E+00	1.51444338E+00	
46.200	1.50271026984E+00		

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 3-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -10 UM, X[2] = 10 UM EN
 EPS[1] = 2.25, EPS[2] = 2.28 EN EPS[3] = 2.25.

0. KERN EN MANTEL ZIJN BEIDE VERLIESVRIJ.

KOA	BETA(0) / KO	DB(0)/DKO	0.5*DOB(0)/DDKO
45.000	1.50965030844E+00		
45.100	1.50965154963E+00	1.51020967E+00	
45.200	1.50965278348E+00	1.51020886E+00	-3.984E-06
45.300	1.50965401017E+00	1.51020808E+00	-3.944E-06
45.400	1.50965522970E+00	1.51020729E+00	-3.991E-06
45.500	1.50965644215E+00	1.51020648E+00	-3.942E-06
45.600	1.50965764748E+00	1.51020571E+00	-4.003E-06
45.650	1.50965824757E+00	1.51020530E+00	-4.035E-06
45.696	1.50965879676E+00	1.51020493E+00	-3.821E-06
45.750	1.50965944244E+00	1.51020454E+00	-3.826E-06
45.800	1.50966003732E+00	1.51020414E+00	-4.015E-06
45.900	1.50966122180E+00	1.51020334E+00	-3.885E-06
46.000	1.50966239951E+00	1.51020259E+00	-3.842E-06
46.100	1.50966357047E+00	1.51020180E+00	
46.200	1.50966473459E+00		

1. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	DB(0)/DKO	0.5*DOB(0)/DDKO
45.000	1.50965080659E+00		
45.100	1.50965211957E+00	1.51024741E+00	
45.200	1.50965344644E+00	1.51025799E+00	5.888E-05
45.300	1.50965479450E+00	1.51027096E+00	4.374E-05
45.400	1.50965616677E+00	1.51027549E+00	-1.542E-04
45.500	1.50965752281E+00	1.51020930E+00	-8.112E-04
45.600	1.50965859280E+00	1.50995100E+00	-1.790E-03
45.650	1.50965880659E+00	1.50974704E+00	-1.494E-03
45.696	1.50965879630E+00	1.50965590E+00	4.549E-06
45.750	1.50965880291E+00	1.50978365E+00	1.607E-03
45.800	1.50965905996E+00	1.50998379E+00	1.723E-03
45.900	1.50966015755E+00	1.51021675E+00	7.170E-04
46.000	1.50966148470E+00	1.51027061E+00	1.157E-04
46.100	1.50966280595E+00	1.51026302E+00	
46.200	1.50966408874E+00		

1'. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	DB(0)/DKO	0.5*DOB(0)/DDKO
45.000	4.98155714013E-07		
45.100	5.69940311832E-07	3.77418473E-05	
45.200	6.62956153976E-07	4.91272658E-05	6.286E-05
45.300	7.84333678896E-07	6.28875569E-05	4.768E-05
45.400	9.37070581128E-07	6.82007521E-05	-1.502E-04
45.500	1.08065432869E-06	2.82190740E-06	-8.073E-04
45.600	9.45321517064E-07	-2.54704297E-04	-1.786E-03
45.650	5.59026375416E-07	-4.58263632E-04	-1.490E-03
45.696	4.36557456852E-11	-5.49037810E-04	8.370E-06
45.750	-6.39527570456E-07	-4.20889890E-04	1.611E-03
45.800	-9.77364834400E-07	-2.20347822E-04	1.727E-03
45.900	-1.06425432023E-06	1.34063385E-05	7.209E-04
46.000	-9.14806150832E-07	6.80238009E-05	1.195E-04
46.100	-7.64513970352E-07	6.12159328E-05	
46.200	-6.45857653584E-07		

INVOERGEGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 3
 ERON IN MEDIUM (S) 1
 X1 = -1.0000E-05
 X2 = 1.0000E-05
 DE FREQUENTIE (W) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (KC), BEDRAAGT 4.5696E+06

EPS1 = 2.25000000000E+00 + C. *I
 EPS2 = 2.28000000000E+00 + -6.6088E-06*I
 EPS3 = 2.25000000000E+00 + C. *I

DE OPLOSSING VAN DE VERGELIJKING F(KZ) = 0 IS:
 KZ = 1.50965379680E+00 + -2.181106E-06*I

VELDVERDELING VOOR EY(X) EN HZ(X):

