

MASTER

Bepaling van de dynamische parameters van de Athene reaktor door middel van ruis analyse

Bos, K.H.N.

Award date:
1972

[Link to publication](#)

Disclaimer

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

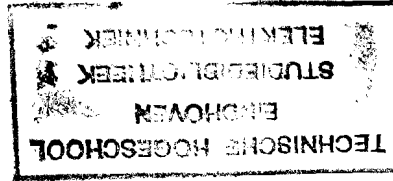
- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

4005

AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK
TECHNISCHE HOGESCHOOL
EINDHOVEN
Groep Meten en Regelen.



BEPALING VAN DE DYNAMISCHE PARA-
METERS VAN DE ATHENE REAKTOR
DOOR MIDDEL VAN RUIS ANALYSE
door K.H.N.Bos.

Rapport van het afstudeerwerk
uitgevoerd van december 1971 tot november 1972
in opdracht van prof.dr.ir. P.Eykhoff
onder leiding van ir. P.C.Mulders.

305631

INHOUDSOPGAVE.

012.

Voorwoord.	
Inleiding samenvatting.	
Engelse samenvatting.	
Gebruikte symbolen.	7
1. <u>Statica.</u>	
1.1. <u>De eendimensionale transportvergelijking</u>	9
1.2. <u>Afleiding van de Boltzmannvergelijking</u>	11
1.3. <u>Oplossingsmethoden van de ééndimensionale Boltzmannvergelijking</u>	14
1.4. <u>Legendre polynoomontwikkeling</u>	14
1.5. <u>Toepassing van Legendre Polynomen op de ééndimensionale Boltzmannvergelijking</u>	14
1.6. <u>Afleiding van de diffusievergelijking</u>	15
1.7. <u>De ééngroeps-diffusievergelijking met uitgewerkte bronterm</u>	17
2. <u>Dynamika.</u>	18
2.1. <u>Afleiding van de reaktorkinetische vergelijking</u>	18
2.2. <u>De reaktorkinetische vergelijking met de parameters ρ en β</u>	20
2.3. <u>De kinetische vergelijkingen van het tweepuntsmodel</u>	20
3. <u>Reaktorruis.</u>	23
3.1. <u>Berekening van de kans op het aanwezig zijn van een neutron ten tijde t, gegeven een neutron op $t = 0$</u>	23
3.2. <u>Integrale reaktiviteit</u>	26
3.3. <u>Model van het reaktorproces, ontstaan van reaktorruis</u>	29
3.4. <u>Gekorreleerde en ongekorreleerde neutronenparen</u>	30
3.5. <u>Berekening van de kans op detektie van gekorreleerde neutronenparen</u>	31
3.6. <u>Berekening van de korrelatiefunkties</u>	38
3.7. <u>Afleiding van de reaktormatrix</u>	45
4. <u>Het berekenen van de reaktorconstanten α_{ij} uit de reaktormatrix.</u>	48
4.1. <u>Differentiatiemethode (Householdersmethode)</u>	48
4.2. <u>Integratiemethode voor het oplossen van de reaktormatrix.</u>	51

5.	<u>Meet- en verwerkingssystemen.</u>	55
5.1.	<u>Het meetstelsel ter berekening van de korrelatiefunkties (on-line)</u>	55
5.2.	<u>Bepaling van de korrelatiefunkties uit de aangeboden samples.</u>	58
5.3.	<u>Meetstelsel via ampexrecorder.</u>	61
6.	<u>Nauwkeurigheid van de experimenteel berekende korrelatiefunkties.</u>	63
6.1.	<u>Vereenvoudigingen in de afleidingen.</u>	63
6.2.	<u>Statistische fouten en betrouwbaarheidsintervallen.</u>	64
7.	<u>Metingen.</u>	65
8.	<u>Conclusies en suggesties.</u>	69
	Referenties.	70.
	Bijlage.	71.
	Computerprogramma.	102.

Voorwoord

Aan het begin van dit rapport wil ik graag een woord van dank schrijven aan diegenen die mij tijdens mijn afstudeerwerk met alle raad en daad terzijde hebben gestaan.

In het bijzonder dank ik Prof.dr.ir.P.Eykhoff die mij in de gelegenheid gesteld heeft het laatste gedeelte van mijn ingenieursstudie te voltooien op de ATHENE reaktor. De heren ir.P.C.Mulders en ir.D.J.Kleyn dank ik voor de goede begeleiding en de prettige samenwerking tijdens het afgelopen jaar. Voor de assistentie tijdens de metingen dank ik de hele Athene-groep.

Bijzondere dank ben ik verschuldigd aan mevrouw A.Schouten die het typewerk verzorgd heeft.

K.Bos

Eindhoven, 6 november

Inleiding en Samenvatting.

Door twee BF_3 -detektoren wordt de reaktorruijs, d.w.z. de neutron- en gamma interacties met de buis gedetekteerd. Met behulp van discriminatoren worden alleen de interacties ten gevolge van neutronen uit het spektrum gefilterd. Het nu verkregen signaal wordt naar de interface van de digitale procescomputer geleid, waarna de vier korrelatiefunkties berekend worden.

De eerste 3 hoofdstukken beslaan de theoretische afleidingen van de relaties tussen de reaktorgrootheden en de korrelatie funkties, deze relatie blijkt verrassend eenvoudig te zijn, nl. twee gekoppelde stelsels lineaire differentiaal vergelijkingen. Het model waarvan uitgegaan wordt is het zogenaamde tweepuntsmodel. Dit betekent dat er van uitgegaan wordt dat de koppeling tussen de twee kernbakken van de reaktor zo zwak is dat de flux verdelingen in de beide bakken niet verstoord worden door elkaar. Hoofdstuk 4 beschrijft numerieke methoden voor het berekenen van de reaktorconstanten uit de gemeten korrelatiefunkties.

Gebaseerd op deze methoden zijn een aantal rekenprogramma's gemaakt. Met het zogenaamde integratieprogramma werden de beste resultaten verkregen. Deze integratie-methode staat op de dectapes van de PDP-9L waardoor het nu mogelijk is de gemeten korrelatiefunctie ogenblikkelijk te verwerken en de reaktorkonstanten kunnen afgelezen worden.

Het laatste hoofdstuk geeft een aantal meetresultaten weer waaruit blijkt dat de reaktiviteit van de totale reaktor het nauwkeurigst gemeten kan worden en wel met ongeveer anderhalf procent afwijking.

Determination of the dynamic parameters of the ATHENE reactor by means of noise analysis.

The stochastic behaviour of a reactor is detected by two BF-3 detectors, by means of the neutron- and gamma-reactions with the gas in the tube.

By means of a discriminator only the interactions of gammas are filtered out of the spectrum.

The so obtained signal is lead to the interface of a digital processcomputer, which calculates four correlation functions out of these data.

Chapter one to three cover the theoretical background of the relations between reactor parameters and correlationfunctions.

These relations are surprisingly simple, they exist of two coupled sets of linear differential equations. The equations are derived from the so called two-point model.

It has to be stated that this model only is valid if the coupling between the two cores of the reactor is that weak, that the flux distributions of the two cores are not very much disturbed by each other.

Chapter four discribes numerical methods for the calculation of the reactor parameters out of the measured correlation functions. A number of computer programmes are based on these methods. The best results are obtained with the socalled integration programmes. This integration method is stored on the PDP-9L tapes which makes it possible to process instantaneously the measured correlation functions, after which the reactor parameters are printed.

On the last chapter a number of experimental results are discussed. We conclude that the accuracy of the reactivity measurements is about one and a half percent.

Gebruikte symbolen.

Φ	: vektorflux
$\underline{\Omega}$: ruimtehoek, gekarakteriseerd door φ en θ
μ	: $\cos \theta$
r	: driedimensionale plaatscoördinaat.
$\Phi = n.v.$: flux; met index s is het de scalaire flux.
n	: neutronen concentratie.
v	: neutronen snelheid.
J	: neutronen stroom.
$\sigma_{t;a;s;f}$: microscopische werkzame doorsnede, respectievelijk totale, absorptie, verstrooiing, splijting.
$\Sigma_t = N\sigma_t$: macroscopische werkzame doorsnede.
N	: kerndichtheid.
S	: neutronen brondichtheid
$p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\Omega$: de kans dat de verstrooiingshoek ligt in $d\Omega$ om $\underline{\Omega}$
P_n	: de n^{de} Legendre polynoom.
f_n	: de n^{de} Legendre component.
D	: diffusiecoëfficiënt.
B^2	: Bollingsfaktor.
β	: fraktie vertraagde neutronen.
k_∞	: de vermenigvuldigingsfaktor voor een oneindige reaktor.
$L_{f;th}$: niet-lekfaktor voor respectievelijk splijting en thermische.
$l = (v(DB^2 + \Sigma_a))^{-1}$: gemiddelde neutronen leeftijd.
$k_{\text{eff}} = L_f \cdot L_{th} \cdot k_\infty$: effectieve vermenigvuldigingsfaktor, ook zonder index en met index 1 en 2 om aan te geven voor welke kernbak.
$\rho = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}}$: reaktiviteit.
$\Lambda = \frac{1}{k_{\text{eff}}}$: generatietijd.
$\delta(t)$: dirac-stoot.
$[\alpha]$: de coëfficiënten matrix van de neutronen concentraties uit de twee gekoppelde kinetische vergelijkingen.

- j_1 en j_2 : de eigenwaarden van matrix α
- $\Pi_{ij}(t)$: de kans op het aantreffen van een neutron in kernbak i op tijdstip t , gegeven één neutron op $t=0$ in bak j .
- $\xi_i = \frac{C}{F}$: detektor efficiëncy, index geeft aan van welke detektor.
- C : gemiddelde telsnelheid.
- F : gemiddelde splijtsnelheid.
- $p_{ij}(t_1, t_2) dt_1 dt_2$: kans op detektie van een neutronenpaar in dt_1 rond t_1 in detektor i en in dt_2 rond t_2 in detektor j . De derde index geeft aan of de neutronenparen gekorreleerd_(c) of ongekorreleerd_(o) zijn.
- $\chi = \frac{\sqrt{\nu(\nu-1)}}{\nu^2}$
- $F_{k,ij} = F_k \chi \frac{\xi_i}{\Lambda_i} \frac{\xi_j}{\Lambda_j}$
- $\Psi_{ij}(z) = p_{ijc}(z)$: korrelatiefunctie.
- $\phi_{ij}(s)$: dubbelzijdige Laplace getransformeerde van de korrelatiefuncties.

1 Statica.

De reaktorruismetingen zijn gebaseerd op de detectie van gekorreleerde en ongekorreleerde neutronen. Het is dus noodzakelijke aandacht te besteden aan de neutronenhuishouding. Onze uitgangformules zijn de kinetische vergelijkingen, deze volgen weer uit de diffusievergelijking. Bij de diffusievergelijking zijn echter een aantal vereenvoudigingen ingevoerd. Om te bepalen in welke omstandigheden de diffusievergelijking geldt, en welke vereenvoudigingen zijn ingevoerd, wordt uitgegaan van de transporttheorie (voor een uitvoerige behandeling wordt verwezen naar ref.1 en ref.10).

1.1. De eendimensionale transportvergelijking.

In een reaktor komen neutronen voor met verschillende snelheden. De eerste vereenvoudiging is, dat we uitgaan van monoenergetische neutronen, of zoals men in de literatuur wel spreekt over de 'one velocity' transport theorie.

De vektorflux $\underline{\phi}$ wordt gedefinieerd als het produkt van de neutronendichtheid n en de neutronen snelheid v waarvan de bewegings-richting in $d\Omega$ om $\underline{\Omega}$ is.

De neutronendichtheid is een funktie van de plaats r en de richting $\underline{\Omega}$ van de neutronen. We krijgen dus voor de flux:

$$\underline{\phi}(r, \underline{\Omega}) = \phi(r, \underline{\Omega}) \underline{\Omega}$$

Waarin $\underline{\Omega}$ de éénheidsvektor is van de richting van $\underline{\phi}$.

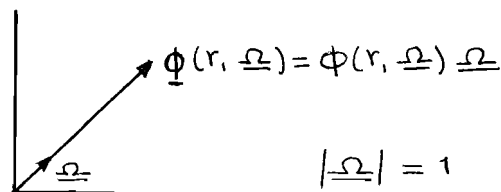


fig.1.1.-1

Voor de afleiding van de ééndimensionale transportvergelijking wordt nog een vereenvoudiging ingevoerd, de flux wordt afhankelijk verondersteld van slechts één coördinaat en de richting. We krijgen dan $\phi(r, \underline{\Omega}) = \phi(z, \underline{\Omega})$. Uitgegaan wordt dus van een reaktor met monoenergetische neutronen en plaat geometrie.

$\phi(z, \underline{\Omega}) d\underline{\Omega} dz = v \cdot n(z, \underline{\Omega}) d\underline{\Omega} dz =$ aantal neutronen met snelheid v en richting $\underline{\Omega}$ ter plaatse z in $dz d\underline{\Omega}$ cm^3 .

Men kan ook spreken over de scalaire flux, hiermee wordt meestal gewerkt in de kernreactorfysica, dit is ook de flux die in de diffusievergelijking voorkomt. De hoekafhankelijkheid wordt hier weggewerkt door over beide hoeken (φ en θ) te integreren (zie fig. 1.1.3).

$$\text{Scalaire flux} = \phi_s(z) = \int_{4\pi} \phi(z, \underline{\Omega}) d\underline{\Omega} \quad 1.1.(1)$$

Hier direkt aangekoppeld is de neutronenstroom J , dit is de netto neutronenstroom door een bol met de eenheidsstraal in de richting van \underline{n} . \underline{n} is de normaalvektor op de bol.

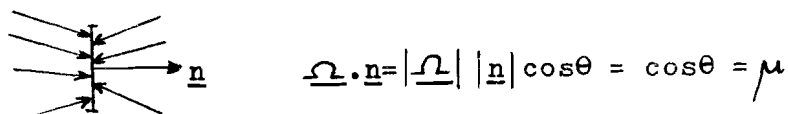


fig 1.1.-2

$$\text{Neutronenstroom} = J = \int_{4\pi} \phi(z, \underline{\Omega}) \underline{\Omega} \cdot \underline{n} d\underline{\Omega} \quad 1.1.(2)$$

Bij onze beschouwing in het 1 dimensionale geval (plaat geometrie) kan $\underline{\Omega}$ gekarakteriseerd worden door 1 hoek nl. θ (zie 1.1.3). In het vervolg gebruiken we de notatie $\phi(z, \underline{\Omega}) d\underline{\Omega} dz = \phi(z, \mu) d\mu d\varphi dz$ met $\mu = \cos \theta$ en $d\varphi d\cos \theta = d\underline{\Omega}$.

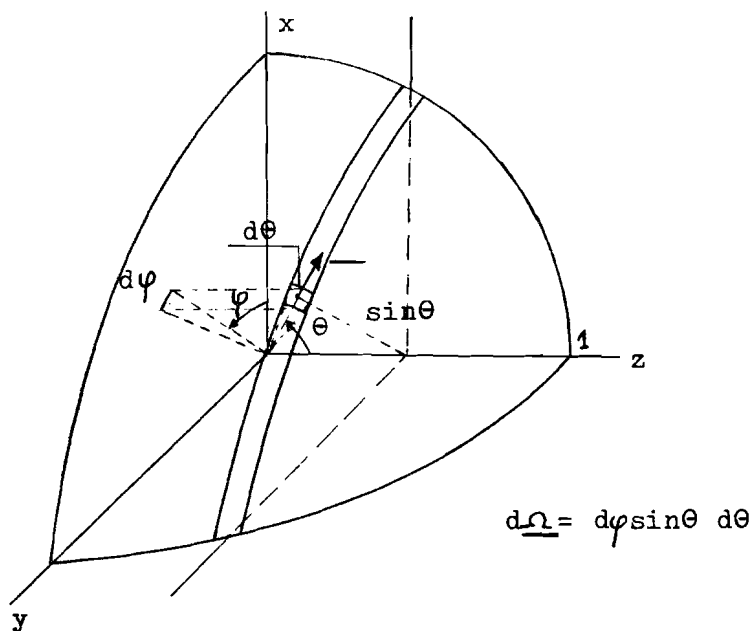
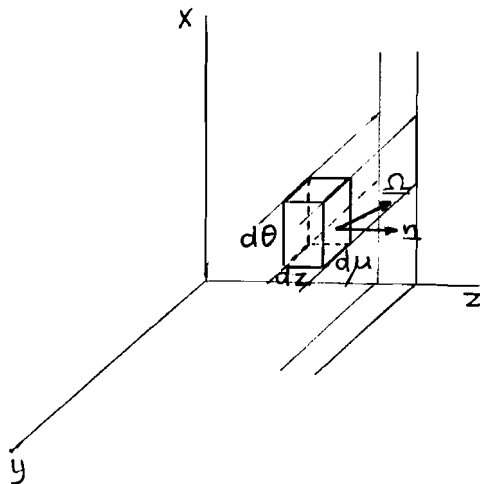


fig.1.1.-3

1.2 Afleiding van de Boltzmannvergelijking (transportvergelijking)

Beschouw de neutronen-balans van neutronen met richting $\underline{\Omega}$ in een volume element $d\mu d\theta dz$.



volume element $d\mu d\theta dz$

fig.1.2.-1

Neutronen-balans:

(1) (2) (3) (4)
lek + absorptie en verstrooiing = bron + instrooiing van andere richtingen

voor de 4 termen wordt één voor één een uitdrukking afgeleid:

(1) lek: (uit)terplaats $z+dz$ $\phi(z+dz, \mu) d\mu d\varphi \underline{\Omega} \cdot \underline{n}$
 (in) ter plaatse z $\phi(z, \mu) d\mu d\varphi \underline{\Omega} \cdot \underline{n}$

$$\frac{d\phi(z, \mu) d\varphi d\mu \underline{\Omega} \cdot \underline{n}}{dz}$$

met $\underline{\Omega} \cdot \underline{n} = \cos\theta = \mu$ kan de lek anders geschreven worden.

$$\text{lek} = \frac{d\phi(z, \mu)}{dz} d\mu d\varphi dz$$

(2) Verstrooiing + absorptie = $\Sigma_t(z, \mu) \phi(z, \mu) d\mu d\varphi dz$

$\Sigma_t(z, \mu)$ = de totale makroskopische werkzame doorsnede.

$\Sigma_t(z, \mu) = N \cdot \sigma_t$ waarin N is de kerndichtheid van het medium ter plaatse van het volume elementje.

σ_t = de kans per kern dat een neutron dat een denkbeeldig oppervlak van 1 cm^2 loodrecht doorkruist een interactie (splitsing, absorptie, verstrooiing) ondergaat met een kern op dat oppervlak.

(3) Bronterm.

Uitgaande van een brondichtheid $S(z, \mu)$ wordt de bronterm:
 $S(z, \mu) d\mu d\varphi dz$.

Bij een isotrope bron van $S_0/4\pi$ neutronen/cm³ (de $S_0/4\pi$ is
 genomen om straks een 'mooie' vergelijking te krijgen)
 wordt de bronterm: $\frac{S_0}{4\pi} d\mu d\varphi dz$

(4) Instrooiing van andere richtingen.

Hierbij gaat het om neutronen die een willekeurige richting
 hebben en na verstrooiing aan een kern de richting $\underline{\Omega}$ krijgen.
 De kans dat een neutron na verstrooiing de richting $\underline{\Omega}$ heeft,
 is gelijk aan het produkt van 2 kansen, nl. de kans dat een
 neutron een verstrooiing ondergaat (Σ_s) vermenigvuldigd
 met de kans dat de verstrooiingsrichting ligt in $d\underline{\Omega}$ om $\underline{\Omega}$,
 dit wordt aangegeven met $p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$,

De kans per kern, dat een neutron dat een denkbeeldig opper-
 vlak van 1 cm^2 loodrecht doorkruist, verstrooid wordt, zo-
 danig dat de richting na verstrooiing in $d\underline{\Omega}$ om $\underline{\Omega}$ ligt is nu:

$$\sigma_s p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\underline{\Omega}$$

en met $N \cdot \sigma_s = \Sigma_s$ wordt dit per cm^3 :

$$\Sigma_s p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\underline{\Omega}$$

hierbij geldt: $\int_{4\pi} p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\underline{\Omega} = 1$

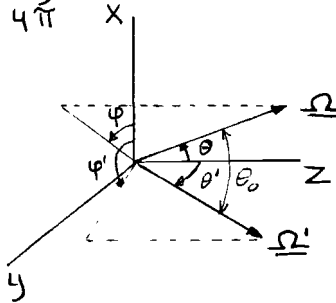


fig. 1.2.-2

Uit fig. 1.2.-2 blijkt dat $p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ alleen een functie is van
 de hoek (θ) tussen de twee richtingen $\underline{\Omega}'$ en $\underline{\Omega}$.

Daar bij de plaat-geometrie $\underline{\Omega}$ gekarakteriseerd is door θ kan voor
 $p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega})$ een andere uitdrukking gevonden worden. Neem $\underline{\Omega}'$ langs
 de z-as en integreer over φ (plaatgeometrie)

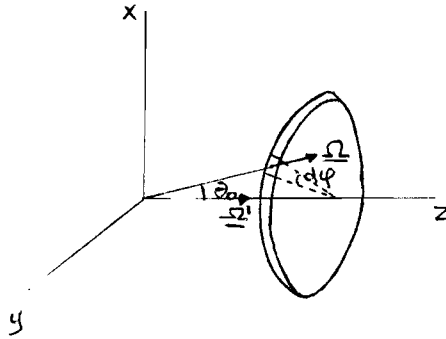


fig.1.2.-3

De kans dat een neutron na scattering de richting $\underline{\Omega}$ heeft is (zie fig. 1.2.-3.) $p(\theta_0) d\theta_0 = \int_{2\pi} p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\cos\theta_0 d\varphi = 2\pi p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\mu_0$

tevens geldt $p(\theta_0) d\theta_0 = p(\mu_0) d\mu_0$

er geldt dan: $p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) = p(\mu_0) / 2\pi$

waarmee de kans op verstrooiing waarbij de richting na verstrooiing ligt in $d\Omega$ om $\underline{\Omega}$, wordt:

$$\Sigma_s \cdot p(\underline{\Omega}' \rightarrow \underline{\Omega}) d\Omega = \Sigma_s \frac{p(\mu_0)}{2\pi} d\Omega$$

Het aantal neutronen met richting $\underline{\Omega}'$ wat in dz verstrooid wordt is: $\phi(z, \mu') dz d\Omega' \Sigma_s$

Het aantal neutronen met richting $\underline{\Omega}'$ dat na verstrooiing in dz , de richting $\underline{\Omega}$ krijgt is:

$$\phi(z, \mu') dz d\Omega' \Sigma_s \cdot p(\mu_0) / 2\pi d\Omega$$

De totale instrooiingsintegraal voor alle richtingen $\underline{\Omega}'$

$$\int_{\Omega'=4} \phi(z, \mu') \Sigma_s p(\mu_0) / 2\pi dz d\Omega d\Omega'$$

Invullen van de 4 afgeleide termen in 1.2.(1) levert op:

$$\mu \frac{d\phi(z, \mu)}{dz} d\mu d\varphi dz + \Sigma_t(z) \phi(z, \mu) d\mu d\varphi dz = \frac{S_0}{4\pi} d\mu d\varphi dz + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega'=4} \phi(z, \mu') \Sigma_s p(\mu_0) d\mu d\varphi dz d\Omega'$$

Na deling door $d\mu d\varphi dz$ wordt bovenstaande vergelijking

$$\mu \frac{d\phi(z, \mu)}{dz} + \Sigma_t \phi(z, \mu) = \frac{S_0}{4\pi} + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega'=4} \phi(z, \mu') \Sigma_s p(\mu_0) d\Omega' \quad 1.2.(2)$$

Dit wordt de ééndimensionale Boltzmannvergelijking voor monoenergetische neutronen genoemd.

Eigenschappen van deze vergelijking:

1): lineair in ϕ

2): $\phi(z, \mu)$ is een hoek afhankelijke functie ($\mu = \cos \theta$)

1.3. Oplossingsmethoden van de ééndimensionale Boltzmannvergelijking

(voor een uitvoeriger beschouwing wordt verwezen naar het college Kernreaktorkunde van Dr. Caspers (ref.1.) en ref.12.)

De oplossingsmethoden zijn te verdelen in 3 groepen.

- 1) Volledig numeriek.
- 2) Integratie over z .

De vergelijking wordt dan getransformeerd naar de integrale transportvergelijking.

- 3) De hoekafhankelijkheid van ϑ wordt benaderd in een reeks van Legendre polynomen, dit is de z.g.n. P_n -methode.

1.4. Legendre polynoom-ontwikkeling.

Als $f(\mu)$ een hoekafhankelijke functie is, $-1 < \mu < 1$, dan kan geschreven worden voor $f(\mu)$:

$$f(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) f_n \quad 1.4(1).$$

waarin P_n de n^{de} Legendre polynoom is en f_n de n^{de} Legendre component is.

Berekening van P_n volgt uit de recurrente betrekking:

$$P_{n+1}(\mu) = \frac{2n+1}{n+1} \mu P_n(\mu) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(\mu) \quad 1.4(2)$$

$$P_0(\mu) = 1; P_1(\mu) = \mu$$

$$\text{d.w.z. } P_2 = \frac{3}{2} \mu^2 - 1/2; P_3 = \frac{5}{2} \mu^3 - \frac{3}{2} \mu \text{ enz.}$$

Eigenschap van de recurrente betrekking in 1.4.2. is de orthogonaliteit van de polynomen n.l.

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu) P_l(\mu) d\mu = \begin{cases} 0 & \text{voor } l \neq n \\ \frac{2}{2n+1} & \text{voor } l = n \end{cases}$$

Van deze eigenschap wordt gebruik gemaakt om de Legendre componenten (f_n) te bepalen.

$$f_n = \int_{-1}^{+1} f(\mu) P_n(\mu) d\mu \quad 1.4.(3).$$

1.5. Toepassing van Legendre Polynomen op de ééndimensionale Boltzmann-vergelijking.

In de ééndimensionale Boltzmannvergelijking (1.2.(2)). zijn twee functies hoekafhankelijk, n.l. $\vartheta(z_1, \mu)$ en $\sum_{s,p} p(\mu_s)$ beide functies worden ontwikkeld in Legendre polynomen:

$$\vartheta(z, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \vartheta_n \quad (\text{naar vergelijking 1.4.(1)}) \quad 1.5.(1)$$

Berekening van de Legendre polynomen met vergelijking 1.4.(2) en de Legendre componenten met vergelijking 1.4.(3) levert op:

$$P_0=1, P_1=\mu$$

$$\phi_0 = \int_{-1}^{+1} \phi(z, \mu) \cdot 1 d\mu \text{ is de scalaire flux } \phi_s(z) \text{ (zie vlg. 1.1.(1))}$$

$$\phi_1 = \int_{-1}^{+1} \phi(z, \mu) \cdot \mu d\mu \text{ is de neutronenstroom (J) (vgl. 1.1.(2))}$$

Ingevuld in 1.5.(1):

$$\begin{aligned} \phi(z, \mu) &= \frac{1}{2} \phi_0 + \frac{3}{2} \mu \phi_1 + \dots \\ &= \frac{1}{2} \phi_s(z) + \frac{3}{2} \mu J(z) + \dots \end{aligned} \quad 1.5.(2)$$

De Legendre polynoom ontwikkeling toegepast op $\sum_s p(\mu_0)$ levert een zelfde vorm op als weergegeven in vergelijking 1.5.(2).

Voor de notatie wordt $\sum_s p(\mu_0) = \sum_s(\mu_0)$ gesteld.

$$\begin{aligned} \sum_s(\mu_0) &= \frac{1}{2} \sum_{s_0} + \frac{3}{2} \mu \sum_{s_1} + \dots \\ \text{met} \quad \sum_{s_0} &= \int_{-1}^{+1} \sum_s(\mu_0) d\mu_0 = \sum_s \end{aligned} \quad 1.5.(3).$$

$$\text{en} \quad \sum_{s_1} = \int_{-1}^{+1} \sum_s(\mu_0) \mu_0 d\mu_0 = \bar{\mu}_0 \sum_s$$

waarbij $\bar{\mu}_0$ is, de gemiddelde cosinus van de verstrooiingshoek.

1.6 Afleiding van de diffusievergelijking.

Bij de diffusievergelijking wordt de flux lineair anisotroop verondersteld, d.w.z. alle P_n voor $n > 1$ in de Legendre polynoom ontwikkeling van $\phi(z, \mu)$ worden 0 verondersteld.

De verstrooiing kan isotroop en lineair anisotroop verondersteld worden.

1° De verstrooiing wordt isotroop verondersteld:

$$\sum_s(\mu_0) = \frac{1}{2} \sum_s$$

De 4° term in vergelijking 1.2.(2.) wordt:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^1} \phi(z, \mu^1) \cdot \frac{1}{2} \sum_s d\Omega^1 =$$

$$\frac{1}{4\pi} \sum_s \int_{4\pi} \phi(z, \mu^1) d\mu^1 d\varphi = \frac{1}{2} \sum_s \phi_s(z) \quad 1.6.(1)$$

Vergelijking 1.2.(2) wordt met invulling van vergelijking

1.6.(1):

$$\mu_i \cdot \frac{d\phi(z, \mu)}{dz} + \sum_t \phi(z, \mu) = \frac{S_0}{4\pi} + \frac{1}{2} \sum_s \phi_s(z) \quad 1.6.(2)$$

In de diffusietheorie gaat men uit van lineair anisotrope flux, vergelijking 1.6.(2) (met $\phi(z, \mu) = 1/2\phi_s(z) + 3/2\mu J(z)$) wordt achtereenvolgens onderworpen aan de operaties $\int_{-1}^{+1} d\mu$ en $\int_{-1}^{+1} \mu d\mu$ wat twee vergelijkingen oplevert, met twee onbekenden, hiermee wordt gebruik gemaakt van de orthogonaliteitsvoorwaarde voor Legendre polynomen.

$\phi(z, \mu) = 1/2\phi_s(z) + 3/2\mu J(z)$ ingevuld in 1.6.(2) geeft

$$1/2\mu \frac{d\phi_s(z)}{dz} + 3/2\mu^2 \frac{dJ(z)}{dz} + 1/2 \sum_t \phi_s(z) + 3/2 \sum_t J(z) = \frac{S_0}{4\pi} + 1/2 \sum_s \phi_s(z)$$

$$\phi_s(z) \tag{1.6.(3)}$$

Operatie $\int_{-1}^{+1} d\mu$ toegepast op bovenstaande vergelijking levert op:

$$\frac{dJ(z)}{dz} + \sum_t \phi_s(z) = \frac{S_0}{4\pi} + \sum_s \phi_s(z) \tag{1.6.(4)}$$

Operatie $\int_{-1}^{+1} \mu d\mu$ toegepast op vergelijking 1.6.(3) levert op:

$$1/3 \frac{d\phi_s(z)}{dz} + \sum_t J(z) = 0 \tag{1.6.(5)}$$

Uit vergelijking 1.6.(5) volgt:

$$J(z) = - \frac{1}{3\sum_t} \frac{d\phi_s(z)}{dz}$$

dit is een equivalent aan de wet van Fick:

$$J = -D \frac{d\phi_s(z)}{dz} \tag{1.6.(6)}$$

In het geval van isotrope verstrooiing is de diffusiecoëfficiënt D dus gelijk aan $1/3 \sum_t$.

Voor J wordt $-D \frac{d\phi_s(z)}{dz}$ ingevuld in vergelijking 1.6.(4), dit levert de diffusievergelijking op:

$$-D \frac{d^2\phi_s(z)}{dz^2} + \sum_t \phi_s(z) = \frac{S_0}{2\pi} + \sum_s \phi_s(z)$$

Deze vergelijking gaat met \sum_a (absorptie) = $\sum_t - \sum_s$ over in:

$$-D \frac{d^2\phi_s(z)}{dz^2} + \sum_a \phi_s(z) = \frac{S_0}{2\pi} \tag{1.6.(7)}$$

De ééndimensionale diffusievergelijking.

Bij de aanname van lineair anisotrope verstrooiing behoudt de

diffusievergelijking dezelfde vorm als 1.6.(7)., alleen $D = \frac{1}{3(\Sigma_t - \Sigma_{a0})}$
 Interpretatie van de diffusievergelijking:

$\sum_a \phi_s(z)$ is het aantal neutronen dat geabsorbeerd wordt in het
 volume elementje. $-D \frac{d^2 \phi_s(z)}{dz^2}$ = het aantal neutronen dat weg lekt.

$\frac{S_0}{4\pi}$ = bronterm. De 3-dimensionale diffusievergelijking volgt direkt
 uit 1.6.7: $-D \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \sum_a \phi(\mathbf{r}) = \frac{S_0}{2\pi}$ 1.6.(8).

1.7. De ééngroeps-diffusievergelijking met uitgewerkte bronterm.

Bij de ééngroepsdiffusievergelijking gaat men uit van een on-
eindige reactor.

In dit geval wordt de bronterm: $k_{\infty} \cdot \sum_a \phi$

Met vergelijking 1.6.(8) wordt dit:

$$-D \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \sum_a \phi(\mathbf{r}) = k_{\infty} \cdot \sum_a \phi(\mathbf{r}) \quad 1.7.(1)$$

oftewel:

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \frac{k_{\infty} \sum_a - \sum_a}{D} \phi(\mathbf{r}) = 0 \quad 1.7.(2)$$

De faktor $\frac{k_{\infty} \sum_a - \sum_a}{D}$ wordt de Bollingsfaktor B^2 genoemd

(zie ref. 1)

Vergelijking 1.7.(2) gaat over in

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + B^2 \phi(\mathbf{r}) = 0 \quad 1.7.(3).$$

2. Dynamika.

In het hoofdstuk statica wordt de flux en daarmee dus de neutronen dichtheid tijd onafhankelijk verondersteld.

Nu zullen we uitgaan van tijdafhankelijke functies, en leiden uit de tijdafhankelijke diffusievergelijking de reaktorkinetische vergelijkingen af.

