

## MASTER

### Een propagatiemodel voor de bepaling van interferentie ten gevolge van ducting op frequenties hoger dan 1 GHz

van Tiggelen, J.A.C.M.

*Award date:*  
1982

[Link to publication](#)

#### **Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

#### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

#### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

4463

AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK  
TECHNISCHE HOGESCHOOL EINDHOVEN  
VAKGROEP TELECOMMUNICATIE EC

EEN PROPAGATIEMODEL VOOR DE  
BEPALING VAN INTERFERENTIE TEN  
GEVOLGE VAN DUCTING OP  
FREKWENTIES HOGER DAN 1 GHZ.

door: J.A.C.M. van Tiggelen

*Verslag van het afstudeerwerk*

*uitgevoerd van november 1981 tot december 1982.*

*Afstudeerhoogleraar: Prof. J. Arnbak.*

*Begeleiders: Ir. J. Dijk (THE),*

*Ir. J. Neessen (PTT-Dr.Neher Laboratorium)*

*De afdeling der elektrotechniek van de Technische Hogeschool  
Eindhoven aanvaardt geen verantwoordelijkheid voor de inhoud  
van stage- en afstudeerverslagen.*

**INHOUD**

INHOUDSOPGAVE	i
SAMENVATTING	iii
DANKBETUIGING	iv
1. INLEIDING	1-1
1.1. Historie	1-1
1.2. Frekwentie-hergebruik	1-3
1.3. Internationale overlegstructuur	1-4
1.4. Voorbeeld van een coordinatie-berekening	1-9
2. DE MODE-THEORY	2-1
2.1. Inleiding	2-1
2.2. De wetten van Maxwell	2-2
2.3. Troposferische propagatie	2-4
2.4. De brekingsindex van de troposfeer	2-6
2.5. Variaties in de brekingsindex van de troposfeer	2-7
2.6. Uitwerking van de Helmholtzvergelijking	2-7
2.7. Voorbeeld: een oneindig hoge duct	2-10
2.8. Voorbeeld: diffractie om de ronde aarde	2-15
2.9. Het algemene geval	2-21
3. EEN NUMERIEKE PROCEDURE VOOR DE MODE-THEORY	3-1
3.1. Inleiding	3-1
3.2. Probleemstelling	3-1
3.3. De randvoorwaarden	3-2
3.4. Het vinden van eigenwaardes	3-5
3.5. Berekening van de veldsterkte	3-8
3.6. Het normalisatie-probleem	3-11
4. RADIOMETEOROLOGISCHE ASPEKTEN	4-1
4.1. Het ontstaan van ducts	4-1
4.2. Verdampingsducts	4-2
4.3. De invloed van ruwe grensvlakken	4-4
5. RESULTATEN VAN DE BEREKENINGEN	5-1
5.1. Algemene resultaten	5-1
5.2. De 1.3 GHz-verbindingen	5-7
5.3. De verbindingen Rockanje-Martlesham	5-9
5.4. De verbindingen Irnsum-Leidschendam	5-11
5.5. Verdampingsductstatistieken	5-13
5.6. Een vergelijking met de meetresultaten	5-19
5.6.1. De 1.3 GHz-verbindingen	5-19
5.6.2. De verbindingen Rockanje-Martlesham	5-19
5.6.3. De verbindingen Irnsum-Leidschendam	5-22
6. EVALUATIE VAN DE CCIR-VOORSPELLINGSMETHODE	6-1
6.1. CCIR-rapport 569-2	6-1
6.2. Resultaten uit de mode-theory	6-5
6.3. Vergelijking van de CCIR-methode met de mode-theory	6-6

7. KONKLUSIES EN SUGGESTIES	7-1
7.1. Konklusies	7-1
7.2. Suggesties voor verder onderzoek	7-2
LITERATUUR	8-1
BIJLAGE A:UITWERKING VAN GEBRUIKTE NUMERIEKE METHODEN	A-1
A.1. De numerieke methode van Numerov	A-1
A.2. Uitwerking van de methode van Numerov	A-3
A.3. Programmatuur rond de methode van Numerov	A-4
A.4. Het orthogonaliteits-bewijs	A-5
A.5. Berekening van eigenwaardes	A-7
A.6. Berekening van $o(z)$ m.b.v. de methode van Numerov	A-8
A.7. Berekening van de normalisatie-integraal	A-10
A.8. Bewijs van gelijkheid van normalisatie- integralen	A-11
BIJLAGE B: BIJDRAGE TOT AGARD-KONFERENTIE No.332	B-1
BIJLAGE C: KOMPUTERPROGRAMMA'S	C-1

## SAMENVATTING

Tengevolge van de toenemende vraag naar gebruiksmogelijkheden van het elektromagnetische spectrum, moet men in de toekomst steeds meer ruimtelijk hergebruik van de verschillende frekwentiebanden gaan overwegen. Echter, de toepasbaarheid van ruimtelijk hergebruik van frekwentiebanden wordt beïnvloed door propagatie-mechanismen die wederzijdse interferentie tussen radiokommunikatiesystemen kunnen veroorzaken.

In dit afstudeerverslag wordt daarom een theoretisch model bestudeerd om veldsterktes te kunnen berekenen op over-de-horizon interferentiepaden. Hierbij is niet uitgegaan van een geometrisch-optische benadering, maar via de zogenaamde mode-theory, rechtstreeks van de wetten van Maxwell.

Uitgaande van deze theorie worden numerieke methoden gepresenteerd om in praktische gevallen berekeningen te kunnen uitvoeren. Voor een bepaald propagatie-mechanisme, namelijk ten gevolge van verdampingsducts, worden deze berekeningen uitgevoerd. Hierbij is ook rekening gehouden met de invloed van ruwe aardoppervlakken.

Naast enige algemene resultaten worden deze ook voor enige bestaande meetverbindingen gepresenteerd. Zij worden vervolgens vergeleken met de meetgegevens. Er worden verschillende mogelijke oorzaken besproken voor de optredende verschillen.

Tenslotte worden, met behulp van het bestudeerde theoretische model, de bestaande empirische voorspellingstechnieken geëvalueerd, die nu worden gebruikt om interferentie te berekenen tussen radiokommunikatiesystemen die op frekwenties boven 1 GHz werken. Er blijken dan enige verschillen op te treden die grote konsekwenties kunnen hebben, indien de experimentele gegevens, waarop de voorspellingstechnieken zijn gebaseerd, worden geëxtrapoleerd naar hogere frekwenties en/of andere padgeometrieën.

DANKBETUIGING

Gaarne wil ik mijn dank betuigen aan het bestuur van de Afdeling der Elektrotechniek van de Technische Hogeschool Eindhoven, en aan de direktie van het Dr. Neher Laboratorium van de PTT, die het mij mogelijk hebben gemaakt om mijn afstudeerwerk te verrichten in een samenwerkingsverband tussen deze instituten.

## HOOFDSTUK 1

### INLEIDING

#### 1.1 HISTORIE

Spoedig na de eerste experimenten van Heinrich Hertz in 1887 werd het duidelijk dat het medium radio ongekende mogelijkheden bood. Al aan het begin van deze eeuw werden vele langegolf verbindingen ( $f \approx 100$  kHz) operationeel voor o.a. transoceanische en maritiem-mobiele toepassingen, verbindingen die met kabels niet, of slechts moeizaam, konden worden gelegd. Men gebruikte hierbij vonkenzenders waarmee men telegrafie bedreef.

De uitvinding van de triode in 1906, gevolgd door de snelle ontwikkeling van de elektronika in de eerste wereldoorlog, had tot gevolg dat de vonkenzenders werden verdrongen door buizenzenders. De frekwenties konden worden opgevoerd tot enige megahertzen, en met behulp van amplitude-modulatie kon men nu ook spraak overbrengen. Hiermee was de tijd rijp voor de omroep, die in de twintiger jaren is ontstaan en vervolgens stormachtig groeide.

De voortschrijdende ontwikkeling van de elektronenbuizen zorgde ervoor dat steeds hogere frekwenties konden worden opgewekt en ontvangen. Hiermee werd het mogelijk om de eigenschappen van de ionosfeer uit te buiten, die het mogelijk maakt om in de HF-band (3-30 MHz) met betrekkelijk geringe vermogens wereldwijde verbindingen te leggen.

De tweede wereldoorlog gaf weer een enorme stimulans aan de elektronika. Er werden radar-systemen ontwikkeld die in de VHF-band werkten (30-300 MHz) en ook werd de UHF-band al verkend. Het grote publiek kon hiervan mee profiteren toen na de oorlog het medium televisie opkwam, eerst in de VHF-banden (banden I en III), en in de zestiger jaren in de UHF-banden (banden IV en V). In deze banden wordt de propagatie niet meer door de ionosfeer beïnvloed; uitsluitend de troposfeer heeft nu nog invloed. De grens tussen deze mechanismen ligt bij ca. 30 MHz.

De opkomst van de transistor en de mikro-elektronika zorgde, en zorgt, voor een sterke toename van de behoefte aan communicatie. Daardoor is men genoodzaakt om steeds hogere frekwentiebanden in gebruik te nemen. Frekwenties van enige

tientallen gigahertzen zijn al operationeel in gebruik. Tegelijkertijd neemt, door de snelle ontwikkelingen in de ruimtevaart, het gebruik van kunstmatige satellieten hand over hand toe, een mogelijkheid die door Clarke in 1945 al werd aangegeven, maar die toen nog onrealiseerbaar was.

In Nederland zijn in de band boven 1 GHz onder andere de volgende diensten in gebruik voor civiele toepassingen (PTT):

- Maritiem-mobiele diensten (bijv. INMARSAT)
- Straalverbindingen (1-12 GHz, in de nabije toekomst tot 40 GHz)
- Satellietverbindingen (4 en 6 GHz, in de nabije toekomst tot 20 GHz)

Ook wordt al enige jaren gepraat over het in gebruik nemen van de 12 GHz-band voor omroepdoeleinden.

Nog steeds worden de toegepaste frekwenties hoger, zo blijkt uit dit overzicht, ondanks het feit dat flinke problemen moeten worden overwonnen. De technologie moet immers beschikbaar zijn tegen akseptabele prijzen, terwijl ook de troposfeer voor de hogere frekwenties steeds grilliger wordt als propagatiemedium (denk aan de invloed van regen en gasdempingen, zoals geïllustreerd in fig.1.1).

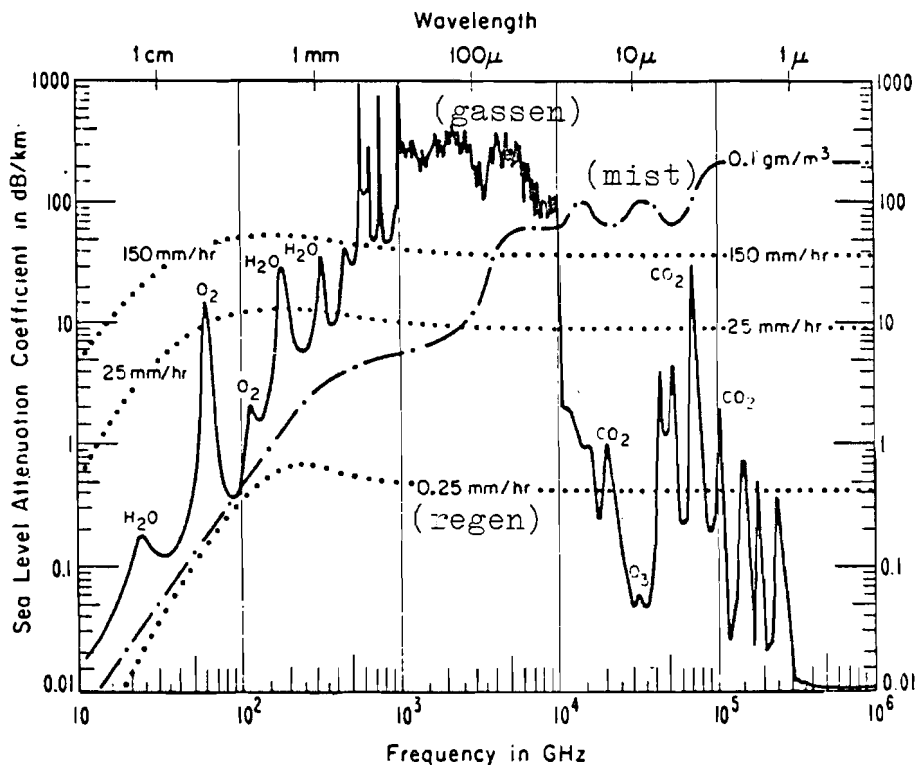


fig.1.1 Enige dempingen als funktie van de frekwentie. [1]



## 1.2 FREKWENTIE-HERGEBRUIK

Ondanks het feit dat steeds nieuwe frekwentiebanden in gebruik werden, en worden, genomen, is al vrijwel vanaf het begin van de radio de vraag naar ruimte in het frekwentiespektrum veel groter geweest dan het aanbod. Hoewel de laatste decennia revolutionaire ontwikkelingen hebben plaatsgevonden op het gebied van gesloten transmissiemedia (glasvezels), is het niet te verwachten dat er veel zal veranderen aan deze situatie.

Indien men enige poging wil doen om aan de vraag tegemoet te komen, moet men dezelfde frekwentiebanden aan meerdere diensten toewijzen en/of de verschillende frekwenties ruimtelijk hergebruiken. Het op de optimale manier hergebruiken van het frekwentiespektrum is een van de grootste problemen die radiokommunikatie-planners hebben.

In het ideale geval zou men een dienst kunnen bieden die 100% beschikbaar was. Als de technologie even perfect wordt verondersteld, dan bepalen de propagatiemechanismen de beschikbaarheid van de verbinding. Omdat propagatiemechanismen een stochastisch karakter hebben, is dit een statistisch probleem. De ontwerper van een systeem kan dus alleen maar proberen om de beschikbaarheid dicht bij de 100% te brengen: technisch gesproken kan hij nooit 100% garantie geven. Uit economische gronden zal men genoeg moeten nemen met bijvoorbeeld 95%, 99% of 99.999%, afhankelijk van de soort van dienst. Deze afweging is echter moeilijk, omdat uiteraard de technologie ook meespeelt in het percentage beschikbaarheid.

Een van de factoren die de beschikbaarheid van een verbinding beïnvloedt is interferentie door andere verbindingen of diensten. Door de toename van het aantal frekwentiebanden dat door meerdere diensten wordt gebruikt, en de behoefte om in deze banden op korte afstanden hergebruik mogelijk te maken, is interferentie in toenemende mate mede bepalend voor de beschikbaarheid van een verbinding. Dit wordt geïllustreerd in fig.1.2, waar de diensten door getrokken lijnen en potentiële interferentiepaden door onderbroken lijnen worden voorgesteld.

Een optimale benutting van het schaarse middel "frekwentiespektrum", bijvoorbeeld uit te drukken door middel van een "spectrum efficiency" faktor in  $\text{bit}/(\text{s.Hz.km}^2)$ , maakt internationaal overleg noodzakelijk. Dit werd al aan het begin van deze eeuw ingezien, en tot op de dag van vandaag komen afspraken over het gebruik van het frekwentiespektrum tot stand in internationaal overleg.

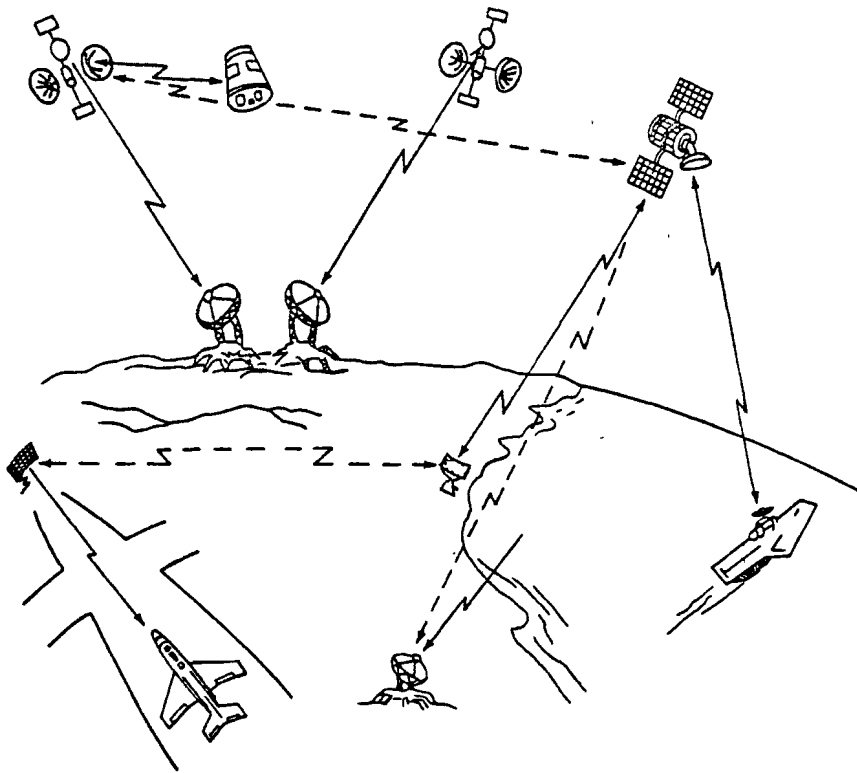


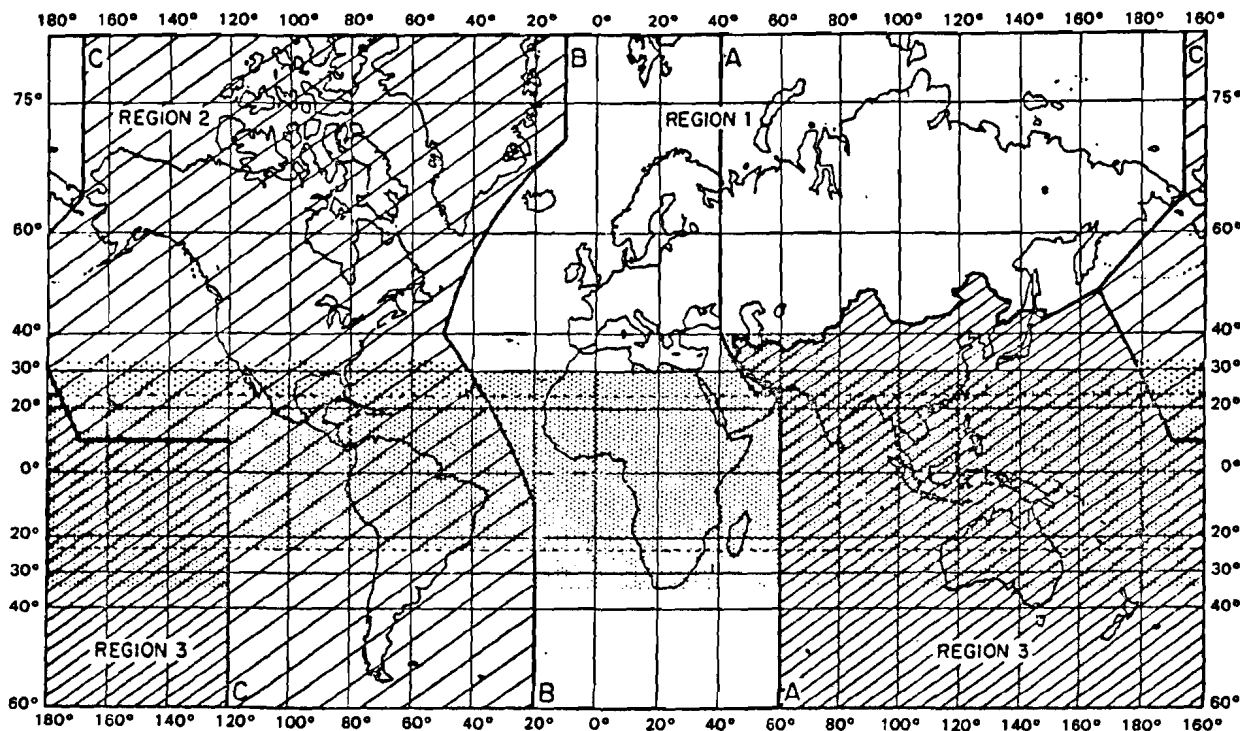
fig.1.2 Enige diensten en mogelijke interferentiepaden. [2]

### 1.3 INTERNATIONALE OVERLEGSTRUCTUUR

Ten aanzien van het frekwentie-hergebruik ontstond er in 1903 een "onderonsje" tussen slechts 9 landen, maar al in 1906 werd wereldwijd de Internationale Radiotelegrafie Unie opgericht, speciaal voor dit doel. Deze organisatie, die in 1932 werd omgedoopt tot Internationale Telecommunicatie Unie (ITU) had als primaire taak het bevorderen van de telecommunicatie tussen de aangesloten landen. Zij bestaat nu nog steeds, inmiddels als orgaan van de Verenigde Naties.

Tot de algemene statuten (de konventie) van de ITU behoren o.a. gedetailleerde afspraken voor radiokommunikatie, de zogenaamde "Radio Regulations". In de Radio Regulations worden frekwentiebanden toegewezen aan "diensten", waaronder een verzameling radiotoepassingen wordt verstaan die, voor wat de regulering van het frekwentiespektrum betreft, een aantal kenmerkende eigenschappen gemeen hebben. Deze Radio Regulations kunnen door Administratieve Radio Conferenties worden herzien. Dit kan wereldwijd gebeuren (WARC)\*, regionaal (de wereld is in 3 regionen verdeeld volgens fig.1.3), of sub-regionaal. In nationaal verband wordt uit deze Radio Regulations het zogenoemde Nationaal Frequentieverdelingsplan gestedilleerd.

\* World Administrative Radio Conference



The shaded part represents the Tropical Zone as defined in Nos. 406 to 410 and 411.

fig.1.3 De verdeling van de wereld in drie regionen. [3]

Ter illustratie is in fig.1.4 een bladzijde uit de Radio Regulations van 1979 overgenomen. Duidelijk is de onderverdeling in regionen te zien. De verschillende banden zijn toebedeeld aan primaire diensten (hoofdletters) en sekundaire diensten (kleine letters). De klein gedrukte getallen verwijzen naar voetnoten die nadere uitleg, uitzonderingen, aanvullingen e.d. geven. In vergelijking met fig.1.5, die de toewijzingen van dezelfde frekwentieband weergeeft volgens de Radio Regulations van 1959, is duidelijk te zien dat de bezetting van de betreffende frekwentieband snel toeneemt. In fig.1.6 is de toewijzing van de band volgens het Nationaal Frekwentieverdelingsplan weergegeven. De bovenste kolom geeft aan tot welke gebruiksmogelijkheden Nederland volgens de Radio Regulations (Regio 1) is gerechtigd. De middelste kolom geeft aan welke afwijkingen voor Nederland ten opzichte van de algemeen voor Regio 1 geldende indeling internationaal zijn vastgelegd (In dit geval is er voor Nederland een afwijking in de band 12.5-12.75 GHz krachtens voetnoot 849), terwijl de onderste kolom de frekwentieverdeling aangeeft die in nationaal verband is vastgelegd voor het daadwerkelijk gebruik van het frekwentiespektrum in ons land. Hierin is voorts aangegeven of een band is gereserveerd voor radiokommunikatie van de overheid (O), of van de niet-overheid (NO).

De technische basis die nodig is om de Radio Regulations te kunnen maken en uitvoeren wordt geleverd door studies die

**GHz**  
**11.7 — 12.75**

Allocation to Services		
Region 1	Region 2	Region 3
<b>11.7 — 12.5</b> FIXED BROADCASTING BROADCASTING-SATELLITE Mobile except aeronautical mobile	<b>11.7 — 12.1</b> FIXED 837 FIXED-SATELLITE (space-to-Earth) Mobile except aeronautical mobile 836 839 840	<b>11.7 — 12.2</b> FIXED MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING BROADCASTING-SATELLITE 838 840
	<b>12.1 — 12.3</b> FIXED 837 FIXED-SATELLITE (space-to-Earth) MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING BROADCASTING-SATELLITE 839 840 841 842 843 844	<b>12.2 — 12.5</b> FIXED MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING
	<b>12.3 — 12.7</b> FIXED MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING BROADCASTING-SATELLITE 839 840 843 844 846	<b>12.5 — 12.75</b> FIXED FIXED-SATELLITE (space-to-Earth) MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING-SATELLITE 847
838 840	840	840
<b>12.5 — 12.75</b> FIXED-SATELLITE (space-to-Earth) (Earth-to-space)	<b>12.7 — 12.75</b> FIXED FIXED-SATELLITE (Earth-to-space) MOBILE except aeronautical mobile	
840 848 849 850		

fig.1.4 Toewijzing van de band 11.7-12.75 GHz (1979). [4]

worden uitgevoerd door de CCIR (Comité Consultatif International des Radiocommunications), een technisch comité van de ITU. Het werk in de CCIR is verdeeld over verschillende studiegroepen, die elk zijn gespecialiseerd in een bepaald onderwerp (bijvoorbeeld ionosferische propagatie of mobiele communicatie).

Een van de onderdelen van de Radio Regulations beschrijft de procedure om het gebied te bepalen rond een grondstation

**Gc/s**  
**10.5—13.25**  
**(Spa)**

Allocation to Services		
Region 1	Region 2	Region 3
10.5—10.55 FIXED MOBILE <i>Radiolocation</i>	10.5—10.55  RADIOLOCATION  404	
10.55—10.68	FIXED MOBILE <i>Radiolocation</i>	
10.68—10.7	RADIO ASTRONOMY  405A 405B	
10.7—11.7	FIXED MOBILE	
11.7—12.7	FIXED MOBILE except aeronautical mobile BROADCASTING	
12.7—13.25	FIXED MOBILE	

404 Limited to continuous wave systems.

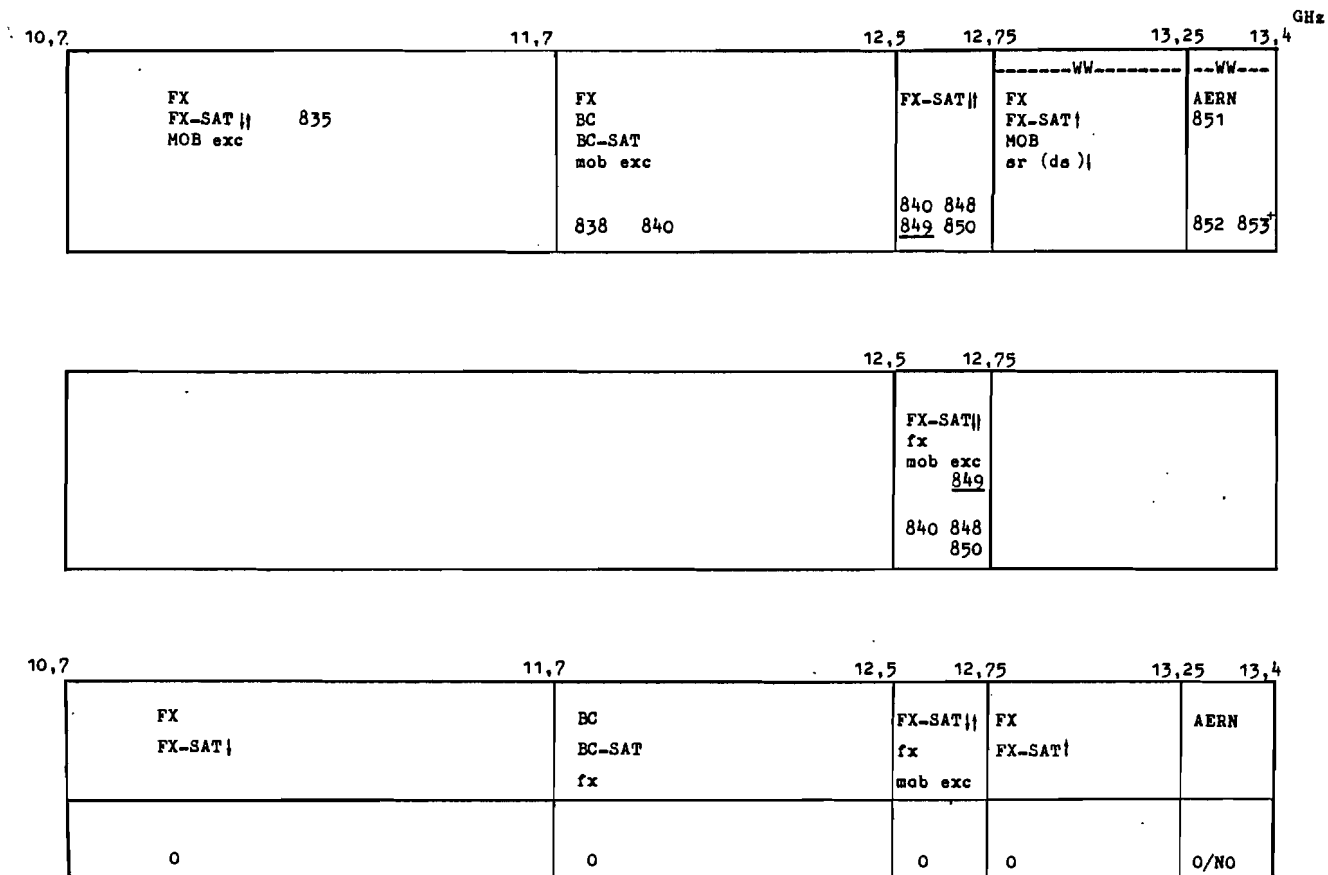
405 SUP (Spa)

405A In Australia and the United Kingdom, the band 10.68-10.7 Gc/s is also allocated, Spa on a secondary basis, to the radiolocation service.

fig.1.5 Toewijzing van de band 10.5-13.25 GHz (1959). [5]

waarbinnen hetzij onacceptabele storing kan worden veroorzaakt door, hetzij onacceptabele storing kan worden verkregen van straalverbindingen. Deze procedure is beschreven in Appendix 28 van de Radio Regulations en is van zeer groot belang voor het hergebruik ("sharing") van frekwentiebanden door satelliet- en straalverbindingen. [6] Wanneer dit zogenaamde coördinatiegebied is vastgesteld, dienen nauwkeurige interferentieberekeningen te worden uitgevoerd met inachtnaam van precieze gegevens met

betrekking tot de plaatsen van de geïnstalleerde straalzenders, c.q. ontvangers, antennediagrammen, enzovoorts.



WARG '79  
res. 32 (11,7-12,5 GHz)  
res. 700(12,2-12,7 GHz)

fig.1.6 Toewijzing van de band 10.7-13.4 GHz volgens het Nationaal Frequentieverdelingsplan van 1982. [7]

#### 1.4 VOORBEELD VAN EEN KOORDINATIE-BEREKENING.

In Burum (Fr.) heeft de PTT een grondstation staan dat verbinding onderhoudt met de INTELSAT-satellieten. De antenne BURUM-1 staat gericht op de INTELSAT boven de Atlantische Oceaan; de antenne BURUM-2 staat gericht op de INTELSAT boven de Indische Oceaan. De in gebruik zijnde frekventies liggen in de 4 GHz band voor de down-links en in de 6 GHz band voor de up-links. Omdat deze banden ook voor straalverbindingen worden gebruikt, is het noodzakelijk om coördinatie-berekeningen uit te voeren volgens Appendix 28 van de Radio Regulations. Deze resulteren in een zogenaamde zend-contour, die aangeeft binnen welk gebied straalverbindingen een meer dan aanvaardbare storing van het grondstation kunnen verwachten, en in een zogenaamde ontvang-contour, die aangeeft binnen welk gebied straalverbindingen een meer dan aanvaardbare storing in het grondstation kunnen veroorzaken. In fig.1.7 zijn als voorbeeld de zo berekende zend-contouren van BURUM-2 gegeven voor enige modulatiemethoden. In fig.1.8 is hetzelfde gedaan voor de ontvang-contouren. Hier is de potentiële invloed van de zee bijzonder duidelijk.

De coördinatie-procedures, zoals die in Appendix 28, zijn afgeleid uit vele jaren meetresultaten van verschillende over-de-horizon meetverbindingen. Met behulp van deze meetresultaten worden semi-empirische formules samengesteld om voorspellingen te kunnen doen voor andere over-de-horizon paden, andere frekventies en andere geometrieën.

De procedures worden regelmatig gekorrigeerd als gevolg van nieuwe meetresultaten en/of veranderde fysische inzichten. Dit alles dient uiteraard om de betrouwbaarheid van de procedures te vergroten.

Tijdens de beginperiode van het operationeel zijn van BURUM-2 werd gekonstateerd, dat de verbinding gedurende een aaneengesloten periode van een paar dagen werd gestoord door een Duitse straalzender. De oorzaak van deze interferenties werd door metingen geevalueerd. Het bleek dat troposferische ducting de oorzaak was. Het grondstation bleek hiervoor uitermate gevoelig, omdat geen natuurlijke afscherming voorhanden is door bijvoorbeeld bergen, heuvels e.d., een probleem dat kenmerkend is voor lage landen aan zee.

De oplossing van deze problemen was een zeer kostbare zaak. Het gevolg is geweest, dat enerzijds de meetgegevens zijn ingebracht in de CCIR, ter vervolmaking van de coördinatie-procedures, maar dat anderzijds de behoefte is ontstaan om het verschijnsel troposferische ducting beter te begrijpen.

In dit kader heeft de PTI besloten om het probleem als afstudeeropdracht voor te leggen aan de vakgroep EC van de THE. Het voor U liggende verslag is het resultaat van deze samenwerking.

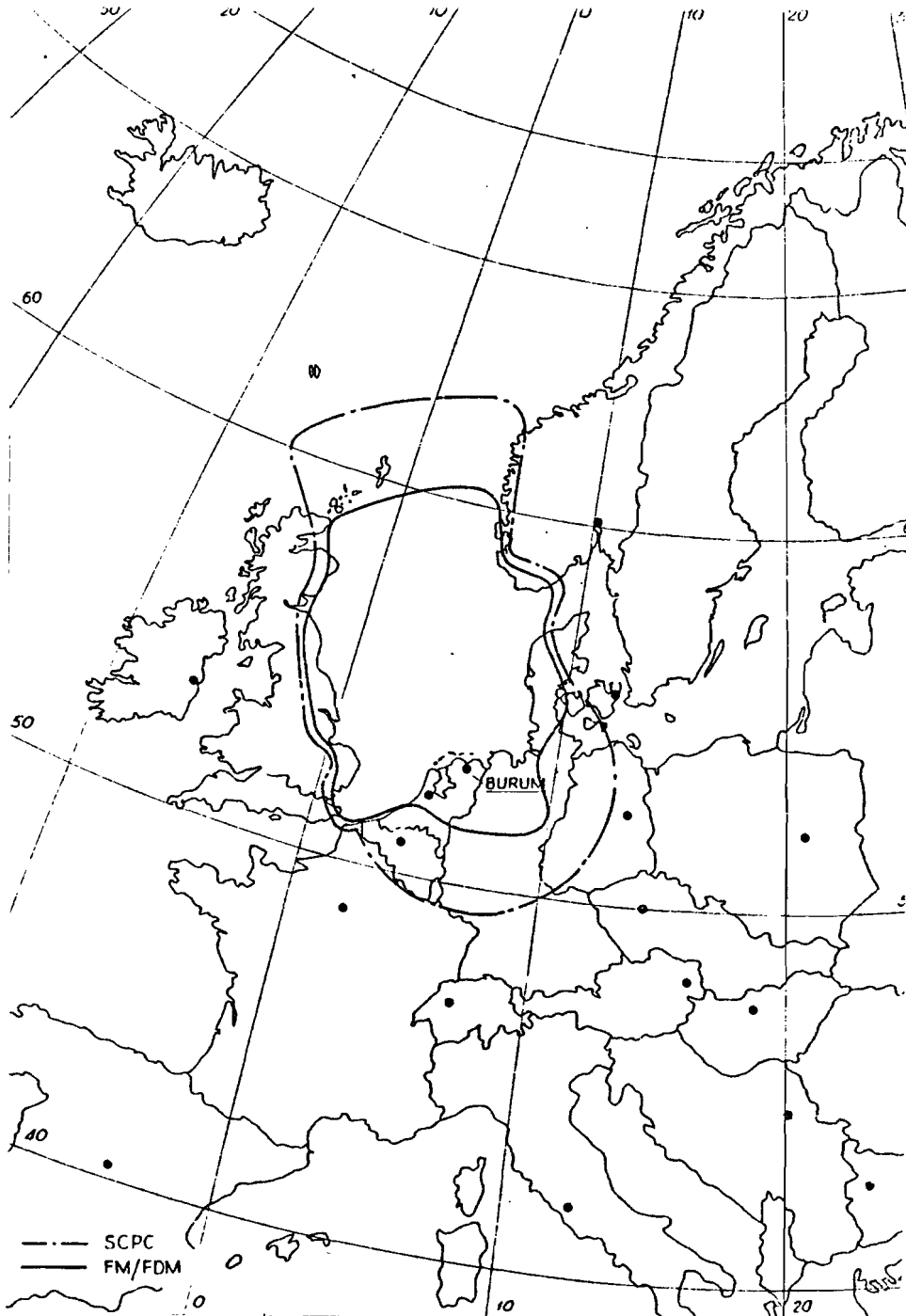


fig.1.7 Zend-contouren van het grondstation BURUM-2 voor enige modulatiemethoden. [8]



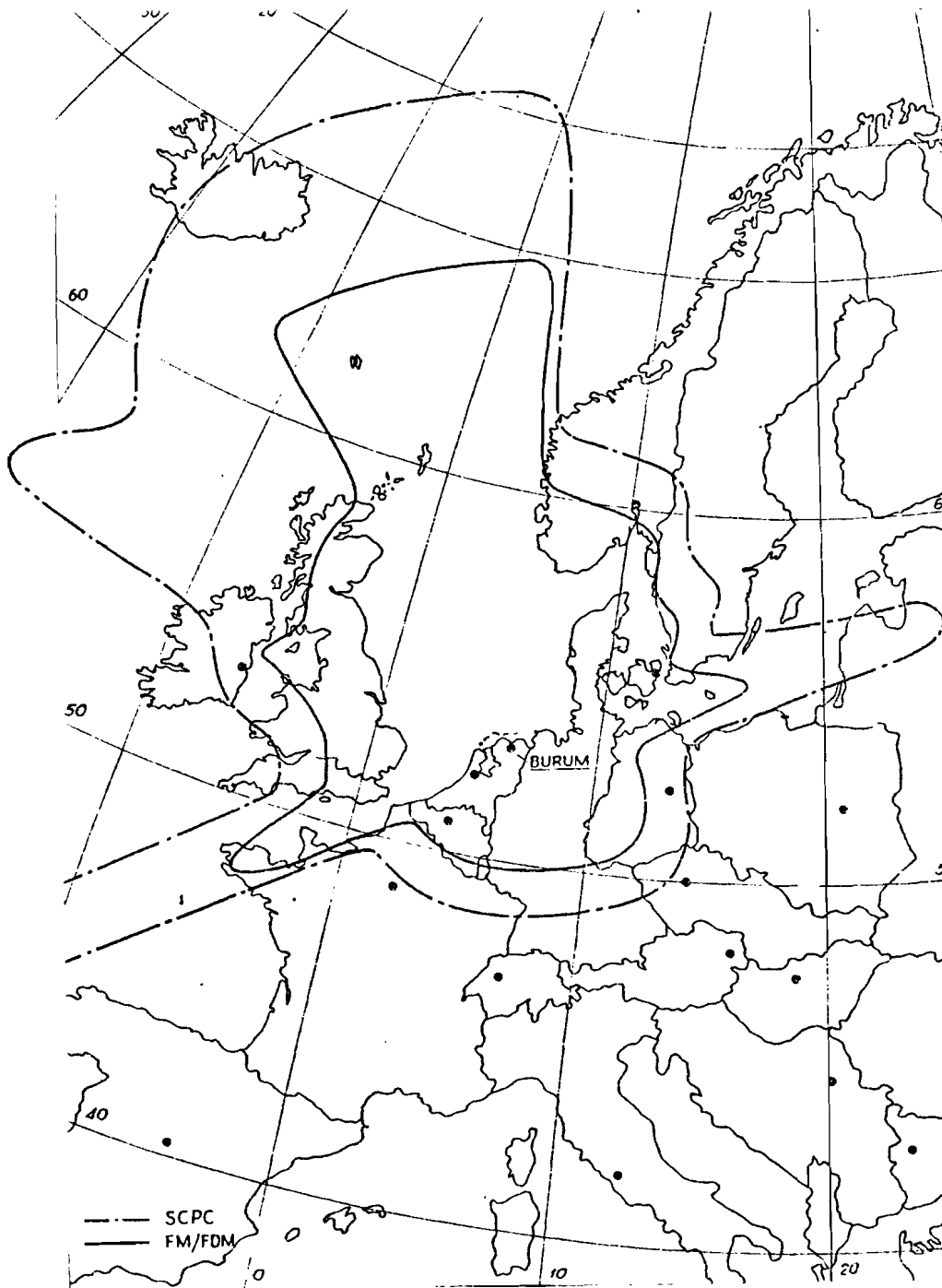


fig.1.8 Ontvang-contouren van het grondstation BURUM-2 voor enige modulatiemethoden. [8]

## HOOFDSTUK 2

### DE MODE-THEORY

#### 2.1 INLEIDING

Iedereen heeft in de zomer wel eens een luchtspiegeling gezien boven een hete asfaltweg. Het verschijnsel is een gevolg van de sterke verhitting van de luchtlaag net boven het asfaltoppervlak, die de brekingsindex van die luchtlaag doet afnemen. Lichtstralen worden hierdoor afgebogen (fig.2.1).

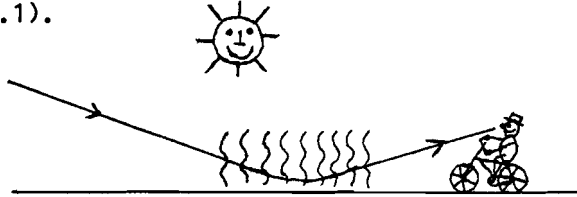


fig.2.1 Buiging van licht boven een hete asfaltweg.

In de dertiger jaren, bij de introductie van radioverkeer in de VHF- en UHF-banden, ontdekte men, dat soortgelijke verschijnselen ook bij elektromagnetische golven van deze frequenties konden optreden. De effecten waren zelfs nog veel sterker, omdat de atmosfeer voor lichtfrequenties veel minder doorzichtig is, dan voor elektromagnetische golven in het VHF- en UHF-gebied, terwijl voor lichtfrequenties bovendien de invloed van waterdamp op de brekingsindex van de atmosfeer veel kleiner is.

De afhankelijkheid van deze effecten van het weer was bij de opkomst van de televisie al waargenomen. Men ontdekte spoedig, dat, met name 's avonds, het bereik van de televisiezenders groter was, dan op grond van de orthodoxe diffraktietheorie kon worden verwacht. Ook bij de opkomst van de radar werden tal van bijzondere waarnemingen gedaan. Soms werden objecten waargenomen op tien keer de optische afstand tot de horizon. Het betrof dan bijna altijd bijzonder lage objecten, zoals schepen of lage kusten.

In de tweede wereldoorlog werd de aanzet gegeven tot theoretische bestudering van dit verschijnsel. Een reden hiervoor was, dat men al spoedig ontdekte, dat Duitse radio-navigatiezenders meestal een zeventigtal kilometers verder waren te ontvangen, dan werd verwacht. Booker en Walkinshaw hebben een belangrijke bijdrage aan het inzicht hierin

geleverd met hun "mode-theory", die de geometrische optika aanvult op zijn zwakke plaatsen [9].

