

MASTER

Roterende stemvorken voor een inertiale hoeksnelheidsmeter

Arpeau, R.P.

*Award date:*  
1972

[Link to publication](#)

**Disclaimer**

This document contains a student thesis (bachelor's or master's), as authored by a student at Eindhoven University of Technology. Student theses are made available in the TU/e repository upon obtaining the required degree. The grade received is not published on the document as presented in the repository. The required complexity or quality of research of student theses may vary by program, and the required minimum study period may vary in duration.

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

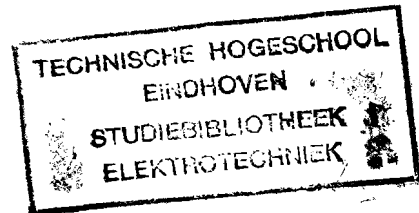
- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

4798

AFDELING DER ELEKTROTECHNIEK  
TECHNISCHE HOGESCHOOL  
EINDHOVEN  
Groep Meten en Regelen



ROTTERENDE STEMVORKEN  
VOOR EEN INERTIËLE  
HOEKSNELHEIDSMETER

door R.P. Arpeau

Rapport van het afstudeerwerk  
uitgevoerd van mei 1971 tot juni 1972  
in opdracht van Prof. Dr. C.E. Mulders  
onder leiding van Dipl.Ing. C. Huber

## Samenvatting

De frequentie van een stemvork daalt door rotatie om de stemvorksteel. Dit effect kan men vergroten door een voorrotatie aan te brengen.

Met behulp van twee contraroterende stemvorken kan men de rotatiesnelheid bepalen van het plateau waarop deze stemvorken gemonteerd zijn.

Doordat het nulsysteem, waarbij de voorrotatie van de stemvork inertiael constant geregeld wordt, een lineaire relatie geeft tussen in- en uitgangssignaal, is dit signaal te prefereren ten opzichte van de methode waarbij de stemvorken een constante rotatiesnelheid hebben ten opzichte van het plateau.

De gevoeligheid van het regelsysteem is afhankelijk van de frequentievariatie van de stemvorken door rotatie, zodat relatief hoge voorrotaties gewenst zijn. Door een magnetodynamische omzetting, waarbij magneetjes op de tonguiteinden bevestigd zijn en boven een stroomgeleider bewegen, hoeft de pick off spoel niet mee te roteren met de stemvork, maar wordt de stemvork door de magneetmassa zwaar belast.

In dit verslag is de invloed van rotatie op de massa belaste stemvork onderzocht.

Tevens is nagegaan in hoeverre de magnetodynamische omzetting toegepast kan worden voor de excitatie van de stemvork.

## Inhoudsopgave

Titel: Roterende stemvorken voor een inertiaële  
hoeksnelheidsmeter

Samenvatting

Inhoudsopgave

1. Inleiding
  - 1.1. Inertiële rotatiemeters
  - 1.2. Voorgeschiedenis en toepassingen van stemvorken als richtingssensoren
  - 1.3. Opdracht en doel van het afstudeerwerk
2. Mechanische en elektrische grondslagen van het systeem
  - 2.1. Mechanica van een roterende systeem
    - 2.1.1. De relatieve beweging
    - 2.1.2. Het massa veer systeem
    - 2.1.3. De rotatiesnelheid en de eigenfrequentie van het massa veer systeem
  - 2.2. De excitatie
    - 2.2.1. Keuze van het excitatieprincipe
    - 2.2.2. De magnetodynamische omzetting
3. De stemvork met constante tongdoorsnede
  - 3.1. Ontwerp en constructie eisen voor de stemvork
  - 3.2. Theorie van de massa-belaste stemvorktong
  - 3.3. Het spoelontwerp
  - 3.4. De gemeten stemvork-belaste spoelimpedantie
  - 3.5. Conclusies
4. Stemvorken met variabele tongdoorsnede
  - 4.1. De ontwerp- en constructie eisen
  - 4.2. Theorie der trillende balk met variabele dwarsdoorsnede
  - 4.3. De gemeten stemvork-belaste spoelimpedantie
  - 4.4. Conclusies
5. De excitatie
6. Slot
  - 6.1. Conclusies
  - 6.2. Suggesties voor nader onderzoek
7. Literatuur
8. Bijlagen
9. Appendix

## 1. Inleiding

### 1.1. Inertiële rotatiemeters

Deze rotatiemeters zijn onder te verdelen in 4 hoofdgroepen, t.w.:

goniostaten, goniometers, gyrometers en hoekversnellingsmeters. Tesamen met de acceleratiemeters, die de translatie bepalen, kunnen deze meters gebruikt worden voor inertiële standregeling en navigatie.

Veel gebruikte inertiële rotatiemeters zijn gyroscopen. De vrije gyro, de rate integrating gyro en de rate gyro maken allen gebruik van een snel ronddraaiende tol. Bij een nieuwe ontwikkeling van rotatiemeters wordt gebruik gemaakt van trillende elementen, zoals licht en trillende massa's.

Bij een polygoon laser zullen de links- en rechtsomlopende lichtstralen door rotatie een verschillende optische weglengte afleggen en zodoende de beide staande lichtgolven verschillende frequenties hebben. De verschilfrequentie is een maat voor de hoeksnelheid.

Een trillende balk zal door rotatie van eigenfrequentie veranderen.

Tevens zal er een corioliskracht optreden doordat de balk door zijn vibratie een variërend massa-traagheidsmoment heeft.

Een stemvork bestaat uit twee identieke eenzijdig ingeklemde balken en zal dezelfde effecten ondergaan als een enkele trillende balk. De corioliskracht zal een koppel op de stemvorksteel uitoefenen dat evenredig is met de rotatiesnelheid en de eigenfrequentie van de stemvork.

## 1.2. Voorgeschiedenis en toepassingen van stemvorken als richtingssensoren.

Tot de tweede wereldoorlog werd een stemvork voornamelijk in de muziek gebruikt. Hierna werd de stemvork veel toegepast als frequentiestabilisator of tijdstandaard zoals bij stemvorkoscillatoren en horloges.

Een nieuwe toepassing is het gebruik van stemvorken als inertiaële richtingssensoren.

De meeste hoeksnelheidsmeters waarbij een stemvork als richtingssensor opgenomen is, maken gebruik van de coriolis versnelling die optreedt door trilling van de stemvorktongen en de rotatie om de stemvorksteel.

Het hierdoor op de stemvorksteel uitgeoefende koppel wordt met behulp van drukopnemers of rekstrookjes omgezet in een elektrisch signaal. Dit uitgangssignaal is bepalend voor de rotatiesnelheid van de stemvork.

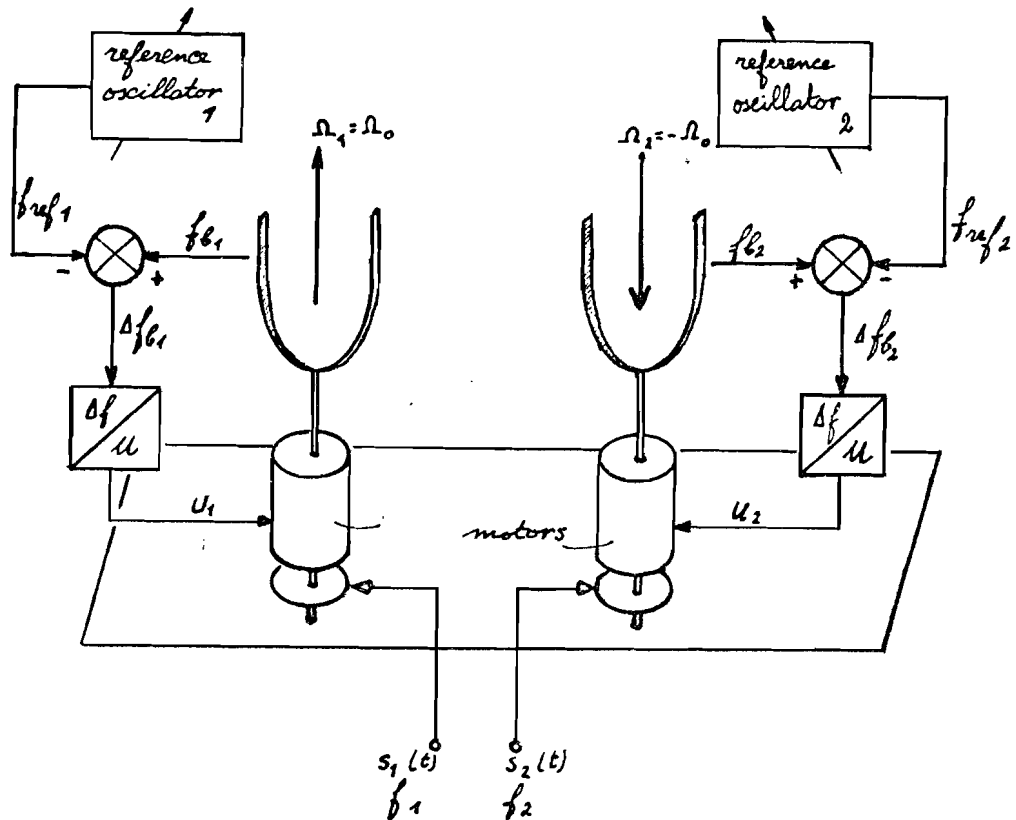
Een tweede verschijnsel wat optreedt bij rotatie van een stemvork is de daling van zijn eigenfrequentie.

Van Schaik, Lit.[1], heeft twee contraroterende stemvorken die een bepaalde voorrotatie kregen op een plateau gemonteerd en door het frequentieverschil van beide stemvorken een uitgangssignaal verkregen dat een maat is voor de rotatiesnelheid van het plateau.

In beide soorten van hoeksnelheidsmeters werden de stemvorken op electromagnetische wijze in trilling gehouden en het uitgangssignaal op dezelfde manier verkregen. Zie lit. [1,2,3,5,6 en 7].

### 1.3. Opdracht en doel van het afstudeerwerk

De opdracht van het afstudeerwerk was het construeren van een direct aanwijzende hoeksnelheidsmeter waarbij gebruik gemaakt wordt van twee contra-roterende identieke stemvorken die een inertiaël constante hoeksnelheid hebben.



figuur 1.3.-1 Het nulsysteem

Het concept van het nulsysteem, Lit. [17], is als volgt: De stemvorkfrequentie wordt vergeleken met die van een vaste oscillator en het eventuele frequentie verschil wordt omgezet in een stuursignaal voor de aandrijfmotoren, zodanig dat de stemvork met inertiaël constante hoeksnelheid roteert.

De bepaling van de rotatiesnelheid en richting van het plateau geschiedt door beide rotatiesnelheden van de motorassen ten opzichte van de motorhuizen bij elkaar op te tellen.

De detectie van de stemvorkfrequentie moet geschieden zonder gebruik te hoeven maken van sleepringen, welke bij hoge voorrotatiesnelheden snel slijten en tevens aanleiding zijn tot stoorsignalen.

Toepassingsgebieden van richtingsensoren zijn o.a.: stabilisatie, standregeling en traagheidsnavigatie. De vereiste nauwkeurigheid is zeer groot en stemvorkgyroscopen hebben als voordeel boven gyroscopen waarbij een tol als basis element gebruikt wordt dat er geen cardanische ophanging nodig is en wrijving in die ophanging vermeden wordt.



2. Mechanische en elektrische grondslagen van het systeem.

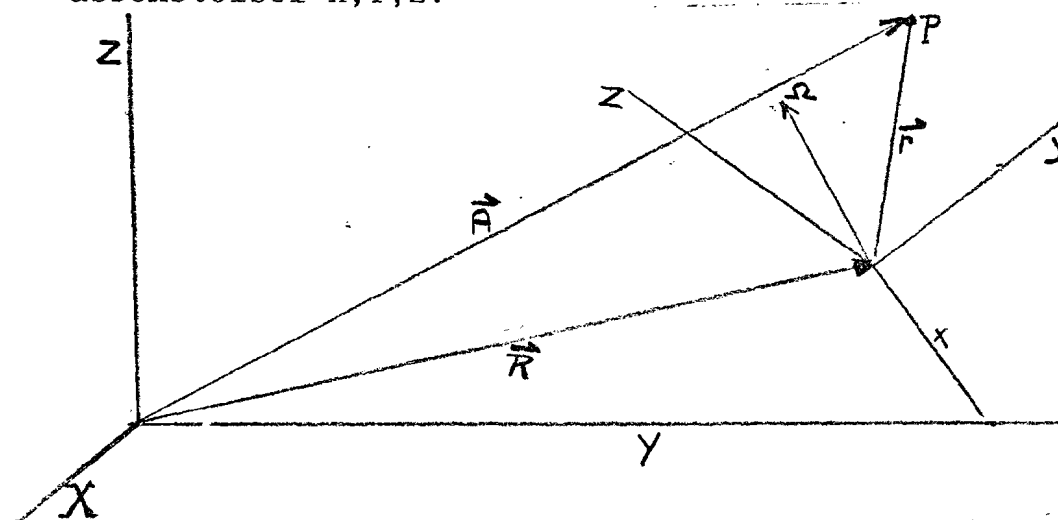
2.1. De mechanica van het roterende systeem.

In dit hoofdstuk wordt een summier overzicht gegeven van de bewegingsvergelijkingen van een stamvork die roteert.

Voor uitgebreide afleidingen zie Lit. [8].

2.1.1. De relatieve beweging.

Om de positie van een punt P ten opzichte van een absoluut vast, dus inertiaël, assenstelsel te bepalen, wordt vaak de positie van punt P in een bewegend assenstelsel  $x,y,z$ , bepaald en tevens de plaats van het meebewegende assenstelsel ten opzichte van het vaste assenstelsel  $X,Y,Z$ .



figuur 2.1.1.-1

Als  $\vec{R}$  de oorsprong  $O'$  van het bewegende assenstelsel ten opzichte van het vaste assenstelsel weergeeft, en  $\vec{r}$  de positie van punt P in het bewegende stelsel, is de positie van P ten opzichte van het stelsel XYZ:

$$\vec{A}(P) = \vec{R} + \vec{r}$$

De versnelling die P ondergaat indien het stelsel  $xyz$  met hoeksnelheid  $\vec{\Omega}$  ten opzichte van XYZ roteert is:

$$\vec{a}_{abs} = \frac{d^2 \vec{A}(P)}{dt^2} = \ddot{\vec{R}} + (\ddot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}) + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + 2(\vec{\Omega} \times \vec{V}_{rel}) + \vec{a}_{rel}$$

vgl. 2.1.1.-1

In vergelijking 2.1.1.-1 zijn  $\vec{V}_{rel}$  en  $\vec{a}_{rel}$  de snelheid, respectievelijk de versnelling van P ten opzichte van het bewegende stelsel, nl.  $\vec{r}$  en  $\ddot{\vec{r}}$ , terwijl  $\vec{a}_{abs}$  de versnelling van P ten opzichte van het stilstaande stelsel XYZ is, nl.  $\ddot{\vec{A}}$ .

Tevens onderscheiden we nog een translatieversnelling  $\ddot{\vec{R}}$ , een hoekversnelling  $\ddot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}$ , een centripetale versnelling  $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$  en een coriolisversnelling  $2(\vec{\Omega} \times \vec{V}_{rel})$ .