2.1 Afleiding van de reaktorkinetische vergelijking.

De tijdafhankelijke diffusievergelijking wordt nu, uitgaande van vergelijking 1.6.(8).

$$D \nabla^2 \phi(r,t) - \sum_a \phi(r,t) + S^1(t) = \frac{\partial n}{\partial t} \quad 2.1.(1).$$

$\frac{\partial n}{\partial t}$ geeft de toename van de neutronendichtheid aan.

Voor de bronterm $S^1(t)$ kan op de volgende wijze een uitdrukking afgeleid worden.

$S^1(t)$ is te splitsen in 3 delen:

- aantal door splijting prompt (direkt) vrijgekomen neutronen
- aantal vertraagd vrijgekomen neutronen, t.g.v. het verval van de bij de splijting gevormde splijtingsfragmenten
- aantal neutronen t.g.v. een in de reactor geplaatste bron (S).

Het aantal vertraagd vrijgekomen neutronen is een fractie β , van het totaal geproduceerd aantal neutronen. Voor de regeling van de reactor zijn deze neutronen van wezenlijk belang. De factor is afhankelijk van de splijtstof,

$$\begin{aligned} \text{voor } U^{235} &: \beta = 0,73\% \\ U^{238} &: \beta = 0,24\% \\ P_u^{239} &: \beta = 0,36\% \end{aligned}$$

In de bronterm worden ze hier echter verwaarloosd, daar wij naar een uitdrukking willen die de detectie van neutronen aangeeft en de kans op detectie van de vertraagde neutronen, door hun gering aantal t.o.v. de prompte neutronen, verwaarloosbaar is en ze mogen als een ongekorreleerde bron beschouwd worden.

Het aantal geabsorbeerde neutronen is: $\sum_a \phi(r,t)$, dan is het totaal aantal geproduceerde neutronen, voor een oneindige reactor: $k_{\infty} \sum_a \phi(r,t)$.

T.g.v. de eindige afmetingen van de reactor lekt er ook een bepaald gedeelte weg, deze fractie wordt aangegeven met $1-L_f$, waarin L_f de niet-lekfactor is. Het totaal aantal geproduceerde neutronen is geworden: $k_{\infty} L_f \sum_a \phi(r, t)$, van dit aantal is zoals bovengenoemd de fractie β vertraagd.

Het totaal aantal geproduceerde prompte neutronen is dus

$$(1-\beta)k_{\infty} L_f \sum_a \phi(r, t) \quad 2.1.(2)$$

De bronterm $S^1(t)$ in 2.1.1. wordt nu, met verwaarlozing van vertraagde neutronen:

$$S^1(t) = (1-\beta)k_{\infty} L_f \sum_a \phi(r, t) + S \quad 2.1.(3)$$

Vergelijking 2.1.(1) met 2.1.(3) wordt

$$D \nabla^2 \phi(r, t) - \sum_a \phi(r, t) + (1-\beta)k_{\infty} L_f \sum_a \phi(r, t) + S = \frac{\partial n(r, t)}{\partial t} \quad 2.1.(4)$$

Deze vergelijking kan opgelost worden met de methode van scheiding van variabelen, dus stel

$$\phi(r, t) = \phi(r) \phi(t)$$

zodat 2.1.(4) dan overgaat in

$$D \nabla^2 \phi(r) \phi(t) - \sum_a \phi(r) \phi(t) + (1-\beta)k_{\infty} L_f \sum_a \phi(r) \phi(t) + S = \frac{1}{v} \phi(r) \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Voor $\nabla^2 \phi(r) = -B^2 \phi(r)$ (vgl. 1.7.(3)) te schrijven, zodat bovenstaande vergelijking na deling door $\phi(r)$ en $\frac{S}{\phi(r)} = S$ overgaat in

$$-DB^2 \phi(t) - \sum_a \phi(t) + (1-\beta)k_{\infty} L_f \sum_a \phi(t) + S = \frac{1}{v} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{dn(t)}{dt}$$

De term $DB^2 + \sum_a$ wordt afgesplitst

$$(DB^2 + \sum_a) \left(-1 + \frac{\sum_a}{\sum_a + DB^2} \cdot L_f k_{\infty} (1-\beta) \right) \phi(t) + S = \frac{dn(t)}{dt} \quad 2.1.(5).$$

De term $\frac{\sum_a}{\sum_a + DB^2}$ in 2.1.(5) wordt de thermische niet-lekfactor genoemd, L_{th} .

$v \cdot (DB^2 + \sum_a)$ is het reciproke van de gemiddelde neutronen leeftijd l .

Vergelijking 2.1.(5) gaat dan over in

$$\frac{1}{l} (-1 + L_{th} \cdot L_f \cdot k_{\infty} (1-\beta)) n(t) + S = \frac{dn(t)}{dt}$$

Het produkt $L_f \cdot L_{th} \cdot k_{\infty}$ wordt de effectieve vermenigvuldigingsfactor k_{eff} genoemd.

We krijgen dan voor de reactorkinetische vergelijking met verwaarlozing van de vertraagde neutronen:

$$n(t) \cdot (k_{\text{eff}} \cdot (1 - \beta) - 1) / \Lambda + S = \frac{dn(t)}{dt} \quad 2.1.(6)$$

2.2 De reactorkinetische vergelijking met de parameters ρ en Λ

De kinetische vergelijking 2.1.(6) krijgt de meest gebruikelijke vorm door toepassing van de parameters.

ρ , de reactiviteit en Λ , de generatietijd.

$\rho = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}}$, dit is een maat voor de verstoring van de reactor.

$\Lambda = \frac{1}{k_{\text{eff}}}$, dit is de tijd welk een neutron na zijn geboorte door

een splijting, nodig heeft om een nieuwe splijting te veroorzaken, ook wel de generatietijd genoemd.

Vergelijking 2.1.(6) kan geschreven worden als

$$n(t) \cdot \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}} - \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}} \cdot \beta + S = \frac{dn(t)}{dt}$$

Dit wordt met de parameters ρ en Λ :

$$n(t) \cdot \frac{\rho - \beta}{\Lambda} + S = \frac{dn(t)}{dt} \quad 2.2.(1)$$

Door het produkt $\frac{n \cdot \rho}{\Lambda}$ is vergelijking 2.2.(1) geen lineaire differentiaal vergelijking. De differentiaal vergelijking kan gelineairiseerd worden door kleine storingen uit de evenwichtstoestanden,

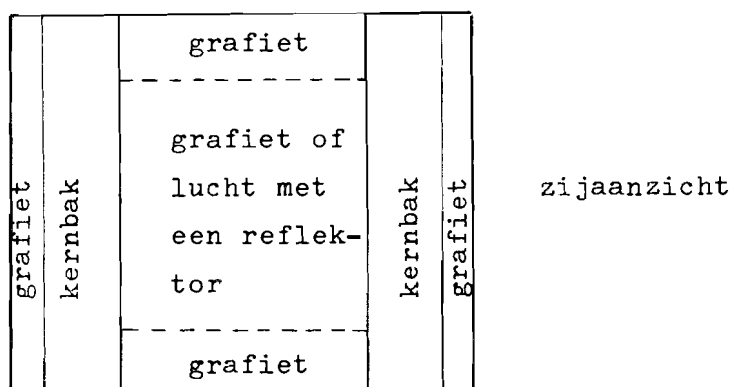
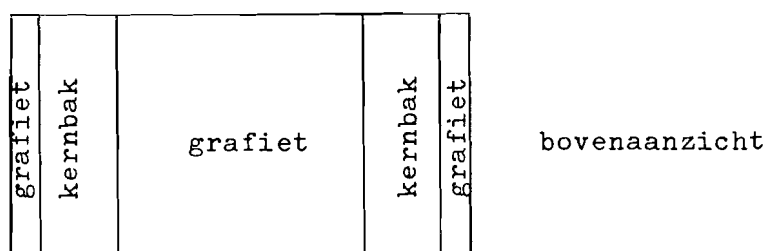
$$n = n_0 + \Delta n \quad \text{en} \quad \rho = \rho_0 + \Delta \rho$$

Uitwerkingen van deze vergelijkingen en bepalen van de overdrachtsfunctie wordt gegeven in ref. 2 en ref. 3.

2.3 De kinetische vergelijkingen van het tweepuntsmodel.

De Athenereaktor heeft twee kernbakken welke gescheiden worden door een medium. Afhankelijk van hoe de configuratie van de kern is kan dit medium bestaan uit alleen maar grafiet of in het midden een lege ruimte met een neutronen reflector, welke voor andere studies aan de reactor gebruikt wordt.

Schematisch is dit weergegeven in fig. 2.3.1.



schematische doorsneden van Athene reaktor

fig. 2.3. -1

Gaat men er nu van uit dat de koppeling tussen de twee kernbakken gering is, d.w.z. dat de neutronen die lopen van kernbak 1 door het grafiet naar kernbak 2 t.o.v. het aantal in kernbak 2 zelfgeproduceerde neutronen klein is, en omgekeerd ook.

De neutronen die naar de andere kernbak lopen zullen dan geen noemenswaardige invloed op de flux in de afzonderlijke kernbak uitoefenen. We kunnen nu zeggen dat kernbak 1 een externe bron voor kernbak 2 vormt en omgekeerd, echter zodanig dat de fluxverdelingen in de kernbakken niet noemenswaardig beïnvloed worden door de externe bron. Of anders gezegd, de fluxverdeling in één kernbak zal nagenoeg niet veranderen bij het verwijderen van de andere kernbak.

De bronterm S in vergelijking 2.2.(1) wordt nu gesplitst in 2 delen, het ene deel t.g.v. de neutronen in de andere bak en het andere deel t.g.v. een eventueel aangebrachte externe bron. Er is een lineair verband tussen de bronterm in bak 1 en de neutronenconcentratie in bak 2.

De bronterm S wordt nu voor bak 1:

$$S_1 = \alpha_{21} n_2 + S_1^1 \quad 2.3.(1)$$

en voor bak 2:

$$S_2 = \alpha_{12} n_1 + S_2^1 \quad 2.3.(2)$$

Vergelijking 2.2.(1) wordt nu voor bak 1:

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} n_1(t) + \alpha_{21} n_2(t) + S_1^1$$

n_1 is de neutronenconcentratie in bak 1 en n_2 de neutronenconcentratie in bak 2.

Voor bak 2 geldt nu:

$$\frac{dn_2(t)}{dt} = \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} n_2(t) + \alpha_{12} n_1(t) + S_2^1$$

Nemen we voor de beide koppelingsfactoren α de genormaliseerde koppelingsfactoren, dan komen beide bovenstaande vergelijkingen er als volgt uit te zien.

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} n_1(t) + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2(t) + S_1^1 \quad 2.3.(3)$$

$$\frac{dn_2(t)}{dt} = \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} n_2(t) + \frac{\eta_2}{\Lambda_2} n_1(t) + S_2^1$$

Voor een bepaalde kernconfiguratie zijn Λ_1 , Λ_2 , η_1 en η_2 konstanten. De reactiviteiten ρ_1 en ρ_2 kunnen verschillend zijn, afhankelijk van de stand van de regelplaten.

Bovenstaande differentiaal vergelijkingen zijn de uitgangsvergelijkingen van de reactor ruismetingen. Hierbij is er van uitgegaan dat er geen 'looptijd' is voor de neutronen welke van de ene bak door het grafiet naar de andere bak lopen. Wordt er wel een looptijd tussen de beide kernbakken aan genomen, dan worden de vergelijkingen 2.3.(3).

$$\begin{aligned} \dot{n}_1(t) &= \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} n_1(t) + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2(t-T) + S_1^1 \\ \dot{n}_2(t) &= \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} n_2(t) + \frac{\eta_2}{\Lambda_2} n_1(t-T) + S_2^1 \end{aligned} \quad 2.3.(4)$$

waarbij T de looptijd tussen de bakken voorstelt.

3. Reactorruis.

Voor een historisch overzicht van de reactorruistheorie wordt verwezen naar Dragt (ref.4).

In de volgende afleidingen wordt uitgegaan van een stationaire reactor. D.w.z. de reactor is of kritiek, of subkritiek met een konstante, in de reactor gebrachte neutronenbron. Bij de ruismetingen wordt aangenomen dat de bron en de vertraagde neutronen een 'witte ruis' spektrum hebben.

Voor de detectie van de neutronen worden één of twee detectoren in de reactor geplaatst. De detectoren absorberen neutronen (ref.7) met het gevolg dat zij de flux in de reactor beïnvloeden.

3.1 Berekening van de kans op het aanwezig zijn van een neutron ten tijde t_1 gegeven een neutron op $t = 0$

We gaan uit van een volledig 'maagdelijke' reactor. Op $t = 0$ wordt er een neutronen impuls $S_1^1 \delta(t)$ in bak 1 en $S_2^1 \delta(t)$ in bak 2 gegeven. De twee gekoppelde differentiaal vergelijkingen (2.3.(3)) worden dan (dit is met verwaarlozing van vertraagde neutronen)

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} n_1(t) + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2(t) + S_1^1 \delta(t) \quad 3.1.(1)$$

$$\frac{dn_2(t)}{dt} = \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} n_2(t) + \frac{\eta_2}{\Lambda_2} n_1(t) + S_2^1 \delta(t)$$

Indien de reactiviteiten konstant zijn, wat het geval is bij vaste regelplaatstanden, kan Laplace-transformatie toegepast worden.

De Laplace getransformeerde van 3.1.(1) is

$$\begin{aligned} s.N_1(s) &= \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} N_1(s) + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} N_2(s) + S_1^1 \\ s.N_2(s) &= \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} N_2(s) + \frac{\eta_2}{\Lambda_2} N_1(s) + S_2^1 \end{aligned} \quad 3.1.(2).$$

Om de oplossingen overzichtelijk te houden worden de volgende parameters ingevoerd,

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda_1} & \alpha_{22} &= \frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda_2} \\ \alpha_{12} &= \frac{\eta_1}{\Lambda_1} & \alpha_{21} &= \frac{\eta_2}{\Lambda_2} \end{aligned}$$

3.1.(2) gaat nu over in

$$s \cdot N_1(s) = \alpha_{11} N_1(s) + \alpha_{12} N_2(s) + S_1^1$$

$$s \cdot N_2(s) = \alpha_{21} N_1(s) + \alpha_{22} N_2(s) + S_2^1$$

In matrix vorm wordt dit

$$\begin{pmatrix} S_1^1 \\ S_2^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s - \alpha_{11} & -\alpha_{12} \\ -\alpha_{21} & s - \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1(s) \\ N_2(s) \end{pmatrix}$$

Met de regel van Kramer kan direkt de oplossing voor $N_1(s)$ en $N_2(s)$ gegeven worden.

$$N_1(s) = \frac{S_1^1(s - \alpha_{22}) + S_2^1 \alpha_{12}}{(s - \alpha_{11})(s - \alpha_{22}) - \alpha_{12} \alpha_{21}}$$

$$N_2(s) = \frac{S_2^1(s - \alpha_{11}) + S_1^1 \alpha_{21}}{(s - \alpha_{11})(s - \alpha_{22}) - \alpha_{12} \alpha_{21}} \quad 3.1.(3)$$

De noemer is te schrijven als $(s - j_1)(s - j_2)$ waarbij j_1 en j_2 oplossingen van de vierkantsvergelijking zijn.

$$s^2 - s(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21} = (s - j_1)(s - j_2)$$

waaruit volgt

$$j_1 + j_2 = \alpha_{11} + \alpha_{22} \quad 3.1.(4)$$

$$j_1 \cdot j_2 = \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21} \quad 3.1.(5)$$

Door toepassing van de residustelling krijgen de vergelijkingen uit 3.1.(3) de voor in-verse Laplace transformatie toepasbare vorm.

$$N_1(s) = \frac{\frac{S_1^1(j_1 - \alpha_{22}) + S_2^1 \alpha_{12}}{j_1 - j_2}}{s - j_1} + \frac{\frac{S_1^1(j_2 - \alpha_{22}) + S_2^1 \alpha_{12}}{j_2 - j_1}}{s - j_2}$$

$$N_2(s) = \frac{\frac{S_2^1(j_2 - \alpha_{11}) + S_1^1 \alpha_{21}}{j_2 - j_1}}{s - j_2} + \frac{\frac{S_2^1(j_1 - \alpha_{11}) + S_1^1 \alpha_{21}}{j_1 - j_2}}{s - j_1}$$

Terugtransformatie naar het tijddomein levert op

$$n_1(t) = s_1^1 \frac{j_1 - \alpha_{22}}{j_1 - j_2} e^{j_1 t} + s_2^1 \frac{\alpha_{12}}{j_1 - j_2} e^{j_1 t} + s_1^1 \frac{j_2 - \alpha_{22}}{j_2 - j_1} e^{j_2 t} + s_2^1 \frac{\alpha_{12}}{j_2 - j_1} e^{j_2 t}$$

$$n_2(t) = s_2^1 \frac{j_2 - \alpha_{11}}{j_2 - j_1} e^{j_2 t} + s_1^1 \frac{\alpha_{21}}{j_2 - j_1} e^{j_2 t} + s_2^1 \frac{j_1 - \alpha_{11}}{j_1 - j_2} e^{j_1 t} + s_1^1 \frac{\alpha_{21}}{j_1 - j_2} e^{j_1 t}$$

(j_1 en j_2 zijn altijd kleiner dan nul (paragraaf 3.2)) 3.1.(6)

De vergelijkingen kunnen vereenvoudigd worden m.b.v. de gelijkheid uit 3.1.(4) en de volgende coëfficiënten.

$$a_{11} = \frac{j_1 - \alpha_{22}}{j_1 - j_2} = \frac{j_2 - \alpha_{11}}{j_2 - j_1} \quad 3.1.(7)$$

$$a_{12} = \frac{\alpha_{12}}{j_1 - j_2} \quad 3.1.(8)$$

$$a_{21} = \frac{\alpha_{21}}{j_1 - j_2} \quad 3.1.(9)$$

$$b_{11} = \frac{j_1 - \alpha_{11}}{j_1 - j_2} = \frac{j_2 - \alpha_{22}}{j_2 - j_1} \quad 3.1.(10)$$

Vergelijking 3.1.(6) gaat dan over in

$$n_1(t) = s_1^1 (a_{11} e^{j_1 t} + b_{11} e^{j_2 t}) + s_2^1 a_{12} (e^{j_1 t} - e^{j_2 t}) \quad 3.1.(11)$$

$$n_2(t) = s_1^1 a_{21} (e^{j_1 t} - e^{j_2 t}) + s_2^1 (b_{11} e^{j_1 t} + a_{11} e^{j_2 t})$$

De coëfficiënten a_{12} en a_{21} worden de koppelingscoëfficiënten genoemd, zij geven de mate van koppeling tussen de twee bakken aan.

Definieren we

$$\pi_{11}(t) = a_{11} e^{j_1 t} + b_{11} e^{j_2 t} \quad 3.1.(12)$$

$$\pi_{12}(t) = a_{12} (e^{j_1 t} - e^{j_2 t}) \quad 3.1.(14)$$

$$\pi_{21}(t) = a_{21} (e^{j_1 t} - e^{j_2 t}) \quad 3.1.(15)$$

$$\pi_{22}(t) = b_{11} e^{j_1 t} + a_{11} e^{j_2 t} \quad 3.1.(16)$$

Met de gelijkheden uit 3.1.(7) t/m 3.1.(10) volgt

$$a_{11} + b_{11} = 1$$

$$\frac{\pi_{12}}{\pi_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{21}}$$

Het stelsel vergelijkingen van 3.1.(11) gaat met 3.1.(12) t/m 3.1.(16) over in:

$$\begin{aligned} n_1(t) &= S_1^1 \pi_{11}(t) + S_2^1 \pi_{12}(t) \\ n_2(t) &= S_1^1 \pi_{21}(t) + S_2^1 \pi_{22}(t) \end{aligned} \quad 3.1.(17)$$

De functie $\pi_{11}(t)$ stelt de kans voor op het aantreffen van een neutron in kernbak 1 ten tijde t , gegeven één neutron op $t = 0$ in kernbak 1.

Voor de functie $\pi_{12}(t)$ kunnen we zeggen dat dit de kans is op het aantreffen van een neutron in kernbak 1 op het tijdstip t gegeven dat er op $t = 0$ één neutron was in kernbak 2.

Voor π_{21} en π_{22} geldt het analoge, maar dan voor kernbak 2.

3.2 Integrale reaktiviteit.

In het vorige hoofdstuk is gesproken over de reaktiviteit van bak 1 en bak 2. Het is wenselijk en zinvol om over één reaktiviteit van de totale reaktor te spreken, de zogenaamde integrale reaktiviteit. We berekenen hiervoor de produktie van neutronen per seconde voor elke bak. En definiëren het quotient van de totale produktie en totaal aantal verdwijnende neutronen als de effectieve vermenigvuldigingsfaktor van de gehele reaktor.

Het aantal verdwijnende neutronen in kernbak 1 met verwaarlozing van de vertraagde neutronen is $\frac{n_1}{l_1}$. Als de effectieve vermenigvuldigingsfaktor voor bak 1, k_1 is, dan is de produktie per seconde van neutronen in kernbak 1 (S_1) gelijk aan $k_1 \cdot \frac{n_1}{l_1} + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2$ dus.

$$S_1 = k_1 \frac{n_1}{l_1} + \frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2 \quad 3.2.(1)$$

$$\text{idem voor bak 2 : } S_2 = k_2 \frac{n_2}{l_2} + \frac{\eta_2}{\Lambda_2} n_1 \quad 3.2.(2)$$

Het aantal verdwijnende neutronen in de gehele reaktor is

$$\frac{n_1}{l_1} + \frac{n_2}{l_2} \text{ en de totale produktie van neutronen, per seconde is } S = S_1 + S_2.$$

zodat de effectieve vermenigvuldigingsfaktor voor de gehele reaktor is:

$$k = \frac{S_1 + S_2}{\frac{n_1}{l_1} + \frac{n_2}{l_2}}$$

waaruit volgt dat $S_1 = k \frac{n_1}{l_1}$ en $S_2 = k \frac{n_2}{l_2}$, dit ingevuld in vergelijking 3.2.(1) en 3.2.(2) geeft de volgende matrix

$$\begin{pmatrix} \frac{k_1 - k}{l_1} & \frac{\eta_1}{\Lambda_1} \\ \frac{\eta_2}{\Lambda_2} & \frac{k_2 - k}{l_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = 0 \quad 3.2.(3)$$

De vergelijkingen moeten afhankelijk zijn wil er voor n_1 en n_2 een van nul verschillende oplossing zijn, dat wil zeggen dat de determinant 0 moet zijn.

Met $\Lambda_1 = \frac{l_1}{k_1}$ en $\Lambda_2 = \frac{l_2}{k_2}$ wordt de determinant

$$(k_1 - k)(k_2 - k) - \eta_1 \eta_2 \frac{k_1 k_2}{k} = 0$$

Of na deling door k_1 en k_2

$$\frac{k_1 - k}{k_1} \cdot \frac{k_2 - k}{k_2} - \eta_1 \eta_2 = 0 \quad 3.2.(4)$$

De reaktiviteit is gedefinieerd als

$$\rho_1 = \frac{k_1 - 1}{k_1} ; \rho_2 = \frac{k_2 - 1}{k_2} \text{ en } \rho = \frac{k - 1}{k} \quad 3.2.(5)$$

Afsplitsing van deze delen in 3.2.(4) geeft

$$\left(\frac{k_1 - 1}{k_1} - \frac{k - 1}{k} \cdot \frac{k}{k_1} \right) \left(\frac{k_2 - 1}{k_2} - \frac{k - 1}{k} \cdot \frac{k}{k_2} \right) - \eta_1 \eta_2 = 0$$

Na invulling van de reaktiviteiten gaat bovenstaande vergelijking over in:

$$\left(\rho_1 - \frac{k}{k_1} \rho \right) \left(\rho_2 - \frac{k}{k_2} \rho \right) - \eta_1 \eta_2 = 0 \quad 3.2.(6)$$

Als $\frac{k}{k_1}$ en $\frac{k}{k_2}$ ongeveer 1 zijn, dat wil zeggen $\frac{\eta_1}{\Lambda_1} n_2 \ll k_1 \frac{n_1}{l_1}$

en $\frac{\eta_2}{\Lambda_2} n_1 \ll k_2 \cdot \frac{n_2}{l_2}$ dus een zwakke koppeling tussen de beide

bakken, gaat 3.2.(6) over in

$$(\rho_1 - \rho)(\rho_2 - \rho) - \eta_1 \eta_2 = 0 \quad 3.2.(7).$$

Bij een kritieke reaktor is $k = 1$ dus $\rho = 0$ met 3.2.(7) geeft deze toestand dus $\rho_{1c} \cdot \rho_{2c} = \eta_1 \eta_2$

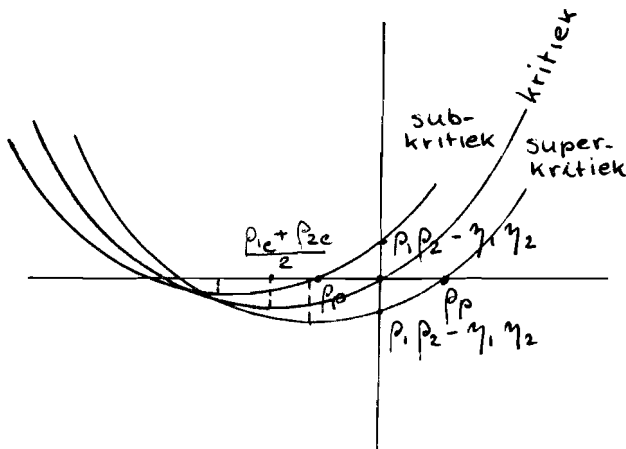
ρ_{1c} en ρ_{2c} zijn de kritieke reaktiviteiten van de kernbakken.

Oplossingen van de vierkantsvergelijking 3.2.(7) noemen we ρ_p en ρ_n . Er geldt dus

$$\rho_p + \rho_n = \rho_1 + \rho_2 \quad 3.2.(8)$$

$$\rho_p \cdot \rho_n = \rho_1 \rho_2 - \eta_1 \eta_2 \quad 3.2.(9)$$

De grootste oplossing van vergelijking 3.2.(7) wordt de integrale reaktiviteit genoemd. Dat dit inderdaad als een reaktiviteit gezien kan worden, wordt aan de hand van fig. 3.2.-1 uitgelegd.



het linkergebied van de kritieke kromme is de sub-kritieke toestand en het rechtergebied de overkritieke toestand.

Grafische weergave van vgl. 3.2.(7)

voor verschillende ρ_1 en ρ_2 .

fig. 3.2.-1

In de kritieke toestand gaat de kromme die 3.2.(7) beschrijft door de oorsprong. Wordt de totale bak subkritiek gemaakt, dan worden ρ_1 en ρ_2 kleiner, negatiever, d.w.z. het produkt $\rho_1 \rho_2 > \rho_{1c} \rho_{2c}$, dus $\rho_1 \rho_2 - \eta_1 \eta_2 > 0$. Beide nulpunten worden negatief. Bij overkritieke reaktor zijn ρ_1 en ρ_2 groter dan ρ_{1c} en ρ_{2c} , beide echter nog wel negatief zodat het minimum van de kromme naar de oorsprong verschuift en $\rho_1 \rho_2 - \eta_1 \eta_2 < 0$ wordt. Dit geeft als grootste oplossing $\rho_p > 0$.

De genoemde eigenschappen zijn de karakteristieke eigenschappen van de reaktiviteit.

Vergelijken we de vergelijkingen 3.2.(8) en 3.2.(9) met 3.1.(4) en 3.1.(5) dan zien we grote overeenkomst.

Stellen we $j_1 = \frac{\rho_p - \beta}{\Lambda}$ en $j_2 = \frac{\rho_n - \beta}{\Lambda}$ en vullem dit in in 3.1.(4) en 3.1.(5) dan voldoen de vergelijkingen aan 3.2.(8) en 3.2.(9). Uit j_1 , d.w.z. de grootste eigenwaarde van matrix $[\alpha]$ is dus de integrale reaktiviteit te berekenen.

3.3 Model van het reactor proces, ontstaan van reactorruis.

Het model van het reactor proces, gebaseerd op de afleidingen in 3.1, bestaat uit een reeks van in de tijd verschoven impulsfuncties met ongelijke amplitude. De impulsfunctie is de mathematische weergave van de splitsing van een kern, waarbij een bepaald aantal neutronen (de amplitude) vrijkomen (fig.3.3.-1). In de reactorfysica wordt het aantal per splijting vrijkomende neutronen de vermenigvuldigingsfactor voor splijting ν genoemd.

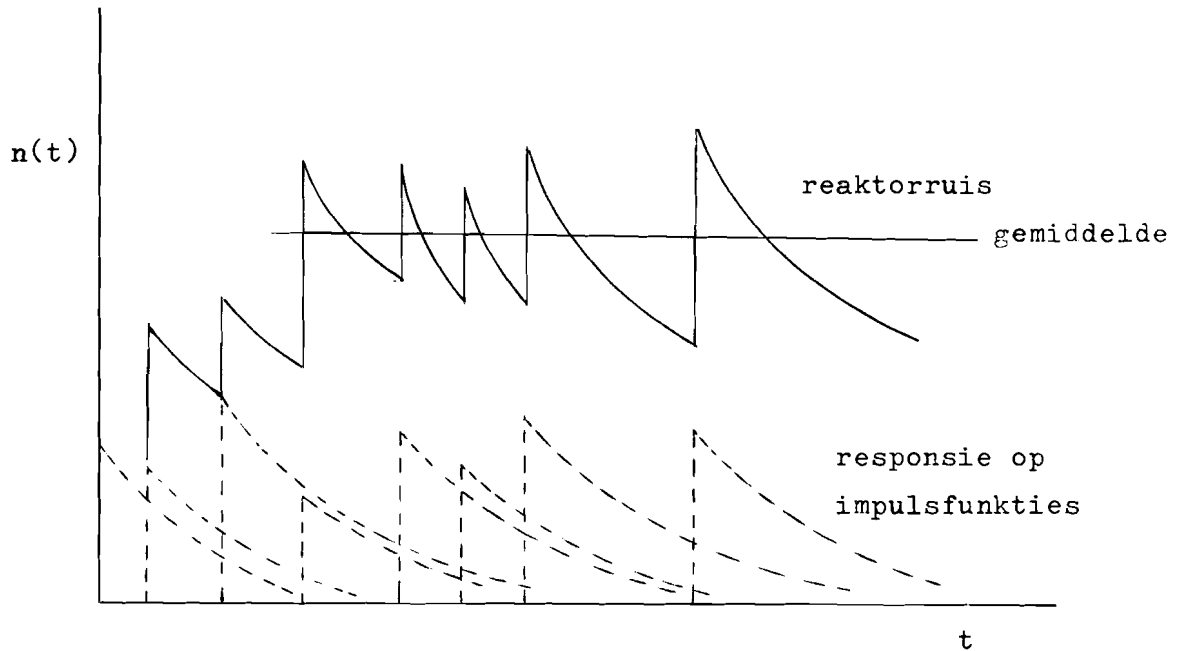
Houden we deze notatie aan, dan is voor de pulsreeks te schrijven:

$$\begin{aligned} S_1^1(t) &= \sum_{i=0}^n \nu_i \delta(t - \tau_i) \\ S_2^1(t) &= \sum_{j=0}^n \nu_j \delta(t - \tau_j) \end{aligned} \quad \tau_n \leq t \quad 3.3.(1)$$

3.1.(11) gaat dan over in

$$\begin{aligned} n_1(t) &= \sum_{i=0}^n \nu_i (a_{11} e^{j_1(t-\tau_i)} + b_{11} e^{j_2(t-\tau_i)}) + \sum_{j=0}^n \nu_j a_{12} (e^{j_1(t-\tau_j)} - e^{j_2(t-\tau_j)}) \\ n_2(t) &= \sum_{i=0}^n \nu_i a_{21} (e^{j_1(t-\tau_i)} - e^{j_2(t-\tau_i)}) + \sum_{j=0}^n \nu_j (b_{11} e^{j_1(t-\tau_j)} + a_{11} e^{j_2(t-\tau_j)}) \end{aligned} \quad 3.3.(2)$$

In fig. 3.3.-1 zien we dat de neutronen concentratie opgebouwd is uit een constante term, met daarop gesuperponeerd een ruissignaal. Het ruissignaal bestaat uit een aantal exponentieel aflopende functies met 2 vervalconstanten, j_1 en j_2 .



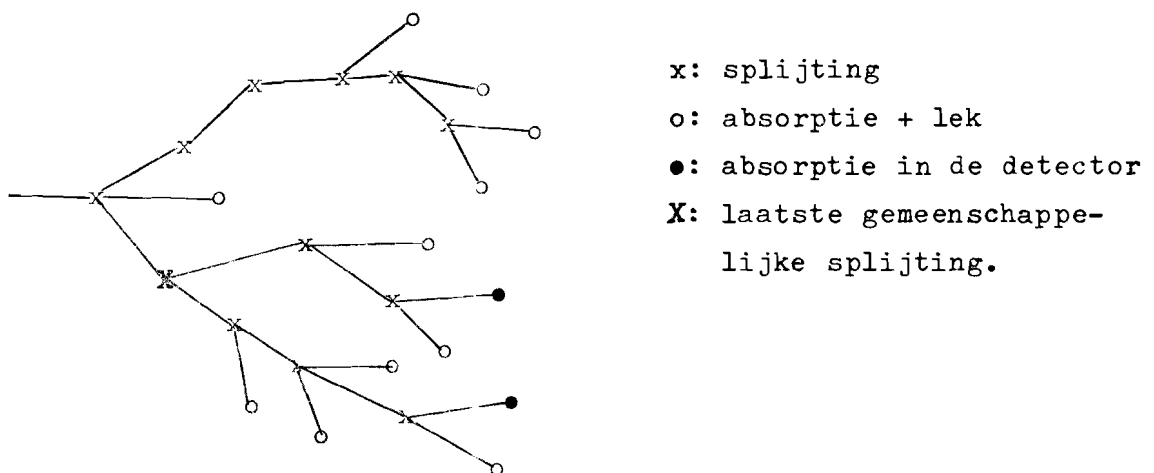
Schematische voorstelling van het ontstaan
van raktorruis.

fig.3.3.-1

We zijn nu geïnteresseerd in de bepaling van de twee vervalkonstanten j_1 en j_2 en de koppelingsfactoren uit de reaktorruis.