Zij beschouwen de troposfeer als een golfpijp, met het aardoppervlak als onderste begrenzing, en een nader te definiëren vlak, op hoogte  $z_0$  boven het aardoppervlak, als bovenste begrenzing. De bovenste begrenzing is, afhankelijk van het brekingsindexprofiel, min of meer lek. Bij een duct-situatie is de bovenste begrenzing nauwelijks of niet lek, zodat elektromagnetische energie met lage verliezen door de "golfpijp" kan stromen, tot op grote afstanden van de zender (fig.2.2). Bij een diffraktiesituatie is de begrenzing daarentegen zo lek, dat al vlak na de horizon zoveel elektromagnetische vermogen uit de golfpijp is gelekt, dat de veldsterkte voorbij de horizon snel afneemt (fig.2.3).



fig.2.2 Ductsituatie      fig.2.3 Diffractie rond de aarde

Deze benadering is een interessant alternatief voor de orthodoxe diffraktietheorie, ook in fysisch opzicht.

In het vervolg van dit hoofdstuk zal de "mode-theory" in zijn algemene vorm nauwkeurig worden uitgewerkt.

## 2.2 DE WETTEN VAN MAXWELL

Zoals bekend, luiden de Wetten van Maxwell voor isotrope media als volgt:

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \frac{d\vec{H}}{dt} \quad (2.1) \quad \text{div}(\epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}) = \rho \quad (2.3)$$

$$\text{rot } \vec{H} = +\epsilon_r \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \sigma \vec{E} \quad (2.2) \quad \text{div}(\mu_r \mu_0 \vec{H}) = 0 \quad (2.4)$$

Voor het gebruik bij troposferische propagatie kunnen deze wetten worden vereenvoudigd, omdat  $\sigma$  en  $\rho$  beide nul zijn in de troposfeer:

$$\text{rot } \bar{E} = -\mu_r \mu_0 \frac{d\bar{H}}{dt} \quad (2.5) \quad \text{div}(\epsilon_r \epsilon_0 \bar{E}) = 0 \quad (2.7)$$

$$\text{rot } \bar{H} = +\epsilon_r \epsilon_0 \frac{d\bar{E}}{dt} \quad (2.6) \quad \text{div}(\mu_r \mu_0 \bar{H}) = 0 \quad (2.8)$$

Deze vergelijkingen moeten voor ons gebruik ten behoeve van de telecommunicatie eigenlijk worden gebruikt in een bolcoördinatenstelsel. Men voorkomt echter wiskundige moeilijkheden door over te gaan op een model met gekromde straalbanen en een vlakke aarde (kathesisch stelsel). Deze koördinatentransformatie heeft tot gevolg, dat de Wetten van Maxwell als volgt moeten worden gemodificeerd [10].

$$\text{rot } \bar{E} = -\mu' \mu_0 \frac{d\bar{H}}{dt} \quad (2.9) \quad \text{div}(\epsilon' \epsilon_0 \bar{E}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\text{rot } \bar{H} = +\epsilon' \epsilon_0 \frac{d\bar{E}}{dt} \quad (2.10) \quad \text{div}(\mu' \mu_0 \bar{H}) = 0 \quad (2.12)$$

Hierin zijn  $\epsilon' = \epsilon_r(1+(z/a))$  en  $\mu' = \mu_r(1+(z/a))$  de gemodificeerde permittiviteit, resp. permeabiliteit,  $z$  is de hoogte boven het aardoppervlak en  $a$  is de straal van de aardbol.

Uit (2.9) tot en met (2.12) kan voor harmonische TE-golven met hoekfrequentie  $\omega$  de skalare Helmholtz-vergelijking worden afgeleid [10] (tijdafhankelijkheid  $\exp(+i\omega t)$ ):

$$\Delta E + \mu_0 \mu' \epsilon_0 \epsilon' \omega^2 E = 0 \quad (2.13)$$

Definieer  $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ , het golfgetal, en  $m = \sqrt{\epsilon' \mu'}$ , de gemodificeerde brekingsindex. Dan gaat (2.13) over in:

$$\Delta E + k^2 m^2 E = 0 \quad (2.14)$$

De gemodificeerde brekingsindex  $m$  hangt van de brekingsindex  $n$  af volgens:

$$m = n \left(1 + \frac{z}{a}\right) = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \left(1 + \frac{z}{a}\right) \quad (2.15)$$

Dit is eenvoudig te bewijzen door de skalare Helmholtz-vergelijking af te leiden uit (2.5) tot en met (2.8). Uit

(2.14) en (2.15) blijkt de invloed die de troposfeer, via de brekingsindex, kan uitoefenen op de voortplanting van elektromagnetische golven. De verschillende mechanismen die in de troposfeer een rol kunnen spelen worden in de volgende paragraaf kort besproken. Een uitgebreider overzicht wordt gegeven in een recent boek van Hall [11].

### 2.3 TROPOSFERISCHE PROPAGATIE

Het onderste deel van de atmosfeer wordt de troposfeer genoemd. Deze is ca. 9 km hoog bij de aardpolen, en ca. 17 km bij de evenaar. De troposfeer mag worden beschouwd als een dielektrikum met de eigenschappen  $\mu = \mu_0$  en  $\sigma = 0$ . Uit (2.15) volgt dan voor de brekingsindex van de troposfeer:

$$n = \sqrt{\epsilon_r}$$

De brekingsindex is dus alleen afhankelijk van de relatieve dielektische konstante. Deze relatieve dielektrische konstante is op zijn beurt afhankelijk van meteorologische parameters als luchtdruk, luchtvochtigheid, en temperatuur. Zo kunnen meteorologische omstandigheden de voortplanting van elektromagnetische golven beïnvloeden.

Ook wordt troposferische propagatie beïnvloed door de invloed van "hydrometeoren" (regen, wolken e.d.) en door de atmosferische gassen.

De invloed van de troposfeer op radioverbindingen wordt dominant bij frekwenties hoger dan ca. 30 MHz. Daaronder zijn de variaties van de brekingsindex te kleinschalig in verhouding tot de golflengte, terwijl dan bovendien de ionosfeer een sterke invloed op de propagatie krijgt.

Er zijn verschillende manieren, waarop de troposfeer invloed op de propagatie van elektromagnetische golven kan uitoefenen:

1. De variaties in luchtdruk, temperatuur en luchtvochtigheid veroorzaken, zoals net al is besproken, variaties van de brekingsindex van de troposfeer. Dit kan op drie manieren merkbaar worden:
  - a. Plaatselijke variaties van de brekingsindex kunnen elektromagnetische golven verstrooien. Deze "troposcatter" is voldoende betrouwbaar om lange-afstand-kommunikatie te kunnen verzorgen, vooral in het frekwentiegebied van ca. 300 MHz tot 10 GHz.

- b. Horizontaal gelaagde abrupte variaties van de brekingsindex kunnen elektromagnetische golven reflekteren. Dit verschijnsel speelt zich het meest af in het frekwentiegebied van 30 MHz tot 1 GHz.
- c. Negatieve gradienten die sterk genoeg zijn en die voldoende hoog zijn uitgebreid kunnen "ducting" van elektromagnetische golven veroorzaken, vooral bij frekventies boven 1 GHz. Dit verschijnsel is boven land betrekkelijk zeldzaam, maar treedt boven zee regelmatig op, hetgeen al door fig.1.8 werd gesuggereerd. Kleinere (negatieve) gradiënten kunnen het verschijnsel "superrefraktie" veroorzaken, hetgeen ook een belangrijk mechanisme kan zijn.

Al deze mechanismen kunnen elektromagnetische golven ver voorbij de optische horizon doen voortplanten. Zij kunnen de oorzaak zijn van interferentie tussen twee radioverbindingen.

- 2. Hydrometeoren (regen, sneeuw, wolken e.d.) kunnen de propagatie van elektromagnetische golven boven ca. 3 GHz beïnvloeden. Zij kunnen elektromagnetische energie verstrooien en absorberen, terwijl bovendien een thermische ruisbijdrage te verwachten is van hydrometeoren.
- 3. Absorptie door atmosferische gassen en waterdamp wordt boven 15 GHz ook belangrijk. Er zijn dan bepaalde frekventies die sterk worden gedempt, omdat deze overeenkomen met een resonantiefrekventie van een zuurstof- of waterdampmolekuul. Ook is hier weer een extra thermische ruisbijdrage door te verwachten.
- 4. Ook is er de invloed van de aardse omgeving. Boven 30 MHz kunnen heuvels, afhankelijk van hun grootte en vorm, een belangrijke invloed hebben op de elektromagnetische veldsterkte voorbij de horizon. Bij hogere frekventies wordt zelfs de invloed van gebouwen merkbaar, mits zij vele malen groter zijn dan de gebruikte golflengte. Elektromagnetische golven kunnen dan worden verstrooid, gereflekteerd, of diffractie ondergaan.

In het kader van deze afstudeeropdracht wordt geen aandacht besteed aan de punten 2,3 en 4. Er wordt uitsluitend gekeken naar de gevolgen van brekingsindexvariaties in de troposfeer voor de propagatie van elektromagnetische golven.

## 2.4 DE BREKINGSINDEX VAN DE TROPOSFEER

Zoals bekend is de brekingsindex van lucht vrijwel gelijk aan 1. Variaties van enkele delen op een miljoen zijn echter al belangrijk bij de propagatie van elektromagnetische golven, zodat de brekingsindex toch iets nauwkeuriger moet worden bekeken.

Normaal gesproken is de brekingsindex ca. 1.00035, en daarom werkt men in de praktijk liever met de zogenaamde brekingsindexmodulus,  $N$ , die als volgt is gedefinieerd:

$$N = (n-1) * 10^6 \quad (2.16)$$

De samenstelling van de atmosfeer is, op de waterdampdrukbijdrage na, tot op grote hoogte (ca. 50 km) konstant: 78.1% stikstof, 20.9% zuurstof, 0.97% argon e.d., 0.03% kooldioxyde. De niet-konstante waterdampdrukbijdrage speelt een grote rol in de brekingsindex, omdat watermolekulen een groot permanent dipoolmoment hebben. Omdat deze bijdrage niet konstant is, veroorzaakt deze, ruimtelijk en in de tijd bezien, variaties in de brekingsindex. [12]

Een algemeen geaccepteerd verband tussen de brekingsindexmodulus  $N$ , de luchtdruk  $p$  (in mb), de luchttemperatuur  $T$  (in K) en de waterdampdruk  $e$  (in mb) luidt [13]

$$N = 77.6 \frac{p}{T} + 3.73 * 10^5 \frac{e}{T^2} \quad (2.17)$$

Dit semi-empirisch verband is binnen 0.5% korrekt voor een luchtdruk tussen 200 en 1100 mb, temperaturen tussen 240 en 310 K, waterdampdrukken kleiner dan 30 mb en voor frekwenties tot ca. 1000 GHz, als de atmosferische absorptie even buiten beschouwing wordt gelaten. Bij lage temperaturen speelt de eerste term van (2.17), de "droge" term, de belangrijkste rol, omdat dan geen hoge waterdampdruk kan optreden. Bij hoge temperaturen kan de tweede term, de "natte" term, de belangrijkste worden, en wordt  $N$  zeer gevoelig voor kleine variaties van  $e$  en/of  $T$ . Deze situatie treedt vooral in de tropen op, waar dan ook grotere variaties in  $N$  optreden, dan in gematigde streken.

## 2.5 VARIATIES IN DE BREKINGSINDEX VAN DE TROPOSFEER

Een van de belangrijkste oorzaken van beïnvloeding van elektromagnetische golven, is de verandering van de brekingsindex als functie van de hoogte  $z$  en als functie van de tijd. Deze veranderingen zijn verantwoordelijk voor verschijnselen als ducting en reflectie. De kleinschalige fluktuaties van de brekingsindex, die "troposcatter" kunnen veroorzaken, worden hier buiten beschouwing gelaten.

In de praktijk geldt normaal gesproken in ons gematigde klimaat:  $N(0) = \text{ca.} 330$  en  $dN/dz = \text{ca.} -40$  /km. De afname van de luchtdruk als functie van de hoogte is verantwoordelijk voor ca.  $-31$  /km, de afname van de vochtigheid als functie van de hoogte voor ca.  $-17$  /km, en de afname van de temperatuur voor ca.  $+8$  /km. In de tropen varieert  $N(0)$  van 400 tot 290, met boven land plaatselijk een  $dN/dz$  van  $-30$  /km, en boven zee af en toe een  $dN/dz$  van  $-100$  /km.

Een handige grootte om het al dan niet kunnen optreden van ducting te kunnen beoordelen, is de gemodificeerde brekingsindexmodulus  $M$ , die, analoog aan (2.15), als volgt is gedefinieerd:

$$M = N + \frac{z}{a} \times 10^6 \quad (2.18)$$

zodat

$$\frac{dM}{dz} = \frac{dN}{dz} + 157 \quad /\text{km} \quad (2.19)$$

Normaal gesproken is  $dM/dz$  ongeveer  $+117$  /km. Als  $dM/dz$  echter negatief is, kan "ducting" optreden. Hierbij kan elektromagnetische energie zich met geringe verliezen tot ver voorbij de horizon voortplanten. Dit zal in de volgende paragrafen nader worden uitgewerkt.

## 2.6 UITWERKING VAN DE HELMHOLTZVERGELIJKING

Uitgaande van de Helmholtzvergelijking (2.14) zijn er nu twee wegen om tot oplossingen te geraken.

- Men kan uit (2.14) de zogenaamde eikonaal- en transportvergelijking afleiden, die de basis vormen van de geometrische optika. Met behulp hiervan kan men het probleem dan oplossen met straalbanen die aan de Wet van Snellius voor continue media voldoen. De eikonaalvergelijking geldt echter alleen, indien:



- de brekingsindex niet noemenswaardig verandert binnen een golflengte afstand. Het brekingsindexprofiel mag dus geen sprongen of sterke gradiënten vertonen.
- de relatieve afstandsverandering tussen twee naast elkaar lopende stralen, die aanvankelijk parallel lopen, klein is binnen een golflengte afstand.

Aan deze beide voorwaarden wordt met name bij ducting niet voldaan, zodat dan de grootste voorzichtigheid moet worden betracht bij het interpreteren van door middel van geometrische optika verkregen resultaten. Voor optisch-zicht verbindingen voldoet deze methode echter dikwijls goed.

- Men kan (2.14) expliciet oplossen en verkrijgt dan oplossingen die bestaan uit een som van oneindig veel zogenaamde "modi". Deze weg geeft de zogenaamde "mode-theory" die met name geschikt is om veldsterktes in over-de-horizon verbindingen te berekenen. Daarom zal deze methode in ons geval worden toegepast.

Beschouw daartoe een vlakke aarde met een inhomogene troposfeer, waarbij  $m$  alleen een functie van  $z$  is. Deze aanname is meestal gerechtvaardigd, omdat de variaties in  $x$ - en  $y$ -richting dikwijls verwaarloosbaar zijn ten opzichte van de variaties in  $z$ -richting. Een konsekwentie is echter wel, dat een eventuele duct in horizontale richting oneindig uitgebreid wordt gedacht, en dat is, met name bij gekombineerde zee-land-trajekten, niet realistisch.

Ga dus uit van vergelijking (2.14) met de geometrie uit fig.2.4. Neem vervolgens een horizontaal gepolariseerde TE-golf met de  $x$ -richting als voortplantingsrichting. Verwaarloos de  $y$ -afhankelijkheid, zodat het probleem tweedimensionaal wordt. (2.14) gaat dan over in:

$$\frac{d^2 E_y(x,z)}{dx^2} + \frac{d^2 E_y(x,z)}{dz^2} + k^2 m^2(z) E_y(x,z) = 0 \quad (2.20)$$

Deze differentiaalvergelijking kan met behulp van de methode van scheiding van variabelen worden opgelost. Stel namelijk:

$$E_y(x,z) = \psi(x) \phi(z) \quad (2.21)$$

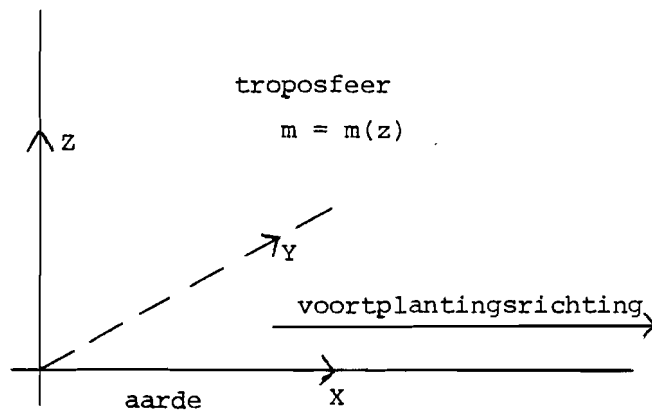


fig.2.4 Definitie van een coördinatenstelsel.

dan gaat (2.20) over in:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} \phi(z) + \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} \psi(x) + k^2 m^2(z) \psi(x) \phi(z) = 0 \quad (2.22)$$

waaruit volgt:

$$\frac{1}{\psi(x)} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = \frac{-1}{\phi(z)} \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} - k^2 m^2(z)$$

Omdat links en rechts uitdrukkingen van verschillende variabelen staan, moet elk van de uitdrukkingen konstant zijn:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = C \psi(x) \quad (2.23)$$

en

$$\frac{1}{\phi(z)} \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + k^2 m^2(z) = -C \quad (2.24)$$

In deze uitdrukkingen is  $C$  een willekeurige konstante. De differentiaalvergelijking in  $x$  (2.23) is expliciet op te lossen; in de differentiaalvergelijking in  $z$  (2.24) moet eerst nog  $m(z)$  nader worden gespecificeerd.

Oplossingen van (2.23) kunnen worden geschreven in de vorm van:

$$\psi(x) = A e^{-ikx \cos \alpha} + B e^{+ikx \cos \alpha} \quad (2.25)$$

Hierin vervult  $\cos \alpha$  voorlopig de rol van een evenredigheidsconstante ten opzichte van het golfgetal in de vrije ruimte,  $k$ .

Indien slechts golven van belang zijn die zich in de positieve  $x$ -richting voortplanten, kan  $B$  gelijk aan nul worden gekozen. Vergelijking (2.25) vereenvoudigt zich dan tot:

$$\psi(x) = A e^{-ikx \cos \alpha} \quad (2.26)$$

$A$  en  $B$  in (2.25) en (2.26) zijn willekeurige konstantes. Substitutie van (2.26) in (2.22) geeft dan de differentiaalvergelijking waaraan  $\phi(z)$  moet voldoen:

$$\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + k^2 (m^2(z) - \cos^2 \alpha) \phi(z) = 0 \quad (2.27)$$

Dit is de differentiaalvergelijking die de propagatie van elektromagnetische golven in een in  $z$ -richting inhomogene troposfeer beschrijft. De konstante  $\alpha$  vervult hierin de rol van eigenwaarde die straks wordt vastgelegd door de randvoorwaarden waaraan de differentiaalvergelijking moet voldoen. Overigens zij opgemerkt, dat ook oplossingen van (2.25) met  $B \neq 0$  tot vergelijking (2.27) leiden.

## 2.7 VOORBEELD: EEN ONEINDIG HOGE DUCT

Ga uit van de differentiaalvergelijking (2.27):

$$\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + k^2 (m^2(z) - \cos^2 \alpha) \phi(z) = 0 \quad (2.27)$$

Voor enige eenvoudige brekingsindexprofielen  $m(z)$  is deze differentiaalvergelijking analytisch op te lossen. Neem bijvoorbeeld het profiel:

$$m(z) = 1 - Kz \quad (K \text{ positief reeel}) \quad (2.28)$$

Dit profiel is in fig.2.5 weergegeven.

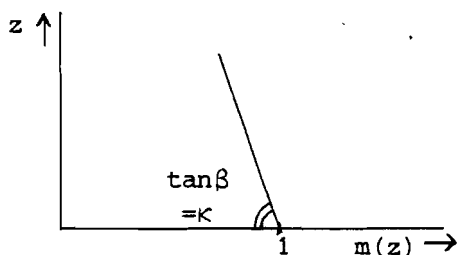


fig.2.5 Het brekingsindexprofiel  $m(z) = 1 - \kappa z$

Dit profiel komt overeen met een "ground based duct" van oneindige hoogte.

Omdat  $\kappa$  in praktische ductsituaties altijd erg klein is (in de groote-orde van  $10^{-6} \text{ m}^{-1}$ , of kleiner) kan in zeer goede benadering worden geschreven:

$$m^2(z) = 1 - 2\kappa z \quad (2.29)$$

Indien dit in (2.27) wordt gesubstitueerd, verkrijgt men:

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + k^2(\sin^2\alpha - 2\kappa z)\phi(z) = 0 \quad (2.30)$$

Met behulp van de substitutie:

$$z_0 = \sin^2\alpha / 2\kappa \quad (2.31)$$

waarbij  $z_0$  de waarde  $z$  aangeeft waar een nulpunt van  $\sin^2\alpha - 2\kappa z$  wordt bereikt, gaat deze vergelijking over in:

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} - 2\kappa k^2(z - z_0)\phi(z) = 0 \quad (2.32)$$

Substitueer hierin:

$$\xi = (2\kappa k^2)^{1/3}(z - z_0) \quad (2.33)$$

Dan vereenvoudigt (2.32) zich tot de zogenaamde Stokes-vergelijking [14]:

$$\frac{d^2\phi(\xi)}{d\xi^2} = \xi\phi(\xi) \quad (2.34)$$

Deze differentiaalvergelijking heeft de algemene oplossing:

$$\phi(\xi) = A * Ai(\xi) + B * Bi(\xi) \quad (2.35)$$

waarin A en B willekeurige konstantes zijn. Hierin zijn  $Ai(\xi)$  en  $Bi(\xi)$  de zogenaamde Airy-functies, zo genoemd naar Airy die deze oplossingen vond bij de bestudering van de intensiteit van licht in de buurt van brandpunten en brandvlakken. In fig.2.6 zijn deze functies grafisch weergegeven.

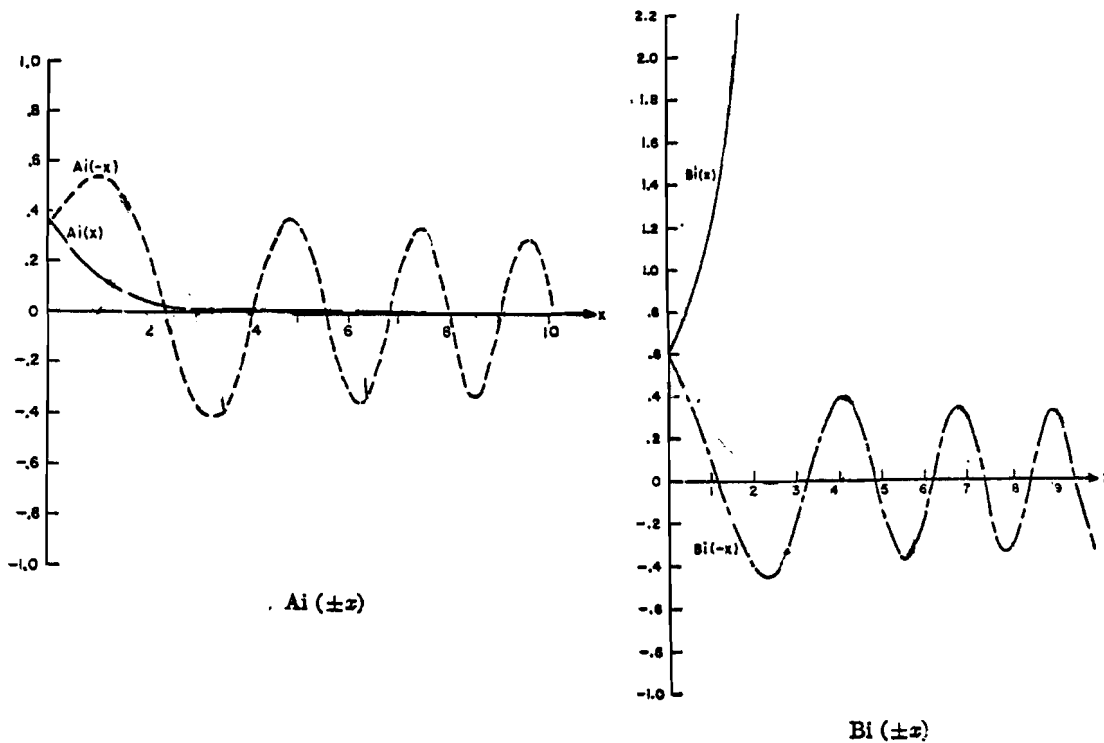


fig.2.6 De Airy-functies [15]

Omdat is uitgegaan van een profiel dat overeenkomt met een oneindig hoge duct, moet het elektromagnetische vermogen in de buurt van het aardoppervlak gekoncentreerd blijven.  $\phi(z)$ , en dus  $\phi(\xi)$ , moet derhalve naar nul gaan als  $z$  naar oneindig gaat, waaruit volgt dat de konstante B in (2.35) nul moet zijn. Hieruit volgt:

$$\phi(z) = C * Ai[(2k^2H)^{1/3}(z-z_0)] \quad (2.36)$$

Hierin is  $C$  een willekeurige konstante. Ook moet de oplossing aan de randvoorwaarde voor  $z=0$  voldoen. Wij kiezen hier voorlopig voor:

$$\phi(0) = 0$$

Dit komt in een homogene troposfeer neer op een aardoppervlak met reflektiekoefficient  $R=-1$ , zoals wordt verwacht voor TE-golven met scherpende inval. Met (2.36) volgt dan:

$$Ai[-(2k^2 \kappa)^{1/3} z_0] = 0$$

Deze vergelijking kan niet analytisch worden opgelost. Wel kunnen benaderde oplossingen worden gegeven, omdat voor  $|\xi| \ll -1$  een benadering voor  $Ai(\xi)$  kan worden gegeven [15]:

$$Ai(\xi) \approx \pi^{-1/2} (-\xi)^{-1/4} \sin\left(\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.37)$$

(Deze benadering is overigens geldig in het hele gebied  $|\xi| \gg 1$ ,  $|\arg(-\xi)| < 2\pi/3$ ).

De nulpunten van (2.37) zijn eenvoudig te geven:

$$\sin\left(\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

Hieruit volgt:

$$\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + \frac{\pi}{4} = n\pi \quad (n \text{ geheel})$$

Hieruit volgt na substitutie van (2.33) met  $z=0$  en van (2.31) en na enig rekenen:

$$\sin \alpha = \left(\frac{3}{2} \lambda \kappa \left(n - \frac{1}{4}\right)\right)^{1/3} \quad *) \quad (2.38)$$

Hieruit blijkt, dat slechts voor diskrete waarden van  $\alpha$  aan beide randvoorwaarden kan worden voldaan, overeenkomend met zogenaamde modi. De totale bronvrije oplossing kan dus worden geschreven als een som over alle mogelijke modi:

\*)

Er zijn ook nog twee complexe wortels, maar die voldoen niet aan de randvoorwaarden voor  $z \rightarrow \infty$ .

$$E_y(x, z) = \sum_n C_n \text{Ai}[(2k^2 \kappa)^{1/3} (z - \frac{\sin^2 \alpha_n}{2})] e^{-ikx \cos \alpha_n} \quad (2.39)$$

Het blijkt uit (2.38) dat  $n$  groter dan of gelijk aan een moet zijn om aan de randvoorwaarde voor  $z \rightarrow \infty$  te blijven voldoen. Voor enige modi is in fig.2.7 de  $z$ -afhankelijkheid van  $E_y(x, z)$  weergegeven.

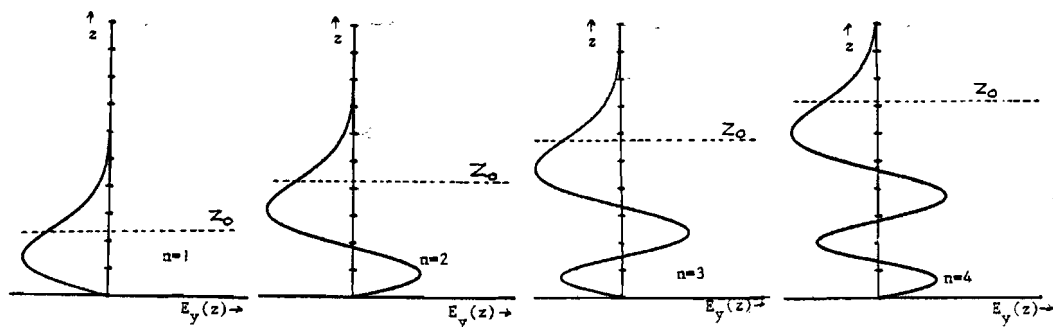


fig.2.7 De  $z$ -afhankelijkheid van  $E_y(x, z)$  voor enige modi

De konstantes  $C_n$  zijn nog onbepaald. Zij worden gegeven door de eigenschappen van de zendantenne, die bepaalt welke modi worden aangestoten, en in welke verhouding.

De hier optredende oplossingen duiden op een golfgeleidingsmechanisme. Het is volkomen vergelijkbaar met het golfgeleidingsmechanisme dat in glasvezels optreedt. Ook daar is immers sprake van een medium met een variabele brekingsindex. De  $r$ -coördinaat in het cilindrisch coördinatenstelsel dat bij glasvezels gebruikelijk is komt overeen met de  $z$ -coördinaat in ons (kathesisch) assenstelsel. De  $r$ -afhankelijkheid van de veldsterktes in een glasvezel vertoont dan ook een grote gelijkenis met de  $z$ -afhankelijkheid van de veldsterktes in ons geval [16].

Men kan de troposfeer voor een bepaalde modus dus als een soort golfpijp beschouwen in een ductsituatie, zoals in fig.2.2 al werd gesuggereerd. In fig.2.8 is dit nogmaals weergegeven. Omdat de situatie tot nog toe bronvrij is verondersteld, moet men dan wel kijken op een zodanige afstand van de bron, dat deze niet meer zichtbaar is. De hoogte van de golfpijp bedraagt per definitie  $z_0$ . Voor waarden van  $z$  groter dan  $z_0$  neemt de veldsterkte namelijk snel af, hetgeen uit fig.2.7 blijkt.

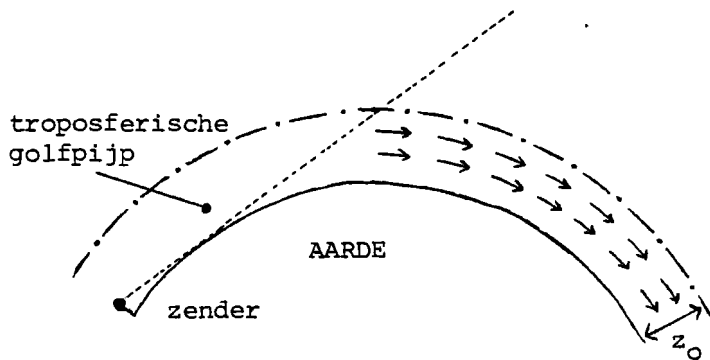


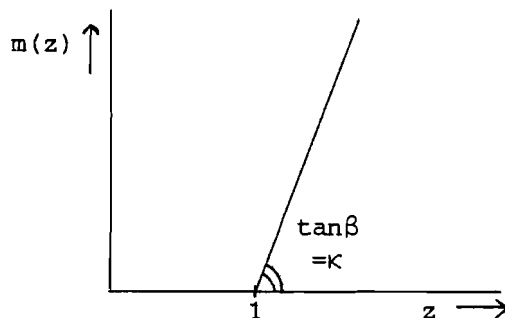
fig.2.8 Golfpijpvoorstelling van propagatie in een duct

## 2.8 EEN VOORBEELD: DIFFRAKTIE OM DE RONDE AARDE

Een ander analytisch op te lossen profiel is het volgende:

$$m(z) = 1 + \kappa z \quad (\kappa \text{ positief reëel}) \quad (2.40)$$

Dit profiel is in fig.2.9 weergegeven. Het komt, bij geschikt gekozen  $\kappa$ , overeen met een gemiddelde atmosfeer en kan worden gebruikt om diffractieverschijnselen om de ronde aarde te beschrijven in het hier gekozen karthesische assenstelsel.

fig.2.9 Het brekingsindexprofiel  $m(z) = 1 + \kappa z$ 

Omdat ook hier  $\kappa$  weer erg klein is (ca.  $10^{-7} \text{ m}^{-1}$  voor een atmosfeer met een  $k$ -faktor van  $4/3$ ) kan in zeer goede benadering worden geschreven:

$$m^2(z) = 1 + 2 \kappa z \quad (2.41)$$

Indien dit in differentiaalvergelijking (2.27) wordt ingevuld verkrijgt men:



$$\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + k^2 (\sin^2 \alpha + 2 \kappa z) \phi(z) = 0 \quad (2.42)$$

Met de substitutie:

$$\zeta = -(2 \kappa k^2)^{1/3} (z - z_0) \quad (2.43)$$

waarin  $z_0 = -\sin^2 \alpha / 2 \kappa$  is deze differentiaalvergelijking weer tot de differentiaalvergelijking van Stokes te herleiden:

$$\frac{d^2 \phi(\zeta)}{d\zeta^2} = \zeta \phi(\zeta) \quad (2.34)$$

met de algemene oplossing:

$$\phi(\zeta) = A * Ai(\zeta) + B * Bi(\zeta) \quad (2.35)$$

Hierin zijn A en B weer willekeurige konstantes. De randvoorwaarde voor  $z \rightarrow \infty$  is nu niet meer, dat al het elektromagnetische vermogen in de buurt van het aardoppervlak moet blijven, want bij diffractie gaat immers het grootste gedeelte van het vermogen voorbij de horizon naar steeds grotere hoogten. De eis luidt nu, dat voor  $z \rightarrow \infty$  hoofdzakelijk een omhooggaande golfcomponent wordt verwacht, omdat de zender zich praktisch gesproken altijd in de buurt van het aardoppervlak zal bevinden. Hiertoe is het weer noodzakelijk om benaderingen van de Airy-functies voor grote negatieve argumenten te gebruiken:

$$Ai(\zeta) \simeq \pi^{-1/2} (-\zeta)^{-1/4} \sin\left(\frac{2}{3}(-\zeta)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.37)$$

$$Bi(\zeta) \simeq \pi^{-1/2} (-\zeta)^{-1/4} \cos\left(\frac{2}{3}(-\zeta)^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.44)$$

Deze benaderingen zijn geldig als  $|\zeta| \gg 1$  en  $|\arg(-\zeta)| < 2\pi/3$ .

Hieruit volgt onmiddellijk dat de oplossing evenredig moet zijn met [17]:

$$Ai(\zeta) + i Bi(\zeta) \approx i\pi^{-1/2} (-\zeta)^{-1/4} e^{-i(\frac{2}{3}(-\zeta)^{3/2} + \frac{\pi}{4})} \quad (2.45)$$

omdat elke andere lineaire combinatie een omlaagkomende golfkomponent in zich heeft die evenredig is met:

$$e^{+i(\frac{2}{3}(-\zeta)^{3/2} + \frac{\pi}{4})} \quad (2.46)$$

maar niet evenredig is met de dominante omhooggaande komponent, en derhalve niet zonder additionele bronnen in het oneindig verre ( $z \rightarrow \infty$ ) kan worden opgewekt. Asymptotisch geldt kortom [15]:

$$\phi(\zeta) \propto Ai(\zeta) + i Bi(\zeta) = Ai(\zeta e^{-2\pi i/3})$$

zodat voor  $\phi(z)$  geldt:

$$\phi(z) = C \cdot Ai[-(2Kk^2)^{1/3} (z + \frac{\sin^2 \alpha}{2K}) e^{-2\pi i/3}] \quad (2.47)$$

Hier is  $C$  weer een willekeurige konstante. De randvoorwaarde voor het aardoppervlak  $z=0$  nemen we weer:

$$\phi(0) = 0$$

hetgeen overeenkomt met de eis:

$$Ai[-(2Kk^2)^{1/3} (\frac{\sin^2 \alpha}{2K}) e^{-2\pi i/3}] = 0$$

Met behulp van (2.37) kan weer een benaderde oplossing worden gevonden. Na enig rekenen volgt dan:

$$\sin^3 \alpha = -\frac{3}{2} \lambda k (n - \frac{1}{4})$$

Het blijkt dat alleen de complexe waarde van  $\sin \alpha$  met argument  $+\pi/3$  aan de randvoorwaarde voor  $z \rightarrow \infty$  voldoet. Om dezelfde reden moet  $n$  ook nu weer groter dan of gelijk zijn aan één:

$$\sin \alpha = \left( \frac{3}{2} \lambda k \left( n - \frac{1}{4} \right) \right)^{1/3} e^{i\pi/3} \quad n \in \mathcal{N} \quad (2.48)$$

Ook hier treden weer diskrete modi op, zodat het totale signaal weer als een som kan worden genoteerd:

$$E_y(x, z) = \sum_n C_n \text{Ai} \left[ - \left( 2k^2 K \right)^{1/3} \left( z + \frac{\sin^2 \alpha_n}{2K} \right) e^{-2\pi i/3} \right] e^{-ikx \cos \alpha_n} \quad (2.49)$$

Het is duidelijk dat deze uitdrukking complex is, omdat de eigenwaardes  $\alpha_n$  complex zijn. Elke modus ondergaat nu in horizontale richting, ten gevolge van stralingsverliezen, een verzwakking volgens  $\exp(kx \text{Im}(\cos \alpha_n))$ . Voor enige waardes van  $\lambda$  is, uitgaande van  $K=10^{-7} \text{m}^{-1}$ , deze verzwakking  $\gamma$  voor de eerste modus uitgerekend:

$\lambda = 1000 \text{ m}$	$(f = 0.3 \text{ MHz})$	$: \gamma = 0.055 \text{ dB/km}$
$\lambda = 100 \text{ m}$	$(f = 3 \text{ MHz})$	$: \gamma = 0.12 \text{ dB/km}$
$\lambda = 10 \text{ m}$	$(f = 30 \text{ MHz})$	$: \gamma = 0.26 \text{ dB/km}$
$\lambda = 1 \text{ m}$	$(f = 300 \text{ MHz})$	$: \gamma = 0.55 \text{ dB/km}$
$\lambda = 0.1 \text{ m}$	$(f = 3 \text{ GHz})$	$: \gamma = 1.19 \text{ dB/km}$
$\lambda = 0.01 \text{ m}$	$(f = 30 \text{ GHz})$	$: \gamma = 2.56 \text{ dB/km}$

De orde-grootte van deze verzwakkingen komt overeen met praktisch gebruikte verzwakkingen, zoals die bijvoorbeeld worden gegeven in het CCIR-rapport 715.

Duidelijk is te zien, dat de verzwakking snel toeneemt bij toenemende frekwentie. Voor hogere modi ( $n > 1$ ) is de verzwakking nog hoger, zodat vanaf een bepaalde afstand tot de zender -in de praktijk blijkt dit ongeveer de afstand tot de optische horizon te zijn- slechts de laagste modus ( $n=1$ ) in beschouwing hoeft te worden genomen.

Dit is in overeenstemming met waarnemingen in het VHF-gebied en hoger ( $f > 30 \text{ MHz}$ ), waar steeds minder diffractie voorbij de optische horizon plaatsvindt, naarmate de frekwentie toeneemt. Anderzijds zijn de dempingen veel te hoog om de lange-afstands-propagatie in het kortegolfgebied ( $\text{ca. } 3 \text{ MHz} < f < \text{ca. } 30 \text{ MHz}$ ) te kunnen verklaren. Na de eerste geslaagde experimenten met trans-oceanische verbindingen aan het begin van deze eeuw, die aantoonde dat de dempingen toch laag genoeg waren, begon men dan ook al spoedig het bestaan van de ionosfeer te vermoeden.

Het gedrag van de elektrische veldsterkte in verticale richting wordt bepaald door de complexe Airy-functie (2.47). Beschouw deze functie in het complexe  $z$ -vlak (fig.2.10): Het punt  $z_0$  is het punt waar  $\psi = 0$ . Ook zijn de lijnen met

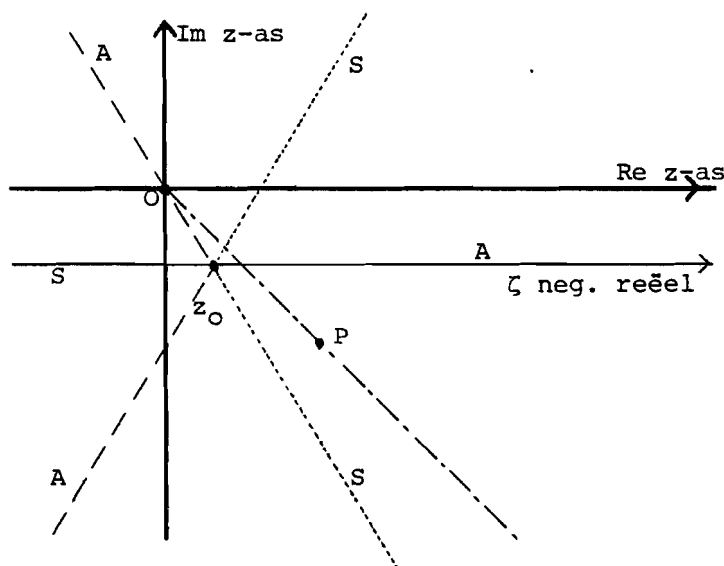


fig.2.10 Het complexe z-vlak

$\arg(-\zeta) = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3$  en  $5\pi/3$  aangegeven. Dit zijn de zogenaamde Stokes (S)- of anti-Stokes-lijnen (A) van differentiaalvergelijking (2.34) [18]. Voor grote argumenten mag (2.47) worden benaderd door (2.45). Als  $\zeta$  negatief reëel is, dan is de exponent in de e-macht imaginair, zodat de modulus één bedraagt. Om  $z$  reëel te maken moet  $\zeta$  echter een positief imaginair deel bevatten, waardoor de exponent in de e-macht een positief reëel deel krijgt, zodat de modulus van (2.47) volgens een exponentiële functie toeneemt. Voor een eventuele omlaagkomende golfkomponent, volgens (2.46), geldt het tegengestelde: deze zou een negatief reëel deel in de exponent van zijn e-macht krijgen, zodat deze komponent exponentiël afneemt als  $z$  toeneemt. De omhooggaande golfkomponent heet daarom "dominant" op de reële  $z$ -as, en de omlaagkomende golfkomponent "subdominant".

Beschouw nu het punt P op een rechte lijn in het complex  $z$ -vlak. Om vanaf de reële  $\zeta$ -as op deze lijn uit te kunnen komen, is het voor grote  $z$  noodzakelijk om een negatief imaginair deel bij  $\zeta$  op te tellen. Het gevolg is, dat de omhooggaande golfkomponent volgens (2.45) een negatief reëel deel in de exponent van zijn e-macht krijgt, zodat deze komponent subdominant wordt. De omlaagkomende golfkomponent volgens (2.46) wordt nu dominant. Blijkbaar hebben de twee componenten hun karakter verwisseld bij het passeren van de anti-Stokes-lijn  $\arg(-\zeta) = 0$ .

Hoewel dat hier nog niet duidelijk is, is dit een belangrijke konklusie voor het volgende hoofdstuk. Daar wordt namelijk differentiaalvergelijking (2.27), met behulp van numerieke methoden, opgelost voor een brekingsindex-profiel dat een praktische troposferische duct beschrijft.

Elke praktische ductsituatie heeft als kenmerk, dat de duct zich op hoogstens enkele honderden meters boven het aardoppervlak bevindt. Voor grote hoogte  $z$  nadert elk praktisch ductprofiel dan ook asymptotisch tot het hier beschreven diffractieprofiel. Daarom kan de oplossing van (2.27) voor een praktisch ductprofiel asymptotisch eenduidig worden ontbonden in omhooggaande en omlaagkomende dominante componenten op precies dezelfde wijze als hierboven is beschreven. Hiermee omzeilt men eenduidigheidsproblemen, die men in het algemeen tegenkomt, indien men oplossingen van (2.27) in inhomogene media probeert te ontbinden in twee componenten, waardoor ook het definiëren van reflectiecoëfficiënten in inhomogene media problematisch wordt [19].