X(UM)	EY(X)	HZ(X)
-40	1.24420468E-11 + 3.4155E-14*I	-1.4809E-17 + 5.62705287E-15*I
-38	5.91038957E-11 + 1.5181E-13*I	-6.5632E-17 + 2.67303881E-14*I
-36	2.80763321E-10 + 6.7162E-13*I	-2.8936E-16 + 1.26978303E-13*I
-34	1.33371987E-09 + 2.9550E-12*I	-1.2681E-15 + 6.03189482E-13*I
-32	6.33561615E-09 + 1.2919E-11*I	-5.5182E-15 + 2.86535204E-12*I
-30	3.00962931E-08 + 5.6058E-11*I	-2.3811E-14 + 1.36113814E-11*I
-28	1.42967499E-07 + 2.4106E-10*I	-1.0170E-13 + 6.46588157E-11*I
-26	6.79143401E-07 + 1.0252E-09*I	-4.2889E-13 + 3.07150049E-10*I
-24	3.22615826E-06 + 4.3008E-09*I	-1.7798E-12 + 1.45906542E-09*I
-22	1.53253300E-05 + 1.7725E-08*I	-7.2314E-12 + 6.93104827E-09*I
-20	7.28004379E-05 + 7.1353E-08*I	-2.8541E-11 + 3.29247943E-08*I
-18	3.45826392E-04 + 2.7791E-07*I	-1.0797E-10 + 1.56403765E-07*I
-16	1.64279080E-03 + 1.0302E-06*I	-3.8177E-10 + 7.42970076E-07*I
-14	7.80380441E-03 + 3.5165E-06*I	-1.1906E-09 + 3.52935569E-06*I
-12	3.70706736E-02 + 1.0182E-05*I	-2.6967E-09 + 1.67656162E-05*I
-10	1.76098057E-01 + 1.7190E-05*I	1.2467E-09 + 7.96423279E-05*I
-8	4.40159384E-01 + 1.2544E-05*I	1.4077E-09 + 7.26477046E-05*I
-6	6.70239305E-01 + 7.7760E-06*I	1.3205E-09 + 6.00444969E-05*I
-4	8.48575077E-01 + 3.6956E-06*I	1.0159E-09 + 4.28057040E-05*I
-2	9.61398731E-01 + 9.6100E-07*I	5.5059E-10 + 2.22622037E-05*I
0	1.00000000E+00 + 0. *I	-5.8228E-15 + 5.58535360E-12*I
2	9.61398769E-01 + 9.6104E-07*I	-5.5060E-10 + -2.22621925E-05*I
4	8.48575150E-01 + 3.6957E-06*I	-1.0159E-09 + -4.28056945E-05*I
6	6.70239408E-01 + 7.7761E-06*I	-1.3205E-09 + -6.00444895E-05*I
8	4.40159508E-01 + 1.2544E-05*I	-1.4077E-09 + -7.26476997E-05*I
10	1.76098193E-01 + 1.7190E-05*I	-1.2467E-09 + -7.96423260E-05*I
12	3.70707022E-02 + 1.0182E-05*I	2.6967E-09 + -1.67656292E-05*I
14	7.80381044E-03 + 3.5165E-06*I	1.1906E-09 + -3.52935841E-06*I
16	1.64279207E-03 + 1.0302E-06*I	3.8177E-10 + -7.42970650E-07*I
18	3.45826659E-04 + 2.7791E-07*I	1.0797E-10 + -1.56403886E-07*I
20	7.28004941E-05 + 7.1353E-08*I	2.8541E-11 + -3.29246197E-08*I
22	1.53253419E-05 + 1.7725E-08*I	7.2315E-12 + -6.93105362E-09*I
24	3.22616075E-06 + 4.3008E-09*I	1.7798E-12 + -1.45906654E-09*I
26	6.79143925E-07 + 1.0252E-09*I	4.2889E-13 + -3.07150287E-10*I
28	1.42967599E-07 + 2.4106E-10*I	1.0170E-13 + -6.46588656E-11*I
30	3.00963213E-08 + 5.6058E-11*I	2.3811E-14 + -1.36113919E-11*I
32	6.33562104E-09 + 1.2919E-11*I	5.5182E-15 + -2.86535425E-12*I
34	1.33372090E-09 + 2.9550E-12*I	1.2681E-15 + -6.03189947E-13*I
36	2.80763538E-10 + 6.7162E-13*I	2.8936E-16 + -1.26978401E-13*I
38	5.91039413E-11 + 1.5181E-13*I	6.5632E-17 + -2.67304087E-14*I
40	1.24420564E-11 + 3.4155E-14*I	1.4810E-17 + -5.62705721E-15*I

INVOERGEGEVENS : AANTAL MEDIA (N) BEDRAAGT 3
 BRON IN MEDIUM (S) 1
 X1 = -1.00000E-05
 X2 = 1.00000E-05
 DE FREQUENTIE (W) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (KC) BEDRAAGT 4.5696E+06

