

MASTER

Numerieke tweedimensionale berekeningen aan een periodiek segment van een MHD-generator

Koevoets, R.C.A.M.

Award date:
1972

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

4035

TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN
AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK
GROEP DIRECTE OMZETTING

EG/72/83



Numerieke tweedimensionale berekeningen
aan een periódiek segment van een
MHD-generator.

Afstudeerverslag van R.C.A.M.Koevoets.

Afstudeeropdracht, uitgevoerd in de Groep
Directe Omzetting (prof.dr.L.H.Th.Rietjens),
onder leiding van ir. J.W.M.A.Houben,
in de periode van mei 1971 tot maart 1972.

1. SAMENVATTING

In dit verslag worden numerieke tweedimensionale berekeningen uitgevoerd aan een periodiek segment van een MHD-generator met als doel een nauwkeurige analyse te verkrijgen van de hierin optredende verschijnselen, met name verliezen tengevolge van grenslaageffekten en inhomogene stromen samenhangend met lokale kortsluitingen tengevolge van verhoogd geleidingsvermogen.

Met behulp van een universeel opgezet rekenprogramma in ALGOL 60 werden in een situatie met ronde elektrodenconfiguratie berekeningen uitgevoerd aan een stationair stromend plasma bestaande uit een mengsel van Argon en Cesium in een MHD-kanaal met afmetingen zoals die voorkomen in het schokbuis-experiment van de Technische Hogeschool Eindhoven.

De resultaten van de berekeningen tonen aan dat ronde elektroden een meer homogene stroomverdeling aan het elektrodenoppervlak veroorzaken dan vlakke elektroden in de wand van het MHD-kanaal, dat de spanningsval kleiner is, dat de inwendige weerstand van de ronde elektrodenconfiguratie groter is dan die van de vlakke elektrodenconfiguratie, en dat de axiale verliezen bij ronde elektroden kleiner zijn dan die bij vlakke elektroden.

2. INHOUDSOVERZICHT

1. Samenvatting.
2. Inhoudsoverzicht.
3. Inleiding.
4. Basisvergelijkingen.
 - 4.1. Voorwaarden en veronderstellingen.
 - 4.2. De continuïteitsvergelijkingen.
 - 4.3. De wet van Ohm.
 - 4.4. De energievergelijking voor elektronen.
 - 4.5. De continuïteitsvergelijking en de energievergelijking voor zware deeltjes.
5. Uitwerking van de basisvergelijkingen.
 - 5.1. Inleiding.
 - 5.2. De continuïteitsvergelijking.
 - 5.3. De wet van Ohm.
 - 5.4. De energievergelijking voor elektronen.
 - 5.5. De oplossingsprocedure.
 - 5.6. Periodiciteit, integraties, randcondities.
 - 5.7. Stroom- of spanningspotentialen.
 - 5.8. Een segment van een MHD-kanaal met ronde elektroden.
6. Resultaten.
7. Konklusies.
8. Symbolen.
9. Literatuur.
10. Bijlagen.

3. INLEIDING

Teneinde te geraken tot een optimale werking van een MHD-generator is een grondige studie van alle optredende verliesmechanismen een eerste vereiste.

De voornaamste verliesmechanismen in een MHD-generator zijn van aërodynamische of elektrische aard.

In dit verslag wordt vooral aandacht besteed aan de verliezen welke optreden in de grenslagen welke zich dicht bij de elektroden van de MHD-generator bevinden.

In de situatie waarbij de generator is uitgerust met vlakke elektroden die zich in de wand van het kanaal bevinden, veroorzaken de grenslagen aan de elektrodenoppervlakken een spanningsval. Uit experimenten is gebleken dat tengevolge van deze spanningsval in de grenslagen een elektrisch vermogen wordt gedissipeerd, dat van dezelfde grootteorde is als het vermogen dat in de belasting van de generator wordt opgewekt.

Vorige studies hebben aangetoond dat vlakke elektroden in de wand van een MHD-kanaal door verhoogde niet-evenwichtsionisatie bijdragen tot een verhoogd geleidingsvermogen aan de elektrode-uiteinden, wat zich kan uitstrekken tot de volgende elektroden. De lokale afname van de inwendige weerstand van de generator kan leiden tot "lekstromen" tussen opeenvolgende elektroden, ofwel tot verkleining van de effectieve segmentatie. Het Hall-veld, dat evenredig is met de enthalpie-afname per lengte-eenheid van de generator, wordt daardoor eveneens verminderd. De axiale lekstromen vormen aanleiding tot een verhoogde energie-dissipatie binnen de generator.

Met als doel deze verliezen te verminderen wordt onderzoek verricht naar een optimale plaatsing en vormgeving van de elektroden in het MHD-kanaal.

Onderzoekingen van gelijke aard werden verricht door Fushimi (Lit. 1) en Salvat (Lit. 2).

Om de spanningsval, welke in de grenslagen bij de elektroden ontstaat, te kunnen reduceren, wordt getracht voordelen te behalen uit een plaatsing van de elektroden los van de wand van het MHD-kanaal. Hiermede kan wellicht worden bereikt, dat de stromen die het kanaal dwars oversteken minder beïnvloed worden door grenslaageffekten. Tevens wordt verwacht, dat de segmentatieverhouding een belangrijke invloed uitoefent op de gevolgen van nog aanwezige grenslagen.

Ten aanzien van de kortsluiteffekten, optredend aan het einde van vlakke elektroden, als gevolg van stroomconcentraties, temperatuurverhoging en toename van het geleidingsvermogen, wordt onderzocht welke de resultaten zijn van overgang van een rechthoekige elektrodenconfiguratie naar een ronde elektrodenconfiguratie.

Ten behoeve van het onderzoek wordt gebruik gemaakt van een rekenprocedure, welke uitgaat van de basisvergelijkingen van de magnetohydrodynamica, welke voor ons model worden aangepast.

Door middel van een ALGOL 60 programma worden de berekeningen uitgevoerd op de Philips computer EL X8, welke zich in het rekencentrum van de Technische Hogeschool Eindhoven bevindt.