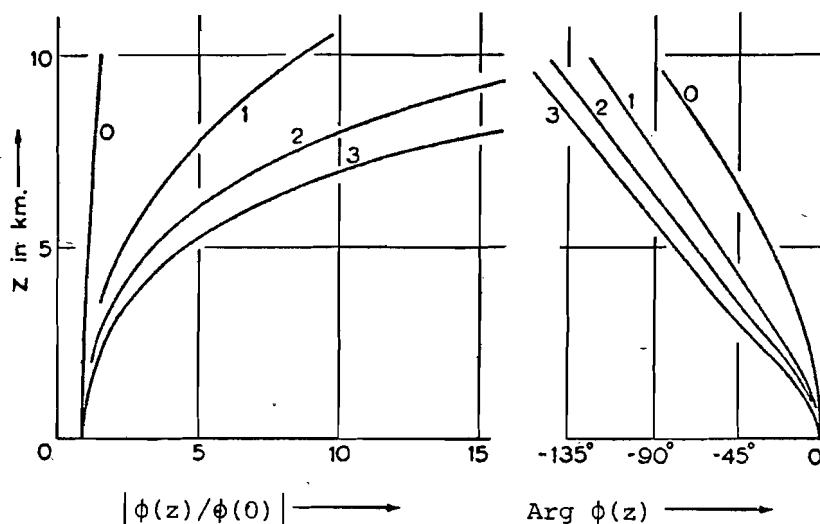


fig.2.11 (2.47) uitgezet voor een langegolfsituatie voor de laagste vier modi [20]

In fig.2.11 is  $\phi(z)$  uitgezet, in modulus en argument, voor een typische langegolfsituatie met  $\lambda=1\text{km}$ ,  $\kappa=10^{-7}\text{m}^{-1}$ , en verticale polarisatie. Duidelijk is te zien dat de moduli uiteindelijk oneindig groeien als  $z$  toeneemt, hetgeen niemand meer zal verwonderen.

Ook hier is weer een analogie met golfpijpen te trekken. Maar nu is de bovenbegrenzing van de golfpijp erg lek, zodat een groot deel van het vermogen naar boven verdwijnt (fig.2.12). Merk op dat deze figuur inderdaad een veldsterkte voorspelt die toeneemt als functie van de hoogte, ten gevolge van het weggelekte elektromagnetische vermogen. Ook hier geldt weer, dat men, vanwege de veronderstelde bronvrijheid, op een zodanige afstand van de bron moet kijken, dat deze niet meer zichtbaar is. De toename lijkt in strijd met de uitstralingsvoorwaarde van Sommerfeld. Dit komt, omdat het tot nog toe behandelde probleem bronvrij is. Als een bron wordt aangebracht, dan houdt de toename van de veldsterkte als functie van de

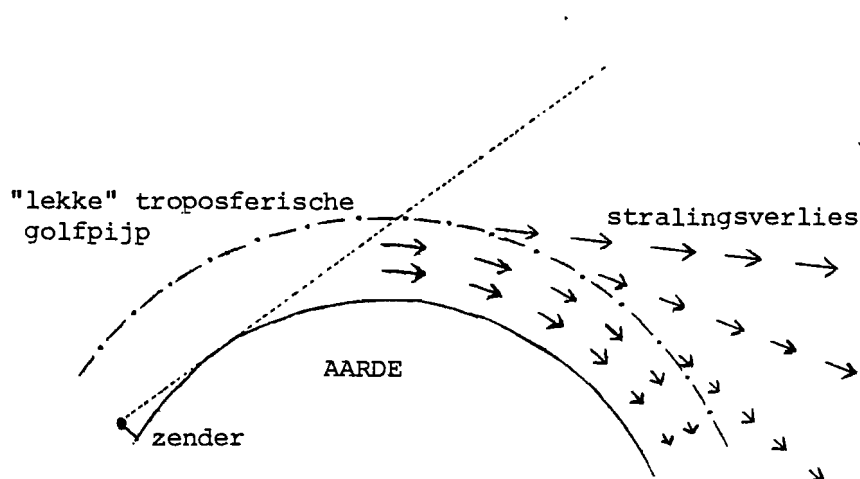


fig.2.12 Golfpijpvoorstelling van een diffraktiesituatie

hoogte op vanaf een bepaalde hoogte, schematisch aangegeven door de lijn in fig.2.12. Dit houdt in, dat de veldrepresentatie voor lekke modi niet uniform geldig kan blijven voor alle  $z > 0$ , maar dat deze afgebroken dient te worden vanaf een bepaalde hoogte, mede bepaald door de afstand tot de bron,  $z = z(x)$  [21].

## 2.9 HET ALGEMENE GEVAL

De twee tot nog toe behandelde gevallen zijn extrema. Een oneindig hoge duct kan worden beschreven als een ideale golfpijp zonder verliezen. Een diffraktiesituatie kan worden beschreven als een hele lekke golfpijp. Er treedt dan veel stralingsverlies op door de bovenbegrenzing van de golfpijp en daardoor treedt in horizontale richting een exponentiele afname van de signaalsterkte op. Een praktische duct, die nooit oneindig hoog is, zal tussen deze twee extrema inliggen. De golfpijp zal derhalve min of meer lek zijn.

Beschouw nu het brekingsindexprofiel volgens fig.2.13. Als de ducthoogte nul meter is, dan komt dit overeen met de al behandelde diffraktiesituatie. Voor  $z_d \rightarrow \infty$  herkennen we hierin de oneindig hoge duct-situatie. Ga nu uit van het laatste geval en laat vervolgens  $z_d$  afnemen. Zolang  $z_d$  zich nog in het gebied bevindt waar de veldsterkte in een bepaalde modus praktisch nul is, zal er niet veel veranderen voor de beschouwde modus. Volgens fig.2.7 kan deze eis worden uitgedrukt als:  $z_d \gg z_0$ . Als niet meer aan deze eis wordt voldaan (hetgeen inhoudt dat ter hoogte van  $z_d$ , waar de fysische grens van de duct ligt, nog een aanzienlijke

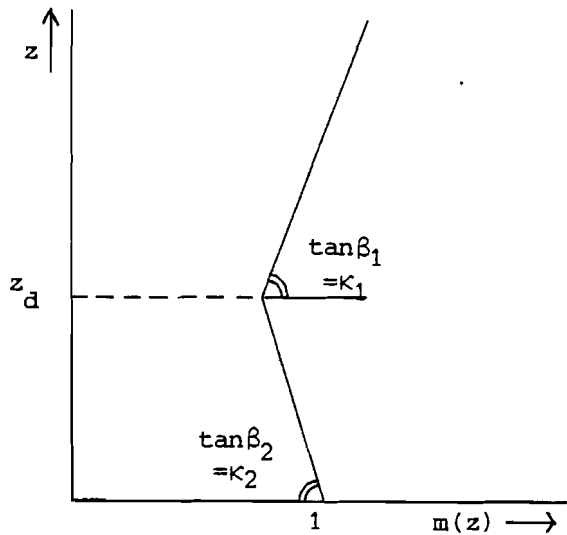


fig.2.13 Een meer praktische duct met hoogte  $z_d$

veldsterkte heerst ten gevolge van een bepaalde modus), dan zal deze modus "lek" worden. Er tunnelt dan vermogen uit de "golfpip" naar het gebied boven de duct. Dit verschijnsel is volkomen vergelijkbaar met het verschijnsel "lekkende modi" uit de antenne- en glasvezeltechniek [22].

Als  $z_d$  nog verder afneemt en naar nul gaat, wordt de golfpip steeds meer lek voor de beschouwde modus, en zal tenslotte de ekstreme diffraktiesituatie (par.2.8) worden bereikt.

Om de optredende verschijnselen in een praktische duct-situatie kwantitatief te kunnen beschrijven, is het noodzakelijk om differentiaalvergelijking (2.27) op te kunnen lossen voor het brekingsindexprofiel  $m(z)$  dat de te beschouwen situatie beschrijft. Dit zal in het volgende hoofdstuk worden uitgewerkt.

## HOOFDSTUK 3

### EEN NUMERIEKE PROCEDURE VOOR DE MODE-THEORY

#### 3.1 INLEIDING

Uit het vorige hoofdstuk is gebleken dat de differentiaalvergelijking (2.27) eigenfuncties in de z-richting van elektromagnetische golven in een in deze richting inhomogene troposfeer beschrijft. Voor twee lineaire brekingsindexprofielen, representatief voor respectievelijk een oneindig hoge duct en voor een diffraktiesituatie, is deze differentiaalvergelijking vervolgens opgelost. Daarna is kwalitatief een praktische ductsituatie beschouwd.

Indien men praktische brekingsindexprofielen in (2.27) substitueert, stuit men al snel op de moeilijkheid dat de differentiaalvergelijking niet meer analytisch is op te lossen. Voor parabolische brekingsindexprofielen is het nog wel mogelijk, men verkrijgt dan oplossingen in termen van Whittaker-functies, maar voor ingewikkelder profielen moet men benaderingsmethoden (bijvoorbeeld de "comparison equation method"), of numerieke methoden toepassen [23].

Deze overwegingen hebben de Engelsen Hartree, Michel en Nicholson al in de tweede wereldoorlog doen besluiten om zich te concentreren op numerieke oplossingen van differentiaalvergelijking (2.27) [24]. Zij hadden daartoe de beschikking over twee zogenaamde "differential analysers", mechanische analoge rekenmachines. Hun methode zal in dit hoofdstuk nader worden uitgewerkt voor gebruik op een digitale rekenmachine, en vervolgens voor een groot gedeelte worden geautomatiseerd.

#### 3.2 PROBLEEMSTELLING

Ga uit van vergelijking (2.27):

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + k^2(m^2(z) - \cos^2\alpha) \phi(z) = 0 \quad (2.27)$$



waarin  $m(z)$  een willekeurig gegeven brekingsindexprofiel is. In goede benadering,  $|\alpha|$  is in de praktijk altijd zeer klein, kan (2.27) worden vereenvoudigd tot:

$$\frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + k^2(m^2(z) - 1 + \sin^2\alpha)\phi(z) \approx \frac{d^2\phi(z)}{dz^2} + k^2(m^2(z) - 1 + \alpha^2)\phi(z) = 0 \quad (3.1)$$

Die  $\phi(z)$ , die aan (3.1) voldoet, en aan passende randvoorwaarden voor  $\phi(z)$  op het aardoppervlak en voor  $z$  naar oneindig, is een "hoogte-winst-functie", die de variatie van het elektromagnetische veld als functie van de hoogte beschrijft voor een bepaalde modus  $n$ . De bijbehorende  $\alpha_{on}$ , die in het algemeen complex zal zijn, is de zogenaamde eigenwaarde.

Het bepalen van oplossingen van (3.1) bestaat in totaal uit 3 delen:

- a. Het bepalen van de randvoorwaarden en de hieruit volgende eigenwaardes  $\alpha_{on}$
- b. Het bepalen van de bijbehorende hoogte-winst-functies  $\phi(z)$
- c. Het normaliseren van de hoogte-winst-functies  $\phi(z)$

Het probleem, dat in eerste instantie niet erg moeilijk lijkt, is in de praktijk echter bijzonder gekompliceerd, zoals uit het vervolg ook wel zal blijken.

### 3.3 DE RANDVOORWAARDEN

Differentiaalvergelijking (3.1) is een tweede-orde Sturm-Liouville differentiaalvergelijking. Om eigenwaardes en de bijbehorende eigenfuncties te kunnen geven is het derhalve noodzakelijk om twee randvoorwaarden te specificeren.

De algemene vorm van deze randvoorwaarden moet zijn [25]:

$$\frac{d\phi}{dz} + C_{1,2}\phi \rightarrow 0 \quad \text{als } z \rightarrow z_1, z_2 \quad (3.1.b)$$

Wij kiezen hier voor randvoorwaardes bij  $z_1=0$  en  $z_2 \rightarrow \infty$ , zoals in de voorbeelden in het vorige hoofdstuk ook al is gebeurd.

De randvoorwaarde voor  $z \rightarrow \infty$  is fysisch eenvoudig te geven. Omdat een zender altijd in de buurt van het aardoppervlak staat opgesteld, en omdat geen vanuit de ruimte komende gereflekteerde signalen worden verwacht, mag op grote hoogte alleen een omhooggaande golfkomponent dominant zijn, en zeker geen omlaagkomende component. In homogene media betekent dit wiskundig dat de omlaagkomende component eksakt nul moet zijn. In inhomogene media zal een dominante omhooggaande golfkomponent echter een (meestal veel) zwakkere omlaagkomende component veroorzaken [26]. Daarom zal in inhomogene media worden geëist dat de dominante omlaagkomende golfkomponent nul moet zijn.

De randvoorwaarde voor  $z=0$  is wat gekompliceerder. In het vorige hoofdstuk werd hiervoor aangenomen  $\phi(0)=0$ , overeenkomend met de veronderstelling dat de reflektiekoefficient  $R$  van het aardoppervlak  $-1$  is. Deze waarde is af te leiden uit de vergelijkingen van Fresnel indien homogene media en scherende inval wordt aangenomen [27]. Met name voor ruwe oppervlakken is deze aanname niet korrekt. Met behulp van een eenvoudige geometrisch-optische beschouwing is een algemene randvoorwaarde af te leiden, uitgedrukt in de reflektiekoefficiënt  $R$  van het aardoppervlak.

Ga uit van een golfoplossing met de volgende  $z$ -afhankelijkheid (fig.3.1):

$$\phi_i(z) = \phi_i(0) e^{+ikz \sin \delta} \quad (3.2)$$

en van een golf met  $z$ -afhankelijkheid:

$$\phi_u(z) = \phi_u(0) e^{-ikz \sin \delta} \quad (3.3)$$

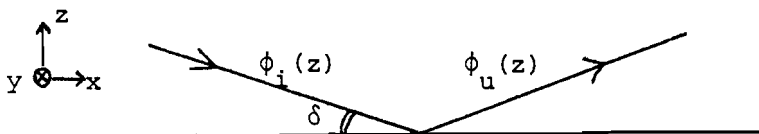


fig.3.1 Afleiding van de randvoorwaarde voor  $z=0$

Merk op, dat (3.2) en (3.3), in combinatie met de  $x$ -afhankelijke term (2.26), in geval van homogene media vlakke golven voorstellen, indien  $\delta$  reëel is, en indien geldt dat  $\delta = \alpha$ . In dit geval stellen (3.2) en (3.3) invallende respectievelijk teruggekaatste vlakke golven voor, zodat  $\phi_i(0)$  en  $\phi_u(0)$  in het reflektiepunt in elkaar overgaan

volgens:

$$\phi_u(0) = R \phi_i(0) \quad (3.4)$$

Het totale veld bestaat uit de som van  $\phi_i(z)$  en  $\phi_u(z)$  volgens:

$$\phi(z) = \phi_i(z) + \phi_u(z) = \phi_i(0) e^{+ikz \sin \delta} + \phi_u(0) e^{-ikz \sin \delta} \quad (3.5)$$

Voor  $z=0$  gaat dit over in:

$$\phi(0) = \phi_i(0) + \phi_u(0)$$

Dit is volgens (3.4) gelijk aan:

$$\phi(0) = (1+R) \phi_i(0) \quad (3.6)$$

Met (3.4) en (3.6) kan (3.5) worden geschreven als:

$$\begin{aligned} \phi(z) &= \frac{\phi(0)}{1+R} e^{+ikz \sin \delta} + \frac{R \phi(0)}{1+R} e^{-ikz \sin \delta} \\ &= \frac{\phi(0)}{1+R} (e^{+ikz \sin \delta} + R e^{-ikz \sin \delta}) \end{aligned}$$

Eén maal differentiëren doet dit overgaan in:

$$\frac{d\phi(z)}{dz} = ik \sin \delta \frac{\phi(0)}{1+R} (e^{+ikz \sin \delta} - R e^{-ikz \sin \delta})$$

In de limiet  $z \downarrow 0$  gaat deze vergelijking over in:

$$\frac{d\phi(0)}{dz} = ik \sin \delta \phi(0) \frac{1-R}{1+R} \quad (3.7)$$

Dit is de gezochte randvoorwaarde voor  $z=0$ . Hij voldoet aan de algemene vorm (3.1.b) en zal daarom ook worden aangenomen voor de (zwak) inhomogene media die hier aan de orde zijn, ook al zijn hierdoor complexe waarden van  $\delta$  niet uitgesloten.

## 3.4 HET VINDEN VAN EIGENWAARDES

In het algemeen zal  $\alpha$  complex zijn, en zal (3.1) in een reëel en in een imaginair deel moeten worden gesplitst. Hoewel dat nu nog niet noodzakelijk lijkt, is het ook handig om alvast  $m^2(z)$  in een reëel en in een imaginair deel te splitsen:

$$\frac{d^2[\operatorname{Re}\phi(z)+i \operatorname{Im}\phi(z)]}{dz^2} + k^2[\operatorname{Re}m^2(z)+i \operatorname{Im}m^2(z)-1+\dots \\ \dots(\alpha_r+i \alpha_i)^2] [\operatorname{Re}\phi(z)+i \operatorname{Im}\phi(z)] = 0 \quad (3.8)$$

Hieruit volgt na enig rekenen het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{d^2\operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}m^2(z) \operatorname{Re}\phi(z)-\operatorname{Im}m^2(z) \operatorname{Im}\phi(z)\dots \\ \dots-\operatorname{Re}\phi(z)+\alpha_r^2 \operatorname{Re}\phi(z)-2 \alpha_r \alpha_i \operatorname{Im}\phi(z)-\alpha_i^2 \operatorname{Re}\phi(z)] = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{d^2\operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}m^2(z) \operatorname{Im}\phi(z)+\operatorname{Im}m^2(z) \operatorname{Re}\phi(z)\dots \\ \dots-\operatorname{Im}\phi(z)+\alpha_r^2 \operatorname{Im}\phi(z)+2 \alpha_r \alpha_i \operatorname{Re}\phi(z)-\alpha_i^2 \operatorname{Im}\phi(z)] = 0$$

Dit stelsel moet nog steeds voldoen aan de randvoorwaarden, zoals die in de vorige paragraaf zijn bepaald. Om op de randvoorwaarde voor  $z$  naar oneindig te kunnen toetsen, moet  $\phi(z)$  asymptotisch kunnen worden geschreven als de som van omhooggaande en een omlaagkomende dominante golfcomponenten.

Zoals in par.2.8 al is besproken, is de asymptotische vorm van de golfcomponenten in een praktische ductsituatie, net als in het daar behandelde diffractiegeval, van de vorm (2.45) en (2.46) [28]. De gewenste dominante omhooggaande golfcomponent neemt derhalve exponentieel toe als functie van  $z$ , en een eventueel aanwezige dominante omlaagkomende component exponentieel af.

Aangezien het bij het gebruik van numerieke methoden niet mogelijk is om  $\phi(z)$  te ontbinden in zijn dominante omhooggaande en in zijn dominante omlaagkomende componenten, is

het niet mogelijk om  $\phi(z)$  te toetsen op de randvoorwaarde voor  $z$  naar oneindig. De te toetsen omlaagkomende component wordt uiteindelijk immers versluierd door de omhooggaande component.

De methode om deze moeilijkheid te omzeilen [28] is ook al aangegeven in par.2.8. Door de differentiaalvergelijking op te lossen over een pad in het complexe  $z$ -vlak dat uiteindelijk eindigt in het segment  $-2\pi/3 < \arg z < 0$  (zie fig.2.10) worden de eigenschappen van de twee golfcomponenten verwisseld: de omhooggaande golfcomponent wordt "subdominant" en de omlaagkomende component wordt "dominant". De randvoorwaarde voor  $z \rightarrow \infty$  wordt nu eenvoudig:

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \phi(z) = 0 \quad (3.10)$$

Om deze methode te kunnen gebruiken, moet het oplossingspad kunnen worden vervormd van de reële  $z$ -as tot het gewenste pad in het segment  $-2\pi/3 < \arg z < 0$  zonder dat snedes of singuliere punten van  $m(z)$  worden gepasseerd.  $m(z)$  moet dus analytisch kunnen worden voortgezet tot in het segment  $-2\pi/3 < \arg z < 0$ . In dat geval is ook  $\phi(z)$  een reguliere functie van  $z$  en heeft  $\phi(z)$  geen singuliere punten in het complexe  $z$ -vlak.

Los nu differentiaalvergelijking (3.8) op over rechte lijnstukken in het complexe  $z$ -vlak, volgens fig.3.2.

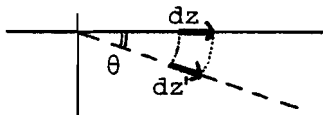


fig.3.2  $dz' = dz \exp(-i\theta)$  dus  $dz = |dz'|$

Hieruit volgt in verkorte notatie, met behulp van (3.9):

$$\frac{d^2 \operatorname{Re} \phi(z)}{dz^2 e^{-2i\theta}} + k^2 [\dots] + i \frac{d^2 \operatorname{Im} \phi(z)}{dz^2 e^{-2i\theta}} + i k^2 [\dots] = 0$$

Dit is gelijkwaardig met:

$$\frac{d^2 \operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 e^{-2i\theta} [\dots] + i \frac{d^2 \operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + \dots$$

$$\dots + i k^2 e^{-2i\theta} [\dots] = 0 \quad (3.11)$$

Kies nu voor  $\theta$  een vaste waarde, zodat (3.8) over een rechte vanaf de oorsprong wordt opgelost. Opdat (3.10) geldig is moet voor  $\theta$  gelden:  $0 < \theta < 2\pi/3$ . De waarde  $\theta = \pi/3$  geeft de snelste resultaten, omdat de limietwaarde van  $\phi(z)$  voor  $|z|$  naar oneindig dan het snelst wordt bereikt. Hier is echter voor een iets afwijkende waarde van  $\theta$  gekozen, namelijk  $\theta = \pi/4$ . Deze waarde van  $\theta$  vereenvoudigt de uitwerking van (3.11) namelijk sterk. Als  $\theta = \pi/4$  in (3.11) wordt ingevuld, kan men na enig rekenen weer een stelsel vinden met een reëel en een imaginair deel:

$$\frac{d^2 \operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) (\operatorname{Im}^2(z) + 2\alpha_r \alpha_i) + \dots$$

$$\dots \operatorname{Im}\phi(z) (\operatorname{Re}^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2)] = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{d^2 \operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) (\operatorname{Re}^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2) - \dots$$

$$\dots \operatorname{Im}\phi(z) (\operatorname{Im}^2(z) + 2\alpha_r \alpha_i)] = 0$$

Dit is een stelsel differentiaalvergelijkingen, dat, nadat het brekingsindexprofiel  $m(z)$  en het golfgetal  $k$  zijn ingevoerd, aan de randvoorwaarden voor  $z=0$  en voor  $|z|$  naar oneindig moet voldoen, namelijk (3.7) en (3.10). Dit kan uitsluitend voor bepaalde eigenwaardes ( $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$ ).

De volgende methode wordt nu toegepast om een eigenwaarde  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$  te vinden: Los het stelsel (3.12) numeriek op voor een schatting van  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$ , noem deze schatting  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$ , te beginnen op het aardoppervlak,  $z=0$ , en ga door tot een zo grote hoogte  $|z|$ , dat getest kan worden op de randvoorwaarde voor  $|z|$  naar oneindig. De gebruikte numerieke methode om (3.12) op te lossen is uitgewerkt in Bijlage A-1 t/m A-3. De schatting  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$  moet nu worden aangepast, totdat een oplossing wordt verkregen die voldoet aan de randvoorwaarde voor  $|z|$  naar oneindig. Daartoe moet een criterium worden

ontwikkeld, dat het mogelijk maakt om zo snel mogelijk uit de oplossing van het stelsel voor enkele schattingen  $\alpha_r + i\alpha_i$  een schatting van de eigenwaarde  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$  te kunnen maken.

Als niet de juiste eigenwaarde  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$  wordt ingevoerd, maar een schatting  $\alpha_r + i\alpha_i$ , dan zal  $\phi(z)$  zich in het complexe  $\phi(z)$ -vlak bij toenemende  $z$  eerst naar de oorsprong begeven ( $\phi(z) \rightarrow 0$ ), en vervolgens zich daar weer van verwijderen, ten gevolge van de exponentieel toenemende omlaagkomende golfkomponent. In het gebied waar  $\phi(z)$  zich weer van de oorsprong verwijderd heeft  $\phi(z)$  de eigenschap, dat, voor een bepaalde  $z$ , de lijnen  $\alpha_r = \text{konstant}$  en de lijnen  $\alpha_i = \text{konstant}$  een orthogonaal raster vormen. Het bewijs hiervan is uitgewerkt in Bijlage A-4.

Indien  $\phi(z)$  voor een bepaalde  $z$ , waarvan de modulus groot genoeg is, wordt uitgerekend voor de schattingen  $\alpha_r + i\alpha_i$ ,  $(\alpha_r + \Delta\alpha_r) + i\alpha_i$  en  $\alpha_r + i(\alpha_i + \Delta\alpha_i)$ , kan het orthogonale raster in het complexe  $\phi(z)$ -vlak worden ingetekend. Vervolgens kan door lineaire extrapolatie een betere schatting van de eigenwaarde worden verkregen. Men moet dan namelijk de verbeterde waarde  $\alpha'_r + i\alpha'_i$  nemen, die in de oorsprong van het complexe  $\phi(z)$ -vlak wordt aangegeven door het orthogonale raster.

Deze extrapolatie-methode is in feite een Newton-Raphson methode voor het bepalen van nulpunten in complexe functies. De convergentie is voor goede schattingen van een eigenwaarde dan ook kwadratisch. De methode is nader uitgewerkt in Bijlage A-5.

Door met deze betere schatting (3.12) weer tot een zo grote  $|z|$  op te lossen, dat  $\phi(z)$  zich weer van de oorsprong in het complexe  $\phi(z)$ -vlak verwijderd, kan deze schatting weer worden gecorrigeerd, zodat iteratief de eigenwaarde  $\alpha_{or} + i\alpha_{oi}$  kan worden benaderd.

### 3.5 BEREKENING VAN DE VELDSTERKTE

Als met de methode uit de vorige paragraaf een eigenwaarde is gevonden, kan door oplossing van (3.8) over de reële  $z$ -as de hoogte-winst-functie worden gevonden. Dit is uitgewerkt in bijlage A-6.

Hiermee zijn de eigenfuncties in de  $z$ -richting van een in deze richting inhomogene troposfeer gevonden. De veldsterkte kan ook nu weer als een oneindige som over alle modi worden genoteerd:

$$E_y(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \phi_n(z) e^{-ik \cos \alpha_{on} x} \quad (3.13)$$

Het probleem dat nu nog overblijft luidt: hoe worden de verschillende eigenfuncties aangestoten door een gegeven bron?

Om dit te kunnen berekenen is het noodzakelijk om een geschikte bron te kiezen. In ons twee-dimensionale probleem is de meest geschikte bron een twee-dimensionale dirac-functie, hetgeen fysisch overeenkomt met een in de y-richting oneindig uitgebreide lijnbron. Neem aan, dat deze een stroom I voert in de positieve y-richting. Deze excitatie moet vervolgens worden ingevuld in differentiaal-vergelijking (2.27):

$$\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + k^2 (m^2(z) - \cos^2 \alpha) \phi(z) = -I \delta(z - z_T) \quad (3.14)$$

Hierin is  $z_T$  de hoogte boven het aardoppervlak, waar de lijnbron zich bevindt.

Het oplossen van deze Sturm-Liouville-differentiaal-vergelijking gaat te ver in dit kader. Marcuvitz heeft een uitgebreid artikel gewijd aan het oplossen van differentiaalvergelijkingen van deze soort in bolvormige coördinatenstelsels [25]. Het blijkt, dat oplossingen van (3.14) bestaan uit een diskreet spektrum van eigenlijke ("proper") eigenfuncties, van de vorm (3.13), en een kontinu spektrum van oneigenlijke ("improper") eigenfuncties. Dit continue spektrum blijkt nul te worden, indien de aarde wordt opgevat als een perfecte geleider, terwijl het klein is ten opzichte van de eerste term uit het diskrete spektrum (3.13), indien de dielektrische konstante van de aarde groot is in vergelijking met de dielektrische konstante van de atmosfeer [29]. Wij zullen het daarom verder verwaarlozen in onze beschouwingen.

Booker en Walkinshaw hebben de excitatie-konstantes  $C_n$  van het diskrete spektrum uitgerekend voor de hierboven geschetste bron in een kartesisch coördinatenstelsel. Zij vonden als resultaat [30]:

$$C_n = \frac{-0.5 Z_0 I \phi_n(z_T)}{\cos \alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} \quad (3.15)$$



Hierin is  $\phi_n(z_T)$  de waarde van de hoogte-winst-functie van modus  $n$  ter hoogte van de lijnbron.  $Z_0$  is de karakteristieke impedantie van de vrije ruimte ( $=120\pi\Omega$ ). De integraal in de noemer normeert de hoogte-winst-functie.

Dit alles ingevuld in (3.13) geeft de uitdrukking voor de veldsterkte in een in de  $z$ -richting inhomogene troposfeer, in geval van excitatie door een oneindig lange lijnbron:

$$E_y(x,z) = -0.5 Z_0 I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z)}{\cos\alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} e^{-ik \cos\alpha_{on} x} \quad (3.16)$$

In de vrije ruimte zou de oneindig lange draadantenne gestraald hebben volgens:

$$E_{FS}(R) = -0.5 I Z_0 e^{-ikR} e^{i\pi/4} (\lambda R)^{-0.5} \quad (3.17)$$

zodat (3.16), genormeerd op (3.17), wordt:

$$\frac{E_y}{E_{FS}} = \sqrt{\lambda R} e^{ikR} e^{-i\pi/4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z)}{\cos\alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} \dots \dots e^{-ik \cos\alpha_{on} x}$$

Indien alleen de modulus van belang is, wordt dit:

$$\left| \frac{E_y}{E_{FS}} \right| = \sqrt{\lambda R} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z)}{\cos\alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} e^{-ik \cos\alpha_{on} x} \right| \quad (3.18)$$

Dit resultaat is afgeleid voor het twee-dimensionale probleem. Men mag echter aannemen, dat een berekening, uitgevoerd voor het drie-dimensionale probleem met een puntbron als excitatie, na normalisatie tot hetzelfde resultaat leidt.  $E_{FS}$  moet in het algemeen gewoon worden opgevat als het signaal, dat een gegeven zendantenne in geval van vrije-ruimte-uitbreiding zou veroorzaken op afstand  $R$  [14].

Op enige afstand van de zender kan de afstand tussen de zend- en ontvangantenne, R, gelijk worden gesteld aan de horizontale afstand x. Ook kan  $\alpha_{on}$  worden uitgesplitst in een reeel en een imaginair deel, zodat een fase- en een dempingsterm ontstaat in de e-macht:

$$\left| \frac{E_y}{E_{FS}} \right| = \sqrt{\lambda x} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z)}{\cos \alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} \dots \right. \\ \left. \dots \dots e^{-ik \cos \alpha_r \cosh \alpha_i x} e^{-k \sin \alpha_r \sinh \alpha_i x} \right| \quad (3.19)$$

De berekening van de normalisatie-integraal wordt in de volgende paragraaf nader uitgewerkt.

3.6 HET NORMALISATIE-PROBLEEM.

Zoals in de vorige paragraaf is aangetoond, moet voor de normalisatie de volgende integraal worden uitgerekend:

$$\int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz$$

Voor gevangen modi kan deze integraal worden uitgerekend door integratie over de reele z-as, tot op een hoogte, waar  $\phi_n(z)$  verwaarloosbaar klein is geworden, en dus geen bijdrage meer levert tot de integrand. Voor lekke modi is deze methode echter niet direkt bruikbaar, omdat de integraal divergeert, indien tot in het oneindige onze niet-uniforme veldrepresentatie van  $\phi_n(z)$  wordt gebruikt. Vanaf een bepaalde waarde van z (=z(x), zie fig.3.3) wordt  $\phi_n(z)$  nul, omdat de afstand tot de bron eindig is, zoals in par.2.8 al is opgemerkt.

Dit probleem kan worden omzeild door weer uit te wijken naar het komplexe z-vlak. Als namelijk geldt  $-2\pi/3 < \arg z < 0$  (zie fig.3.10), dan gaat de nu asymptotisch uniforme veldrepresentatie  $\phi_n(z)$  voor  $|z|$  naar oneindig naar nul en blijkt de integraal een eindige limietwaarde te hebben. In Appendix A.8 wordt bewezen dat de integraal over een pad in dit segment van het komplexe z-vlak, en de integraal over de reële z-as dezelfde waarde hebben. [31]

De lijn  $\arg z = -\pi/3$  is het meest bevredigend, vooral in (bijna)-diffractie-situaties. Voor modi van hogere orde en modi die sterker worden beïnvloed door de atmosfeer (minder lekke modi dus) is zo'n radiaal pad minder geschikt, omdat

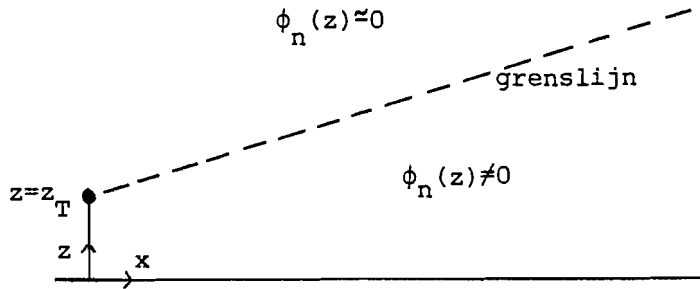


fig.3.3 Geldigheidsgebied van onze niet-uniforme veldrepresentatie

de integraal wordt gegeven als de kleine som van grote positieve en negatieve bijdragen.

Dit was voor Hartree c.s. indertijd een groot probleem, maar het is duidelijk, dat een groot deel van die problemen afkomstig zijn van de "differential analyser", de mechanische rekenmachine die zij ter beschikking hadden. Deze machine had een nauwkeurigheid van ca. 1:1000. Met de DEC-10 computer van DNL\* is echter berekening mogelijk met 15 tot 18 decimalen ("double precision numbers"), zodat dit probleem nu veel minder speelt.

De meest aantrekkelijke radiale lijn is in ons geval natuurlijk de lijn  $\arg z = -\pi/4$ : alle programmatuur voor deze lijn is immers al aanwezig. Er moet alleen nog een numerieke integratiemethode bij worden gebouwd.

De probleemstelling luidt dus als volgt: Bereken

$$\int_0^{i\pi/4} |z| e^{\frac{1}{2}z} \phi_n^2(z) dz \quad \text{voor } |z| \rightarrow \infty$$

Splits  $\phi_n^2(z)$  in een reëel en een imaginair deel:

$$\begin{aligned} \phi^2(z) &= (\text{Re}\phi(z) + i \text{Im}\phi(z))^2 = (\text{Re}\phi(z))^2 - (\text{Im}\phi(z))^2 + \dots \\ &\dots + 2i \text{Re}\phi(z) \text{Im}\phi(z) \end{aligned}$$

zodat de integraal gescheiden in reëel en een imaginair deel kan worden opgelost:

\*Dr. Neher Laboratorium van de PTT

$$\int_0^{|\zeta| \cdot e^{\frac{i\pi}{4}}} [(\operatorname{Re}\phi(z))^2 - (\operatorname{Im}\phi(z))^2] dz + \dots$$

$$\dots + 2i \int_0^{|\zeta| \cdot e^{\frac{i\pi}{4}}} \operatorname{Re}\phi(z) \operatorname{Im}\phi(z) dz \quad \text{voor } |\zeta| \rightarrow \infty$$

Deze integralen kunnen worden opgelost met behulp van een willekeurige numerieke integratiemethode. Hier is gekozen voor de integratiemethode van Simpson, met een afschatting van de fout. Dit is nader uitgewerkt in bijlage A.7.

## HOOFDSTUK 4

### RADIOMETEOROLOGISCHE ASPEKTEN

#### 4.1 HET ONTSTAAN VAN DUCTS

Zoals in hoofdstuk 2 al is besproken, is er sprake van een duct als ergens in de troposfeer een brekingsindexgradiënt aanwezig is, waarvoor geldt dat  $dn/dz < -157$  /km. Zo'n afname kan, volgens vergelijking (2.17) worden veroorzaakt door een sterke drukafname als functie van de hoogte, een sterke waterdampdrukafname als functie van de hoogte, een sterke temperatuurtoename als functie van de hoogte, of een combinatie van deze effecten.

Er zijn verschillende meteorologische verschijnselen die zulke gradiënten kunnen veroorzaken. Deze zullen in de rest van deze paragraaf worden beschouwd.

- Verdamping van water aan de oppervlakte van een zee kan een luchtlag met hoge waterdampdruk veroorzaken aan de wateroppervlakte. Daarboven is de waterdampdruk normaal, dat wil zeggen veel lager. Hierdoor kan een zogenaamde "verdampingsduct" ontstaan. Deze ducts, die vrijwel permanent aanwezig zijn, worden vooral op zomerse namiddagen, na langdurige verwarming van het wateroppervlak door de zon, nogal hoog. Een ducthoogte van 15 meter is dan heel goed denkbaar. In de tropen kunnen deze ducts nog veel hoger worden.
- Advectie is een meteorologisch verschijnsel waarbij een soort lucht over een andere soort schuift. Als ten gevolge van dit verschijnsel droge warme landlucht over koude vochtige zeelucht schuift, ontstaat er weer een gebied met lage brekingsindex boven een gebied met hoge brekingsindex. In onze streken treedt het speciaal op tijdens warme avonden met een (aflandige) oostenwind. De bereikte ducthoogtes zijn in de orde grootte van 25 meter. Ook warme droge lucht die koude grond passeert kan zo'n advectieduct veroorzaken.
- Afkoeling door uitstraling kan een positieve temperatuurgradiënt boven het aardoppervlak veroorzaken en daardoor een "uitstralingsduct". Dit treedt op tijdens heldere nachten, als, door het ontbreken van bewolking, ongehinderd uitstraling van warmte van het aardoppervlak

kan plaatsvinden. Het verschijnsel treedt vooral op in droge gebieden, waar de bodem een kleine warmtecapaciteit heeft. Het proces is afhankelijk van nogal wat factoren. Zo moet er een lichte wind aanwezig zijn om de, in principe niet tot menging genegen, lucht vlak boven de aarde te mengen met de lucht net daarboven. Bij te veel wind zal de menging echter te intens zijn en komt het niet tot ductvorming. Als de lucht tot onder het dauwpunt afkoelt, kondenseert de aanwezige waterdamp. De brekingsindex vermindert dan, omdat de waterdampdrukbijdrage afneemt. Er kan dan subrefractie ontstaan in de zo ontstane mistlaag, of reflectie aan de bovenkant van de mistlaag. Overigens kunnen door de mistlaag oneffenheden in het aardoppervlak worden "opgevuld", zodat de reflectieëigenschappen van het aardoppervlak kunnen verbeteren. 's Morgens kan er een "elevated duct" ontstaan als de zon het aardoppervlak weer begint te verwarmen. De ductlaag maakt zich dan los van het aardoppervlak.

- Een laatste oorzaak is het verschijnsel subsidentie. Dit kan optreden tijdens stabiele anti-cyklonale weersomstandigheden. Hete lucht in het centrum van het hogedrukgebied stijgt op, verspreidt zich horizontaal, koelt dan af en "droogt" daardoor. Vervolgens daalt deze lucht weer en ondergaat daardoor een adiabatistische kompressie. Er ontstaat nu een "elevated duct", omdat de nog warme en gedroogde lucht een lagere brekingsindex heeft, dan de wat koudere en vochtigere lucht boven het aardoppervlak. Deze ducts kunnen zeer uitgebreid zijn (tot enige honderden kilometers), tot verrassing van radioamateurs en tot ontsteltenis van T.V.-kijkers.

#### 4.2 VERDAMPINGSDUCTS

Bij het bepalen van coördinatiekontouren zijn vooral de zee-trajekten van groot belang, zo werd al door de figuren 1.7 en 1.8 gesuggereerd. De oorzaak hiervan is, dat ducts boven zee veel waarschijnlijker zijn dan ducts boven land. Met name de verdampingsducts zijn hier debet aan, en in mindere mate de advectieducts.

Omdat verdampingsducts zo veel voorkomen, is hieraan sinds de tweede wereldoorlog veel onderzoek verricht. Met name op militair terrein is men altijd al zeer geïnteresseerd geweest in de mogelijkheden van verdampingsducts voor bijvoorbeeld over-de-horizon radar e.d.. Van deze ductsoort zijn dan ook metingen en analytische beschrijvingen beschikbaar, in tegenstelling tot bijvoorbeeld de subsidieducts.

Op grond van al deze overwegingen hebben wij de berekeningen in eerste instantie beperkt tot verdampingsducts. Dit heeft uiteraard consequenties voor de geldigheid van de berekeningen, maar is geen beperking van de mode-theory;

het is uitsluitend een gevolg van de keuze voor een bepaald brekingsindexprofiel.

De theorie van de structuur van de onderste lagen van de troposfeer boven zee-oppervlakken dateert uit de jaren vijftig, en is afkomstig van Monin en Obukhov [32]. Rotheram geeft een goede beschrijving van de hieruit volgende brekingsindexprofielen in een van zijn publikaties over verdampingsducts [33]. In ons geval is gebruik gemaakt van een lineair-logaritmisch brekingsindexprofiel, dat een speciaal geval is van het Monin-Obukhov profiel. Het profiel heeft de volgende gedaante:

$$m(z) = 1 + \frac{z - (z_d + z_h) \ln\left(\frac{z + z_h}{z_h}\right)}{k a} \quad (4.1)$$

- Hierin is :
- $z_d$  de ducthoogte (m) (hier geldt:  $dm(z)/dz=0$ )
  - $z_h$  de hydrodynamische ruwheid van het zeeoppervlak (0.00015m [34])
  - $a$  de straal van de aarde (6400 km) \*)
  - $k$  de gemiddelde k-factor ( $k=4/3$ )

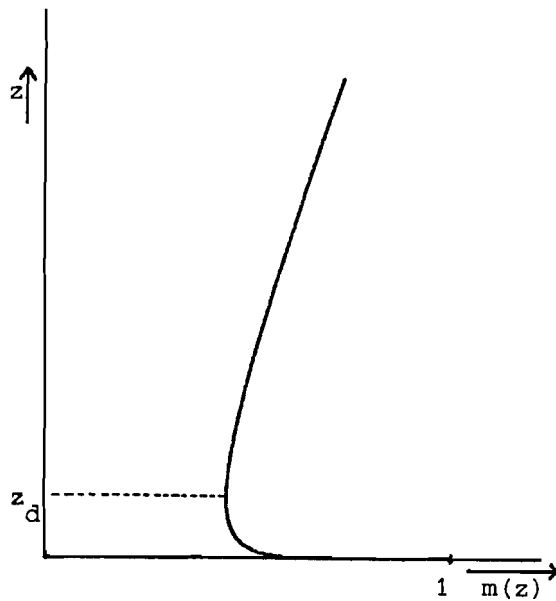


fig.4.1 Een lineair-logaritmisch brekingsindexprofiel

Voor grote hoogte  $z$  komt dit profiel overeen met het

\*) Deze  $k$  is uiteraard niet hetzelfde als het golfgetal  $k$ .

diffraktieprofiel uit hoofdstuk 2; voor kleine  $z$  komt daar een logarithmische bijdrage bij ten gevolge van de hoge waterdampdruk vlak boven het wateroppervlak. Indien men een snede aanbrengt langs de negatieve reële as over het interval  $[-\infty, -z_h]$ , dan is deze funktie voldoende regulier voor ons doel (zie par.3.4).

#### 4.3 DE INVLOED VAN RUWE GRENSVLAKKEN

In de voorbeelden van hoofdstuk 2 is de aarde spiegelglad verondersteld. In dat geval gehoorzaamt de reflectiekoëfficiënt, gedefiniëerd voor een grensvlak tussen homogene media, aan de reflectiewet van Fresnel [35]:

$$R_H = \frac{\sin \delta - \sqrt{n^2 - \cos^2 \delta}}{\sin \delta + \sqrt{n^2 - \cos^2 \delta}} \quad (4.2)$$

Hierin is  $\delta$  de "grazing angle" van de invallende golf, volgens fig.4.2.  $n$  is de (komplexe) brekingsindex van de aarde of de zee. In de praktijk zijn de hoeken bijzonder klein ( $< 0.5^\circ$ ) en is, met uitzondering van droge grond,  $|n^2| \gg \cos^2 \delta$ .