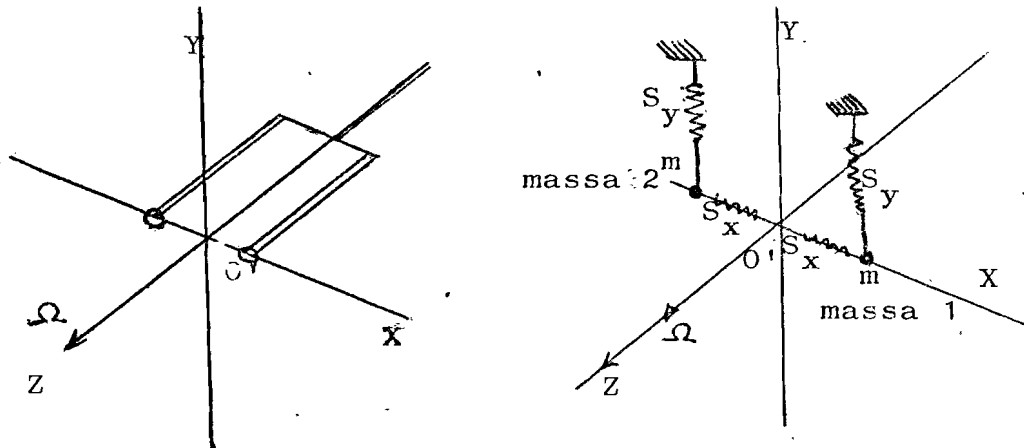
Omdat in een inertiaël stelsel XYZ de 2<sup>o</sup> wet van Newton  $\vec{F} = m\vec{a}_{abs}$  geldt, wordt de krachtenvergelijking voor een massapunt m:

$$m\vec{a}_{rel} = \vec{F} - m\ddot{\vec{R}} - m(\ddot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}) - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) - 2m(\vec{\Omega} \times \vec{V}_{rel})$$

vgl. 2.1.1.-2

### 2.1.2. Het massa veer systeem.

Een stemvork kan men beschouwen als een massa veer systeem, want de beweging van de massa der tongen wordt beperkt door de stijfheid S van het materiaal.



Voor een goede stemvork geldt de voorwaarde dat de tongen maar in één richting kunnen trillen, zodat bij een x-vork de tongen alleen in de richting van de x-as kunnen trillen, omdat  $S_y \gg S_x$ .

De veren zijn ontspannen als massa 1 zich in punt  $(x_0, 0)$  en massa 2 zich in punt  $(-x_0, 0)$  bevindt. De coördinaten van de massa's zijn  $(x_1, 0)$  resp.  $(-x_2, 0)$ .

De krachtenvergelijking 2.1.1.-2 wordt voor de beide massa's:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= S_x(x_0 - x_1) + F_x + m\Omega^2 x_1 \\ m\ddot{x}_2 &= S_x(x_0 - x_2) - F_x + m\Omega^2 x_2 \end{aligned} \quad \text{vgl. 2.1.2.-1}$$

De kracht  $\vec{F}$  uit vgl. 2.1.1.-2 is gesplitst in een veerkracht en een kracht  $F(x)$ , die een willekeurige functie van de tijd is. Voor een uitgebreide afleiding wordt verwezen naar Lit. [8].

2.1.3. De rotatiesnelheid en de eigenfrequentie van het massa veer systeem.

Een vergelijking voor de onderlinge afstand tussen de beide massa's krijgen we door eliminatie van de term  $F_x$  uit vgl. 2.1.2.-1. We vinden :

$$\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = \frac{S_x}{m} (2x_0 - (x_1 + x_2)) + \Omega^2 (x_1 + x_2) \quad \text{vgl. 2.1.3.-1}$$

Bij een goede stemvork is de uitwijking der beide tongen even groot ten opzichte van het middelpunt tussen de tongen zodat dan  $x_1 = x_2 = x$ .

Als de hoeksnelheid  $\Omega$  constant is, krijgen we een inhomogene lineaire differentiaal vergelijking.

$$\ddot{x} + \left( \frac{S_x}{m} - \Omega^2 \right) x = \frac{S_x}{m} x_0 \quad \text{vgl. 2.1.3.-2}$$

In geval dat  $\Omega^2 < \frac{S_x}{m}$ , is de oplossing van deze vergelijking:

$$x = \frac{x_0 S_x}{S_x - m\Omega^2} + \hat{x} \sin \left( \sqrt{\frac{S_x}{m} - \Omega^2} \cdot t + \varphi \right) \quad \text{vgl. 2.1.3.-3}$$

De beide massa's trillen op een gemiddelde afstand

$\frac{x_0 S_x}{S_x - m\Omega^2}$  ten opzichte van 0' met een frequentie:

$$f(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{S_x - m\Omega^2}{m}} \quad \text{vgl. 2.1.3.-4}$$

De eigen frequentie  $f(\Omega)$  van een stemvork is dus een functie van de rotatiesnelheid  $\Omega$  en  $f(\Omega)$  neemt af bij toename van de rotatiesnelheid van het xyz stelsel. De invloed van de rotatie nl.  $m\Omega^2$  kan beschouwd worden als een veer met negatieve stijfheid die toegevoegd wordt aan de veer met stijfheid  $S_x$ . Indien de stemvork niet roteert, dus  $\Omega=0$ , heeft hij een eigen frequentie

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{S_x}{m}} \quad \text{vgl. 2.1.3.-5}$$

zodat vgl. 2.1.3.-4 omgevormd kan worden tot

$$f(\Omega) = \sqrt{f^2(0) - \left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2} \quad \text{vgl. 2.1.3.-6}$$

De grafische voorstelling van deze vergelijking is een cirkelsegment met straal  $f(0)$ , zie fig. 2.1.3.-1

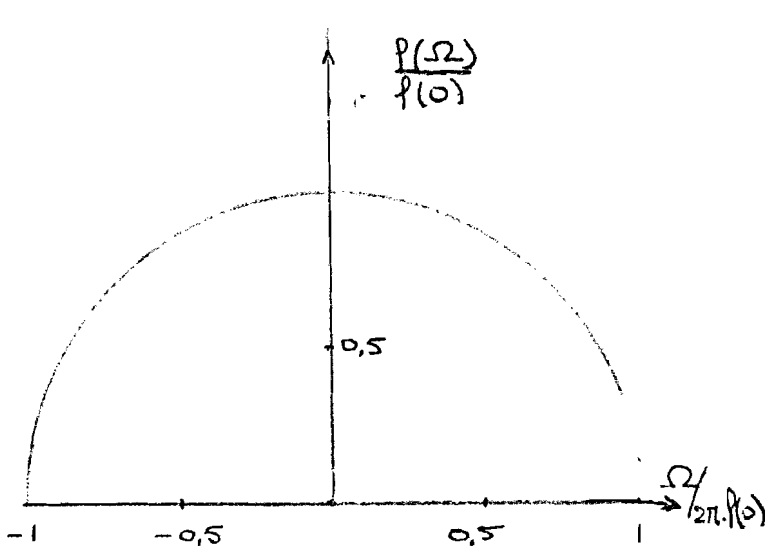


fig. 2.1.3.-1

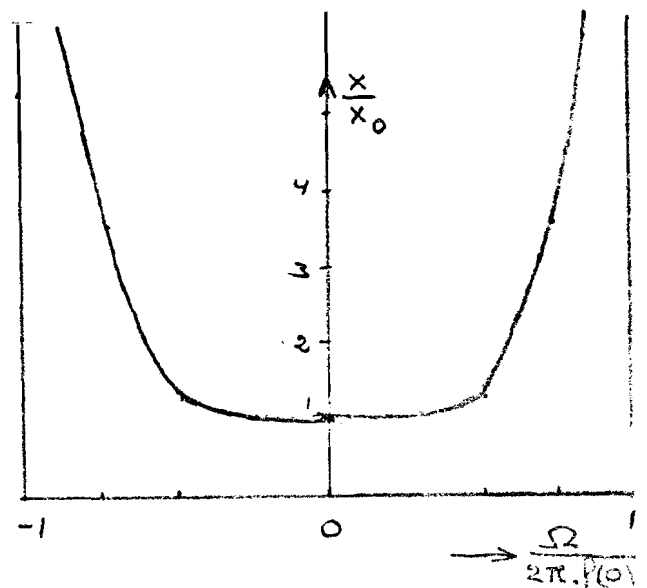


fig. 2.1.3.-2

In fig. 2.1.3.-2 is de "uitwaaiering" der massa's (tonguiteinden der stemvork) globaal weergegeven.

Zoals uit de titel van het afstudeerwerk blijkt worden twee roterende stemvorken gebruikt die op een plateau gemonteerd zijn. De stemvorken worden met inertieël constante hoeksnelheden geroteerd. De regeling van het constante toerental is afhankelijk van:

$$\left| \frac{df(\Omega)}{d\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)} \right| = \frac{\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)}{\sqrt{f_0^2 - \left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2}} = \frac{\left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)}{f(\Omega)} = T_1 \quad \text{vgl. 2.1.3.-7}$$

De gevoeligheid  $T_1$  van het regelsysteem wordt zo groot mogelijk gekozen.

Indien de twee stemvorken identiek zijn en met een hoeksnelheid  $\Omega_0$  ronddraaien en het plateau waarop de stemvorken gemonteerd zijn een inertieële rotatie  $\Omega_p$  uitvoert, zijn de rotatiesnelheden van de motorassen ten opzichte van de motorhuizen  $\Omega_{m1}$  van de motoren.

$$\begin{aligned} \Omega_{m1} &= \Omega_0 + \Omega_p \\ \Omega_{m2} &= \Omega_0 + \Omega_p \end{aligned}$$

vgl. 2.1.3.-8

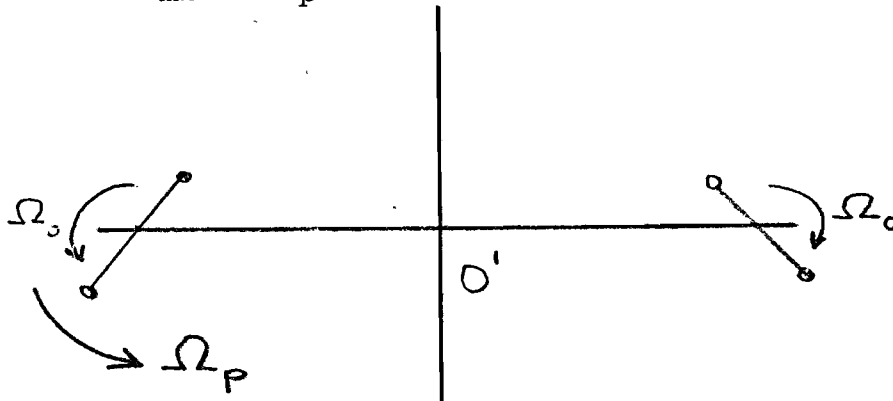


fig. 2.1.3.-3

Door het verschil te bepalen van  $\Omega_{m1}$  en  $\Omega_{m2}$  nl.  $\Delta \Omega$ , kunnen we de grootte en de richting van de rotatie van het plateau bepalen, nl.

$$\Delta \Omega = 2\Omega_p = \Omega_{m1} - \Omega_{m2}$$

vgl. 2.1.3.-9

Indien het plateau met zeer kleine hoeksnelheden roteert, kan een snellere uitleestijd verkregen worden door schijfjes met  $n$  strepen op de motorassen te plaatsen. Er wordt dan via optische weg een signaal verkregen dat de frequentie heeft :

$$f_{\text{uitlees}} = n \frac{\Delta \Omega}{2\pi} = 2n \frac{\Omega_p}{2\pi} \quad \text{vgl. 2.1.3.-10}$$

## 2.2. De excitatie

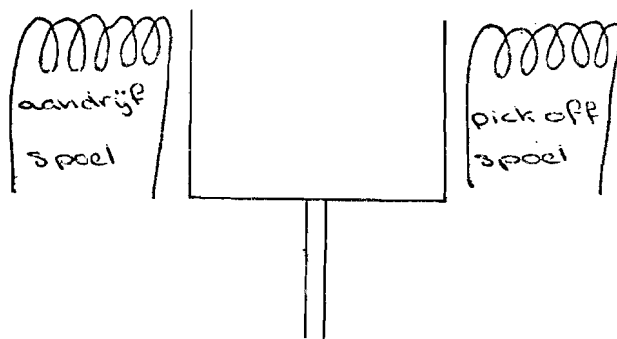
### 2.2.1. Keuze van het excitatieprincipe.

De trilling van een stemvork zal door de interne demping van de stemvork uitsterven. Om de trilling echter te onderhouden is een mechanisme nodig, die de stemvork in zijn eigen frequentie aandrijft en enkel het verlies door de interne demping compenseert.

Deze mechanismen zijn meestal gebaseerd op het electromagnetische principe, waarbij de variatie van de magnetische capaciteit van de luchtspleet tussen de stemvorktongen en een spoel een mate is voor het afgegeven elektrische signaal.

Deze electromagnetische omzetting kan op twee manieren geschieden:

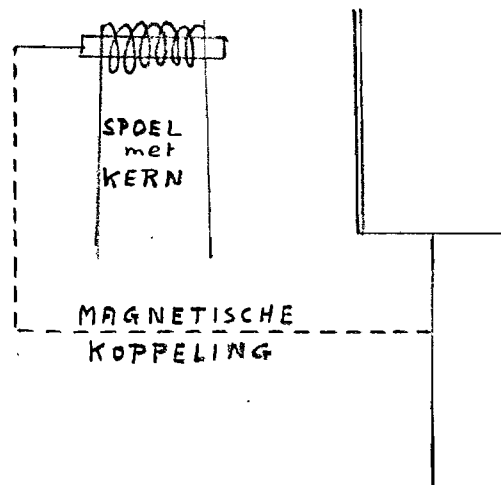
- 1) Met aandrijf en pick off spoelen. De beweging van de stemvorktongen, veroorzaakt in de pick off spoelen een elektrisch signaal dat de frequentie van de beweging van de stemvorktongen heeft. Dit elektrische signaal wordt versterkt en in de juiste fase aan de aandrijfspoelen toegevoerd. Deze aandrijfspoelen houden de tongen in beweging.



Indien de trillingsfrequentie van de stemvorktongen verandert, b.v. door rotatie van de vork, zal ook het pick off signaal de nieuwe frequentie hebben en de stemvork in zijn momentane eigenfrequentie aangedreven blijven.

- 2) Met één spoel, die electromagnetisch met de stemvork gekoppeld is.

De ingangsimpedantie van de spoel zal een minimum vertonen indien de stemvorktongen in resonantie trillen.



Indien de spoel is opgenomen in een teruggekoppelde versterker, zodanig dat de rondgaande versterking 1 is, en er geen fase draaiing optreedt, indien de spoel deze minimum impedantie heeft, zal de schakeling de trilling van de stemvork onderhouden.

De toepassing van deze stemvorkexcitatie is beschreven in Lit. [11].

Een andere vorm van excitatie zou kunnen zijn dat de tong van de stemvork één der polen van een condensator vormt. het meetsignaal zal dan wederom via sleepringen verkregen worden, omdat wederom de spleetbreedte tussen de polen bepalend is, zodat de drijf en pick off plaat zal moeten meeroteren. Eventuele mechanische of pneumatische aandrijvingen zijn te verwerpen door hun dimensies.

Bij de electromechanische omzetting, waarbij de stemvork van magnetisch "zacht" materiaal gemaakt moet worden, moeten de spoelen die de stemvorkaandrijving regelen, meedraaien indien de stemvork roteert, omdat de afstand van stemvorktong tot spoel bepalend is voor de elektrische signalen. Het signaal voor uitleesapparatuur is dan op eenvoudige manier slechts via sleepringen verkrijgbaar. Deze sleepringen zullen bij hoge rotatiesnelheden van de stemvork snel slijten en elektrische stoorsignalen veroorzaken.

Zodoende is een systeem ontwikkeld waarbij een directe omzetting plaats heeft tussen het elektrische signaal en de mechanische beweging, waarbij het excitatie element niet hoeft te roteren. Het magnetische veld, veroorzaakt door permanente magneetjes die op de stemvorktongen bevestigd zijn, roteert boven een stilstaande stroomvoerende geleider die rotatiesymmetrisch loodrecht op het magnetische veld staat.

De stroom in de geleider zal een kracht op de stemvorken tot gevolg hebben en de beweging van de magneetjes op de tongen veroorzaakt een inductiespanning in de stroomgeleiders.