4. BASISVERGELIJKINGEN

4.1. Voorwaarden en veronderstellingen.

1. Het medium bestaat uit een homogeen mengsel van Argon en Cesium.
2. In de berekeningen zijn de ionisaties van Cesium in rekening gebracht en die van Argon verwaarloosd.
3. De druk in het generatorsegment is konstant.
4. Elektronen, ionen en neutrale deeltjes hebben een Maxwellse snelheidsverdeling.
5. De interacties tussen de atomen en ionen zijn zodanig dat hun temperaturen en driftsnelheden gelijk zijn.
6. De temperatuur van de zware deeltjes is konstant.
7. Slechts enkelvoudige ionisaties zijn van belang.
8. De recombinaties worden verondersteld uitsluitend plaats te vinden tussen twee elektronen en één ion.
9. De ionisaties worden verondersteld meertrapsionisaties te zijn.
10. Het systeem wordt tweedimensionaal beschouwd ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$).
11. Het systeem wordt stationair beschouwd ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).
12. Stralings- en warmtegeleidingsprocessen worden buiten beschouwing gelaten.
13. De massatraagheidsterm in de bewegingsvergelijking voor elektronen is niet meegenomen.
14. Het geïnduceerde magnetisch veld wordt verwaarloosd.

15. Afgezien van ionisaties en recombينات worden de botsingen tussen elektronen en zware deeltjes elastisch verondersteld.
16. Voor de elektronen geldt dat de translatie-energie klein is ten opzichte van de thermische energie ($m_e u_e^2 \ll k T_e$).
17. Bij benadering geldt dat de elektronendichtheid gelijk is aan de ionendichtheid.
18. Het MHD-kanaal is periodiek gesegmenteerd.
19. $\nabla \cdot \vec{u} = 0$.
20. In de Wet van Ohm is de "ion slip" verwaarloosd.
21. Voor de berekeningen werd uitgegaan van een zodanige instelling van de generator dat de Hall-parameter β kleiner is dan 2.
22. In de energievergelijking voor elektronen werd de term $\nabla \cdot \vec{q}_e$ verwaarloosd ten opzichte van de term $\frac{j^2}{\sigma}$.

4.2. De continuïteitsvergelijkingen.

De algemene continuïteitsvergelijking voor een systeem waarin slechts deeltjes kunnen ontstaan of verdwijnen door ionisatie of recombinatie van Cesium kan met gebruikmaking van $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ worden genoteerd als :

$$\vec{u} \cdot \nabla n_e = I_C - R_C, \text{ met}$$

$$I_C = k_{fC} n_e n_{aC} \quad \text{en} \quad R_C = k_{rC} n_e^2 n_{iC}, \text{ waarin}$$

$$n_{aC} = n_{oaC} - n_{iC} \quad \text{en} \quad n_{iC} \approx n_e.$$

Verder geldt :

$$k_{fC} = 6,22 \cdot 10^{-18} T_e^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{2,556 e}{kT_e}\right) (\text{m}^3 \text{s}^{-1}) \quad (\text{Lit. 3}),$$

$$k_{rC} = 2,58 \cdot 10^{-39} \exp\left(\frac{1,337 e}{kT_e}\right) (\text{m}^6 \text{s}^{-1}) \quad (\text{Lit. 4}).$$

4.3. De wet van Ohm.

De bewegingsvergelijking voor elektronen of de wet van Ohm luidt :

$$\vec{J} + \frac{\beta}{B} (\vec{J} \times \vec{B}) = \sigma (E' + \frac{\nabla p_e}{en_e}) \quad (\text{Lit. 5}).$$

Hierin is : $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}$, met $\beta = \frac{e B}{m_e v_c}$ en $\sigma = \frac{e^2 n_e}{m_e v_c}$.

Wanneer voor de werkzame doorsneden voor elastische elektron-atoom botsingen gerekend wordt volgens (Lit. 6) en voor elastische elektron-ion botsingen volgens (Lit. 7) dan geldt voor de botsfrequenties :

$$v_1 = v_{eaA} = 0,5 \cdot 10^{-20} n_{aA} \left(\frac{8 kT_e}{\pi m_e}\right)^{\frac{1}{2}} (\text{s}^{-1}),$$

$$v_2 = v_{eaC} = 0,5 \cdot 10^{-17} n_{aC} \left(\frac{8 kT_e}{\pi m_e}\right)^{\frac{1}{2}} (\text{s}^{-1}),$$

$$v_3 = v_{eiC} = 1,55 \cdot 10^6 n_{iC} T_e^{-\frac{3}{2}} \ln(8,7 \cdot 10^6 T_e^{\frac{3}{2}} n_e^{-\frac{1}{2}}) (\text{s}^{-1}).$$

Tevens geldt dan : $v_C = \sum_{s=1}^3 v_s$.

4.4. De energievergelijking voor elektronen.

Met de in 4.1. aangegeven voorwaarden en veronderstellingen gaat de energievergelijking voor elektronen over in de vorm :

$$\vec{u} \cdot \nabla \left\{ n_e \left(\frac{3}{2} k T_e + E_I \right) \right\} = \vec{J} \cdot \vec{E}' - 3 n_e m_e k (T_e - T) \sum_{s=1}^3 \frac{V_s}{m_s} .$$

4.5. De continuïteitsvergelijking en de energievergelijking voor zware deeltjes.

Om bij de berekeningen gebruik te kunnen maken van een betrekkelijk eenvoudig op te lossen stelsel van magnetohydrodynamische vergelijkingen wordt verondersteld dat de verdelingen in het generatorsegment van de temperatuur, snelheid en druk uit metingen kunnen worden bepaald. Het stelsel vergelijkingen dient dan nog gecompleteerd te worden met:

$$\begin{aligned} T &= T(x,y) && \text{uit meetresultaten,} \\ u &= u(y) && \text{uit meetresultaten,} \\ p &= \rho RT = nkT . \end{aligned}$$

5. Uitwerking van de basisvergelijkingen.

5.1. Inleiding.

In hoofdstuk 4 hebben wij voor het geval van kleine stroomsterkten een stelsel gekoppelde differentiaalvergelijkingen geïntroduceerd, waarmede een MHD-generator beschreven wordt. Dit stelsel dient tesamen met Maxwellvergelijkingen en geschikte randcondities te worden opgelost. De vergelijkingen, die aldus een consistent stelsel vormen worden daartoe in de volgende paragraaf verder uitgewerkt. Vervolgens wordt de gevolgde oplossingsmethode beschreven, met de noodzakelijke randcondities, en wordt een keuze gemaakt uit de twee mogelijkheden van rekenen met spannings- of stroompotentialen. Tenslotte wordt in dit hoofdstuk de algemene oplossingsmethode toegespitst op een ronde elektrodenconfiguratie.