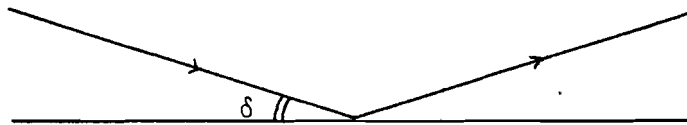


fig.4.2 Reflectie van een e.m. golf aan de aarde

Dan kan (4.2) worden benaderd door:

$$R_H = \frac{\delta - n}{\delta + n} \quad (4.3)$$

Dit is voor scherpende inval ongeveer gelijk aan:

$$R_H = -1 \quad (4.4)$$

Deze uitdrukking is dus onafhankelijk van de eigenschappen van de homogene materie rondom het grensvlak. In de literatuur wordt vaak met deze waarde voor de reflectiekoëfficiënt gerekend.

Echter, spiegelgladde grensvlakken zijn betrekkelijk zeldzaam in de praktijk: er zijn golven op zee, gebouwen en



bebossing op land, enz.. Een golf front dat aan de aarde reflekteert zal dan verstrooid worden door de onregelmatigheden van het grensvlak. Het gevolg is dat slechts een deel van de elektromagnetische energie spiegelend wordt gereflekteerd. De modulus van de reflektiecoëfficiënt neemt daardoor af. Het deel van de energie dat niet spiegelend werd gereflekteerd is incoherent naar alle kanten verstrooid.

Beschouw een oppervlak dat bestaat uit een aantal bergen met een vlakke bovenkant en uniforme hoogte  $H$  (fig.4.3).

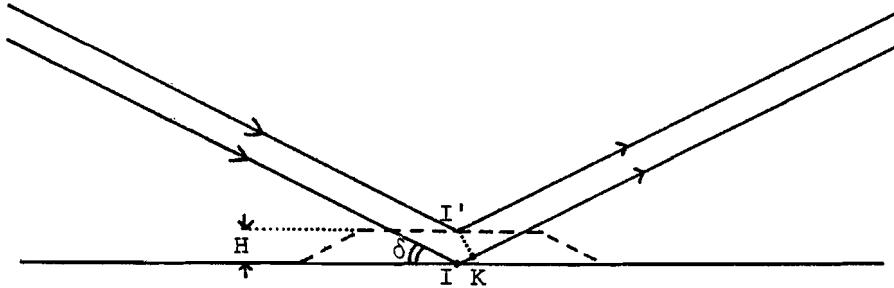


fig.4.3 Een model voor reflectie aan een ruw grensvlak

De reflectie van de golf vindt plaats in het punt  $I'$  op de berg, in plaats van het punt  $I$ . Daardoor ontstaat een weglengteverschil ter grootte van  $2|IK| = 2H \sin \delta$ . Als het resulterende faseverschil maar klein genoeg is, zal de onregelmatigheid zijn te verwaarlozen. Experimenteel is hieruit de volgende regel bepaald: Als

$$\frac{2H \sin \delta}{\lambda} < \frac{1}{60} \text{ rad.} \quad (4.5)$$

dan is de invloed van de oneffenheid te verwaarlozen. De waarde  $1/60$  rad. is overigens arbitrair; men ziet ook andere waarden in de literatuur.

In ons geval blijken de voorkomende hoeken  $\delta$  vrijwel altijd kleiner dan  $0.5^\circ$  te zijn. Het is dan eenvoudig om een grensfrekventie aan te geven, waarboven de oneffenheden niet meer kunnen worden verwaarloosd, hetgeen resulteert in de volgende numerieke relatie:

$$f < \frac{1}{4H} \text{ (GHz)} \quad (4.6)$$

Hierin is  $H$  de hoogte van de oneffenheden in meters. Duidelijk blijkt, dat voor de bij ons gebruikte frekwenties de ruwheid van grensvlakken niet verwaarloosbaar is.

Dit betekent, dat de theoretische reflektiecoëfficiënten (4.2)-(4.4) niet zonder meer kunnen worden gebruikt. In principe moet men de Maxwell-vergelijkingen oplossen met het eksakte ruwe grensvlak als randvoorwaarde. Dit is een erg

omslachtige berekening, die dikwijls zelfs niet kan worden uitgevoerd. De golfhoogtes, bijvoorbeeld, die een zeeoppervlak karakteriseren hebben een stochastisch en tijdvariërend karakter, zodat ze nooit door een analytische uitdrukking kunnen worden beschreven. Op grond hiervan moet de oplossing worden gezocht in een statistische beschrijving van het ruwe grensvlak, die dan een modifikatie van de reflektiecoëfficiënt tot gevolg heeft.

Al in de tweede wereldoorlog heeft men een uitdrukking gevonden, die de gemiddelde koherente reflektieëigenschappen van ruwe grensvlakken goed beschrijft. Men heeft daarbij aangenomen, dat de onregelmatigheden normaal zijn verdeeld met een standaarddeviatie  $\Delta h$ . De uitdrukking luidt als volgt:

$$R' = -\exp[-2k^2(\Delta h)^2 \sin^2 \delta] \quad (4.7)$$

Deze uitdrukking is nauwkeurig, indien  $\Delta h \cdot k \cdot \sin \delta < 0.7$ . Een afleiding is bijvoorbeeld door Ament gegeven [36]. Voor lekvrije modi komen de eigenwaardes  $\alpha_{on}$  zoals die in de vorige hoofdstukken zijn gedefiniëerd, overeen met de "grazing angle"  $\delta$  die uit een geometrisch-optische benadering volgt [37].

Op grond hiervan, en op grond van het feit dat (4.7) een reguliere funktie van  $\delta$  is, die zodoende analytisch kan worden uitgebreid tot in het komplexe  $z$ -vlak, wordt aangenomen, dat  $\delta$  in (4.7) mag worden vervangen door  $\alpha_{on}$  [38].

Met behulp van (4.7), gesubstitueerd in de randvoorwaarde (3.10) is het dan mogelijk om de gemiddelde invloed van ruwe grensvlakken te bestuderen.

Het inkoherent verstrooide elektromagnetische vermogen van een modus kan in principe andere modi aanstoten. Het is echter onwaarschijnlijk dat dit verschijnsel belangrijk is, omdat de kans zeer klein is, dat het hier om een groot gedeelte van het verstrooide vermogen gaat. Immers, andere modi komen overeen met diskrete waardes van  $\alpha_{on}$ , en derhalve met bepaalde invalshoeken. Het inkoherent verstrooide veld is echter over alle hoeken verdeeld, en heeft tevens geen vaste faserelatie met het koherent teruggekaatste veld. Hiermee hebben wij dan ook geen rekening gehouden.

## HOOFDSTUK 5

### RESULTATEN VAN DE BEREKENINGEN

#### 5.1 ALGEMENE RESULTATEN

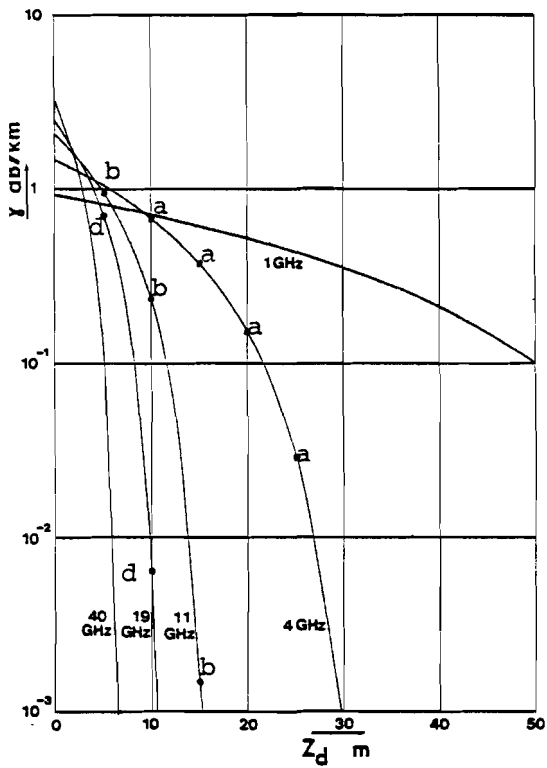
In de hoofdstukken 2 en 3 is de basis gelegd voor veldsterkteberekeningen volgens de mode-theory. Uitgaande van de radiometeorologische overwegingen uit het vorige hoofdstuk is deze methode uitgewerkt voor een aantal algemene en specifieke gevallen.

De berekeningen zijn gedaan voor frekwenties tussen 1 en 40 GHz, omdat deze banden van groot belang zijn voor zowel satelliet-verbindingen als straalverbindingen. Hierdoor is frekwentiehergebruik van deze banden noodzakelijk, en diensengevolge speelt hier de interferentieproblematiek sterk. Voor frekwenties van 1, 4, 11, 19 en 40 GHz is als functie van de ducthoogte de zogenaamde specifieke verzwakking  $\gamma$  gegeven voor de modi  $n=1$ ,  $n=2$  en  $n=3$  (fig.5.1). De modi zijn hierbij, per definitie, geordend naar oplopend imaginair deel van de bijbehorende eigenwaardes. Hierbij is uitgegaan van een glad aardoppervlak ( $\Delta h=0m$ ). De specifieke verzwakking, afkomstig van de reële eksponentiële functie in (3.19), is daarbij als volgt gedefiniëerd:

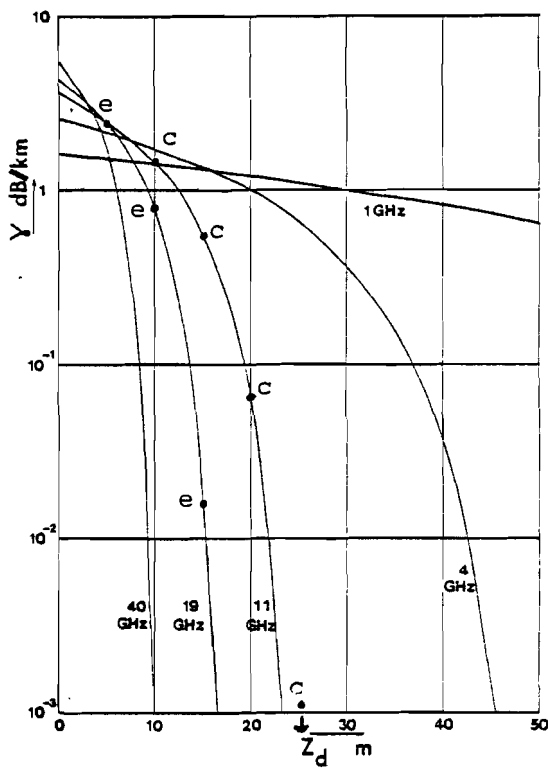
$$\gamma = - \frac{20000 k \operatorname{Im}(\cos \alpha_n)}{\ln 10} \quad (\text{dB/km}) \quad (5.1)$$

Deze verzwakking wordt veroorzaakt door de stralingsverliezen die in een duct gaan optreden indien deze lek wordt (zie fig.2.12). Er ontsnapt dan elektromagnetisch vermogen door de bovenbegrenzing van de duct, en diensengevolge neemt het vermogen, dat in de duct gevangen blijft, af.

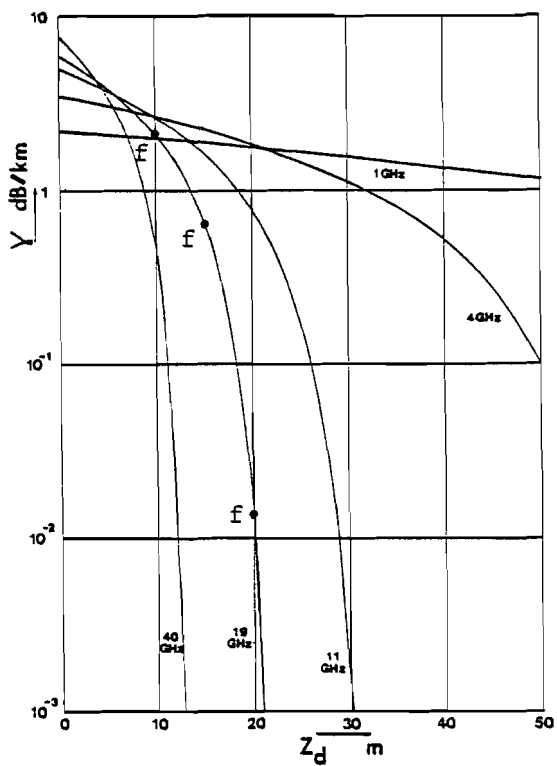
Duidelijk is in fig.5.1 te zien, dat de specifieke verzwakking vanaf een bepaalde ducthoogte snel afneemt, hetgeen betekent, dat de stralingsverliezen snel afnemen. Dit "kantelpunt" komt hoger te liggen, naarmate de frekwentie toeneemt, of indien hogere modi worden beschouwd. Dit afnemen van de specifieke verzwakking als functie van de ducthoogte duidt op een soort afsnijfeffect, zoals dat ook in glasvezels, en in metalen en dielektrische golfpijpen optreedt.



a) modus  $n = 1$



b) modus  $n = 2$



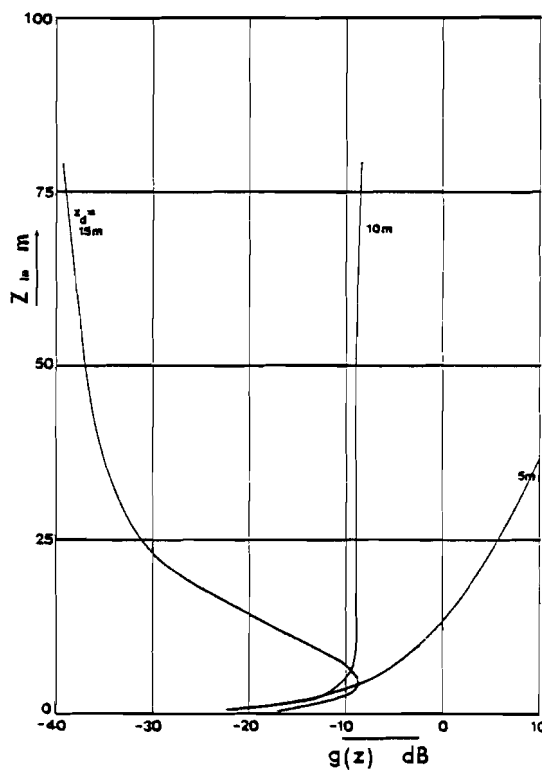
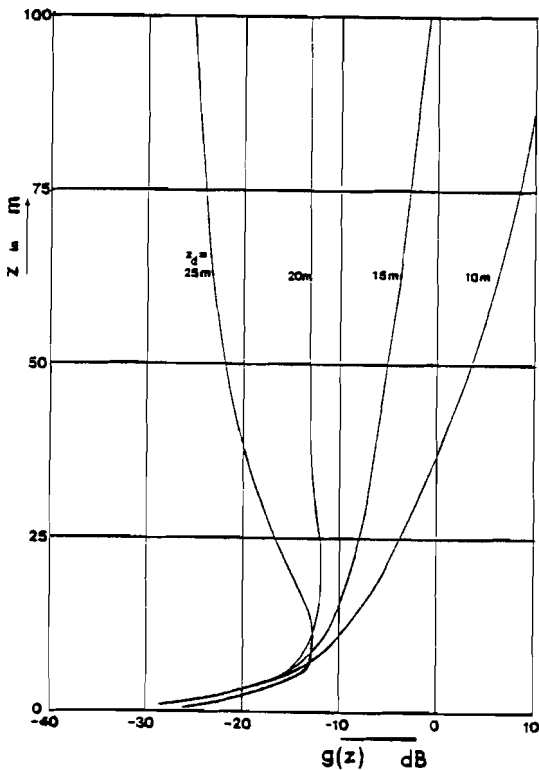
c) modus  $n = 3$

fig.5.1 Specifieke verzwakking  $Y$  als functie van de duct-hoogte  $z_D$  (de punten refereren aan fig.5.2).

In fig.5.1 zijn punten met een letter getekend. Van deze punten is de bijbehorende hoogte-winst-functie gegeven in fig.5.2 onder de aangegeven letter. Deze hoogte-winst-functies zijn, uitgaande van (3.22), als volgt gedefinieerd:

$$g(z) = 20 \log \left| \frac{\phi_n(z)}{\int_0^z \phi_n^2(z) dz} \right| \quad (5.2)$$

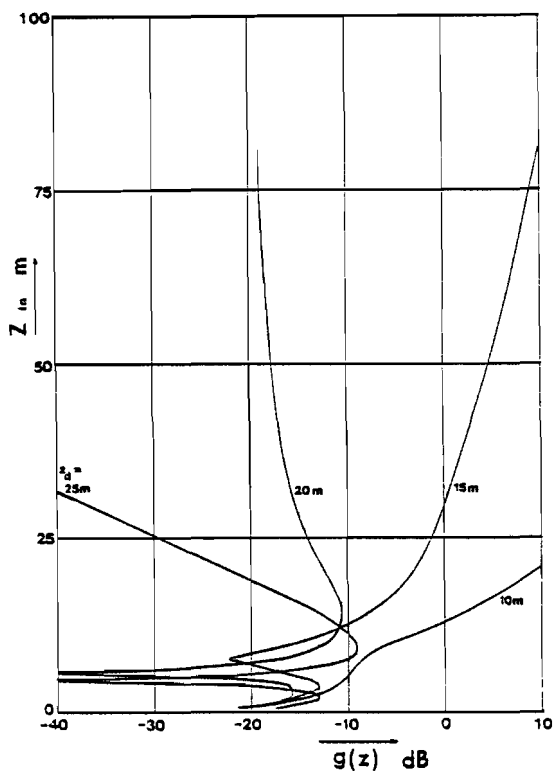
Zoals reeds opgemerkt, correspondeert een lage specifieke verzwakking met lage stralingsverliezen. Voor hoogtes ver boven de duct wordt dan een lage veldsterkte verwacht. Hoge specifieke verzwakkingen, overeenkomend met grote stralingsverliezen, resulteren daar in hoge veldsterktes. Vergelijking van de punten in fig.5.1 met de bijbehorende hoogte-winst-functies in fig.5.2 bevestigt dit beeld.



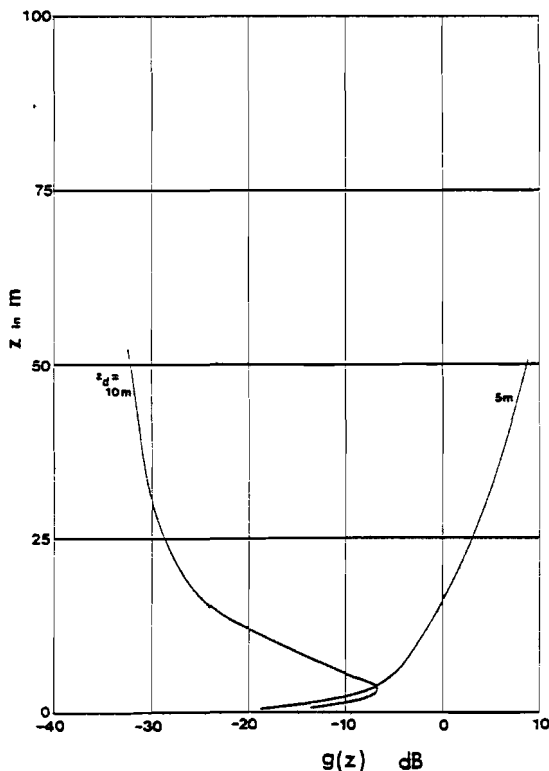
a) frekwentie = 4 GHz  
modus n = 1

b) frekwentie = 11 GHz  
modus n = 1

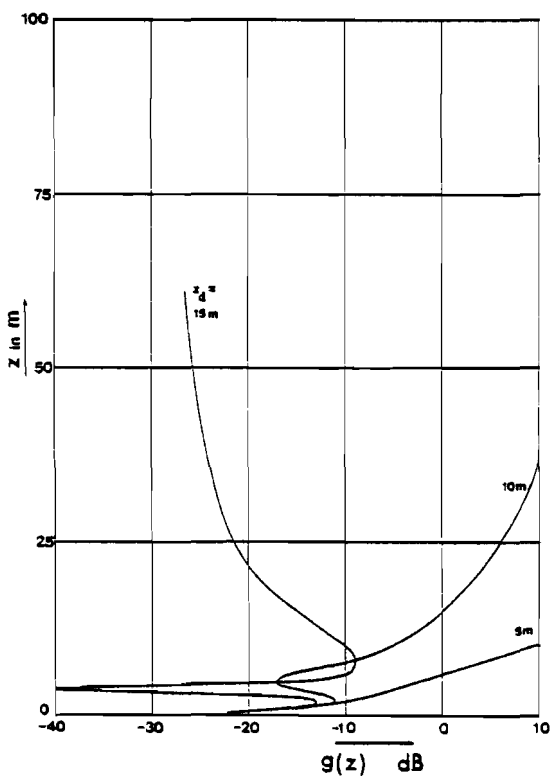
fig.5.2 De genormaliseerde hoogte-winst-functie g(z) als functie van de hoogte z voor verschillende frekwenties, ducthoogtes en modi.  
(wordt voortgezet op blad 5-4)



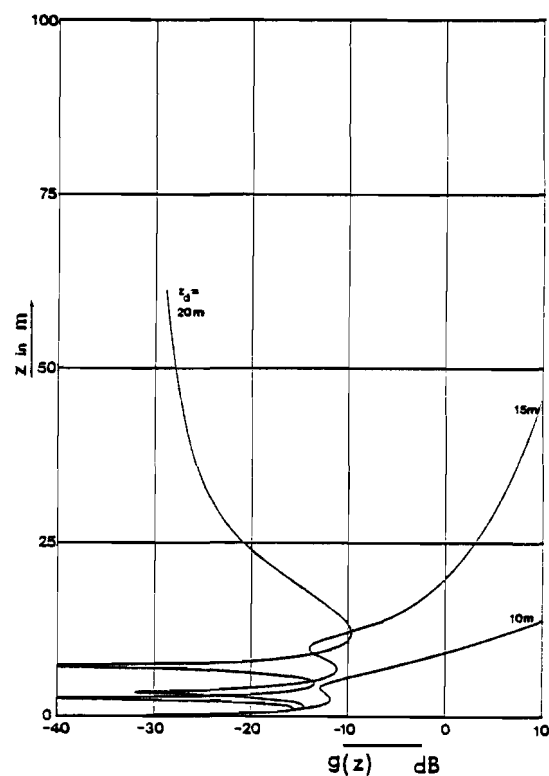
c) frekwentie = 11 GHz  
modus n = 2



d) frekwentie = 19 GHz  
modus n = 1



e) frekwentie = 19 GHz  
modus n = 2



f) frekwentie = 19 GHz  
modus n = 3

fig.5.2 (voortgezet)

Deze resultaten zijn verkregen onder de aanname dat het aardoppervlak glad is, overeenkomend met  $R=-1$  in geval van homogene media. Om de invloed van ruwheid van het grensvlak te tonen, is in fig.5.3, uitgaande van een ducthoogte van 10 meter, de specifieke verzwakking van de eerste modus gegeven als functie van de frekwentie, met de effectieve waarde van de ruwheid van het grensvlak als parameter.

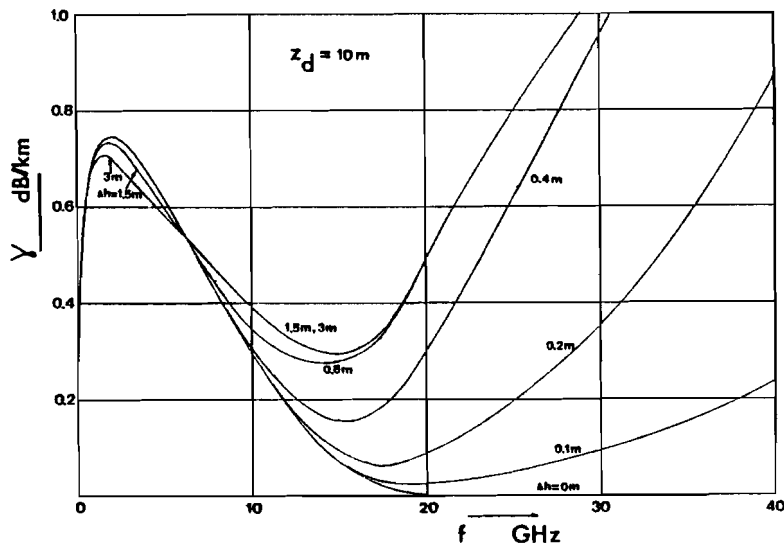


fig.5.3 De invloed van ruwe grensvlakken op de specifieke verzwakking  $\gamma$  van de eerste modus ( $z_d=10m$ )

Beginnend bij  $f=0$  GHz loopt  $\gamma$  eerst op als functie van de frekwentie. In dit gebied is de ducthoogte van 10 meter te gering, in vergelijking met de golflengte, om de propagatie te kunnen beïnvloeden. Wat dan overblijft is het diffraktieverlies, dat toeneemt met de frekwentie, zoals in par.2.8 al bleek. Bij ca. 2 GHz wordt de invloed van de duct merkbaar: bij toenemende frekwentie neemt  $\gamma$  niet langer meer toe. De invloed wordt daarna snel groter, zodat het stralingsverlies uit de duct snel afneemt, en  $\gamma$  zodoende ook. Voor gladde grensvlakken wordt het stralingsverlies van de eerste modus vanaf ca. 20 GHz volledig verwaarloosbaar. De specifieke verzwakking wordt dan ook 0 dB/km. Voor ruwe grensvlakken begint echter vanaf ca. 10 GHz de specifieke verzwakking weer op te lopen als functie van de frekwentie. Dit komt doordat de golflengte klein wordt in vergelijking met de oneffenheden in het grensvlak. Er wordt nu steeds meer elektromagnetische vermogen diffuus verstrooid, vermogen dat dus verloren is voor verdere voortplanting als modus in de duct.

Een paar opmerkelijke verschijnselen in fig.5.3 vragen nog

om opheldering. Voor frekwenties tussen ca. 1 en 7 GHz heeft een ruw zeeoppervlak een gunstige invloed op de specifieke verzwakking. Dit is het gevolg van het feit, dat een ruw zeeoppervlak een licht inductief karakter heeft, en dientengevolge een licht golfgeleidend karakter [39], zoals ook in de antennetechniek bekend is ("corrugated horns"). Verder bestaat er geen onderscheid tussen de grafieken voor  $\Delta h=0.8m$ ,  $1.5m$  en  $3m$  voor hoge frekwenties. Dit gebied valt echter ver buiten het geldigheidsgebied van (4.7). Bovendien worden de toppen van de golven voor hoge effectieve ruwheden regelmatig zo hoog, dat de gehele duct (van 10 m. hoogte) wordt geblokkeerd. Ook om deze reden mag de geldigheid van ons model in dit gebied worden betwijfeld.

In de volgende paragrafen zullen veldsterkteberekeningen worden uitgewerkt voor enige over-de-horizon meetverbindingen van de Nederlandse PTT en van British Telecommunications Industries (BTI). Vervolgens zullen deze worden vergeleken met de beschikbare meetresultaten. In fig.5.4 zijn de betreffende meetverbindingen in kaart gebracht.

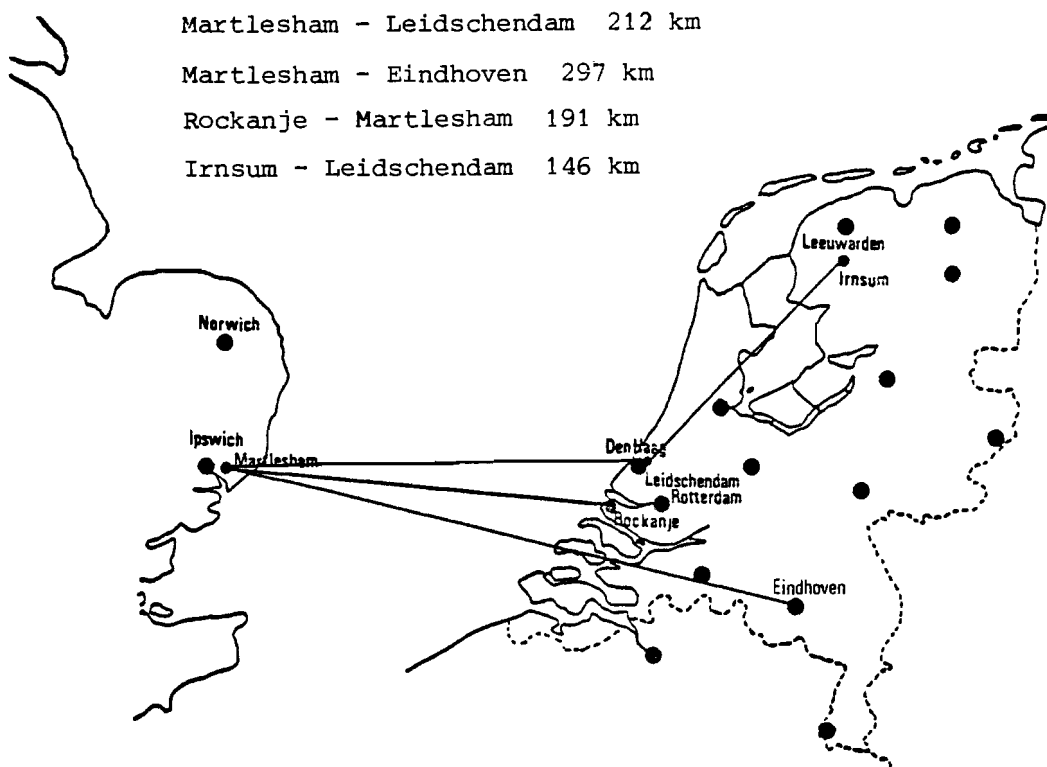


fig.5.4 De diverse meetverbindingen in kaart gebracht.



## 5.2 DE 1.3 GHZ-VERBINDINGEN

Op hun laboratorium in Martlesham heeft BTI een 1.3 GHz zender gemonteerd, die op twee plaatsen in Nederland konstant wordt bewaakt. Eén ontvanger is gemonteerd in de toren van het Dr. Neher Laboratorium te Leidschendam, de tweede is gemonteerd op vloer 11 van het gebouw E-hoog van de Technische Hogeschool te Eindhoven.

De verbinding Martlesham-Leidschendam is, op enige kilometers na, een zeepad (zie fig.5.4). In fig.5.5 is voor deze verbinding de theoretisch te verwachten veldsterkte, relatief ten opzichte van de vrije-ruimte-waarde, gegeven als functie van de verdampingsducthoogte. Duidelijk is te zien, dat vrij forse ducthoogtes nodig zijn om hoge veldsterktes te veroorzaken. Verdampingsducts worden in onze regionen (zie par.5.7) praktisch nooit zo hoog, zodat hoge veldsterktes op deze verbinding vrijwel altijd door andere ductmechanismes worden veroorzaakt. Hierbij moet men denken aan advektieducts, en ook aan subsidentieducts. De meetresultaten bevestigen dit beeld. Indien voor verschillende signaalnivo's een verdeling over de uren van de dag wordt gemaakt, blijkt, dat verhoogde signaalnivo's vooral in de namiddag optreden (dit duidt op advektie), terwijl zeer hoge signaalnivo's gelijkmatig over de dag verspreid optreden (subsidentie).

De verbinding Martlesham-Eindhoven is een voorbeeld van een gemengd pad: een deel van het pad gaat over de Noordzee, de rest gaat over het vasteland van Zeeland en Noord-Brabant (fig.5.4). Dit betekent, dat onze aanname van oneindige horizontale uitgestrektheid van de duct vrijwel zeker niet geldig is. Het verdampingsductprofiel is bovendien niet van toepassing op het land-deel van het traject. Desondanks zijn ook voor dit traject de veldsterktes als functie van de ducthoogte berekend, uitgaande van het model van een horizontaal oneindig uitgestrekt verdampingsductprofiel (fig.5.6). Uit de meetresultaten blijkt, dat verhoogde signaalnivo's op deze verbinding vooral in de vroege ochtend optreden, hetgeen duidt op een overheersen van uitstralingsducts.

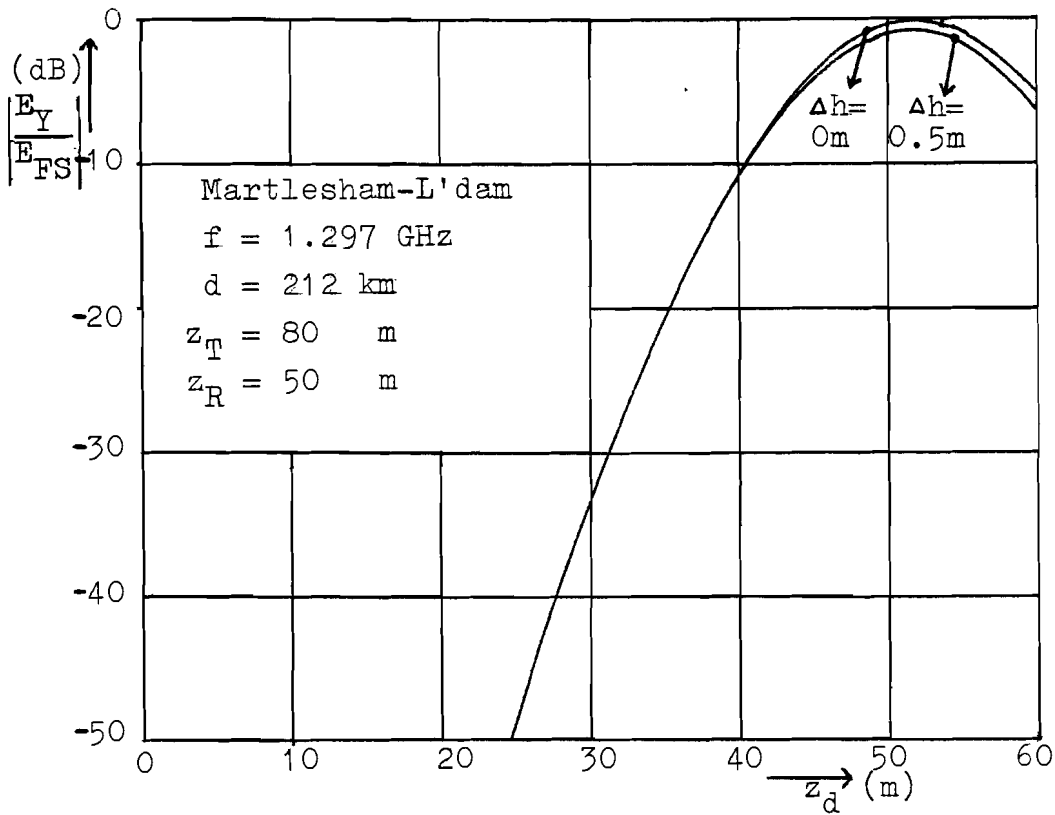


fig.5.5 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-  
 waarde, als functie van ducthoogte.

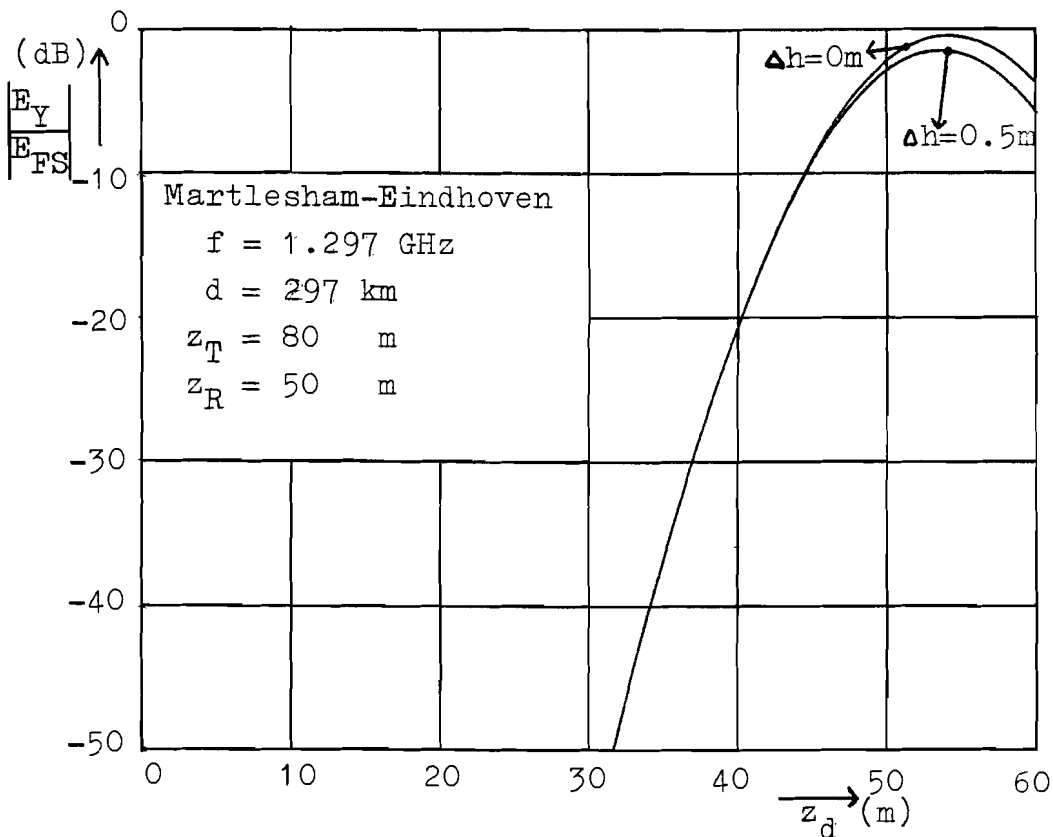


fig.5.6 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-  
 waarde, als functie van ducthoogte.

### 5.3 DE VERBINDINGEN ROCKANJE-MARTLESHAM

BTI heeft in Rockanje twee zenders geïnstalleerd in een toren van de Nederlandse PTT. De hoogste zender (72 m) zendt een 11.4 GHz signaal uit; de laagste (38 m) een 17.7 GHz signaal. Beide signalen worden in Martlesham bewaakt (fig.5.4). Het betreft hier dus twee zee-paden. In fig.5.7 is voor de 11.4 GHz verbinding de theoretische veldsterkte als functie van de ducthoogte weergegeven; in fig.5.8 is hetzelfde gedaan voor de 17.7 GHz verbinding.

De ducthoogtes, die benodigd zijn voor hoge veldsterktes, zijn nu aanmerkelijk lager, en kunnen gemakkelijk door verdampingsducts worden veroorzaakt (zie par.5.5). Verhoogde signaalnivo's treden bij deze verbindingen inderdaad vooral in de namiddag op, hetgeen op verdampings- of advektieducts duidt; de hoogste signaalnivo's treden weer gelijkmatig over de gehele dag verspreid op (subsidentie).

Duidelijk is in deze figuren te zien, dat slechts één modus bij een bepaalde ducthoogte verantwoordelijk is voor het totale signaal. Beginnend bij een ducthoogte van nul meter neemt, bij toenemende ducthoogte, de veldsterkte eerst toe. De eerste modus, die hiervoor verantwoordelijk is, wordt namelijk steeds beter gevangen, zodat de specifieke verzwakking afneemt. Bij ca. 12 meter (fig.5.7) ducthoogte houdt deze toename op. Omdat zowel de zender als de ontvanger boven de duct staan opgesteld, neemt de hoogte-winst-functie ter hoogte van de antennes snel af bij toenemende ducthoogte, waardoor ook de veldsterkte afneemt als functie van de ducthoogte. Vanaf ca. 16 meter (fig.5.7) is de specifieke verzwakking van de tweede modus laag genoeg om de eerste modus, waarvan de hoogte-winst-functie ter hoogte van de antennes blijft afnemen, te overheersen. Hierna geldt voor de tweede modus een analoog verhaal.

De invloed van een ruw aardoppervlak is onmiskenbaar bij deze verbindingen, vooral bij de 17.7 GHz-verbinding. Bovendien mag bij deze frekwentie de gasdemping (ten gevolge van met name waterdamp) niet meer worden verwaarloosd. Hiermee hebben wij echter geen rekening gehouden bij onze berekeningen.

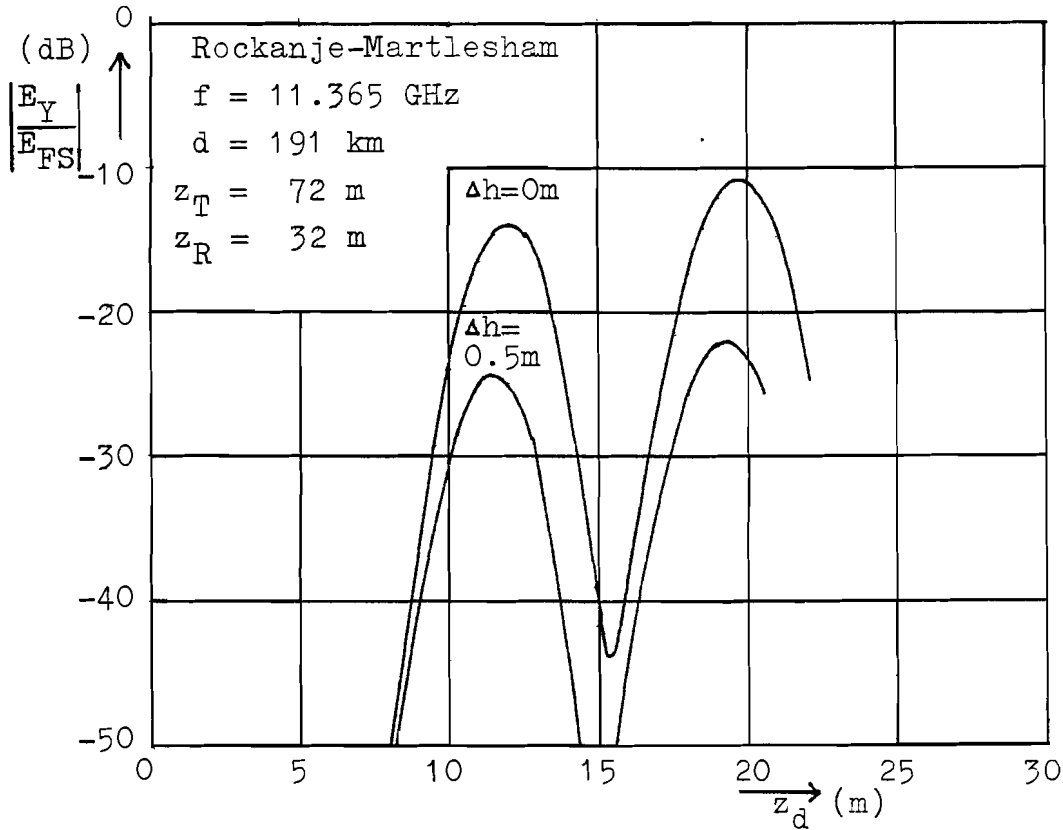


fig.5.7 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-  
 waarde, als functie van ducthoogte.