Deze magnetodynamische omzetting wordt in het volgende hoofdstuk beschreven.

### 2.2.2. De magnetodynamische omzetting

De grondslag voor de magnetodynamische omzetting is de wet van Lorentz. Deze wet stelt dat: een magnetisch veld met magnetische inductie  $\vec{B}$  veroorzaakt op een segment  $d\vec{s}$  van een geleider die een stroom  $i$  voert, een kracht  $d\vec{F}$  ter grootte van:

$$d\vec{F} = i (d\vec{s} \times \vec{B})$$

vgl. 2.2.-1



In het geval dat de magnetische inductie veroorzaakt wordt door een magneetje, zal op dit magneetje door het segment  $\vec{ds}$  van de stroomgeleider een even grote, tegengestelde kracht worden uitgeoefend. Dit geldt volgens de mechanische stelregel:

$$\text{ACTIE} = - \text{REACTIE}$$

Voor een eenvoudige afleiding van het omvormingsmechanisme nemen we een enkele rechthoekige draadwinding, waarboven een rechthoekig stukje magneet beweegt. De breedte van het magneetje is  $b_m$  en de lengte  $l_m$ . De afstand van het magneetje tot  $O'$  is  $x$ , en de inductie  $B$  heeft alleen een component in de  $z$ -richting.

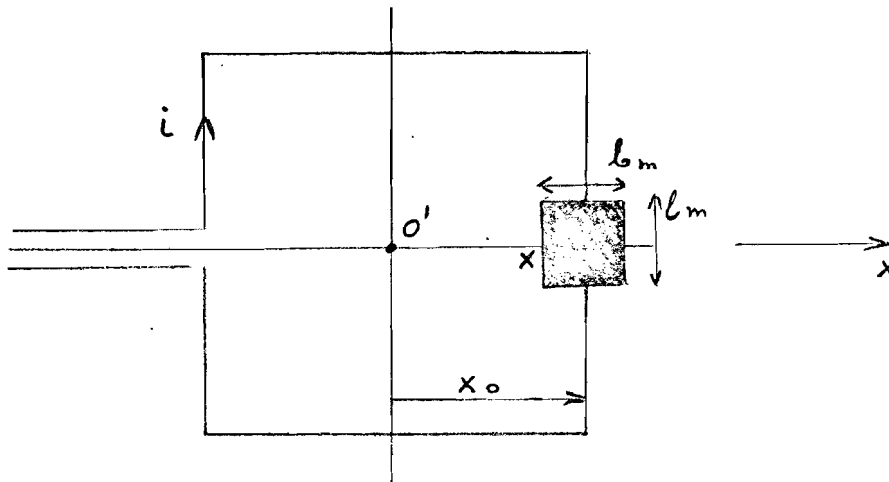


fig. 2.2.2.-1

De Lorentz kracht op het magneetje is:

$$F = i \cdot l_m \cdot B_z \quad \text{vgl. 2.2.2.-2}$$

De, door de draadwinding omvatte, flux:

$$\Phi = \oint \vec{B}, \vec{n} \cdot dA = \int B_z \cdot dA = B_z \cdot l_m (x_0 - x) \quad \text{vgl. 2.2.2.-3}$$

De spanning  $u$  die in de draadwinding geïnduceerd wordt, door de beweging van het magneetje is:

$$u = - \frac{d\Phi}{dt} = B_z \cdot l_m \cdot \frac{dx}{dt}, \text{ als } x_0 - b_m < x < x_0 \quad \text{vgl. 2.2.2.-4}$$

In beide vergelijkingen 2.2.2.-2 en 2.2.2.-4 is  $B_z$  de magnetische inductie die ter plaatse van de stroomgeleider heerst.

$$\begin{aligned} \text{Nu is} \quad & F = i \cdot l_m \cdot B_z \\ \text{en} \quad & u = B_z \cdot l_m \cdot \dot{x} \end{aligned}$$

$$\text{Hieruit volgt dat } u \cdot i = B_z \cdot l_m \cdot \dot{x} \cdot \frac{F}{B_z \cdot l_m} = F \cdot \dot{x}$$

Daar de omzetting geen energie produceert of absorbeert maar slechts van de elektrische, energie omzet in mechanische en omgekeerd, kan men de volgende aanname doen:

$$\begin{aligned} F &= i \cdot (B_z \cdot l)_{\text{eff}} \\ u &= (B_z \cdot l)_{\text{eff}} \cdot \dot{x} \end{aligned} \quad \text{vgl. 2.2.2.-5}$$

waarbij  $(B_z \cdot l)_{\text{eff}}$  de totale werkzame koppelfactor is die voor de omzetting zorg draagt.

De vgl. 2.2.2.-5 is in matrixvorm als volgt:

$$\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (Bl)_{\text{eff}} \\ \frac{1}{(Bl)_{\text{eff}}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ \dot{x} \end{pmatrix}$$

Omdat echter de draadwikkelingen een koperweerstand  $R_{sp}$  hebben en tevens een zelfinductie  $L_{sp}$  is het totale blokdiagram van de overdracht:

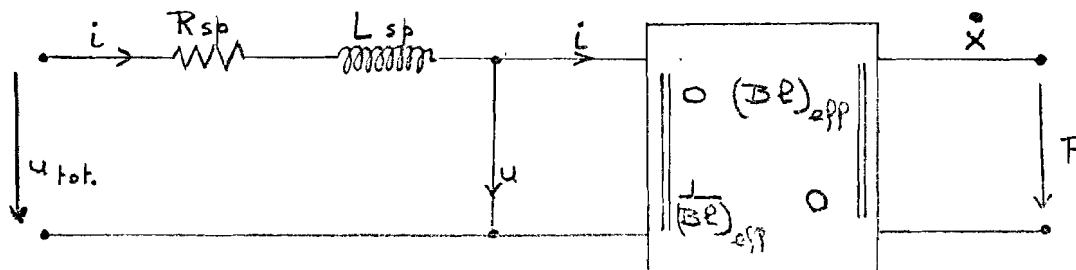


fig. 2.2.2.-2

De ingangsimpedantie van de spoel is, indien een stemvork met magneetjes zich boven de spoel bevindt:

$$Z_{\text{tot}} = R_{\text{sp}} + j\omega L_{\text{sp}} + (Bl)_{\text{eff}}^2 \frac{\dot{x}}{F} \quad \text{vgl. 2.2.2.-6}$$

Er is verondersteld dat  $i$ ,  $u$ ,  $\dot{x}$ ,  $F$  sinusvormig met de tijd variëren.

De mechanische impedantie van de stemvork is:

$$Z_{\text{mech}} = \frac{F}{\dot{x}} = j\omega m_v + w_v + \frac{s_v}{j\omega} \quad \text{vgl. 2.2.2.-7}$$

met  $m_v$  = tongmassa  
 $s_v$  = stijfheid tong  
 $w_v$  = wrijving tong

Zodoende wordt

$$Z_{\text{tot}} = R_{\text{sp}} + j\omega L_{\text{sp}} + \frac{(Bl)_{\text{eff}}^2}{j\omega m_v + w_v + \frac{s_v}{j\omega}} \quad \text{vgl. 2.2.2.-8}$$

Het elektrische equivalent van de omgezette mechanische impedantie is een parallelle L,R,C kring waarin:

$$L_v = \frac{(Bl)_{\text{eff}}^2}{s_v}, \quad C_v = \frac{m_v}{(Bl)_{\text{eff}}^2} \quad \text{en} \quad R_v = \frac{(Bl)_{\text{eff}}^2}{w_v}$$

Het schema van fig. 2.2.2.-2 gaat zodoende over in:

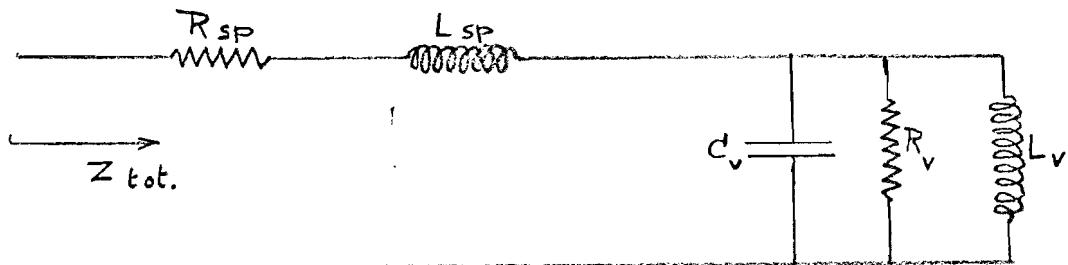


fig. 2.2.2.-3

### 3. De stemvork met constante tongdoorsnede

#### 3.1. De ontwerp en constructie eisen voor de stemvork

In hoofdstuk 2.1.3. is de relatie berekend die bestaat tussen de eigenfrequentie van een stemvork en zijn aandrijfsnelheid. Voor de aandrijving zal gebruik gemaakt worden van gelijkstroommotoren die een maximaal toerental van 12.000 per minuut hebben. Dit toerental komt overeen met 200 Hz.

De keuze van de eigenfrequentie van de stemvork wordt bepaald door de dimensies van de vork en het maximale toerental van de aandrijving. Een hoge eigenfrequentie kan men realiseren met kleine stemvorkjes zodat de eigenfrequentie zo hoog mogelijk gekozen wordt nl. 200 Hz.

Uit hoofdstuk 2.2.2. blijkt dat de overdrachtscoëfficiënten van het magnetodynamische systeem evenredig zijn met  $(B_z l)_{eff}$ , zodat voor een redlijke koppeling de effectieve draadlengte onder de magneetjes zo groot mogelijk gemaakt dient te worden.

Een 2-tongige stemvork met aan de uiteinden magneten bevestigd die een halve ringvorm hebben zou voor deze grote effectieve draadlengte zorgen. De massa van de magneten zou de stemvorktongen dan zeer sterk belasten. Zodoende is voor het kroonvork model gekozen, waarbij op elk der 8 tongen een magneetstukje is gelijmd met behulp van araldit. Om ook bij stilstand van de vork een grote koppeling te krijgen is een cirkelvormig magneetje in 8 segmenten verdeeld.

Het magneetje heeft een diameter van 10 mm en is met een zaag van 0,6 mm in stukken gezaagd. Door het magneetje is de binnen diameter van de kroonvork, die zo klein mogelijk moet zijn in verband met centrifugaalkrachten, vastgesteld op 10 mm.

Om de magnetische inductie, veroorzaakt door de magneetjes, niet te verstoren, moet de stemvork van antimagnetisch materiaal geconstrueerd worden. Er is gekozen voor staal 316, hetgeen een chemische samenstelling heeft X5CrNiM<sub>0</sub>18.10. De elasticiteitsmodulus  $E=20330 \text{ kg/mm}^2$  en de soortelijke massa  $\rho=7,98 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Het verloop van de eigenfrequentie bij variatie van de temperatuur zal bij 2 contraroterende stemvorken niet van belang zijn, als beide stemvorken eenzelfde frequentie-variatie ondergaan, omdat dan de verschilfrequentie niet verandert.

3.2. Theorie van de massa-belaste stemvorktong

Het uitgangspunt voor deze theorie is een formule voor de eigenfrequentie van een stemvork zoals die vermeld staat in Lit. [9].

$$f(0) = 0,55966 \frac{1}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \chi^2}{\rho}}$$

vgl. 3.2.1.

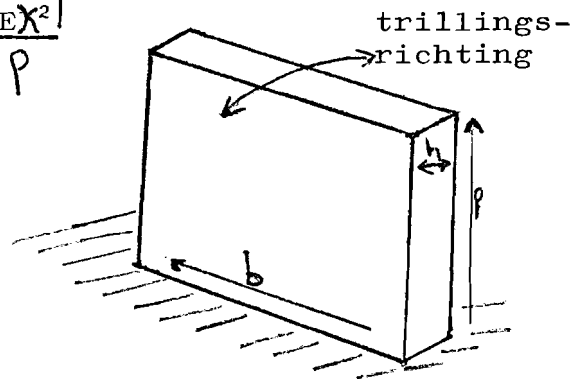


fig. 3.2.-1

In deze vergelijking is E de elasticiteitsmodulus, de soortelijke massa en de traagheidsstraal nl.

$\chi^2 = \frac{1}{A} \int p^2 dA$  waarbij A de oppervlakte van de dwarsdoorsnede b veel groter is dan de dikte h,  $\chi^2 = \frac{h^2}{12}$

De eenheden zijn uitgedrukt in het c.g.s. stelsel.

Indien we de lengte eenheden in mm. en massa in

mgr. uitdrukken gaat vgl. 3.2.-1 over in

$$f(0) = \frac{5,5966}{12} \frac{h}{l^2} \sqrt{E \frac{1bh}{\rho 1bh}} \quad \text{vgl. 3.2.-2}$$

De stemvork wordt nu aan het uiteinde belast met een magneetje dat 7 mm dik is en een massa van  $m_{\text{magn}}$  heeft. In deze waarde tevens de massa opgenomen van dat gedeelte van de stemvorktong wat met het magneetje is vastgelijmd omdat dit gedeelte geen elastische vervorming kan ondergaan.

De frequentievergelijking voor een massa-belaste stemvork wordt zodoende

$$f(0) = 5,5966 \sqrt{\frac{E}{12}} \frac{h}{l^2} \sqrt{\frac{1bh}{\rho 1bh + m_{\text{magn}}}} \quad \text{vgl. 3.2.-3}$$

Indien nu  $f(0) = 200 \text{ Hz}$        $\rho = 7,98 \text{ mgr/mm}^3$   
 $b = 3,3 \text{ mm}$        $m_{\text{magn}} = 300 \text{ mgr}$   
 $h = 0,4 \text{ mm}$        $E = 20,33 \cdot 10^{11} \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} = 20,33 \cdot 10^{13} \frac{\text{mdyne}}{\text{mm}^2}$

waarbij een mdyne de kracht is die 1 mgram massa een versnelling geeft van 1 mm/sec.

De vergelijking voor de lengte van een stemvork wordt met bovengenoemde eenheden

$$l^3 (\rho \cdot l \cdot b \cdot h + m_{\text{magn}}) = \frac{b \cdot h^3 \cdot E \cdot (5,5966)^2}{12 \cdot f^2(0)} \quad \text{vgl. 3.2.-4}$$

$$l^3 (10,561 + 30) = 2795$$

Hieruit volgt dat de effectieve lengte van de stemvork die de eigenfrequentie bepaalt,  $l_{\text{eff}} = 34,9 \text{ mm}$ .

De totale lengte van de stemvorktong wordt

$$l = 34,9 + 7 + 1 = 42,9 \text{ mm}$$

Omdat geen rechthoekige maar gekromde stemvorktongen worden gebruikt is 1 mm extra toegevoegd aan de totale lengte.

Uit de metingen bleek echter dat de eigenfrequentie van de stemvork in plaats van 200 Hz de waarde 125,3 Hz had. Bij andere analyse van trillende balken bleek dat indien de balk beschouwd wordt als een massa-veer-systeem, de massa die dan in 1 punt geconcentreerd gedacht wordt slechts  $\frac{33}{140}$  gedeelte is van de totale massa van de balk. Lit. [10] blz. 27 e.v.

Deze factor  $\frac{33}{140}$  was reeds verdisconteerd in de factor 0,55966 in vgl. 3.2.-1

De verhouding tussen frequenties, indien men geen rekening houdt met de factor  $\frac{33}{140}$  en indien dit wel gebeurt is,

$$\frac{P(\omega)}{200} = \frac{\sqrt{1bh + m_{\text{magn}}}}{\sqrt{1bh + \frac{140}{33}m_{\text{magn}}}} = \frac{\sqrt{669,5}}{\sqrt{368,5 + 1272,2}} \quad \text{vgl. 3.3.-5}$$

$$P(\omega) = 127,1 \text{ Hz}$$

Deze frequentie is ongeveer gelijk aan de gemeten frequentie.