5.2. De continuïteitsvergelijking wordt nu met $\vec{u} = (u_x, 0)$:

$$u_x \frac{\partial n_e}{\partial x} = I_C - R_C .$$

5.3. De wet van Ohm kan als volgt worden genoteerd :

$$\left. \begin{aligned} J_x &= \frac{\sigma}{1+\beta^2} (E'_x + E_{nx}) - \frac{\sigma\beta}{1+\beta^2} (E'_y + E_{ny}) \\ J_y &= \frac{\sigma\beta}{1+\beta^2} (E'_x + E_{nx}) + \frac{\sigma}{1+\beta^2} (E'_y + E_{ny}) \end{aligned} \right\} \quad \text{(A) (Lit. 8)}$$

of :

$$\left. \begin{aligned} E'_x &= \frac{1}{\sigma} J_x + \frac{\beta}{\sigma} J_y - E_{nx} \\ E'_y &= \frac{1}{\sigma} J_y - \frac{\beta}{\sigma} J_x - E_{ny} \end{aligned} \right\} \quad \text{(B) (Lit. 9)}$$

waarin $\vec{E}_n = (E_{nx}, E_{ny}) = \frac{k}{en_c} \nabla(n_e T_e)$.

Met $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ en $\vec{E}' = -\nabla V'$ leidt (A) tot een potentiaalvergelijking in V' (spanningspotentiaalmethodede).

Met $\nabla \times \vec{E}' = 0$ en $\vec{J} = \nabla \times \vec{\Psi}$ waarin $\vec{\Psi} = (0, 0, \psi)$, leidt (B) evenzo tot een potentiaalvergelijking in ψ (stroompotentiaalmethod).

In paragraaf 5.7. worden de voor- en nadelen van de beide methoden met elkaar vergeleken, en wordt een keuze gemaakt tussen (A) en (B).

5.4. De energievergelijking voor elektronen gaat over in de vorm :

$$u_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left\{ n_e \left(\frac{3}{2} k T_e + E_I \right) \right\} = \vec{J} \cdot \vec{E}' - 3 n_e m_e k (T_e - T) \sum_{s=1}^3 \frac{v_s}{m_s} .$$

Bovenstaande vergelijking stelt voor een gewone differentiaalvergelijking van de eerste orde, waarin afgeleiden van n_e en T_e naar x voorkomen.

5.5. De oplossingsprocedure gaat uit van berekeningen in twee fasen.

Bij gegeven verdelingen van het geleidingsvermogen σ en de Hallparameter β in het generatorsegment, kan via de wet van Ohm de potentiaalverdeling worden berekend (fase 1.).

Bij een gegeven potentiaalverdeling is de term $\vec{J} \cdot \vec{E}'$ in de energievergelijking voor elektronen in elk punt van het generatorsegment bekend. Uit deze laatste vergelijking en de continuïteitsvergelijking voor elektronen kunnen dan door simultane integratie van n_e en T_e de verdelingen van σ en β worden gevonden (fase 2.).

Uitgaande van de juiste randcondities kan men, door herhaalde malen achtereenvolgens de berekeningsfasen 1. en 2. uit te voeren, geraken tot een cyclus waarin een convergentie optreedt met verdelingen van magnetohydrodynamische grootheden die als uiteindelijke oplossingen worden beschouwd. Het aantal malen dat de cyclus wordt uitgevoerd hangt af van de geëiste nauwkeurigheid van de oplossing alsmede van de convergentiesnelheid van het rekenproces.

5.6. De periodiciteit van het generatorsegment, welke in paragraaf 4.1. werd aangenomen leidt tot de volgende randcondities :

a. Voor n_e en T_e : De verdeling van elektronendichtheid n_e en de elektronentemperatuur T_e als functie van y is aan het begin van het generatorsegment ($x = 0$) volkomen identiek met die aan het einde van het segment ($x = L$).

b. Voor V (met $\vec{E} = -\nabla V$) : Het potentiaalverschil tussen punten in het generatorsegment met dezelfde y -coördinaat en x -coördinaten die de segmentlengte L verschillen, is steeds hetzelfde. (Hall-spanning). Deze randconditie kan bij berekeningen via de potentiaalverdeling V' bij gegeven verdeling van de snelheid u_x en magnetische inductie \vec{B} worden getransformeerd in een analoge randconditie voor V' . Bij berekeningen via de stroomfunctie ψ dient voor het opleggen van een analoge randconditie gebruik gemaakt te worden van gegeven stroomsterkten in de x -richting (Hall-stromen) of in de y -richting (Faraday-stromen).

Voor de integraties van n_e en T_e welke in de x -richting worden uitgevoerd, is het noodzakelijk de waarden van n_e en T_e in de punten van waaruit de integratie plaatsvindt te geven. Deze eis kan moeilijkheden opleveren wanneer de integratie plaatsvindt over lijnen met $y = \text{konstant}$, welke door de elektroden-omtrekken worden gesneden.

Overige randcondities, die moeten leiden tot de gewenste oplossing van de toegepaste potentiaalvergelijking, worden gegeven door de volgende voorwaarden :

- a) De tangentiële component van de elektrische veldsterkte aan het oppervlak van een geleider is nul. Deze randconditie is van toepassing op de elektrodenoppervlakken.
- b) De normale component van de elektrische stroomdichtheid aan het oppervlak van een isolator is nul. Deze randconditie is van toepassing op de wanden van het MHD-kanaal.

5.7. Om een gemotiveerde keuze te kunnen maken uit de in paragraaf 5.3. reeds aangegeven mogelijkheden om te rekenen met ofwel een stroompotentiaal methode, ofwel een spanningspotentiaal methode, wordt in deze paragraaf nader ingegaan op de consequenties van de beide genoemde rekenmethoden.