3.4 Gekorreleerde en ongekorreleerde neutronenparen.

Een splijtingsketen zoals die er in een subkritieke reactor uit kan zien wordt gegeven in fig. 3.4.-1. Op hetzelfde tijdstip zijn er verschillende splijtingsketens aanwezig.



Een splijtingsketen zoals dat in de reaktor voor kan komen.

fig.3.4.-1

Twee neutronen die in een BF_3 -teller gedetecteerd worden kunnen van verschillende bronnen afkomstig zijn, nl. van

- één en dezelfde splijtingsketen,
- twee verschillende splijtingsketens
- beide van de externe bron
- één van de bron en één van de splijtingsketen.

Alleen in het 1^0 geval is er een correlatie tussen de gedetecteerde neutronen, in alle andere gevallen zijn de gedetecteerde neutronen ongecorrleerd, aangenomen dan dat de bron ongecorrleerde neutronen produceert.

3.5 Berekening van de kansen op detectie van gekorreleerde neutronenparen.

Het begrip 'kans' wat in deze paragraaf veelvuldig aan de orde komt, stemt niet overeen met het begrip kans zoals dat in de wiskunde gedefinieerd is. De begrippen 'kans' en 'kansdichtheid' zoals die hier gebruikt worden, worden algemeen in de literatuur over reactorruis toegepast. Ook op de regeltechnische afdeling van de Athenereactor wordt algemeen gewerkt met de begrippen zoals ze in de literatuur gebruikt worden. Dit was voor mij dan ook de reden om af te wijken van de begrippen zoals die o.a. in de wiskunde gedefinieerd worden. Voor het inzicht geef ik hieronder de overeenkomst aan tussen de begrippen die in dit verslag gebruikt worden en de begrippen en definities zoals die in het collegedictaat Stochastische Signaal theorie van Prof.dr.ir.P.Eykhoff gebruikt worden.

Indien een detector gemiddeld per seconde C tellingen telt, wordt gezegd dat de kans op het tellen van een aantal neutronen per seconde C is de kans op het tellen van een aantal neutronen in dt is: $p(t) dt = C dt$. Wat hier als kans genoemd wordt, wordt in bovenstaand dictaat gedefinieerd als de verwachting van het aantal tellingen over dat tijd interval : $E(x(t))$ over dt , waarbij $x(t)$ de neutronen interactie met de detector is.

De begrippen kansen op detectie van gekorreleerde en ongecorrleerde neutronparen worden in bovenstaand dictaat de variantie en co-variantie functies genoemd. De kans op detectie van een neutron in dt is gelijk aan $C_1 dt$, als C_1 de gemiddelde telsnelheid van de detector is. Deze kans definiëren we als $p_1(t)dt = C_1 dt$ 3.5.(1)

De kans op detectie van een neutron in dt rond t_1 in detector 1 én een detectie van een neutron op t_2 in dt_2 , in detector 2 is: $p_{12_0}(t_1, t_2) dt_1 dt_2$ als de beide neutronen ongekorreleerd zijn:

$$p_{12_0}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_1(t_1)p_2(t_2)dt_1dt_2 = C_1C_2dt_1dt_2 \quad 3.5.(2)$$

met C_1 = gemiddelde telsnelheid van detector 1

en C_2 = gemiddelde telsnelheid van detector 2.

De kans op detectie van een gekorreleerd en ongekorreleerd neutron-echtpaar op t_1 en t_2 in respectievelijk detector 1 en detector 2 wordt $p_{12}(t_1, t_2) dt_1dt_2$ genoemd. Deze totale kans is te splitsen in een gekorreleerd en ongekorreleerd deel:

$$p_{12}(t_1, t_2)dt_1dt_2 = p_{12_0}(t_1, t_2)dt_1dt_2 + p_{12_c}(t_1, t_2)dt_1dt_2 \quad 3.5.(3)$$

Het ongekorreleerde deel voldoet aan de vergelijking 3.5.(2).

Uit vergelijkingen 3.1.(17) blijkt dat de neutronen concentratie in bak 1 opgebouwd wordt uit een term t.g.v. bron S_1^1 en een term t.g.v. bron S_2^1 . De bronnen S_1^1 en S_2^1 zijn beide ongekorreleerd, d.w.z. de kans op detectie van gekorreleerde neutronen op t_1 in detector 1 én t_2 in detector 2 bestaat uit 2 delen, n.l. die t.g.v. bron S_1^1 en die van bron S_2^1 .

$$p_{12_c}(t_1, t_2)dt_1dt_2 = p_{12_c}^{(1)}(t_1, t_2)dt_1dt_2 + p_{12_c}^{(2)}(t_1, t_2)dt_1dt_2 \quad 3.5.(4)$$

Voor de beide kansen uit 3.5.(4) wordt nu een uitdrukking afgeleid.

Om dit te kunnen vinden moeten we in de splijtingsketen zoals die in fig. 3.4.-1 gegeven is teruggaan naar de laatste gemeenschappelijke splijting van de twee gedetecteerde neutronen. We veronderstellen dat deze splijting heeft plaatsgevonden op $t=t_0$.

De kans op detectie per neutron, van een in de reactor aanwezig neutron, is gelijk aan de gemiddelde telsnelheid gedeeld door het gemiddeld aantal in de reaktor aanwezige neutronen vermenigvuldigd met het tijdsinterval, in formule wordt dit dus:

$$\text{Kans op detectie/neutron} = \frac{C}{\bar{n}} dt \quad 3.5.(5)$$

Als F de gemiddelde splijtsnelheid is, en $\bar{\nu}$ het gemiddeld aantal per splijting vrijkomende neutronen, en Λ de generatietijd, dan is het gemiddeld aantal per seconde geproduceerde neutronen in een stationaire reaktor:

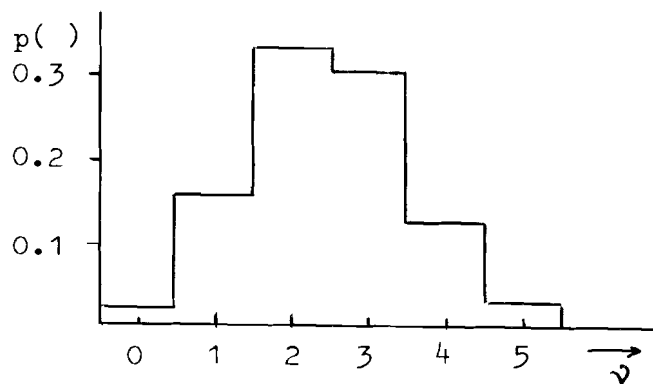
Gemiddeld aantal/sec. geproduceerde neutronen = $F \cdot \bar{\nu} = \frac{\bar{H}}{\Lambda}$ 3.5.(6).

Stellen we $\xi = C/F$ is de 'detector efficiency' dan kan de kans op detectie/per neutron (3.5.(5)) met 3.5.(6) en de detector efficiency ook geschreven worden als

$$\text{kans op detectie/neutron} = \frac{\xi}{\bar{\nu} \Lambda} dt \quad 3.5.(7)$$

De kans op splijting in dt_0 rond t_0 in bak₁ (laatste gemeenschappelijke splijting, zie fig.3.4.-1) is gelijk aan $F_1 dt_0$.

De kans dat er bij de splijting ν neutronen vrijkomen wordt $p(\nu)$ genoemd. Het kansveld van $p(\nu)$ voor U^{235} ziet er uit als in fig. 3.5.-1 gegeven is.



Vermenigvuldigingsfactor voor splijtingsneutronen van U^{235} (ref.5)

fig. 3.5.-2.

De kans op het aantreffen op t_1 in dt_1 in bak 1 van een neutron afkomstig van de splijting op t_0 , waarbij ν neutronen vrijkwamen is gelijk aan (zie vergelijking 3.1.(17))

$$\nu \cdot \Pi_{11}(t_1 - t_0) \quad t_1 > t_0.$$

De kans op het aantreffen in dt_2 rond t_2 in bak1, van een neutron afkomstig van de splijting op t_0 in bak 1, gegeven dat er op t_1 , één neutron van deze neutronen gedetekteerd is, is gelijk aan

$$(\nu - 1) \Pi_{21}(t_2 - t_0)$$

Kans op detectie/neutron in bak 1 in dt_1 rond $t_1 = \frac{\xi_1}{\bar{\nu} \Lambda_1} dt_1$.

Kans op detectie/neutron in bak 2 in dt_2 rond $t_2 = \frac{\xi_2}{\bar{\nu} \Lambda_2} dt_2$.

Hierbij is aangenomen dat er in bak 1 en bak 2 dezelfde splijststof zit, zodat $\bar{\nu}$ voor beide kansen dezelfde is.

Uit bovenstaande kansen kunnen we nu $p_{12}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2$ berekenen.

$p_{12_c}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 =$ kans op splijting op t_0 in bak₁ • kans op vrij-

komen van v neutronen bij deze splijting • kans dat er op t_1 nog een neutron aanwezig is afkomstig van deze splijting • kans op detectie in detector 1 op t_1 • kans dat er op t_2 nog een neutron aanwezig is afkomstig van de splijting op t_0 in bak₂, gegeven een detectie op t_1 in detector 1 • kans op detectie op t_2 .

$$= F_1 dt_0 \cdot p(v) \cdot v \cdot \Pi_{11}(t_1 - t_0) \cdot \frac{\xi_1}{v \Lambda_1} dt_1 \cdot (v-1) \cdot \Pi_{21}(t_2 - t_0) \cdot \frac{\xi_2}{v \Lambda_2} dt_2 \quad 3.5.(8)$$

De kans op detectie van een gekorreleerd neutronpaar in dt_1 rond t_1 in detector 1 én op t_2 in dt_2 , in detector 2, bestaat volgens vergelijking 3.5.(4) uit twee delen, het tweede deel $p_{12}^{(2)}$ moet nog berekend worden. Er geldt weer eenzelfde splijtingsketen^c als gegeven is in fig.3.4.-1, alleen nu in bak 2 en de laatste gemeenschappelijke splijting vond plaats op t'_0 .

De gemiddelde splijtsnelheid in bak 2 hoeft niet gelijk te zijn aan die in bak 1, we stellen deze op $F_2 \cdot p^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2$ wordt dan

$$p_{12_c}^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = F_2 dt'_0 \cdot p(v') \cdot v' \cdot \Pi_{12}(t'_1 - t'_0) \cdot \frac{\xi_1}{v' \Lambda_1} dt_1 \cdot (v'-1) \Pi_{22}(t'_2 - t'_0) \cdot$$

$$\frac{\xi_2}{v' \Lambda_2} dt'_2 \quad 3.5.(9)$$

De totale kans $p_{12}(t_1, t_2) dt_2$ is de som van bovenstaande twee kansen. Hierbij zijn we uitgegaan van één gemeenschappelijke splijting op t_0 , om de totale kans van alle splijtingsketens tot aan t_1 te vinden, moeten we p_{12} integreren over t_0 van $-\infty$ tot t_1 , en $v(v-1)p(v)$ sommeren^c dit wordt $v(v-1)$.

$$p_{12_c}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \int_{-\infty}^{t_1} F_1 \frac{v(v-1)}{v^2} \frac{\xi_1}{\Lambda_1} \cdot \frac{\xi_2}{\Lambda_2} dt_1 dt_2 \Pi_{11}(t_1 - t_0) \cdot \Pi_{21}(t_2 - t_0) dt_0 + \int_{-\infty}^{t_1} F_2 \frac{v(v-1)}{v^2} \frac{\xi_1}{\Lambda_1} \cdot \frac{\xi_2}{\Lambda_2} dt_1 dt_2 \Pi_{12}(t_1 - t_0) \Pi_{22}(t_2 - t_0) dt_0$$

$$3.5.(10)$$

Stellen we $\frac{\sqrt{\nu(\nu-1)}}{\sqrt{2}} = \chi$ en 3.5.(11)

$$F_{1,12} = F_1 \cdot \chi \frac{\xi_1}{\Lambda_1} \cdot \frac{\xi_2}{\Lambda_2} \quad 3.5.(12)$$

$$F_{2,12} = F_2 \cdot \chi \frac{\xi_1}{\Lambda_1} \cdot \frac{\xi_2}{\Lambda_2} \quad 3.5.(13)$$

Dan wordt de kansdichtheidsfunctie van een gekorreleerd neutronenpaar op t_1 , in detector 1 en op t_2 in detector 2.

$$p_{12}^{(t_1, t_2)} = F_{1,12} \int_{-\infty}^{t_1} \pi_{11}(t_1 - t_0) \cdot \pi_{21}(t_2 - t_0) dt_0 + F_{2,12} \int_{-\infty}^{t_1} \pi_{12}(t_1 - t_0) \cdot \pi_{22}(t_2 - t_0) dt_0 \quad 3.5.(14)$$

Deze vergelijking is in een eenvoudiger vorm te schrijven door te stellen dat $u = t_1 - t_0$ en $\tau = t_2 - t_1$. We zijn uitgegaan van een stationaire reactor en dan is het ruissignaal ook stationair, d.w.z.

p_{12_c} is alleen maar een functie van τ . We kunnen dan volstaan met de notatie

$$p_{12_c}(\tau) = p_{12_c}(t_1, t_2)$$

Vergelijking 3.4.(11) gaat nu over in

$$p_{12_c}(\tau) = F_{1,12} \int_0^{\infty} \pi_{11}(u) \cdot \pi_{21}(u + \tau) du + F_{2,12} \int_0^{\infty} \pi_{12}(u) \cdot \pi_{22}(u + \tau) du \quad 3.5.(15)$$

Zetten we de functies $\pi_{ij}(\tau)$ voort voor negatieve τ , dan zijn de integralen te schrijven als konvoluties.

We definiëren

$$\pi_{ij}(\tau) = \begin{cases} \pi_{ij}(\tau) & \text{voor } \tau \geq 0 \\ 0 & \text{voor } \tau < 0 \end{cases} \quad 3.5.(16)$$

De kansdichtheid op detectie van een gekorreleerd neutronenpaar in detector 1 én in detector 2 wordt dan:

$$p_{12_c}(\tau) = F_{1,12} \pi_{21}(\tau) * \pi_{11}(-\tau) + F_{2,12} \pi_{22}(\tau) * \pi_{12}(-\tau) \quad 3.5.(17)$$

Voor de drie andere kansen, $p_{11_c}(t_1, t_2)$, $p_{21_c}(t_1, t_2)$, p_{22_c} kan nu aan de hand van de voor $p_{12_c}(t_1, t_2)$ afgeleide uitdrukking, eenvoudig uitdrukkingen worden afgeleid.

$p_{11c}(t_1, t_2)$ = de kansdichtheid op detectie van een gekorreleerd neutronenpaar op t_1 én op t_2 in detector 1.

$p_{22c}(t_1, t_2)$ = de kansdichtheid op detectie van een gekorreleerd neutronenpaar op t_1 én t_2 in detector 2.

$p_{21c}(t_1, t_2)$ = de kansdichtheid op detectie van een gekorreleerd neutronenpaar op t_1 , in detector 2 en op t_2 in detector 1.

We kunnen weer, evenals dit gedaan is in vergelijking 3.5.(4) de kansen splitsen in twee delen.

$$p_{11c}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_{11c}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_{11c}^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad 3.5.(18)$$

$$p_{22c}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_{22c}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_{22c}^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad 3.5.(19)$$

$$p_{21c}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = p_{21c}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + p_{21c}^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad 3.5.(20)$$

Analoog aan 3.5.(8) krijgen we voor de 1^o term uit 3.5.(18),

$$p_{11c}^{(1)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = F_1 dt_0 p(\nu) \cdot \nu \pi_{11}(t_1 - t_0) \frac{\xi_1}{\sqrt{\nu} \Lambda_1} dt_1 \cdot (\nu - 1) \pi_{11}(t_2 - t_0) \cdot \frac{\xi_1}{\sqrt{\nu} \Lambda_1} dt_2$$

en analoog aan 3.4.(9) wordt de tweede term uit 3.5.(18)

$$p_{11c}^{(2)}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = F_2 dt_0 \cdot p(\nu) \cdot \nu \pi_{12}(t_1 - t_0) \frac{\xi_1}{\sqrt{\nu} \Lambda_1} dt_1 (\nu - 1) \pi_{12}(t_2 - t_0) \cdot \frac{\xi_1}{\sqrt{\nu} \Lambda_1} dt_2$$

Met $\chi = \frac{\sqrt{\nu(\nu-1)}}{\sqrt{\nu^2}}$ en

$$F_{1,11} = F_1 \chi \cdot \left(\frac{\xi_1}{\Lambda_1}\right)^2 \quad 3.5.(22)$$

$$F_{2,11} = F_2 \chi \cdot \left(\frac{\xi_1}{\Lambda_1}\right)^2 \quad 3.5.(23)$$

Wordt 3.5(18) met integratie over t_0 van $-\infty$ tot t_1 en sommatie van $\nu(\nu-1)p(\nu)$

$$p_{11c}(t_1, t_2) = F_{1,11} \int_{-\infty}^{t_1} \pi_{11}(t_1 - t_0) \pi_{11}(t_2 - t_0) dt_0 + F_{2,11} \int_{-\infty}^{t_1} \pi_{12}(t_1 - t_0) \cdot \pi_{12}(t_2 - t_0) dt_0$$

Stellen we $t_1 - t_0 = u$ en $t_2 - t_1 = \tau$.

$$P_{11c}(\tau) = F_{1,11} \int_0^{\infty} \Pi_{11}(u) \cdot \Pi_{11}(u+\tau) du + F_{2,11} \int_0^{\infty} \Pi_{12}(u) \cdot \Pi_{12}(u+\tau) du \quad 3.5.(24)$$

De functie $\Pi_{11}(u)$ kan weer voor negatieve u worden voortgezet (3.5.(16)). Dan is 3.5.(24) als een som van twee konvoluties te schrijven.

$$P_{11c}(\tau) = F_{1,11} \Pi_{11}(\tau) * \Pi_{11}(-\tau) + F_{2,11} \Pi_{12}(\tau) * \Pi_{12}(-\tau) \quad 3.5.(25)$$

$P_{22c}(\tau)$ en $P_{21c}(\tau)$ kunnen op analoge manier berekend worden, deze worden zonder verdere afleiding gegeven.

$$P_{22c}(\tau) = F_{1,22} \Pi_{21}(\tau) * \Pi_{21}(-\tau) + F_{2,22} \Pi_{22}(\tau) * \Pi_{22}(-\tau) \quad 3.5.(26)$$

$$P_{21c}(\tau) = F_{1,21} \Pi_{11}(\tau) * \Pi_{21}(-\tau) + F_{2,21} \Pi_{12}(\tau) * \Pi_{22}(-\tau) \quad 3.5.(27)$$

waarbij geldt

$$\begin{aligned} F_{1,22} &= F_1 \cdot \lambda \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \\ F_{2,22} &= F_2 \cdot \lambda \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \\ F_{1,21} &= F_1 \cdot \lambda \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\lambda_1}{\lambda_1} \\ F_{2,21} &= F_2 \cdot \lambda \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\lambda_1}{\lambda_1} \end{aligned}$$

Samenvattend krijgen we nu voor de kansdichtheden op detectie van gekorreleerde neutronen in een stationaire reactor:

$$\begin{aligned} P_{11c}(\tau) &= F_{1,11} \Pi_{11}(\tau) * \Pi_{11}(-\tau) + F_{2,11} \Pi_{12}(\tau) * \Pi_{12}(-\tau) & a \\ P_{12c}(\tau) &= F_{1,12} \Pi_{21}(\tau) * \Pi_{11}(-\tau) + F_{2,12} \Pi_{22}(\tau) * \Pi_{12}(-\tau) & b \\ P_{21c}(\tau) &= F_{1,21} \Pi_{11}(\tau) * \Pi_{21}(-\tau) + F_{2,21} \Pi_{12}(\tau) * \Pi_{22}(-\tau) & c \\ P_{22c}(\tau) &= F_{1,22} \Pi_{21}(\tau) * \Pi_{21}(-\tau) + F_{2,22} \Pi_{22}(\tau) * \Pi_{22}(-\tau) & d \end{aligned} \quad 3.5.(28)$$

$$\text{Met } F_{k,ij} = F_k \cdot \lambda \frac{\lambda_i}{\lambda_i} \cdot \frac{\lambda_j}{\lambda_j} \text{ voor } k, i, j = 1, 2 \quad 3.5.(29)$$

waarbij geldt: $F_{k,ij} = F_{k,ji}$

Voor de totale kans op detectie (gekorreleerde + ongekorreleerde) is samenvattend te schrijven, naar analogie van 3.4.(3)

$$p_{ij}(\tau) = p_{ij_c}(\tau) + C_i \cdot C_j \quad \text{voor } i, j = 1, 2 \quad 3.5.(30)$$

$p_{ij_c}(\tau)$ wordt gegeven in 3.5(28) en
 C_i = gemiddelde telsnelheid van detector i .

3.6 Berekening van de korrelatiefuncties.

De kansen op gekorreleerde neutronen uit de vorige paragrafen worden volgens de definities in het collegediktaak Stochistische Signaaltheorie van prof.dr.ir. P.Eykhoff, varianties en co-varianties genoemd. In de reaktor-ruistechiek spreekt men echter altijd van korrelatiefuncties. In het vervolg worden de gekorreleerde kansen 'verwachtingen' uit de vorige paragrafen auto- en kruiskorrelaties genoemd en aangeduid met het symbool $\Psi_{ij}(\tau)$ (zie ook paragraaf 5.2)

We krijgen dus

$$\begin{aligned} \Psi_{11}(\tau) &= p_{11_c}(\tau) = p_{11}(\tau) - C_1^2 & a \\ \Psi_{12}(\tau) &= p_{12_c}(\tau) = p_{12}(\tau) - C_1 C_2 & b \\ \Psi_{21}(\tau) &= p_{21_c}(\tau) = p_{21}(\tau) - C_2 C_1 & c \\ \Psi_{22}(\tau) &= p_{22_c}(\tau) = p_{22}(\tau) - C_2^2 & d \end{aligned} \quad 3.6.(1)$$

Met gebruikmaking van de uitdrukkingen voor $\pi_{ij}(\tau)$ uit 3.1.(12) t/m 3.1.(16) en de vergelijkingen voor $p_{ij}(\tau)$ uit 3.5.(28) worden de korrelatiefuncties berekend.

We lossen de auto- en kruiskorrelatiefuncties op in het frekwentie domein, met dubbelzijdige Laplace transformatie omdat in de konvoluties $\Psi_{ij}(-\tau)$ voorkomen.

Dubbelzijdige Laplace transformatie

$$\begin{aligned} L_2 \{ g(\tau) \} &= G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-s\tau} d\tau \\ L_2 \{ g(\) \} &= G(-s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(-\tau) e^{-s\tau} d\tau \end{aligned}$$

Stellen we in $G(-s)$ $-\tau$ gelijk aan t , dan krijgen we

$$\begin{aligned} G(-s) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{st} d(-t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{st} dt \end{aligned}$$

De in de korrelatiefuncties voorkomende functies $\overline{\pi}_{ij}(z)$ zijn allemaal 0 voor $t < 0$, zodat in bovengenoemde integralen de ondergrens 0 genomen kan worden.

Bij de terugtransformatie zijn we alleen maar geïnteresseerd voor de oplossingen voor positieve tijd, d.w.z. de polen in het linkerhalfvlak.

Voor de terugtransformatie geldt voor alleen de oplossingen voor $t > 0$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\text{linkerhalfvlak}} F(s) e^{st} ds$$

$$= \sum \text{Residuen } F(s) e^{st} \text{ in het linkerhalfvlak}$$

$$\text{Met } L_2 \{ e^{\alpha t} \} = \frac{1}{s-\alpha} = G(s)$$

$$\text{en } L_2 \{ e^{-\alpha t} \} = \frac{-1}{s+\alpha} = G(-s)$$

zijn de Laplace getransformeerden van de functies $\overline{\pi}_{ij}$ direkt op te schrijven. Met 3.1.(12) t/m 3.1.(16)

volgt

$$\overline{\pi}_{11}(s) = L_2 \{ \overline{\pi}_{11}(t) \} = \frac{a_{11}}{s-j_1} + \frac{b_{11}}{s-j_2} \quad a1$$

$$\overline{\pi}_{11}(-s) = L_2 \{ \overline{\pi}_{11}(-t) \} = -\frac{a_{11}}{s+j_1} + \frac{-b_{11}}{s+j_2} \quad a2$$

$$\overline{\pi}_{12}(s) = a_{12} \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \quad b1$$

$$\overline{\pi}_{12}(-s) = -a_{12} \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right) \quad b2$$

$$\overline{\pi}_{21}(s) = a_{21} \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \quad c1$$

$$\overline{\pi}_{21}(-s) = -a_{21} \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right) \quad c2 \quad 3.6.(3)$$

$$\overline{\pi}_{22}(s) = \frac{b_{11}}{s-j_1} + \frac{a_{11}}{s-j_2} \quad d1$$

$$\overline{\pi}_{22}(-s) = -\left(\frac{b_{11}}{s+j_1} + \frac{a_{11}}{s+j_2} \right) \quad d2$$

De Laplace getransformeerden van de korrelatiefuncties Ψ_{ij} worden ϕ_{ij} genoemd.

$$L_2 \{ \Psi_{ij} \} = \phi_{ij}$$

Een konvolutie in het tijddomein wordt een vermenigvuldiging na Laplace-transformatie. We krijgen dan voor de Laplace getransformeerde van de autokorrelatiefunctie $\Psi_{11}(\tau)$

$$\phi_{11}(s) = F_{1,11} \cdot \overline{\Pi}_{11}(s) \cdot \overline{\Pi}_{11}(-s) + F_{2,11} \overline{\Pi}_{12}(s) \cdot \overline{\Pi}_{12}(-s)$$

Vullen we voor de functies $\overline{\Pi}$ de Laplace getransformeerden in, 3.6.(2).

$$\phi_{11}(s) = -F_{1,11} \left(\frac{a_{11}}{s-j_1} + \frac{b_{11}}{s-j_2} \right) \left(\frac{a_{11}}{s+j_1} + \frac{b_{11}}{s+j_2} \right) - F_{2,11} a_{12}^2 \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right)$$

Na de vermenigvuldigingen uitgevoerd ende elementen met dezelfde noemer bij elkaar genomen te hebben, gaat bovenstaande vergelijking over in

$$\phi_{11}(s) = - \frac{a_{11}^2 F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{(s-j_1)(s+j_1)} - \frac{b_{11}^2 F_{1,11} + F_{2,11} a_{12}^2}{(s-j_2)(s+j_2)} + \frac{-a_{11} b_{11} F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{(s-j_1)(s+j_2)} + \frac{-a_{11} b_{11} F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{(s-j_2)(s+j_1)}$$

In deze vorm kan $\phi_{11}(s)$ eenvoudig worden teruggetransformeerd naar het tijddomein,

$$\Psi_{11}(\tau) = \mathcal{L}_2^{-1} \{ \phi_{11}(s) \} = \sum \text{Residuen } \phi_{11}(s) e^{st} = \text{Residu in } j_1 \text{ en in } j_2$$

(alleen in oplossingen voor $\tau > 0$ zijn we geïnteresseerd).

$$\Psi_{11}(\tau) = \left[\frac{-a_{11}^2 F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{2j_1} + \frac{-a_{11} b_{11} F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_1 \tau} + \left[\frac{b_{11}^2 F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{2j_2} + \frac{-a_{11} b_{11} F_{1,11} + a_{12}^2 F_{2,11}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_2 \tau}$$

Nemen we de coëfficiënten met dezelfde F bij elkaar

$$\Psi_{11}(\tau) = \left[-F_{1,11} \left(\frac{a_{11}^2}{2j_1} + \frac{a_{11} b_{11}}{j_1 + j_2} \right) + F_{2,11} a_{12}^2 \left(\frac{1}{j_1 + j_2} - \frac{1}{2j_1} \right) \right] e^{j_1 \tau} + \left[-F_{1,11} \left(\frac{b_{11}^2}{2j_2} + \frac{a_{11} b_{11}}{j_1 + j_2} \right) + F_{2,11} a_{12}^2 \left(\frac{1}{j_1 + j_2} - \frac{1}{2j_2} \right) \right] e^{j_2 \tau}$$

De tussen haakjes geplaatste uitdrukkingen kunnen nog vereenvoudigd worden en herleid worden tot coëfficiënten in α_{ij} door toepassing van vergelijkingen 3.1.(7) t/m 3.1.(10) verkrijgen we

$$\frac{a_{11}^2}{2j_1} + \frac{a_{11}b_{11}}{j_1+j_2} = \frac{j_1^2 - \alpha_{22}^2}{2j_1(j_1^2 - j_2^2)}$$

$$\frac{b_{11}^2}{2j_2} + \frac{a_{11}b_{11}}{j_1+j_2} = - \frac{j_2^2 - \alpha_{22}^2}{2j_2(j_1^2 - j_2^2)}$$

$$a_{12}^2 \left(\frac{1}{j_1+j_2} - \frac{1}{2j_1} \right) = \frac{\alpha_{12}^2}{2j_1(j_1^2 - j_2^2)}$$

$$a_{12}^2 \left(\frac{j_2 - j_1}{2j_2(j_1+j_2)} \right) = - \frac{\alpha_{12}^2}{2j_2(j_1^2 - j_2^2)}$$

De autokorrelatiefunctie gaat nu over in

$$\Psi_{11}(\tau) = \frac{F_{1,11}(j_1^2 - \alpha_{22}^2) - F_{2,11}\alpha_{12}^2}{2j_1(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_1\tau} +$$

$$\frac{F_{2,11}\alpha_{12}^2 - F_{1,11}(j_2^2 - \alpha_{22}^2)}{2j_2(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_2\tau} \quad 3.6.(4)$$

We leiden nu eenzelfde uitdrukking voor $\phi_{22}(\tau)$ af. Laplace transformatie van 3.5.(28d) wordt

$$\phi_{22}(s) = L_2 \left\{ p_{22_c}(-\tau) \right\} = F_{1,22} \Pi_{21}(s) \cdot \overline{\Pi}_{21}(-s) + F_{2,22} \overline{\Pi}_{22}(s) \cdot \Pi_{22}(-s).$$

Na invulling van de Laplace getransformeerden van Π (3.6.(3)) wordt bovenstaande vergelijking

$$\phi_{22}(s) = -a_{21}^2 F_{1,22} \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right) - F_{2,22} \cdot$$

$$\left(\frac{b_{11}}{s-j_1} + \frac{a_{11}}{s-j_2} \right) \left(\frac{b_{11}}{s+j_1} + \frac{a_{11}}{s+j_2} \right)$$

Na uitwerken en optellen van dezelfde breuken wordt dit:

$$\begin{aligned} \varphi_{22}(s) = & - \frac{a_{21}^2 F_{1,22} + b_{11}^2 F_{2,22}}{(s-j_1)(s+j_1)} - \frac{a_{21}^2 F_{1,22} + F_{2,22} \cdot a_{11}^2}{(s-j_2)(s+j_2)} \\ & + \frac{a_{21}^2 F_{1,22} - a_{11} b_{11} F_{2,22}}{(s-j_1)(s+j_2)} + \frac{a_{21}^2 F_{1,22} - a_{11} b_{11} F_{2,22}}{(s-j_2)(s+j_1)} \end{aligned}$$

De inverse Laplace getransformeerde van $\varphi_{22}(s)$ is weer gelijk aan de residuen van $\varphi_{22}(s)e^{st}$ in j_1 en j_2

$$\begin{aligned} \Psi_{22}(\tau) = & \left[- \frac{a_{21}^2 F_{1,22} + b_{11}^2 F_{2,22}}{2j_1} + \frac{a_{21}^2 F_{1,22} - a_{11} b_{11} F_{2,22}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_1 \tau} + \\ & \left[- \frac{a_{21}^2 F_{1,22} + F_{2,22} a_{11}^2}{2j_2} + \frac{a_{21}^2 F_{1,22} - a_{11} b_{11} F_{2,22}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_2 \tau} \end{aligned}$$

Nemen we de coëfficiënten met dezelfde F bij elkaar, dan wordt

$$\begin{aligned} \Psi_{22}(\tau) = & \left[-a_{21}^2 F_{1,22} \left(\frac{1}{2j_1} - \frac{1}{j_1 + j_2} \right) - F_{2,22} \left(\frac{b_{11}^2}{2j_1} + \frac{a_{11} b_{11}}{j_1 + j_2} \right) \right] e^{j_1 \tau} + \\ & + \left[-a_{21}^2 F_{1,22} \left(\frac{1}{2j_2} - \frac{1}{j_1 + j_2} \right) - F_{2,22} \left(\frac{a_{11}^2}{2j_2} + \frac{a_{11} b_{11}}{j_1 + j_2} \right) \right] e^{j_2 \tau} \end{aligned}$$

Met de vergelijkingen 3.1.(7) t/m 3.1.(10) is bovenstaande vergelijking te herleiden tot een functie van α_{ij} i.p.v. a_{ij}

$$\begin{aligned} \Psi_{22}(\tau) = & \frac{F_{2,22}(j_1^2 - \alpha_{11}^2) - F_{1,22} \alpha_{21}^2}{2j_1(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_1 \tau} + \\ & \frac{F_{1,22} \alpha_{21}^2 - F_{2,22}(j_2^2 - \alpha_{11}^2)}{2j_2(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_2 \tau} \end{aligned} \quad 3.6.(5)$$

Rest ons nog de twee kruiskorrelatiefuncties te berekenen.