3.3. Het spoelontwerp.

In hoofdstuk 2.2.2. is de impedantie berekend, die door de stemvork wordt toegevoegd aan de eigen impedantie van de spoel.

Voor een enkele wikkellaag van de spoel op afstand  $z$  van het magneetoppervlak wordt een constante magnetische inductie  $B_z$  verondersteld.

Nu wordt de effectieve lengte van de draad berekend die voor de magneto dynamische omzetting zorg draagt.

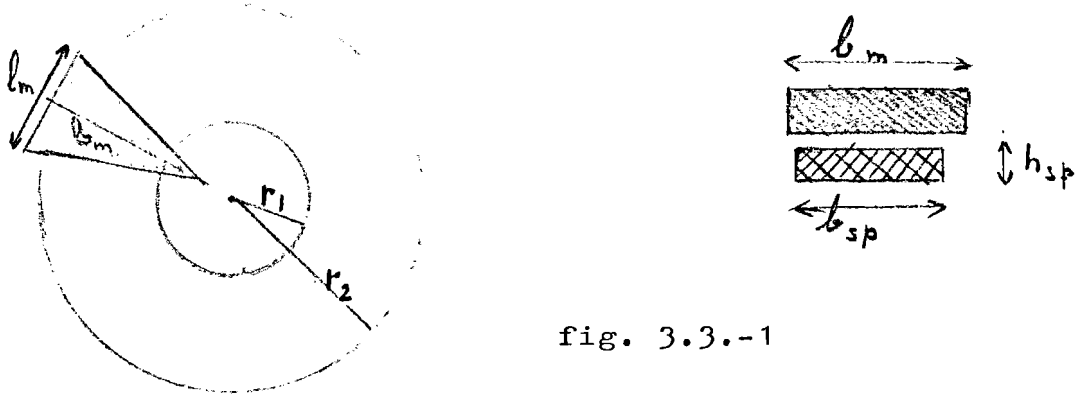


fig. 3.3.-1

Elke draadwinding met een diameter groter dan de maximale uitwijking van de stemvork, draagt alleen bij tot de koperweerstand van de spoel en werkt niet mee aan de magneto-dynamische omzetting.

Een driehoekig magneetje bevindt zich zodanig boven de spoel dat de buitenrand van het magneetje overeenkomt met de buitenrand van de spoel en de trillingsamplitude wordt zeer klein verondersteld.

Voor 1 wikkellaag is

$$Z_{el} = \frac{1}{Z_{mech}} (B_z l)^2_{eff} = \frac{B^2 z}{Z_{mech}} l^2_{eff} \quad \text{vgl. 3.3.-1}$$

De diameter van de spoel moet dan groter zijn maar het magneetoppervlak blijft hetzelfde.

Door het oppervlak van het magneetje  $A_m$  en de breedte van de wikkellaag  $b_{sp} = r_2 - r_1$  te stellen, wordt het oppervlak van de spoel onder de magneet:

$$A_{sp} = A_m \frac{b_m^2 - (b_m - b_{sp})^2}{b_m^2} = \frac{A_m}{b_m} (2b_m - b_{sp}) b_{sp}$$

vgl. .3.3.-2

Indien de draad waarvan de wikkellaag gemaakt is een doorsnede  $d_{dr}$  heeft, wordt:

$$l_{eff} = \frac{A_{sp}}{d_{dr}} = \frac{A_m}{d_{dr} b_m} (2b_m - b_{sp}) b_{sp} \quad \text{vgl. .3.3.-3}$$

De vergelijking 3.3.-1 wordt zodoende:

$$Z_{e1} = \frac{(B_{Z_{eff}})^2}{Z_{mech}} \left( \frac{A_m^2}{d_{dr}^2 b_m^4} (2b_m - b_{sp})^2 \cdot b_{sp}^2 \right) \quad \text{vgl. 3.3.-4}$$

De koperweerstand van de wikkellaag is:

$$R_{sp} = \frac{\rho_{tot}}{A_{dr}} = \frac{\pi \rho}{A_{dr}} \frac{\left\{ r_2^2 - (r_2 - b_{sp})^2 \right\}}{d_{dr}} = \frac{\pi \rho}{A_{dr} d_{dr}} (2r_2 - b_{sp}) b_{sp}$$

vgl. .3.3.-5

Uit de vergelijkingen 3.3.-4 en 3.3.-5 blijkt dat:

$$\frac{Z_{e1}}{R_{sp}} = \text{constante} \times \frac{(2b_m - b_{sp})^2}{(2r_2 - b_{sp})} b_{sp} \quad \text{vgl. .3.3.-6}$$

waarbij de contante afhankelijkis van de keuze van draad en het magneetje en stemvork impedantie maar echter niet afhankelijk is van de wikkelbreedte.

Een optimale invloed van de stemvork aan de spoel-einden treedt op als

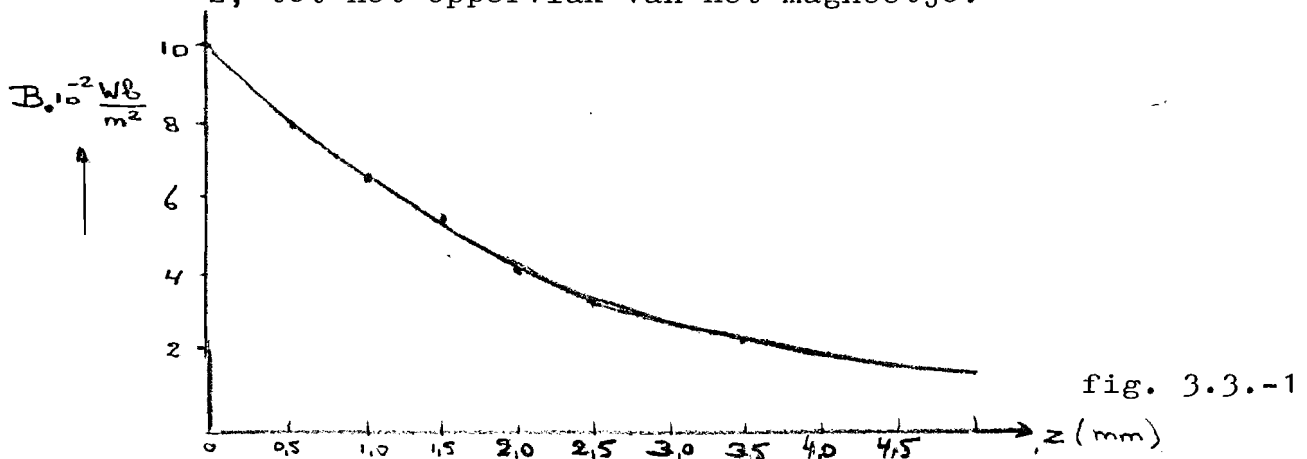
$\frac{Z_{e1}}{R_{sp}}$  maximaal is, dus als:

$$\frac{d}{db_{sp}} \frac{Z_{e1}}{R_{sp}} = 0 = \frac{(2b_m - b_{sp})}{(2r_2 - b_{sp})^2} (4r_2 b_m - 6r_2 b_{sp} + 2b_{sp}^2)$$

$$b_{sp} = \frac{3}{2} \cdot r_2 \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{9} \cdot \frac{b_m}{r_2}} \right\} \approx \frac{2}{3} \cdot b_m$$

Omdat bij de gebruikte magneetjes  $b_m = 4,5$  mm, moet de breedte van de spoel  $b_{sp} = 3$  mm zijn.

Van de magneetjes is de volgende grafiek opgenomen, waarbij de magnetische inductie  $B$  uitgezet is tegen de afstand  $z$ , tot het oppervlak van het magneetje.



Deze grafiek kan benaderd worden door de vergelijking

$$B = B_0(1 - e^{-0,3z}), \text{ waarbij}$$

$$B_0 = 0,1 \cdot \frac{W_b}{m^2} \text{ en } z \text{ uitgedrukt is in mm.}$$

Nu is de hoogte van het spoeltje  $h_{sp}$ .

De bijdrage aan de impedantie van de spoel door de stemvork zal evenredig met

$$\int_0^{h_{sp}} B_0^2 (1 - e^{-0,3z})^2 \cdot dz.$$

De koperweerstand van de spoel  $R_{sp}$  is evenredig met  $z$ , zodat:

$$\frac{Z_{el}}{R_{sp}} \stackrel{.}{=} \frac{h + \frac{2}{0,3} \cdot e^{-0,3h} - \frac{1}{2 \cdot 0,3} \cdot e^{-0,6h} - \frac{2}{0,3} + \frac{1}{0,6}}{h}$$

$$\Rightarrow \frac{d \cdot \frac{Z_{el}}{R_{sp}}}{d \cdot h} = 0 \text{ geeft een optimum}$$

$$(h \cdot 0,3 + 0,5) e^{-0,6h} - 2(0,3h + 1) e^{-0,3h} + 1,5 = 0$$

Uit de vergelijking volgt dat  $h_{sp} \approx 3\text{mm}$

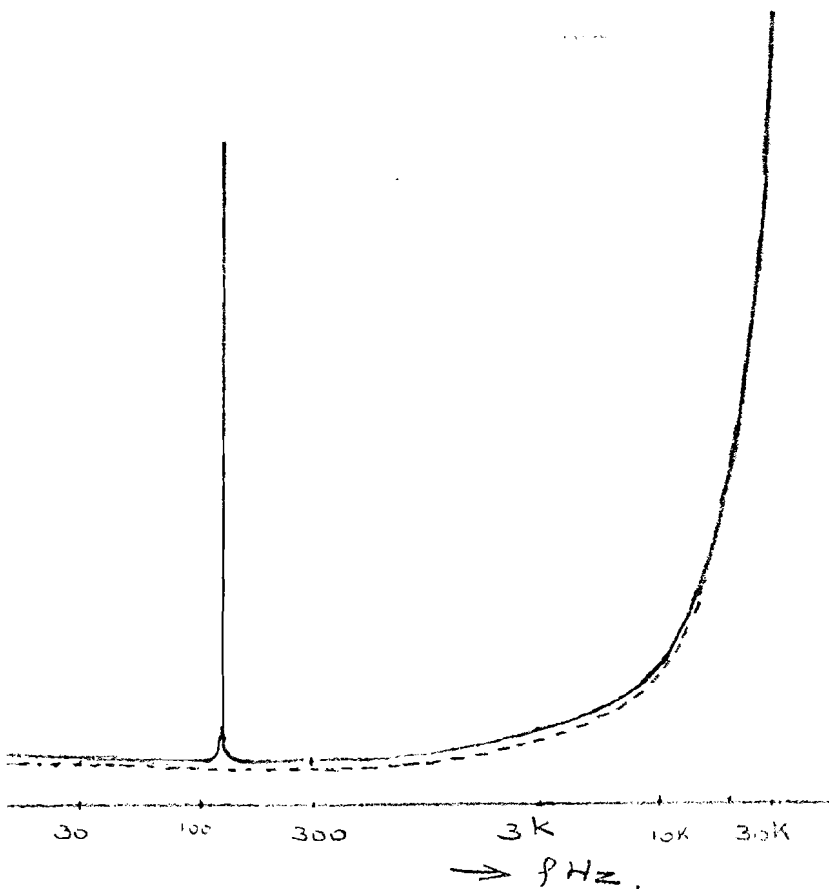
Een dwarsdoorsnede van de spoel is zodoende  $3 \times 3 \text{ mm}^2$

### 3.3.4. De gemeten stemvork-belaste spoelimpedantie

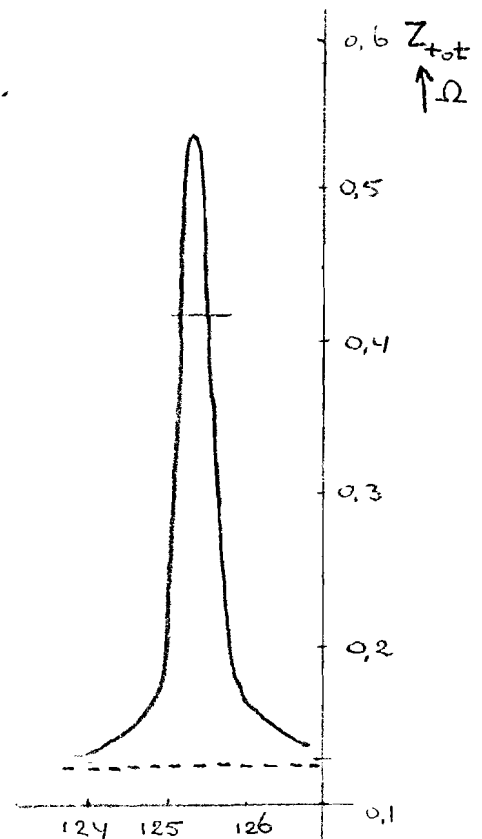
Uit vgl. 2.2.2.-8 blijkt dat bij resonantie van de stemvork een relatief maximum optreedt in de impedantie die gemeten wordt aan de spoeleinden.

De stemvork werd vlak boven een spoeltje geplaatst. Het spoeltje heeft een dikte van 3 mm en het verschil tussen binnen en buitendiameter is 6 mm. In figuur 3.3.4.-1 is de impedantie van de spoel, zoals die met behulp van een stroomspanningsmeting bepaald is, weergegeven, voor verschillende frequenties.

De wisselstroom is in dit geval constant gehouden nl.  $i = 3\text{mA}$ , zodat ook de op de stemvork uitgeoefende kracht constant is.



figuur 3.4.-1



figuur 3.4.-2

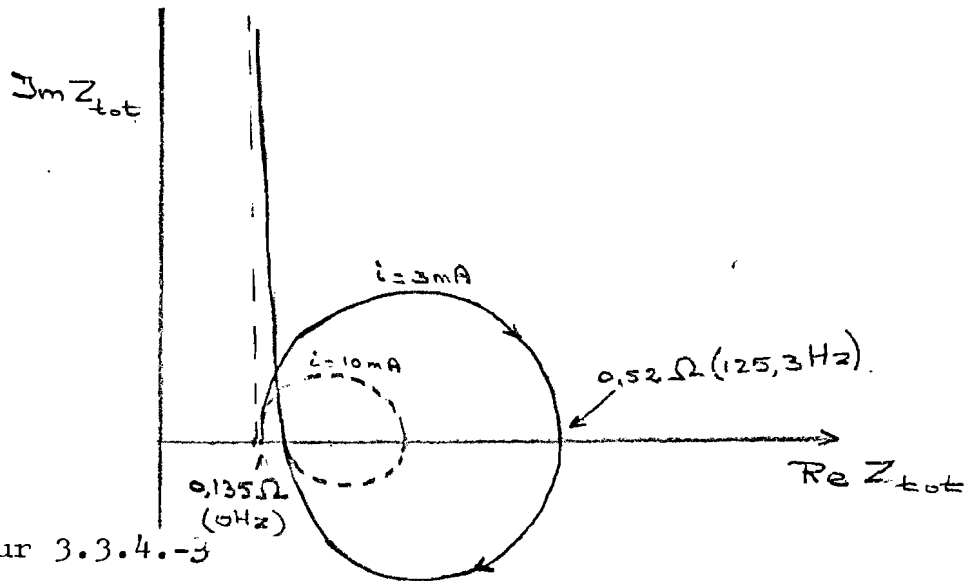
In fig. 3.3.4.-2 is de impedantie piek weergegeven die veroorzaakt wordt door resonantie van de stemvork. De stippellijn geeft de impedantie van de spoel weer, zoals die als functie van de frequentie verloopt, zonder met de stemvork belast te zijn. Een maximum treedt op bij 125,3 Hz, waarbij  $Z_{res}=0,52$