Voor het onderzoek naar de elektrische verliezen tengevolge van grenslagen in het MHD-kanaal, en de invloeden van de elektrodenconfiguratie op de stroomverdeling, is een algemeen rekenprogramma aantrekkelijk, met behulp waarvan zonder principiële wijzigingen aan te brengen, verschillende plaatsingen en vormen van elektrodendoorsneden in een MHD-kanaal te berekenen zijn.

Ten aanzien van de aard van de MHD-generator dient vermeld te worden de eis dat de berekeningen dienen plaats te vinden voor een specifieke Faraday-generator.

De stroompotentiaal methode gaat uit van randcondities welke worden opgelegd aan de stroomfuncties.

Omdat $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ kan voor het berekenen van \vec{J} gebruik gemaakt worden van een vectorpotentiaal $\vec{\Psi} = (0, 0, \psi(x,y))$, zodanig dat $\vec{J} = \nabla \times \vec{\Psi}$. Deze vectorpotentiaal is nu op een konstante na bepaald.

Door het geven van een randconditie voor ψ , bijvoorbeeld aan de wand van het kanaal, kan deze konstante worden vastgelegd.

Uit de potentiaaltheorie is bekend dat de vectorpotentiaal $\vec{\Psi}$ in een niet-bronvrij veld verder nog afhangt van de integratieweg.

De beide elektroden vormen voor $\vec{\Psi}$ een bron en een put.

De integratiewegafhankelijkheid kan nu worden opgeheven door een snede aan te brengen tussen de beide elektroden waardoorheen niet mag worden geïntegreerd.

Aan de wand van het MHD-kanaal geldt dat de normale komponent van de stroomdichtheid gelijk is aan nul (isolator).

Met andere woorden : $J_y = 0$ of $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$ voor $y = 0$ en voor $y = H$.

Een tweede randvoorwaarde wordt gegeven door de eis dat de verhouding tussen de tangentiële en de normale komponent van de stroomdichtheid aan de rand van de elektroden gelijk is aan de Hall-parameter β . Deze eis is eveneens uit te werken tot een mathematische conditie waaraan ψ moet voldoen.

De spanningspotentiaalmethode gaat uit van randcondities welke opgelegd worden aan de spanningspotentialen.

Omdat $\nabla \times \vec{E}' = 0$ kan men definiëren $\vec{E}' = -\nabla V'$.

De randconditie aan de wand van het MHD-kanaal ($J_y = 0$), gaat dan over in de vorm: $\frac{\partial V'}{\partial y} + \beta \frac{\partial V'}{\partial x} = 0$ voor $y = 0$ en $y = H$.

De randvoorwaarde aan de rand van de elektroden wordt weer bepaald door de eis dat de tangentiële komponent van de elektrische veldsterkte aldaar gelijk is aan nul. Aan deze eis wordt direct voldaan wanneer in de berekeningen tot uiting komt dat de punten aan het oppervlak van een elektrode alle dezelfde potentiaal bezitten. De spanningen op de beide elektroden worden in dit geval als begincondities bekend verondersteld en ook het spanningsverschil tussen opeenvolgende kanaalsegmenten (Hall-spanning).

Wanneer de beide genoemde rekenmethoden, n.l. die waarbij gebruik gemaakt wordt van ψ en die waarbij gebruik gemaakt wordt van V' , met elkaar worden vergeleken, kan men conclusies trekken omtrent de graad van gecompliceerdheid van de beide methoden.

Ten aanzien van de stroompotentiaal methode kan men stellen dat met meer eenvoud de randcondities voor een specifieke MHD-generator kunnen worden opgelegd. Door namelijk te eisen dat $\psi(x = 0, y = 0) = \psi(x = 0, y = H)$, wordt direct bereikt dat de integraal van de stroomdichtheid in de x-richting van het MHD-kanaal gelijk is aan nul, hetgeen een specifieke eis is voor een Faraday-generator. Omdat de berekeningen via de programma-taal ALGOL 60 op de computer dienen te worden uitgevoerd, bevat de genoemde methode echter bezwaren van programmatische aard. De voorwaarde dat aan het elektrode-oppervlak de verhouding tussen de tangentiële en de normale komponent van de elektrode-stroomdichtheid gelijk is aan de Hall-parameter β leidt in een ALGOL programma tot zeer omslachtige procedures.

Het gebruik van de spanningspotentiaal methode leidt tot eenvoudige uitdrukkingen voortvloeiend uit randcondities aan de elektrodenoppervlakken en de wanden van het MHD-kanaal. Een bezwaar van deze tweede methode is dat er geen eenvoudige

condities op te leggen zijn aan de spanningspotentialen teneinde te kunnen voorspellen dat een specifieke Faraday-generator inderdaad wordt berekend. Dit bezwaar kan grotendeels worden opgeheven door in het rekenprogramma een procedure op te nemen welke tijdens de berekeningen de Hall-spanning van de generator zodanig aanpast dat de berekeningen uiteindelijk toch een specifieke Faraday-generator betreffen.

Mede in verband met het voordeel dat willekeurige elektroden configuraties bij het rekenen met spanningspotentialen leiden tot eenvoudige randcondities werd besloten tot het uitvoeren van de berekeningen via de spanningspotentiaalmethodode.

Beide methoden leiden tot een elliptische potentiaalvergelijking, die in het geval waarin gerekend wordt met spanningspotentialen V' (met $E' = -\nabla V'$) kan worden genoteerd in de vorm:

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V'}{\partial y^2} + P \frac{\partial V'}{\partial x} + Q \frac{\partial V'}{\partial y} + R = 0 ,$$

waarin:

$$P = \frac{\partial}{\partial x} \ln(\sigma_\beta) + \beta \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (\ln \sigma_\beta) + \frac{\partial}{\partial y} \ln(\beta) \right\}$$

$$Q = \frac{\partial}{\partial y} \ln(\sigma_\beta) - \beta \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\ln \sigma_\beta) + \frac{\partial}{\partial x} (\beta) \right\}$$

$$R = - \frac{\partial E_{nx}}{\partial x} - \frac{\partial E_{ny}}{\partial y} - \beta \left\{ - \frac{\partial E_{nx}}{\partial y} - \frac{\partial E_{ny}}{\partial x} \right\} - P E_{nx} - Q E_{ny}$$

met

$$\sigma_\beta = \frac{\sigma}{1 + \beta^2}$$

5.8. Met behulp van de in paragraaf 5.5. beschreven oplossingsprocedure van de in hoofdstuk 4 gegeven vergelijkingen werden via de spanningspotentiaal methode berekeningen uitgevoerd aan een segment van een MHD-kanaal met ronde elektroden en afmetingen zoals weergegeven in figuur 1. De afmetingen zijn gelijk aan die welke voorkomen in het schokbuisexperiment dat is opgezet door de Groep Directe Omzetting aan de Technische Hogeschool Eindhoven. In figuur 1 is tevens het coördinatensysteem aangegeven.