$\varphi_{12}(s)$ is de Laplace getransformeerde van $\Psi_{12}(\tau) = p_{12c}(\tau)$

vergelijking 3.5.(28c). Laplace getransformeerd wordt:

$$\phi_{21}(s) = F_{1,12} \overline{\Pi}_{11}(s) \cdot \overline{\Pi}_{21}(-s) + F_{2,12} \overline{\Pi}_{12}(s) \cdot \overline{\Pi}_{22}(-s).$$

Na invulling van de Laplace getransformeerden van $\overline{\Pi}$ (3.6.(3)) wordt:

$$\begin{aligned} \phi_{21}(s) = & -F_{1,12} \left(\frac{a_{11}}{s-j_1} + \frac{b_{11}}{s-j_2} \right) a_{21} \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right) + \\ & -a_{12} F_{2,12} \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \left(\frac{b_{11}}{s+j_1} + \frac{a_{11}}{s+j_2} \right) \end{aligned}$$

Na uitrekenen van de vermenigvuldigingen en het samennemen van de componenten met dezelfde noemer krijgen we

$$\begin{aligned} \phi_{21}(s) = & \frac{-a_{11} a_{21} F_{1,12} - a_{12} b_{11} F_{2,12}}{(s-j_1)(s+j_1)} + \\ & \frac{a_{21} b_{11} F_{1,12} + a_{12} a_{11} F_{2,12}}{(s-j_2)(s+j_2)} + \\ & \frac{a_{11} a_{21} F_{1,12} - a_{12} a_{11} F_{2,12}}{(s-j_1)(s+j_2)} + \frac{-b_{11} a_{21} F_{1,12} + a_{12} b_{11} F_{2,12}}{(s-j_2)(s+j_1)} \end{aligned}$$

Terugtransformeren naar het tijddomein komt weer over een met het bepalen van de residuen in j_1 en j_2 van $\phi_{21}(s) \cdot e^{s\tau}$.

$$\begin{aligned} \Psi_{21}(\tau) = & \left[-\frac{a_{11} a_{21} F_{1,12} + a_{12} b_{11} F_{2,12}}{2j_1} + \frac{a_{11} a_{21} F_{1,12} - a_{12} a_{11} F_{2,12}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_1 \tau} + \\ & + \left[\frac{a_{21} b_{11} F_{1,12} + a_{12} a_{11} F_{2,12}}{2j_2} + \frac{-b_{11} a_{21} F_{1,12} + a_{12} b_{11} F_{2,12}}{j_1 + j_2} \right] e^{j_2 \tau} \end{aligned}$$

anders geschreven

$$\Psi_{21}(\tau) = \left[-a_{11} a_{21} F_{1,12} \left(\frac{1}{2j_1} - \frac{1}{j_1 + j_2} \right) - a_{12} F_{2,12} \left(\frac{b_{11}}{2j_1} + \frac{a_{11}}{j_1 + j_2} \right) \right] e^{j_1 \tau} +$$

Met gebruikmaking van 3.1.(7) t/m 3.1.(10) zijn de a_{ij} 's te elimineren en krijgen we uitdrukkingen in α_{ij}

$$\Psi_{21}(\tau) = \frac{F_{2,12} \cdot \alpha_{12}(j_1 + \alpha_{11}) - F_{1,12} \cdot \alpha_{21}(j_1 - \alpha_{22})}{2j_1(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_1 \tau} +$$

$$+ \frac{F_{1,12} \cdot \alpha_{21} \cdot (j_2 - \alpha_{22}) - F_{2,12} \cdot \alpha_{12} (j_2 + \alpha_{11})}{2j_2(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_2 \tau} \quad 3.6(6)$$

De Laplace getransformeerde van $\Psi_{12}(\tau)$ is $\phi_{12}(s)$.

Uit 3.5.(28b) volgt

$$\phi_{12}(s) = F_{1,12} \cdot \overline{\Pi}_{21}(s) \cdot \overline{\Pi}_{11}(-s) + F_{2,12} \overline{\Pi}_{22}(s) \cdot \overline{\Pi}_{12}(-s)$$

Met de Laplace getransformeerden van $\overline{\Pi}_{ij}$, vergelijkingen 3.6.(3) wordt $\phi_{12}(s)$

$$\begin{aligned} \phi_{12}(s) = & -a_{21} \cdot F_{1,12} \left(\frac{1}{s-j_1} - \frac{1}{s-j_2} \right) \left(\frac{a_{11}}{s+j_1} + \frac{b_{11}}{s+j_2} \right) + \\ & -a_{12} F_{2,12} \left(\frac{b_{11}}{s-j_1} + \frac{a_{11}}{s-j_2} \right) \left(\frac{1}{s+j_1} - \frac{1}{s+j_2} \right) \end{aligned}$$

Uitgewerkt, en de componenten met dezelfde noemer bij elkaar genomen krijgen we

$$\begin{aligned} \phi_{12}(s) = & -\frac{a_{21} \cdot a_{11} F_{1,12} + a_{12} b_{11} F_{2,12}}{(s-j_1)(s+j_1)} + \frac{a_{21} b_{11} F_{1,12} + a_{11} a_{12} F_{2,12}}{(s-j_2)(s+j_2)} \\ & + \frac{-a_{21} b_{11} F_{1,12} + a_{12} b_{11} F_{2,12}}{(s-j_1)(s+j_2)} + \frac{a_{21} \cdot a_{11} F_{1,12} - a_{12} a_{11} F_{2,12}}{(s-j_2)(s+j_1)} \end{aligned}$$

$\Psi_{12}(\tau)$ wordt verkregen door de residuen van $\phi_{12}(s) \cdot e^{s\tau}$ in j_1 en j_2 te nemen.

$$\begin{aligned} \Psi_{12}(\tau) = & \left[-a_{21} F_{1,12} \left(\frac{a_{11}}{2j_1} + \frac{b_{11}}{j_1+j_2} \right) + a_{12} b_{11} F_{2,12} \left(\frac{-1}{2j_1} + \frac{1}{j_1+j_2} \right) \right] e^{j_1 \tau} + \\ & + \left[a_{21} F_{1,12} \left(\frac{b_{11}}{2j_2} + \frac{a_{11}}{j_1+j_2} \right) + a_{12} a_{11} F_{2,12} \left(\frac{1}{2j_2} - \frac{1}{j_1+j_2} \right) \right] e^{j_2 \tau} \end{aligned}$$

Na gebruikmaking van de vergelijkingen 3.1.(7) t/m 3.1.(10) verkrijgen we

$$\begin{aligned} \Psi_{12}(\tau) = & \frac{F_{1,12} \cdot \alpha_{21} \cdot (j_1 + \alpha_{22}) - F_{2,12} \alpha_{12} (j_1 - \alpha_{11})}{2j_1(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_1 \tau} + \\ & \frac{F_{2,12} \cdot \alpha_{12} (j_2 - \alpha_{11}) - F_{1,12} \alpha_{21} \cdot (j_2 + \alpha_{22})}{2j_2(j_2^2 - j_1^2)} e^{j_2 \tau} \quad 3.6.(7) \end{aligned}$$

3.7. Afleiding van de reaktor-matrix.

We gaan nu een vereenvoudiging doorvoeren in de berekende auto en kruiskorrelatiefuncties.

$$\text{Stel } \frac{\Sigma_1}{\Lambda_1} = \frac{\Sigma_2}{\Lambda_2}$$

Hiermee wordt $F_{1,12} = F_{1,11}$ en

$$F_{2,11} = F_{2,22}$$

De korrelatiefuncties uit de vorige paragraaf, 3.6.(4) t/m 3.6.(7) zijn op de volgende wijze te schrijven:

$$\Psi_{11}(\tau) = A_{11}e^{j_1\tau} + B_{11}e^{j_2\tau}$$

$$\Psi_{12}(\tau) = A_{12}e^{j_1\tau} + B_{12}e^{j_2\tau}$$

3.7.(1)

$$\Psi_{21}(\tau) = A_{21}e^{j_1\tau} + B_{21}e^{j_2\tau}$$

$$\Psi_{22}(\tau) = A_{22}e^{j_1\tau} + B_{22}e^{j_2\tau}$$

Bewezen kan worden dat de volgende relaties gelden

$$A_{11} = \frac{j_1 - \alpha_{22}}{\alpha_{21}} \cdot A_{12} \quad \text{a}$$

$$A_{22} = \frac{j_1 - \alpha_{11}}{\alpha_{12}} \cdot A_{21} \quad \text{b}$$

$$B_{11} = \frac{j_2 - \alpha_{22}}{\alpha_{21}} \cdot B_{12} \quad \text{3.7.(2) c}$$

$$B_{22} = \frac{j_2 - \alpha_{11}}{\alpha_{12}} \cdot B_{21} \quad \text{d}$$

Elimineren we met 3.7.(2) $A_{12}, A_{21}, B_{12}, B_{22}$ uit 3.6.(1) dan krijgen we de volgende matrix

$$\begin{pmatrix} \Psi_{11}(\tau) \\ \Psi_{12}(\tau) \\ \Psi_{21}(\tau) \\ \Psi_{22}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & B_{11} \\ \frac{\alpha_{21}}{j_1 - \alpha_{22}} \cdot A_{11} & \frac{\alpha_{21}}{j_2 - \alpha_{22}} \cdot B_{11} \\ \frac{\alpha_{12}}{j_1 - \alpha_{11}} \cdot A_{22} & \frac{\alpha_{12}}{j_2 - \alpha_{11}} \cdot B_{22} \\ A_{22} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j_1\tau} \\ e^{j_2\tau} \end{pmatrix} \quad \text{3.7.(3)}$$

We kunnen eenvoudig afleiden met behulp van 3.1.(4) en 3.1.(5) ($j_1 + j_2 = \alpha_{11} + \alpha_{22}$ en $j_1 j_2 = \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}$) dat de volgende 4 differentiaal vergelijkingen gelden.

$$\dot{\Psi}_{11}(\tau) = \alpha_{11} \Psi_{11}(\tau) + \alpha_{12} \Psi_{12}(\tau) \quad \text{a}$$

$$\dot{\Psi}_{12}(\tau) = \alpha_{21} \Psi_{11}(\tau) + \alpha_{22} \Psi_{12}(\tau) \quad \text{b}$$

$$\dot{\Psi}_{21}(\tau) = \alpha_{11} \Psi_{21}(\tau) + \alpha_{12} \Psi_{22}(\tau) \quad \text{c}$$

$$\dot{\Psi}_{22}(\tau) = \alpha_{21} \Psi_{21}(\tau) + \alpha_{22} \Psi_{22}(\tau) \quad \text{d}$$

3.7.(4)

Vergelijking 3.7.(4a) wordt als voorbeeld bewezen

$$\alpha_{11} A_{11} e^{j_1 \tau} + \alpha_{11} B_{11} e^{j_2 \tau} + \frac{\alpha_{12} \alpha_{21}}{j_1 - \alpha_{22}} A_{11} e^{j_1 \tau} + \frac{\alpha_{12} \alpha_{21}}{j_2 - \alpha_{22}} B_{11} e^{j_2 \tau} =$$

$$\frac{\alpha_{11} j_1 - (\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21})}{j_1 - \alpha_{22}} A_{11} e^{j_1 \tau} + \frac{\alpha_{11} j_2 - (\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21})}{j_2 - \alpha_{22}} B_{11} e^{j_2 \tau} =$$

$$j_1 A_{11} e^{j_1 \tau} + j_2 B_{11} e^{j_2 \tau} = \dot{\Psi}_{11}(\tau)$$

3.7.(4) is te splitsen in 2 matrices

$$\begin{pmatrix} \dot{\Psi}_{11}(\tau) \\ \dot{\Psi}_{21}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{11}(\tau) & \Psi_{12}(\tau) \\ \Psi_{21}(\tau) & \Psi_{22}(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix} \quad \text{3.7.(5)}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\Psi}_{12}(\tau) \\ \dot{\Psi}_{22}(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{11}(\tau) & \Psi_{12}(\tau) \\ \Psi_{21}(\tau) & \Psi_{22}(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \end{pmatrix} \quad \text{3.7.(6)}$$

Uit bovenstaande 2 matrices blijkt dat het bepalen van de auto en kruiskorrelatiefuncties voldoende is om de 4 reaktor konstanten $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22}$ te bepalen.

Opmerking over de matrix 3.7.(3)

$$\Psi_{12}(0) = \Psi_{21}(0)$$

Het maximum van de kruiskorrelatiefuncties behoeft niet te liggen bij $\tau = 0$ wat blijkt uit de volgende berekening.

$$\dot{\Psi}_{12}(\tau) = \frac{j_1 \alpha_{21}}{j_1 - \alpha_{22}} A_{11} e^{j_1 \tau} + \frac{j_2 \alpha_{21}}{j_2 - \alpha_{22}} B_{11} e^{j_2 \tau} = 0$$

waaruit volgt

$$\frac{F_1 \alpha_{21} (j_1 + \alpha_{22}) - F_2 \alpha_{12} (j_1 - \alpha_{11})}{F_1 \alpha_{21} (j_2 + \alpha_{22}) - F_2 \alpha_{12} (j_2 - \alpha_{11})} = e^{(j_2 - j_1) \tau} \quad 3.7.(7)$$

Bij een zuiver symmetrische kernconfiguratie, d.w.z.

$F_1 = F_2$ en $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, wordt het linker gedeelte van vergelijking

3.7.(7) gelijk aan 1, d.w.z. het maximum wordt bereikt bij

$\tau = 0$. In alle andere gevallen wordt het maximum bereikt bij $\tau \neq 0$

4. Het berekenen van de reaktor constanten α_{ij} uit de reaktormatrix.

In paragraaf 3.7 wordt de reaktor matrix bepaald, deze blijkt te splitsen te zijn in twee onafhankelijke delen 3.7.(5) en 3.7.(6). In dit hoofdstuk worden twee methodes beschreven die de reaktorkonstanten berekenen uit gemeten korrelatiefuncties. De eigenwaarden van de reaktor constanten matrix

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$$

zijn de twee vervalkonstanten j_1 en j_2 (zie 3.1.)

4.1. Differentiatiemethode (Householders methode).

Deze methode berust op differentiatie van de korrelatiefuncties, en op het gegeven dat de α_{ij} 's onafhankelijk van de tijdverschuiving τ zijn.

Uit 3.7.(5) volgt dat geldt

$$\dot{\Psi}_{11}(\tau) = \Psi_{11}(\tau) \cdot \alpha_{11} + \Psi_{12}(\tau) \alpha_{12} \quad 4.1.(1)$$

voor elke τ

Indien de functie bekend is voor meerdere τ -waarden is de volgende vektorvergelijking op te stellen

$$\dot{\underline{\Psi}}_{11}(n\tau) = \underline{\Psi}_{11}(n\tau) \cdot \alpha_{11} + \underline{\Psi}_{12}(n\tau) \cdot \alpha_{12} \quad 4.1.(2)$$

waarin $\underline{\Psi}_{ij}(n\tau) = \Psi_{ij}(\tau), \Psi_{ij}(2\tau), \dots, \Psi_{ij}(n\tau)$

De vektorvergelijking uit 4.1.(2) is te schrijven als

$$\underline{b} = A \underline{a}$$

Met $\underline{b} = \dot{\underline{\Psi}}_{11}(n\tau)$

$$A = \begin{pmatrix} \Psi_{11}(0) & \Psi_{12}(0) \\ \Psi_{11}(\tau) & \Psi_{12}(\tau) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \Psi_{11}(n\tau) & \Psi_{12}(n\tau) \end{pmatrix}$$

$$\text{en } \underline{a} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{pmatrix}$$

Vektorvergelijking $\underline{b} = A \underline{a}$ stelt n vergelijkingen met 2 onbekenden (a_1, a_2) voor. We kunnen er twee vergelijkingen met 2 onbekenden van maken.

$$A^T \underline{b} = A^T A \underline{a}$$

De vektor \underline{a} is hier direkt uit te bepalen.

$$\underline{a} = (A^T A)^{-1} A^T \underline{b}$$

Wat uitgeschreven met de uitdrukkingen voor \underline{a} , A en \underline{b} wordt

$$\alpha_{11} = \frac{1}{D} \{ (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{12}) \cdot (\underline{\Psi}_{11}, \underline{\Psi}_{11}) - (\underline{\Psi}_{11}, \underline{\Psi}_{12}) \cdot (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{11}) \}$$

$$\alpha_{12} = \frac{1}{D} \{ (\underline{\Psi}_{11}, \underline{\Psi}_{11}) \cdot (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{11}) - (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{11}) \cdot (\underline{\Psi}_{11}, \underline{\Psi}_{11}) \}$$

waarin D de determinant van $A^T A$ is, dit is

$$D = (\underline{\Psi}_{11}, \underline{\Psi}_{11}) \cdot (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{12}) - (\underline{\Psi}_{12}, \underline{\Psi}_{11})^2$$

Voor het oplossen van α_{11} en α_{12} hebben we hier alleen maar de eerste vergelijking van 3.6.(5) gebruikt. Hetzelfde is te doen met de tweede vergelijking van 3.7.(5) waarna we twee waarden voor α_{11} en α_{12} per meting krijgen. Op dezelfde manier kunnen α_{21} en α_{22} uit 3.7.(6) berekend worden. Indien we meerdere metingen doen, kunnen we de gemiddelde α 's en de spreiding berekenen, waarna iets over de betrouwbaarheidsgrenzen te zeggen is. Per serie zijn ook de eigenwaarden van de matrix α te berekenen, waarvan dan weer het gemiddelde en de spreiding te berekenen zijn.

Het bezwaar van deze methode is dat er een numerieke differentiatie toegepast moet worden op de korrelatiefunkties. Ten opzichte van een integratie is een 'numerieke' differentiatie onnauwkeuriger, vandaar dat er een integratiemethode beschreven wordt.

Numerieke oplossing.

We gaan uit van $\underline{b} = A \cdot \underline{x}$, \underline{b} en A bekend, gevraagd \underline{x} .

De oplossing in de zin van de kleinste kwadraten wordt numeriek bepaald, dat wil zeggen: \underline{x} wordt zo bepaald dat

$$\| \underline{b} - A \underline{x} \|^2 = \sum_{i=1}^n (b_i - \sum_{j=1}^2 A_{ij} x_j)^2$$

minimaal is

Een andere formulering is het volgende:

Noem de twee kolomvectoren van A , \underline{a}_1 en \underline{a}_2 . Dit zijn vectoren uit R_n . In R_n wordt door \underline{a}_1 en \underline{a}_2 het vlak V opgespannen, fig. 4.1.-1

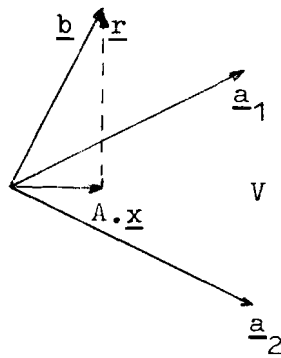


fig. 4.1.-1

Nu wordt $\underline{x} = x_1, x_2$ zo bepaald dat $A \underline{x} = \sum_{j=1}^2 x_j \underline{a}_j$ de projectie van \underline{b} is op het vlak V . $A \underline{x}$ ligt in het vlak V . De vektor $\underline{r} = \underline{b} - A \underline{x}$ is de residu vektor welke \perp staat op het vlak V . De vektor $A \underline{x}$ is dan de beste benadering voor \underline{b} want de afstand tot \underline{b} is \underline{r} en deze is minimaal doordat hij \perp op V staat.

Voor een uitvoerige behandeling van deze numerieke werkmethode wordt verwezen naar R.C.informatie nr. 19 23 augustus 1968 T.H.E. onderafdeling der Wiskunde.

4.2. Integratie methode voor het oplossen van de reaktormatrix.
Matrix 3.7.(5) en 3.7.(6) worden nu per integratiestap opgelost, dus de vergelijkingen worden de 1^o keer geïntegreerd van $\tau=1$ tot $\tau=2$, waarna de matrix α berekend wordt. De volgende stap is integreren van $\tau=1$ tot $\tau=3$, waarna weer de matrix α berekend wordt.

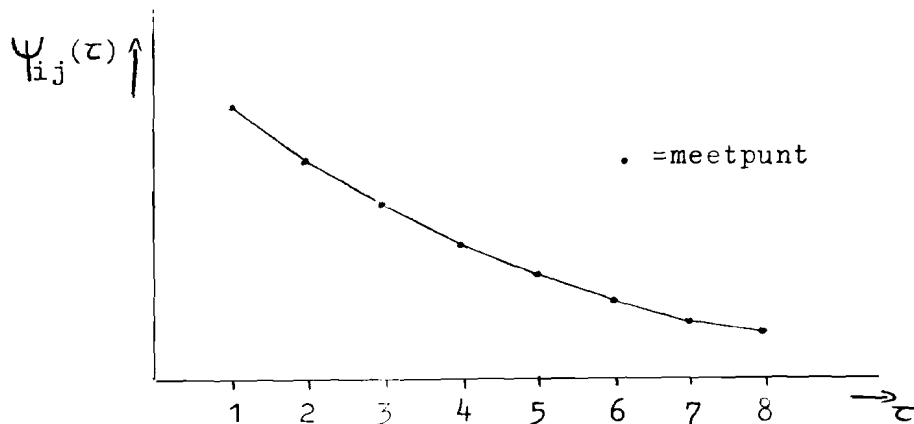
Er komen dus n oplossingsmatrices, als n de maximale tijdsverschuiving is.

Tevens worden van elke matrix α de eigenwaarden berekend. Om iets van de nauwkeurigheid te kunnen zeggen worden een aantal series korrelatiefuncties opgenomen. Van elke serie worden de n α -matrices met de bijbehorende eigenwaarde berekend, waarna voor elke tijdsverschuiving berekend wordt de gemiddelde α -matrix met hun spreidingen en de gemiddelden van de bijbehorende eigenwaarde met hun spreidingen.

Numerieke bewerkingen.

De integraties van matrix 3.7.(5) en 3.7.(6) worden uitgevoerd met de samengestelde trapeziumregel.

Hierbij worden de elkaar opvolgende meetpunten verbonden met een rechte, waarna de nu verkregen functie geïntegreerd kan worden, fig.4.2.-1.



Korrelatiefunctie zoals die bij de integratie methode benaderd wordt.

fig. 4.2.-1.

Deze integratie is in formulevorm geschreven:

$$I_{ij}(1\tau) = \int_0^{1\tau} \Psi_{ij}(\tau) d\tau = \tau \left\{ \frac{1}{2} \Psi_{ij}(0) + \sum_{n=1} \Psi_{ij}(n\tau) + \frac{1}{2} \Psi_{ij}(1\tau) \right\} \quad 4.2.(1)$$

Integreren we matrix 3.7.(5)

$$\int_0^{1\tau} \dot{\Psi}_{11}(\tau) d\tau = \alpha_{11} \int_0^{1\tau} \Psi_{11}(\tau) d\tau + \alpha_{12} \int_0^{1\tau} \Psi_{12}(\tau) d\tau$$

$$\int_0^{1\tau} \dot{\Psi}_{21}(\tau) d\tau = \alpha_{11} \int_0^{1\tau} \Psi_{21}(\tau) d\tau + \alpha_{12} \int_0^{1\tau} \Psi_{22}(\tau) d\tau$$

met 4.2.(1) en $Q_{ij}(1t) = \Psi_{ij}(1t) - \Psi_{ij}(0)$ gaan bovenstaande vergelijkingen over in

$$Q_{11}(1\tau) = \alpha_{11} I_{11}(1\tau) + \alpha_{12} I_{12}(1\tau) \quad 4.2.(2)$$

$$Q_{21}(1\tau) = \alpha_{11} I_{21}(1\tau) + \alpha_{12} I_{22}(1\tau)$$

Met matrix 3.7.(6) wordt hetzelfde gedaan, we krijgen dan

$$Q_{12}(1\tau) = \alpha_{21} I_{11}(1\tau) + \alpha_{22} I_{12}(1\tau) \quad 4.2.(3)$$

$$Q_{22}(1\tau) = \alpha_{21} I_{21}(1\tau) + \alpha_{22} I_{22}(1\tau)$$

Uit 4.2.(2) en 4.2.(3) kunnen direkt de α 's berekend worden.

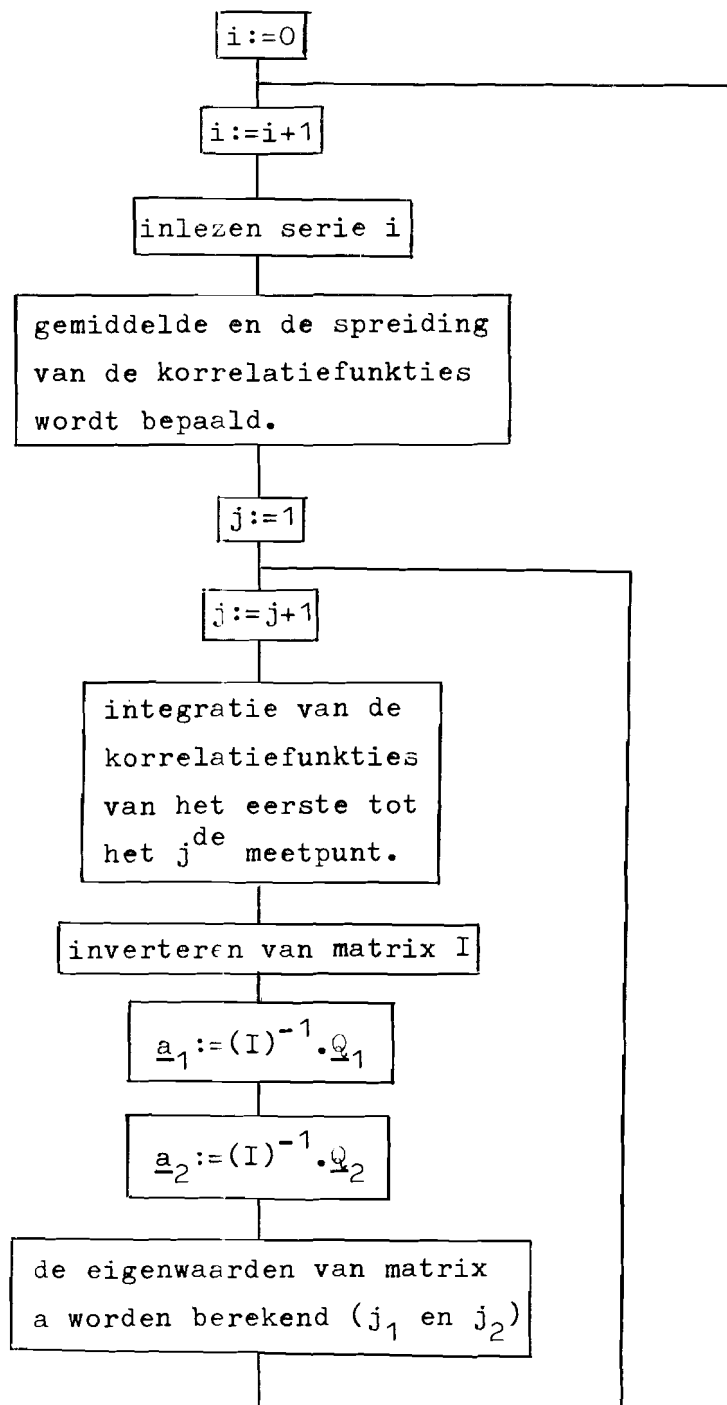
Voor de berekening van de spreiding en de betrouwbaarheidsintervallen wordt verwezen naar paragraaf 6.2.

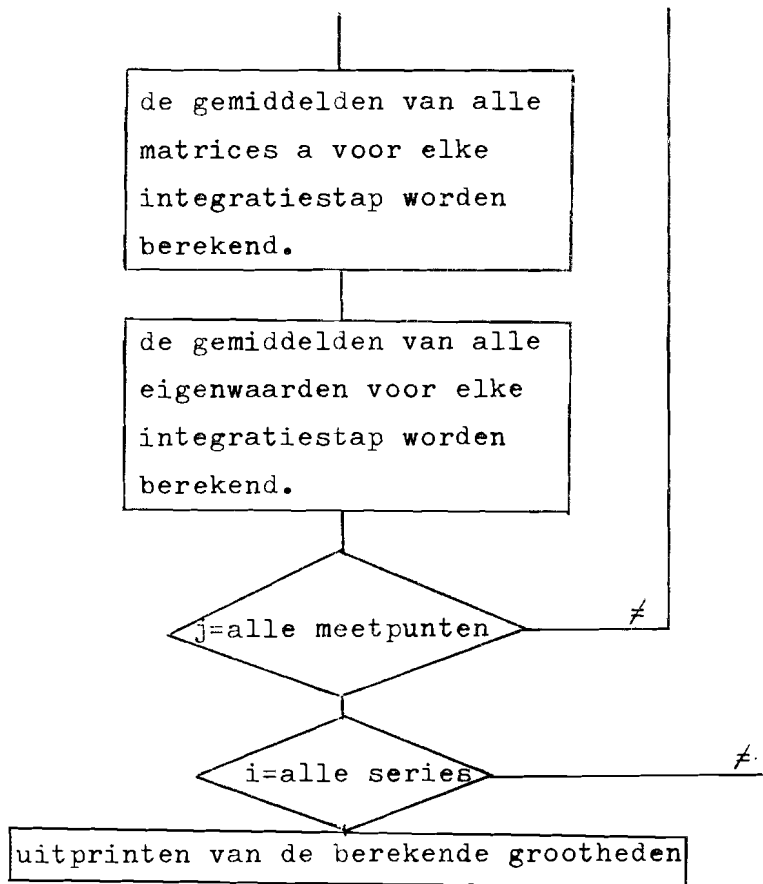
Het totale programma met alle invoer en uitvoer-instructies nam een geheugenruimte in van ongeveer 10k. De P.D.P.-9L heeft echter een geheugenruimte van ongeveer 6k voor programma's. Door gebruik te maken van het overlaysysteem is het programma gesplitst in 8 delen, waardoor het lukte de berekeningen op de P.D.P. uit te voeren.

Blokschema van het integratieprogramma.

In het schema is de volgende notatie gebruikt:

$$\underline{a}_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{12}) \text{ en } \underline{a}_2 = (\alpha_{21}, \alpha_{22}) ; \underline{Q}_1 = (Q_{11}, Q_{21}) \text{ en } \underline{Q}_2 = (Q_{12}, Q_{22})$$



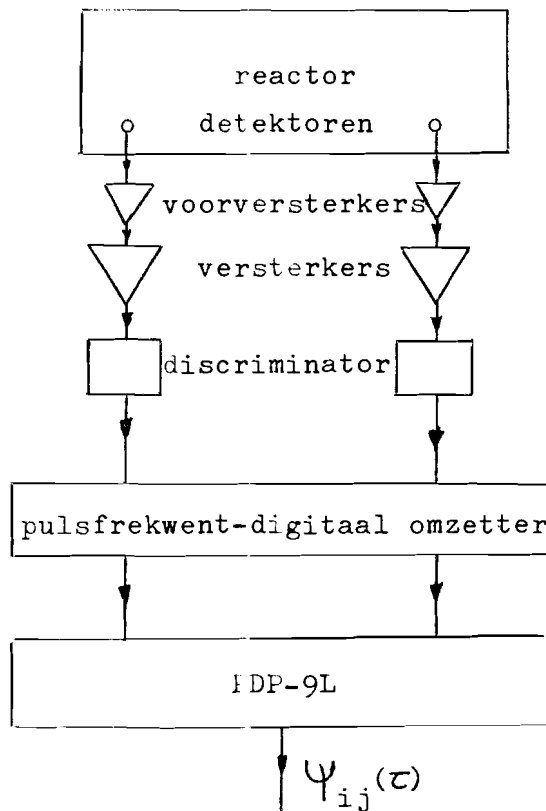


5. Meet- en verwerkingssystemen.

In dit hoofdstuk komen de meetsystemen en de verwerkingssystemen aan de orde. Het meetsysteem ter verkrijging van de korrelatiefunkties is ontworpen door Ir. D.J.Kleijn (ref.6) Oorspronkelijk werd er on-line gemeten, maar door het zeer slechte rendement van meettijd en verwerkingstijd, is een meetsysteem ontwikkeld waarbij de reactorruis op een Ampex-recorder gezet wordt. De verwerking van de signalen kan nu onafhankelijk van de reactor geschieden.

5.1. Het meetsysteem ter berekening van de korrelatiefunkties (on-line).

In fig.5.1.-1 is de meetopstelling voor de on-line meting gegeven.



on-line meetsysteem

fig. 5.1.-1.

De BF_3 -tellers moeten zo dicht mogelijk bij de twee kernbakken geplaatst worden, op bijlage I wordt de plaats van de tellers in de reaktor aangegeven.

De werking van een BF_3 -telbuis wordt beschreven in referentie 7. Omdat het echter van belang is voor de afstelling van de discriminatoren wordt hier kort op het spectrum van een BF_3 -telbuis ingegaan. Zowel een foton (gammastraling) als een neutron geeft bij interactie met het gas in de buis een puls op de uitgang van de teller. Een neutron veroorzaakt echter een hogere puls dan een gamma, waardoor beide te scheiden zijn. Met behulp van een Laben 400, is het mogelijk het aantal pulsen van een bepaalde hoogte te tellen. Dit apparaat verdeelt een bepaalde spanning in 400 kanalen, (b.v. 20 mV. per kanaal) en telt de pulsen in elk kanaal waarna het resultaat op een scherm verkregen kan worden.

In fig. 5.1.-2 wordt een normaal BF_3 -spektrum van gamma's en neutronen gegeven.

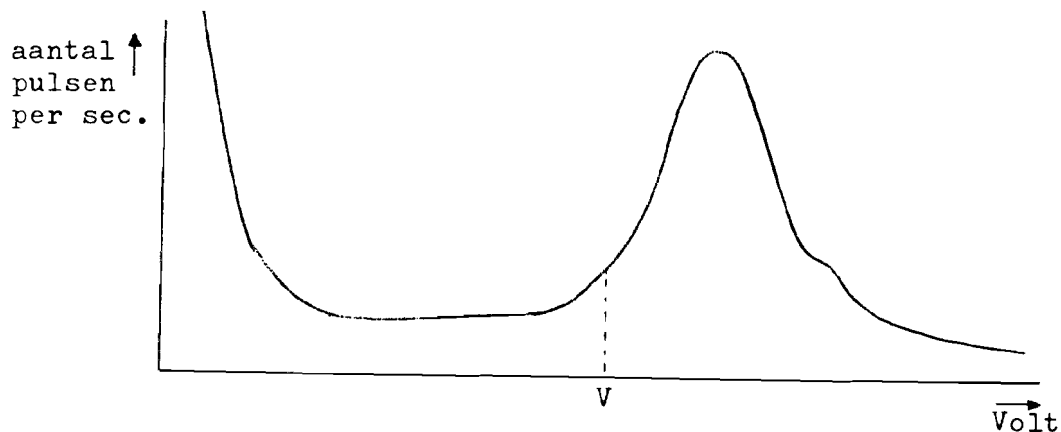


fig. 5.1.-2 'Ideale' BF_3 -spektrum.

De meest rechtse piek wordt veroorzaakt door de neutronen en de linkse piek door de gamma's en de ruis afkomstig van de versterkers.