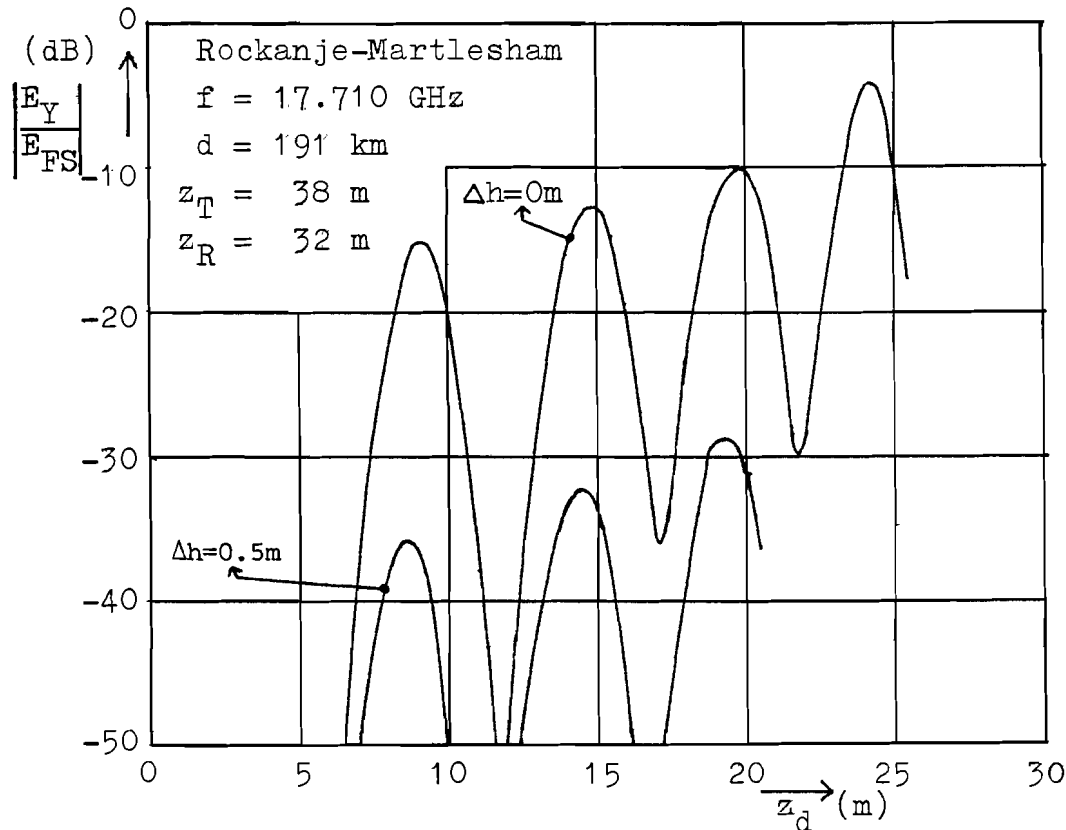


fig.5.8 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-  
 waarde, als functie van ducthoogte.

#### 5.4 DE VERBINDINGEN IRNSUM-LEIDSCHENDAM

De Nederlandse PTT heeft in een mast in Irnsum twee zenders geïnstalleerd, werkend op frequenties van respectievelijk 6.4 en 11.7 GHz (De 6.4 GHz zender is onlangs ontmanteld). De signalen van deze zenders worden in de toren van het Dr. Neher Laboratorium in Leidschendam bewaakt. Het betreft hier verbindingen die slechts voor een klein gedeelte over water gaan (IJsselmeer); het grootste gedeelte gaat over het natte en vlakke polderland van Friesland en Holland (zie fig.5.4). Desondanks hebben we toch de theoretische veldsterkteberekeningen gedaan, uitgaande van een verdampingsductprofiel. De resultaten zijn weergegeven in fig.5.9 en fig.5.10.

Ook hier zijn weer duidelijk de afzonderlijke modi te onderscheiden. Bij 11.7 GHz is de invloed van een ruw aardoppervlak duidelijk waar te nemen; bij 6.4 GHz beperkt deze invloed zich tot de hoogste signaalnivo's.

Verhoogde signaalnivo's worden bij deze verbindingen meestal in de vroege ochtend waargenomen, hetgeen duidt op uitstralingsducts als belangrijkste propagatiemechanisme.

In hoeverre het verdampingsductprofiel ook representatief is voor uitstralingsducts, is niet nader bestudeerd, zodat de hier gepresenteerde resultaten met de nodige voorzichtigheid moeten worden geïnterpreteerd.

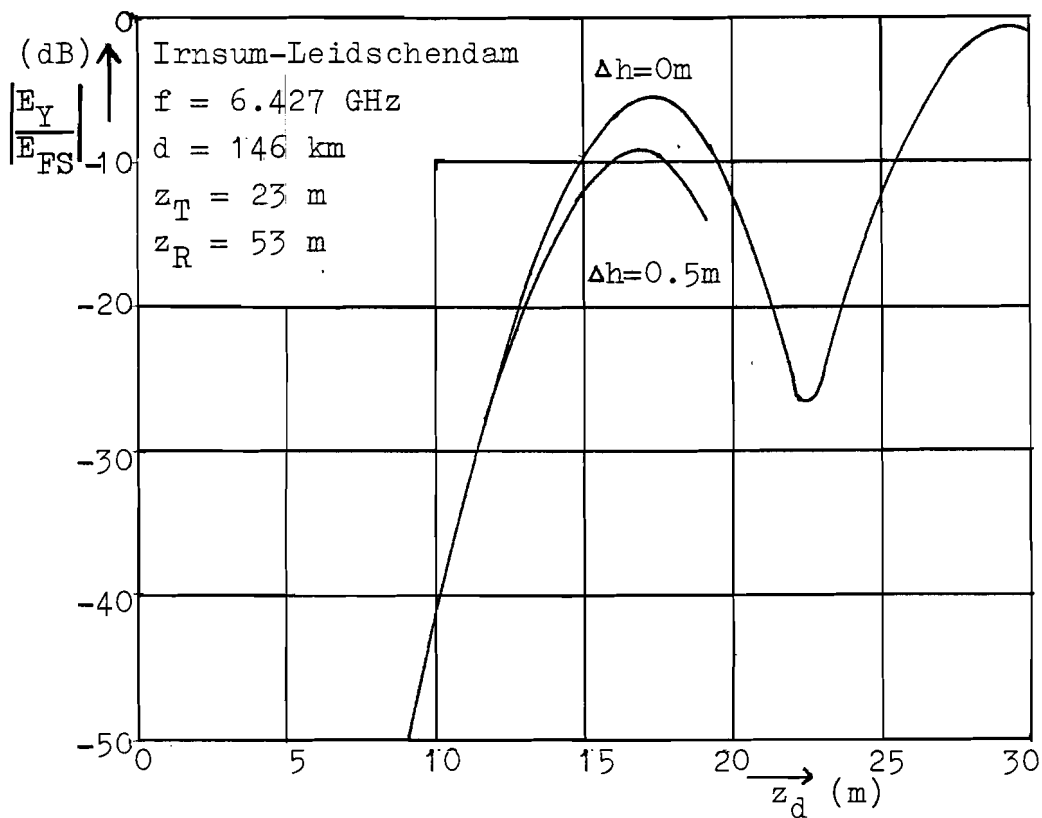


fig.5.9 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-waarde, als functie van ducthoogte.

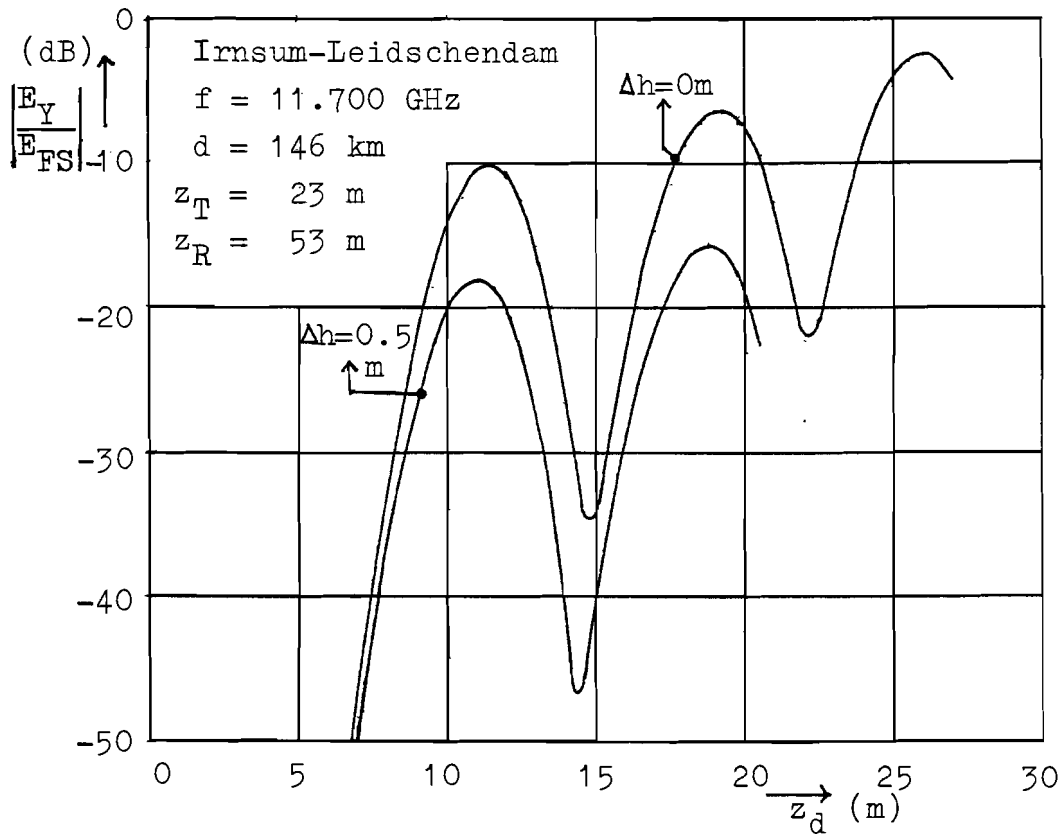


fig.5.10 Veldsterkte, relatief t.o.v. vrije-ruimte-waarde, als functie van ducthoogte.

### 5.5 VERDAMPINGSDUCTSTATISTIEKEN

In de vorige paragrafen is voor verschillende meet-verbindingen uitgerekend welke veldsterkte mag worden verwacht als functie van de verdampingsducthoogte  $z_d$ . Dit is gedaan voor een glad zeeoppervlak en voor een zeeoppervlak met een effectieve ruwheid van 0.5 meter. Om uit deze resultaten kumulatieve amplitude-verdelingen te kunnen afleiden, is het noodzakelijk om de statistiek van de verdampingsducthoogtes te kennen.

Gedurende 1962 heeft Jeske, in het kader van een radio experiment in de Duitse Bocht, vanaf het lichtschip Elbe 1, dat ongeveer halverwege het eiland Helgoland en het Duitse vasteland ligt, metingen van luchttemperatuur, watertemperatuur, luchtvochtigheid en windsnelheid gedaan [40]. Met behulp van de atmosferische turbulentie-theorie heeft hij hieruit ducthoogtes berekend. Een op deze manier samengestelde kumulatieve ducthoogtestatistiek over 1962 is weergegeven in fig.5.11 op lineair-normale schaal, en in fig.5.12 op logaritmisch-normale schaal.

Met behulp van deze gegevens is het mogelijk om te bepalen gedurende welk percentage van de tijd een bepaalde ducthoogte wordt overschreden, en derhalve kan worden bepaald, met de gegevens uit de vorige paragraaf, voor welk percentage van de tijd een overschrijding van een bepaalde veldsterkte kan worden verwacht.

Onlangs zijn door Fischer enige ductstatistiekgegevens gepubliceerd, betreffende de Zuidelijke Noordzee, over de jaren 1968-1971 [41]. De gegevens bestaan uit opgaven van gemiddelde ducthoogtes met standaarddeviatie voor 8 tijdstippen in een etmaal, uitgesplitst over de 4 seizoenen. Om hieruit een kumulatieve ducthoogtestatistiek te kunnen samenstellen, is het noodzakelijk om een aanname te doen voor de statistische verdeling van de ducthoogtes. Wij hebben, geïnspireerd door fig.5.12, gekozen voor een logaritmisch-normale verdeling voor grote ducthoogtes.

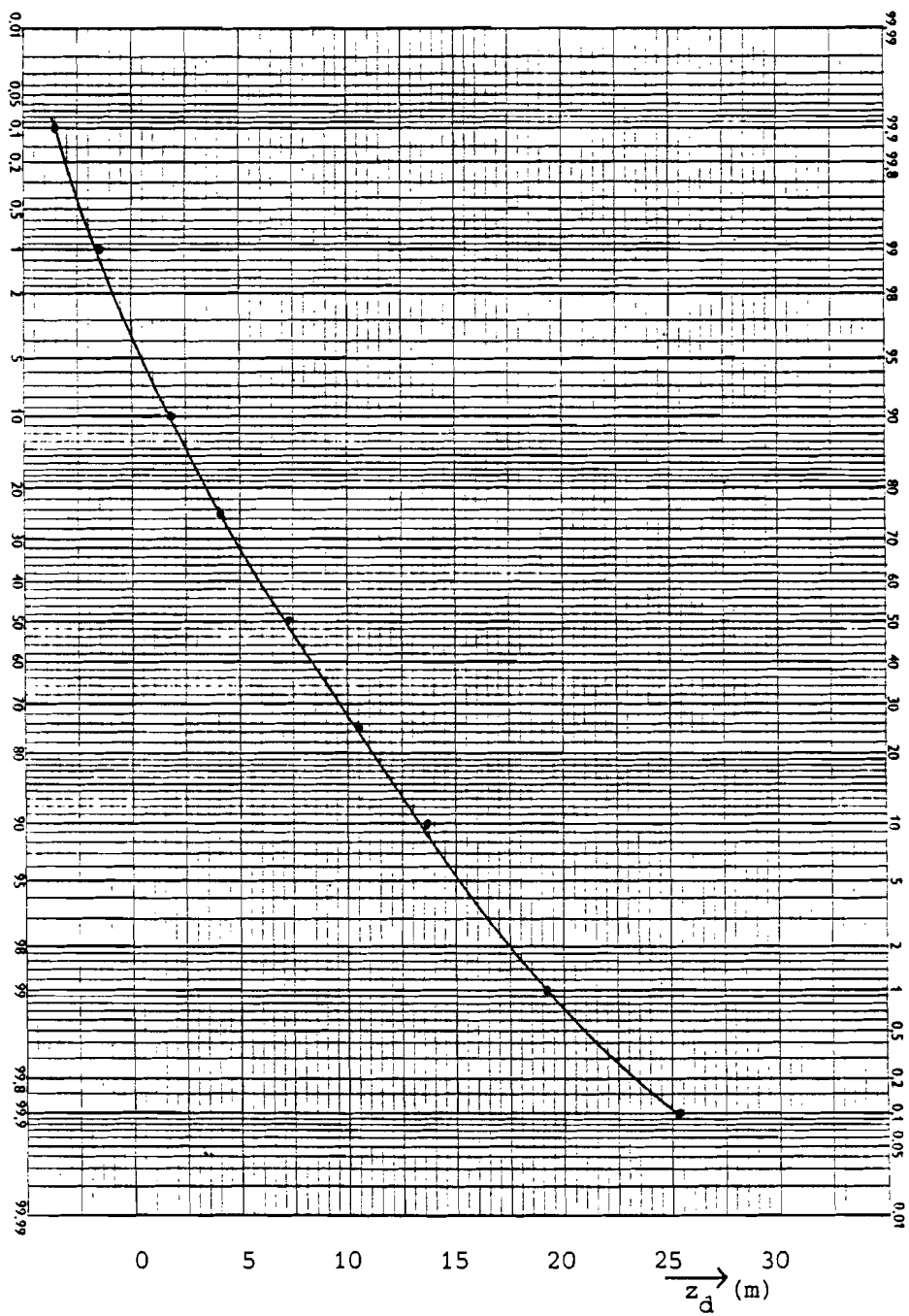


fig.5.11 Kumulatieve ducthoogtestatistiek volgens Jeske op lineair-normale schaal [40]



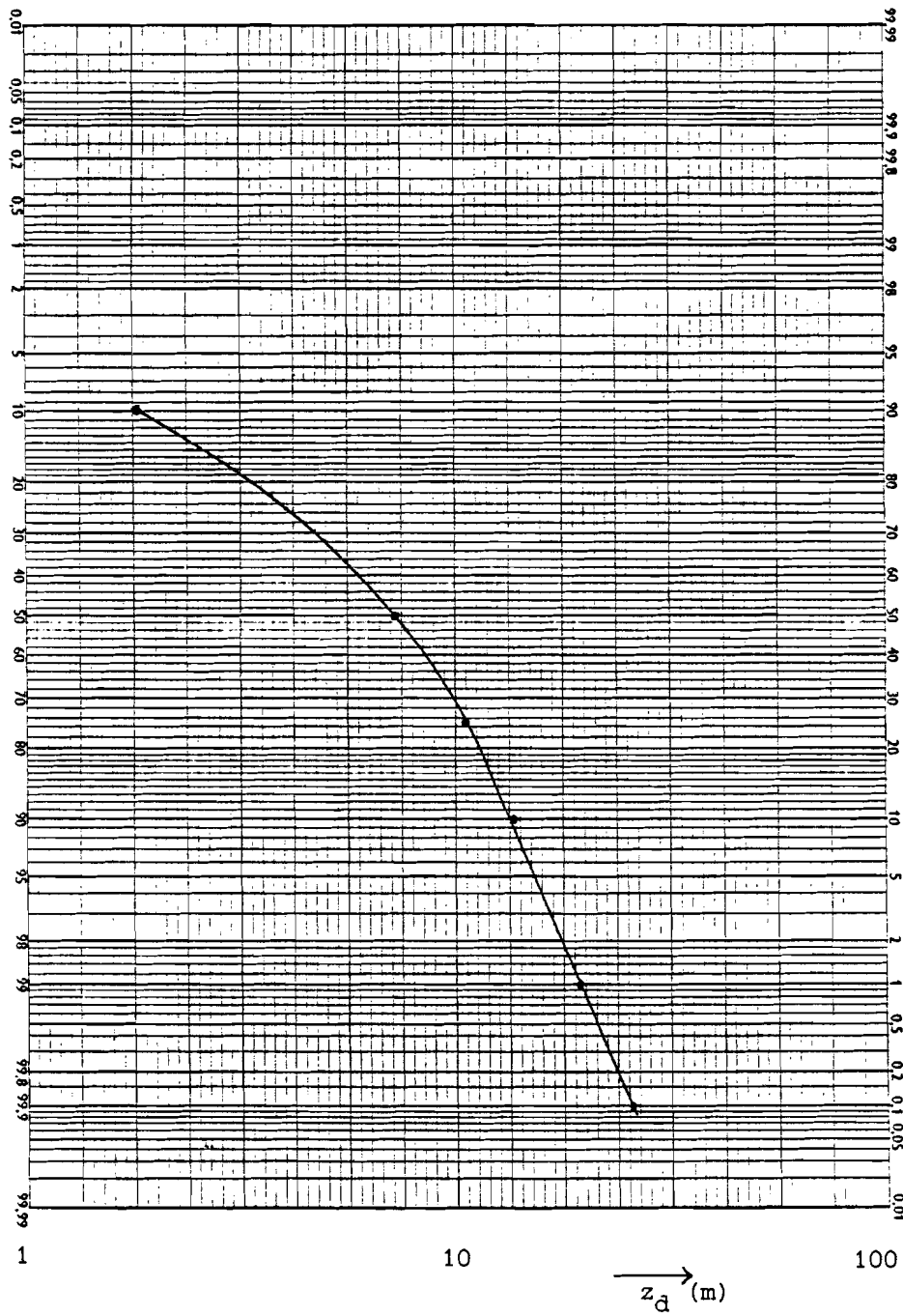


fig.5.12 Kumulatieve ducthoogtestatistiek volgens Jeske op logarithmisch-normale schaal [40]

Uitgaande van een gemiddelde ducthoogte  $\mu$ , met standaarddeviatie  $\sigma$ , zoals die door Fischer zijn gegeven, kan door overgang op logaritmische variabelen, volgens:

$$\sigma_1 = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 + 1}$$

$$\mu_1 = \ln \mu - \frac{\sigma^2}{2}$$

en transformatie volgens:

$$u = \frac{\ln z_d - \mu_1}{\sigma_1}$$

onmiddellijk in een kumulatieve normale verdelingstabel de kans worden afgelezen, dat de ducthoogte  $z_d$  wordt overschreden.

De resultaten zijn weergegeven in fig.5.13 (logaritmisch normaal) en fig.5.14 (lineair-normaal). De resultaten zijn alleen geldig in het gebied van grote ducthoogtes, omdat anders de veronderstelling van een logaritmisch-normale verdeling van de ducthoogtes niet geldig is (zie fig.5.12).

Bij een vergelijking van fig.5.11 en 5.12 enerzijds, en fig.5.13 en 5.14 anderzijds, valt een sterk verschil op. De gemiddelde ducthoogtes zijn vrijwel gelijk, maar de spreidingen verschillen des te meer. Er is geen duidelijke oorzaak van dit verschil aan te geven. Het enige klimatologische verschil tussen de zuidelijke Noordzee en de Duitse Bocht betreft de grootte van het getij, maar het is niet duidelijk wat voor invloed dit op verdampingsducthoogtes heeft. Wel strekken de metingen van Fischer zich over vier jaar uit, en die van Jeske slechts over één jaar, hetgeen een wat kleinere spreiding kan verklaren.

In overweging genomen, dat onze meetverbindingen zich in het gebied van de zuidelijke Noordzee bevinden, terwijl van dit gebied vier jaar ducthoogtestatistiek beschikbaar is, hebben wij gekozen voor de statistiek volgens Fischer. Het is echter duidelijk, dat er dringend behoefte bestaat aan meer radiometeorologische metingen in het kader van dit onderzoek.

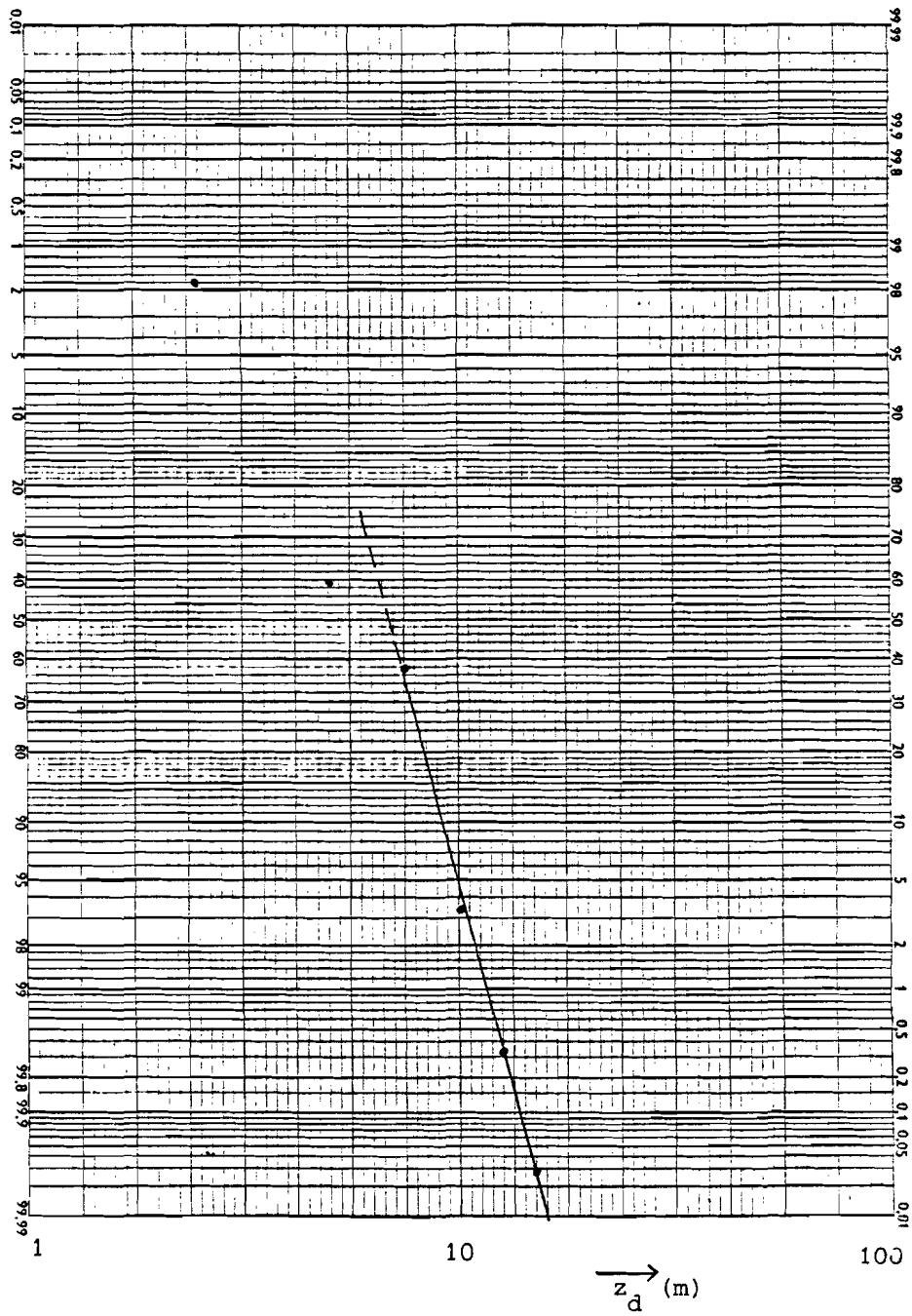


fig.5.13 Kumulatieve ducthoogtestatistiek, berekend uit gegevens van Fischer, op logaritmisch-normale schaal.

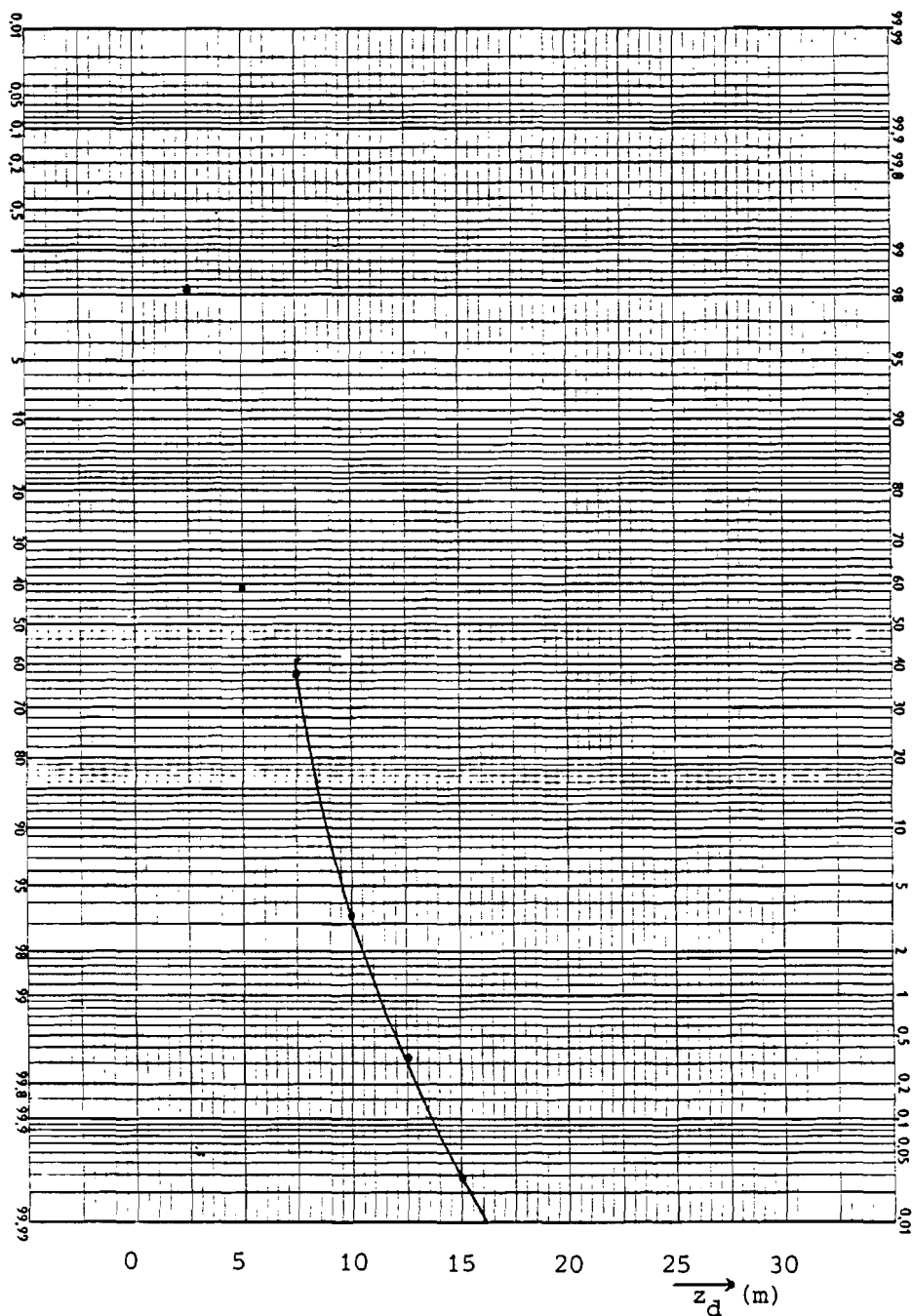


fig.5.14 Kumulatieve ducthoogtestatistiek, berekend uit gegevens van Fischer, op lineair-normale schaal.

## 5.6 EEN VERGELIJKING MET DE MEETRESULTATEN

Uitgaande van de berekende veldsterktes als functie van de ducthoogte, zoals dat in par.5.2-5.4 is gebeurd, kunnen, met behulp van de ducthoogtestatistieken uit de vorige paragraaf, kumulatieve veldsterkteverdelingen voor de verschillende verbindingen worden berekend. Dit zal in deze paragraaf gebeuren, waarbij een vergelijking zal worden gemaakt met de gemeten kumulatieve veldsterkteverdelingen.

### 5.6.1 De 1.3 GHz-verbindingen

Zoals in par.5.2 al bleek, zijn bij deze verbindingen de voor hoge veldsterktes benodigde ducts zo hoog, dat verdampingsducts praktisch gesproken niet van invloed kunnen zijn op deze verbindingen. Hoge veldsterktes zullen bij deze verbindingen worden veroorzaakt door advektie-, uitstralings- en/of subsidieducts. Om deze reden zullen deze verbindingen hier verder niet worden beschouwd.

### 5.6.2 De verbindingen Rockanje-Martlesham

In fig.5.15 en fig.5.16 zijn de kumulatieve veldsterkteverdelingen van de 11.4 respektievelijk 17.7 GHz-verbinding gegeven, berekend met behulp van fig.5.7, respektievelijk fig.5.8, en fig.5.14. Ook is in deze figuren de gemeten kumulatieve veldsterkteverdeling gegeven [42]. Hieruit blijkt, dat de verdelingen redelijk overeenkomen, indien voor de hoge tijdspercentages de ruwe-zee-curve wordt genomen, en voor de lage percentages de gladde-zee-curve. Dit lijkt niet onredelijk, omdat hoge veldsterktes korreleren met hoge ducts, en dus waarschijnlijk met rustig weer. Voor de allerlaagste tijdspercentages zijn de berekende veldsterktes te laag. Dit komt waarschijnlijk, omdat hier andere (zeldzame) ducttypes verantwoordelijk zijn voor de sterke signalen, te denken valt met name aan subsidieducts. Bij 17.7 GHz moet de invloed van gasdemping nog worden verdiskonteerd in de berekeningen.

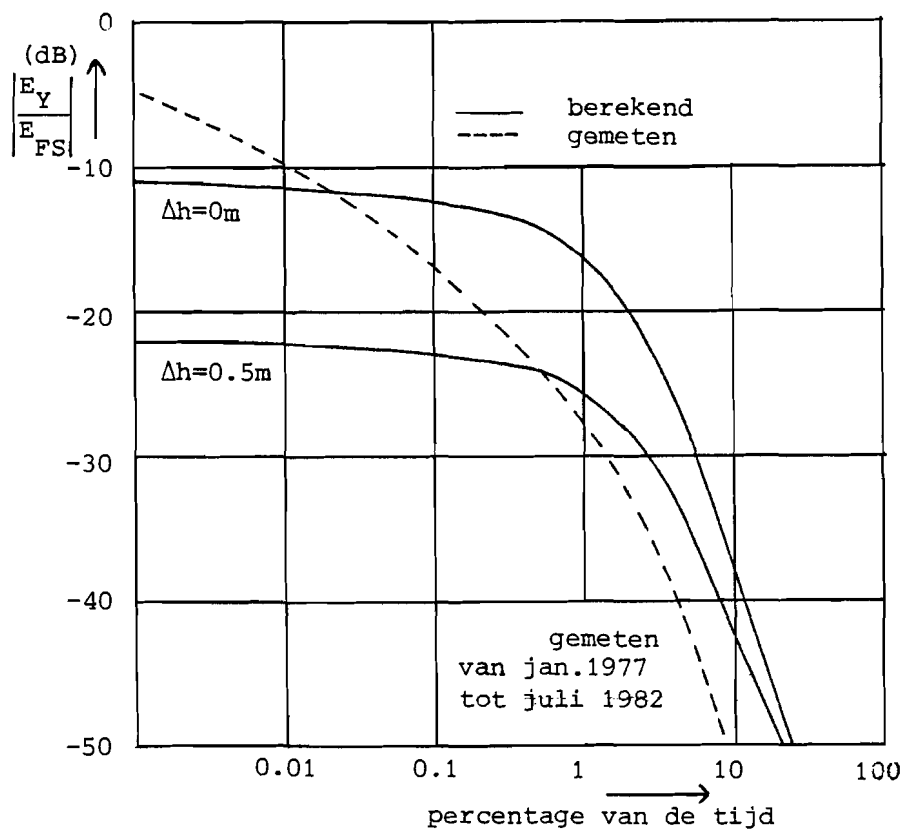


fig.5.15 Berekende en gemeten kumulative veldsterkteverdeling van de 11.4 GHz verbinding Rockanje-Martlesham.

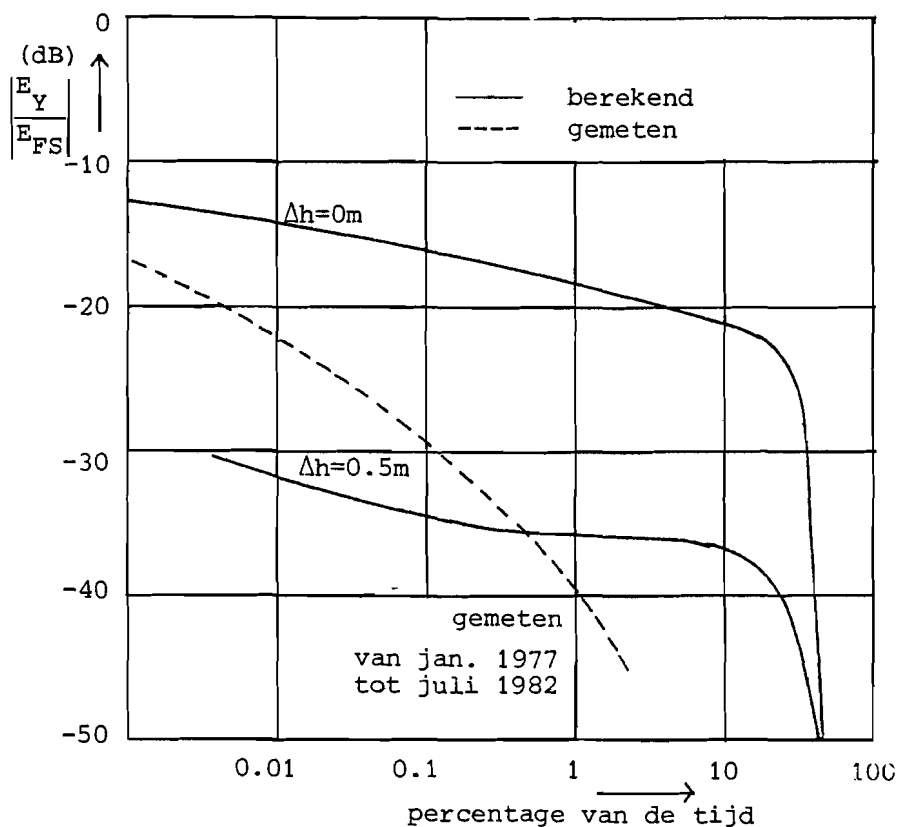


fig.5.16 Berekende en gemeten kumulative veldsterkteverdeling van de 17.7 GHz verbinding Rockanje-Martlesham.

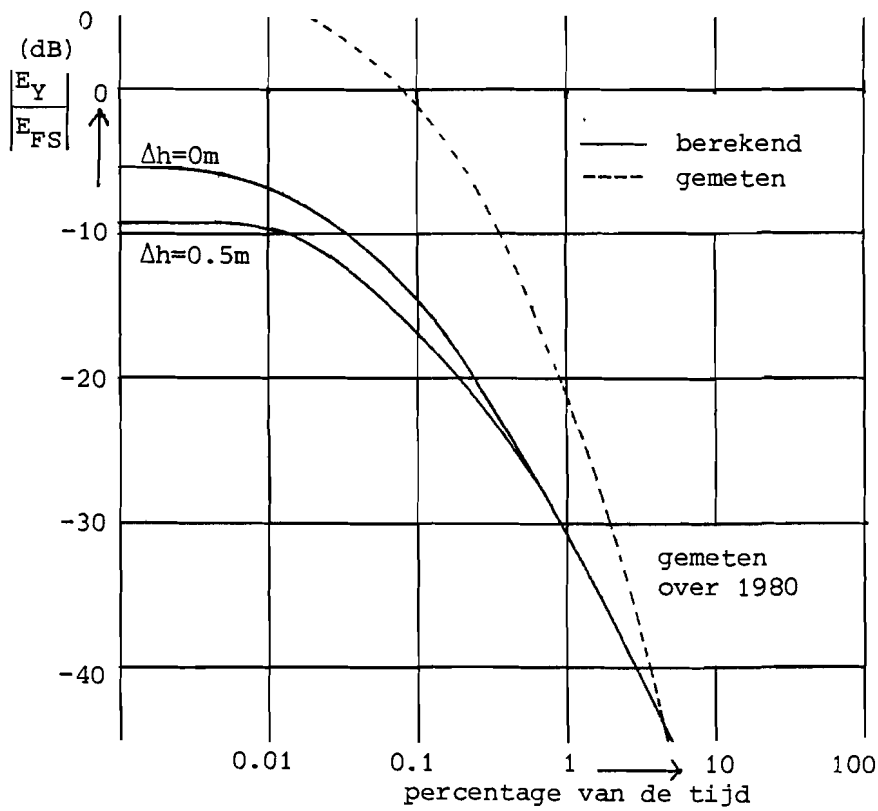


fig.5.17 Berekende en gemeten kumulative veldsterkteverdeling van de 6.4 GHz verbinding Irnsum-Leidschendam[8]

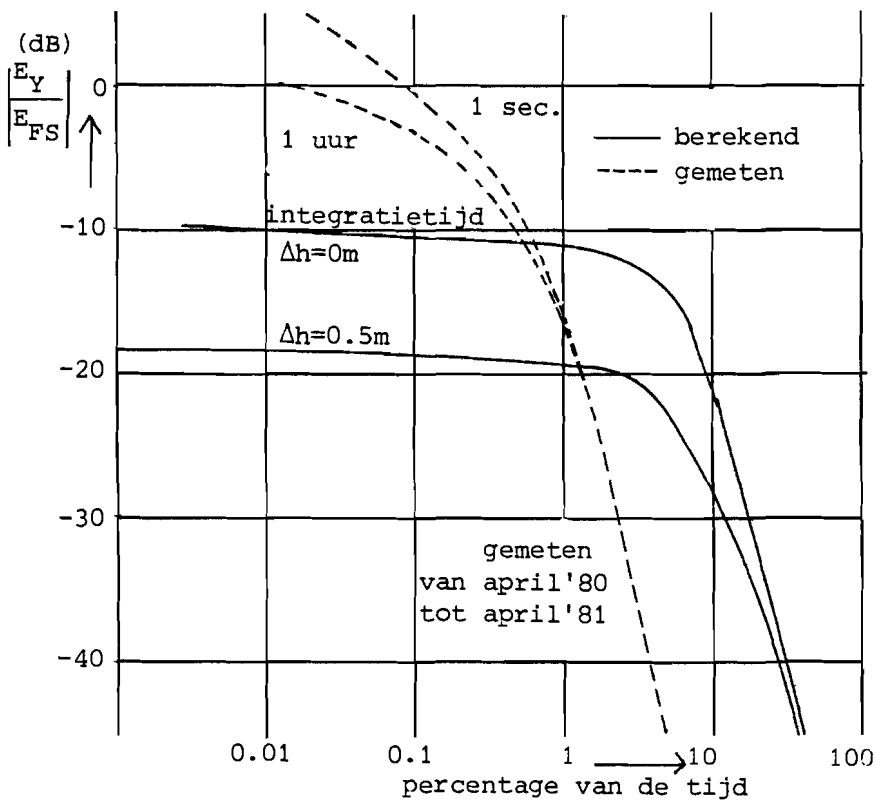


fig.5.18 Berekende en gemeten kumulative veldsterkteverdeling van de 11.7 GHz verbinding Irnsum-Leidschendam[8]

### 5.6.3 De verbindingen Irnsum-Leidschendam

Hoewel het in principe niet nuttig is om fig.5.9 en 5.10 in verband te brengen met verdampingsducts -het betreft hier immers voor het grootste deel landtrajekten- is dit ter illustratie toch gedaan in fig.5.17 en fig.5.18, met behulp van fig.5.14. Hier wordt een zelfde soort verschillen gevonden als bij de verbindingen Rockanje-Martlesham. Ook hier zijn subsidentieducts waarschijnlijk weer verantwoordelijk voor de hoge veldsterktes gedurende kleine tijdspercentages.

Bij deze kleine tijdspercentages speelt bovendien nog een ander effect mee. De ductstatistiek van Fischer is afkomstig van een achttal metingen per etmaal, zodat een grote integratietijd (in de orde van enkele uren) in de metingen mag worden verwacht. De met behulp van zo'n statistiek berekende kumulatieve veldsterkteverdelingen zullen dus ook een grote integratietijd bezitten. De gemeten verdelingen zijn echter afgeleid uit metingen met een integratietijd van circa 1 seconde. Om het effect van dit verschil te illustreren, is in fig.5.18 ook de gemeten kumulatieve verdeling uitgaande van gemiddeldes over een uur opgenomen. Uit de verschillen blijkt duidelijk, dat dit effect niet mag worden verwaarloosd bij een vergelijking tussen berekende en gemeten veldsterktestatistieken.



## HOOFDSTUK 6

### EVALUATIE VAN DE CCIR-VOORSPELLINGSMETHODE

#### 6.1 CCIR-RAPPORT 569-2

In CCIR rapport 569-2 is een methode gegeven om de transmissieverliezen ten gevolge van oppervlakte-propagatiemechanismen op over-de-horizon verbindingen te voorspellen. Een van de beschouwde mechanismen in dit rapport is het ducting-mechanisme. De hierbij gebruikte methode is gebaseerd op de berekening van de voortplanting van elektromagnetische energie in de duct, volgens geometrisch-optische principes.

Ga uit van de radiovergelijking om het transmissieverlies in geval van vrije-ruimte-overdracht te kunnen bepalen:

$$l_{FS} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$$

Uitgedrukt in decibels gaat deze uitdrukking over in:

$$L_{FS} = 92.44 + 20 \log f + 20 \log d \quad (\text{dB}) \quad (6.1)$$

waarin:  $f$  = frekwentie in GHz  
 $d$  = padlengte in km

Deze vergelijking is afgeleid voor een sferische uitbreiding van het elektromagnetische vermogen, zoals die in homogene media optreedt. In geval van ducting blijft de elektromagnetische energie echter in principe in de duct opgesloten, zodat slechts een cilindrische uitbreiding van de elektromagnetische energie kan optreden. Op grond van deze overweging moet daarom de term  $20 \log d$  in (6.1) worden veranderd in  $10 \log d$ .