Voor de integratie van n_e en T_e wordt, bij de aanvang van de berekeningen, ter plaatse $x = 0$, uitgegaan van beginvoorwaarden welke onder de gegeven overige condities nabij Saha-evenwicht zouden gelden. Bij volgende integraties worden voor deze beginvoorwaarden voor $x = 0$ steeds gekozen de voor $x = L$ optredende eindwaarden van de voorgaande integratie die bij dezelfde y -coördinaat plaatsvond. Door herhaalde malen te integreren wordt aldus tevens voldaan aan de periodiciteitsvoorwaarde voor n_e en T_e .

In het gebied van het generatorsegment waarin lijnen met $y = \text{konstant}$ door de elektrodenomtrekken worden gesneden, en tussen de elektroden en de wand, wordt de snelheidsvector \vec{u} , die slechts een x -komponent bezit, nul verondersteld; in het midden van het segment tot aan de elektroden geldt $u_x = 1000 \text{ m/s}$.

Voor die punten in het medium waarvoor de snelheid u_x gelijk is aan nul, gaat de energievergelijking voor elektronen over in de vorm:

$$\vec{j} \cdot \vec{E}' = 3 n_e m_e k (T_e - T) \sum_{s=1}^3 \frac{v_s}{m_s},$$

en worden n_e en T_e zonder integratie, algebraïsch bepaald uit bovenstaande vergelijking en de Saha-vergelijking. Daardoor kunnen de moeilijkheden worden voorkomen die zouden optreden wanneer, voor integratie tussen de elektroden, beginvoorwaarden voor n_e en T_e worden geëist, zoals in 5.6. is beschreven.

6. RESULTATEN

De in 5.8. beschreven berekeningen werden uitgevoerd op de computer EL X8 welke zich in het rekencentrum van de Technische Hogeschool Eindhoven bevindt. Ten behoeve van het inzicht werd tevens een rekenprogramma opgesteld waarmee een generatorsegment grafisch kan worden weergegeven, met daarin de meetkundige plaatsen van punten in het medium welke hetzelfde potentiaal bezitten (potentiaallijnen).

De realisatie van een rekenprogramma om stroomlijnen eveneens grafisch weer te geven verkeert in een zeer ver gevorderd stadium.

In de figuren 2 en 3 zijn voorbeelden gegeven van resultaten welke zijn verkregen door het tekenen van potentiaallijnen als behorend bij potentiaalverdelingen die berekend werden bij konstante en uniforme sigma en beta, met $\sigma = 15$ mho/m en $\beta = 1$. De waarde van de magnetische inductie bedroeg 1 Tesla. In figuur 2 is weergegeven het resultaat van een berekening waarin $V_{\text{Faraday}} = -70$ volt en $V_{\text{Hall}} = -5$ volt. In figuur 3 geldt $V_{\text{Faraday}} = -70$ volt en $V_{\text{Hall}} = 14$ volt.

Door de integraal op te maken van de stroomdichtheid in de x-richting, zowel als in de y-richting, kan gekonkludeerd worden dat geen van beide gevallen een generator betreft behorend tot een van de beide typen Faraday- of Hall-generator.

Met behulp van de in 5.5. beschreven methode werden, uitgaande van potentiaalverdelingen analoog aan die van de figuren 2 en 3, berekeningen uitgevoerd voor niet-uniforme verdelingen van sigma en beta. Steeds werd erop toegezien dat beta de kritische waarde 2 niet overschreed. De temperatuur van het medium werd konstant en uniform verondersteld, gelijk aan 2000 K. De druk had een waarde van 5 atmosferen. Het seedingspercentage werd gehouden op 0.3. De Faraday-spanning bedroeg in de berekeningen 14 volt.

De integraal van de stroomdichtheid in de x-richting dient voor het berekenen van een Faraday-generator nul te zijn. Deze integraal werd steeds opgemaakt voor de verzameling punten waarvoor $x = 0$. Teneinde tot een Faraday-generator te geraken werd, indien de genoemde integraal niet gelijk was aan nul, de Hall-spanning steeds zodanig aangepast, dat deze, als parameter van een convergent proces, tot een minimumwaarde van de Hall-stroomsterkte zou voeren. Aldus werden resultaten verkregen waarbij de verhouding tussen de Hall-stroomsterkte en de Faraday-stroomsterkte 1 : 25 bedraagt.

Voor dit laatste geval werd het verloop van sigma en beta ter plaatse $x = L$ als functie van y opgetekend in figuur 4. Opgemerkt dient te worden bij deze figuur dat in de buurt van de elektroden nog steeds een relatief sterke verhoging optreedt van het geleidingsvermogen. Eveneens kan gekonkludeerd worden dat de verhouding tussen deze topwaarden van sigma tot die in het midden van het Faraday-kanaal kleiner is dan die welke zou optreden bij het toepassen van vlakke elektroden in de wand, waarvan de gegevens uit vorige studies bekend zijn. Echter dient vermeld te worden dat de waarde van de Faraday-stroomsterkte afhankelijk was van de waarde van de y -coördinaat, hetgeen betekent dat, op tot heden nog niet eenduidig te verklaren wijze, bepaalde hoeveelheden stroomsterkte in de berekeningen niet meer tot uiting kwamen. Oorzaken hiervoor kunnen mogelijk gezocht worden in:

1. Numerieke afrondingsfouten in de rekenprocedures welke door de aard van de berekeningen accumulatief in de eindresultaten naar voren zouden komen.
2. Onnauwkeurigheden welke worden geïntroduceerd door de in de berekeningen toegepaste verwaarlozingen. Hierbij dient onderscheid gemaakt te worden tussen:
 - a. De verwaarlozing van stralingseffecten;
 - b. De verwaarlozing van de warmteflux;
 - c. De verwaarlozing, in eerste instantie, van $\frac{\nabla_p e}{en_e}$ in de Wet van Ohm.