De kwaliteitsfactor van de stemvork is  $Q = \frac{f_0}{2\Delta f}$  waarbij  $2\Delta f$  de bandbreedte is waarin de impedantie groter is dan  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot Z_{res}$

$$Q = \frac{125,4}{0,4} \approx 300$$

Grote waarden van  $i$  heeft tot gevolg dat de uitwijking van de stemvorktongen te groot wordt en een daling in  $Z_{res}$  optreedt,

Het Niquist diagram zal ongeveer als volgt verlopen:



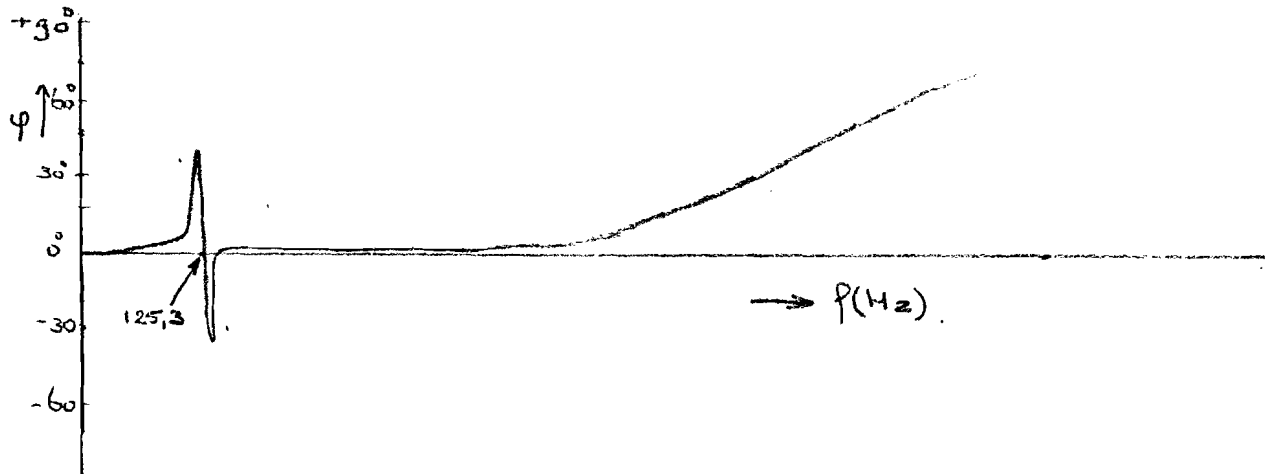
Figuur 3.3.4.-3

Het niquistdiagram (schetsmatig) van de ingangsimpedantie van de spoel.

Bij resonantie van de stemvork is de impedantie van de stemvork reëel, maar de spoel veroorzaakt een kleine fasedraaiing zodat het punt van resonantie niet op de reële as ligt.

Tevens is met een stippelijijn weergegeven hoe waarschijnlijk het niquist diagram zal verlopen bij grotere waarden van  $i$ .

Een schets van het verloop van  $\varphi$  als functie van de frequentie is weergegeven in fig. 3.3.4.-4



figuur 3.4.-4 fase karakteristiek (schetsmatig) van de stemvorkimpedantie.

De afwijking van de gemeten frequentie van 125,3 Hz. ten opzichte van de geplande frequentie van 200 Hz is reeds verklaard in hoofdstuk 3.2.

Verdere afwijkingen kunnen verklaard worden doordat

1. de stemvorktongen geen rechthoekige doorsnede hebben.

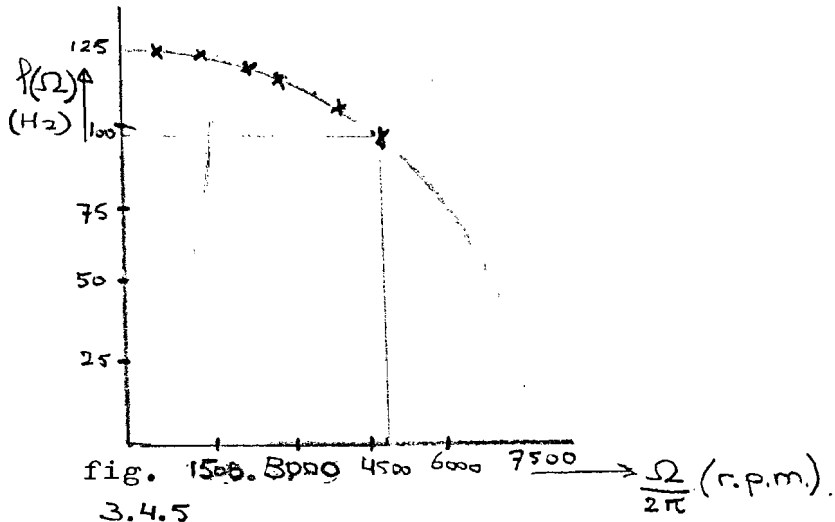
2. de materiaal constanten niet exact bekend zijn,

3. de breedte-compensatie door verlenging met 1mm geschat is.

4. de massa van de magneetstukjes verschillend is.

5. de magneetjes niet allemaal precies aan het uiteinde van de tongen gelijmd zijn.

Tenslotte is de functie  $f(\Omega)$  bepaald. Hiertoe is met behulp van een stroboscoop de rotatiesnelheid bepaald en de resonantie frequentie bepaald door de stroomspanningsmeting.



De stemvorkfrequentie als functie van de rotatiesnelheid.

In het gemeten gebied komen de resultaten goed overeen met vgl. 2.1.3.-6

Bij 4800 toeren per minuut (80Hz) rotatiesnelheid is de stemvork kapot gegaan doordat een stemvorktong te ver was uitgebogen.

De uiterste gevoeligheid van het regelsysteem (zie vgl. 2.1.3.-7) is dus  $T = \frac{80}{95} \approx 0,85$



### 3.5. Conclusies

Door de spanningen die in het materiaal, door mechanische bewerking, gekomen zijn, is de stemvork als een tulp uiteen gewaaierd. Tevens is door doorbuiging van de as, de stemvork excentrisch geworden ten opzichte van de motoras. Als de spoel dan niet precies concentrisch met de motoras is, zal bij rotatie zodoende een stoorsignaal optreden met de frequentie van de rotatiesnelheid.

De trekspanningsgrens  $\sigma_{max}$  van het materiaal wordt reeds bij relatief lage toerentallen overschreden zodat de gevoeligheid van de regelkring laag is.

Bij een tong met variabele dwarsdoorsnede kan men de spanning  $\sigma$  in de stemvork verminderen.

Het spoeltje is door zijn lage eigen-impedantie ongeschikt om opgenomen te worden in een excitatieschakeling en tevens is door de dikke draad die gebruikt is de koppelfactor (B.1) te laag. De impedantie piek die door de stemvork veroorzaakt wordt is evenwel goed detecteerbaar.

Het gebruik van dunnere draad is aan te bevelen.

#### 4. Stemvorken met variabele tongdoorsnede

##### 4.1. . . De ontwerp en constructie eisen

In hoofdstuk 3.1. is de constructie besproken van een stemvork met constante tongdoorsnede. In dat geval waren de stemvork en de stemvorksteel uit een stuk materiaal gemaakt.

De stemvork met variabele doorsnede wordt van hetzelfde st 316 gemaakt maar de as wordt nu gemaakt van messing.

In de stemvorkvoet is een gat gemaakt waardoor de as geschoven kan worden en met behulp van een moer wordt de stemvork op de as gefixeerd.

Zodoende kan de as met twee steunen waarin kogellagers zitten op het plateau worden bevestigd. De hinderlijke doorbuiging die bij de stemvorksteel optrad zal nu onderdrukt worden. Voor de metingen is echter een extra as gemaakt, waarbij de stemvork maar aan één zijde gelagerd wordt.

Dit is gedaan om  $f(\Omega)$  te kunnen bepalen want bij een doorlopende as zullen de magneetjes op de as rusten bij stilstand.

Om het uitwaaiëren dat optreedt na het frezen van de gleuven tegen te gaan wordt nadat de binnen- en buitendiameter gedraaid zijn de stemvork uitgegloeid.

Tijdens het frezen van de gleuven is een kroon bevestigd aan het uiteinde zodat de stemvorktongen gefixeerd blijven.

Hierna wordt de stemvork weer uitgegloeid en daarna de kroon verwijderd. Van uitwaaiëren was vrijwel geen sprake.

Berekeningen voor de lengte van een stemvorktong zijn uitgevoerd met behulp van de formules die in het volgende hoofdstuk afgeleid worden.

Bij een eerste berekening is de breedtevariatie van de stemvork niet van belang geacht.

De dikte  $h(1)$  aan de top van de stemvorktong wordt wederom 0,4 mm genomen en de breedte  $b(1) = 3,6$  mm. Voor verschillende tapsheden is nu de lengte van de vork, de uitwijking van de top door rotatie en de spanning  $\sigma$  aan het inklempunt berekend.

Omdat het maximum bereikbare toerental van de motor 12.000 rpm is, wordt  $\rho(0) = 160$  Hz gesteld. (n.b. de motorbelasting door stemvork en uitleesunit is nog onbekend). Uit berekeningen bleek dat bij een dikte van de tong bij het voetpunt van  $h(0) = 1,6$  mm een totale lengte van de vork van  $l=71,95$  mm nodig was.

De uitwijking  $a$  zou dan 8,1 mm zijn en de spanning  $\sigma = 177$  N/mm<sup>2</sup> als de stemvork met 9000 toeren per minuut werd geroteerd.

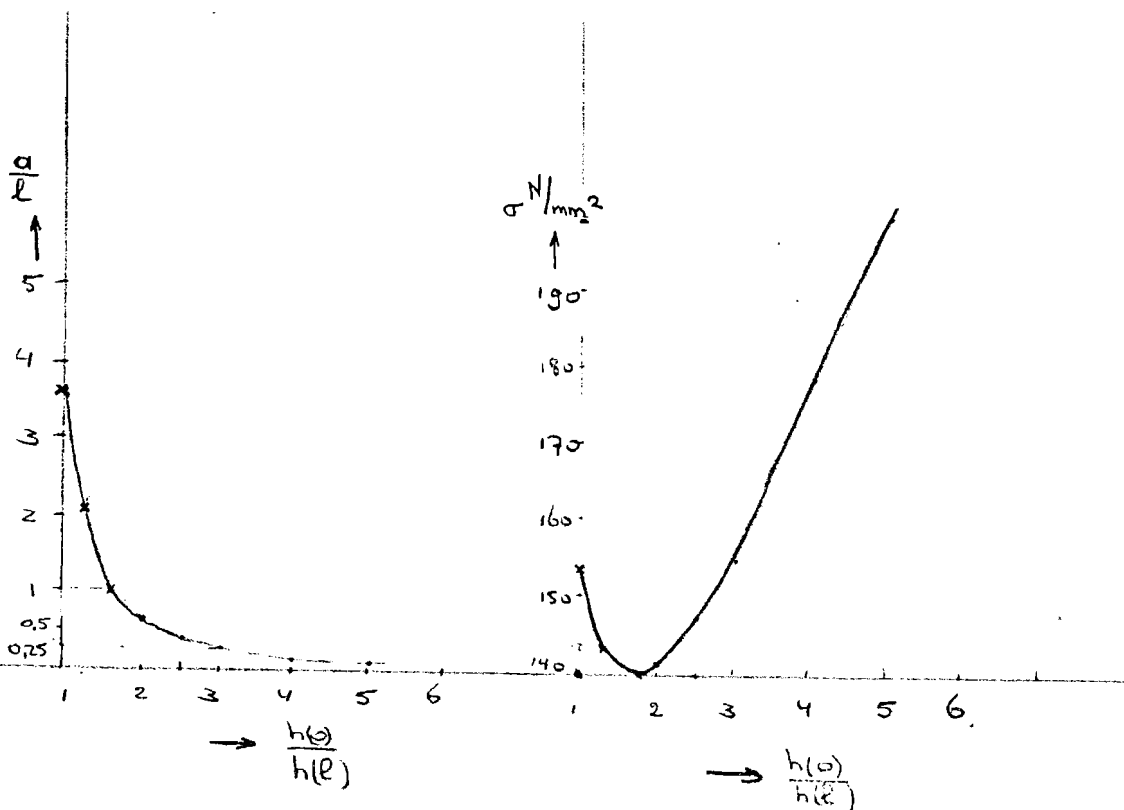


fig. 4.4.-1

Relatieve uitwijking en spanning als functie van de tapsheid

In figuur 4.4. -1 zien we dat een waarde van  $\alpha = \frac{h(0)}{h(1)}$ , die groter dan 3 is acceptabel wordt en dat bij geringere tapsheid van de stemvork de uitwijking  $a$  groter zou zijn dan de lengte van de tong hetgeen fysisch onmogelijk is.

Tevens bleek de oppervlakte spanning een minimum te hebben bij  $\alpha = 1,66$ .

Indien echter de dikte te groot wordt zullen er, omdat de breedte constant verondersteld is, dwarstrillingen kunnen optreden.

Deze overwegingen leidden tot de keuze van  $\alpha = 4$ , zodat de dikte  $h(0)$  ongeveer de helft is van breedte  $b(0)$ .

Na fabricage van de stemvork bleek deze een eigenfrequentie  $f(0) = 212$  Hz te hebben.

De stemvork werd uitgevijld tot de tongen een lengte van 74 mm hadden en  $f(0)$  daalde tot 204 Hz.

De oorzaak van deze te hoge frequentie zal zijn:

- 1. de breedtevariatie (t.g.v. de radiale frees-gleuven) van de stemvork mag niet verwaarloosd worden.
- 2. de doorsnede van de stemvorktongen is niet rechthoekig.

In bijlage 1 is een nieuw computer programma afgedrukt waar de variatie in breedte wel is opgenomen.

De dikte bij bevestigingspunt van het magneetje 7 mm van de top van de stemvork, is door de tapsheid van de tongen  $h'(1) = 0,5$  mm, en na uitvijlen van de stemvork tot 74 mm is  $\alpha = 3,3$ . De berekende effectieve lengte zal ongeveer 63 mm zijn zodat rekening houdende met de variatie in de breedte de totale berekende lengte 70 mm zal worden voor een stemvork met  $f(0) = 200$  Hz. Hieruit blijkt dat de berekeningen een uitkomst geven die ongeveer 5 mm te laag is (want de stemvork uitgevijld tot ong. 75 mm, zal een eigenfrequentie van 200 Hz hebben).

De uitwijking van de tongen met effectieve lengte van 63 mm zal bij rotatiesnelheid van 175 Hz ongeveer 17 mm zijn, terwijl dan de  $\sigma$  bij het voetpunt 790 N/mm<sup>2</sup> zal bedragen.

4.2. Theorie der trillende balk met variabele dwarsdoorsnede.

Een stemvork is te beschouwen als 2 balken die aan één zijde zijn ingeklemd door een koppelstuk. We gaan nu het gedrag bepalen van een eenzijdig ingeklemde balk die een variabele dwarsdoorsnede heeft en geroteerd wordt met hoeksnelheid  $\Omega$  waarbij de afstand van de balk tot de rotatie as  $r$  is.

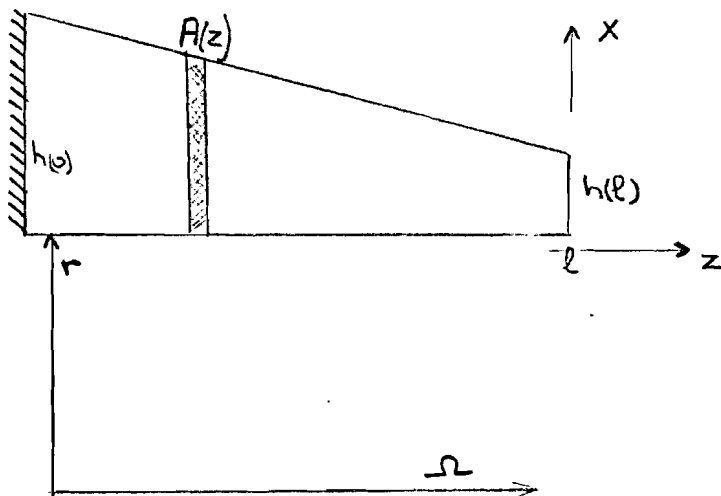


fig. 4.2.-1

De balk heeft een lengte  $l$  en het oppervlak van de dwarsdoorsnede is  $A(z)$ .