 EPS1 = 2.25000000000E+00 + 0. *I
 EPS2 = 2.28000000000E+00 + -6.6088E-06*I
 EPS3 = 2.25000000000E+00 + 0. *I

DE OPLOSSING VAN DE VERGELIJKING F(KZ) = 0 IS:
 KZ = 1.50258084004E+00 + -1.874337E-06*I

VELDVERDELING VOOR EY(X) EN HZ(X):

X(CUM)	EY(X)	HZ(X)
-40	4.94481696E-06 + 2.2124E-08*I	-4.7465E-12 + 1.15464300E-09*I
-38	1.10547251E-05 + 4.6229E-08*I	-9.8565E-12 + 2.56134122E-09*I
-36	2.47141482E-05 + 9.6124E-08*I	-2.0348E-11 + 5.77089363E-09*I
-34	5.52514028E-05 + 1.9874E-07*I	-4.1718E-11 + 1.29015142E-08*I
-32	1.23521039E-04 + 4.0819E-07*I	-8.4832E-11 + 2.88428562E-08*I
-30	2.76145851E-04 + 8.3181E-07*I	-1.7080E-10 + 6.44816001E-08*I
-28	6.17356569E-04 + 1.6791E-06*I	-3.3968E-10 + 1.44156195E-07*I
-26	1.38017319E-03 + 3.3503E-06*I	-6.6517E-10 + 3.22278088E-07*I
-24	3.03553917E-03 + 6.5877E-06*I	-1.2764E-09 + 7.20490417E-07*I
-22	6.89808439E-03 + 1.2711E-05*I	-2.3826E-09 + 1.61074059E-06*I
-20	1.54214747E-02 + 2.3907E-05*I	-4.2735E-09 + 3.60099865E-06*I
-18	3.44765080E-02 + 4.3365E-05*I	-7.2001E-09 + 8.05045223E-06*I
-16	7.70762539E-02 + 7.4411E-05*I	-1.0834E-08 + 1.79977228E-05*I
-14	1.72312939E-01 + 1.1597E-04*I	-1.2456E-08 + 4.02360004E-05*I
-12	3.85225603E-01 + 1.4662E-04*I	-1.5443E-08 + 8.99522460E-05*I
-10	8.61216537E-01 + 7.5973E-05*I	5.5349E-08 + 2.01096676E-04*I
-8	6.74782218E-01 + -8.8257E-05*I	2.5525E-08 + -2.92017045E-04*I
-6	-5.83145274E-01 + -7.2861E-05*I	-2.7744E-08 + -3.21436089E-04*I
-4	-9.15090769E-01 + 2.4111E-05*I	-1.8151E-08 + 1.59556325E-04*I
-2	2.06045173E-01 + 2.9255E-05*I	1.0928E-08 + 3.87187714E-04*I
0	1.00000000E+00 + 0. *I	2.0184E-15 + 5.83820589E-12*I
2	2.06045202E-01 + 2.9255E-05*I	-1.0928E-08 + -3.87187711E-04*I
4	-9.15090757E-01 + 2.4111E-05*I	1.8151E-08 + -1.59556336E-04*I
6	-5.83145298E-01 + -7.2861E-05*I	2.7744E-08 + 3.21436082E-04*I
8	6.74782196E-01 + -8.8257E-05*I	-2.5525E-08 + 2.92017053E-04*I
10	8.61216552E-01 + 7.5973E-05*I	-5.5349E-08 + -2.01096666E-04*I
12	3.85225610E-01 + 1.4662E-04*I	1.5443E-09 + -8.99522476E-05*I
14	1.72312942E-01 + 1.1597E-04*I	1.2456E-08 + -4.02360011E-05*I
16	7.70762553E-02 + 7.4411E-05*I	1.0834E-08 + -1.79977231E-05*I
18	3.44765086E-02 + 4.3365E-05*I	7.2001E-09 + -8.05045237E-06*I
20	1.54214750E-02 + 2.3907E-05*I	4.2735E-09 + -3.60099871E-06*I
22	6.89808451E-03 + 1.2711E-05*I	2.3826E-09 + -1.61074062E-06*I
24	3.03553922E-03 + 6.5877E-06*I	1.2764E-09 + -7.20490430E-07*I
26	1.38017321E-03 + 3.3503E-06*I	6.6517E-10 + -3.22278094E-07*I
28	6.17356579E-04 + 1.6791E-06*I	3.3968E-10 + -1.44156198E-07*I
30	2.76145856E-04 + 8.3181E-07*I	1.7080E-10 + -6.44816013E-08*I
32	1.23521041E-04 + 4.0819E-07*I	8.4832E-11 + -2.88428567E-08*I
34	5.52514038E-05 + 1.9874E-07*I	4.1718E-11 + -1.29015144E-08*I
36	2.47141487E-05 + 9.6124E-08*I	2.0348E-11 + -5.77089373E-09*I
38	1.10547253E-05 + 4.6229E-08*I	9.8565E-12 + -2.56134126E-09*I
40	4.94481694E-06 + 2.2124E-08*I	4.7465E-12 + -1.15464302E-09*I

ABSORPTIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 5-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ $X[1] = -30 \text{ UM}$, $X[2] = -10 \text{ UM}$, $X[3] = 10 \text{ UM}$, $X[4] = 30 \text{ UM}$ EN
 $EPS[1] = 1.00$, $EPS[2] = 2.25$, $EPS[3] = 2.28$, $EPS[4] = 2.25$, $EPS[5] = 1.00$

1. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(4) / KO	ALFA(9) / KO
45.000	1.1840E-07	1.0057E-07	1.9393E-08
45.100	1.5837E-07	1.3476E-07	2.5297E-08
45.200	2.2159E-07	1.8888E-07	3.4515E-08
45.300	3.2876E-07	2.8072E-07	4.9935E-08
45.400	5.2611E-07	4.4999E-07	7.7921E-08
45.500	9.1748E-07	7.8602E-07	1.3251E-07
45.600	1.6412E-06	1.4093E-06	2.3119E-07
45.650	2.0293E-06	1.7427E-06	2.8237E-07
45.696	2.1811E-06	1.8744E-06	3.0014E-07
45.750	1.9711E-06	1.6953E-06	2.6770E-07
45.800	1.5664E-06	1.3483E-06	2.1016E-07
45.900	8.7101E-07	7.5086E-07	1.1401E-07
46.000	5.0305E-07	4.3432E-07	6.4236E-08
46.100	3.1669E-07	2.7382E-07	3.9456E-08
46.200	2.1470E-07	1.8591E-07	2.6105E-08

2. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(4) / KO	ALFA(9) / KO
45.000	4.3389E-10	1.8717E-08	9.9674E-08
45.100	5.7709E-10	2.4791E-08	1.3396E-07
45.200	8.0270E-10	3.4355E-08	1.8830E-07
45.300	1.1836E-09	5.0488E-08	2.8062E-07
45.400	1.8830E-09	8.0031E-08	4.5102E-07
45.500	3.2645E-09	1.3825E-07	7.8984E-07
45.600	5.8050E-09	2.4499E-07	1.4187E-06
45.650	7.1561E-09	3.0147E-07	1.7577E-06
45.696	7.6701E-09	3.2261E-07	1.8927E-06
45.750	6.9089E-09	2.9003E-07	1.7141E-06
45.800	5.4740E-09	2.2941E-07	1.3648E-06
45.900	3.0260E-09	1.2639E-07	7.6174E-07
46.000	1.7375E-09	7.2330E-08	4.4151E-07
46.100	1.0874E-09	4.5121E-08	2.7890E-07
46.200	7.3312E-10	3.0314E-08	1.8972E-07

3. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	ALFA(0) / KO	ALFA(4) / KO	ALFA(9) / KO
45.000	1.1880E-07	1.1894E-07	1.1908E-07
45.100	1.5890E-07	1.5910E-07	1.5927E-07
45.200	2.2233E-07	2.2260E-07	2.2284E-07
45.300	3.2986E-07	3.3112E-07	3.3060E-07
45.400	5.2799E-07	5.2999E-07	5.2903E-07
45.500	9.2075E-07	9.2420E-07	9.2251E-07
45.600	1.6470E-06	1.6532E-06	1.6501E-06
45.650	2.0364E-06	2.0441E-06	2.0402E-06
45.696	2.1888E-06	2.1970E-06	2.1928E-06
45.750	1.9780E-06	1.9854E-06	1.9816E-06
45.800	1.5719E-06	1.5778E-06	1.5748E-06
45.900	8.7403E-07	8.7728E-07	8.7560E-07
46.000	5.0479E-07	5.0662E-07	5.0568E-07
46.100	3.1769E-07	3.1805E-07	3.1833E-07
46.200	2.1538E-07	2.1562E-07	2.1580E-07

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 5-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -30 UM, X[2] = -10 UM, X[3] = 10 UM, X[4] = 30 UM EN
 EPS[1] = 1.00, EPS[2] = 2.25, EPS[3] = 2.28, EPS[4] = 2.25, EPS[5] = 1.00