Om de invloeden van de onder 2c genoemde verwaarlozing te kunnen onderzoeken werd de term $\frac{\nabla_p e}{en_e}$ in de berekeningen opgenomen.

Tengevolge van de daarbij optredende noodzaak een compleet stelsel van extra variabelen in het rekenprogramma op te nemen teneinde alle optredende factoren en termen te kunnen beschrijven werden extra numerieke onnauwkeurigheden geïntroduceerd die mogelijk de oorzaak waren van het feit dat het rekenproces hetwelk moet leiden tot oplossing van de vergelijkingen voor een Faraday-generator niet meer tot een stabiele oplossing voert. Wel bleek uit $\frac{\nabla_p e}{en_e}$ de grootte van de extra optredende termen dat de verwaarlozing van $\frac{\nabla_p e}{en_e}$ in de Wet van Ohm in eerste benadering zeker gerechtvaardigd was voor de stroomsterkten die in de berekeningen een rol speelden.

7. KONKLUSIES

1. Het is gebleken, dat het mogelijk is door middel van berekeningen via spanningspotentialen te geraken tot oplossingen van een stelsel magnetohydrodynamische vergelijkingen die een Faraday-generator beschrijven.

2. Ten behoeve van het onderzoek naar een optimale elektrodenkonfiguratie dienen de opgestelde rekenprocedures verfijnd te worden.
Om een eenduidige oplossing te verkrijgen als limiet van een interpolatieproces geldt daarbij als eerste vereiste dat de berekeningen geen numerieke instabiliteiten bevatten.

3. De verkregen resultaten rechtvaardigen de verwachting dat een generatorsegment met een ronde elektrodenkonfiguratie aan de elektrodenoppervlakken minder stroomconcentraties zal veroorzaken dan een overeenkomstig segment met vlakke elektroden in de wand waarvan de gegevens uit vorige studies bekend zijn.
De aanwezigheid van eventueel optredende korsluiteffekten zal in belangrijke mate kunnen worden beïnvloed door het kiezen van een daartoe geschikte goede dimensionering van de afmetingen van het systeem.

8. SYMBOLEN

- \vec{E} elektrische veldsterkte.
 \vec{B} magnetische inductie.
 \vec{J} elektrische stroomdichtheid.
 V elektrische spanningspotentialiaal.
 $\vec{\Psi}$ elektrische stroompotentialiaal.
 e lading van het elektron.
 k konstante van Boltzmann.
 m massa.
 I aantal ionisaties per volume-eenheid en per tijdseenheid.
 R aantal recombinaties per volume-eenheid en per tijdseenheid.
 n dichtheid.
 p druk.
 t tijd.
 T temperatuur.
 x, y, z Cartesische coördinaten.
 u snelheid.
 E_I ionisatie-energie.
 k_f ionisatiecoëfficiënt.
 k_r recombinatiecoëfficiënt.
 β Hallparameter.
 ν botsfrequentie.
 σ elektrisch geleidingsvermogen.
 Ψ z-komponent van de elektrische stroompotentialiaal.
 D diameter elektroden.
 H hoogte MID-kanaal.
 L lengte MID-kanaal.

Indices

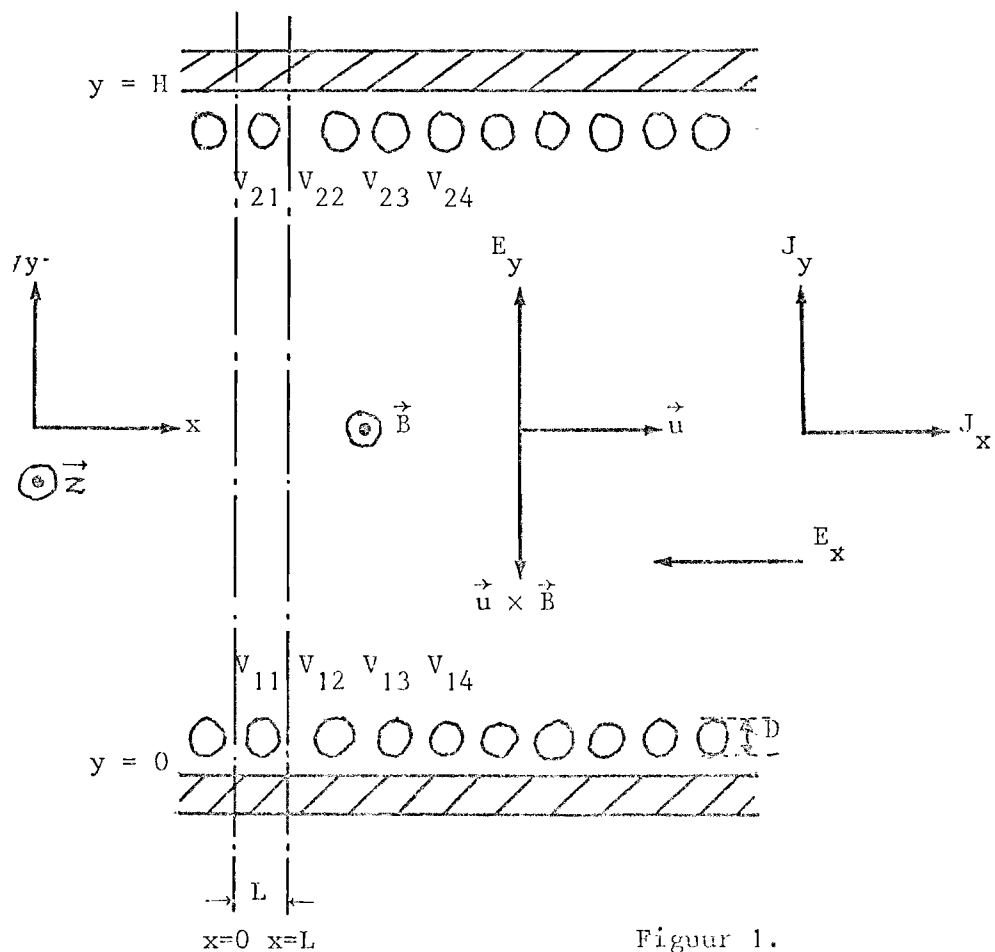
- A argon.
C cesium.
e elektronen.