In dit geval is het eenvoudig en duidelijk dat de drempel van de discriminator ingesteld moet worden op de spanning V waardoor alleen pulsen met een spanning groter dan V doorgelaten worden, dit zijn dan alleen maar meer de pulsen t.g.v. neutronen. In de praktijk bleek echter het spektrum er niet zo mooi uit te zien als in fig.5.1.-2, maar zoals in 5.1.-3.

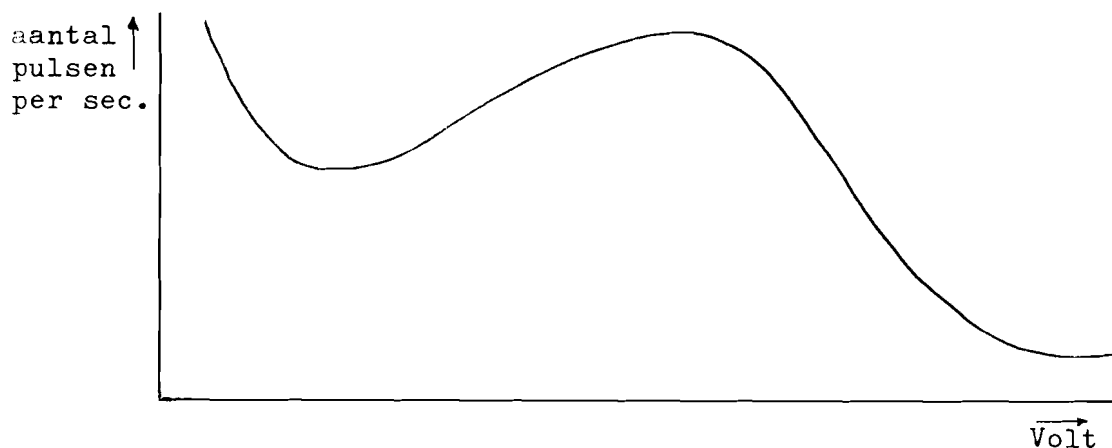


fig. 5.1.-3 Gemeten BF_3 -spektrum zonder extra voorzieningen.

In het spektrum van 5.1.-3 is het bijzonder moeilijk te zeggen bij welke spanning gediscrimineerd moet worden om de gamma's van de neutronen te scheiden.

Het bleek echter dat het spektrum er nagenoeg ideaal kwam uit te zien bij het plaatsen van een loden mantel van 1,5 cm dik om de BF_3 -tellers. Lood heeft een grote absorptie coëfficiënt (σ_a) voor gamma's, 1.5 cm lood absorbeert ongeveer 50% van alle gamma's, daarentegen is de werkzame doorsnede voor absorptie van neutronen klein, 1,5 cm lood geeft ongeveer een verlies aan neutronen van 1%. De gedetailleerde werking van de PDO wordt beschreven in ref. 10. Hier wordt een globaal overzicht van de werking van de PDO gegeven. Gedurende de ingestelde sampletijd worden de binnenkomende pulsen opgeteld, aan het eind van de sampletijd worden via interrupt de getelde pulsen aan de computer doorgegeven, waarna de volgende samplas geteld worden. De gebruikte computer is een PDE-9L met 8k geheugen.

Voor het korrelatie programma is ongeveer 3k nodig, zodat er voor de buffer waarin de samples worden opgeslagen nog 5k over is. Er is een buffer nodig om de samples op te slaan, want bij de meest gebruikte sample tijd van 1 msec en is 14 is het niet mogelijk alle berekeningen uit te voeren in 1 msec. tijdens het vollopen van de buffer rekent de machine. De machine blijft nadat de buffer vol is zolang wachten met data inlezen, totdat de korrelatie-functies geheel berekend zijn, waarna een nieuwe run ingelezen en berekend kan worden. Het uiteindelijke resultaat is het gemiddelde van alle berekende korrelatie functies.

5.2 Bepaling van de korrelatiefuncties uit de aangeboden samples.

De kansen op gekorreleerde neutronen uit hoofdstuk drie zijn allemaal kansdichtheden en de kansen worden berekend over infinitesimale intervallen. Wij meten echter gedurende de ingestelde sample-tijd, zodat we een uitdrukking moeten afleiden tussen de gemeten aantal detecties en de korrelatie functies uit hoofdstuk drie. In 3.5 is aangegeven hoe de kansen gedefinieerd zijn en we zien dat de kans op detectie van ongekorreleerde neutronen in dt_1 rond t_1 in detector 1 én in dt_2 rond t_2 in detector 2 is $p_{12_0}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = C_1 C_2 dt_1 dt_2$ als C_1 en C_2 de gemiddelde telsnelheden in beide detectoren zijn. Een andere definitie dan in 3.5 gegeven is voor de totale kans $p_{12}(t_1, t_2) dt_1 dt_2$ is: het verwachte aantal detecties in dt_1 rond t_1 in detector 1 én het verwachte aantal detecties in dt_2 rond t_2 in detector 2. De beste verwachting voor p_{12} is het gemiddelde van de tellingen in detector 1, vermenigvuldigt met de tellingen in detector 2.

Voor eindige meettijd wordt dat nu:

$$\frac{n_1(t_1) \cdot n_2(t_2)}{\text{ens.}} = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \int_{t_2}^{t_2+\Delta t} p_{12}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \quad 5.2.(1)$$

waarbij $n_1(t_1)$ en $n_2(t_2)$ het aantal detecties in respectievelijk detector 1 op t_1 en detector 2 op t_2 gedurende de sampletijd Δt zijn.

Het gemiddelde staat voor het ensemble gemiddelde, daar echter uitgegaan wordt van een stationaire, ergodische reactor geldt:

$$\overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^{\text{tijd}} = \overline{n_1(t_1) \cdot n_2(t_2)}^{\text{ens.}}$$

$$\text{met } t_2 - t_1 = \tau$$

We krijgen dus na invulling van 3.5.(3) en 3.5.(2) in 5.2.(1)

$$\overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^{\text{tijd}} = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \int_{t_2}^{t_2+\Delta t} \left[p_{12c}(t_1, t_2) + C_1 C_2 \right] dt_1 dt_2 \quad 5.2.(2)$$

waarbij C_1 en C_2 de gemiddelde telsnelheden per seconde zijn van respectievelijk detector 1 en detector 2.

In paragraaf 3.6 is de uitdrukking voor $p_{12}(t_1, t_2) = p_{12}(\tau) = \Psi_{12}(\tau)$ afgeleid. We krijgen nu na invulling 3.7.(1) in 5.2.(2)^c

$$\overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^{\text{tijd}} = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \int_{t_2}^{t_2+\Delta t} \left[A_{12} e^{j_1(t_2-t_1)} + B_{12} e^{j_2(t_2-t_1)} + C_1 C_2 \right] dt_1 dt_2$$

dit wordt nadat de integratie is uitgevoerd

$$\begin{aligned} \overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^{\text{tijd}} &= -\frac{A_{12}}{j_1^2} e^{j_1(t_2-t_1)} \begin{pmatrix} e^{j_1 \Delta t} & \\ & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-j_1 \Delta t} & \\ & -1 \end{pmatrix} \\ &- \frac{B_{12}}{j_2^2} e^{j_2(t_2-t_1)} \begin{pmatrix} e^{j_2 \Delta t} & \\ & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-j_2 \Delta t} & \\ & -1 \end{pmatrix} + C_1 C_2 \Delta t \quad 5.2.(3) \end{aligned}$$

Maken we de volgende benadering

$$(e^{j_1 \Delta t} - 1)(e^{-j_1 \Delta t} - 1) = 2 - (e^{j_1 \Delta t} + e^{-j_1 \Delta t}) = -(j_1 \Delta t)^2$$

$$(e^{j_2 \Delta t} - 1)(e^{-j_2 \Delta t} - 1) = 2 - (e^{j_2 \Delta t} + e^{-j_2 \Delta t}) = -(j_2 \Delta t)^2$$

wat geoorloofd is als $j_1 \Delta t$ en $j_2 \Delta t$ klein zijn, (zie ook 6.1), dan gaat 5.2.(3) over in:

$$\overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^{\text{tijd}} = \left(A_{12} e^{j_1(t_2-t_1)} + B_{12} e^{j_2(t_2-t_1)} \right) \Delta t^2 + C_1 C_2 \Delta t^2 \quad 5.2.(4)$$

Dit kan met 3.6.(1) geschreven worden in de volgende vorm:

$$\Psi_{12}(\tau) = \frac{\overline{n_1(t) \cdot n_2(t+\tau)}^t}{(\Delta t)^2} - C_1 C_2 \quad 5.2.(5)$$

De gemiddelde telsnelheden C_1 en C_2 zijn per seconde. We krijgen dus

$$C_1 = \frac{\overline{n_1(t)}}{\Delta t} \quad \text{en} \quad C_2 = \frac{\overline{n_2(t)}}{\Delta t}$$

Transformeren we het aantal tellingen per sampletijd naar het aantal tellingen per seconde en noemen we deze m . dan krijgen we

$$m_1(t) = \frac{n_1(t)}{\Delta t} \quad \text{is aantal tellingen/seconde.}$$

$$m_2(t) = \frac{n_2(t)}{\Delta t}$$

Voor 5.2.(5) is nu te schrijven

$$\Psi_{12}(\tau) = \overline{m_1(t) \cdot m_2(t+\tau)}^t - \overline{m_1(t)} \cdot \overline{m_2(t)}^t \quad 5.2.(6)$$

In het algemeen wordt dit de covariantie tussen m_1 en m_2 genoemd.

Noemen we het aantal tellingen per sampletijd achtereenvolgens $m_1(1), m_1(2), \dots, m_1(N)$ en $m_2(1), m_2(2), \dots, m_2(N)$, dan is

5.2.(6) te schrijven als

$$\Psi_{12}(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} m_1(i) \cdot m_2(i+j) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_1(i) \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_2(i) \quad 5.2.(7)$$

waarin $m_1(i)$ en $m_2(i+j)$ als volgt gedefinieerd zijn

$$m_1(i) = \frac{n_1(i)}{\Delta t} \quad \text{en} \quad m_2(i+j) = \frac{n_2(i+j)}{\Delta t}$$

en $n_1(i)$ is aantal detecties in interval $i \cdot \Delta t < t < (i+1) \Delta t$

$n_2(i+j)$ " " " " " $(i+j) \Delta t < t < (i+j+1) \Delta t$

Voor de andere korrelatie-funkties zijn analoge vergelijkingen op te stellen.

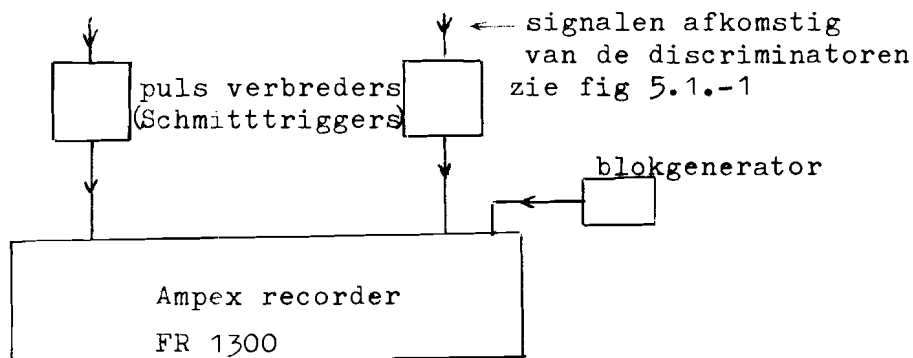
5.3. Meetsysteem via ampexrecorder.

Het grote bezwaar van het on-line meetsysteem is dat de reële meettijd zo kort is t.o.v. de verwerkingstijd terwijl de reaktor steeds bij moet staan. Bij een sampletijd van 1 msec en een tijdsverschuiving van 14. Is de inleestijd om de buffers van 5k vol te laten lopen 5sec. De rekentijd per run (d.i. 1 buffer vol met data) is ongeveer 15 sec. Per meting van 1 run en τ is 14 wordt bij de on-line methode dus 25% van de reaktortijd gemeten en de rest van de tijd is rekentijd.

Hierbij is nog niet ingecalculeerd de tijd die benodigd is om elke meting uit te printen, dat is ongeveer 125 sec. ook in deze tijd staat de reaktor wel aan, maar wordt er niet gemeten. Bij 10 metingen van 50 runs is de verhouding van meettijd t.o.v. benodigde reaktiviteit dus nog ongunstiger ongeveer 22%.

Door de ruis op een magnetische band te zetten kunnen we het rendement van reaktortijd en rekentijd enorm opvoeren. Om dit te verwezenlijken moet de ampexrecorder vanuit de computer bestuurd kunnen worden. Als de computer rekt of data uitprint staat de ampex stil, alleen als de computer data inleest, draait de ampex.

In fig.5.3.-1 is de meetopstelling getekend voor opname van data op de band.

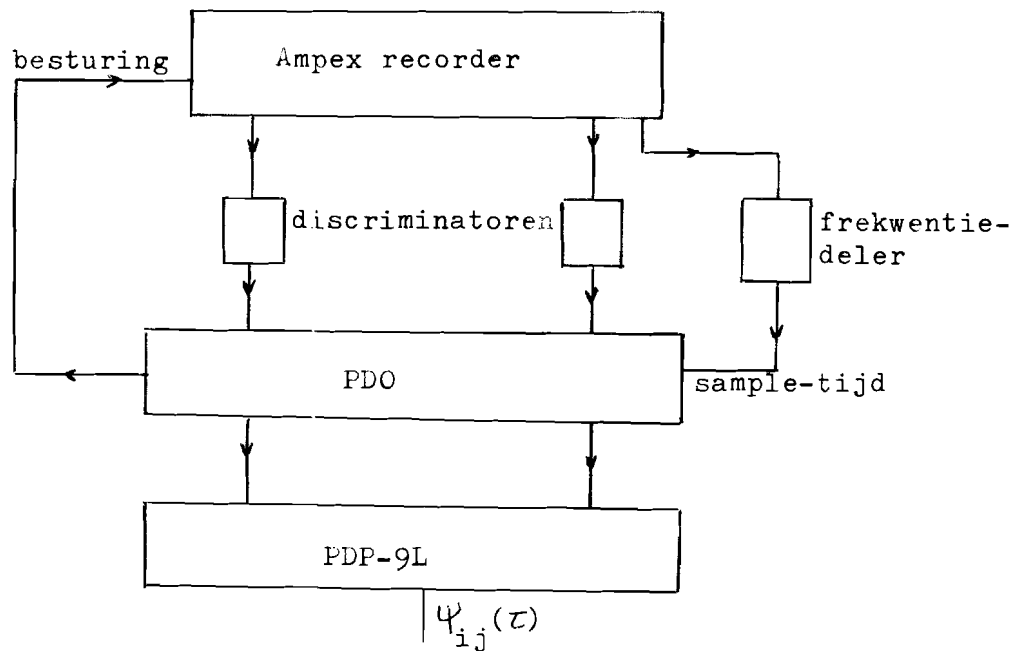


Meetopstelling voor opname van data op de Ampex recorder

fig.5.3.-1

Ter compensatie van het onregelmatig lopen van de band wordt een konstante bloksignaal van 10 kHz bij het opnemen van elke meting op de band gezet. Per meting zijn dus 3 sporen nodig. De gebruikte recorder is een AMPEX FR1300 met 14 sporen. Er wordt opgenomen bij een snelheid van 60 inch/sec. waarbij de bandbreedte van de band 300 khz is.

Bij het aflezen van data van de band naar de computer is de draaisnelheid $7\frac{1}{2}$ inch/sec., bij 60 inch/sec. zijn de aan en uitlooptijden te groot. Het verwerkingsprogramma is zo gemaakt dat de computer een in te stellen tijd wacht voordat hij de data ingaat lezen nadat de recorder gestart is, dit om inschakelverschijnselen te elimineren. In fig. 5.3.-2 wordt het verwerkingsschema van de ampexsignalen gegeven.



Verwerkingsschema van de signalen op de recorder
fig.5.3.-2.

M.b.v. de frekwentiedeler is de sampletijd in te stellen, van 0.1 msec tot 1 msec in diskrete stappen.

Het is nu zo dat de meettijd nagenoeg gelijk is aan de reaktor-tijd, alleen de aanloop en uitloop-verliezen zijn er.

6. Nauwkeurigheid van de experimenteel berekende korrelatiefuncties.

De fouten die gemaakt worden zijn van tweeërlei aard,

1° vereenvoudiging in de afleidingen

2° statistische fouten.

6.1 Vereenvoudigingen in de afleidingen.

In ons model van de reaktor zijn we uitgegaan van twee zwak gekoppelde kernen, waarop het tweepuntsmodel van toepassing is. In hoeverre deze aanname juist is moet blijken uit de metingen. We zijn in paragraaf 3.6 ervan uitgegaan dat het quotient van de detector efficiency en de generatietijd voor beide bakken dezelfde zijn. Voor een zuiver symmetrische reaktor en hetzelfde type detectoren is deze aanname zondermeer geoorloofd. De Athenereaktor is echter niet zuiver symmetrisch, de ene bak wordt volledig omsloten door grafiet, terwijl rond de andere bak een laag grafiet is en daarna een waterbassin. Wat hiervan het effect is op bovengenoemd quotient is zeer moeilijk na te gaan.

Een benadering welke wel te berekenen is, is die in vergelijking 5.2.(4). Hier wordt als vereenvoudiging ingevoerd:

$$\begin{aligned} (e^{j_1 \Delta t} - 1) (e^{-j_1 \Delta t} - 1) &= -(j_1 \Delta t)^2 \text{ en} \\ (e^{j_2 \Delta t} - 1) (e^{-j_2 \Delta t} - 1) &= -(j_2 \Delta t)^2 \end{aligned}$$

j_1 ligt in de orde van 100 en j_2 rond de 700, nemen we voor

$t=1$ msec, dan krijgen we

$$(e^{0.1} - 1)(e^{-0.1} - 1) = (1.105 - 1)(0.905 - 1) = 0.009975$$

terwijl gerekend wordt met -0.01 d.w.z. $0.25^0/00$ te klein en voor $(e^{0.7} - 1)(e^{-0.7} - 1) = -0.503$ terwijl hier gerekend wordt met -0.49 , dit is $2\frac{1}{2}\%$ te groot.

Samplen we met hogere frekwenties, dan wordt de benadering nog nauwkeuriger.

6.2. Statistische fouten en betrouwbaarheidsintervallen.

Omdat onze meettijd eindig is kunnen we de korrelatiefuncties alleen benaderen. De benadering wordt des te beter naarmate de meettijd langer is. Bij het bepalen van gemiddelden en andere statistische grootheden is een gebied aan te geven waarbinnen het gemiddelde met een bepaalde waarschijnlijkheid ligt. Zo'n gebied wordt een betrouwbaarheidsinterval genoemd.

Als gegeven zijn n waarnemingen van $\underline{x} : x_1, x_2, \dots, x_n$
 Dan wordt een schatting voor het gemiddelde $\mu : \bar{x}$ genoemd.
 En een schatting voor de spreiding $\sigma : s$.

Er geldt nu:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right\}$$

De 95% betrouwbaarheidsgrenzen, oftewel de grenzen waartussen het gemiddelde in 95% van alle gevallen ligt, aangenomen dat de verdeling van \underline{x} redelijk normaal is, wordt

$$\mu = \bar{x} \pm t_v \left(\frac{1}{2}\alpha \right) \cdot s / \sqrt{n}$$

$$v = n-1$$

$t_v \left(\frac{1}{2}\alpha \right)$ wordt verkregen uit o.a. Student's T-verdeling (Statistische compendium T.H.E.)

Er is ook voor σ een betrouwbaarheidsinterval aan te geven:

$$a_1 s < \sigma < a_2 s$$

waarbij a_1 en a_2 coëfficiënten zijn uit de betrouwbaarheidsinterval voor σ welke o.a. getabelleerd is in bovengenoemd Compendium.

Door \bar{x} en s te berekenen uit de sample-waarden zijn de betrouwbaarheidsgrenzen te berekenen.

7. Metingen.

In dit hoofdstuk worden enkele karakteristieke metingen weer-
gegeven. Voor de grafieken en volledige tabellen van de me-
tingen wordt verwezen naar de bijlage.

Alle metingen zijn opgenomen met de on-line methode zoals
beschreven in paragraaf 5.1. De verwerking van de gegevens op
de Ampexrecorder zoals beschreven is in paragraaf 5.3 verliep
tot nu toe nog niet bevredigend.

Voor de plaats van de regelplaten wordt verwezen naar de bijlage.
De berekening van de reaktormatrix wordt uitgevoerd met de in-
tegratiemethode van paragraaf 4.2.

Bij alle getabelleerde metingen was de sampletijd 1 msec. In
de tabellen wordt de integrale reaktiviteit berekend volgens
paragraaf 3.2 waarbij $\beta = 7.5 \times 10^{-3}$ en $\Lambda = 1.5 \times 10^{-4}$. De reaktivi-
teit wordt meestal gegeven in pcm: 10^{-5}

meting no.	21472.3	25472.1	27472.2
kernno.	RK 229	RK 230	RK 230
nap D	8%	50%	100%
" E	8%	50%	8%
" C	100%	100%	100%
" F	100%	100%	100%
aantal metingen	4	10	3
aantal runs	480	400	600
α_{11}	-380	-375	-385
α_{22}	-445	-420	-520
α_{12}	350	330	350
α_{21}	325	325	410
j_1	- 75	- 74	- 72
j_2	-750	-701	-833
ρ (pcm)	-375	-360	-330

tabel 7/1.

metingno.	15672.2	21072.1
kernno.	RK 236	RK 243
nap D	50%	50%
" E	50%	100%
" C	100%	50%
" F	100%	100%
aantal metingen	1	10
aantal runs	560	500
α_{11}	-375	-445
α_{22}	-430	-363
α_{12}	315	388
α_{21}	300	262
j_1	-99	-81
j_2	-706	-727
ρ (pcm)	-735	-465

tabel 7/2.

In tabel 7/1 en 7/2 zijn de meest karakteristieke metingen weergegeven. Voor de volledige berekening en voor de schatting van de asymptotische α - en j -waarden, wordt verwezen naar de bijlage.

Voor alle metingen zijn 95% betrouwbaarheidsintervallen berekend (zie bijlage). Hieruit blijkt dat alleen j_1 , binnen nauwkeurigheden van 1.5 tot 3% reproduceerbaar te meten is. Voor alle andere grootheden zijn de betrouwbaarheidsintervallen 30% of meer.

Er zijn voor de grote onnauwkeurigheden in de α -waarden een aantal oorzaken te noemen:

- 1) De korrelatiefunctie bestaat uit de som van twee exponentiele functies. De tijdconstante ($\tau = \frac{1}{j}$) van beide functies heeft een verhouding van ongeveer 1 op 10, nl. voor $j_1 = 75 : \tau_1 = 13.5$ msec. en voor $j_2 = 750 : \tau_2 = 1.35$ msec.

In onderstaande tabel wordt de amplitude van de exponentiele functies weergegeven. Hierbij zijn de A_{ij} de amplitudes van $e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ en B_{ij} die van $e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ (vergelijking 3.7.(1))

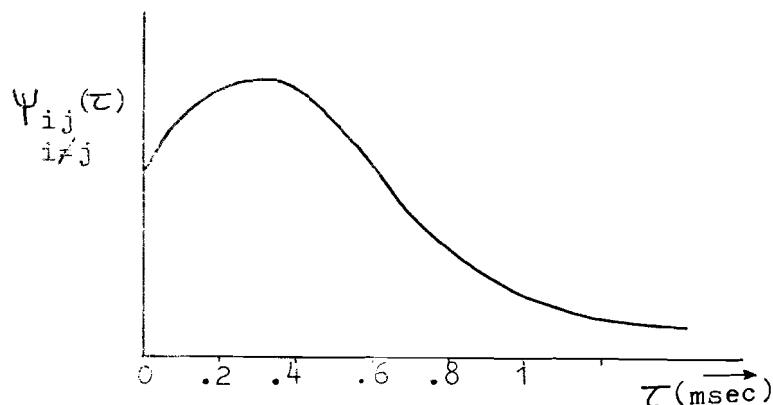
Meting no.	$\frac{A_{11}}{B_{11}}$	$\frac{A_{12}}{B_{12}}$	$\frac{A_{21}}{B_{21}}$	$\frac{A_{22}}{B_{22}}$
21472.3	13	-11	-9	8
25472.1	13	-10	-9	9
27472.2	15	-10	-13	10
15672.2	9	-7	-7	6
21072.1	10	-13	-7	9

Hierbij is uitgegaan dat $F_{i,j,k} = \text{constant}$ voor alle i,j,k

tabel 7/3.

Bij een sample-tijd van 1 msec en deze verhouding van amplitudo's is het bijna onmogelijk de exponentiële functie met de kleinste tijdconstante te bepalen.

Om meerdere meetpunten van de snelst aflopende e-macht te verkrijgen wordt gesampled met hogere frekwenties dan 1 khz. tot maximaal 10 khz. Hierbij bleek echter dat de kruiskorrelatiefunctie's geen aflopende functies meer zijn maar een maximum verschoven t.o.v. de nul-as hebben. zie fig. 7.-1.



Bij sampling met 5 khz blijken de kruiskorrelatiefuncties maxima verschoven t.o.v. de nul-as te hebben.

fig. 7.-1

Dit zou kunnen wijzen op een looptijd effect tussen de kernbakken of op de dode tijd van de buizen. Een bevredigend antwoord op deze vraag is tot nu toe nog niet gevonden.

2. Als tweede oorzaak van de grote onnauwkeurigheid in de metingen is de aanname van het model.

Uit tabel 7./1 en 7./2 blijkt dat de koppelcoëfficiënten α_{12} en α_{21} t.o.v. de coëfficiënten α_{11} respectievelijk α_{22} dezelfde grootte-orde hebben. Hieruit blijkt dat de Athenereaktor bij de configuratie waarin gemeten is niet als een zwak gekoppelde reaktor beschouwd mag worden, met andere woorden: het tweepuntsmodel met zwakke koppeling mag bij deze configuratie van de reaktor niet toegepast worden. Het was in verband met andere studies aan de reaktor niet mogelijk de midden-reflektor configuratie zodanig te wijzigen dat de koppeling verkleind wordt.

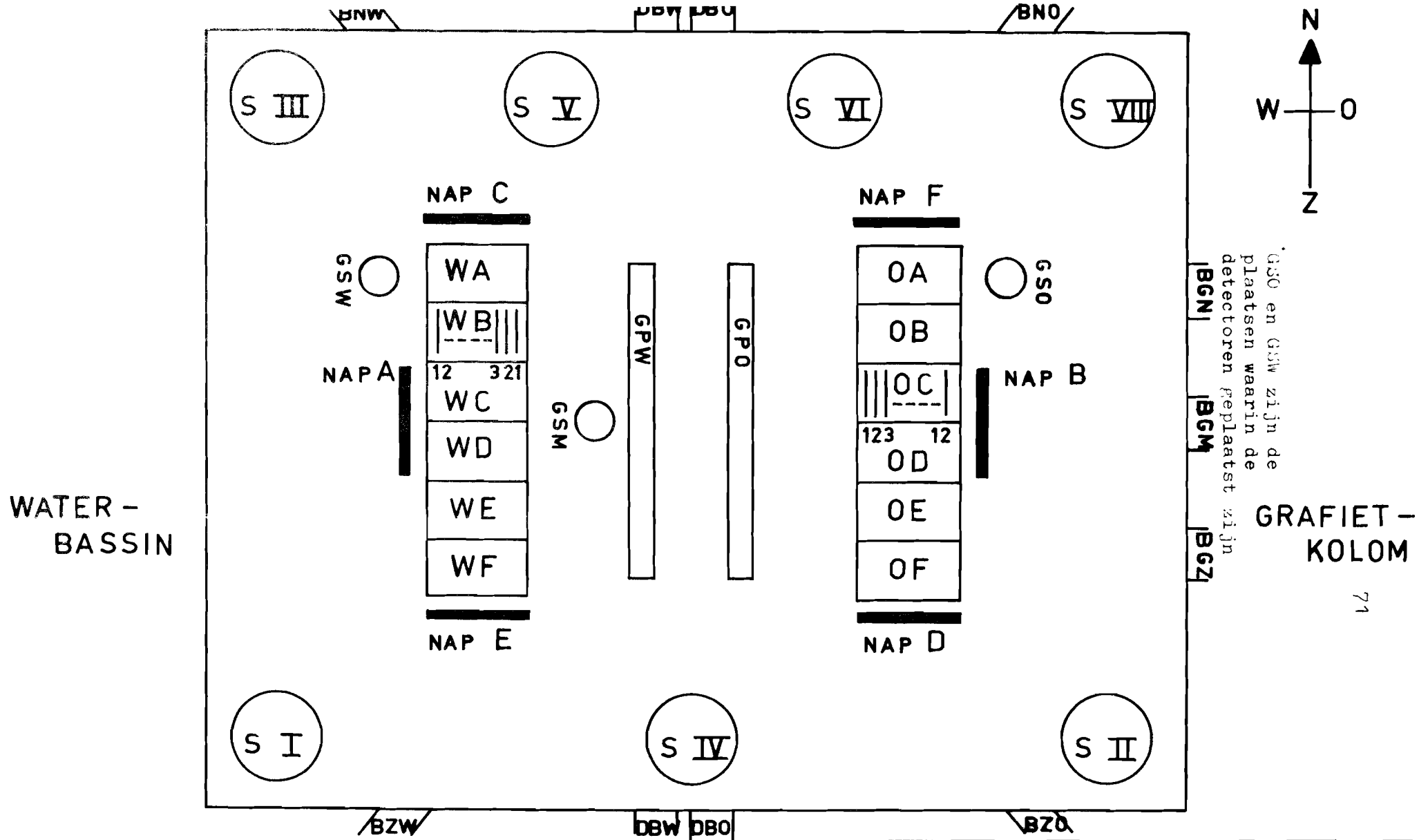
8. Conclusies en suggesties.

Voor het tweepuntsmodel met zwakke koppeling zijn de vergelijkingen voor de korrelatiefuncties afgeleid. Voor de berekening van alle grootheden uit de korrelatiefunctie zijn de programma's direkt toepasbaar, voor de PDP-9L staat dit op dectapes en de plotprogramma's voor de ELX-8 staan op ponsband. De berekeningen en de programma's zijn uitvoerig getest, helaas was het niet mogelijk de gewenste reaktorgrootheden met grote nauwkeurigheden te bepalen. We hebben een duidelijk inzicht in de koppeling tussen de beide kernbakken gekregen en moeten vaststellen dat het reaktormodel met zwakke koppeling, voor de reaktor met middenreflektor niet geheel juist is. Het lijkt er op dat na mei 1973 het mogelijk is de configuratie van de middenreflektor te wijzigen, zodat de koppeling zwakker wordt.

Het lijkt mij gewenst bij de nieuwe kernconfiguratie korrelatiemetingen te doen en de metingen met de gemaakte programma's door te rekenen, waarna de verwachtingen zijn dat de reaktorgrootheden binnen nauwere betrouwbaarheidsgrenzen te bepalen zijn.

Referenties.

- 1) Dr.Caspers; College kernreactorkunde.
- 2) P.C.Mulders; Dynamica en stabiliteit van de kernreactor
ATHENE, ATHENE 384 T.H.E.(68).
- 3) D.J.Kleijn; Een meetsysteem voor het verkrijgen van informatie over dynamische parameters uit de reactorruis.
- 4) J.B.Dragt; Reactor-noise, RCN-Petten, RCN 101 (1968)
- 5) B.C.Diven, H.C.Martin, R.F.Tascher, J.Ferrel;
Phys.Rev. 101, 1012 (1956)
- 6) D.J.Kleijn; Correlatieprogramma's t.b.v. reactorruis-
metingen, ATHENE 947, THE 1971.
- 7) W.D.Allen; Neutron Detection.
- 8) D.J.Kleijn; De 2-kanaals pulsfrekvent/digitaal omzetter,
ATHENE 857, THE (1971).
- 9) drs. A.J.Bosch en drs. H.J.L.Kamps; Statistisch Compendium (THE).
- 10) Samuel Glasstone and Milton C.Edlund; Elements of Nuclear
Reactor Theory.
- 11) R.L.Murray; Nuclear Reactor Physics.
- 12) R.V.Meghreblian, D.K.Holmes; Reactor Analysis.



NAP = neutronenabsorptieplaat W- / 0- = splijtstofelement
 GS - = grafietstaaf B - - = bestralingskanaal
 GP - = grafietplaat DB - = idem doorgaand
 S - = sensor n-flux meetkanaal BG - = idem in grafietkolom

	OPSTELLING VAN KERNKOMPONENTEN	
	ATHENE REACTOR	Fig. 1

Aanwijzing bij het lezen van de bijlage.