De elastische energie is

$$U_e = \int_{z=0}^l \frac{1}{2} \text{moment } x d\Theta = \int_{z=0}^l \frac{1}{2} EI(z) \left( \frac{d^2 x}{dz^2} \right)^2 dz \quad \text{vgl. 4.2.-1}$$

waarbij  $I(z)$  het oppervlaktetraagheidsmoment en  $E$  de elasticiteitsmodulus is.

De verplaatsingsenergie

$U_m$  = Massa x versnelling x verplaatsing

$$= \int_{z=0}^{\ell} \int_0^{x(z)} A(z) \cdot \rho \cdot dz \cdot \frac{d^2 x(z)}{dt^2} \cdot dx(z) + \int_0^{x(\ell)} m_{\text{magn}} \cdot x(1) \cdot \frac{d^2 x(1)}{dt^2} \cdot dx(z) \quad \text{vgl. 4.2.-2}$$

Hierin is  $m_{\text{magn}}$  de massa van een magneetje dat aan de uiteinden nl.  $z = 1$  aan de balk is bevestigd en

$\rho$  = soortelijke massa.

De toegevoerde energie door rotatie is  $U_{\text{rot}}$  = centrifugaalkracht x verplaatsing.

$$-U_{\text{rot}} = \int_{z=0}^{\ell} \int_0^{x(z)} A(z) \rho dz \Omega^2 (r+x(z)) dx(z) + \int_0^{x(\ell)} m_{\text{magn}} \Omega^2 (r+x(1)) dx(1)$$

We kunnen nu de uitwijking  $x(z)$  voorstellen als een product van twee functies,

stel  $x(z) = g(z) a(t,1)$ ,

als randvoorwaarde voor deze functies geldt:

$g(0) = 0$ ,  $g(1) = 1$ ,  $a(t,1) \equiv x(1)$  en  $\ddot{a} = \ddot{x}(1)$

$$\left( \frac{d^2 g(z)}{dz^2} \right)_{z=1} = 0 \qquad \left( \frac{dg(z)}{dz} \right)_{z=0} = 0$$

Door invoering van de volgende grootheden:

$$\left. \begin{aligned}
 M &= \int_{z=c}^l A(z) \cdot g^2(z) \cdot dz \\
 S &= \int_{z=c}^l E \cdot I(z) \cdot \left( \frac{d^2 g(z)}{dz^2} \right)^2 \cdot dz \\
 C &= m_{\text{magn.}} \cdot \Omega^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \rho \cdot A(z) \cdot \Omega^2 \cdot g^2(z) \cdot dz \\
 P &= m_{\text{magn.}} \cdot \Omega^2 \cdot r + r \cdot \int_{z=0}^l \rho \cdot A(z) \cdot \Omega^2 \cdot g(z) \cdot dz
 \end{aligned} \right\} \text{vgl. 4.2.-1}$$

gaan de vergelijkingen 4.2.-1, 2 en 3 over in

$$\left. \begin{aligned}
 U_e &= \frac{1}{2} a^2(t, 1) \cdot S \\
 U_m &= (M + m_{\text{magn.}}) \cdot a(t, 1) \cdot \frac{d^2 a(t, 1)}{dt^2} + M \left( \frac{da}{dt} \right)^2 \\
 -U_{\text{rot}} &= a^2(t, 1) \cdot C + a(t, 1) \cdot P
 \end{aligned} \right\} \text{vgl. 4.2.-2}$$

De totale energie van het systeem is  $V = U_e + U_m + U_{\text{rot}}$

De minimumpotentialaal theorie leert ons dat de

totale energie constant is zodat geldt  $\delta V = 0$

bij optreden van  $\delta a$ . Indien we de dempingsterm

$\left( \frac{da}{dt} \right)^2$  verwaarlozen,

volgt dat :  $\frac{\delta V}{\delta a} = (M + m_{\text{magn.}}) \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{1}{2} (S - C) a - P = 0$

De oplossing van deze vergelijking heeft de vorm van

vgl. 2.1.3.-3 en is:

$$a(t, 1) = \frac{P}{\frac{1}{2} S - C} + \hat{a} \sin \left( \sqrt{\frac{\frac{1}{2} S - C}{M + m_{\text{magn.}}}} \cdot t + \varphi \right) \quad \text{vgl. 4.2.-3}$$

We zien dat wederom er een voor-uitwijking plaats heeft en dat nu de eigenfrequentie is

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{2}S-C}{M+m_{\text{magn}}}}$$

Het moment  $\text{Mom}(z)$  dat op een punt  $z$  van de stemvork werkt is:

$$\text{Mom}(z) = (1-z) \left\{ m_{\text{magn}} \cdot (r+x(1)) \cdot \Omega^2 - m_{\text{magn}} \cdot \left( \frac{d^2 x(z)}{dt^2} \right) \right\} + \int_{\xi=z}^{\ell} (\xi-z) \cdot \rho \cdot A(\xi) \cdot \left\{ (r+x(z)) \Omega^2 - \frac{d^2 x(\xi)}{dt^2} \right\} \cdot d\xi$$

vgl. .4.2.-8

De oppervlaktespanning is  $\sigma(z) = \frac{\text{Mom}(z) \cdot h(z)}{2 \cdot I(z)}$

vgl. .4.2.-9

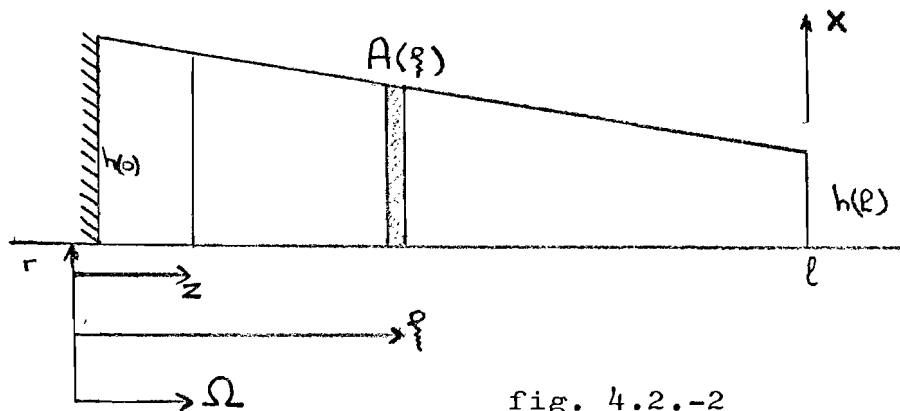


fig. 4.2.-2

Indien we de breedte  $b$  en de dikte  $h$  van de stemvork lineair laten verlopen en beschouwen dat de tongen een rechthoekige doorsnede hebben, dan geldt:



$$h(z) = h(1) \left\{ \alpha - (\alpha-1) \frac{x}{1} \right\}$$

$$b(z) = b(1) \left\{ \beta - (\beta-1) \frac{x}{1} \right\}$$

vgl. 4.4.2.-10

$$I(z) = \frac{1}{12} \cdot b(z) \cdot h^3(z)$$

Indien de amplitude van de trillingen klein is kan men stellen dat

$$g(z) = \frac{1}{2 \cdot 1^3} (3 \cdot z^2 \cdot 1 - z^3)$$

vgl. 4.4.2.-11

Door invulling van de vergelijkingen 4.4.2.-10 en 4.4.2.-11 in vgl. 4.4.2.-5 en te integreren krijgt men de vergelijkingen voor S, M, C, P ; Mom en  $\sigma$  zoals die afgedrukt staan in bijlage 1.

4.3. De gemeten stemvork belaste spoelimpedantie

Evenals in hoofdstuk 3.4. wordt de frequentie-karakteristiek gemeten van een spoel waar de stemvork zich vlak boven bevindt.

De spoel heeft een binnendiameter van 5 mm, een buitendiameter van 11 mm en een hoogte van 3mm.

De draaddikte is 0,07 mm. De gelijkstroom weerstand  $R_0 = 92\Omega$  en de zelfinductie  $L = 5,9$  mH.

Met behulp van meetopstelling van fig. 4.3.-1 werd de impedantie van de spoel gemeten, terwijl tevens het faseverschil tussen spanning en stroom door de spoel bepaald werd.

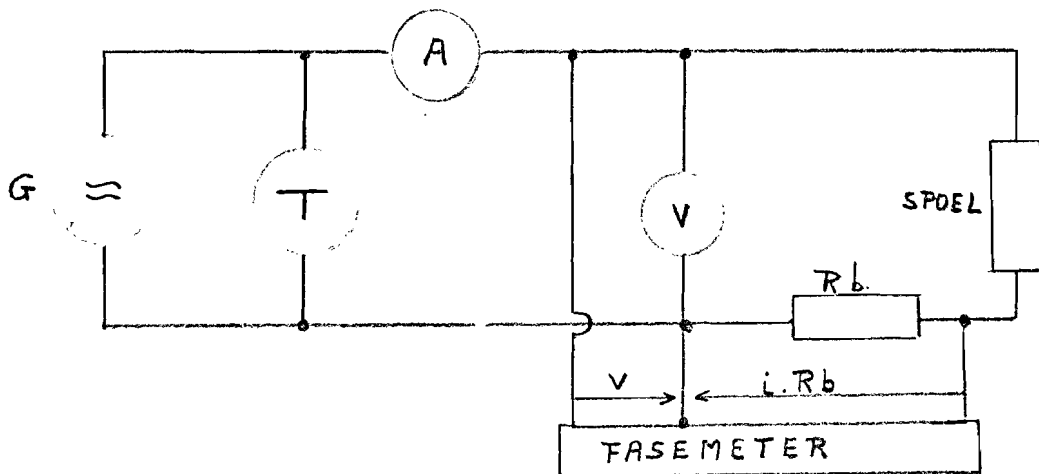


fig. 4.3.-1 meetopstelling

In de meetopstelling is T een frequentieteller, G een sinusgenerator, A ampèremeter en V een buisvoltmeter.

De weerstand  $R_b$  is bekend, zodat uit de ingangs-impedantie die gemeten wordt:

$$Z_{in} = \frac{|v|}{|i|} e^{j\varphi} = Z_{sp} + R_b$$

de spoelimpedantie bepaald kan worden.

De stroom wordt constant gehouden nl.  $i = 0,25 \text{ mA}$ .

en  $Z_{in}$ , gemeten bij verschillende frequenties, geeft  $Z_{sp}$  en  $\varphi$  als functie van de frequentie weer.

In figuur 4.3.-3 is het Niquist diagram van  $Z_{sp}$  getekend.

Het Niquist diagram dat gemeten is (zie fig.4.3.-3) komt vrijwel overeen met de theoretische kromme.

De aangegeven frequenties zijn geen exacte weergave omdat de gebruikte frequentie teller maar tot 1 decimaal nauwkeurig aanwijst. De kwaliteitsfactor is moeilijk te bepalen maar wordt geschat op 400.

De verschuiving ten opzichte van de reële as komt door het spoeltje. De fasedraaiing door de spoel zelf is bij 200 Hz ong.  $4\frac{1}{2}^\circ$ .

Deze fasedraaiing blijft echter vrijwel constant in het frequentiegebied waarin de invloed van de stemvork detecteerbaar is.

Op dezelfde wijze als in hoofdstuk 3.4. is  $f(\Omega)$  gemeten, zie fig. 4.3.-2.

Een stemvorktong had bij 4800 toeren per minuut reeds een zodanige uitbuiging gekregen dat onbalans van de motoras optrad. De oorzaak hiervan is waarschijnlijk de montage van de stemvorkas, waarbij een der tongen verbogen is. Men heeft de tong wel weer teruggebogen, maar er zullen veranderingen opgetreden zijn in de materiaalstructuur.

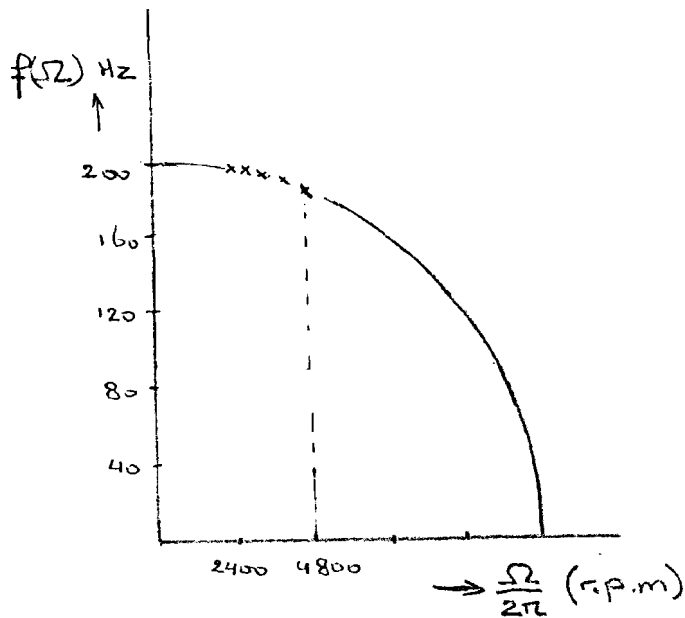


fig. 4.3.-2

#### 4.4. Conclusies

Uit hoofdstuk 4.1. blijkt dat de toegepaste benaderingen grote variaties geven in de resultaten van de berekening van de lengte van de stemvorktongen. Een verdere analyse van massa-belaste stemvorktongen met variabele dwarsdoorsnede waarbij deze doorsnede niet rechtloekig is blijkt noodzakelijk. Ter bestudering van dit probleem wordt verwezen naar Lit. [11t/m 15].

Verder moet erop gelet worden dat alle magneetjes exact dezelfde massa hebben anders zal bij hoge-voorrotatie een verschillende uitwaaiing optreden hetgeen een onbalans op de motoras veroorzaakt.

Tevens zal een tuning van de stemvorktongen noodzakelijk zijn om het hierboven genoemde verschijnsel tegen te gaan.

Hogere rotatiesnelheden zijn mogelijk door het gebruik van een anti-magnetisch materiaal met grotere  $\sigma_{\max}$ . Een zeer nauwkeurige fabricage van stemvork en stemvorkas is dus noodzakelijk,

Het gemeten frequentieverloop  $f(\Omega)$  bleek in hoofdstuk 3.4. als in hoofdstuk 4.3. overeen te komen met de theoretische kromme. In hoeverre echter stemvorken die wel tegen zeer hoge toerentallen bestand zijn nog aan deze voorwaarden voldoen is vooralsnog onbekend.