0. KERN EN MANTEL ZIJN BEIDE VERLIESVRIJ.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO	BETA(9) / KO
45.000	1.50965030844	1.50870507963	1.50239753936	1.49814508986
45.100	1.50965154963	1.50870999829	1.50242421012	1.49816033502
45.200	1.50965278348	1.50871488843	1.50245077015	1.49817530430
45.300	1.50965401017	1.50871975017	1.50247721915	1.49819000391
45.400	1.50965522970	1.50872458391	1.50250355725	1.49820444090
45.500	1.50965644215	1.50872938971	1.50252978440	1.49821862152
45.600	1.50965764748	1.50873416784	1.50255590054	1.49823255248
45.650	1.50965824757	1.50873654653	1.50256891704	1.49823942613
45.696	1.50965879676	1.50873872390	1.50258083997	1.49824568254
45.750	1.50965944244	1.50874128354	1.50259486676	1.49825299447
45.800	1.50966003732	1.50874364184	1.50260780001	1.49825969031
45.900	1.50966122180	1.50874833822	1.50263358354	1.49827291010
46.000	1.50966239951	1.50875300767	1.50265925622	1.49828590531
46.100	1.50966357047	1.50875765050	1.50268481829	1.49829468194
46.200	1.50966473459	1.50876226695	1.50271026973	1.49831124615

1. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BETA(0) / KO	BETA(1) / KO	BETA(4) / KO	BETA(9) / KO
45.000	1.50965080659	1.50870557227	1.50239796250	1.49814517151
45.100	1.50965211954	1.50871056195	1.50242469514	1.49816042620
45.200	1.50965344644	1.50871554407	1.50245133521	1.49817540756
45.300	1.50965479454	1.50872052599	1.50247788895	1.49819012324
45.400	1.50965616682	1.50872551085	1.50250435878	1.49820457982
45.500	1.50965752285	1.50873045881	1.50253071028	1.49821877778
45.600	1.50965859277	1.50873510299	1.50255671165	1.49823268577
45.650	1.50965880658	1.50873709966	1.50256939710	1.49823950419
45.696	1.50965879679	1.50873872393	1.50258083991	1.49824568271
45.750	1.50965880291	1.50874065080	1.50259431671	1.49825290777
45.800	1.50965905996	1.50874267487	1.50260695876	1.49825955949
45.900	1.50966015751	1.50874728507	1.50263266603	1.49827277102
46.000	1.50966148467	1.50875210237	1.50265846636	1.49828578866
46.100	1.50966280594	1.50875689392	1.50268415721	1.49829858687
46.200	1.50966408874	1.50876162773	1.50270971053	1.49831116768

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 5-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -30 UM, X[2] = -10 UM, X[3] = 10 UM, X[4] = 30 UM EN
 EPS[1] = 1.00, EPS[2] = 2.25, EPS[3] = 2.28, EPS[4] = 2.25, EPS[5] = 1.00

2. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

K0A	BETA(0) / K0	BETA(1) / K0	BETA(4) / K0	BETA(9) / K0
45.000	1.50965031021	1.50870508720	1.50239761811	1.49814550934
45.100	1.50965155169	1.50871000691	1.50242429938	1.49816081728
45.200	1.50965278588	1.50871489840	1.50245087287	1.49817586767
45.300	1.50965401299	1.50871976200	1.50247733963	1.49819067355
45.400	1.50965523307	1.50872459788	1.50250369984	1.49820524435
45.500	1.50965644597	1.50872940573	1.50252994722	1.49821955206
45.600	1.50965765085	1.50873418173	1.50255604163	1.49823336968
45.650	1.50965824955	1.50873655477	1.50256900006	1.49823991061
45.696	1.50965879679	1.50873872393	1.50258083991	1.49824568271
45.750	1.50965944020	1.50874127421	1.50259477258	1.49825243847
45.800	1.50966003384	1.50874362761	1.50260765690	1.49825883907
45.900	1.50966121814	1.50874832280	1.50263342906	1.49827197955
46.000	1.50966239638	1.50875299454	1.50265912463	1.49828510254
46.100	1.50966356779	1.50875763957	1.50268470934	1.49829800887
46.200	1.50966473242	1.50876225777	1.50271017861	1.49831067550

3. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

K0A	BETA(0) / K0	BETA(1) / K0	BETA(4) / K0	BETA(9) / K0
45.000	1.50965080841	1.50870557991	1.50239804124	1.49814559099
45.100	1.50965212160	1.50871057065	1.50242478438	1.49816090836
45.200	1.50965344880	1.50871555405	1.50245143798	1.49817597098
45.300	1.50965479737	1.50872053776	1.50247800932	1.49819079279
45.400	1.50965617018	1.50872552484	1.50250450130	1.49820538321
45.500	1.50965752667	1.50873047483	1.50253087303	1.49821970824
45.600	1.50965859613	1.50873511696	1.50255685278	1.49823350289
45.650	1.50965880856	1.50873710790	1.50256948017	1.49823998827
45.696	1.50965879679	1.50873872393	1.50258084000	1.49824568257
45.750	1.50965880069	1.50874064148	1.50259422266	1.49825235151
45.800	1.50965905652	1.50874266058	1.50260681561	1.49825870790
45.900	1.50966015385	1.50874726966	1.50263251155	1.49827184032
46.000	1.50966148154	1.50875208917	1.50265833475	1.49828498582
46.100	1.50966280335	1.50875688301	1.50268404828	1.49829791367
46.200	1.50966408652	1.50876161849	1.50270961929	1.49831059700