Uiteraard is dit slechts voor ideale ducts het geval. Praktisch gesproken treedt er een extra verlies op, dat een functie is van de padlengte. Dit wordt verdisconteerd in een extra verzwakkingsterm die evenredig is met de afstand:

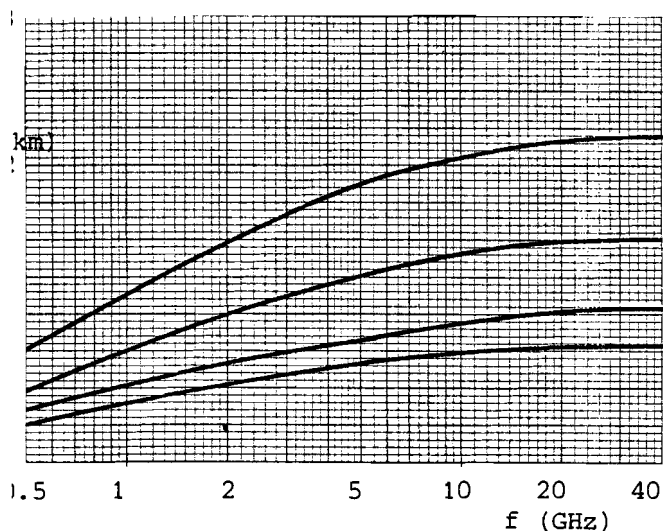
$$\gamma_d \cdot d$$

Verder zijn er nog de in- en uitkoppelverliezen te beschouwen. Deze verliezen zijn in het onderhavige CCIR-

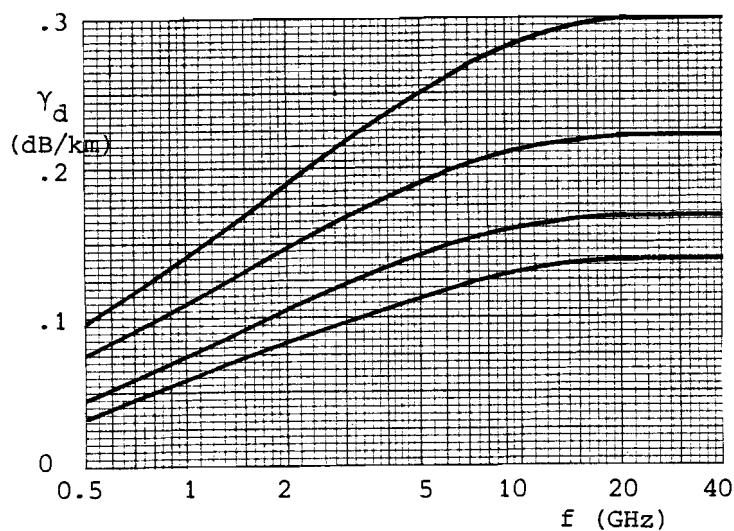
TABEL 6.1 VALUES OF COUPLING LOSS,  $A_C$  (dB) [43]

Zone	Percentage of the time			
	0.001%	0.01%	0.1%	1%
A2	9	10	11	14
A1, B, C	6	7	8	11

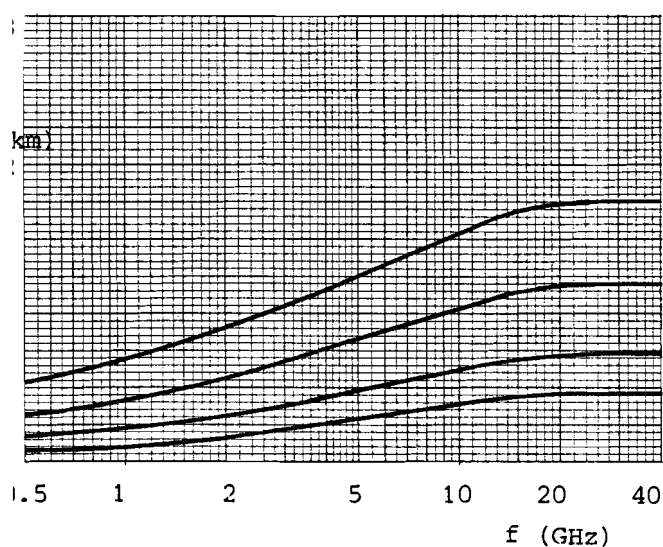
De waarden van  $\gamma_d$  zijn grafisch weergegeven als functie van de zone, de frekwentie en de tijdspercentages in fig.6.1.



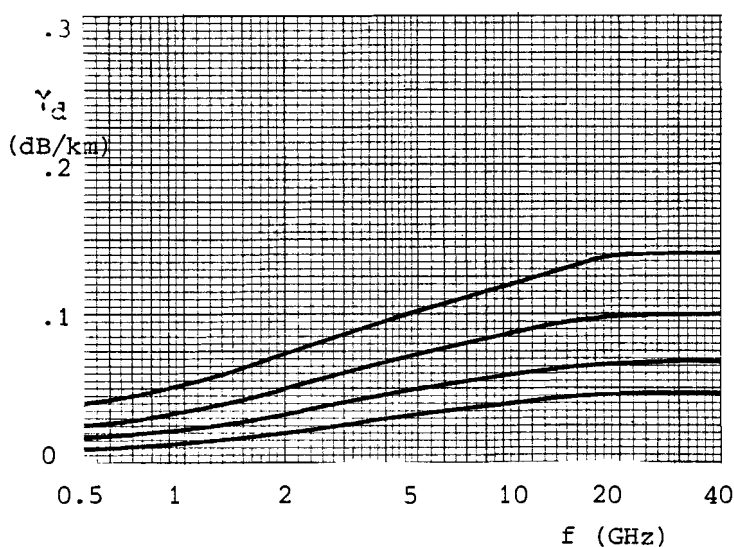
a) zone A1



b) zone A2



c) zone B



d) zone C

fig.6.1 De specifieke verzwakking  $\gamma_d$  als functie van de frekwentie  $f$ , volgens volgens CCIR-rapport 569-2.

rapport opgenomen in een verzwakkingsterm  $A_C$ , die de naam "coupling loss" heeft gekregen

Op grond van deze overwegingen gaat (6.1) voor propagatie in een ductsituatie over in:

$$L_D = 92.44 + 20 \log f + 10 \log d + \gamma_d d + A_C \quad (\text{dB}) \quad (6.2)$$

Hierin is:  $f$  de frekwentie in GHz  
 $d$  de padlengte in km  
 $\gamma_d$  de specifieke verzwakking in dB/km  
 $A_C$  het "coupling-loss" in dB

Deze uitdrukking komt overeen met de vergelijking die de CCIR in haar rapport 569-2 gebruikt:

$$A = L_D - L_{FS} = -10 \log d + \gamma_d d + A_C \quad (\text{dB}) \quad (6.3)$$

Hierin is  $A$  de extra verzwakking ten opzichte van het vrije-ruimte-verlies. In de CCIR-uitdrukking zijn nog twee andere termen aanwezig om respectievelijk de verzwakking door gassen en de invloed van een elevatiehoek van de antennehoofddassen weer te geven.

Voor de berekening van de kumulatieve veldsterkteverdelingen geeft de CCIR bepaalde waarden van  $A_C$  en  $\gamma_d$  die afhankelijk zijn van de plaats op aarde, van de tijdspercentages en van de frekwentie. Deze waarden van de parameters zijn bepaald op basis van de beschikbare meetgegevens in een beperkt frekwentiegebied (tot ca. 12 GHz).

De aarde wordt voor deze berekening in vier geografische zones verdeeld:

- Zone A1: kustgebieden, d.w.z. land, tot 50 km landinwaarts gelegen, dat minder dan 100 m boven zee is gelegen.
- Zone A2: alle land, behalve de kustgebieden (A1).
- Zone B: Alle zeeën, oceanen en andere grote wateroppervlakken (>100 km in doorsnede) op breedtegraden groter dan 23.5° N of Z, exclusief de Zwarte Zee en de Middellandse Zee.
- Zone C: Alle zeeën, oceanen en andere grote wateroppervlakken op breedtegraden kleiner dan 23.5° N of Z, inclusief de Zwarte Zee en de Middellandse Zee.

De waarden van  $A_C$  zijn gegeven als functie van de aldus gedefinieerde zone en van het beschouwde tijdpercentage:

Met deze gegevens is het mogelijk om kumulatieve veldsterkteverdelingen te voorspellen. Als voorbeeld zijn in fig.6.2 en 6.3 voor enige verbindingen (zie fig.5.4) de zo berekende verdelingen gegeven, tesamen met gemeten resultaten.

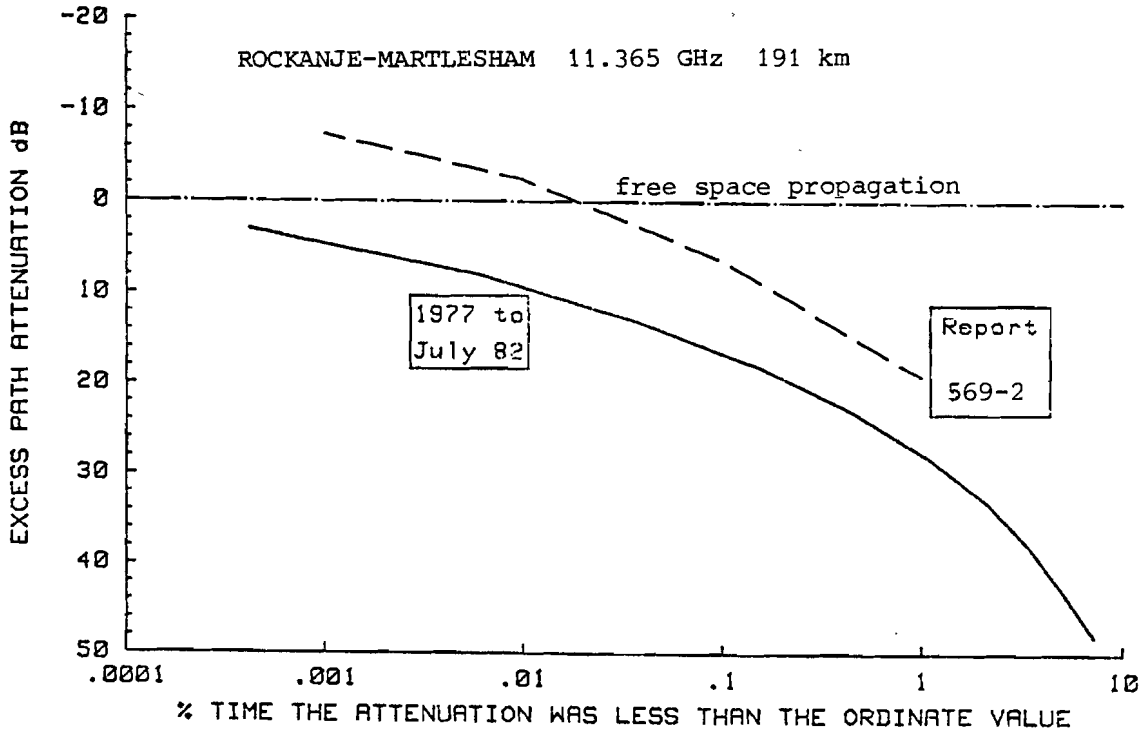


fig.6.2 CCIR-prediktie vergeleken met meetresultaten [42] (vergelijk rig.5.15).

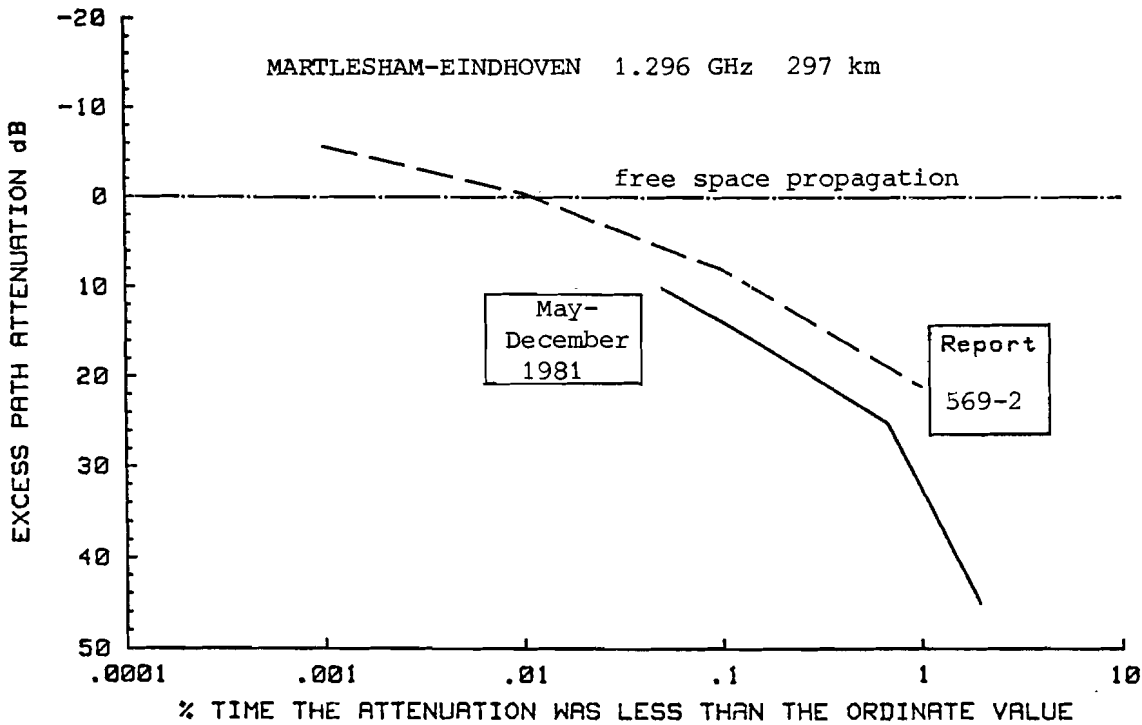


fig.6.3 CCIR-prediktie vergeleken met meetresultaten [42]

## 6.2 RESULTATEN UIT DE MODE-THEORY

In hoofdstuk 3 is met behulp van de mode-theory een uitdrukking afgeleid voor de elektrische veldsterkte ten opzichte van de vrije-ruimte-waarde van de volgende vorm:

$$\left| \frac{E_Y}{E_{FS}} \right| = \sqrt{\lambda d} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z_R)}{\cos \alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} e^{-ikd \operatorname{Re}(\cos \alpha_{on})} e^{kd \operatorname{Im}(\cos \alpha_{on})} \right| \quad (6.4)$$

Hierin is : d padlengte

$z_T$  hoogte van de zender

$z_R$  hoogte van de ontvanger

In hoofdstuk 5 is uit de berekeningen aan enige meetpaden gebleken, dat praktisch gesproken slechts één modus de propagatie bepaalt voor een bepaalde ducthoogte. Alle andere modi zijn dan veel kleiner dan deze modus en kunnen worden verwaarloosd. Onder deze voorwaarde kan het somteken in (6.4) worden weggelaten, en hoeft alleen de dominerende modus te worden beschouwd:

$$\left| \frac{E_Y}{E_{FS}} \right| = \sqrt{\lambda d} \left| \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z_R)}{\cos \alpha_{on} \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} \right| e^{+kd \operatorname{Im}(\cos \alpha_{on})} \quad (6.5)$$

Het is nu eenvoudig om, uitgaande van (6.5), een met (6.3) vergelijkbare uitdrukking te noteren. Benader daartoe in de noemer  $\cos \alpha_{on}$  door 1, omdat in de praktijk  $|\alpha_{on}|$  altijd heel klein is; in de eksponent is deze benadering niet toegestaan:

$$A = 20 \log \left| \frac{E_{FS}}{E_Y} \right| = -24.8 + 10 \log f - 10 \log d + \dots \quad (6.6)$$

$$\dots + \gamma_d d - [g(z_T) + g(z_R)] \text{ (dB)}$$

Hierin is: f de frekwentie in GHz  
d de padlengte in km  
 $\gamma_d$  de specifieke verzwakking in dB/km  
 $g(z)$  de hoogte-winst-functie (dB)  
 $z_T$  de hoogte van de zender  
 $z_R$  de hoogte van de ontvanger

De volgende definities zijn in (6.6) gebruikt:

$$\gamma_d = - \frac{20000 k \operatorname{Im}(\cos \alpha_{on})}{\ln 10} \quad (\text{dB/km})$$

$$g(z) = 20 \log \left| \frac{\phi_n(z)}{\sqrt{\int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz}} \right|$$

### 6.3 VERGELIJKING VAN DE CCIR-METHODE MET DE MODE-THEORY

In vergelijking met (6.3) vertoont (6.6) enige opmerkelijke verschillen:

- Vergelijking (6.6) bevat, in tegenstelling tot (6.3), een term  $10 \log f$ , die blijkbaar, net als de term  $-10 \log d$ , een gevolg is van de cilindrische uitbreiding van elektromagnetische energie.
- Vergelijking (6.6) bevat geen "coupling-loss"-term, maar wel twee termen die de antennehoogte-afhankelijkheden tot uitdrukking brengen.
- In de CCIR-methode is niet expliciet rekening gehouden met de ruwheid van de aarde, die volgens onze berekeningen, vooral voor hoge frekwenties, een niet te verwaarlozen rol speelt.
- De specifieke verzwakking neemt, bij afwezigheid van ruwe oppervlakken en voldoende hoge frekwenties, volgens de mode-theory af als functie van de frekwentie (zie fig.5.3). Omdat bij de CCIR-methode een term  $10 \log f$  "kwijt" is, die dus ondergebracht is bij de specifieke verzwakking, neemt bij de CCIR-methode de specifieke verzwakking als functie van de frekwentie toe. De meetresultaten, waarop de CCIR-methode stoelt, zijn afkomstig van trajecten tot ca. 300 km. Bij extrapolatie van de resultaten, met behulp van deze methode, naar grotere afstanden kan hierdoor een fout ontstaan in de prediktie.

Deze verschillen kunnen van grote invloed zijn, indien de voorspellingsmethoden in CCIR-rapport 569-2 worden geevalueerd met behulp van meetresultaten die afkomstig zijn van verbindingen met verschillende padgeometrie en met verschillende frekwenties.

## HOOFDSTUK 7

### KONKLUSIES EN SUGGESTIES

#### 7.1 KONKLUSIES

In dit verslag is een klassieke methode bestudeerd en verder ontwikkeld om veldsterkteberekeningen te doen in over-de-horizon mikrogolfverbindingen. Hierbij is niet uitgegaan van de geometrische optika, maar rechtstreeks van de wetten van Maxwell. De methode is vervolgens gebruikt om veldsterktes te berekenen in de aanwezigheid van voorgeschreven troposferische ducts.

Hierbij is uitgegaan van een lineair-logaritmisch gemodificeerd brekingsindexprofiel. Dit profiel is representatief voor verdampingsducts. Het is echter zonder meer mogelijk om andere ductprofielen (bijvoorbeeld elevated duct profielen) te gebruiken in de berekeningen, mits de analytische uitdrukking van het profiel voldoende regulier is voor integratie in het complexe  $z$ -vlak.

De resultaten geven een goed inzicht in de verschijnselen die kunnen optreden en verklaren enige algemene eigenschappen van experimentele resultaten die niet met behulp van de geometrische optika kunnen worden verklaard.

Uit de berekeningen blijkt tevens, dat het belangrijk is om de ruwheid van het aardoppervlak in beschouwing te nemen. Afgezien van een tegengesteld effect in het frekwentiegebied van ca. 1 tot 7 GHz, blijkt boven ca. 10 GHz de demping per kilometer sterk toe te nemen ten gevolge van deze ruwheid.

Met behulp van deze theorie is het mogelijk om, onder bepaalde veronderstellingen, een eenvoudige uitdrukking te vinden voor de veldsterkte. Deze uitdrukking bezit parameters die afhankelijk zijn van het aangenomen brekingsindexprofiel, de frekwentie en de padgeometrie. Deze uitdrukking verschilt op enige punten principieel van de vergelijking die de CCIR aanbeveelt voor interferentieberekeningen. De uitdrukking bevat namelijk een ekstra frekwentieafhankelijke term. Deze kan van groot belang zijn, indien de huidige experimentele gegevens, die afkomstig zijn van trajekten tot circa 300 km en werkend met frekwenties tot circa 12 GHz, worden geëxtrapoleerd naar

grotere padlengtes en/of hogere frekwenties. Bovendien is onze uitdrukking afhankelijk van de hoogtes van de zend- en de ontvangantenne. CCIR-rapport 569-2 is bedoeld voor interferentieberekeningen op . straalverbinding-straalverbinding paden en op satellietgrondstation-straalverbinding paden. Omdat antennes van straalverbindingen in de praktijk 80 tot 100 meter hoog zijn opgesteld, en grondstationantennes veel lager, is zo'n hoogteafhankelijke term van groot belang.

Er is een kwalitatieve overeenkomst gevonden tussen de berekeningen en de statistische meetresultaten. Dit is niet verwonderlijk, omdat is uitgegaan van een deterministisch model voor de duct en van de gemiddelde reflektiekoefficient van een ruw zeeoppervlak. Bovendien is slechts een beperkte hoeveelheid radiometeorologische gegevens beschikbaar, met behulp waarvan een vergelijking tussen metingen en berekeningen kan worden uitgevoerd. Verder vindt men in meetresultaten de invloed van allerlei andere ductsoorten terug (bijvoorbeeld elevated ducts), de invloed van de relatie die tussen de ruwheid van de zee en de eigenschappen van de duct bestaat, en, bijvoorbeeld, de invloed van gasdempingen. Deze invloeden zijn niet meegenomen in onze berekeningen.

Een samenvatting van dit afstudeerwerk is gepresenteerd op de AGARD-konferentie over "Propagation Aspects of Frequency Sharing, Interference and System Diversity", die van 18 tot en met 21 oktober 1982 werd gehouden te Issy-les-Moulineaux (F). De bijbehorende paper is als bijlage bij dit verslag opgenomen (Bijlage B).

De Nederlandse PTT is voornemens om de resultaten, die in dit verslag zijn gepresenteerd, te zijner tijd in de CCIR in te brengen, ter verbetering van de procedures in rapport 569-2.

## 7.2 SUGGESTIES VOOR VERDER ONDERZOEK

Verschillende problemen zijn nog niet beschouwd. Omdat de berekeningen voor zeer lage tijdspercentages altijd lagere veldsterktes geven dan de metingen, zou het interessant zijn om de berekeningen uit te voeren voor een elevated-duct profiel. Waarschijnlijk zouden met zo'n profiel deze zeer hoge veldsterktes gedeeltelijk kunnen worden verklaard. Er zal dan echter ook een onderzoek noodzakelijk zijn om aanvullende radiometeorologische gegevens te verkrijgen. Met name voorkomende brekingsindexprofielen en statistische gegevens omtrent het optreden van elevated-ducts zijn veel te weinig voorhanden.

Ook de overgang die optreedt tussen land en zee is een nader onderzoek waard. Vrijwel altijd is boven land een ander



brekingsindexprofiel aanwezig dan boven zee, zodat de elektromagnetische energie van de ene soort golfpijp in de andere wordt gekoppeld. Daarom gaat hier onze aanname van oneindige horizontale uitgestrektheid mank.

Verder is het, met name bij scherp bundelende antennes, nodig om de invloed van de stralingsdiagrammen van de antennes in beschouwing te nemen. Ook hier is in het kader van deze afstudeeropdracht geen aandacht aan besteed.

REFERENTIES

- [1] H.T. Dougherty, C.M. Rush,  
"Some propagational aspects of frequency allocation  
frequency sharing",  
AGARD Conference Preprint No.332, 1982, pp.2.1-2.8.  
(p.2.8)
- [2] Als [1].  
(p.2.9)
- [3] ITU,  
Radio Regulations, edition of 1982,  
Geneva, 1982.  
(p.RR8-2)
- [4] Als [3].  
(p.RR8-132)
- [5] ITU,  
Radio Regulations, edition of 1968,  
Geneva, 1968.  
(p.RR5-82)
- [6] Als [3].  
(pp.AP28-1 - AP28-46)
- [7] PTT, Radiocontroledienst,  
Nationaal Frequentieverdelingsplan,  
Groningen, 1981.  
(p.107)
- [8] Interne communicatie PTT (Ir.J.Neessen, DNL)
- [9] H.G. Booker, W. Walkinshaw,  
"The mode theory of tropospheric refraction and its  
relation to waveguides and diffraction",  
Meteorological Factors in Radio Wave Propagation,  
Report of a conference held on April 8, 1946 by the Physical  
Society and the Royal Meteorological Society,  
London, 1946, pp.80-127.
- [10] H.W. Fruchtenicht,  
Atmosphärische Einflüsse auf die Ausbreitung elektro-  
magnetischer Wellen (cm-Band) über See innerhalb  
des radiooptischen Horizonts,  
Hamburg, 1971.  
(pp.5-10)
- [11] M.P.M. Hall,  
Effects of the troposphere on radio communications,  
London-New York, 1979.

- [12] P.J.J. Stassar,  
Een onderzoek naar de bruikbaarheid van de EHF-band  
ten behoeve van telecommunicatietoepassingen,  
Afstudeerverslag TH-Eindhoven,  
Eindhoven, 1980.  
Zie ook: De Ingenieur, No.43, 1981, pp.31-32.
- [13] ITU (CCIR),  
Recommendations and reports of the CCIR, 1982,  
Geneva, 1982.  
(Report 563-2)
- [14] K.G. Budden,  
The wave-guide mode theory of wave propagation,  
London, 1961.  
(pp.181-182)
- [15] M. Abramowitz, I.A. Stegun,  
Handbook of mathematical functions,  
New York, 1970.  
(pp.446-454)
- [16] N.S. Kapany, J.J. Burke,  
Optical Waveguides,  
New York, 1972.
- [17] Als [14].  
(p.209)
- [18] K.G. Budden,  
Radiowaves in the ionosphere,  
Cambridge, 1961.  
(pp.283-318)
- [19] S.A. Schelkunoff,  
"Remarks concerning wave propagation in stratified media",  
The theory of electromagnetic waves,  
edited by Morris Kline,  
New York-Dover, 1951, pp.117-128.
- [20] Als [14].  
(p.213)
- [21] R.E. Collin, F.J. Zucker,  
Antenna Theory, part II,  
New York, 1969.  
(pp.259-297)
- [22] J. Arnbak,  
"Leaky Waves on a dielectric rod",  
Electr. Lett., 5 (1969), pp.41-42.

- [23] S. Rotheram,  
"Radiowave propagation in the evaporation duct",  
Marc. Rev., 1974, No.1, pp.18-40.  
(pp.31-33)
- [24] D.R. Hartree, J.G.L. Michel, P. Nicholson,  
"Practical methods for the solution of the equations of  
tropospheric refraction",  
Report of a conference held on April 8, 1946 by the Physical  
Society and the Royal Meteorological Society,  
London, 1946, pp.127-168.
- [25] N. Marcuvitz,  
"Field Representations in Spherically Stratified Regions",  
The Theory of Electromagnetic Waves,  
edited by Morris Cline,  
New York-Dover, 1951, pp.263-315.  
(pp.284-288)
- [26] H. Bremner,  
"The WKB Approximation as a first term of a  
Geometric-Optical Series",  
The Theory of Electromagnetic Waves,  
edited by Morris Cline,  
New York-Dover, 1951, pp.105-116.
- [27] S.A. Schelkunoff,  
Electromagnetic Waves,  
New York, 1944.  
(pp.251-260)
- [28] Als [24].  
(pp.143-144, 161-163)
- [29] B.Friedman,  
"Propagation in a Non-homogeneous Atmosphere",  
The Theory of Electromagnetic Waves,  
edited by Morris Cline,  
New York-Dover, 1951, pp.317-350.  
(pp.318-319, 348-350)
- [30] Als [9].  
(pp.93-94)
- [31] Als [24].  
(p.153)
- [32] A.C. Monin, A.M. Obukhov,  
"Basic Regularity in Turbulent Mixing in the Surface  
Layer of the Atmosphere",  
USSR Acad. Sci. Geophys. Inst., 1954, No.24, pp.163-187.
- [33] Als [23].  
(pp.20-28)

- [34] K. Brocks, L. Krugermeyer,  
The Hydrodynamic Roughness of the Sea Surface,  
Radiometeorologische Abteilung des Geophysikalischen  
Instituts der Universität Hamburg, No.14,  
Hamburg, 1970.
- [35] Als [27].
- [36] W.S. Ament,  
"Towards a Theory of Reflection by a Rough Surface",  
Proc. IRE, Jan.1953, pp.142-146.
- [37] Als [14].  
(pp.179-183)
- [38] J. Arnbak,  
Wave propagation in a duct with an irregular boundary,  
part I,  
Danish Defence Research Establishment, report FOFT 1971/28,  
Kopenhagen, 1971.
- [39] J.R. Wait,  
"Guiding of electromagnetic waves by uniformly  
rough surfaces", 1 and 2,  
IRE Trans. Ant. Prop., 1959, AP7, pp.154-162.
- [40] H. Jeske,  
Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im cm- bis  
m-Band über dem Meer unter besonderer Berücksichtigung  
der meteorologischen Bedingungen in der Maritimen  
Grenzschicht,  
Hamburger Geophysikalische Einzelschriften, Heft 6,  
Hamburg, 1965.
- [41] K.E. Fischer,  
"VHF-, UHF- and SHF-Propagation limitations in the  
Marine Atmosphere",  
AGARD Conference Proceedings, No.331, 1982, pp.3-1 - 3-22.
- [42] Private communications BTI.
- [43] Als [13].  
(Report 569-2)
- [44] J.W. Daniel, A.J. Martin,  
"Numerov's Method with deferred corrections for two-point  
boundary-value problems",  
Siam J. Numer. Anal., Vol.14, No.6, Dec.1977, pp.1033-1050.  
(pp.1034-1035)
- [45] Als [15].  
(p.886)

## BIJLAGE A

### UITWERKING VAN GEBRUIKTE NUMERIEKE METHODEN

De Mnemon-techniek in deze bijlage is een moeilijk kompromis tussen leesbaarheid enerzijds, en de mogelijkheden van de tekstverwerker en de nomenklatuur van de komputerprogramma's anderzijds, waarvoor mijn verontschuldigen.

#### A.1 DE NUMERIEKE METHODE VAN NUMEROV.

Na enig rekenen volgde uit hoofdstuk 3 het stelsel differentiaalvergelijkingen (3.12), dat, in principe, moet worden opgelost over een rechte lijn in het complexe  $z$ -vlak van  $z=0$  tot  $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |z| \exp(-i\pi/4)$ .

Voer nu de volgende afkortingen in:

$$\begin{aligned} C &= \operatorname{Re}m^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2 \\ D &= \operatorname{Im}m^2(z) + 2\alpha_r \alpha_i \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Dan wordt (3.12) vereenvoudigd tot:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) D + \operatorname{Im}\phi(z) C] &= 0 \\ \frac{d^2 \operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) C + \operatorname{Im}\phi(z) D] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Er zijn verschillende numerieke methoden bekend om differentiaalvergelijkingen van het type (A.2) op te lossen. Hier is gekozen voor een methode die veel wordt gebruikt in de quantummechanika. De Schrödinger-vergelijking, die daar optreedt, lijkt namelijk erg veel op differentiaalvergelijking (A.2).

Deze zogenaamde methode van Numerov gaat uit van de volgende diskretisatie van de tweede afgeleide van een functie  $y(x)$  (zie fig.A.1) [44]:

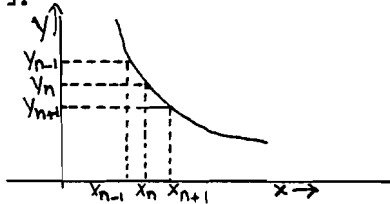


fig.A.1 Diskretisatie van de tweede afgeleide

$$\frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - \frac{h^2 y_n''''}{12} - O(h^6) = y''$$

In goede benadering kan hier voor worden geschreven:

$$\frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} = y''_n + \frac{y''_{n+1} - 2y''_n + y''_{n-1}}{12} = \frac{y''_{n+1} + 10y''_n + y''_{n-1}}{12} \quad (A.3)$$

Voor ons geval, met een complexe functie  $\phi(z)$ , gaat (A.3) over in het volgende stelsel:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Re}\phi_{n+1} - 2\text{Re}\phi_n + \text{Re}\phi_{n-1}}{h^2} &= \frac{\text{Re}\phi''_{n+1} + 10\text{Re}\phi''_n + \text{Re}\phi''_{n-1}}{12} \\ \frac{\text{Im}\phi_{n+1} - 2\text{Im}\phi_n + \text{Im}\phi_{n-1}}{h^2} &= \frac{\text{Im}\phi''_{n+1} + 10\text{Im}\phi''_n + \text{Im}\phi''_{n-1}}{12} \end{aligned} \quad (A.4)$$

Uit (A.2) kan worden afgeleid:

$$\begin{aligned} \text{Re}\phi''_n &= -k^2 [\text{Re}\phi_n D_n + \text{Im}\phi_n C_n] \\ \text{Im}\phi''_n &= +k^2 [\text{Re}\phi_n C_n - \text{Im}\phi_n D_n] \end{aligned} \quad (A.5)$$

en analoge uitdrukkingen voor  $\text{Re}\phi''_{n+1}$ ,  $\text{Re}\phi''_{n-1}$ ,  $\text{Im}\phi''_{n+1}$  en  $\text{Im}\phi''_{n-1}$ . Indien (A.5) in (A.4) wordt gesubstitueerd, dan wordt het volgende stelsel verkregen:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\phi_{n+1} - 2 \operatorname{Re}\phi_n + \operatorname{Re}\phi_{n-1} &= -h^2 k^2 [\operatorname{Re}\phi_{n+1} D_{n+1} + \operatorname{Im}\phi_{n+1} C_{n+1} \\
 &+ 10 \operatorname{Re}\phi_n D_n + 10 \operatorname{Im}\phi_n C_n + \operatorname{Re}\phi_{n-1} D_{n-1} + \operatorname{Im}\phi_{n-1} C_{n-1}] / 12 \\
 \operatorname{Im}\phi_{n+1} - 2 \operatorname{Im}\phi_n + \operatorname{Im}\phi_{n-1} &= +h^2 k^2 [\operatorname{Re}\phi_{n+1} C_{n+1} - \operatorname{Im}\phi_{n+1} D_{n+1} \\
 &+ 10 \operatorname{Re}\phi_n C_n - 10 \operatorname{Im}\phi_n D_n + \operatorname{Re}\phi_{n-1} C_{n-1} - \operatorname{Im}\phi_{n-1} D_{n-1}] / 12
 \end{aligned}
 \tag{A.6}$$

Uit dit stelsel kunnen  $\operatorname{Re}\phi_{n+1}$  en  $\operatorname{Im}\phi_{n-1}$  expliciet worden opgelost, indien  $\operatorname{Re}\phi_n$ ,  $\operatorname{Im}\phi_n$ ,  $\operatorname{Re}\phi_{n-1}$ ,  $\operatorname{Im}\phi_{n-1}$  en alle konstantes C, D en h en k zijn gegeven. Dit is gedaan in Bijlage A.2.

A.2 UITWERKING VAN DE METHODE VAN NUMEROV

Ga uit van stelsel (A.6), en voer de volgende nomenklatuur in:

$\operatorname{Re}\phi_{n-1} = \text{ER0}$	$\operatorname{Im}\phi_{n-1} = \text{EI0}$	$C_{n-1} = \text{C0}$	$D_{n-1} = \text{D0}$
$\operatorname{Re}\phi_n = \text{ER1}$	$\operatorname{Im}\phi_n = \text{EI1}$	$C_n = \text{C1}$	$D_n = \text{D1}$
$\operatorname{Re}\phi_{n+1} = \text{ER2}$	$\operatorname{Im}\phi_{n+1} = \text{EI2}$	$C_{n+1} = \text{C2}$	$D_{n+1} = \text{D2}$

Dan gaat stelsel (A.6) over in:

$$\begin{aligned}
 \text{ER2} - 2 \text{ER1} + \text{ER0} &= -h^2 k^2 (\text{ER2} \cdot \text{D2} + \text{EI2} \cdot \text{C2} + 10 \cdot \text{ER1} \cdot \text{D1} + 10 \cdot \text{EI1} \cdot \text{C1} \\
 &+ \text{ER0} \cdot \text{D0} + \text{EI0} \cdot \text{C0}) / 12 \\
 \text{EI2} - 2 \text{EI1} + \text{EI0} &= +h^2 k^2 (\text{ER2} \cdot \text{C2} - \text{EI2} \cdot \text{D2} + 10 \cdot \text{ER1} \cdot \text{C1} - 10 \cdot \text{EI1} \cdot \text{D1} \\
 &+ \text{ER0} \cdot \text{C0} - \text{EI0} \cdot \text{D0}) / 12
 \end{aligned}
 \tag{A.7}$$

Uit dit stelsel moeten ER2 en EI2 expliciet worden opgelost.

Voer nu de volgende afkortingen in:

$$\begin{aligned}
 \text{J3} &= -h^2 k^2 (10 \cdot \text{ER1} \cdot \text{D1} + 10 \cdot \text{EI1} \cdot \text{C1} + \text{ER0} \cdot \text{D0} + \text{EI0} \cdot \text{C0}) / 12 + 2 \cdot \text{ER1} - \text{ER0} \\
 \text{en} \\
 \text{J4} &= +h^2 k^2 (10 \cdot \text{ER1} \cdot \text{C1} - 10 \cdot \text{EI1} \cdot \text{D1} + \text{ER0} \cdot \text{C0} - \text{EI0} \cdot \text{D0}) / 12 + 2 \cdot \text{EI1} - \text{EI0}
 \end{aligned}$$

Dan gaat (A.7) over in:



$$ER2 = -h^2 k^2 (ER2 D2 + EI2 C2) / 12 + J3 \quad (A.8)$$

$$EI2 = +h^2 k^2 (ER2 C2 - EI2 D2) / 12 + J4$$

Voer vervolgens nog twee afkortingen in:

$$J1 = h^2 k^2 D2 / 12 \quad J2 = h^2 k^2 C2 / 12$$

Dan gaat (A.8) over in:

$$ER2 = -J1 ER2 - J2 EI2 + J3$$

$$EI2 = J2 ER2 - J1 EI2 + J4$$

Na enig rekenen volgt dan voor EI2 en ER2:

$$EI2 = \frac{\frac{J2 J3}{1+J1} + J4}{1+J1 + \frac{J2 J2}{1+J1}} \quad ER2 = \frac{-J2 EI2 + J3}{1+J1} \quad (A.9)$$

### A.3 PROGRAMMATUUR ROND DE METHODE VAN NUMEROV.

Rond de methode van Numerov is een FORTRAN-subroutine opgebouwd, de subroutine INTEGR.

De aanroep van deze subroutine moet de volgende heading bevatten:

```
CALL INTEGR(STAPGR,IGRENS,REA,IMA,ER,EI,ZOEKIG)
```

Hierin is:

- input REA = reële deel van de geschatte eigenwaarde
- input IMA = imaginaire deel van de geschatte eigenwaarde
- output ER = reële deel van  $\phi(z)$  voor de bovengrens (IGRENS) van de integratie
- output EI = imaginaire deel van  $\phi(z)$  voor de bovengrens (IGRENS) van de integratie
- input STAPGR = stapgrootte van de numerieke integratie (h uit par.A.1)

- input/output IGRENS ("IntegraalGRENS") en input ZOEKIG ("ZOEKIntegraalGrens"): Als de logical ZOEKIG 'true' is, dan zoekt de subroutine een bovengrens voor de integratie, die vervolgens als IGRENS na afloop van de subroutine als output beschikbaar komt. Als de logical ZOEKIG 'false' is, dan moet als input in de heading een bovengrens voor de integratie IGRENS worden meegegeven, tot waar de integratie wordt uitgevoerd.

Eerst worden de beginvoorwaarden van het stelsel ingevoerd. Vervolgens wordt  $z$  telkens met STAPGR verhoogt, en wordt met behulp van het stelsel (A.6), dus met (A.9), de bijbehorende waarde van  $\operatorname{Re}\phi_{n+1}$  en  $\operatorname{Im}\phi_{n+1}$  uitgerekend (In het programma respectievelijk ER2 en EI2).

De bij elke  $z$  behorende  $C$  en  $D$  (zie vergelijking (A.1)) worden in een aparte subroutine PROF45 aangeroepen. Deze subroutine (SUBROUTINE PROF45(Z,REA,IMA,C,D)) moet als input de volgende gegevens hebben:  $|z|$ , het reële deel van de geschatte eigenwaarde, het imaginaire deel van de geschatte eigenwaarde. Hij geeft als output:  $C$  en  $D$ , gedefinieerd volgens (A.1).

De integratie over  $z$  wordt uitgevoerd totdat  $|z|$  de waarde van IGRENS bereikt (als ZOEKIG=false), of totdat  $|\phi(z)|$  de waarde  $10^7$  bereikt (als ZOEKIG=true). In het laatste geval wordt de bijbehorende waarde van  $|z|$  onder de naam IGRENS als output gegeven. Als  $|\phi(z)|=10^7$ , kan worden verwacht, dat de integratie ver genoeg is uitgevoerd om het orthogonale raster van  $\alpha_r$  en  $\alpha_i$  te mogen tekenen (zie par.3.4, blad 3-7).

#### A.4 HET ORTHOGONALITEITS-BEWIJS

Volgens (3.41) geldt voor een omlaagkomende golfkomponent voor grote  $|z|$ :

$$\begin{aligned} \phi(z) &\propto e^{\frac{2}{3}(-j)^{3/2}} = e^{\frac{2}{3}[(2Kk^2)^{1/3}(z-z_0)]^{3/2}} \\ &= e^{\frac{2}{3}(2Kk^2)^{1/2}\left(z + \frac{\sin^2\alpha}{2K}\right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Eerste orde reeksbenadering van  $(z + \frac{\sin^2\alpha}{2K})^{3/2}$  levert na enig rekenen op:

$$\left(z + \frac{\sin^2 \alpha}{2K}\right)^{3/2} = z^{3/2} + z^{1/2} \frac{3 \sin^2 \alpha}{4K}$$

Voor grote waarden van  $|z|$  kan (A.10) dus worden benaderd door:

$$\alpha e^{i \frac{2}{3} (2Kk^2)^{1/2} z^{3/2}} \approx e^{i \frac{2}{3} (2Kk^2)^{1/2} z^{1/2} \frac{3 \sin^2 \alpha}{4K}}$$

Voor een bepaalde  $z$ , noem deze  $z'$ , geldt dus:

$$\phi(z') \approx e^{i \frac{2}{3} (2Kk^2)^{1/2} z'^{1/2} \frac{3 \sin^2 \alpha}{4K}} = e^{iC \sin^2 \alpha}$$

Omdat  $|\alpha|$  altijd erg klein is, geldt in zeer goede benadering:

$$\sin^2 \alpha = \alpha^2 = (\alpha_r + i \alpha_i)^2$$

zodat  $\phi(z')$  kan worden geschreven als:

$$\phi(z') \approx e^{iC (\alpha_r^2 - \alpha_i^2)} e^{-2C \alpha_r \alpha_i} \tag{A.11}$$

Verstoort nu achtereenvolgens het reële deel van de eigenwaarde,  $\alpha_r$ , en het imaginaire deel,  $\alpha_i$ . Noem de  $\phi(z')$  die bij de eerste verstoring optreedt  $\phi_1(z')$ , en de  $\phi(z')$  die bij de tweede verstoring optreedt  $\phi_2(z')$ .

In fig.A.2 is in het complexe  $\phi$ -vlak weergegeven wat er gebeurt. Voor beide verstoringen treedt er, volgens (A.11) een amplitudeverstoring en een faseverstoring op in  $\phi(z')$ , waarvan de groottes in fig.A.2 zijn aangegeven. Een simpele uitwerking van het volgende inproduct leert dan al snel, dat:

$$((\phi_2(z') - \phi(z')) , (\phi_1(z') - \phi(z'))) = 0$$

hetgeen te bewijzen was.