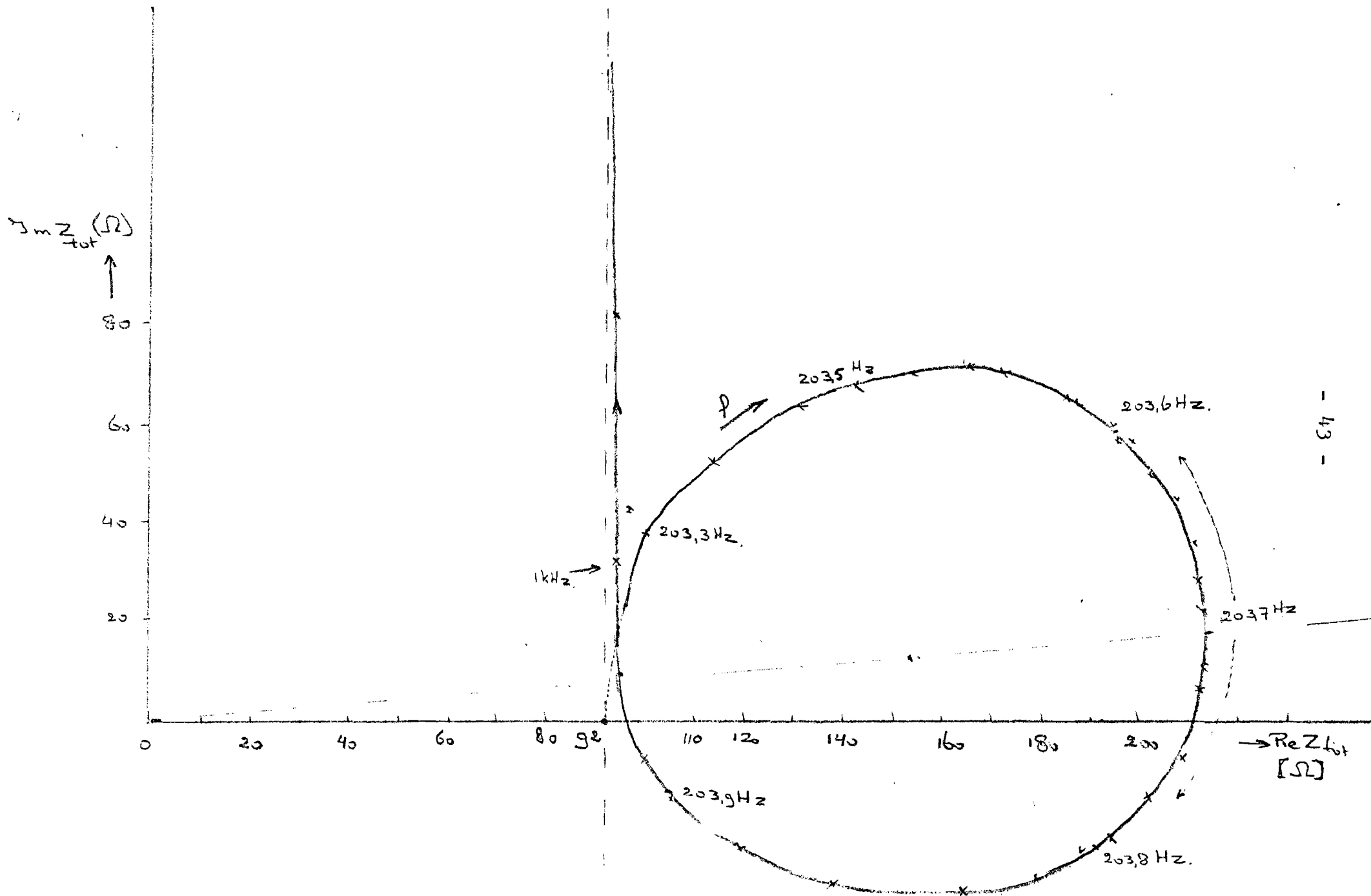


fig. 4.3.-3

Het niquist diagram

### 5. De excitatie

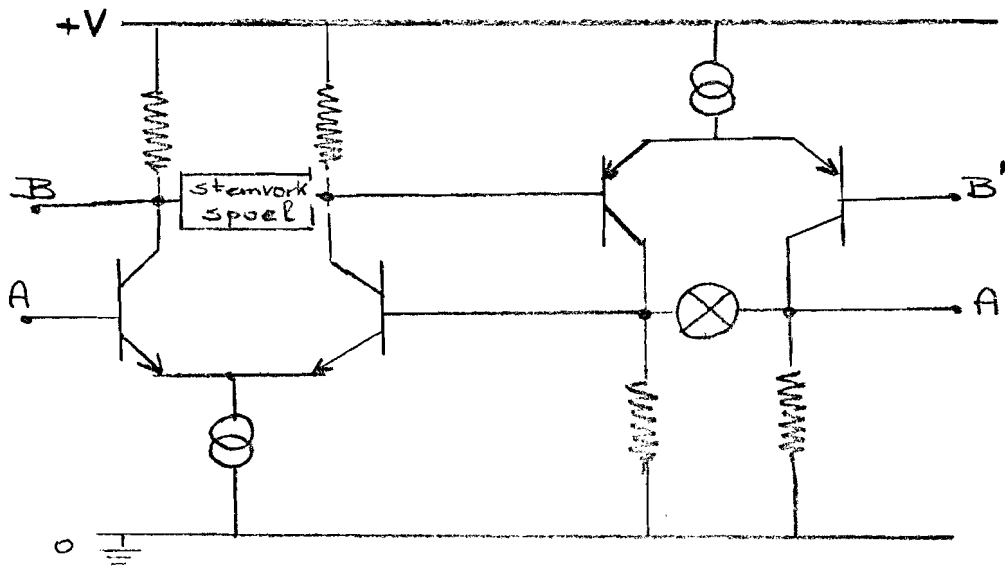
Voor de excitatie van de stemvork is een elektrisch circuit nodig waarin de stemvork als frequentiebepalend element is opgenomen.

De teruggekoppelde versterker moet een rondgaande versterking 1 hebben indien de stemvork in resonantie, dus de ingangsimpedantie van de spoel maximaal is. De fasedraaiing in de versterker moet even groot en tegengesteld zijn aan de fasedraaiing die de zelfinductie van de spoel veroorzaakt bij de resonantie frequentie van de stemvork. De totale fasedraaiing wordt zodoende nul.

De wisselstroom  $i_{\sim}$  door de spoel moet zo groot zijn dat ze de invloed van de interne demping van de stemvork compenseert.

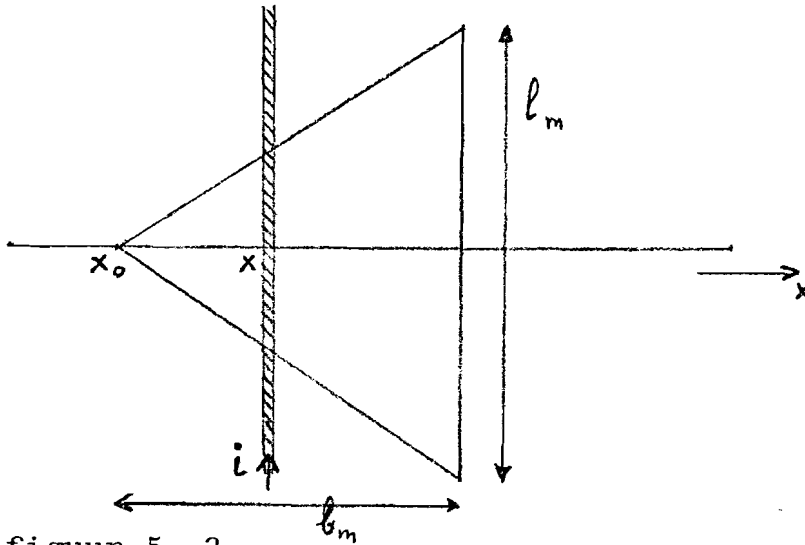
Een gelijkstroom component door de spoel moet vermeden worden omdat deze een variatie geeft in de uitwijking door voorrotatie van stemvorktongen. Een extra term wordt dan toegevoegd aan de kracht  $P$  in vgl.4.2.-7 en de magneetjes zullen niet meer op de juiste plaats boven de spoel bewegen.

Deze overwegingen hebben geleid tot de keuze van de volgende concept-schakeling:



figuur 5.-1 Concept excitatieschakeling

In figuur 5.-1 moeten de punten A-A' en B-B' doorverbonden worden, terwijl  $\otimes$  een element voor begrenzing van de amplitude van het signaal moet zijn. Door de keuze van de vorm van de magneetstukjes treedt er echter het volgende verschijnsel op:



figuur 5.-2

De kracht door een stroomdraad met stroomsterkte  $i$  uitgeoefend op een magneetje met een oppervlakte zoals die in figuur 5.-2 is weergegeven is:

$$F = i \cdot B_z \cdot \frac{1}{b_m} \cdot (x - x_0) \quad \text{vgl. 5.-1}$$

De inde geleider geïnduceerde spanning is zoals blijkt uit vgl. 2.2.2.-5:

$$u = \dot{x} \cdot B_z \cdot \frac{1}{b_m} \cdot (x - x_0) \quad \text{vgl. 5.-2}$$

Indien de stemvorktongen een sinusvormige beweging uitvoeren rond het punt  $x = x_0 + \frac{1}{2}b_m$  zal ook de toegevoerde kracht sinusvormig moeten zijn.



$$\text{Als } x = x_0 + \frac{1}{2}b_m + \hat{x} \cdot \sin \omega t$$

$$\text{en } F = \hat{F} \cdot \sin \omega t$$

dan geldt:

$$u = B_z \cdot \frac{1}{b_m} \cdot \left( \frac{1}{2}b_m + \hat{x} \cdot \sin \omega t \right) \cdot x$$

$$i = \frac{\hat{F} \cdot \sin \omega t}{B_z \cdot l_m} \cdot b_m \cdot \frac{2}{(b_m + 2\hat{x} \cdot \sin \omega t)}$$

} vgl. 5.-3

Uit vergelijking 5.-3 blijkt dat  $i$  en  $u$  aan de spoeluiteinden niet sinusvormig moeten zijn als men de stenvork harmonisch wil laten trillen.

Het zal echter eenvoudiger zijn de vorm van de magneetjes zodanig te kiezen dat de stroom en spanning wel sinusvormig verlopen.

## 6. Slot

### 6.1. Conclusies

Het nulsysteem heeft als voordeel dat er een lineaire relatie bestaat tussen de inertieële rotatiesnelheid van het plateau, maar er worden hoge eisen gesteld aan het regelsysteem.

Het hoge toerental dat noodzakelijk is voor een gevoelige regelkring, heeft een uitwaaiïering tot gevolg, die, indien de eigen frequenties van elk der tongen niet precies gelijk is, per tong verschillend zal zijn en een onbalans van de motoras tot gevolg heeft. Een excentriciteit van de draadwindingen van de spoel zal een stoorsignaal veroorzaken, die de frequentie van de rotatiesnelheid heeft. Tevens is gebleken dat berekeningen van de eigen frequentie van stemvorken waarbij de tongdoorsnede rechthoekig benaderd wordt en enkel een kracht op het uiteinde van de tong beschouwd wordt, slechts een grove benadering opleveren.

Het gebruik van magneetjes met een hogere B maakt het mogelijk kleinere magneetjes te gebruiken, die de stemvork minder belasten bij rotatie. Of een uitwaaiïering door voorbuiging van de tongen verminderd kan worden, is nog onbekend, omdat deze voorbuiging tevens veranderingen in het materiaal teweeg brengt.

Door juiste dimensionering van de spoel is met behulp van de magnetodynamische omzetting een goede impedantiepiek te bereiken, waarbij echter aangetekend moet worden dat deze kleiner wordt indien door temperatuur de eigen frequentie van de stemvork verandert en de waarde van  $\Omega_j$  varieert. De aanpassing van de spoel aan de evenwichtspositie van de stemvorktongen is dan niet meer optimaal.

Dit verschijnsel treedt ook op door b.v. de gravitatiekracht of een gelijkstroomcomponent door de spoel, etc.

## 6.2. Suggesties voor nader onderzoek

Stemvorken die op magnetodynamische wijze geëxciteerd worden, vereisen nog een uitgebreid onderzoek. De vormaanpassing van de magneetjes wordt al in hoofdstuk 5 aangeduid.

Spoelen die orthocyclisch gewikkeld zijn kunnen eventueel een verbetering van de rotatiesymmetrie inhouden.

Indien de stemvork roteert moet de spoel een grotere diameter hebben en zal de koppelfactor afnemen. Indien magneetjes met een hoge B gebruikt worden kan men dunne ringsegmenten gebruiken die bij stilstand tegen elkaar gedrukt zijn en pas bij juiste voorrotatie van elkaar loskomen. Een hoge B is dan noodzakelijk omdat anders de massa van de segmenten te groot wordt.

Daar de uitlezing met behulp van encoders welke bestand zijn tegen de gebruikte hoge toerentallen prijzig is, dient na gegaan of het mogelijk is deze uitlezing met behulp van een bandrecorderkop en een magneetbandje dat op de stemvorkas is geplakt, te doen geschieden.

Doordat de stemvorkas aan één zijde belast wordt door de stemvork zal een koppel op de as veroorzaakt worden die een doorbuiging van de as veroorzaakt.

Deze doorbuiging kan verminderd worden door een spakenwiel op de as te plaatsen waarbij de spaken door de stemvorkgleuven heensteken.

Dit spakenwiel moet dan in een kogellager geplaatst worden.

Of een kogellagersteun bij het inklempunt van de stemvorktongen voldoende is moet blijken.

Literatuur

- (1) Schaik, H.T.A. van,  
Een inertieële richtingsensor met contraroterende  
stemvorken;  
Afstudeerverslag Meten en Regelen, Technische Hogeschool Eindhoven 1969.
- (2) Hunt, G.H. en Hobbs, A.E.W.,  
Development of an Accurate Tuning Fork Gyroscope;  
Proc. I.M.E. 179-3E, (1964-1965) pg. 129-140.
- (3) Dye, D.,  
The valve-maintained Tuning Fork as a Precision  
Time Standard;  
Royal Soc. 103 A (1923) pg. 240-261.
- (4) Newton, G.C.,  
Theory and Practice in Vibratory Rate Gyros;  
Control Eng., (June 1963) pg. 95-100.
- (5) Dostal, F.,  
Tuning Fork Frequency Control Systems;  
American Time Products Bulova Watch Co. Inc. (1966)  
Woodside, N.Y. International Electronics (March 1966)
- (6) Barnaby, R.E., Chatterton, J.E. and Gerring, F.H.,  
Gyroton Angular Rate Tachometer;  
Aeronautical Eng. Rev. (Nov. 1953) pg. 31-36.
- (7) Morrow, C.T.,  
Zero Signals in the Sperry Tuning Fork Gyrotron;  
Journ. Acoustical Soc. of America vol. 27 no. 3  
May 1955 pg. 581-585.

- ( 8) Jeuken, P.J.; Huber, C.; Mulders, C.E.  
Sensing inertial rotation with tuning forks;  
T.H. rapport 71-E-22, T.H. Eindhoven, September 1971.
- ( 9) Morse, P.M.  
Vibration and Sound pg. 151-159;  
Second edition, Mc. Graw-Hill, New York, 1948.
- (10) Timoshenko, S.  
Vibration problems in engineering, pg. 27, 384-393;  
third edition, van Nostrand Company, Inc.;  
New York, 1955.
- (11) Hartog, J.P. den  
Mechanical Vibrations;  
Fourth edition Mc. Graw-Hill, New York, 1956.
- (12) Thomson, W.T.  
Vibration Theory and Applications;  
Prentice-Hall Inc., New York, 1965.
- (13) Kirchhoff, G.  
Transversalschwingungen eines Stabes von veränderlichem Querschnitt;  
Ann. Wiedemann 10, (1880) pg. 501-512.
- (14) Gassmann, F.  
Über Querschwingungen eines Stabes mit Einzelmasse;  
Ingenieur Archiv Band II, 1931 pg. 222-227.
- (15) Bach, C.; Baumann  
Elastität und Festigkeit;;  
9<sup>o</sup> Auflage, J. Springer Verlag Berlin (1924) pg. 232-289.
- (16) Vijgen, R.H.M.  
De vibration generator V47 van Ling Altec ;  
Stageverslag Meten en Regelen T.H. Eindhoven 1971.

- (17) Bles, B.A.L.,  
Digital inertial sensors and the processing of their  
outputs;  
Afstudeerverslag Meten en Regelen, Technische Hoge-  
school, Eindhoven, 1971.
- (18) Peremans, W.,  
Syllabus van het college Wiskunde III<sup>a</sup>;  
Technische Hogeschool Eindhoven, 1962.