RELATIEVE DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 5-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -30 UM, X[2] = -10 UM, X[3] = 10 UM EN X[4] = 30 UM,
 EPS[1] = 1.00, EPS[2] = 2.25, EPS[3] = 2.28, EPS[4] = 2.25 EN EPS[5] = 1.00.

1'. ALLEEN DE KERN VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(4) / KO	BREL(9) / KO
45.000	4.98141E-07	4.23141E-07	8.16508E-08
45.100	5.69911E-07	4.85015E-07	9.11823E-08
45.200	6.62956E-07	5.65065E-07	1.03260E-07
45.300	7.84377E-07	6.69796E-07	1.19326E-07
45.400	9.37114E-07	8.01534E-07	1.38927E-07
45.500	1.08070E-06	9.25880E-07	1.56258E-07
45.600	9.45292E-07	8.11109E-07	1.33296E-07
45.650	5.59012E-07	4.80053E-07	7.80565E-08
45.696	2.91038E-11	-5.82077E-11	1.74623E-10
45.750	-6.39528E-07	-5.50048E-07	-8.67003E-08
45.800	-9.77365E-07	-8.41246E-07	-1.30822E-07
45.900	-1.06430E-06	-9.17513E-07	-1.39087E-07
46.000	-9.14835E-07	-7.89863E-07	-1.16648E-07
46.100	-7.64529E-07	-6.61079E-07	-9.50677E-08
46.200	-6.45858E-07	-5.59201E-07	-7.84639E-08

2'. ALLEEN DE MANTEL VERTOONT EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(4) / KO	BREL(9) / KO
45.000	1.77533E-09	7.87550E-08	4.19474E-07
45.100	2.06637E-09	8.92614E-08	4.82265E-07
45.200	2.40107E-09	1.02722E-07	5.63377E-07
45.300	2.82307E-09	1.20475E-07	6.69635E-07
45.400	3.36149E-09	1.42594E-07	8.03455E-07
45.500	3.81260E-09	1.62821E-07	9.30537E-07
45.600	3.37604E-09	1.41081E-07	8.17206E-07
45.650	1.97906E-09	8.30187E-08	4.84477E-07
45.696	2.91038E-11	-5.82077E-11	1.74623E-10
45.750	-2.24099E-09	-9.41800E-08	-5.56000E-07
45.800	-3.47791E-09	-1.43104E-07	-8.51243E-07
45.900	-3.66708E-09	-1.54483E-07	-9.30551E-07
46.000	-3.12866E-09	-1.31593E-07	-8.02771E-07
46.100	-2.67755E-09	-1.08950E-07	-6.73070E-07
46.200	-2.16824E-09	-9.11241E-08	-5.70653E-07

3'. KERN EN MANTEL VERTONEN BEIDE EEN ABSORPTIELIJN.

KOA	BREL(0) / KO	BREL(4) / KO	BREL(9) / KO
45.000	4.99975E-07	5.01881E-07	5.01124E-07
45.100	5.71978E-07	5.74262E-07	5.73345E-07
45.200	6.65314E-07	6.67831E-07	6.66681E-07
45.300	7.87200E-07	7.90169E-07	7.88874E-07
45.400	9.40476E-07	9.44056E-07	9.42309E-07
45.500	1.08451E-06	1.08863E-06	1.08672E-06
45.600	9.48654E-07	9.52234E-07	9.50415E-07
45.650	5.60991E-07	5.63130E-07	5.62140E-07
45.696	2.91038E-11	2.91038E-11	2.91038E-11
45.750	-6.41754E-07	-6.44097E-07	-6.42962E-07
45.800	-9.80799E-07	-9.84393E-07	-9.82414E-07
45.900	-1.06795E-06	-1.07200E-06	-1.06978E-06
46.000	-9.17964E-07	-9.21471E-07	-9.19492E-07
46.100	-7.67119E-07	-7.70015E-07	-7.68268E-07
46.200	-6.48070E-07	-6.50442E-07	-6.49146E-07

DISPERSIEKROMMEN BEHORENDE BIJ EEN 5-MEDIA PLANAIRE GOLFGELEIDER,
 WAARBIJ X[1] = -30 UM, X[2] = -10 UM, X[3] = 10 UM, X[4] = 30 UM EN
 EPS[1] = 1.00, EPS[2] = 2.25, EPS[3] = 2.28, EPS[4] = 2.25 EN EPS[5] = 1.00.
 ALLE MEDIA ZIJN IN DIT GEVAL VERLIESVRIJ.