9. LITERATUUR

1. Fushimi K. et al., Development of a long duration MHD-Channel, Fifth International Conference on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, 1, 371-372, Munich, (april 1971).
2. Salvat M., Simulation of a MHD generator by means of semiconducting plates to investigate the current distribution for various electrode shapes, Symposium on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, Warsaw, (july 1968).
3. Drawin H. and Felenbok P., Data for plasmas in local thermodynamic equilibrium, Gauthier Villars, Paris, (1965).
4. Takeshita T. and Grossman L.M., Excitation and Ionization Processes in Non-Equilibrium MHD plasmas, MHD Symposium, Warsaw, 1, 191-206, (1968).
5. Blom J.H. and Houben, J.W.M.A., Relaxationlength calculations in Ar-Cs mixtures for one- and two-dimesional pre-ionizer-geometries, Fifth International Conference on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, Munich, 65-79, (1971).
6. Nighan,W.L., Low-energy electron momentum transfer collisions in cesium plasmas, Phys. Fluids, 10, p. 1085-1094, (1967).
7. Spitzer L., Physics of fully ionized gases, Interscience Publishers, New York, London, (1962).
8. Sutton C.W. and Sherman A., Engineering Magnetohydrodynamics, Mc Graw Hill, New York, (1965).
9. Oliver D.A., Nonuniform electrical conduction in MHD Channels, SU-JFR Report no 163, Stanford, (1967).

10. BIJLAGEN

Coördinatensysteem en afmetingen.

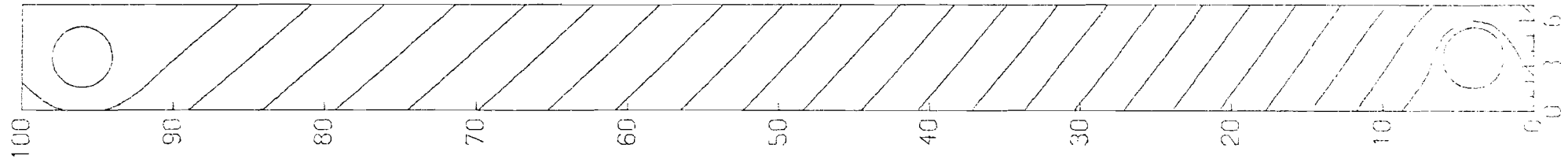


Figuur 1.

$$V_{Hall} = V_{12} - V_{11} = V_{13} - V_{12} = \dots$$

$$V_{Far.} = V_{21} - V_{11} = V_{22} - V_{12} = \dots$$

$$L = 7 \text{ mm} \quad H = 100 \text{ mm} \quad D = 4 \text{ mm}$$



NI = 10

NJ = 142

VERSCHILV = 3.0 VOLT

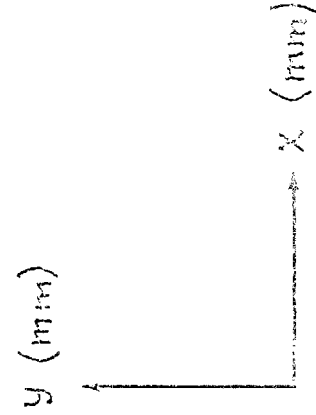
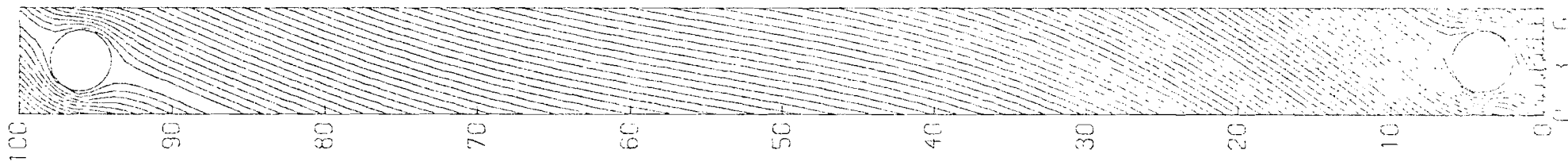