De komputer berekeningen van de eerste zes grafieken zijn in de bijlage opgenomen. Per geïntegreerde stap is de volgende matrix uitgetypt:

$$\alpha_{11} \quad B I \alpha_{11} \quad \frac{B I \alpha_{11} \cdot 100\%}{\alpha_{11}} \quad \alpha_{12} \quad B I \alpha_{12} \quad \frac{B I \alpha_{12}}{\alpha_{12}} \cdot 100\%$$

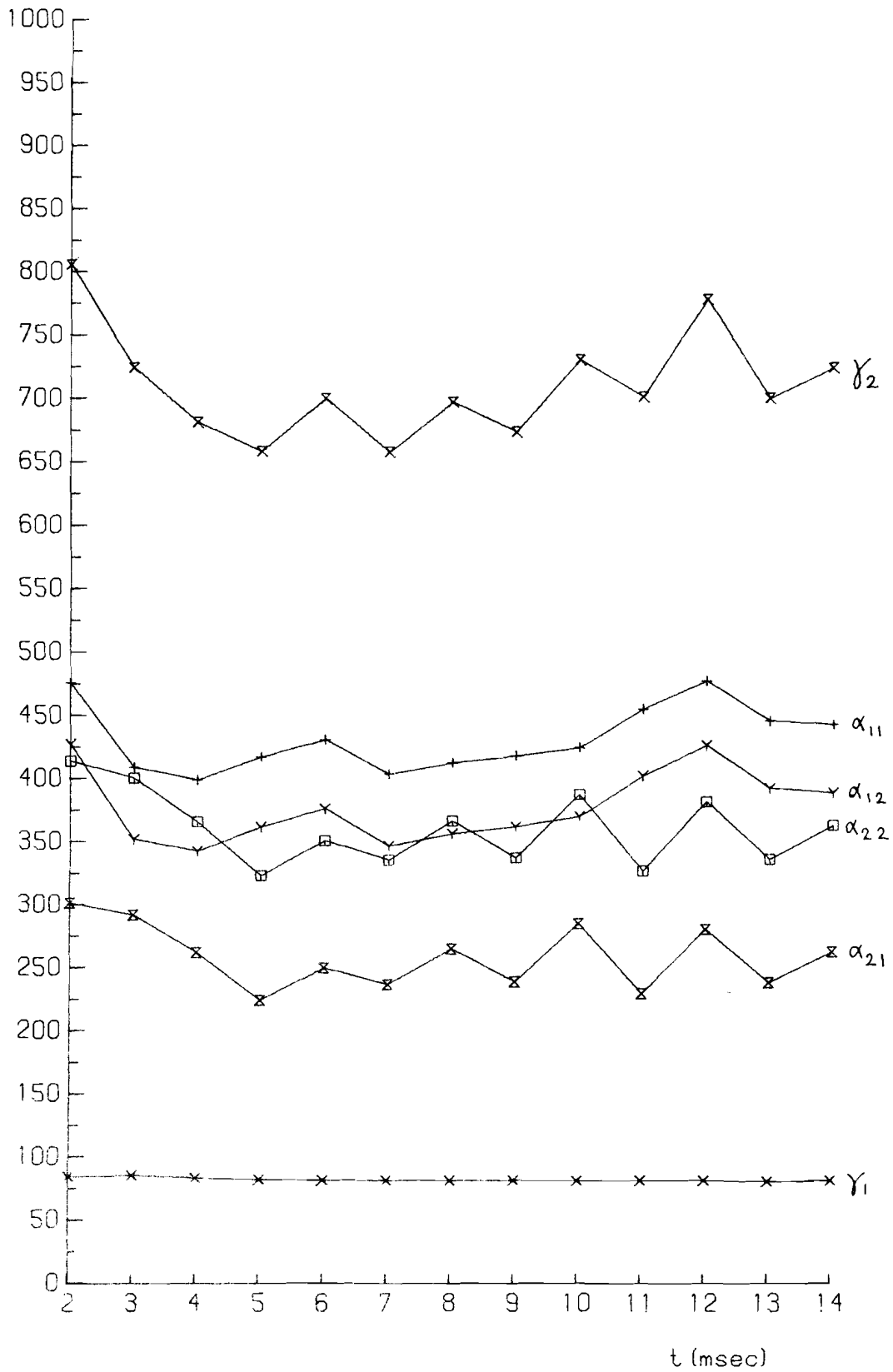
$$\alpha_{21} \quad B I \alpha_{21} \quad \frac{B I \alpha_{21}}{\alpha_{21}} \cdot 100\% \quad \alpha_{22} \quad B I \alpha_{22} \quad \frac{B I \alpha_{22}}{\alpha_{22}} \cdot 100\%$$

BI staat voor de 95%-betrouwbaarheidsinterval van de berekende α -waarde.

De grafieken 6 t/m 14 geven metingen weer waarbij verschillende parameters gevarieerd zijn.

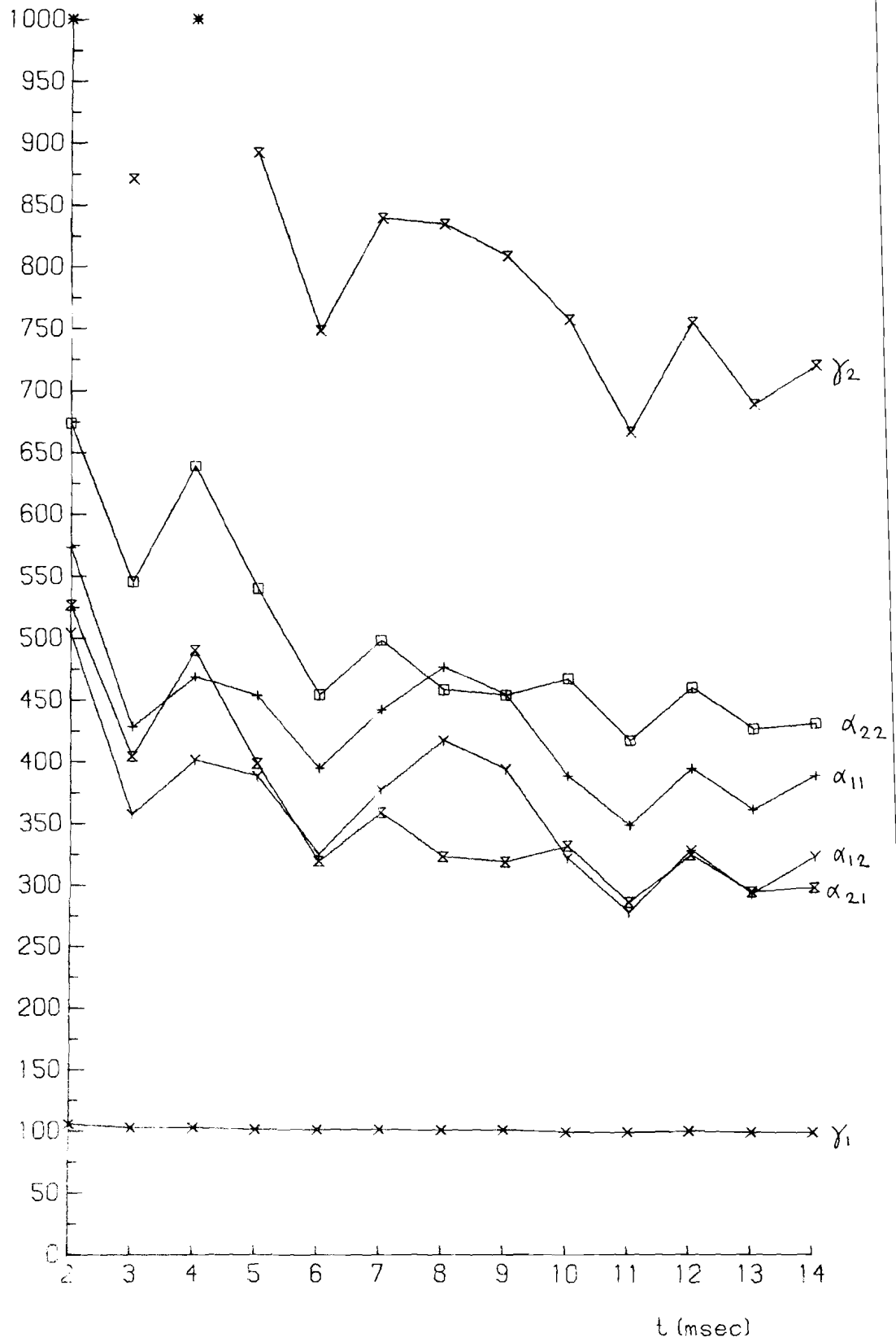
Op de laatste bladzijden van de bijlage is een listing gegeven van het programma dat de reaktormatrix berekend.

GRAFIEK 1



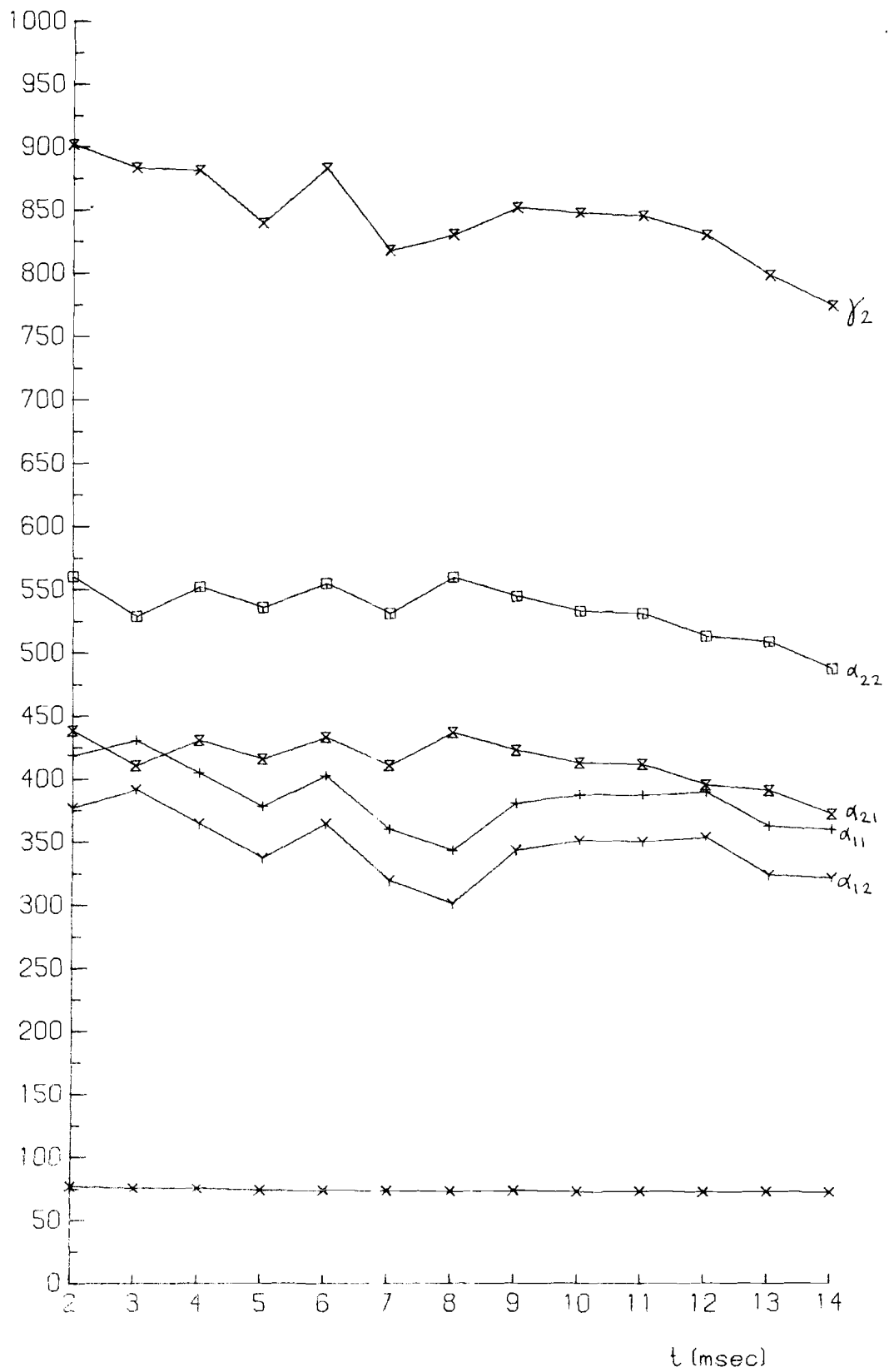
meting no= 21072.10

GRAFIEK 2



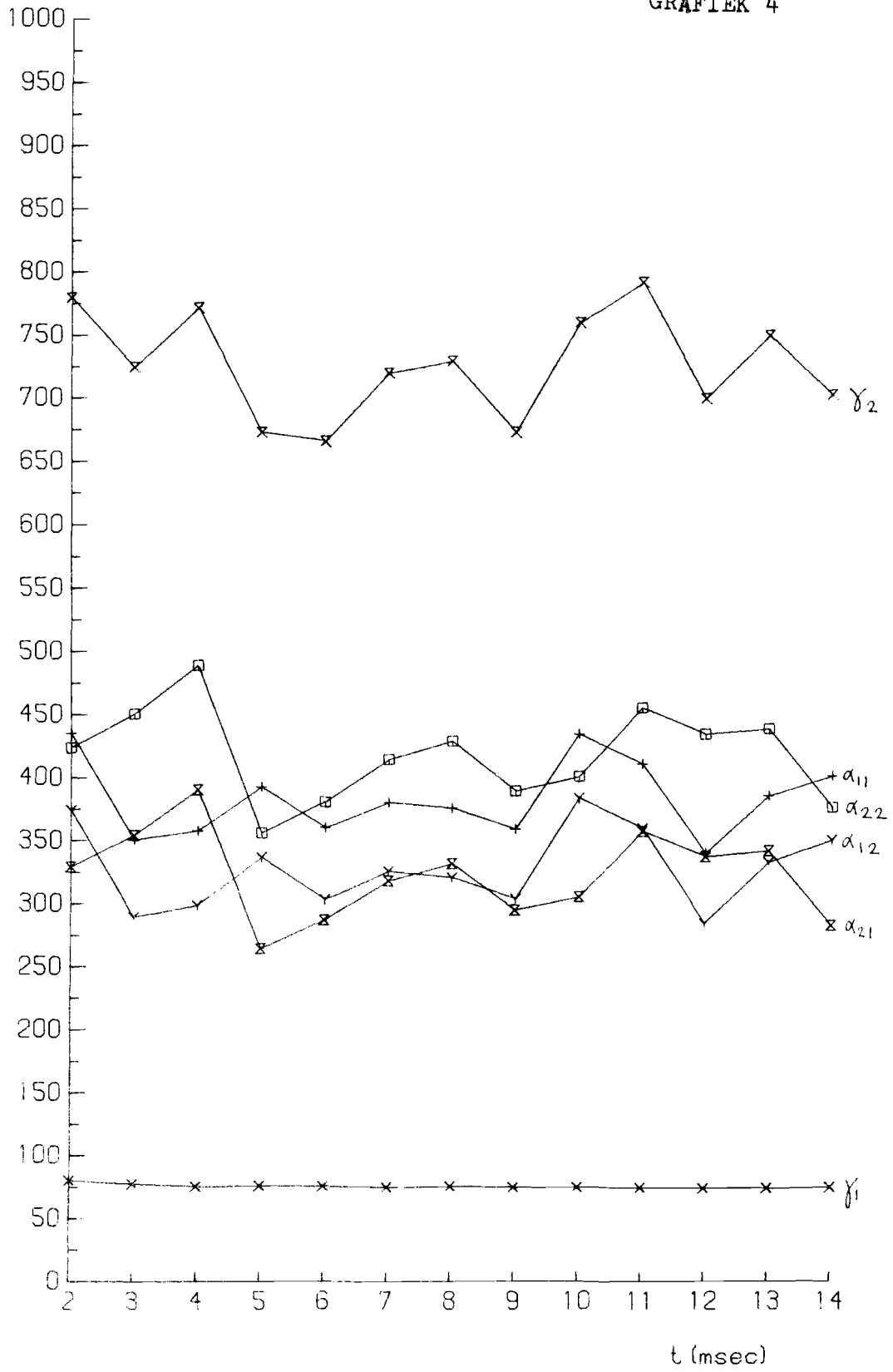
meting no = 15672.20

GRAFIEK 3



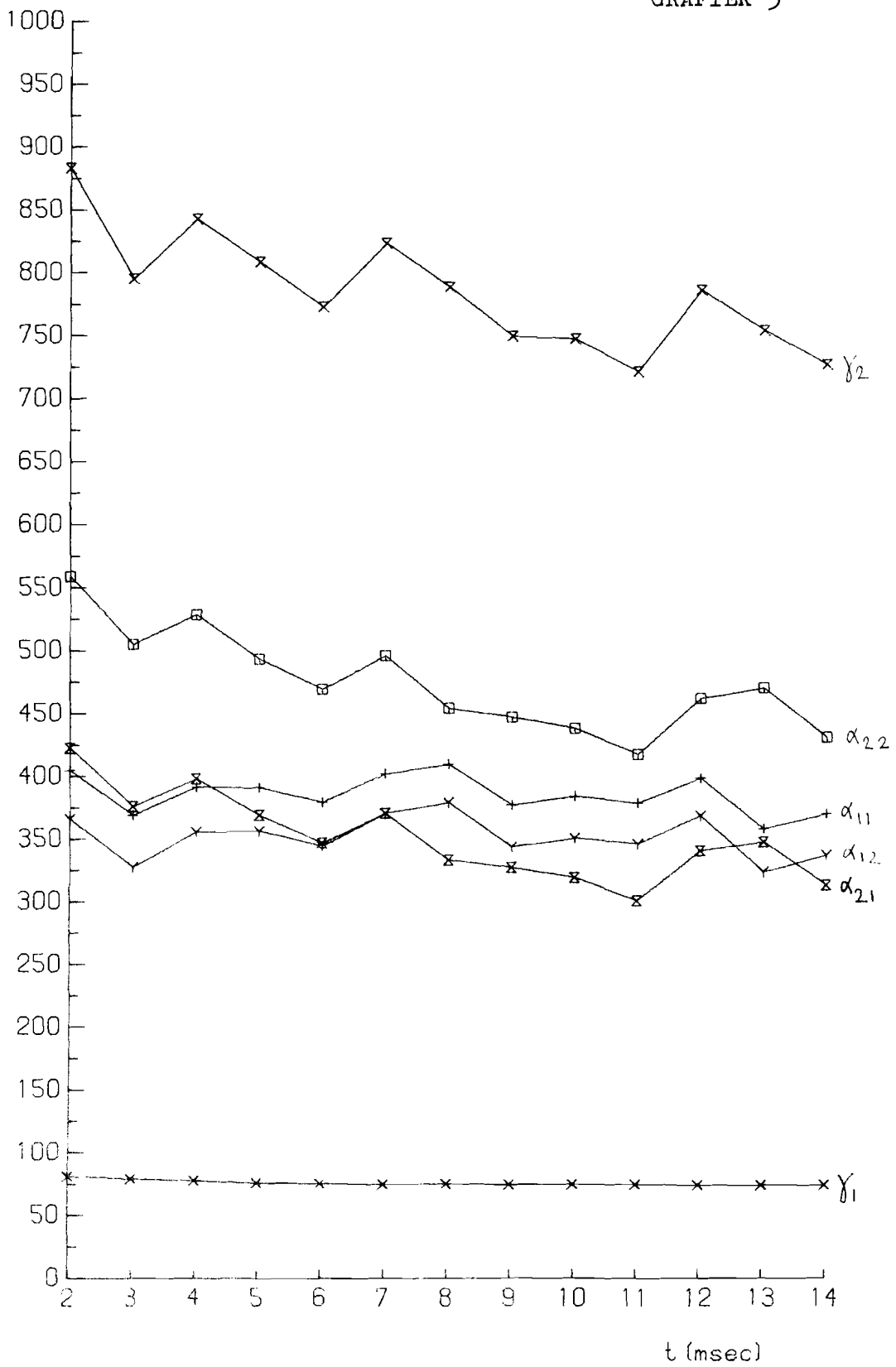
meting no = 27472.00

GRAFIEK 4



meting no = 25472.13

GRAFIEK 5



meting no= 21472.30

DATUM 21072.1
 NAP D= 50 PROC
 NAP E=100 PROC
 NAP C= 50 PROC
 NAP F=100 PROC
 AANTAL. DETECTOREN 2
 AANTAL. SERIES 10
 AANTAL RUNS 50
 MAXIMALE TAU 14
 DELTA TAU 0.0010

T	PSI11	PSI21	BI11	BI21	PROC	PSI12	PSI22	BI11	BI22	PROC
1	0.19570D+00	0.1570D-02	0.1570D-02	0.1711D-02	0.8	0.16507D+00	0.1889D-02	0.1889D-02	0.1749D-02	1.1
	0.16322D+00				1.0	0.15663D+00				1.1
2	0.17576D+00	0.1616D-02	0.1616D-02	0.1691D-02	0.9	0.15477D+00	0.1609D-02	0.1609D-02	0.1800D-02	1.0
	0.15209D+00				1.1	0.14220D+00				1.3
3	0.15999D+00	0.1419D-02	0.1419D-02	0.1455D-02	0.9	0.14433D+00	0.8784D-03	0.8784D-03	0.1760D-02	0.6
	0.13948D+00				1.0	0.13080D+00				1.3
4	0.14709D+00	0.1785D-02	0.1785D-02	0.1835D-02	1.2	0.13392D+00	0.1454D-02	0.1454D-02	0.1462D-02	1.1
	0.12930D+00				1.4	0.12087D+00				1.2
5	0.13440D+00	0.2429D-02	0.2429D-02	0.1202D-02	1.8	0.12349D+00	0.1282D-02	0.1282D-02	0.1287D-02	1.0
	0.11958D+00				1.0	0.11188D+00				1.2
6	0.12321D+00	0.1391D-02	0.1391D-02	0.1696D-02	1.1	0.11498D+00	0.1521D-02	0.1521D-02	0.1385D-02	1.3
	0.11041D+00				1.5	0.10303D+00				1.3
7	0.11438D+00	0.1959D-02	0.1959D-02	0.1502D-02	1.7	0.10626D+00	0.1244D-02	0.1244D-02	0.2117D-02	1.2
	0.10186D+00				1.5	0.95766D-01				2.2
8	0.10528D+00	0.1811D-02	0.1811D-02	0.1387D-02	1.7	0.98084D-01	0.1117D-02	0.1117D-02	0.1397D-02	1.1
	0.94023D-01				1.5	0.87554D-01				1.6
9	0.96680D-01	0.1746D-02	0.1746D-02	0.1165D-02	1.8	0.90520D-01	0.1801D-02	0.1801D-02	0.1224D-02	2.0
	0.86228D-01				1.4	0.81663D-01				1.5
10	0.89982D-01	0.1651D-02	0.1651D-02	0.1691D-02	1.8	0.83995D-01	0.1010D-02	0.1010D-02	0.2211D-02	1.2
	0.80188D-01				2.1	0.74544D-01				3.0
11	0.82189D-01	0.2158D-02	0.2158D-02	0.1512D-02	2.6	0.76898D-01	0.1390D-02	0.1390D-02	0.1475D-02	1.8
	0.73863D-01				2.0	0.69427D-01				2.1
12	0.75956D-01	0.1449D-02	0.1449D-02	0.1614D-02	1.9	0.71205D-01	0.2005D-02	0.2005D-02	0.1119D-02	2.8
	0.68757D-01				2.3	0.63214D-01				1.8
13	0.70882D-01	0.1201D-02	0.1201D-02	0.1320D-02	1.7	0.66146D-01	0.1300D-02	0.1300D-02	0.1545D-02	2.0
	0.63600D-01				2.1	0.59918D-01				2.6
14	0.64637D-01	0.1443D-02	0.1443D-02	0.1367D-02	2.2	0.60478D-01	0.1088D-02	0.1088D-02	0.1279D-02	1.8
	0.57749D-01				2.4	0.54105D-01				2.4

DATUM 21072.1											
T	A11	A21	BIA11	BIA21	PROC	A12	A22	BIA12	RIA22	PROC	
2	-0.47542D+03		0.1200D+03		25.2	0.42721D+03		0.1304D+03		30.5	
	0.30090D+03		0.1046D+03		34.8	-0.41354D+03		0.1191D+03		28.8	
3	-0.40845D+03		0.1171D+03		28.7	0.35131D+03		0.1297D+03		36.9	
	0.29148D+03		0.7256D+02		24.9	-0.40000D+03		0.8005D+02		20.0	
4	-0.39846D+03		0.1286D+03		32.3	0.34185D+03		0.1424D+03		41.6	
	0.26149D+03		0.4877D+02		18.7	-0.36501D+03		0.5286D+02		14.5	
5	-0.41647D+03		0.9026D+02		21.7	0.36121D+03		0.9846D+02		27.3	
	0.22331D+03		0.5982D+02		26.8	-0.32249D+03		0.6615D+02		20.5	
6	-0.43042D+03		0.6036D+02		14.0	0.37583D+03		0.6642D+02		17.7	
	0.24966D+03		0.3691D+02		14.8	-0.35036D+03		0.4073D+02		11.6	
7	-0.40300D+03		0.8004D+02		19.9	0.34618D+03		0.8737D+02		25.2	
	0.23587D+03		0.7711D+02		32.7	-0.33480D+03		0.8574D+02		25.6	
8	-0.41187D+03		0.1148D+03		27.9	0.35581D+03		0.1249D+03		35.1	
	0.26460D+03		0.8323D+02		31.5	-0.36592D+03		0.9108D+02		24.9	
9	-0.41754D+03		0.1298D+03		31.1	0.36141D+03		0.1414D+03		39.1	
	0.23814D+03		0.8750D+02		36.7	-0.33649D+03		0.9501D+02		28.2	
10	-0.42415D+03		0.1393D+03		32.9	0.36932D+03		0.1517D+03		41.1	
	0.28429D+03		0.1017D+03		35.8	-0.38676D+03		0.1108D+03		28.6	
11	-0.45517D+03		0.1609D+03		35.3	0.40213D+03		0.1742D+03		43.3	
	0.22914D+03		0.6473D+02		28.2	-0.32666D+03		0.7047D+02		21.6	
12	-0.47715D+03		0.1684D+03		35.3	0.42621D+03		0.1826D+03		42.8	
	0.27977D+03		0.8560D+02		30.6	-0.38170D+03		0.9269D+02		24.3	
13	-0.44508D+03		0.1088D+03		24.4	0.39189D+03		0.1181D+03		30.1	
	0.23743D+03		0.6248D+02		26.3	-0.33528D+03		0.6896D+02		20.6	
14	-0.44251D+03		0.1372D+03		31.0	0.38833D+03		0.1484D+03		38.2	
	0.26211D+03		0.7188D+02		27.4	-0.36254D+03		0.7847D+02		21.6	

DATUM	21072.1				
T	GAM1	GAM2	BIG1	BIG2	PROC
2	-0.83848D+02		0.5645D+01		6.7
	-0.80511D+03		0.9701D+02		12.0
3	-0.84792D+02		0.1841D+01		2.2
	-0.72365D+03		0.1634D+03		22.6
4	-0.82874D+02		0.2418D+01		2.9
	-0.68060D+03		0.1468D+03		21.6
5	-0.81462D+02		0.2146D+01		2.6
	-0.65750D+03		0.1237D+03		18.8
6	-0.81454D+02		0.9213D+00		1.1
	-0.69932D+03		0.8469D+02		12.1
7	-0.80766D+02		0.1138D+01		1.4
	-0.65704D+03		0.1503D+03		22.9
8	-0.81241D+02		0.9616D+00		1.2
	-0.69655D+03		0.1900D+03		27.3
9	-0.81151D+02		0.8391D+00		1.0
	-0.67288D+03		0.2026D+03		30.1
10	-0.80979D+02		0.1395D+01		1.7
	-0.72994D+03		0.2365D+03		32.4
11	-0.80883D+02		0.1088D+01		1.3
	-0.70000D+03		0.2008D+03		28.6
12	-0.80853D+02		0.1343D+01		1.7
	-0.77800D+03		0.2455D+03		31.6
13	-0.80153D+02		0.1346D+01		1.7
	-0.70021D+03		0.1463D+03		20.9
14	-0.80973D+02		0.8165D+00		1.0
	-0.72408D+03		0.1910D+03		26.4

DATUM 15672.2
 NAP D= 50 PROC
 NAP E= 50 PROC
 NAP C=100 PROC
 NAP F=100 PROC
 AANTAL DETECTOREN 2
 AANTAL SERIES 1
 AANTAL RUNS 560
 MAXIMALE TAU 14
 DELTA TAU 0.0010

T	PSI11	PSI21	RI11	BI21	PROC	PSI12	PSI22	RI11	RI22	PROC
1	0.12727D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.11131D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.11325D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.11851D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
2	0.11246D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.10244D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.10601D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.10198D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
3	0.10278D+00	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.91939D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.96768D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.91028D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
4	0.92159D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.83964D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.88337D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.80409D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
5	0.84194D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.75268D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.80696D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.73654D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
6	0.76448D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.67506D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.72705D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.67012D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
7	0.68613D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.61456D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.66829D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.59572D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
8	0.62407D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.55644D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.61611D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.54899D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
9	0.56840D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.50266D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.55631D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.49638D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
10	0.52235D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.46790D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.49697D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.45592D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
11	0.48042D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.41543D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.45113D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.41173D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
12	0.41983D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.38038D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.40800D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.36359D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
13	0.39536D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.34383D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.37606D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.33675D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
14	0.35183D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.31285D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.34378D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.30404D-01	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0

DATUM		15672.2								
T	A11	A21	BIA11	BIA21	PROC	A12	A22	BIA12	BIA22	PROC
2	-0.57309D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.50421D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.52670D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.67374D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
3	-0.42803D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.35715D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.40386D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.54514D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
4	-0.46831D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.40091D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.48955D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.63842D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
5	-0.45310D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.38780D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.39797D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.53940D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
6	-0.39460D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.32481D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.31898D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.45418D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
7	-0.44179D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.37713D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.35844D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.49798D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
8	-0.47665D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.41717D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.32259D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.45823D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
9	-0.45424D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.39338D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.31800D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.45366D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
10	-0.38835D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.32139D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.33168D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.46715D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
11	-0.34781D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.27759D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.28546D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.41722D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
12	-0.39468D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.32794D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.32396D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.45995D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
13	-0.36786D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.29244D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.29406D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.42672D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
14	-0.38867D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	0.32300D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0
	0.29762D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0	-0.43080D+03	0.00000D+00	0.00000D+00	0.0	0.0

DATUM	15672.2				
T	GAM1	GAM2	BIG1	BIG2	PROC
2	-0.10563D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.11412D+04		0.00000D+00		0.0
3	-0.10231D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.87087D+03		0.00000D+00		0.0
4	-0.10226D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.10045D+04		0.00000D+00		0.0
5	-0.10104D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.89146D+03		0.00000D+00		0.0
6	-0.10113D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.74765D+03		0.00000D+00		0.0
7	-0.10115D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.83862D+03		0.00000D+00		0.0
8	-0.10048D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.83440D+03		0.00000D+00		0.0
9	-0.10026D+03		0.00000D+00		0.0
	-0.80764D+03		0.00000D+00		0.0
10	-0.98885D+02		0.00000D+00		0.0
	-0.75662D+03		0.00000D+00		0.0
11	-0.98887D+02		0.00000D+00		0.0
	-0.66614D+03		0.00000D+00		0.0
12	-0.99738D+02		0.00000D+00		0.0
	-0.75489D+03		0.00000D+00		0.0
13	-0.98701D+02		0.00000D+00		0.0
	-0.68888D+03		0.00000D+00		0.0
14	-0.98968D+02		0.00000D+00		0.0
	-0.72950D+03		0.00000D+00		0.0

DATUM 27472.2
 NAP D=100 PROC
 NAP E= 8 PROC
 NAP C=100 PROC
 NAP F=100 PROC
 AANTAL DETECTOREN 2
 AANTAL SERIES 3
 AANTAL RUNS 200
 MAXIMALE TAU 12
 DELTA TAU 0.0010

T	PSI11	PSI21	RI11	BI21	PROC	PSI12	PSI22	RI11	RI22	PROC
1	0.21659D+00	0.3359D-02	1.6			0.18827D+00	0.3657D-02	1.9		
	0.19058D+00	0.1020D-02	0.5			0.19231D+00	0.6323D-02	3.3		
2	0.19854D+00	0.3962D-02	2.0			0.17690D+00	0.2549D-02	1.4		
	0.18134D+00	0.3140D-02	1.7			0.17175D+00	0.2921D-02	1.7		
3	0.18347D+00	0.5007D-02	2.7			0.16493D+00	0.2778D-02	1.7		
	0.17046D+00	0.2078D-02	1.2			0.15753D+00	0.3463D-02	2.9		
4	0.17054D+00	0.2959D-02	1.7			0.15311D+00	0.1135D-02	0.7		
	0.15891D+00	0.3354D-02	2.1			0.14446D+00	0.3079D-02	2.1		
5	0.15949D+00	0.4805D-02	3.0			0.14223D+00	0.4190D-02	2.9		
	0.14816D+00	0.2804D-02	1.9			0.13369D+00	0.0538D-03	0.7		
6	0.14760D+00	0.3139D-02	2.1			0.13259D+00	0.3920D-04	0.1		
	0.13815D+00	0.1427D-02	1.0			0.12400D+00	0.3184D-02	2.6		
7	0.13890D+00	0.2094D-02	1.5			0.12281D+00	0.2941D-02	2.4		
	0.12895D+00	0.3421D-02	2.7			0.11528D+00	0.4609D-02	4.0		
8	0.12936D+00	0.3125D-02	2.4			0.11546D+00	0.0264D-03	0.3		
	0.11980D+00	0.3145D-02	2.6			0.10723D+00	0.3087D-02	2.9		
9	0.11959D+00	0.2273D-02	1.9			0.10648D+00	0.3509D-02	3.3		
	0.11182D+00	0.1065D-02	1.0			0.99235D-01	0.3823D-02	2.8		
10	0.11139D+00	0.1713D-02	1.5			0.10016D+00	0.1152D-02	1.2		
	0.10454D+00	0.3830D-02	3.7			0.93924D-01	0.1750D-02	1.9		
11	0.10348E+00	0.2233D-02	2.2			0.92971D-01	0.1653D-02	1.8		
	0.07844D-01	0.3436D-02	3.5			0.87209D-01	0.3164D-02	3.6		
12	0.06994D-01	0.2403D-02	2.5			0.86315D-01	0.1658D-02	1.9		
	0.01120D-01	0.3399D-02	3.7			0.81395D-01	0.1734D-02	2.1		