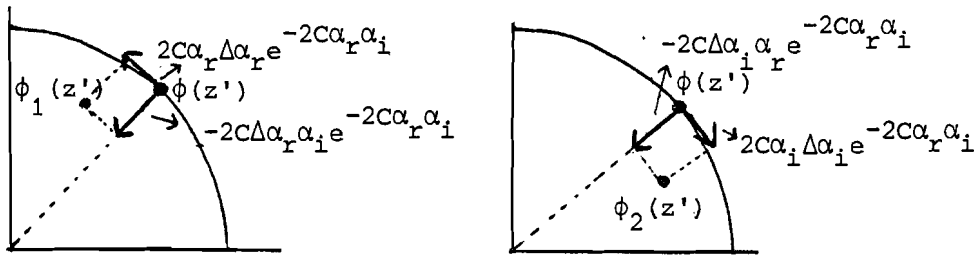


Fig.A.2 Het complexe  $\phi$ -vlak

A.5 BEREKENING VAN EIGENWAARDES

Met behulp van de subroutine INTEGR kan men uit een schatting van de eigenwaarde  $\alpha_r + i \alpha_i$  een betere schatting  $\alpha'_r + i \alpha'_i$  berekenen.

Als namelijk  $\phi$  voor een bepaalde  $z$  bekend is voor de schatting  $\alpha_r + i \alpha_i$  en voor 2 hiervan weinig afwijkende waarden,  $\alpha_r + \Delta \alpha_r + i \alpha_i$  en  $\alpha_r + i (\alpha_i + \Delta \alpha_i)$ , dan kan het orthogonale raster van  $\alpha_r$  en  $\alpha_i$  in het complexe  $\phi(z)$ -vlak worden ingetekend, en kan daaruit een betere schatting van de eigenwaarde worden berekend.

Stel, dat voor een bepaalde  $z$  geldt:

$$\begin{aligned} \text{Re}\phi &= A \alpha_r + B \alpha_i + E \\ \text{Im}\phi &= C \alpha_r + D \alpha_i + F \end{aligned} \tag{A.12}$$

Hierin zijn A, B, C en D willekeurige konstantes. Als de volgende gegevens bekend zijn:

$$\begin{aligned} \text{Bij } \alpha_r + i \alpha_i \text{ hoort } \phi &= \text{Re}\phi_1 + i \text{Im}\phi_1 \\ \text{Bij } (\alpha_r + \Delta \alpha_r) + i \alpha_i \text{ hoort } \phi &= \text{Re}\phi_2 + i \text{Im}\phi_2 \\ \text{Bij } \alpha_r + i (\alpha_i + \Delta \alpha_i) \text{ hoort } \phi &= \text{Re}\phi_3 + i \text{Im}\phi_3 \end{aligned} \tag{A.13}$$

Dan volgt na enig rekenen:

$$\begin{aligned} A &= (\text{Re}\phi_2 - \text{Re}\phi_1) / \Delta \alpha_r & B &= (\text{Re}\phi_3 - \text{Re}\phi_1) / \Delta \alpha_i \\ C &= (\text{Im}\phi_2 - \text{Im}\phi_1) / \Delta \alpha_r & D &= (\text{Im}\phi_3 - \text{Im}\phi_1) / \Delta \alpha_i \\ E &= \text{Re}\phi_1 - A \alpha_r - B \alpha_i & F &= \text{Im}\phi_1 - C \alpha_r - D \alpha_i \end{aligned} \tag{A.14}$$

En voor de betere schatting van de eigenwaarde  $\alpha'_r + i \alpha'_i$ , die kan worden gevonden door  $\phi$  in (A.12) nul te stellen (dit is het principe van Newton-Raphson), geldt dan:

$$\alpha_i' = \frac{A F - C E}{C B - A D} \qquad \alpha_r' = \frac{-E - B}{A} \qquad (A.15)$$

Door deze procedure enige malen te herhalen, zal, vooral als de eerste schatting niet al te slecht is, snel convergentie optreden naar een eigenwaarde. Deze eigenwaarde moet nog op nauwkeurigheid worden gecontroleerd, door de berekening nog enige malen uit te voeren met telkens een kleiner stapgrootte in de numerieke integratie. Treedt ook op deze manier convergentie op, dan heeft men een nauwkeurige benadering van een eigenwaarde.

A.6 BEREKENING VAN  $\phi(z)$  M.B.V. DE METHODE VAN NUMEROV

In principe kan de berekening van  $\phi(z)$  op dezelfde manier plaats vinden, als in paragraaf A.1 is beschreven. Nu moet echter de differentiaalvergelijking (3.1) over de reële z-as worden opgelost, in plaats van over een radiale lijn over  $45^\circ$  in het vierde kwadrant van het complexe z-vlak gedraaid.

Differentiaalvergelijking (3.1) moet ook nu weer in een reëel en een imaginair deel worden gesplitst, zoals in paragraaf 3.4 is gebeurd. Het stelsel (3.9), waar daaruit resulteerde, kan hier echter worden vereenvoudigd, omdat  $m(z)$  nu uiteraard reëel is. Stelsel (3.9) gaat dan over in:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \text{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [m^2(z) \text{Re}\phi(z) - \text{Re}\phi(z) + \alpha_r^2 \text{Re}\phi(z) - \dots \\ \dots - 2 \alpha_r \alpha_i \text{Im}\phi(z) - \alpha_i^2 \text{Re}\phi(z)] = 0 \\ \frac{d^2 \text{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [m^2(z) \text{Im}\phi(z) - \text{Im}\phi(z) + \alpha_r^2 \text{Im}\phi(z) + \dots \\ \dots - 2 \alpha_r \alpha_i \text{Re}\phi(z) - \alpha_i^2 \text{Im}\phi(z)] = 0 \end{aligned} \qquad (A.16)$$

Omdat z nu reëel is, kan hieruit onmiddellijk een aan (4.12) analoge uitdrukking worden opgeschreven:

$$\frac{d^2 \operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) (m^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2) - \operatorname{Im}\phi(z) (2\alpha_r \alpha_i)] = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{d^2 \operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) (2\alpha_r \alpha_i) + \operatorname{Im}\phi(z) (m^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2)] = 0$$

Definieer nu, analoog aan (A.1):

$$\begin{aligned} C &= m^2(z) - 1 + \alpha_r^2 - \alpha_i^2 \\ D &= 2\alpha_r \alpha_i \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Hierin zijn C en D willekeurige konstantes. Deze worden in de subroutine PROFLØ berekend, die analoog aan PROF45 is opgebouwd. (A.17) gaat nu over in:

$$\frac{d^2 \operatorname{Re}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) \cdot C - \operatorname{Im}\phi(z) \cdot D] = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{d^2 \operatorname{Im}\phi(z)}{dz^2} + k^2 [\operatorname{Re}\phi(z) \cdot D + \operatorname{Im}\phi(z) \cdot C] = 0$$

Een forse berekening, die echter geheel analoog is aan die in paragraaf A.1 en A.2, geeft dan tenslotte, met de nomenklatuur uit paragraaf A.2:

$$\begin{aligned} \text{EI2} &= \frac{-(J2 \ J3)}{1 + J1} + J4 \\ &= \frac{1 + J1 + \frac{J2^2}{1+J1}}{1 + J1 + \frac{J2^2}{1+J1}} \end{aligned} \quad \text{ER2} = \frac{J2 \ \text{EI2} + J3}{1 + J1}$$

De uitkomsten ER2 en EI2 zijn de gevraagde complexe hoogte-winst-factoren voor de gehanteerde waarde van z, de hoogte boven het aardoppervlak.

## A.7 BEREKENING VAN DE NORMALISATIE-INTEGRAAL

Volgens de regel van Simpson geldt:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3}h(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + \dots + 4f_{N-1} + f_N) - \frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\xi) \quad (\text{A.20})$$

Hierin moet het gebied van  $a$  tot  $b$  in een even aantal,  $N$ , even grote intervallen worden gesplitst, ieder ter grootte van  $h$  [45].

Ter controle van de nauwkeurigheid moet men de integraal voor tenminste twee waarden van  $h$  oplossen. Neemt men hiervoor de waarden  $h$  en  $0.5h$ , dan kan, mits  $f^{(4)}(\xi)$  niet al te veel varieert, tevens een foutenschatting worden gemaakt.

Er geldt dan namelijk [ ]:

$$\int_a^b f(x) dx = I(\frac{1}{2}h) + \frac{1}{15}[I(\frac{1}{2}h) - I(h)] \quad (\text{A.21})$$

In het programma is dit als volgt uitgewerkt. Het aantal stappen  $N$  wordt gegeven door de variabele STAP. Het integratie-interval, lopend van  $z=0$  tot  $z=IGRENS$ , waarboven geen bijdrage meer hoeft te worden verwacht, is  $INSTAP=IGRENS/STAP$ . De functies  $(\text{Re}\phi(z))^2 - (\text{Im}\phi(z))^2$  en  $2\text{Re}\phi(z) \times \text{Im}\phi(z)$ , die moeten worden geïntegreerd, worden uitgerekend door  $\phi(z)$  uit te rekenen op precies dezelfde manier, als dat in de subroutine INTEGR gebeurde. Voor de waarden  $|z|=ZINT$  ( $ZINT$  is achtereenvolgens  $INSTAP$ ,  $2 \times INSTAP$ ,  $3 \times INSTAP$ , ...,  $STAP \times INSTAP$ ) moeten de funktiewaarden bekend zijn. Daartoe wordt de differentiaalvergelijking opgelost totdat  $|z|$  de waarde  $ZINT$  overschrijdt, waarna door lineaire interpolatie tussen  $|z|$  en  $|z| - STAPGR$  de waarden van ERINT en EIINT uit ER2, EI2, ER1 en EI1 worden berekend. Na vermenigvuldiging met de geschikte FAKTOR (2 of 4) moeten de twee funktiewaarden,  $ERINT \times ERINT - EIINT \times EIINT$  en  $2 \times ERINT \times EIINT$  bij het al bestaande resultaat van de integraal, REINT respectievelijk IMINT, worden opgeteld. Nadat  $|z|=IGRENS$  moet tenslotte één maal  $f_N$  worden afgetrokken, en moet met  $INSTAP/3$  worden vermenigvuldigd om het eindresultaat van de integraal te verkrijgen. Na controle op de nauwkeurigheid (met behulp van VREINT en VIMINT) kan door middel van foutenschatting (A.21) een nauwkeurige benadering van de integraal worden gegeven.

A.8 BEWIJS VAN GELIJKHEID VAN NORMALISATIE-INTEGRALEN

Beschouw fig.A.3.

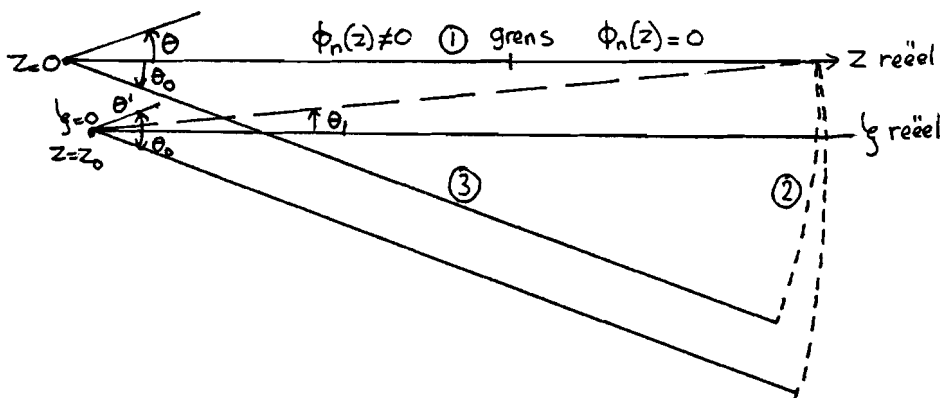


fig.A.3 De normalisatie-integraal in het complexe vlak

Onze representatie van  $\phi_n(z)$  is slechts geldig tot een bepaalde hoogte  $z$ , die niet precies bekend is. Daarboven hoort  $\phi_n(z)$  nul te worden, hetgeen bij onze, niet-uniforme, representatie niet het geval is. Hierdoor divergeert de normalisatie-integraal over pad ①

Echter, over een lijn waarvoor geldt  $-2\pi/3 < \theta < 0$  (pad ③) is onze veldrepresentatie wel uniform geldig, zodat de normalisatie-integraal over zo'n pad convergeert. Wij mogen de over dit pad berekende normalisatie-integraal gebruiken, in plaats van de integraal die wordt verkregen m.b.v. een uniforme representatie over pad ①, indien wij kunnen bewijzen, dat de bijdrage van pad ② naar nul gaat, als  $R$  naar oneindig gaat.

De opgave luidt dus: bereken:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\theta=\theta_0}^0 \phi_n^2(R \cdot e^{i\theta}) d(R \cdot e^{i\theta}) \quad \text{waarin } z = R \cdot e^{i\theta}$$

Ga over op de variabele  $(-\zeta) = R' \cdot e^{i\theta'}$

Dan gaat deze integraal over in:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\theta=\theta_0}^{\theta_1} \phi_n^2(R' \cdot e^{i\theta'}) d(R' \cdot e^{i\theta'})$$

Mits het nu iets veranderde pad ② geen singuliere punten is gepasseerd bij deze transformatie. Onze functies zijn echter regulier in dit gebied, zodat deze transformatie is



toegestaan.

Voor  $\theta_1$  geldt:  $\tan \theta_1 = \frac{z_0/\sqrt{3}}{R'}$

Voor  $\phi_n(\zeta)$  geldt volgens (2.45):

$$\phi_n(\zeta) \approx i\pi^{-1/2} (-\zeta)^{-1/2} e^{-i(\frac{2}{3}(-\zeta)^{3/2} + \pi/4)}$$

zodat voor  $\phi_n^2(\zeta)$  geldt:

$$\begin{aligned} \phi_n^2(\zeta) &\approx -\pi^{-1} (-\zeta)^{-1} e^{-i(\frac{4}{3}(-\zeta)^{3/2} + \pi/2)} \\ &\approx +i\pi^{-1} \cdot R'^{-1} \cdot e^{-1/2 i\theta'} \cdot e^{-i\frac{4}{3}R'^{3/2} \cdot \cos\frac{3}{2}\theta'} \cdot e^{\frac{4}{3}R'^{3/2} \cdot \sin\frac{3}{2}\theta'} \end{aligned}$$

De modulus van deze uitdrukking gaat exponentieel naar nul, mits  $\theta' < 0$ , zodat, onder deze voorwaarde voor het integratie-interval, ook de integraal naar nul gaat.

Voor de bovengrens van onze integraal geldt echter:

$$\tan \theta_1 = \frac{z_0/\sqrt{3}}{R'}$$

zodat weliswaar:

$$\lim_{R' \rightarrow \infty} \theta_1 \downarrow 0$$

Maar de integraal toch een konstante bijdrage kan hebben, die afkomstig is van het stuk cirkelsegment waar  $\theta' > 0$ . Dit pad kan echter hoogstens een konstante bijdrage geven, zodat, op eventueel deze konstante na, de normalisatie-integralen over pad ① en over pad ③ gelijk moeten zijn.

BIJLAGE B

BIJDRAGE TOT AGARD-KONFERENTIE NR.332

MODELLING ON INTERFERENCE DUE TO DUCTING AT  
FREQUENCIES ABOVE 1 GHZ

J. Dijk and J. van Tiggelen  
University of Technology  
Den Dolech 2, Eindhoven  
Netherlands

J. Neessen  
Dr. Neher Laboratories (PTT)  
St. Paulusstraat 4, Leidschendam  
Netherlands

SUMMARY

In this paper a theoretical basis and the numerical tools are presented for the calculation of the fieldstrength due to ducting in beyond-the-horizon microwave links. The main aim of the paper is to contribute to the understanding of the propagation phenomena involved and to provide some physical basis for the predictive techniques to be considered for the evaluation of mutual interference between radio communication systems, operating at frequencies above 1 GHz.

1. INTRODUCTION

With the increasing demand for radio frequency bands -a natural limited resource-, it is quite certain that frequency sharing as a means of efficient utilization of frequency bands will become of increasing importance in future radio communication systems.

A dominant cause of interference originates from ducting, in particular in the frequency bands above 1 GHz. Due to certain refractive index profiles along the radio path, severe enhancements of signal level may occur at distances up to several hundreds, even thousands, of kilometers away from the transmitter. It is clear that such propagation phenomena may put severe limitations on the spatial reuse of frequency bands.

For the determination of the area, inside which harmful interference between radio communication systems may occur, co-ordination procedures are laid down in the Radio Regulations. The size of the co-ordination area depends severely on the propagation data, included in CCIR-Reports (CCIR, 1982). However the present CCIR predictive techniques on signal levels due to ducting include engineering formulae, which relation to the results from the electromagnetic wave theory is not sufficiently clear.

It is very difficult to understand the phenomena involved from the geometrical optics. The principle reason for this is that the full wave description can not be reduced to the ray optics around the caustics, which normally occur under ducting conditions. For instance the ray optics can not sufficiently explain the frequency dependence of the fieldstrength during such conditions.

In this paper some results of theoretical work are presented, which can be used for the evaluation of the existing predictive techniques. In particular attention will be paid to the dependency of signal levels due to ducting on the frequency, path length and terminal heights.

2. THEORETICAL BASIS

Let us consider a flat earth, with the troposphere above characterized by the modified refractive index profile  $m(z)$  as sketched in fig. 1. Starting from the Maxwell-equations we can derive the scalar, source-free, Helmholtz equation:

$$\nabla^2 E + k^2 m^2(z) E = 0 \quad (1)$$

with  $k=2\pi/\lambda$ , the wave number.

In his book 'The wave-guide mode theory of wave propagation' Budden (Budden, 1961) presents a lot of discussions on solutions of the equation above applied to propagation of waves in stratified media. From that it follows that it is useful to seek for the following solutions:

$$E_y(x, z) = \phi(z) e^{-ikx \cos \alpha} \quad (2)$$

which corresponds to a horizontally polarized plane wave. Substituting equation (2) in it, equation (1) changes into:

$$\frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + k^2 \{m^2(z) - \cos^2 \alpha\} \phi(z) = 0 \quad (3)$$

In geometrical optics the parameter  $\alpha$  corresponds to the grazing angle of the rays at  $z=0$ .

The preceding differential equation can only give the appropriate solutions, if the boundary conditions are known. Away from the caustics one can divide the solutions of equation (3) into an upwards and a downwards travelling wave, indicated by  $\phi_u(z)$  and  $\phi_d(z)$ . In fact the following boundary conditions have to be considered (Hartree, 1946):

- a) For  $z \rightarrow \infty$  only an upwards travelling wave exists, because the transmitter is always in the neighbourhood of the earth surface:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \phi_d(z) = 0 \quad (4)$$

- b) For  $z=0$  the downwards and the upwards travelling wave are related to each other by the Fresnel-reflection-coefficient of the earth surface according to:

$$\phi_u(0) = R \phi_d(0)$$

Assuming solutions  $\phi(z)$  of the following type:

$$\begin{aligned} \phi_d(z) &= \phi_d(0) e^{+ikz \sin \alpha} \\ \phi_u(z) &= \phi_u(0) e^{-ikz \sin \alpha} \end{aligned}$$

it follows that:

$$\frac{1}{\phi(z)} \left. \frac{d\phi(z)}{dz} \right|_{z=0} = ik \sin \alpha \frac{1-R}{1+R} \quad (5)$$

Using equation (3) it turns out that only for specific values of  $\alpha$  -the so called eigenvalues- a solution  $\phi(z)$  exists which meets the boundary conditions (4) and (5). Each eigenvalue  $\alpha_n$  is associated with a solution  $\phi_n(z)$ , corresponding to the  $n$ -th mode. In order to account for the different excitation values of the different modes, the fieldstrength of equation (2) has to be multiplied by a term  $C_n$ , called the excitation factor for the  $n$ -th mode. The resulting fieldstrength is the sum of the fieldstrengths of the discrete modes according to:

$$E_y^t(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \phi_n(z) e^{-ikx \cos \alpha_n} \quad (6)$$

The excitation factors  $C_n$  can be derived, if a particular source is considered. It is appropriate to assume an infinite horizontal linear antenna at  $x=0$  and  $z=z_T$  -the height of the transmitter-, carrying a current  $I$  into the positive  $y$ -direction. In this case the excitation factor  $C_n$  becomes (Budden, 1961):

$$C_n = - \frac{Z_0 I \phi_n(z_T)}{2 \cos \alpha_n \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} \quad (7)$$

with  $Z = 120\pi \Omega$ , the characteristic impedance of free space.

If the fieldstrength  $E_Y^t$  according to equations (6) and (7) is normalized to the free space value  $E_Y^o$  originating from the antenna above, it follows that:

$$\frac{E_Y^t}{E_Y^o} = \sqrt{\lambda x} e^{ikx} e^{i\pi/4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(z_T) \phi_n(z)}{\cos \alpha_n \int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz} e^{-ikx \cos \alpha_n} \quad (8)$$

This equation gives the normalized fieldstrength at a height  $z$  above the surface and distance  $x$  from the transmitter. Although this result has been derived for a particular antenna, it can be argued that in general equation (8) applies to point sources because of the normalization included.

An important term in equation (8) is  $\cos \alpha_n$ . The eigenvalue  $\alpha_n$  is complex and so  $\cos \alpha_n$  consists of a real and an imaginary part. The real part contributes to the phase only, while the imaginary part contributes to the attenuation of each mode. So at the height of the receiver  $z=z_R$  the amplitude of the normalized fieldstrength can be written as:

$$\left| \frac{E_Y^t}{E_Y^o} \right| = \sqrt{\lambda d} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n(z_T) g_n(z_R)}{\cos \alpha_n} e^{+kd \operatorname{Im}(\cos \alpha_n)} e^{-ikd \operatorname{Re}(\cos \alpha_n)} \right| \quad (9)$$

with  $g_n(z) = \frac{\phi_n(z)}{(\int_0^{\infty} \phi_n^2(z) dz)^{1/2}}$ , the normalized height-gain function

$d$  = distance between transmitter and receiver

The specific attenuation  $\gamma$  (dB/km) is proportional to the term  $-\operatorname{Im}(\cos \alpha_n)$  according to:

$$\gamma = - \frac{20000 k \operatorname{Im}(\cos \alpha_n)}{\ln 10} \quad (\text{dB/km})$$

### 3. NUMERICAL METHOD

The determination of the eigenvalues  $\alpha_n$  is the main problem in the mathematical procedures required to solve differential equation (3). Only for some simple refractive index profiles  $m(z)$  it is possible to calculate the eigenvalues analytically.

If  $m^2(z)$  shows a linear dependence on  $z$ , which physically is associated with an infinitely high duct or with ordinary diffraction, differential equation (3) can be solved in terms of Airy-functions. This case, first solved by Booker and Walkinshaw, is extensively described in the book of Budden (Budden, 1961).

If  $m^2(z)$  shows a parabolic dependence on  $z$ , physically associated with a duct with finite height, equation (3) can be solved in terms of Whittaker functions. Other profiles of  $m^2(z)$  can only be solved numerically, unless one uses approximation methods such as the "comparison equation method" (Rotheram, 1974).

During World War II Hartree e.a. (Hartree, 1946) have solved equation (3) numerically, using a fifth-root-profile. They used boundary condition (5) in the form  $\phi(0)=0$ , equivalent with  $R=-1$ , and then solved equation (3) until they were able to check for boundary condition (4). This procedure has been used in our calculations too. Using an estimate of the eigenvalue  $\alpha$  and using boundary condition (5) with (11) differential equation (3) is

numerically solved until one can check for boundary condition (4). But this latter check has turned out to be not a simple one. In general the upwards travelling wavecomponent increases exponentially for increasing  $z$ , while the downwards travelling wavecomponent decreases exponentially. So the downwards travelling component is ultimately "masked" by the upwards travelling component. To avoid this difficulty it has turned out to be necessary to solve equation (3) in the complex  $z$ -plane, choosing for such a path that the properties of the upwards and the downwards travelling wavecomponents are interchanged. This method can only be used if the refractive index profile  $m(z)$  allows analytic continuation into the complex  $z$ -plane. For a value of  $z$  great enough to allow for a check on boundary condition (4), say for  $z=z'$ , one can use the property of  $\phi(z)$  that different  $\phi(z')$ 's calculated for different estimates of  $\alpha$  form an orthogonal grid of (Real part  $\alpha$ , Imaginary part  $\alpha$ ). Therefore the value of  $\alpha$  given by this grid for  $\phi(z')=0$  seems to be a better estimate of  $\alpha$ . If the first estimate of  $\alpha$  is not too bad, a fast convergence to the exact value of  $\alpha$  is ensured by this method, which is similar to the Newton-Raphson method.

Once an eigenvalue  $\alpha_n$  has been found it is quite simple to solve equation (3) by a path along the real  $z$ -axis in order to find the height-gain function  $\phi_n(z)$ . Serious difficulties on the other hand are to be expected by solving the integral in equation (8), because in general  $\phi_n(z)$  diverges for great values of  $z$ . This difficulty again can be avoided using a path in the complex  $z$ -plane instead of the real  $z$ -axis. The integration has to be done very accurate, because the integral in general is given by the small sum of large positive and negative contributions.

This entire procedure has been included in a computer program, using double precision numbers. The differential equations are being solved using the numerical method of Numerov; the required integration is done using the Simpson-method.

#### 4. RADIOMETEOROLOGICAL ASPECTS

It is clear that the solutions of the differential equation (3) depend on the assumptions made for the modified refractive index profile. In fact such profiles depend severely on the radiometeorological conditions for the locations considered. For instance such conditions may differ significantly between land and sea. It is well known that interference conditions are worse on over-sea paths. Therefore we have chosen for a refractive index profile, which may exist during periods that the evaporation processes are dominant.

For the calculations it is assumed that the modified refractive index profile is according to a logarithmic linear function, which can be written as (Rotheram, 1974):

$$m(z) = 1 + \frac{z - (z_d + z_o) \ln\left(\frac{z+z_o}{z_o}\right)}{r_e} \quad (10)$$

with:  $z_d$  : the duct height  
 $z_o$  : the hydrodynamic roughness of the sea  
 $r_e$  : the effective radius of the earth

This profile  $m(z)$  shows a logarithmic dependence on  $z$  for  $z \ll z_d$ , due to the evaporation process above the sea level. It gives a linear dependence of  $m(z)$  as a function of  $z$  for  $z \gg z_d$ .

## 5. RESULTS OF THE CALCULATIONS

For all calculations presented in this paper the modified refractive index profile of equation (10) has been assumed. However it has to be stressed that the solution of equation (3) is possible for all functions  $m(z)$  which are regular functions of  $z$  including refractive index profiles corresponding to elevated layers. For any function  $m(z)$  the solution of equation (3) is according to equation (9).

The calculations are concentrated on frequencies between 1 and 40 GHz which are of main interest for the frequency sharing by the space and terrestrial fixed services. In fig. 2, 3 and 4 the specific attenuation is presented as a function of the duct height  $z_d$  assuming  $r_e=8500$  km and  $z_0=0.00015$  m. These calculations are done for the dominant first modes. Furthermore it is assumed that the earth reflection coefficient  $R = -1$ , which is appropriate in cases where reflection occurs at the "flat" sea for small grazing angles.

The general structure of the curves in fig. 2, 3 and 4 shows that the specific attenuation drops rapidly around a defined duct height, which in turn increases with decreasing frequency. Furthermore it turns out that this "cut-off" duct height increases with increasing mode number, indicated by the parameter  $n$ . This general structure is very similar to that in guided structures as wave guides and optical fibres.

In the fig. 5 to 10 the normalized height-gain functions are presented for defined duct heights, frequencies and modes. The curves can be understood in combination with curves of specific attenuation in the fig. 2 to 4. Low values of the specific attenuation correspond to a good trapping of the waves below the duct height and so the leakage of less energy into heights above the duct height, resulting into low values of the height-gain functions above the duct height. This behaviour of the height-gain function relative to the specific attenuation applies for relatively high values of the specific attenuation too, occurring simultaneously with high values of the height-gain function above the duct height.

The preceding results are obtained assuming a flat sea ( $R = -1$ ). The boundary condition in equation (5) allows for other values of  $R$  as occurring due to the roughness of the sea surface. It is well known (Ament, 1953) that due to the roughness of the sea the value of the specular reflection coefficient  $R_s$  is reduced according to:

$$R = R_s e^{-2k^2 \Delta h^2 \sin^2 \psi} \quad (11)$$

with:  $\Delta h$  : the r.m.s. value of the roughness of the sea surface  
 $\psi$  : the grazing angle at the sea surface

It has been demonstrated by Arnbak that the grazing angle  $\psi$  can be substituted by the eigenvalue  $\alpha_n$  (Arnbak, 1971).

In order to demonstrate the general impact of the roughness of the sea surface on the specific attenuation, fig. 11 shows the specific attenuation as a function of the frequency with  $\Delta h$  as a parameter. It is very clear that effects of the roughness of the sea are not negligible at the higher frequencies ( $f > 10$  GHz).

Let us consider a particular path geometry in order to demonstrate the use of the results obtained so far. Because of running fieldstrength measurements on an actual over-sea-path between Rockanje (Netherlands) and Martlesham (United Kingdom) the following values of the link parameters are used:

$$\begin{aligned}
 z_T &= 72 \text{ m} \\
 z_R &= 32 \text{ m} \\
 d &= 191 \text{ km} \\
 f &= 11.365 \text{ GHz}
 \end{aligned}$$

Using the computer program mentioned above it is possible to calculate all the terms included in equation (9). The normalized fieldstrength as a function of the duct height is shown in fig. 12 for  $R=-1$  and for a sea surface with a moderate roughness of  $\Delta h=0.5$  m. Furthermore one can see the effect of the roughness of the sea, leading to a degradation of signal levels by about 10 dB.

## 6. COMPARISON WITH MEASURED DATA

As it has been explained before, the preceding theory presents the tools to calculate the fieldstrength as a function of the duct height for a particular path geometry. Such an approach allows for the derivation of the fieldstrength statistics, if the duct height statistics are known.

As an example of such calculations we consider an actual path, on which long term fieldstrength measurements were performed (B.T.I., 1982). The measured data are compared with the predicted ones, using the fieldstrength versus duct height relation of the same path according to fig. 12 and the duct height statistics as derived from data reported by Fischer (Fischer, 1982). In fig. 13 the measured and predicted data are shown.

Fig. 13 shows some agreement between predicted and measured data. Differences can be explained easily by the limited accuracy of the duct height statistics used, the concurrence of large duct heights and small surface roughness and the occurrence of other duct types. However the theoretical results obtained so far seem to provide a basis for the evaluation of fieldstrengths due to ducting.

## 7. COMPARISON WITH THE CCIR PREDICTIVE TECHNIQUES

In Report 569 the CCIR (CCIR, 1982) presents a method to predict the statistics of the attenuation  $A$  due to superrefraction and ducting, in excess of the free space loss:

$$A = -10 \log d + \gamma_d d + A_c \quad (\text{dB}) \quad (12)$$

with:  $d$  : the path length (km)

$\gamma_d$  : the specific attenuation due to ducting (dB/km)

$A_c$  : the coupling loss (dB)

The values of the specific attenuation  $\gamma_d$  and  $A_c$  are given for defined time percentages in the range between 1% and 0.001%.

Using the theory as presented above, it is possible to derive an engineering formula similar to equation (12). The attenuation follows from equation (9) by:

$$A = 20 \log \frac{E_Y^0}{E_Y^t} = -24.8 + 10 \log f - 10 \log d + \gamma_d d - [g(z_T) + g(z_R)] \quad (\text{dB}) \quad (13)$$

with:  $f$  the frequency (GHz)

$d$  the path length (km)

$\gamma_d$  the specific attenuation (dB/km)

$g(z)$  the height-gain function (dB)

$z_T$  the height of the transmitter (m)

$z_R$  the height of the receiver (m)



In fact this formula is valid for each mode. It has been shown before -see fig. 12- that in general a particular mode is dominant for a defined duct height. Therefore equation (13) presents a close approximation to equation (9).

The comparison of equation (12) and (13) shows some significant differences:

- a) Equation (13) includes a term  $10 \log f$ , which results from the cylindrical radiation of energy instead of spherical radiation in the case of free space.
- b) Equation (13) does not include the coupling loss. This results from the use of the full wave solutions instead of the geometrical optical approximation.
- c) Equation (13) includes the height-gain functions to account for the influence of the heights of the transmitting and receiving terminal.

These differences are of importance and have to be considered when evaluating predictive techniques on the basis of measured data on links with different path geometry and operating frequencies.

## 8. CONCLUSIONS

Using the Maxwell equations as a basis the theory is presented for the calculation of the fieldstrength in beyond-the-horizon microwave links during ducting conditions. This full wave description contributes to the understanding of the propagation phenomena involved and explains some general characteristics of experimental results which can not be understood from the geometrical optics.

The theory enables to derive a general engineering formula with parameters which values depend on the refractive index profile, the frequency and the path geometry. This engineering formula includes elements, which differ from existing predictive formulae, and provides a better basis for the evaluation of measured data in experimental links.

It is important to consider the effect of the surface roughness, because the presented theory shows clearly that at frequencies above about 10 GHz the signal enhancements due to ducting may be reduced significantly.

Although in this paper a logarithmic-linear refractive index profile -representative for the ground based duct due to evaporation- is assumed, the theory presented allows for calculations with other profiles which are a regular function of the height above the earth surface. For instance the computer program developed enables for the calculation of the fieldstrength during conditions of elevated ducts.

## 9. ACKNOWLEDGEMENT

The authors are indebted to Prof. J. Arnbak of the Eindhoven University for his encouraging support and his guidance through the mathematical difficulties. Furthermore the authorities of the Department of Electrical Engineering of Eindhoven University and the Dr. Neher Laboratories of the Netherlands Postal and Telecommunications Services are acknowledged for their support of the cooperation.

## REFERENCES

- 1) AMENT, W.S., 1953, "Toward a Theory of Reflection by a Rough Surface", Proc. IRE, January 1953.
- 2) ARNBAK, J., 1971, "Wave propagation in a duct with an irregular boundary, Part I", Danish Defence Research Establishment, Report FOFT 1971/28.
- 3) B.T.I., 1982, private communications.
- 4) BUDDEN, K.G., 1961, "The wave-guide mode theory of wave propagation", Logos Press/Prentice-Hall Inc..
- 5) CCIR, 1982, "The evaluation of propagation factors in interference problems between stations on the surface of the earth at frequencies above about 0.5 GHz", Report 569-2, Volume 5, to be published.
- 6) FISCHER, K.E., "VHF-, UHF- and SHF-propagation limitations in the marine atmosphere", to be published.
- 7) HARTREE, D.R. e.a., 1946, "Practical methods for the solution of the equations of tropospheric refraction", in Proc. of a conf. on meteorological factors in radiowave propagation held by the Physical Society and The Royal Meteorological Society. Publ. by The Physical Society, London.
- 8) ROTHERAM, S., 1974, "Radiowave propagation in the evaporation duct", Marc. Rev., First quarter 1974.

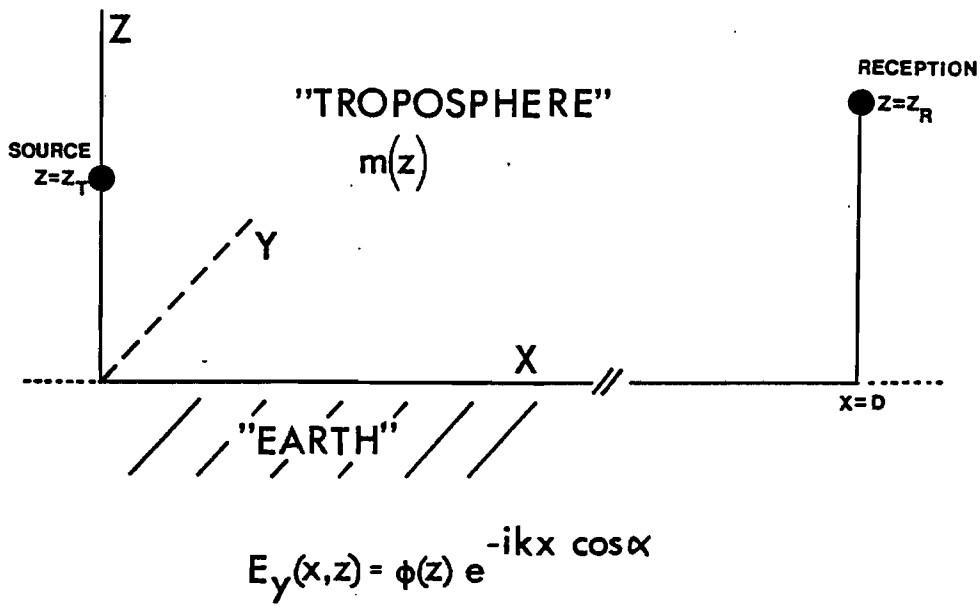


Fig.1 : Definition of the coordinate system.

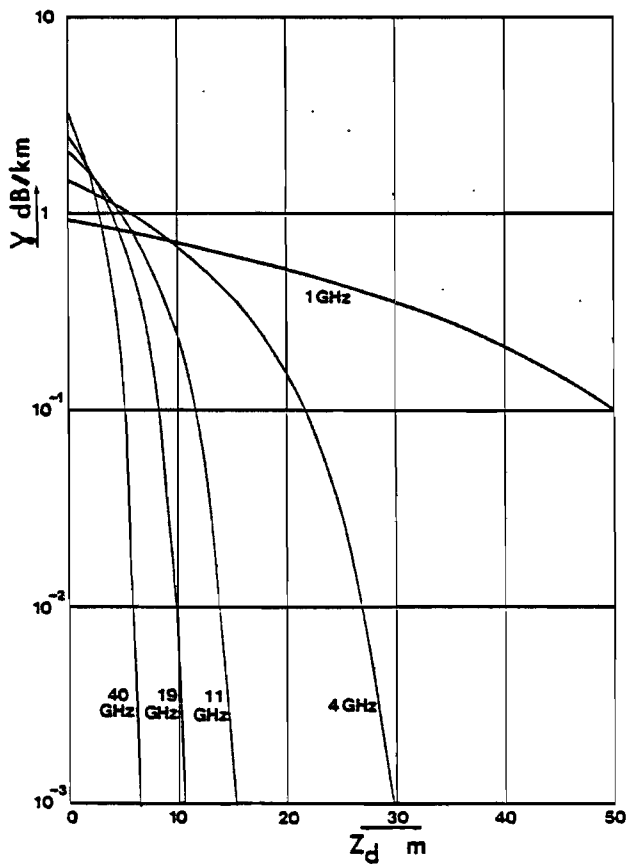


Fig. 2 : Specific attenuation  $\gamma$  as a function of the duct height  $z$  for the 1st mode.

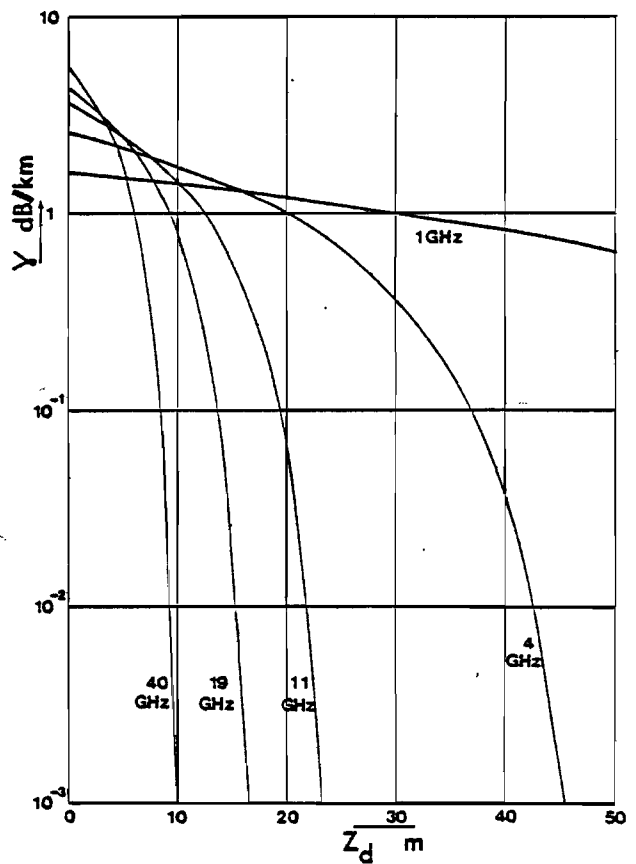


Fig. 3 : Specific attenuation  $\gamma$  as a function of the duct height  $z$  for the 2nd mode.

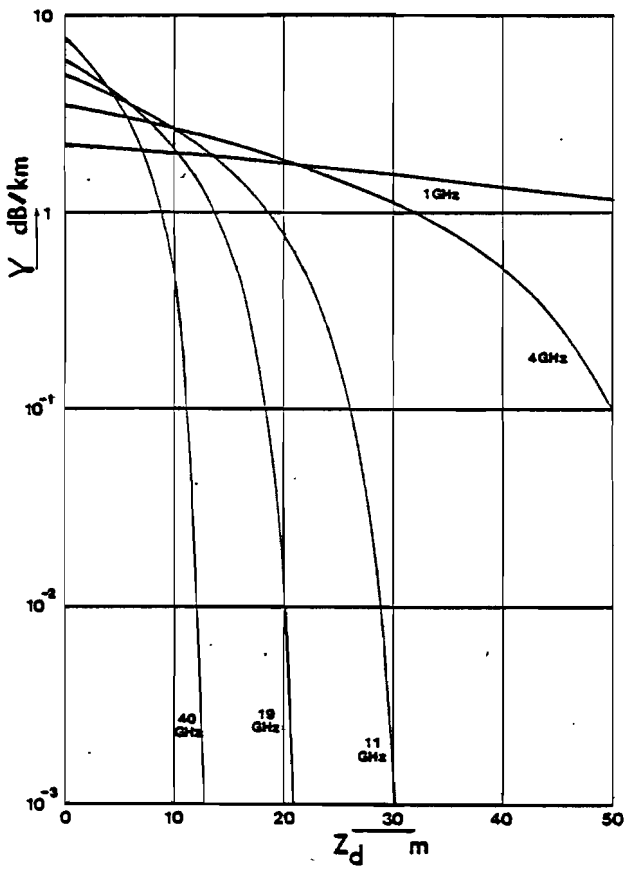


Fig.4 : Specific attenuation  $\gamma$  as a function of the duct height  $z$  for the 3rd mode.

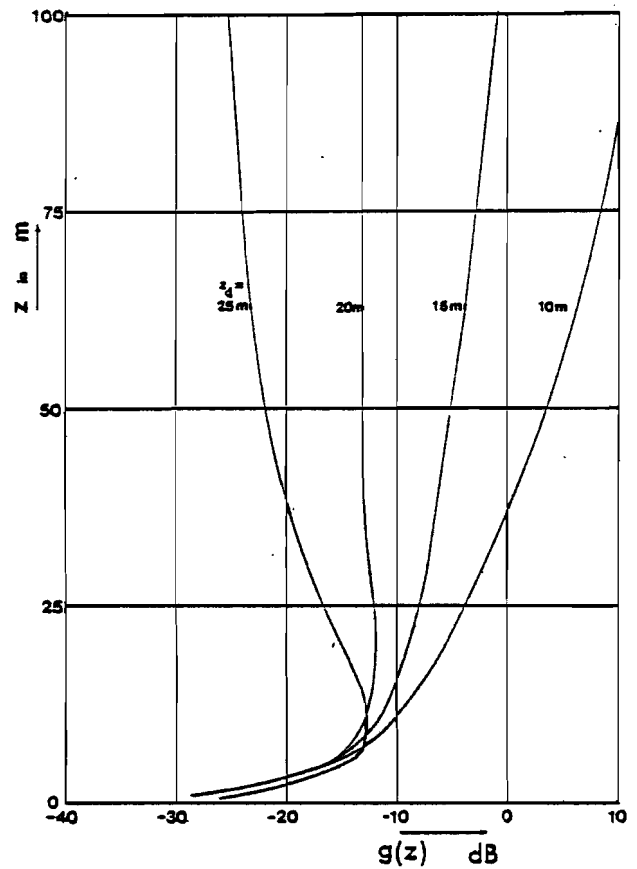


Fig.5 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 4$  GHz ; 1st mode.