FIGURE 2

06365080 RCKoevoets

239 1 151071

PLOTFR 5 outp v. 26A



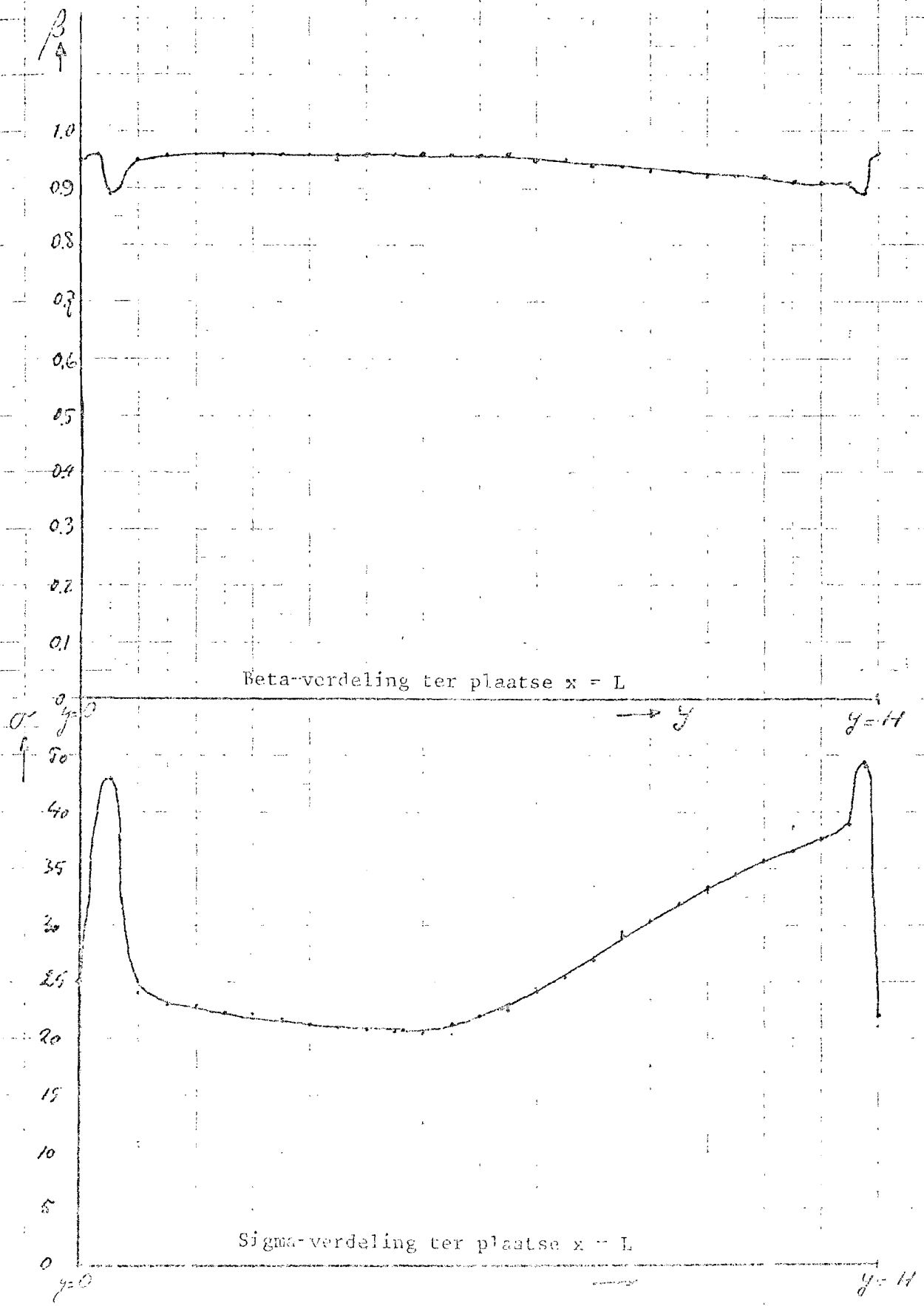
NI = 10
NJ = 130
VERSCHILV = 1.0 VOLT

FIGURE 3

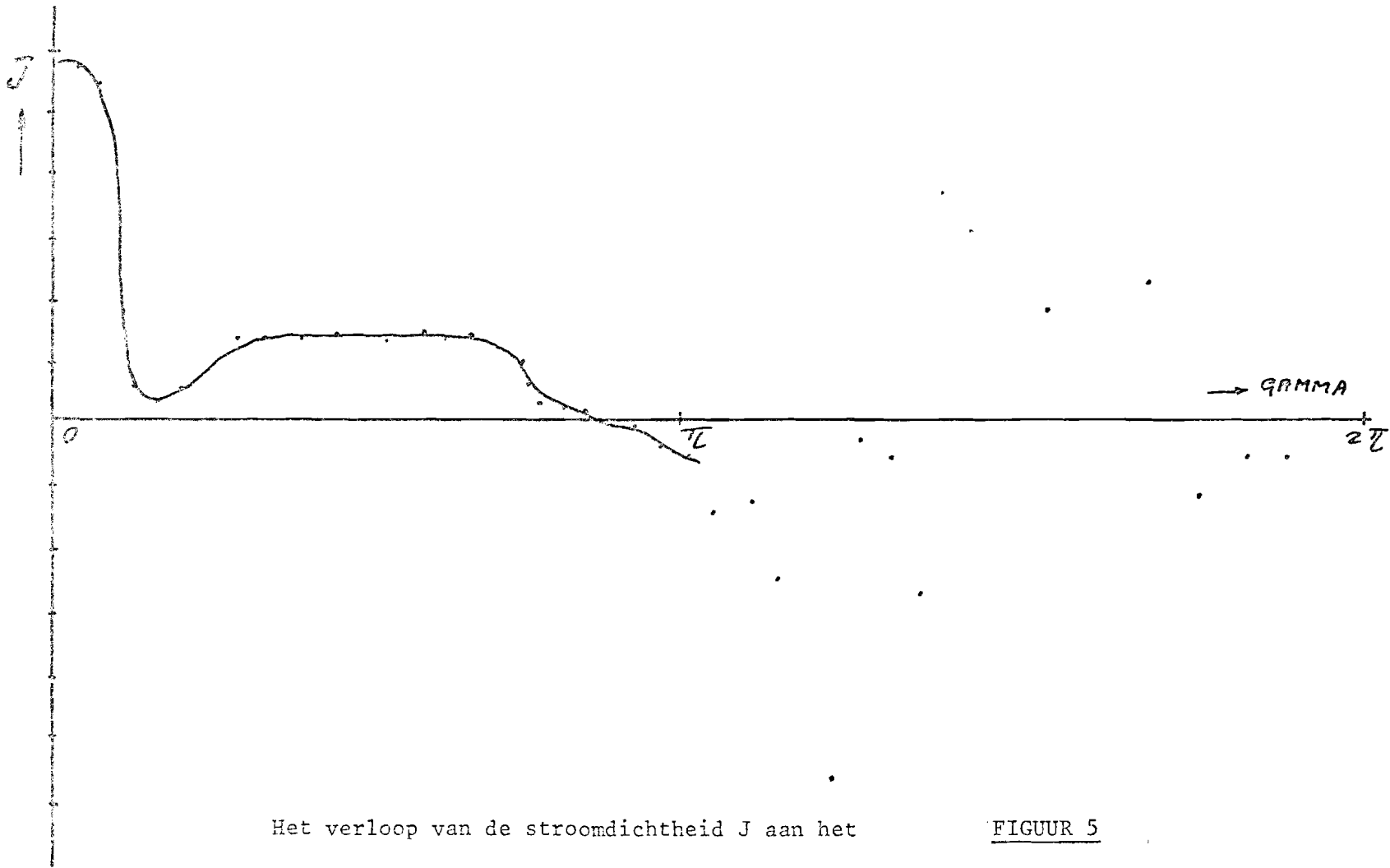
06365080 RCKoevoets

84 1 191071

PLOTTE 6A



FIGUUR 4



Het verloop van de stroomdichtheid J aan het elektrodenoppervlak als functie van de plaats op de omtrek.

FIGUUR 5