K0A	B(0) / K0	DB(0)/DK0	0.5*0DB(0)/0DK0
45.000	1.50965030844E+00		
45.100	1.50965154963E+00	1.51020967E+00	
45.200	1.50965278348E+00	1.51020886E+00	-3.984E-06
45.300	1.50965401017E+00	1.51020808E+00	-3.944E-06
45.400	1.50965522970E+00	1.51020729E+00	-3.991E-06
45.500	1.50965644215E+00	1.51020648E+00	-3.942E-06
45.600	1.50965764748E+00	1.51020571E+00	-4.003E-06
45.650	1.50965824757E+00	1.51020530E+00	-4.035E-06
45.696	1.50965879676E+00	1.51020493E+00	-3.821E-06
45.750	1.50965944244E+00	1.51020454E+00	-3.826E-06
45.800	1.50966003732E+00	1.51020414E+00	-4.015E-06
45.900	1.50966122180E+00	1.51020334E+00	-3.885E-06
46.000	1.50966239951E+00	1.51020259E+00	-3.842E-06
46.100	1.50966357047E+00	1.51020180E+00	
46.200	1.50966473459E+00		

K0A	B(4) / K0	DB(4)/DK0	0.5*0DB(4)/0DK0
45.000	1.50239753936E+00		
45.100	1.50242421012E+00	1.51442769E+00	
45.200	1.50245077015E+00	1.51443076E+00	1.438E-05
45.300	1.50247721915E+00	1.51443344E+00	1.263E-05
45.400	1.50250355725E+00	1.51443581E+00	1.095E-05
45.500	1.50252978440E+00	1.51443783E+00	9.380E-06
45.600	1.50255590054E+00	1.51443956E+00	7.751E-06
45.650	1.50256891704E+00	1.51444029E+00	6.697E-06
45.696	1.50258033997E+00	1.51444086E+00	5.893E-06
45.750	1.50259486676E+00	1.51444146E+00	5.290E-06
45.800	1.50260780001E+00	1.51444196E+00	4.626E-06
45.900	1.50263358354E+00	1.51444273E+00	3.072E-06
46.000	1.50265925622E+00	1.51444319E+00	1.618E-06
46.100	1.50268481829E+00	1.51444338E+00	
46.200	1.50271026973E+00		

K0A	B(9) / K0	DB(9)/DK0	0.5*0DB(9)/0DK0
45.000	1.49814508986E+00		
45.100	1.49816033502E+00	1.50497355E+00	
45.200	1.49817530430E+00	1.50488034E+00	-4.606E-04
45.300	1.49819000391E+00	1.50478932E+00	-4.496E-04
45.400	1.49820444090E+00	1.50470051E+00	-4.386E-04
45.500	1.49821862152E+00	1.50461388E+00	-4.283E-04
45.600	1.49823255248E+00	1.50452918E+00	-4.174E-04
45.650	1.49823942613E+00	1.50448774E+00	-4.111E-04
45.696	1.49824568254E+00	1.50445029E+00	-4.064E-04
45.750	1.49825299447E+00	1.50440651E+00	-4.008E-04
45.800	1.49825969031E+00	1.50436678E+00	-3.943E-04
45.900	1.49827291010E+00	1.50428914E+00	-3.837E-04
46.000	1.49828590531E+00	1.50421332E+00	-3.738E-04
46.100	1.49829868194E+00	1.50413964E+00	
46.200	1.49831124615E+00		

INVOEREGEVENENS : AANTAL MEDIA (N) BEORAAGT 5
 BRON IN MEDIUM (S) 2
 X1 = -3.0000E-05
 X2 = -1.0000E-05
 X3 = 1.0000E-05
 X4 = 3.0000E-05
 DE FREQUENTIE (W) BEDRAAGT 1.3709E+15
 HET GOLFGETAL (K0) BEDRAAGT 4.5696E+06
 EPS1 = 1.000000000000E+00 + 0. *I
 EPS2 = 2.250000000000E+00 + 0. *I
 EPS3 = 2.280000000000E+00 + -6.6088E-06*I
 EPS4 = 2.250000000000E+00 + 0. *I
 EPS5 = 1.000000000000E+00 + 0. *I

DE OPLOSSING VAN DE VERGELIJKING F(KZ) = 0 IS:
 KZ = 1.50258083991E+00 + -1.8744E-06*I

VELDVERDELING VOOR EY(X) EN HZ(X):