DATUM 27472.2										
T	A11	A21	RIA11	BIA21	PROC	A12	A22	RIA12	RIA22	PROC
2	-0.41866D+03		0.1079D+03		25.8	0.37706D+03		0.1176D+03		31.3
	0.43781D+03		0.8323D+02		19.0	-0.55999D+03		0.0423D+02		16.4
3	-0.43030D+03		0.1565D+03		36.4	0.39135D+03		0.1652D+02		40.0
	0.41030D+03		0.1528D+02		3.7	-0.52860D+03		0.1815D+02		3.4
4	-0.40462D+03		0.8850D+02		21.9	0.36448D+03		0.4928D+02		24.5
	0.43045D+03		0.1832D+03		42.6	-0.55181D+03		0.1950D+03		35.3
5	-0.37798D+03		0.2124D+03		56.2	0.33723D+03		0.0283D+03		67.7
	0.41530D+03		0.1061D+03		25.5	-0.53558D+03		0.1179D+03		22.0
6	-0.40260D+03		0.1809D+03		44.8	0.36458D+03		0.1938D+03		53.2
	0.43275D+03		0.1764D+03		40.8	-0.55471D+03		0.1909D+03		34.4
7	-0.35992D+03		0.8326D+02		23.1	0.31944D+03		0.8694D+02		27.2
	0.41049D+03		0.1443D+03		35.1	-0.53084D+03		0.1593D+03		37.3
8	-0.34305D+03		0.1704D+03		49.7	0.30108D+03		0.1832D+03		67.8
	0.43667D+03		0.1919D+03		43.9	-0.55934D+03		0.0711D+03		37.7
9	-0.38075D+03		0.1821D+03		47.8	0.34292D+03		0.1996D+03		58.2
	0.42234D+03		0.1045D+03		24.7	-0.54441D+03		0.1159D+03		21.3
10	-0.38768D+03		0.7727D+02		19.9	0.35107D+03		0.0189D+02		23.3
	0.41259D+03		0.1715D+03		41.6	-0.53250D+03		0.1888D+03		35.5
11	-0.38696D+03		0.9528D+02		24.6	0.35016D+03		0.1038D+03		20.6
	0.41130D+03		0.1686D+03		41.0	-0.53119D+03		0.1871D+03		35.0
12	-0.38964D+03		0.1299D+03		35.3	0.35371D+03		0.1398D+03		39.5
	0.39403D+03		0.1070D+03		30.5	-0.51304D+03		0.1418D+03		27.6

DATUM	27472.2				
T	GAM1	GAM2	BIG1	BIG2	PROC
2	-0.76969D+02		0.5788D+01		7.5
	-0.90168D+03		0.1227D+03		13.6
3	-0.75653D+02		0.5393D+01		7.1
	-0.88324D+03		0.1671D+03		18.9
4	-0.75390D+02		0.5773D+01		7.7
	-0.88103D+03		0.2301D+03		26.1
5	-0.74188D+02		0.3823D+01		5.2
	-0.83937D+03		0.2709D+03		32.3
6	-0.74193D+02		0.2830D+01		3.8
	-0.88312D+03		0.3588D+03		40.6
7	-0.73274D+02		0.2985D+01		4.1
	-0.81748D+03		0.2171D+03		26.6
8	-0.72748D+02		0.3473D+01		4.8
	-0.82964D+03		0.2774D+03		33.4
9	-0.73269D+02		0.1609D+01		2.2
	-0.85190D+03		0.2943D+03		34.5
10	-0.72693D+02		0.1467D+01		2.0
	-0.84749D+03		0.2625D+03		31.0
11	-0.72782D+02		0.1468D+01		2.0
	-0.84537D+03		0.2811D+03		33.3
12	-0.72488D+02		0.2126D+01		2.0
	-0.80010D+03		0.2367D+03		24.5

DATUM 25472.1
 NAP D= 50 PROC
 NAP E= 50 PROC
 NAP C=100 PROC
 NAP F=100 PROC
 AANTAL DETECTOREN 2
 AANTAL SERIES 10
 AANTAL RUNS 40
 MAXIMALE TAU 14
 DELTA TAU 0.0010

T	PSI11	PSI21	BI11	BI21	PROC	PSI12	PSI22	BI11	BI22	PROC
1	0.20927D+00	0.2870D-02	1.4	0.19097D+00	0.2348D-02	1.2				
	0.19403D+00	0.1763D-02	0.9	0.20181D+00	0.2289D-02	1.1				
2	0.19124D+00	0.1937D-02	1.0	0.17850D+00	0.2474D-02	1.4				
	0.18365D+00	0.2317D-02	1.3	0.18241D+00	0.1878D-02	1.0				
3	0.17752D+00	0.2046D-02	1.2	0.16630D+00	0.2065D-02	1.2				
	0.17147D+00	0.1914D-02	1.1	0.16656D+00	0.1544D-02	0.9				
4	0.16525D+00	0.1535D-02	0.9	0.15497D+00	0.2456D-02	1.6				
	0.16064D+00	0.2119D-02	1.3	0.15256D+00	0.1942D-02	1.3				
5	0.15343D+00	0.1821D-02	1.2	0.14281D+00	0.1919D-02	1.3				
	0.15093D+00	0.2116D-02	1.4	0.14375D+00	0.1534D-02	1.1				
6	0.14249D+00	0.1687D-02	1.2	0.13225D+00	0.1702D-02	1.3				
	0.13977D+00	0.1961D-02	1.4	0.13184D+00	0.1520D-02	1.2				
7	0.13267D+00	0.1374D-02	1.0	0.12316D+00	0.1968D-02	1.6				
	0.13081D+00	0.2563D-02	2.0	0.12154D+00	0.1600D-02	1.3				
8	0.12296D+00	0.1955D-02	1.6	0.11456D+00	0.1557D-02	1.4				
	0.12108D+00	0.1836D-02	1.5	0.11253D+00	0.1530D-02	1.4				
9	0.11488D+00	0.1997D-02	1.7	0.10633D+00	0.1994D-02	1.9				
	0.11309D+00	0.1848D-02	1.6	0.10553D+00	0.1335D-02	1.3				
10	0.10541D+00	0.2246D-02	2.1	0.98544D-01	0.1711D-02	1.7				
	0.10600D+00	0.1878D-02	1.8	0.97991D-01	0.1603D-02	1.6				
11	0.92292D-01	0.1486D-02	1.5	0.92551D-01	0.2029D-02	2.2				
	0.98675D-01	0.1612D-02	1.6	0.90683D-01	0.1830D-02	2.0				
12	0.93366D-01	0.1818D-02	1.9	0.86242D-01	0.1603D-02	1.9				
	0.97584D-01	0.1916D-02	2.1	0.84597D-01	0.2111D-02	2.5				
13	0.85839D-01	0.1321D-02	1.5	0.80059D-01	0.1656D-02	2.1				
	0.84971D-01	0.1515D-02	1.8	0.78597D-01	0.1978D-02	2.5				
14	0.79393D-01	0.1509D-02	1.9	0.72734D-01	0.1759D-02	2.4				
	0.79422D-01	0.1188D-02	1.5	0.73443D-01	0.1965D-02	2.7				

DATUM		25472.1								
T	A11	A21	BIA11	BIA21	PROC	A12	A22	BIA12	BIA22	PROC
2	-0.43512D+03		0.1694D+03		38.9	0.37382D+03		0.1745D+03		46.7
	0.32878D+03		0.1538D+03		46.8	-0.42369D+03		0.1566D+03		37.0
3	-0.35072D+03		0.9582D+02		27.3	0.28901D+03		0.9986D+02		34.6
	0.35424D+03		0.9500D+02		26.8	-0.45013D+03		0.2775D+02		21.7
4	-0.35739D+03		0.1331D+03		37.2	0.37750D+03		0.1378D+03		46.2
	0.38992D+03		0.1103D+03		28.3	-0.48838D+03		0.1158D+03		23.7
5	-0.39204D+03		0.9884D+02		25.2	0.33633D+03		0.1042D+03		31.0
	0.26402D+03		0.7302D+02		27.7	-0.35553D+03		0.7574D+02		21.3
6	-0.36004D+03		0.8670D+02		24.1	0.30298D+03		0.9139D+02		30.2
	0.28679D+03		0.7677D+02		26.8	-0.38063D+03		0.8057D+02		21.2
7	-0.38021D+03		0.1179D+03		31.0	0.32550D+03		0.1246D+03		38.2
	0.31780D+03		0.6512D+02		20.5	-0.41377D+03		0.6411D+02		16.5
8	-0.37540D+03		0.8720D+02		23.2	0.32064D+03		0.9236D+02		28.8
	0.33147D+03		0.8020D+02		24.2	-0.42837D+03		0.8416D+02		19.6
9	-0.35830D+03		0.7060D+02		19.7	0.30352D+03		0.7573D+02		24.9
	0.29457D+03		0.9396D+02		31.9	-0.38894D+03		0.9838D+02		25.3
10	-0.43406D+03		0.1016D+03		23.4	0.38361D+03		0.1081D+03		28.2
	0.30499D+03		0.1083D+03		35.5	-0.40034D+03		0.1146D+03		28.6
11	-0.41049D+03		0.8478D+02		20.7	0.35974D+03		0.9066D+02		25.2
	0.35697D+03		0.1071D+03		30.0	-0.45514D+03		0.1130D+03		24.8
12	-0.33926D+03		0.6625D+02		19.5	0.28421D+03		0.7043D+02		24.8
	0.33708D+03		0.9940D+02		29.5	-0.43391D+03		0.1050D+03		24.2
13	-0.38483D+03		0.5801D+02		15.1	0.33262D+03		0.6131D+02		18.4
	0.34136D+03		0.9398D+02		26.7	-0.43873D+03		0.9601D+02		21.9
14	-0.40053D+03		0.5695D+02		14.2	0.34997D+03		0.6036D+02		17.2
	0.28180D+03		0.9395D+02		33.3	-0.37609D+03		0.9992D+02		26.6

DATUM	25472.1				
T	GAM1	GAM2	BIG1	BIG2	PROC
2	-0.79784D+02		0.4975D+01		6.2
	-0.77902D+03		0.1933D+03		24.8
3	-0.76833D+02		0.4031D+01		5.2
	-0.72402D+03		0.1227D+03		16.9
4	-0.74856D+02		0.2367D+01		3.2
	-0.77091D+03		0.1555D+03		20.2
5	-0.75313D+02		0.2238D+01		3.0
	-0.67226D+03		0.1461D+03		21.7
6	-0.75282D+02		0.1312D+01		1.7
	-0.66539D+03		0.1454D+03		21.8
7	-0.74373D+02		0.1755D+01		2.4
	-0.71961D+03		0.1666D+03		23.1
8	-0.74801D+02		0.1113D+01		1.5
	-0.72896D+03		0.1454D+03		19.9
9	-0.74467D+02		0.1010D+01		1.4
	-0.67278D+03		0.1312D+03		19.5
10	-0.74708D+02		0.1155D+01		1.5
	-0.75969D+03		0.1829D+03		24.1
11	-0.74032D+02		0.8175D+00		1.1
	-0.79160D+03		0.1620D+03		20.5
12	-0.73592D+02		0.8848D+00		1.2
	-0.69957D+03		0.1262D+03		18.0
13	-0.73793D+02		0.8154D+00		1.1
	-0.74977D+03		0.1358D+03		18.1
14	-0.74389D+02		0.1136D+01		1.5
	-0.70263D+03		0.1274D+03		18.1

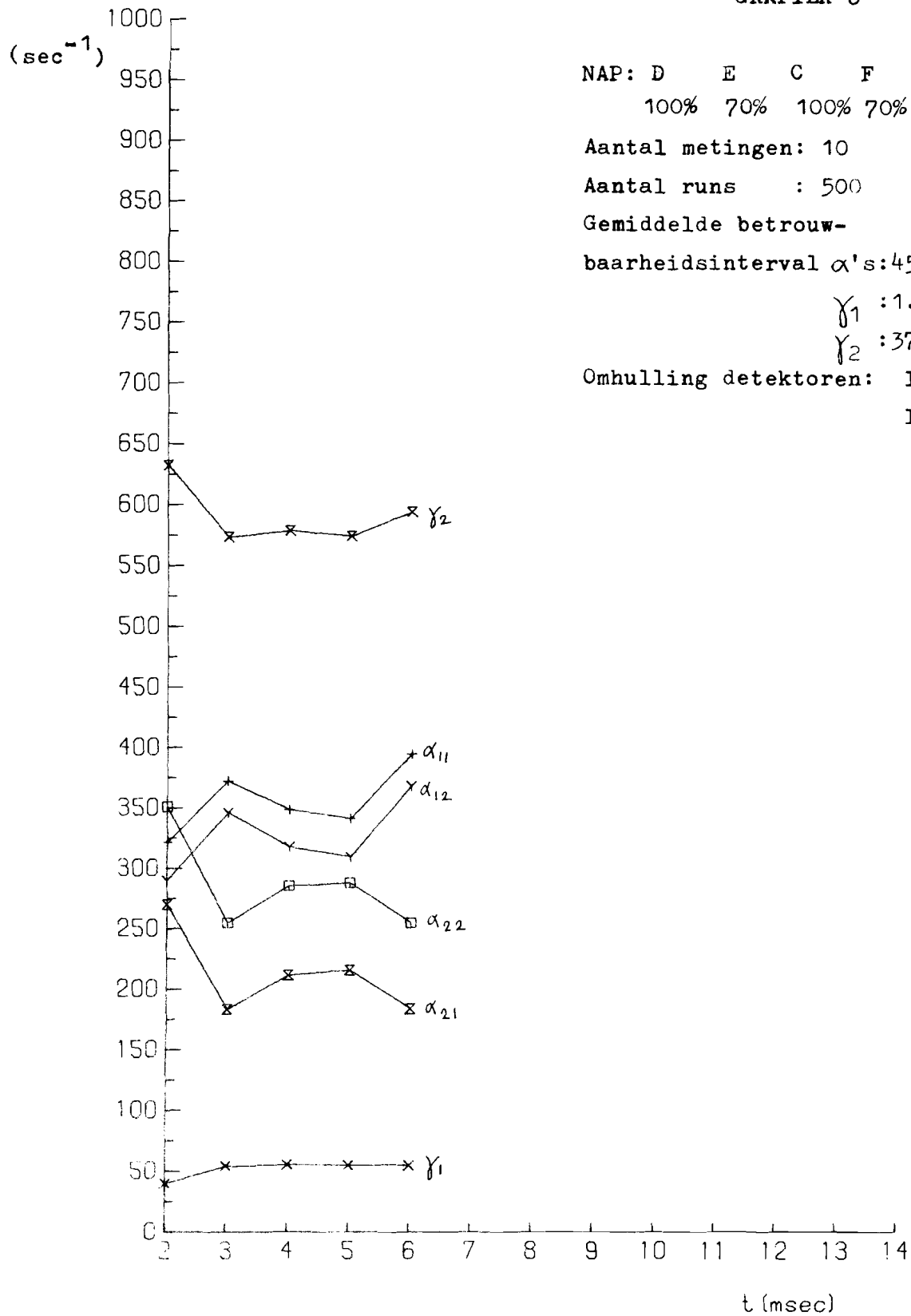
DATUM 21472.3
 NAP D= 8 PROC
 NAP E= 8 PROC
 NAP C=100 PROC
 NAP F=100 PROC
 AANTAL DETECTOREN 2
 AANTAL SERIES 4
 AANTAL RUNS 120
 MAXIMALE TAU 14
 DELTA TAU 0.0010

T	PSI11	PSI21	BI11	BI21	PROC	PSI12	PSI22	BI11	BI22	PROC
1	0.23537D+00	0.1398D-02	0.6	0.20145D+00	0.7235D-02	3.6				
	0.20399D+00	0.5556D-02	2.7	0.20247D+00	0.6577D-02	3.2				
2	0.21529D+00	0.2243D-02	1.0	0.18817D+00	0.5049D-02	2.7				
	0.19342D+00	0.4434D-02	2.3	0.17979D+00	0.9624D-02	5.4				
3	0.19902D+00	0.2466D-02	1.2	0.17462D+00	0.4548D-02	2.6				
	0.18057D+00	0.6055D-02	3.4	0.16452D+00	0.8611D-02	5.2				
4	0.18464D+00	0.1309D-02	0.7	0.16252D+00	0.4331D-02	2.7				
	0.16961D+00	0.5432D-02	3.2	0.15082D+00	0.7103D-02	4.7				
5	0.17233D+00	0.2645D-02	1.5	0.15152D+00	0.4767D-02	3.1				
	0.15872D+00	0.4500D-02	2.8	0.14102D+00	0.5936D-02	4.2				
6	0.16024D+00	0.1299D-02	0.8	0.14025D+00	0.2686D-02	1.9				
	0.14765D+00	0.3770D-02	2.6	0.13079D+00	0.4925D-02	3.8				
7	0.14913D+00	0.3104D-02	2.1	0.13104D+00	0.2123D-02	1.6				
	0.13805D+00	0.4593D-02	3.3	0.12102D+00	0.5839D-02	4.2				
8	0.13837D+00	0.1544D-02	1.1	0.12081D+00	0.2475D-02	2.3				
	0.12841D+00	0.4174D-02	3.3	0.11289D+00	0.5253D-02	4.7				
9	0.12905D+00	0.1038D-02	0.8	0.11267D+00	0.1885D-02	1.7				
	0.11918D+00	0.3418D-02	2.9	0.10548D+00	0.5620D-02	5.3				
10	0.11948D+00	0.3421D-02	2.9	0.10407D+00	0.2666D-02	2.6				
	0.11052D+00	0.3767D-02	3.4	0.97192D-01	0.3940D-02	4.1				
11	0.11149D+00	0.7567D-03	0.7	0.96735D-01	0.2244D-02	2.3				
	0.10351D+00	0.2053D-02	2.0	0.90608D-01	0.3848D-02	4.2				
12	0.10338D+00	0.1662D-02	1.6	0.91058D-01	0.1997D-02	2.2				
	0.96819D-01	0.1866D-02	1.9	0.83957D-01	0.3384D-02	4.0				
13	0.97085D-01	0.1842D-02	1.9	0.84188D-01	0.3456D-02	4.1				
	0.89113D-01	0.2083D-02	2.3	0.77722D-01	0.3410D-02	4.4				
14	0.89601D-01	0.4386D-02	4.9	0.78345D-01	0.2989D-02	3.2				
	0.82973D-01	0.1987D-02	2.4	0.73408D-01	0.2622D-02	3.6				

DATUM 21472.3										
T	A11	A21	BIA11	BIA21	PROC	A12	A22	BIA12	RIA22	PROC
2	-0.40471D+03		0.1406D+03		34.8	0.36583D+03		0.1590D+03		43.1
	0.42257D+03		0.2597D+03		61.5	-0.55908D+03		0.3025D+03		54.1
3	-0.36916D+03		0.9740D+02		26.4	0.32734D+03		0.1032D+03		31.5
	0.37592D+03		0.1980D+03		52.7	-0.50499D+03		0.2319D+03		45.9
4	-0.39143D+03		0.5645D+02		14.4	0.35525D+03		0.5987D+02		16.0
	0.39815D+03		0.1083D+03		27.2	-0.52854D+03		0.1297D+03		24.5
5	-0.39030D+03		0.1075D+03		27.6	0.35606D+03		0.1141D+03		32.1
	0.36836D+03		0.6212D+02		16.9	-0.49301D+03		0.7539D+02		15.3
6	-0.37887D+03		0.8331D+02		22.0	0.34418D+03		0.8997D+02		26.1
	0.34662D+03		0.9796D+02		28.3	-0.46884D+03		0.1142D+03		24.4
7	-0.40218D+03		0.2008D+03		49.9	0.37028D+03		0.2146D+03		57.0
	0.37070D+03		0.1048D+03		28.3	-0.49586D+03		0.1238D+03		25.0
8	-0.40946D+03		0.1773D+03		43.3	0.37897D+03		0.1895D+03		50.0
	0.33315D+03		0.8880D+02		26.7	-0.45397D+03		0.1058D+03		21.1
9	-0.37704D+03		0.9261D+02		24.6	0.34347D+03		0.9601D+02		28.0
	0.32694D+03		0.1252D+03		38.3	-0.44703D+03		0.1477D+03		33.0
10	-0.38413D+03		0.2001D+03		52.1	0.35064D+03		0.2158D+03		61.6
	0.31907D+03		0.5869D+02		18.4	-0.43805D+03		0.6909D+02		15.8
11	-0.37857D+03		0.9288D+02		24.5	0.34591D+03		0.9711D+02		28.1
	0.30061D+03		0.1054D+03		35.1	-0.41754D+03		0.1220D+03		29.2
12	-0.39836D+03		0.7971D+02		20.0	0.36869D+03		0.8181D+02		22.2
	0.34750D+03		0.8391D+02		24.6	-0.46204D+03		0.9788D+02		21.2
13	-0.35817D+03		0.7590D+02		21.2	0.32366D+03		0.8127D+02		25.1
	0.34769D+03		0.1401D+03		40.3	-0.47041D+03		0.1589D+03		33.8
14	-0.37012D+03		0.1170D+03		31.6	0.33678D+03		0.1227D+03		36.4
	0.31010D+03		0.1463D+03		46.7	-0.43122D+03		0.1672D+03		38.8

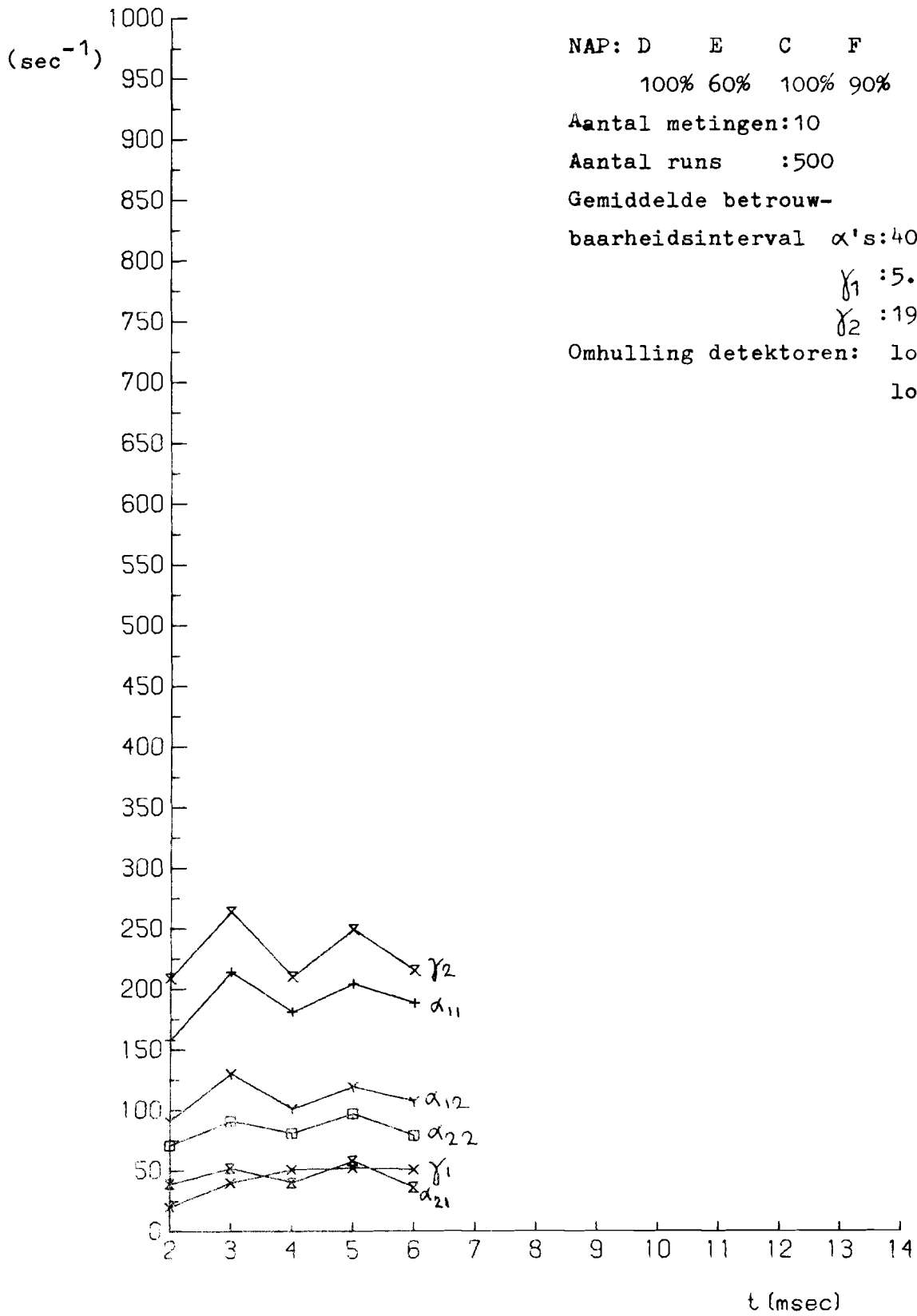
DATUM	21472.3				
T	GAM1	GAM2	BIG1	BIG2	PROC
2	-0.81014D+02		0.5523D+01		6.8
	-0.88278D+03		0.4051D+03		45.9
3	-0.79156D+02		0.4183D+01		5.3
	-0.79499D+03		0.2570D+03		32.3
4	-0.77372D+02		0.1978D+01		2.6
	-0.84259D+03		0.1282D+03		15.2
5	-0.75471D+02		0.2541D+01		3.4
	-0.80784D+03		0.4047D+02		5.0
6	-0.75299D+02		0.1489D+01		2.0
	-0.77240D+03		0.1755D+03		22.7
7	-0.74613D+02		0.1991D+01		2.7
	-0.82342D+03		0.1816D+03		22.1
8	-0.74878D+02		0.1528D+01		2.0
	-0.78855D+03		0.1511D+03		19.2
9	-0.74489D+02		0.1451D+01		1.9
	-0.74958D+03		0.8660D+02		11.6
10	-0.74662D+02		0.1695D+01		2.3
	-0.74752D+03		0.1709D+03		22.9
11	-0.74479D+02		0.1707D+01		2.3
	-0.72163D+03		0.9147D+02		12.7
12	-0.74087D+02		0.1234D+01		1.7
	-0.78631D+03		0.9493D+02		12.1
13	-0.73918D+02		0.1188D+01		1.6
	-0.75467D+03		0.2372D+03		27.5
14	-0.73983D+02		0.2127D+01		2.9
	-0.72736D+03		0.1253D+03		17.2

GRAFIEK 6



meting no= 51072.20

GRAFIEK 7



NAP: D E C F
 100% 60% 100% 90%

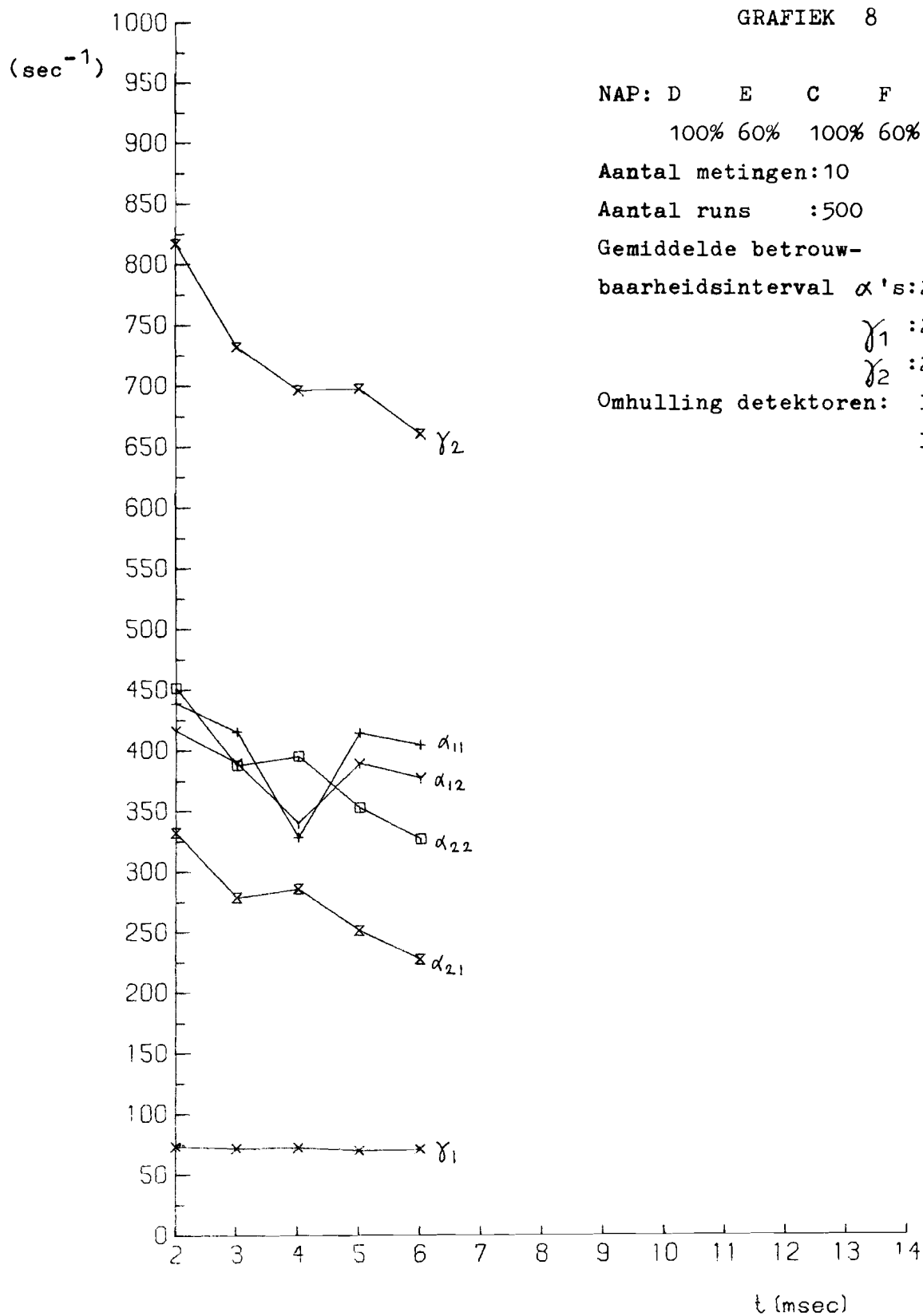
Aantal metingen: 10
 Aantal runs : 500
 Gemiddelde betrouw-
 baarheidsinterval α's: 40%