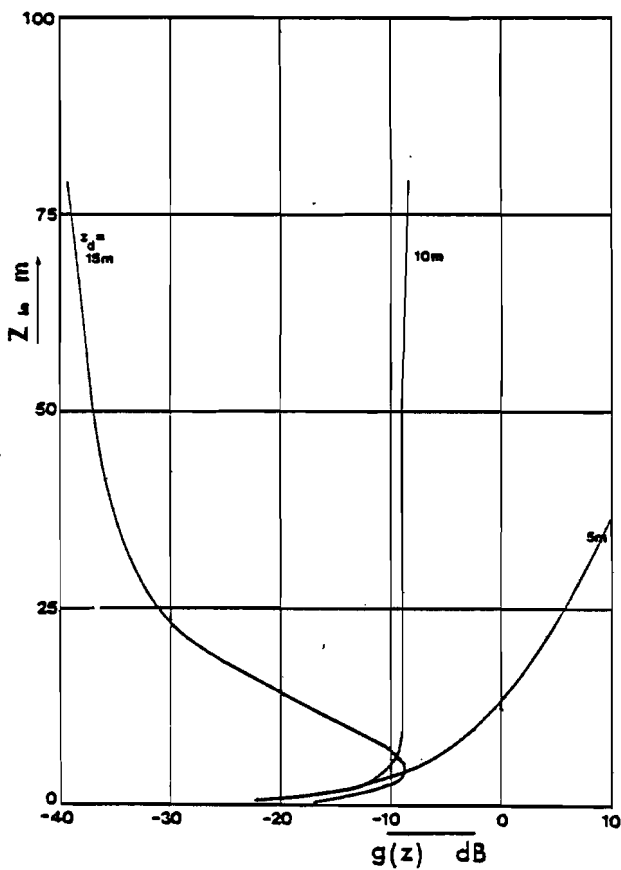


Fig.6 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 11$  GHz ; 1st mode.

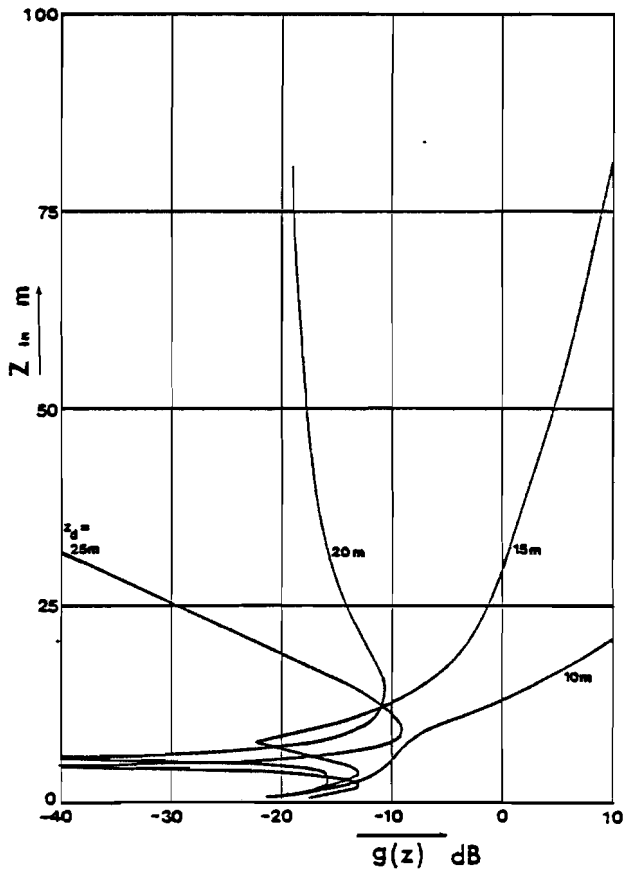


Fig.7 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 11$  GHz ; 2nd mode.

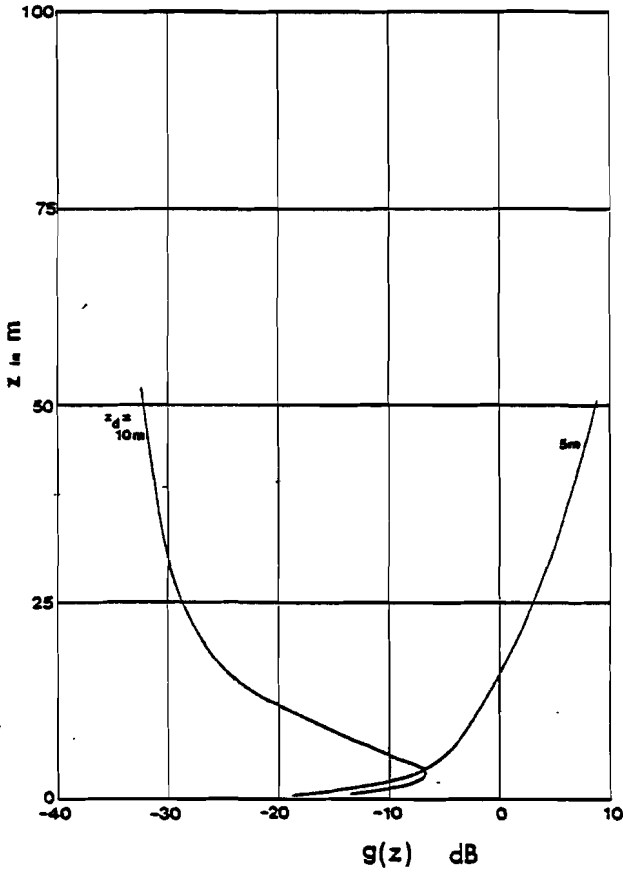


Fig.8 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 19 \text{ GHz}$  ; 1st mode.

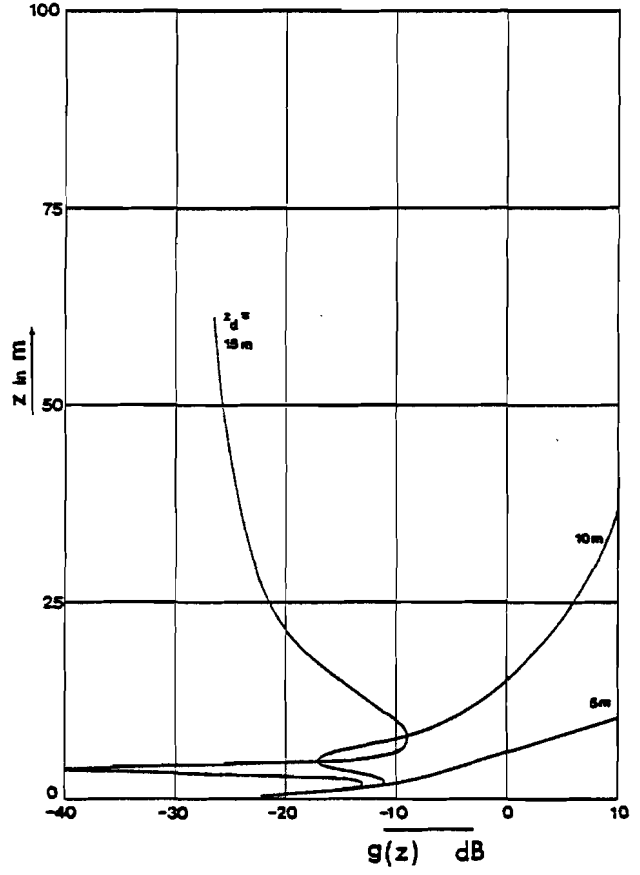


Fig.9 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 19 \text{ GHz}$  ; 2nd mode.

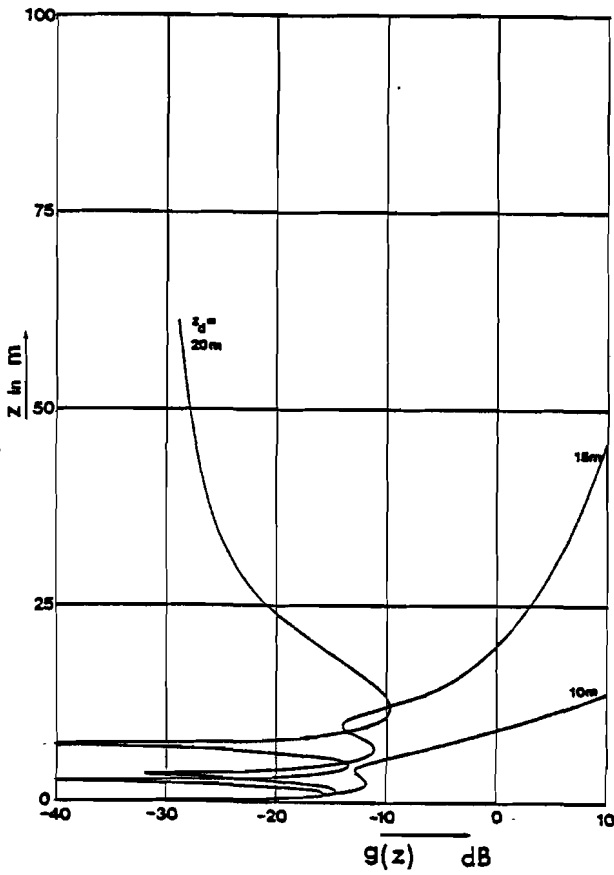


Fig. 10 : The normalized height-gain function  $g(z)$  as a function of the height  $z$ .  $f = 19 \text{ GHz}$  ; 3rd mode.

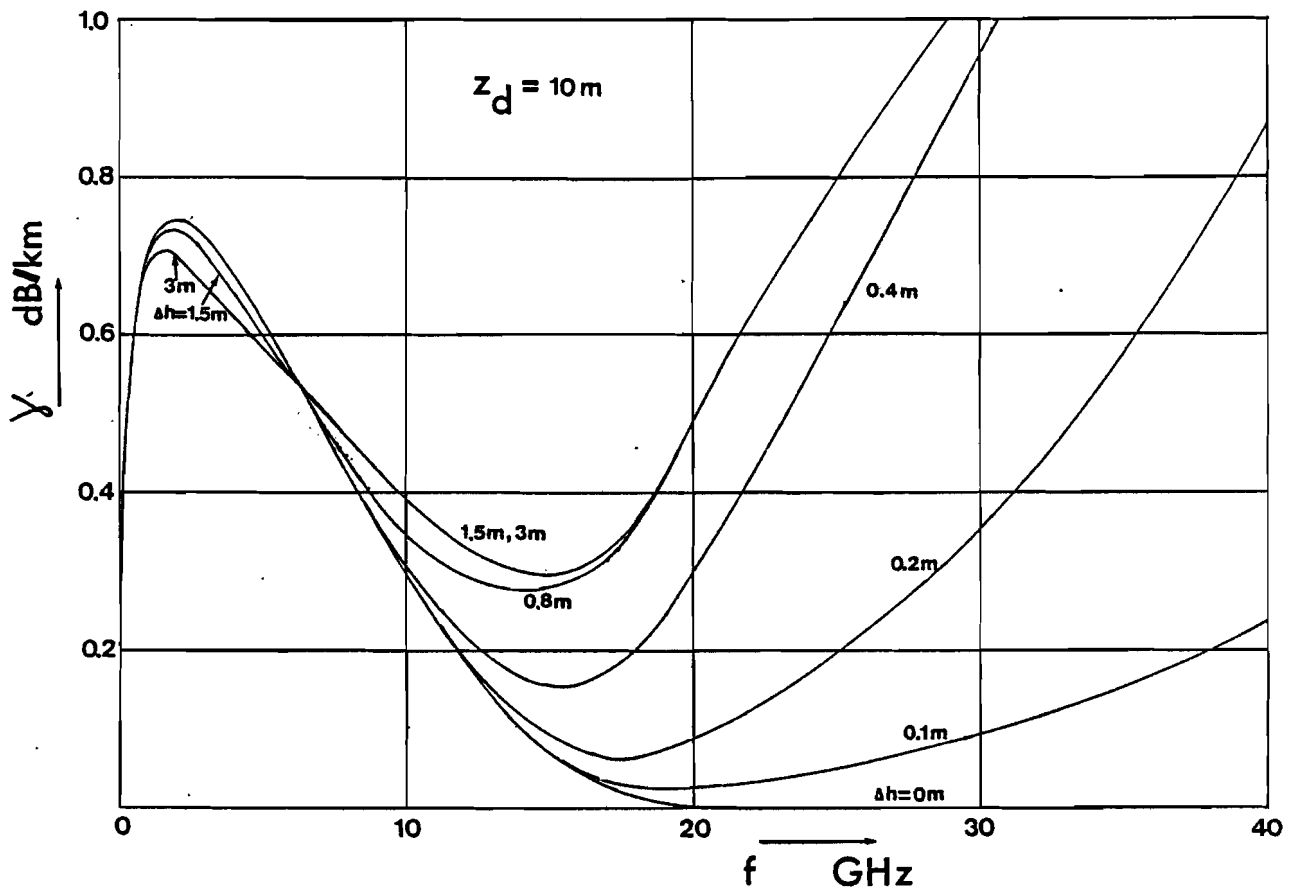


Fig.11 : The specific attenuation  $\gamma$  as a function of frequency with the surface roughness as a parameter.

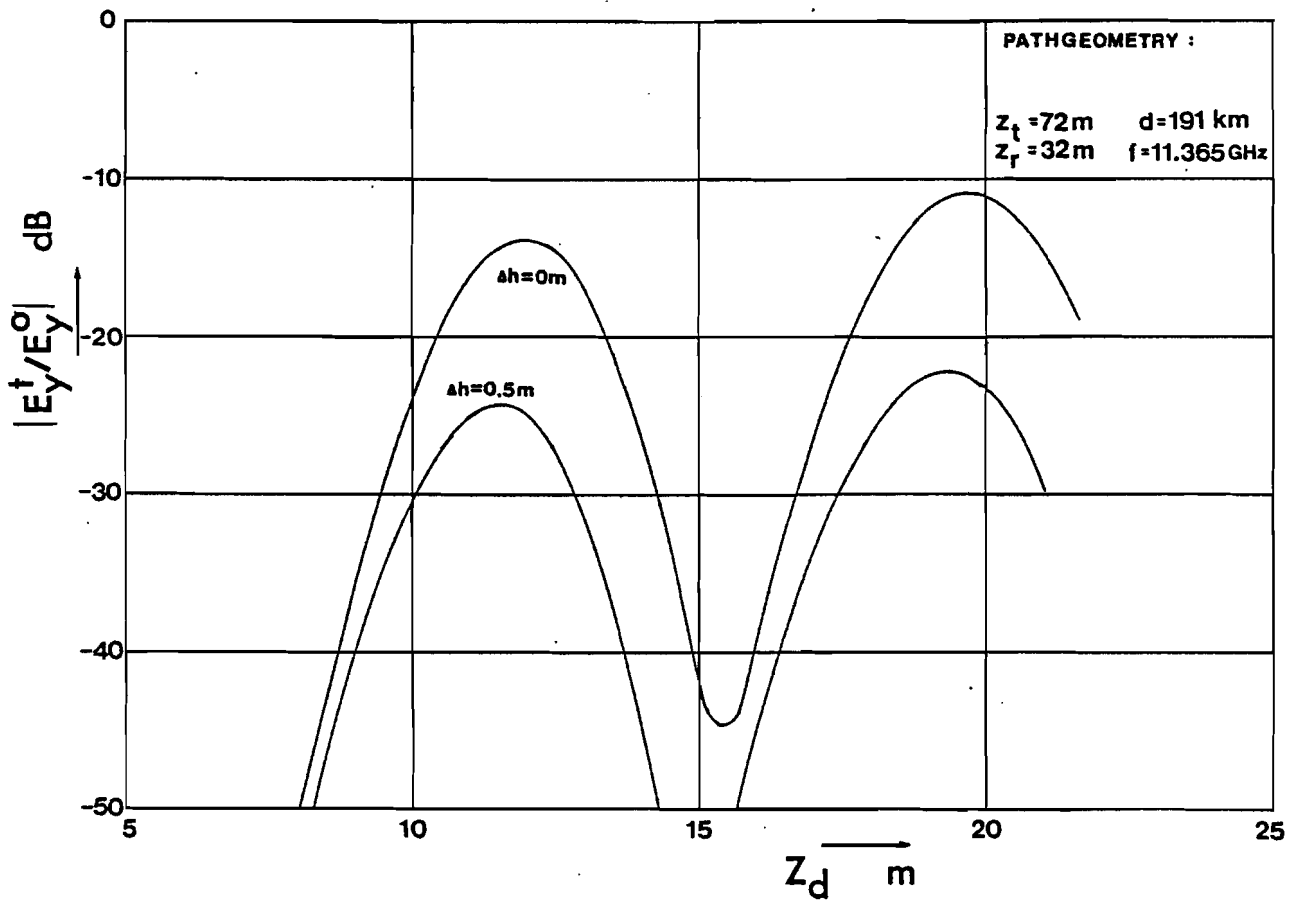


Fig.12 : The fieldstrength relative to free space as a function of the ductheight for the microwave link Rockanje-Martlesham.

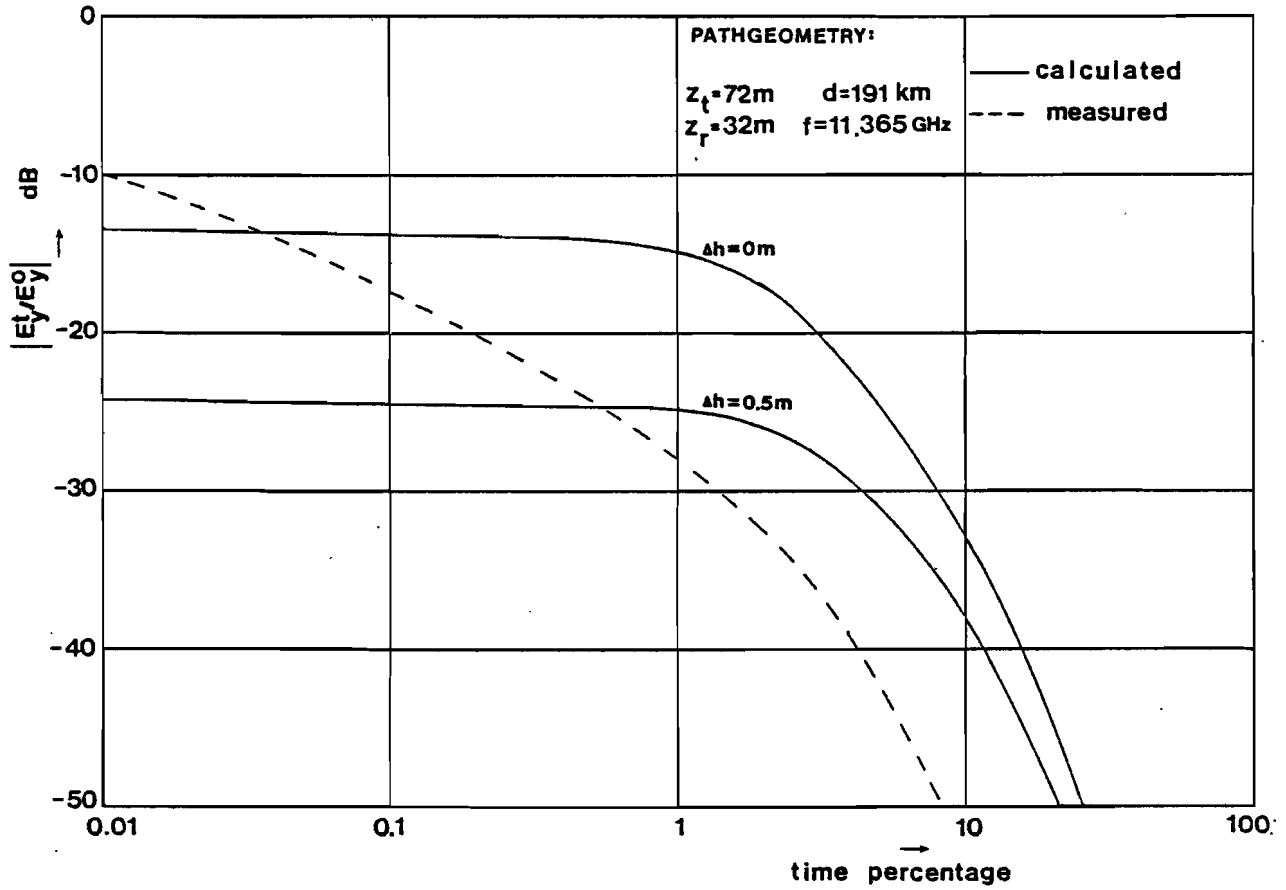


Fig.13 : A comparison between the predicted and measured cumulative distribution of the fieldstrength relative to free space for the microwave link Rockanje-Martlesham.

FILE VELDSTERKTE (VELDST.FOR)

BEREKENING VAN DE VELDSTERKTE BIJ DE AANWEZIGHEID VAN  
EEN TROPOSFERISCHE VERDAMPINGSDUCT MET EEN LOGARITHMISCH  
LINEAIR GEMODIFICEERD BREKINGSINDEXPROFIEL.

IMPLICIT REAL\*8(A-Z)  
INTEGER TELLER,I,J,ANTWRD  
COMMON K,PI,ZDUCT,DELTAH

INVOER PADGEOMETRIE

```
WRITE(5,5010)
0  FORMAT(' GEEF FREKWENTIE IN GHZ')
  READ(5,5020)FREKW
0  FORMAT(F12.9)
  WRITE(5,5030)
0  FORMAT(' GEEF R.M.S. RUWHEID VAN ZEEOPPERVLAK IN METERS')
  READ(5,5040)DELTAH
0  FORMAT(F12.7)
  WRITE(5,5050)
0  FORMAT(' GEEF AFSTAND ZENDER-ONTVANGER IN KM')
  READ(5,5060)AFSTND
0  FORMAT(F12.7)
  AFSTND=1000.*AFSTND
  WRITE(5,5070)
0  FORMAT(' GEEF HOOGTE ZENDER BOVEN ZEENIVO IN METERS')
  READ(5,5080)ZZEND
0  FORMAT(F12.7)
  WRITE(5,5090)
0  FORMAT(' GEEF HOOGTE ONTVANGER BOVEN ZEENIVO IN METERS')
  READ(5,5100)ZONTV
0  FORMAT(F12.7)
```

INVOER DUCTEIGENSCHAPPEN

```
WRITE(5,5110)
0  FORMAT(' GEEF DUCTHOOGTE IN METERS')
  READ(5,5120)ZDUCT
0  FORMAT(F12.7)
  WRITE(5,5130)
0  FORMAT(' GEEF VAN BIJBEHORENDE EIGENWAARDE HET REELE DEEL')
  READ(5,5140)REA
0  FORMAT(F12.9)
  WRITE(5,5150)
0  FORMAT(' GEEF VAN BIJBEHORENDE EIGENWAARDE HET IMAGINAIRE DEEL')
  READ(5,5160)IMA
0  FORMAT(F12.9)
```

OMZETTING VAN ENIGE GEGEVENS

```
LAMBDA=.3/FREKW
PI=2.DO*ASIN(1.)
K=2.*PI/LAMBDA
STAPGR=10.*LAMBDA
TELLER=0
VDEMPI=0.DO
VARGMN=0.DO
```

BEREKENING VAN EEN EIGENWAARDE

```

STAPGR=STAPGR/2.
WRITE(5,5170)STAPGR
0 FORMAT(' STAPGROOTTE= ',F8.4,' M')

(ZOEK ITERATIEF DE DICHTSTBIJZIJNDE EIGENWAARDE)

IF(TELLER.GE.20) GO TO 1700

(VRAAG TOESTEMMING OM VERDER TE GAAN)

IF((TELLER.NE.7).OR.(STAPGR.NE.5.*LAMBDA)) GO TO 500
WRITE(5,5180)
0 FORMAT(/,' WILT U VERDER GAAN? (JA=1)')
READ(5,5190)ANTWRD
0 FORMAT(G2)
IF (ANTWRD.NE.1) GO TO 1800

TELLER=TELLER+1
VREA=REA
VIMA=IMA

(MAAK TWEE VERSTORINGEN TER BEPALING VAN GRADIENT)

REA1=REA+1.D-9*DSQRT(REA*REA+IMA*IMA)
IMA1=IMA+1.D-9*DSQRT(REA*REA+IMA*IMA)

(BEREKENING DIFF.VGL. VOOR 3 EIGENWAARDES)

CALL INTEGR(STAPGR,IGRENS,REA1,IMA,REE2,IME2,.TRUE.)
CALL INTEGR(STAPGR,IGRENS,REA,IMA,REE1,IME1,.FALSE.)
CALL INTEGR(STAPGR,IGRENS,REA,IMA1,REE3,IME3,.FALSE.)

(BEREKENING NIEUWE SCHATTING EIGENWAARDE M.B.V.
NEWTON-RAPHSON METHODE; U1-U6 ZIJN HULPVARIABLEN)

U1 = (REE2-REE1)/(REA1-REA)
U2 = (REE3-REE1)/(IMA1-IMA)
U3 = (IME2-IME1)/(REA1-REA)
U4 = (IME3-IME1)/(IMA1-IMA)
U5 = REE1-U1*REA-U2*IMA
U6 = IME1-U3*REA-U4*IMA

IMA=(U1*U6-U5*U3)/(U2*U3-U1*U4)
REA=(-U5-U2*IMA)/U1

0 WRITE(5,5200)IGRENS,REA,IMA
FORMAT(' BOVENGRENS Z= ',F7.1,'M; A= ',D17.11,' +I* ',D17.11)

(TEST OP KONVERGENTIE VAN ITERATIEPROCES)

IF (ABS((REA-VREA)/REA).GT.1.D-10) GO TO 400
IF (ABS((IMA-VIMA)/IMA).GT.1.D-10) GO TO 400

ER IS EEN EIGENWAARDE GEVONDEN

BEREKENING VAN BIJBEHORENDE NORMALISATIE-INTEGRAAL

(METHODE:INTEGRATIE VAN UITKOMST DIFF.VGL. OVER HET

```



EIGENWAARDE-PAD IN HET KOMPLEXE Z-VLAK)

(BEGINVOORWAARDEN)

REINT=0.  
IMINT=0.  
MODINT=0.  
STAP=40.  
STAP=STAP\*2.  
INSTAP=IGRENS/STAP  
ZINT=INSTAP  
VMODIN=MODINT  
VREINT=REINT  
VIMINT=IMINT  
REINT=0.  
IMINT=0.  
FAKTOR=4.

(RANDVOORWAARDE DIFF.VGL. VOOR Z=0)

R=DEXP(-2.\*K\*K\*DELTAH\*DELTAH\*(REA\*REA-IMA\*IMA))  
PSI=PI-4.\*K\*K\*DELTAH\*DELTAH\*REA\*IMA

X MODREF=DSQRT(1.+2.\*R\*R\*(DSIN(PSI)\*DSIN(PSI)-DCOS(PSI)\*DCOS(PSI)  
) + R^4)/(1.+2.\*R\*DCOS(PSI)+R\*R)  
ARGREF=DATAN(-2.\*R\*DSIN(PSI)/(1.-R\*R))

MODEO=1./(K\*DSQRT(REA\*REA+IMA\*IMA)\*MODREF)  
ARGE0=-PI/2.-DATAN(IMA/REA)-ARGREF

ERO=MODEO\*DCOS(ARGE0)  
EIO=MODEO\*DSIN(ARGE0)

(START OPlossen DIFF.VGL. VOLGENS DE METHODE VAN NUMEROV)

ER1=ERO+.5\*DSQRT(2.DO)\*STAPGR  
EI1=EIO-.5\*DSQRT(2.DO)\*STAPGR  
CALL PROF45(0.DO,REA,IMA,CO,DO)  
CALL PROF45(STAPGR,REA,IMA,C1,D1)  
Z=STAPGR

(LOS DIFF.VGL. OP TOT BOVENGRENS VAN Z BEREIKT IS)

Z=Z+STAPGR  
CALL PROF45(Z,REA,IMA,C2,D2)  
J1=STAPGR\*STAPGR\*K\*K\*D2/12.  
J2=STAPGR\*STAPGR\*K\*K\*C2/12.  
X J3=(-STAPGR\*STAPGR\*K\*K)\*(10.\*ER1\*D1+10.\*EI1\*C1+  
ERO\*DO+EIO\*CO)/12. + 2.\*ER1 - ERO  
X J4=(+STAPGR\*STAPGR\*K\*K)\*(10.\*ER1\*C1-10.\*EI1\*D1+  
ERO\*CO-EIO\*DO)/12. + 2.\*EI1 - EIO  
EI2=(J2\*J3/(1.+J1)+J4)/(1.+J1+J2\*J2/(1.+J1))  
ER2=(-(J2\*EI2)+J3)/(1.+J1)

(MOET ER NUMERIEK WORDEN GEINTEGREERD?)

IF (Z LT.ZINT) GO TO 1000

(NUMERIEKE INTEGRATIE VOLGENS SIMPSON)

```
ERINT=ER2-(ER2-ER1)*(Z-ZINT)/STAPGR
EIINT=EI2-(EI2-EI1)*(Z-ZINT)/STAPGR
REINT=REINT+FAKTOR*(ERINT*ERINT-EIINT*EIINT)
IMINT=IMINT+2.*FAKTOR*ERINT*EIINT
IF (FAKTOR.EQ.2.) GO TO 800
FAKTOR=2.
GO TO 900
FAKTOR=4.
```

(IS BOVENGRENS Z BEREIKT?)

```
IF (ZINT.GE.IGRENS) GO TO 1100
ZINT=ZINT+INSTAP
```

(VOORBEREIDING VOLGENDE STAP IN NUMEROV-PROCEDURE)

```

) ERO=ER1
  EI0=EI1
  ER1=ER2
  EI1=EI2
  C0=C1
  C1=C2
  D0=D1
  D1=D2
  GO TO 700
```

(BEREKENING EINDWAARDE NORMALISATIE-INTEGRAAL)

```

) REINT=INSTAP*(REINT-ERINT*ERINT+EIINT*EIINT)/3.
  IMINT=INSTAP*(IMINT-2.*ERINT*EIINT)/3.
  WRITE(5,5210)REINT,IMINT
```

TEST OP KONVERGENTIE VAN NORMALISATIE-INTEGRAAL

```
MODINT=DSQRT(REINT*REINT+IMINT*IMINT)
IF (ABS((MODINT-VMODIN)/MODINT).GT..01) GO TO 600
```

KONVERGENTIE GESLAAGD;PAS FOUTENSCHATTING TOE

```
REINT=REINT+(REINT-VREINT)/15.
IMINT=IMINT+(IMINT-VIMINT)/15.
WRITE(5,5210)REINT,IMINT
) FORMAT(' NORMALISATIEFAKTOR= ',D15.7,' +I* ',D15.7)
```

NORMALISATIE-INTEGRAAL OPGELOST

BEREKEN HEIGHT-GAIN VOOR ZENDER EN VOOR ONTVANGER

(METHODE: BERKENING VAN DIFF.VGL. OVER REELE Z-AS)

(BEGINVOORWAARDEN)

```
ERZEND=0.DO
EIZEND=0.DO
ERONTV=0.DO
EIONTV=0.DO
```

(RANDVOORWAARDE DIFF.VGL. VOOR Z=0)

```
R=DEXP(-2.*K*K*DELTAH*DELTAH*(REA*REA-IMA*IMA))
```

PSI=PI-4.\*K\*K\*DELTAH\*DELTAH\*REA\*IMA

MODREF=DSQRT(1.+2.\*R\*R\*(DSIN(PSI)\*DSIN(PSI)-DCOS(PSI)\*DCOS(PSI)

X )+R^4)/(1.+2.\*R\*DCOS(PSI)+R\*R)

ARGREF=DATAN(-2.\*R\*DSIN(PSI)/(1.-R\*R))

MODEO=1./(K\*DSQRT(REA\*REA+IMA\*IMA)\*MODREF)

ARGE0=-PI/2.-DATAN(IMA/REA)-ARGREF

ERO=MODEO\*DCOS(ARGE0)

EIO=MODEO\*DSIN(ARGE0)

(START OPlossen DIFF.VGL. VOLGENS DE METHODE VAN NUMEROV)

ER1=ERO+STAPGR

EI1=EIO

CALL PROFLO(0.DO,REA,IMA,CO,DO)

CALL PROFLO(STAPGR,REA,IMA,C1,D1)

Z=2.\*STAPGR

(LOS DIFF.VGL. OP TOT MAX(ZZEND,ZONTV) IS OVERSCHREDEN)

(J1-J4 ZIJN HULPVARIABLEN)

) CALL PROFLO(Z,REA,IMA,C2,D2)

J1=STAPGR\*STAPGR\*K\*K\*C2/12.

J2=STAPGR\*STAPGR\*K\*K\*D2/12.

J3=(-STAPGR\*STAPGR\*K\*K)\*(10.\*ER1\*C1-10.\*EI1\*D1+

X ERO\*CO-EIO\*DO)/12. + 2.\*ER1 - ERO

J4=(-STAPGR\*STAPGR\*K\*K)\*(10.\*ER1\*D1+10.\*EI1\*C1+

X ERO\*DO+EIO\*CO)/12. + 2.\*EI1 - EIO

EI2=(-J2\*J3/(1.+J1)+J4)/(1.+J1+J2\*J2/(1.+J1))

ER2=((J2\*EI2)+J3)/(1.+J1)

IS ZZEND GEPASSEERD?

IF((Z.LT.ZZEND).OR.(ERZEND.NE.O.).OR.(EIZEND.NE.O.))GO TO 1300

ERZEND=ER2-(ER2-ER1)\*(Z-ZZEND)/STAPGR

EIZEND=EI2-(EI2-EI1)\*(Z-ZZEND)/STAPGR

IS ZONTV GEPASSEERD?

) IF((Z.LT.ZONTV).OR.(ERONTV.NE.O.).OR.(EIONTV.NE.O.))GO TO 1400

ERONTV=ER2-(ER2-ER1)\*(Z-ZONTV)/STAPGR

EIONTV=EI2-(EI2-EI1)\*(Z-ZONTV)/STAPGR

VOORBEREIDING VOLGENDE STAP IN NUMEROV-PROCEDURE

) ERO=ER1

EIO=EI1

ER1=ER2

EI1=EI2

CO=C1

C1=C2

DO=D1

D1=D2

ZIJN ZZEND EN ZONTV GEPASSEERD?

IF ((Z.GE.ZZEND).AND.(Z.GE.ZONTV)) GO TO 1500

Z=Z+STAPGR  
GO TO 1200

BEREKEN MODULUS EN ARGUMENT VAN VELDSTERKTE RELATIEF  
TEN OPZICHTE VAN FREE SPACE

```
0  DEMPIN=20.*DLOG10(DSQRT(LAMBDA*AFSTND)*DSQRT(ERZEND*ERZEND+
X  EIZEND*EIZEND)*DSQRT(ERONTV*ERONTV+EIONTV*EIONTV)*DEXP(-K*
X  DSIN(REA)*.5*(DEXP(IMA)-DEXP(-IMA))*AFSTND)/(DSQRT(REINT*REINT
X  +IMINT*IMINT)*DSQRT(.25*(DEXP(IMA)+DEXP(-IMA))*(DEXP(IMA)+DEXP
X  (-IMA))-DSIN(REA)*DSIN(REA)))
ARGMNT=-K*DCOS(REA)*.5*(DEXP(IMA)+DEXP(-IMA)) - DATAN(-DATAN
X  (REA)*(DEXP(IMA)-DEXP(-IMA))/(DEXP(IMA)+DEXP(-IMA))) +
X  DATAN(EIONTV/ERONTV)+DATAN(EIZEND/ERZEND)-DATAN(IMINT/REINT)
```

TEST OP KONVERGENTIE VAN VELDSTERKTE

```
1  IF ((ABS(DEMPI-VDEMPI).LT..05).AND.(ABS(ARGMNT-VARGMN).LT.
X  .005)) GO TO 1600
VDEMPI=DEMPI
VARGMN=ARGMNT
WRITE(5,5220)DEMPI,ARGMNT
0  FORMAT(' E=',F7.1,' dB t.o.v. F.S. MET FASE',F8.2,'RAD')
```

NOG GEEN KONVERGENTIE: PROBEER OPNIEUW

GO TO 300

ER IS KONVERGENTIE: BEREKENING KLAAR

```
0  ARGMNT=180.*DMOD(ARGMNT,2.*PI)/PI
```

UITVOER GEGEVENS

```
OPEN(UNIT=1,FILE='VELDST.DAT',ACCESS='APPEND')
WRITE(1,5230)
WRITE(5,5230)
0  FORMAT(/,' PADGEOMETRIE:')
WRITE(1,5240)FREKW
WRITE(5,5240)FREKW
0  FORMAT(' FREKWENTIE:',F7.4,' GHz')
WRITE(1,5250)DELTAH
WRITE(5,5250)DELTAH
0  FORMAT(' RUWHEID:',F5.2,' M')
WRITE(1,5260)AFSTND
WRITE(5,5260)AFSTND
0  FORMAT(' AFSTAND:',F8.1,' KM')
WRITE(1,5270)ZZEND
WRITE(5,5270)ZZEND
0  FORMAT(' HOOGTE ZENDER:',F5.1,' M')
WRITE(1,5280)ZONTV
WRITE(5,5280)ZONTV
0  FORMAT(' HOOGTE ONTVANGER:',F5.1,' M')
WRITE(1,5290)
WRITE(5,5290)
0  FORMAT(/,' DUCTEIGENSCHAPPEN:')
WRITE(1,5300)ZDUCT
WRITE(5,5300)ZDUCT
0  FORMAT(' DUCTHOOGTE:',F6.2,' M')
WRITE(1,5310)REA,IMA
```

```

WRITE(5,5310)REA,IMA
0  FORMAT(' EIGENWAARDE: ',D14.9,' +I* ',D14.9)
WRITE(1,5320)DEMPIN,ARGMNT
WRITE(5,5320)DEMPIN,ARGMNT
0  FORMAT(/,' BIJBEHORENDE VELDSTERKTE:',F8.1,'dB BOVEN F.S. MET
X  RELATIEVE FASE' F6.0,' GRADEN')
CLOSE(UNIT=1,FILE='VELDST.DAT',ACCESS='APPEND')
GO TO 1800

```

KOMMUNIKATIE MET GEBRUIKER

(GEEN KONVERGENTIE NAAR EIGENWAARDE (LABEL 400))

```

0  WRITE(5,5330)
0  FORMAT(' GEEN KONVERGENTIE NA 20 ITERATIES')

```

(WAT WILT U NU? (KEUZEMENU))

```

0  WRITE(5,5340)
0  FORMAT(/,' WENST U EEN NIEUWE POGING?')
WRITE(5,5350)
0  FORMAT(' JA, ZONDER NIEUWE PADGEOMETRIE = 1; JA, MET NIEUWE
X  PADGEOMETRIE = 2')
READ(5,5360)ANTWRD
0  FORMAT(G2)
IF (ANTWRD.EQ.1) GO TO 200
IF (ANTWRD.EQ.2) GO TO 100

```

EINDE PROGRAMMA

STOP  
END

SUBROUTINE INTEGR(STAPGR,IGRENS,REA,IMA,ER,EI,ZOEKIG)

```

IMPLICIT REAL*8(A-Z)
LOGICAL ZOEKIG
COMMON K,PI,ZDUCT,DELTAH

```

BEGINVOORWAARDEN

```

R=DEXP(-2.*K*K*DELTAH*DELTAH*(REA*REA-IMA*IMA))
PSI=PI-4.*K*K*DELTAH*DELTAH*REA*IMA

MODREF=DSQRT(1.+2.*R*R*(DSIN(PSI)*DSIN(PSI)-DCOS(PSI)*DCOS(PSI)
X  )+R^4)/(1.+2.*R*DCOS(PSI)+R*R)
ARGREF=DATAN(-2.*R*DSIN(PSI)/(1.-R*R))

MODEO=1./(K*DSQRT(REA*REA+IMA*IMA)*MODREF)
ARGE0=-PI/2.-DATAN(IMA/REA)-ARGREF

ERO=MODEO*DCOS(ARGE0)
EIO=MODEO*DSIN(ARGE0)

ER1=ERO+.5*DSQRT(2.DO)*STAPGR

```

```

EI1=EI0-.5*DSQRT(2.D0)*STAPGR
CALL PROF45(0.D0,REA,IMA,CO,D0)
CALL PROF45(STAPGR,REA,IMA,C1,D1)

```

```

INTEGRATIE VOLGENS DE METHODE VAN NUMEROV
( J1-J4 ZIJN HULPVARIABLEN )

```

```

Z=2.*STAPGR
CALL PROF45(Z,REA,IMA,C2,D2)
J1=STAPGR*STAPGR*K*K*D2/12.
J2=STAPGR*STAPGR*K*K*C2/12.
J3=(-STAPGR*STAPGR*K*K)*(10.*ER1*D1+10.*EI1*C1+
X   ERO*D0+EI0*CO)/12. + 2.*ER1-ERO
J4=(+STAPGR*STAPGR*K*K)*(10.*ER1*C1-10.*EI1*D1+
X   ERO*CO-EI0*D0)/12. + 2.*EI1-EI0
EI2=(J2*J3/(1.+J1)+J4)/(1.+J1+J2*J2/(1.+J1))
ER2=(-(J2*EI2)+J3)/(1.+J1)
ERO=ER1
EI0=EI1
ER1=ER2
EI1=EI2
CO=C1
C1=C2
D0=D1
D1=D2
Z=Z+STAPGR
IF (ZOEKIG) GO TO 200
IF (Z.GT.IGRENS) GO TO 300
GO TO 100
IF (DSQRT(ER2*ER2+EI2*EI2).LT.1.D7) GO TO 100
IGRENS = Z - STAPGR
ER=ER2
EI=EI2
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PROF45(Z,REA,IMA,C,D)

```

```

BEREKENING AAN BREKINGSINDEKSPROFIEL

```

```

IMPLICIT REAL*8(A-Z)
COMMON K,PI,ZDUCT,DELTAH

```

```

M(Z)=1+1.17D-7*(Z-(ZO+ZDUCT)*LN((Z+ZO)/ZO))
      (K=4/3)
ZO=1.5D-4
MR=1.+1.17D-7*(Z/DSQRT(2.D0)-(ZO+ZDUCT)*( .5*DLOG((Z/DSQRT(2.D0)
X   +ZO)*(Z/DSQRT(2.D0)+ZO)+Z*Z/2.)-DLOG(ZO)))
MI=1.17D-7*(-Z/DSQRT(2.D0)+(ZO+ZDUCT)*DATAN(Z/(Z+DSQRT(2.D0)
X   *ZO)))
MR2=MR*MR-MI*MI
MI2=2*MR*MI
C=MR2-1.+REA*REA-IMA*IMA
D=MI2+2.*REA*IMA
RETURN

```

```

END

```

SUBROUTINE PROFLO(Z,REA,IMA,C,D)

BEREKENING AAN BREKINGSINDEKSPROFIEL

IMPLICIT REAL\*8(A-Z)

COMMON K,PI,ZDUCT,DELTAH

$M(Z) = 1 + 1.17D^{-7} * (Z - (ZO + ZDUCT)) * LN((Z + ZO) / ZO)$   
(K=4/3)

ZO=1.5D-4

$M = 1. + 1.17D^{-7} * (Z - (ZO + ZDUCT)) * DLOG((Z + ZO) / ZO)$

$C = M * M - 1. + REA * REA - IMA * IMA$

$D = 2. * REA * IMA$

RETURN

END