X(UM)	EY(X)	HZ(X)
-40	2.22658589E-27 + 9.4348E-30*I	-2.8056E-32 + 6.62315733E-30*I
-38	6.29442756E-23 + 2.6527E-25*I	-7.8882E-28 + 1.87232768E-25*I
-36	1.77939770E-18 + 7.4582E-21*I	-2.2178E-23 + 5.29296039E-21*I
-34	5.03025280E-14 + 2.0969E-16*I	-6.2353E-19 + 1.49626882E-16*I
-32	1.42202292E-09 + 5.8951E-12*I	-1.7530E-14 + 4.22992061E-12*I
-30	4.01997529E-05 + 1.6573E-07*I	-4.9281E-10 + 1.19577371E-07*I
-28	5.11817039E-04 + 1.2781E-06*I	-4.7408E-10 + 1.68801309E-07*I
-26	1.33296450E-03 + 3.1853E-06*I	-7.3509E-10 + 3.33301888E-07*I
-24	3.06442241E-03 + 6.4910E-06*I	-1.3052E-09 + 7.25421240E-07*I
-22	6.88864020E-03 + 1.2686E-05*I	-2.4012E-09 + 1.61294639E-06*I
-20	1.54172520E-02 + 2.3862E-05*I	-4.2746E-09 + 3.60196569E-06*I
-18	3.44746229E-02 + 4.3363E-05*I	-7.2049E-09 + 8.05089443E-06*I
-16	7.70754174E-02 + 7.4406E-05*I	-1.0835E-08 + 1.79979218E-05*I
-14	1.72312577E-01 + 1.1597E-04*I	-1.2457E-08 + 4.02360915E-05*I
-12	3.85225462E-01 + 1.4662E-04*I	-1.5445E-09 + 8.99522899E-05*I
-10	8.61216507E-01 + 7.5966E-05*I	5.5344E-08 + 2.01098698E-04*I
-8	6.74782252E-01 + -8.8248E-05*I	2.5522E-08 + -2.92017035E-04*I
-6	-5.83145246E-01 + -7.2853E-05*I	-2.7741E-08 + -3.21436099E-04*I
-4	-9.15090778E-01 + 2.4108E-05*I	-1.8148E-08 + 1.59556318E-04*I
-2	2.06045163E-01 + 2.9247E-05*I	1.0927E-08 + 3.87187718E-04*I
0	1.00000000E+00 + 0. *I	-2.7316E-12 + 5.14762974E-12*I
2	2.06045189E-01 + 2.9261E-05*I	-1.0929E-08 + -3.87187716E-04*I
4	-9.15090767E-01 + 2.4113E-05*I	1.8153E-08 + -1.59556328E-04*I
6	-5.83145267E-01 + -7.2864E-05*I	2.7744E-08 + 3.21436093E-04*I
8	6.74782233E-01 + -8.8258E-05*I	-2.5526E-08 + 2.92017042E-04*I
10	8.61216520E-01 + 7.5973E-05*I	-5.5349E-08 + -2.01098689E-04*I
12	3.85225468E-01 + 1.4663E-04*I	1.5452E-09 + -8.99522913E-05*I
14	1.72312580E-01 + 1.1597E-04*I	1.2457E-08 + -4.02360921E-05*I
16	7.70754186E-02 + 7.4406E-05*I	1.0836E-08 + -1.79979221E-05*I
18	3.44746233E-02 + 4.3363E-05*I	7.2050E-09 + -8.05089458E-06*I
20	1.54172524E-02 + 2.3862E-05*I	4.2747E-09 + -3.60196577E-06*I
22	6.88864030E-03 + 1.2686E-05*I	2.4013E-09 + -1.61294639E-06*I
24	3.06442161E-03 + 6.4902E-06*I	1.3054E-09 + -7.25421436E-07*I
26	1.33296450E-03 + 3.1836E-06*I	7.3548E-10 + -3.33301888E-07*I
28	5.11817039E-04 + 1.2744E-06*I	4.7496E-10 + -1.68801309E-07*I
30	4.01997536E-05 + 1.5733E-07*I	4.9477E-10 + -1.19576938E-07*I
32	1.42202296E-09 + 5.5980E-12*I	1.7599E-14 + -4.22997601E-12*I
34	5.03025295E-14 + 1.9918E-16*I	6.2598E-19 + -1.49630842E-16*I
36	1.77939776E-18 + 7.0866E-21*I	2.2265E-23 + -5.29302972E-21*I
38	6.29442779E-23 + 2.5212E-25*I	7.9190E-28 + -1.87235220E-25*I
40	2.22658599E-27 + 8.9697E-30*I	2.8165E-32 + -6.62324407E-30*I