γ₁ : 5.6%
 γ₂ : 19%

Omhuiling detektoren: lood
 lood+ijzer

meting no= 41072.50

GRAFIEK 8



NAP: D E C F
 100% 60% 100% 60%

Aantal metingen: 10

Aantal runs : 500

Gemiddelde betrouw-

baarheidsinterval α 's: 26%

γ_1 : 2.1%

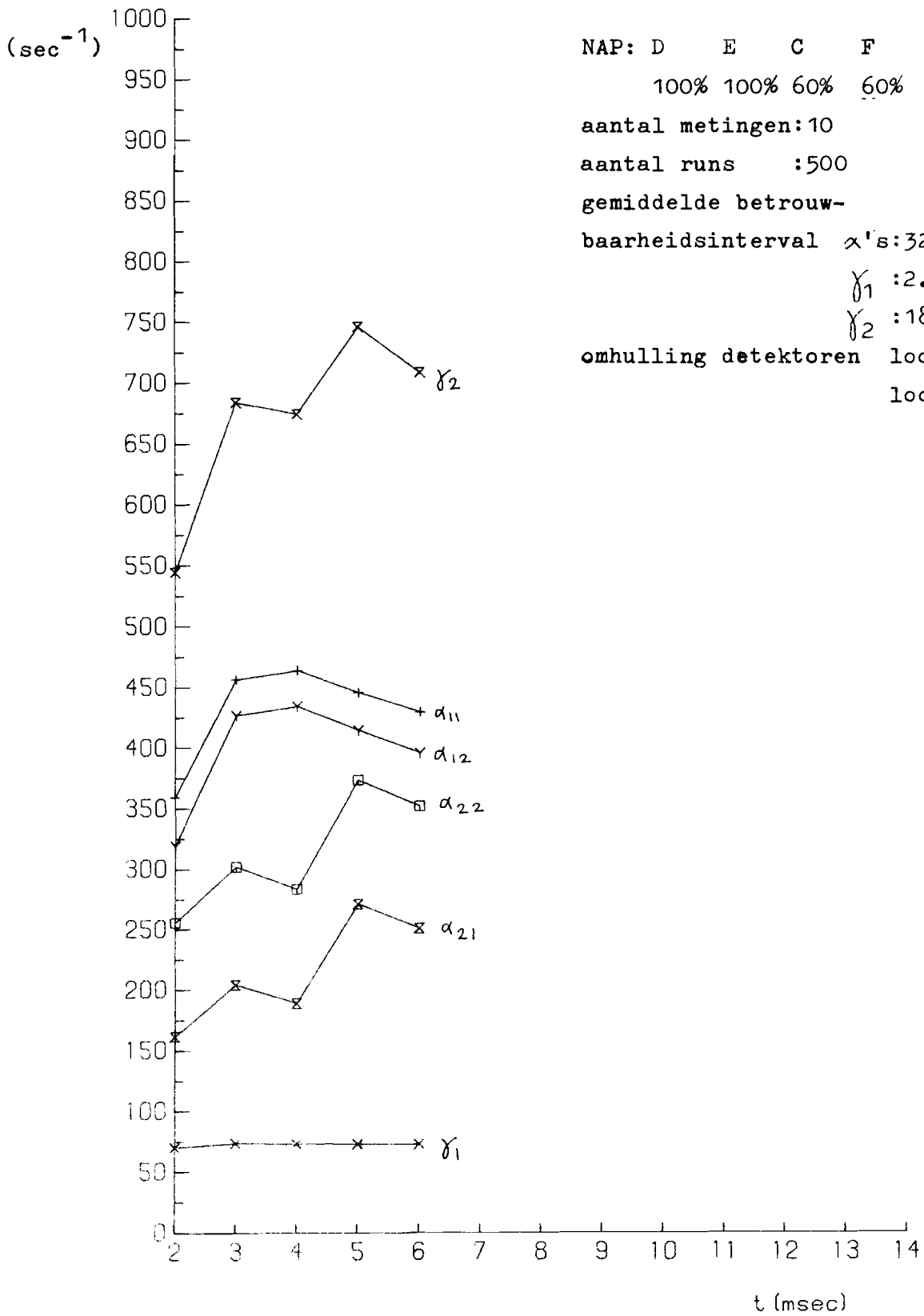
γ_2 : 22%

Omhuiling detectoren: lood

lood+ijzer

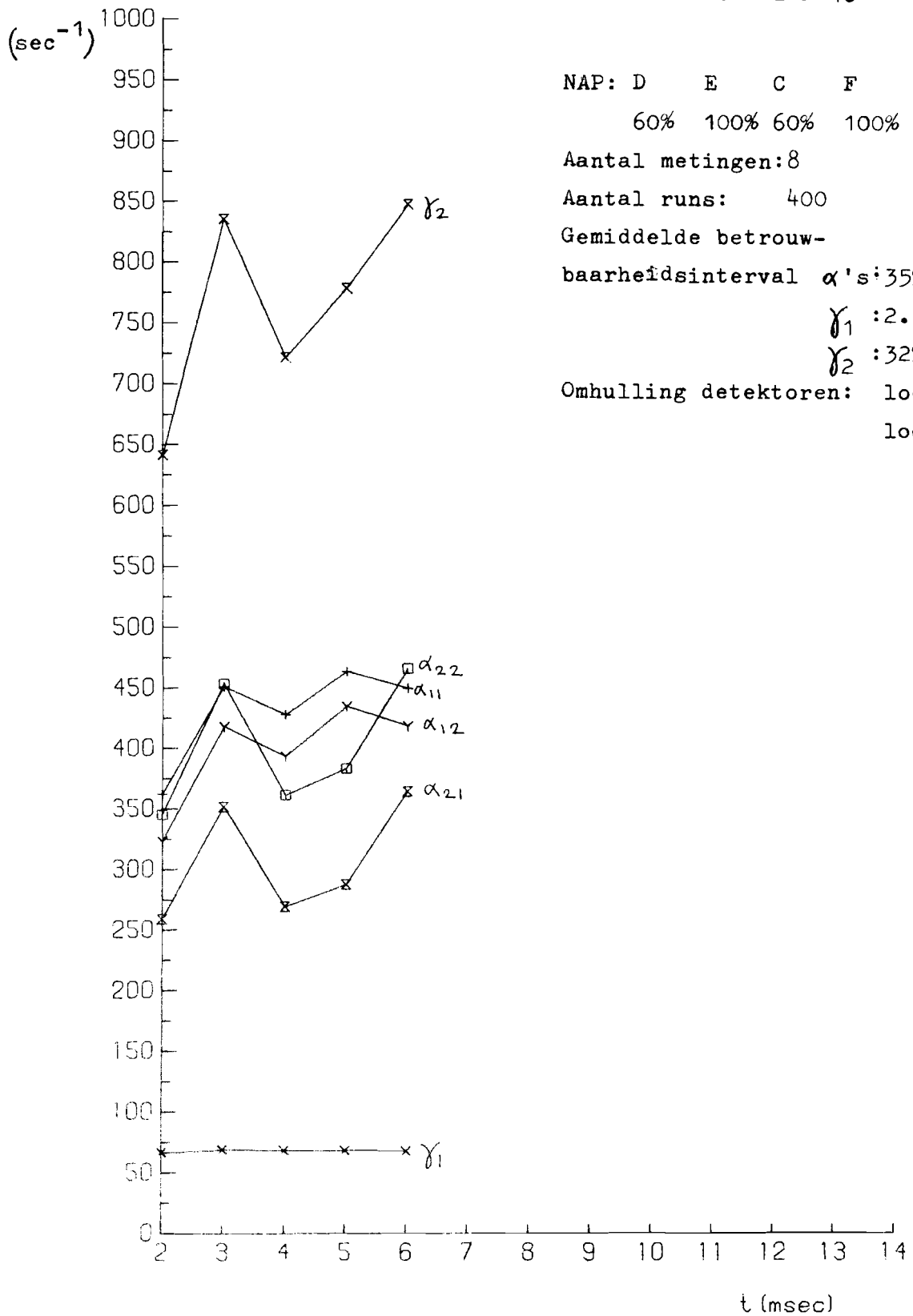
meting no= 41072.30

Grafiek 9



meting no= 41072.10

GRAFIEK 10



NAP: D E C F
 60% 100% 60% 100%

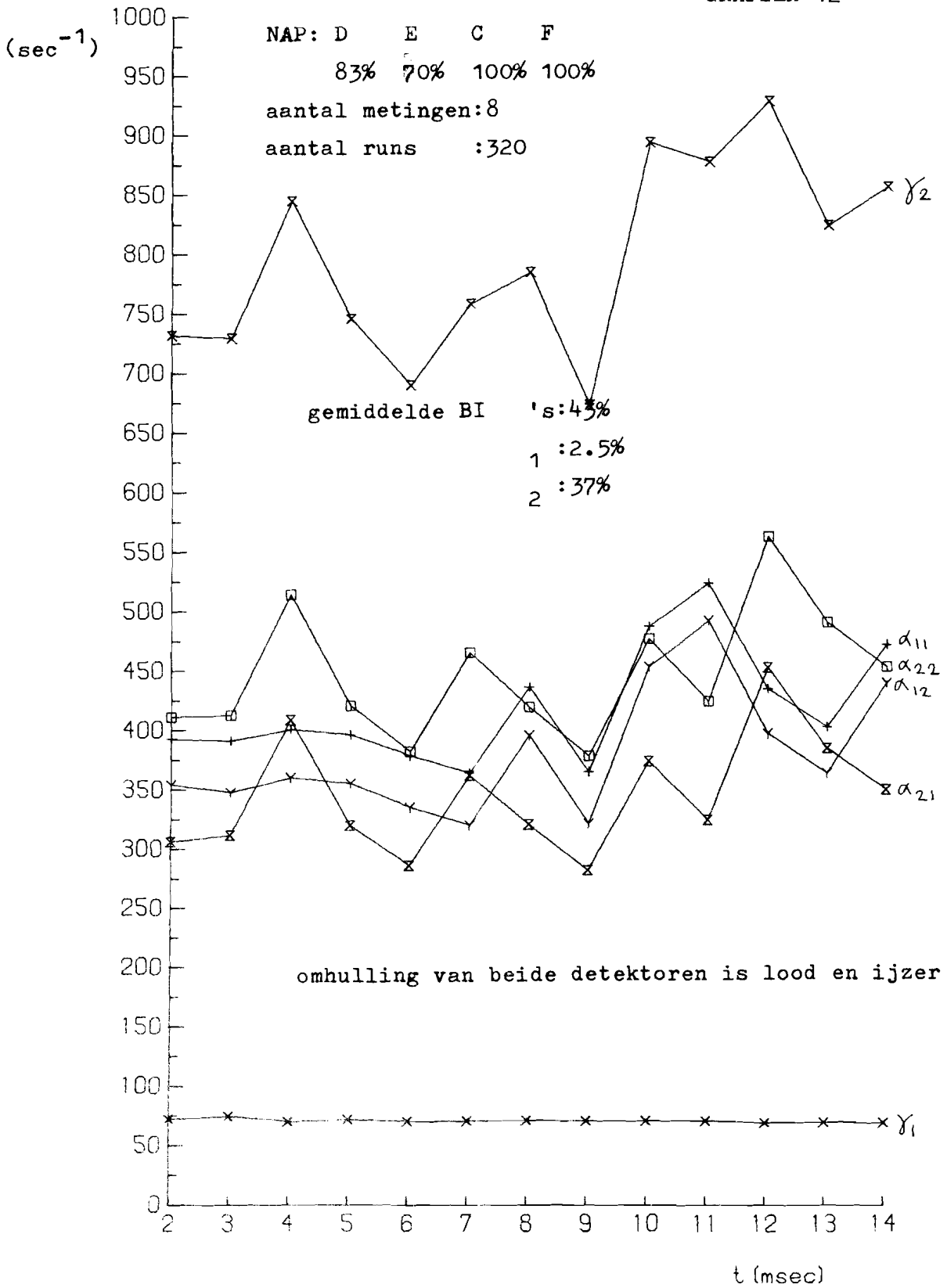
Aantal metingen: 8
 Aantal runs: 400
 Gemiddelde betrouw-
 baarheidsinterval α 's: 35%

γ_1 : 2.8%
 γ_2 : 32%

Omhuiling detectoren: lood
 lood+ijzer

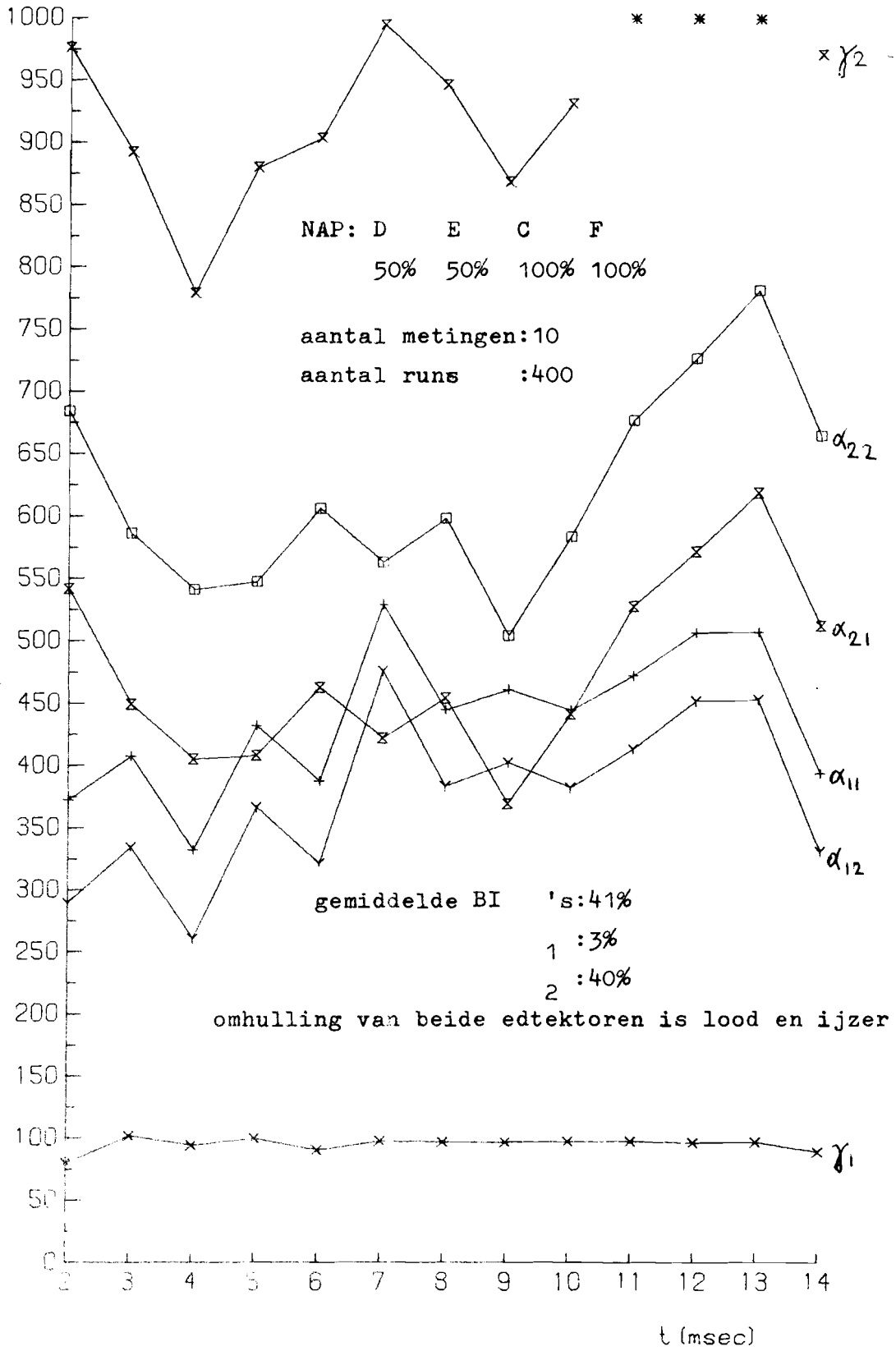
meting no= 31072.20

GRAFIEK 12



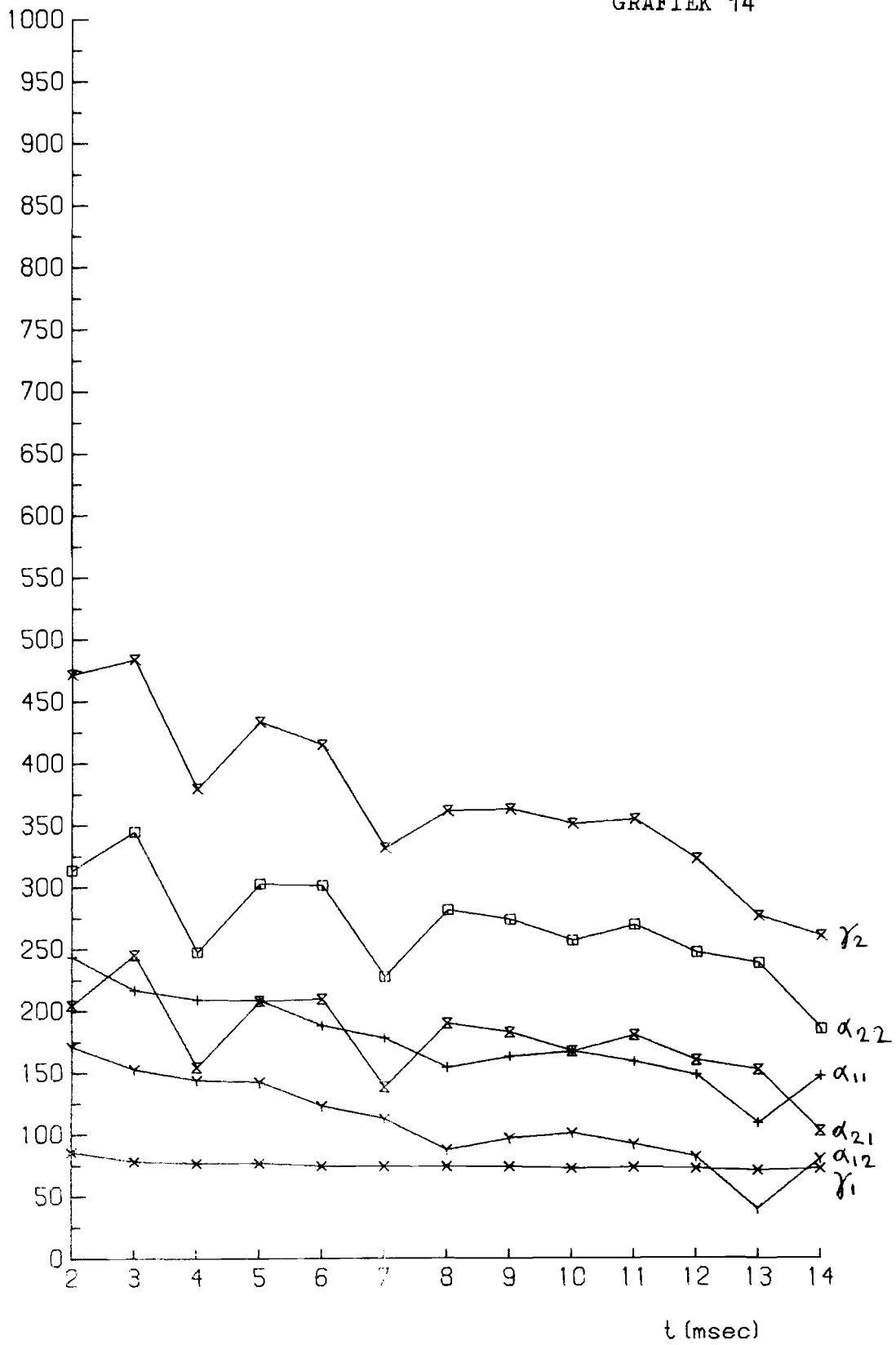
meting no = 19672.10

GRAFIEK 13



meting no = 15672.10

GRAFIEK 14



meting no = 18472.00

Resident programma

```

INTEGER AD,AS,AR,TM,S,T,I,J,ND,NE,NC,NF,TMAX
REAL DAT,DT
DOUBLE PRECISION PSI(2,2,14),IN(2,2),GG1(14),
1 GG2(14),AG(2,2,14),SPA(2,2,14),PROG1(14),PROG2(14),
1 PSIG(2,2,14),SPPSI(2,2,14),BIG1(14),BIG2(14),TA(15),
1 PROA(2,2,14),PROPSI(2,2,14),BIPSI(2,2,14),BIA(2,2,14),
1 SPG1(14),SPG2(14),ASD,TS1,TS2
1 ,COV,VAR1,VAR2
COMMON/N1/AD,DT,TM/N2/PSIG,BIPSI,PROPSI,AG,BIA,PROA,
1 GG1,BIG1,PROG1,GG2,BIG2,PROG2,SPG1,SPG2,SPA,SPPSI/N3/DAT,AS,
1 AR,S
DATA TA(1),TA(2),TA(3),TA(4),TA(5)/1.271D+01,0.430D+01,
1 0.318D+01,0.278D+01,0.257D+01/,TA(6),TA(7),TA(8),TA(9),
1 TA(10)/0.245D+01,0.236D+01,0.231D+01,0.226D+01,0.223D+01
1 /,TA(11),TA(12),TA(13),TA(14),TA(15)/0.220D+01,0.218D+01,
1 0.216D+01,0.214D+01,0.213D+01/
101 CALL LEES1 (ASD,ND,NE,NC,NF)
TMAX=TM
DO 100 S=1,AS
DO 3 I=1,AD
DO 3 J=1,AD
3 IN(I,J)=0
CALL LEES2(PSI,TS1,TS2,COV,VAR1,VAR2,TMAX)
IF(S-1) 14,14,100
14 CALL INIT(PSI,COV,VAR1,VAR2)
100 CALL REKEN(TA,PSI,ASD,COV,VAR1,VAR2,IN)
CALL SCHR1(ND,NE,NC,NF)
CALL SCHR2
CALL SCHR3
CALL SCHR4
GO TO 101
END

```

```

SUBROUTINE LEES1 (ASD,ND,NE,NC,NF)
INTEGER AD,AS,AR, TM, S, ND, NE, NC, NF
REAL DAT,DT
DOUBLE PRECISION C,ASD
COMMON/N1/AD,DT, TM/N3/DAT,AS,AR,S
1  FORMAT(7H DATUM=)
   WRITE(4,1)
2  FORMAT(F8.1)
   READ(4,2) DAT
3  FORMAT(19H AANTAL DETECTOREN=)
   WRITE(4,3)
4  FORMAT(I1)
   READ(4,4) AD
5  FORMAT(17H AANTAL METINGEN=)
   WRITE(4,5)
6  FORMAT(I2)
   READ(4,6) AS
7  FORMAT(13H AANTAL RUNS=)
   WRITE(4,7)
8  FORMAT(I3)
   READ(4,8) AR
9  FORMAT(14H MAXIMALE TAU=)
   WRITE(4,9)
10  FORMAT(I2)
   READ(4,10) TM
11  FORMAT(11H DELTA TAU=)
   WRITE(4,11)
12  FORMAT(F6.4)
   READ(4,12) DT
13  FORMAT(7H NAP D=)
14  FORMAT(7H NAP E=)
15  FORMAT(7H NAP C=)
16  FORMAT(7H NAP F=)
17  FORMAT(I3)
   WRITE(4,13)
   READ(4,17) ND
   WRITE(4,14)
   READ(4,17) NE
   WRITE(4,15)
   READ(4,17) NC
   WRITE(4,16)
   READ(4,17) NF
   ASD=AS
   RETURN
END

```



```

SUBROUTINE LEES2(PSI,TS1,TS2,COV,VAR1,VAR2,TMAX)
INTEGER TM,T,AD,AS,AR,S,TMAX,TMA
REAL DAT,DT
DOUBLE PRECISION PSI(2,2,20),TS1,TS2,COV,VAR1,VAR2,W,X,Y,Z
COMMON/N1/AD,DT,TM/N3/DAT,AS,AR,S
CALL REASTA
1  FORMAT(D10.5)
3  FORMAT(20X,D9.5//)
   READ(5,1)TS1
   READ(5,3)TS2
2  FORMAT(10X,D10.6,5X,D10.6,5X,D10.6,5X,D10.6)
   IF(TM-14) 9,9,10
10  TM=14
9   DO 5 T=1,TM
5   READ(5,2)PSI(1,1,T),PSI(1,2,T),PSI(2,1,T),PSI(2,2,T)
   IF (TMAX-14) 6,6,11
11  TMA=TMAX-14
   DO 12 T=1,TMA
12  READ (5,2) W,X,Y,Z
6   FORMAT(19X,D10.6)
7   FORMAT(16X,D10.6)
8   FORMAT(19X,D10.6)
   READ(5,6)VAR1
   READ(5,7)COV
   READ(5,8)VAR2
   RETURN
END

```

```

SUBROUTINE INIT (PSI,COV,VAR1,VAR2)
INTEGER T,I,J,AD,S,AS,TM,AR
DOUBLE PRECISIONPSI(2,2,14),IN(2,2),Q(2,2),A(2,2),GG1(14),
1  GG2(14),AG(2,2,14),SPA(2,2,14),PROG1(14),PROG2(14),
1  PSIG(2,2,14),SPPSI(2,2,14),BIG1(14),BIG2(14),TA(15),R(2,2),
1  PROA(2,2,14),PROPSI(2,2,14),BIPSI(2,2,14),BIA(2,2,14),
1  SPG1(14),SPG2(14),AA,BB,C,ASD,DET,G1,G2,BG1,BG2,COV,VAR1,VAR2
COMMON/N1/AD,DT, TM/N2/PSIG,BIPSI,PROPSI,AG,BIA,PROA,GG1,
1  BIG1,PROG1,GG2,BIG2,PROG2,SPG1,SPG2,SPA,SPPSI/N3/DAT,AS,AR,S
DO 12 T=1,TM
SPG1(T)=0
SPG2(T)=0
BIG1(T)=0
BIG2(T)=0
PROG1(T)=0
PROG2(T)=0
DO 12 I=1,AD
DO 12 J=1,AD
SPA(I,J,T)=0
PSIG(I,J,T)=PSI(I,J,T)
BIA(I,J,T)=0
BIPSI(I,J,T)=0
PROA(I,J,T)=0
PROPSI(I,J,T)=0
SPPSI(I,J,T)=0
17  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE REKEN(TA,PSI,ASD,COV,VAR1,VAR2,IN)
INTEGER T,I,J,AD,S,AS,TM,AR
DOUBLE PRECISION PSI(2,2,14),IN(2,2),Q(2,2),A(2,2),GG1(14),
1 GG2(14),AG(2,2,14),SPA(2,2,14),PROG1(14),PROG2(14),
1 PSIG(2,2,14),SPPSI(2,2,14),BIG1(14),BIG2(14),TA(15),R(2,2),
1 PROA(2,2,14),PROPSI(2,2,14),BIPSI(2,2,14),BIA(2,2,14),
1 SPG1(14),SPG2(14),AA,BB,C,ASD,DET,G1,G2,BG1,BG2,COV,VAR1,VAR2,
1 ,SS
COMMON/N1/AD,DT,TM/N2/PSIG,BIPSI,PROPSI,AG,BIA,PROA,G1,
1 BIG1,PROG1,GG2,BIG2,PROG2,SPG1,SPG2,SPA,SPPSI/N3/DAT,AS,AR,S
COV=COV/DSQRT(VAR1*VAR2)
SS=S
IF(S-1) 60,60,61
60 C=0.0D+00
GO TO 62
61 C=(SS-2.0D+00)/(SS-1.0D+00)
62 DO 50 T=1,TM
PSI(1,2,T)=PSI(1,2,T)*COV
PSI(2,1,T)=PSI(2,1,T)*COV
IF(S-1) 51,51,50
51 PSIG(1,2,T)=PSIG(1,2,T)*COV
PSIG(2,1,T)=PSIG(2,1,T)*COV
50 CONTINUE
IF(AS-1) 13,13,52
52 DO 53 I=1,AD
DO 53 J=1,AD
B(I,J)=(PSI(I,J,1)-PSIG(I,J,1))/SS
PSIG(I,J,1)=PSIG(I,J,1)+B(I,J)
SPPSI(I,J,1)=C*SPPSI(I,J,1)+R(I,J)*R(I,J)*SS
IF(AS-S) 54,54,53
54 BIPSI(I,J,1)=(TA(AS-1)/DSQRT(ASD))*DSQRT(SPPSI(I,J,1))
PROPSI(I,J,1)=(BIPSI(I,J,1)/PSIG(I,J,1))*100D+00

```

```

53      CONTINUE
13      DO 10 T=2, TM
        DO 11 I=1, AD
          DO 11 J=1, AD
            IN(I, J)=IN(I, J)+0.5*DT*(PSI(I, J, T-1)+PSI(I, J, T))
11      Q(I, J)=PSI(I, J, T)-PSI(I, J, 1)
        DET=IN(1, 1)*IN(2, 2)-IN(1, 2)*IN(2, 1)
        A(1, 1)=(IN(2, 2)*Q(1, 1)-IN(1, 2)*Q(2, 1))/DET
        A(1, 2)=(IN(1, 1)*Q(2, 1)-IN(2, 1)*Q(1, 1))/DET
        A(2, 1)=(IN(2, 2)*Q(1, 2)-IN(1, 2)*Q(2, 2))/DET
        A(2, 2)=(IN(1, 1)*Q(2, 2)-IN(2, 1)*Q(1, 2))/DET
        AA=0.5D+00*(A(1, 1)+A(2, 2))
        BB=0.5D+00*DSQRT((A(1, 1)-A(2, 2))*(A(1, 1)-A(2, 2))+4D+00*
          1 A(1, 2)*A(2, 1))
        G1=AA+BB
        G2=AA-BB
        IF(S-1) 14, 14, 15
14      GG1(T)=G1
          GG2(T)=G2
          DO 12 I=1, AD
            DO 12 J=1, AD
12      AG(I, J, T)=A(I, J)
15      IF(AS-1) 10, 10, 16
16      BG1=(G1-GG1(T))/SS
          BG2=(G2-GG2(T))/SS
          GG1(T)=GG1(T)+BG1
          GG2(T)=GG2(T)+BG2
          SPG1(T)=C*SPG1(T)+BG1*BG1*SS
          SPG2(T)=C*SPG2(T)+BG2*BG2*SS
          DO 17 I=1, AD
            DO 17 J=1, AD
              B(I, J)=(A(I, J)-AG(I, J, T))/SS
              AG(I, J, T)=AG(I, J, T)+B(I, J)
              SPA(I, J, T)=C*SPA(I, J, T)+B(I, J)*B(I, J)*SS
              B(I, J)=(PSI(I, J, T)-PSIG(I, J, T))/SS
              PSIG(I, J, T)=PSIG(I, J, T)+B(I, J)
17      SPPSI(I, J, T)=C*SPPSI(I, J, T)+B(I, J)*B(I, J)*SS
          IF(AS-S) 18, 18, 10
18      BIG1(T)=(TA(AS-1)/DSQRT(ASD))*DSQRT(SPG1(T))
          BIG2(T)=(TA(AS-1)/DSQRT(ASD))*DSQRT(SPG2(T))
          PROG1(T)=(BIG1(T)/GG1(T))*100D+00
          PROG2(T)=(BIG2(T)/GG2(T))*100D+00
          DO 10 I=1, AD
            DO 10 J=1, AD
              RIA(I, J, T)=(TA(AS-1)/DSQRT(ASD))*DSQRT(SPA(I, J, T))
              PROA(I, J, T)=(RIA(I, J, T)/AG(I, J, T))*100D+00
              RIPSI(I, J, T)=(TA(AS-1)/DSQRT(ASD))*DSQRT(SPPSI(I, J, T))
              PROPSI(I, J, T)=(RIPSI(I, J, T)/PSIG(I, J, T))*100D+00
10      CONTINUE
        RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE SCHR1(ND,NE,NC,NF)
INTEGER AD,AS,AR,TM,T,S,ND,NE,NC,NF
REAL DAT,DT
DOUBLE PRECISION PSIG(2,2,14),RIPSI(2,2,14),PROPSI(2,2,14),
1 AG(2,2,14),BIA(2,2,14),PHOA(2,2,14),GG1(14),BIG1(14),
1 PROG1(14),GG2(14),BIG2(14),PROG2(14),TA(15),SPG1(14),SPG2(14),
1 SPA(2,2,14),SPPSI(2,2,14)
COMMON/N1/AD,DT,TM/N2/PSIG,RIPSI,PROPSI,AG,BIA,PHOA,
1 GG1,BIG1,PROG1,GG2,BIG2,PROG2,SPG1,SPG2,SPA,SPPSI/N3/DAT,AS,
1 AR,S
19 FORMAT(6H DATUM,13X,F8.1)
WRITE(4,19) DAT
30 FORMAT(7H NAP D=,I3,5H PROC)
WRITE(4,30) ND
31 FORMAT(7H NAP E=,I3,5H PROC)
WRITE(4,31) NE
32 FORMAT(7H NAP C=,I3,5H PROC)
WRITE(4,32) NC
33 FORMAT(7H NAP F=,I3,5H PROC)
WRITE(4,33) NF
20 FORMAT(18H AANTAL DETECTOREN,1X,I1)
WRITE(4,20)AD
21 FORMAT(14H AANTAL SERIES,4X,I2)
WRITE(4,21)AS
22 FORMAT(12H AANTAL RUNS,7X,I3)
WRITE(4,22)AR
23 FORMAT(13H MAXIMALE TAU,6X,I2)
WRITE(4,23)TM
24 FORMAT(10H DELTA TAU,9X,F6.4//)
WRITE(4,24)DT
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SCHR2
INTEGER AD,AS,AR,TM,T,S,ND,NE,NC,NF
REAL DAT,DT
DOUBLE PRECISION PSIG(2,2,14),RIPSI(2,2,14),PROPSI(2,2,14),
1 AG(2,2,14),BIA(2,2,14),PHOA(2,2,14),GG1(14),BIG1(14),
1 PROG1(14),GG2(14),BIG2(14),PROG2(14),TA(15),SPG1(14),SPG2(14),
1 SPA(2,2,14),SPPSI(2,2,14)
COMMON/N1/AD,DT,TM/N2/PSIG,RIPSI,PROPSI,AG,BIA,PHOA,
1 GG1,BIG1,PROG1,GG2,BIG2,PROG2,SPG1,SPG2,SPA,SPPSI/N3/DAT,AS,
1 AR,S
25 FORMAT(2H T,4X,11HPSI11 PSI21,4X,9HRI11 RI21,4X,4HPROC,
1 4X,11HPSI12 PSI22,3X,9HRI11 RI22,2X,5H PROC//)
WRITE(4,25)
DO 23 T=1, TM
26 FORMAT(1X,I2,3X,D12.5,2X,D11.5,2X,F5.1,3X,D12.5,2X,F11.5,2X,
1 F5.1)
WRITE(4,26)T,PSIG(1,1,T),RIPSI(1,1,T),PROPSI(1,1,T),
1 PSIG(1,2,T),RIPSI(1,2,T),PROPSI(1,2,T)
27 FORMAT(1X,5X,D12.5,2X,D11.5,2X,F5.1,3X,D12.5,2X,D11.5,2X,F5.1//)
28 WRITE(4,27)PSIG(2,1,T),RIPSI(2,1,T),PROPSI(2,1,T),PSIG(2,2,T),
1 RIPSI(2,2,T),PROPSI(2,2,T)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SCHR3
INTEGER AD,AS,AR, TM, T, S, I
REAL DAT, DT
DOUBLE PRECISION PSIG(2,2,14), BIPSI(2,2,14), PROPSI(2,2,14),
1 AG(2,2,14), BIA(2,2,14), PROA(2,2,14), GG1(14), BIG1(14),
1 PROG1(14), GG2(14), BIG2(14), PROG2(14), TA(15), SPG1(14), SPG2(14),
1 SPA(2,2,14), SPPSI(2,2,14)
COMMON/N1/AD, DT, TM/N2/PSIG, BIPSI, PROPSI, AG, BIA, PROA,
1 GG1, BIG1, PROG1, GG2, BIG2, PROG2, SPG1, SPG2, SPA, SPPSI/N3/DAT, AS,
1 AR, S
40 FORMAT(////7H DATUM ,F8.1)
WRITE(4,40) DAT
29 FORMAT(2H T, 6X, 9HA11 A21, 5X, 11HBIA11 BIA21, 2X, 4HPPRO,
1 3X, 9HA12 A22, 4X, 12H BIA12 BIA22, 1X, 5H PROC//)
WRITE(4,29)
DO 32 T=2, TM
DO 20 I=1, AD
20 PROA(I, I, T)=-PROA(I, I, T)
30 FORMAT(1X, I2, 3X, D12.5, 2X, D11.5, 2X, F5.1, 3X, D12.5, 2X, D11.5, 2X,
1 F5.1)
WRITE(4,30) T, AG(I, I, T), BIA(I, I, T), PROA(I, I, T), AG(I, 2, T),
1 BIA(I, 2, T), PROA(I, 2, T)
31 FORMAT(1X, 5X, D12.5, 2X, D11.5, 2X, F5.1, 3X, D12.5, 2X, D11.5, 2X, F5.1//)
WRITE(4,31) AG(2, I, T), BIA(2, I, T), PROA(2, I, T), AG(2, 2, T),
1 BIA(2, 2, T), PROA(2, 2, T)
32 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SCHR4
INTEGER AD, AS, AR, TM, T, S
REAL DAT, DT
DOUBLE PRECISION PSIG(2,2,14), BIPSI(2,2,14), PROPSI(2,2,14),
1 AG(2,2,14), BIA(2,2,14), PROA(2,2,14), GG1(14), BIG1(14),
1 PROG1(14), GG2(14), BIG2(14), PROG2(14), TA(15), SPG1(14), SPG2(14),
1 SPA(2,2,14), SPPSI(2,2,14)
COMMON/N1/AD, DT, TM/N2/PSIG, BIPSI, PROPSI, AG, BIA, PROA,
1 GG1, BIG1, PROG1, GG2, BIG2, PROG2, SPG1, SPG2, SPA, SPPSI/N3/DAT, AS,
1 AR, S
41 FORMAT(////7H DATUM ,F8.1)
WRITE(4,41) DAT
33 FORMAT(2H T, 5X, 10H GAM1 GAM2, 4X, 12H BIG1 BIG2, 2X
1 , 5H PROC//)
WRITE(4,33)
DO 35 T=2, TM
PROG1(T)=DSORT(PROG1(T)*PROG1(T))
PROG2(T)=DSCAT(PROG2(T)*PROG2(T))
34 FORMAT(1X, I2, 5X, D12.5, 2X, D11.5, 2X, F5.1)
WRITE(4,34) T, GG1(T), BIG1(T), PROG1(T)
35 FORMAT(1X, 7X, D12.5, 2X, D11.5, 2X, F5.1//)
WRITE(4,35) GG2(T), BIG2(T), PROG2(T)
RETURN
END

```