BIJLAGE 1 Het computerprogramma

```

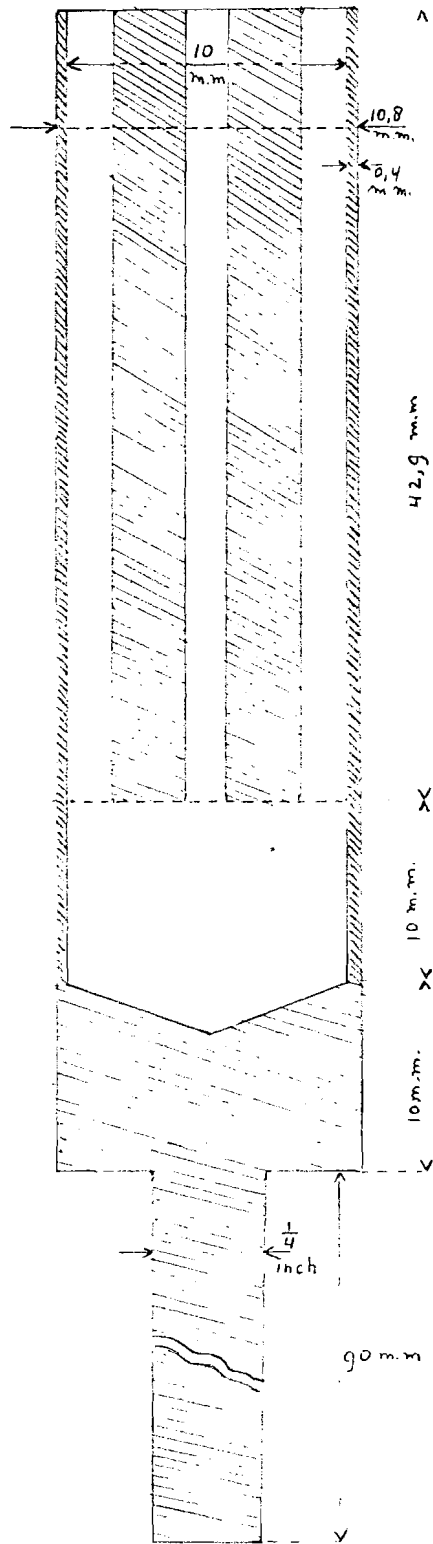
BEGIN COMMENT STEMVORK VARIABLE DIKTE BREEDTE;
INTEGER I;
REAL E, HL, BL, RHO, OMEGA, MMAGN, R, ALFA, BETA, S,
      M, L, C, P, A, MOM, SIGMA, PLUSS, PLUSM, MINUS, MINM;
LIBRARY REGULA FALS;

REAL PROCEDURE FREQUENTIE(ALFA, L, S, M);
VALUE ALFA, L; REAL ALFA, L, S, M;
BEGIN E := 20.33 * 1013;
      HL := 0.50;
      BL := 3.576;
      RHO := 7.98;
      OMEGA := 1099;
      MMAGN := 300;
      R := 5;
      BETA := 1 + 0.10 * (ALFA - 1);
      S := (BETA * (ALFA 3/6 + ALFA 2/10 + ALFA/20 + 1/60) -
            (BETA - 1) * (ALFA 3/42 + ALFA 2/35 + 3/140 * ALFA + 1/105))
            * 3 * E * HL 3 * BL / (8 * L 3);
      M := (BETA * (0.188 * ALFA + 0.815) - (BETA - 1) * (0.175 * ALFA + 0.64))
            * RHO * HL * BL * 33 * L/140;
      FREQUENTIE := 158.4 * 10 4 * (M + MMAGN) - S;
END; NLGR;
FOR I := 0 STEP 1 UNTIL 80 DO
  BEGIN ALFA := 0.1 * I + 1; NLGR;
        REGULA FALS(L, FREQUENTIE(ALFA, L, S, M), 1, 500, 0.5 * 10-4, 10-6, ALARM);
        C := OMEGA 2 * (M + MMAGN);
        P := MMAGN * OMEGA 2 * R + OMEGA 2 * R * RHO * HL * BL * L *
              (BETA * (ALFA/10 + 0.05) - (BETA - 1) * (7 * ALFA/120 + 1/30));
        A := P/(8 - C);
        MOM := MMAGN * (R + A) * OMEGA 2 * L
              + RHO * HL * BL * L 2 * R * OMEGA 2 *
              (BETA * (ALFA/6 + 1/3) - (BETA - 1) * (ALFA/12 + 1/4))
              + RHO * HL * BL * L 2 * OMEGA 2 * A *
              (BETA * (ALFA/18 + 1/4) - (BETA - 1) * (ALFA/20 + 3/14));
        SIGMA := 6 * MOM/(BL * HL 2 * ALFA 2 * BETA);
  END; ALARM:
end
proceed

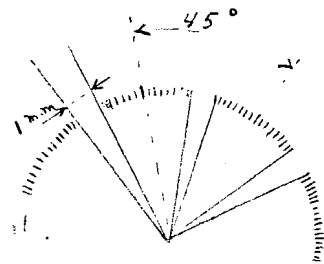
```



BIJLAGE 2



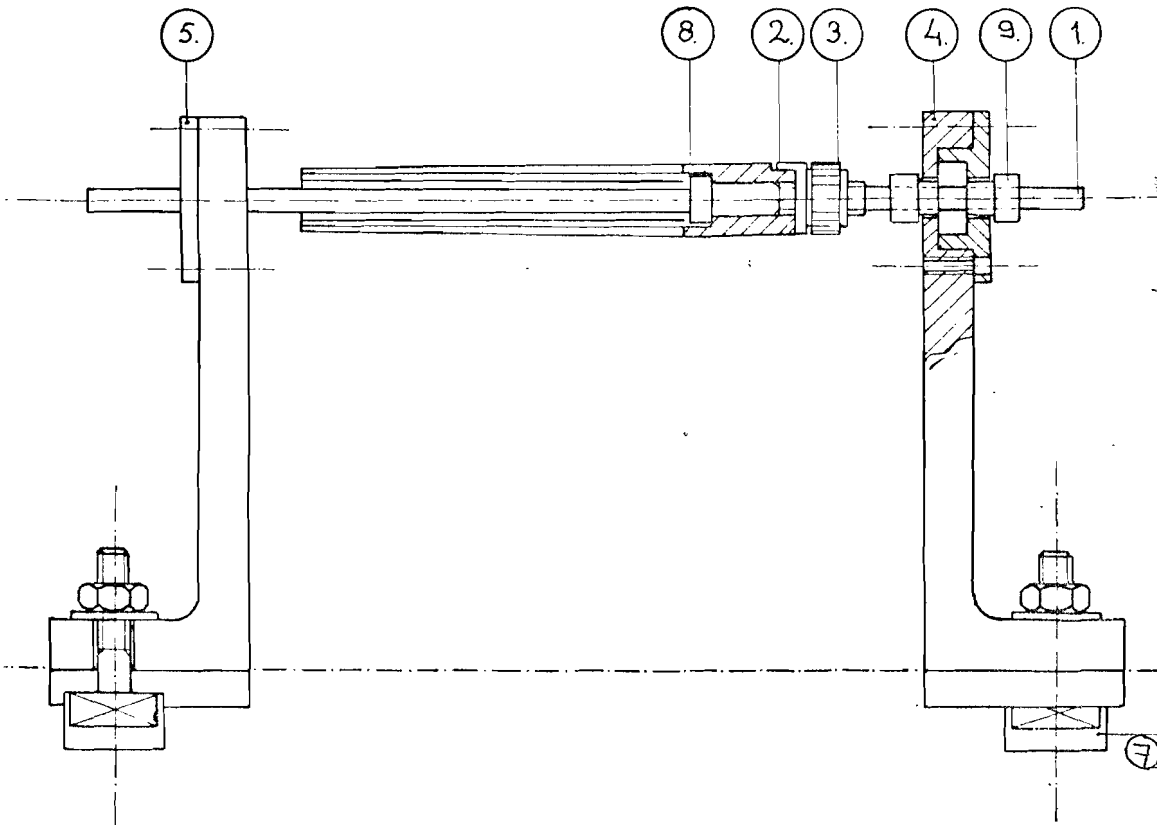
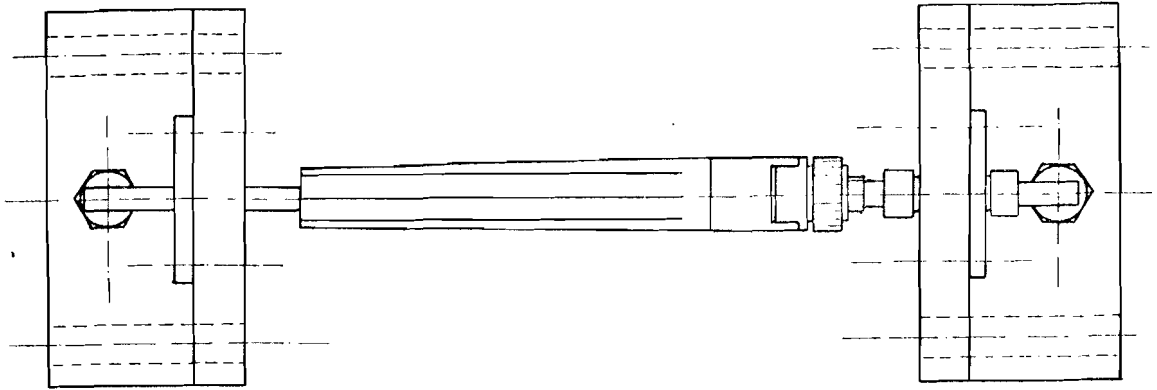
BIJLAGE 2



Het eerste ontwerp van de stemvork.

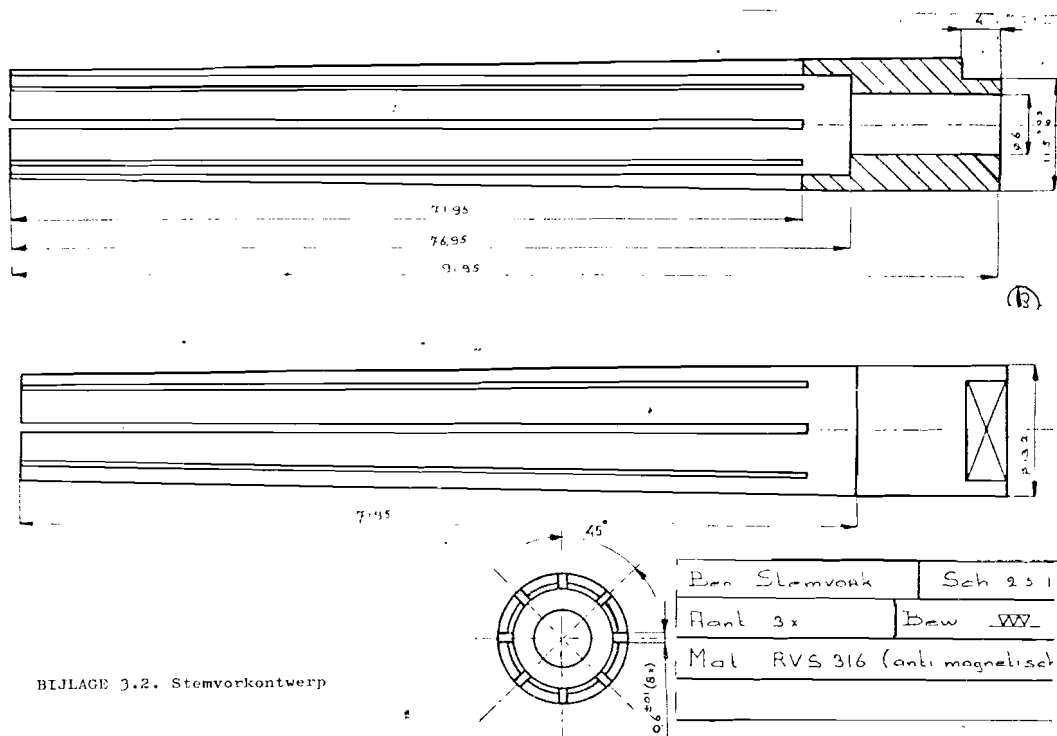
BIJLAGE 3.1.

BIJLAGE 3.1.



Opstelling van stemvork

BIJLAGE 3.2.



BIJLAGE 3.2. Stemvorkontwerp

Lijst der gebruikte symbolen

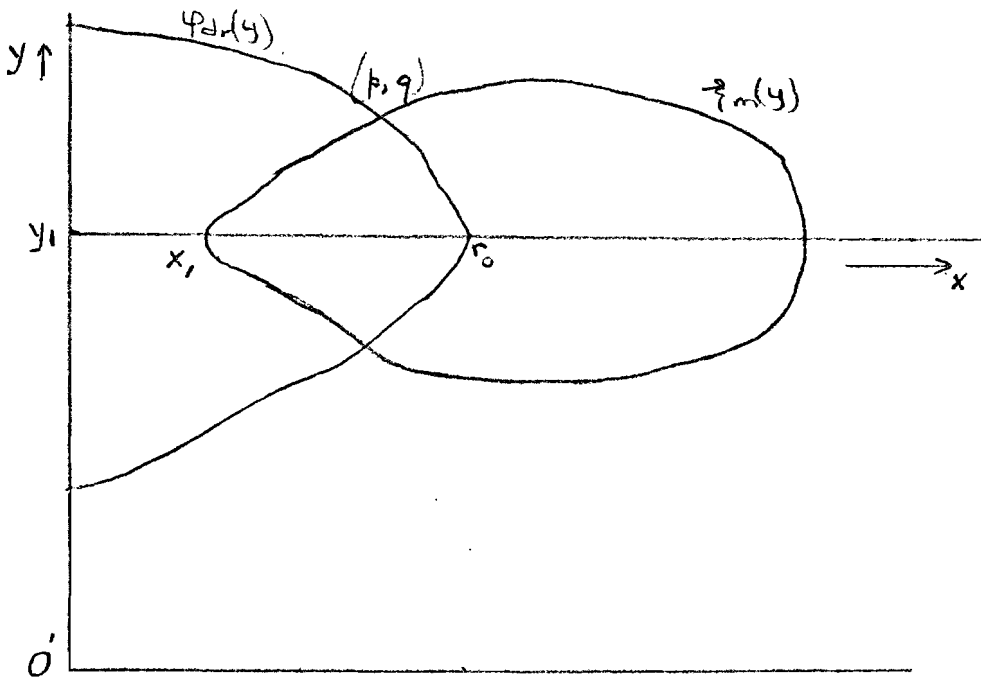
	grootheid	mksA eenheden
A	oppervlakte	$m^2$
$A_m$	oppervlakte magneet	$m^2$
$A_{sp}$	oppervlakte spoel	$m^2$
$A(z)$	oppervlakte dwarsdoorsnede	
	stemvorktong	$m^2$
B	magnetische inductie	$Wb/m^2$
$B_z$	magnetische inductie in z-richting	$Wb/m^2$
C	centrifugaalkracht per lengte eenheid	$N/m$
E	elasticiteits modulus	$N/m^2$
F	kracht	N
$F_x, F_y$	kracht in x resp. y richting	N
I	oppervlakte traagheidsmoment	$m^4$
$i(z)$	oppervlakte traagheidsmoment dwarsdoorsnede stemvorktong	$m^4$
L	inductiviteit	$Vs/A$
$L_{sp}$	zelfinductie spoel	$Vs/A$
M	massa stemvorktong	kg
Mom	mechanisch moment	$N.m$
P	centrifugaalkracht	N
Q	kwaliteitsfactor	
R	radius in inertiaeel systeem	m
$R_{sp}$	weerstand spoel	$V/A$
S	mechanische stijfheid	$N/m$
$S_x, S_y$	stijfheid in x resp. y richting	$N/m$
$U_e$	elastische energie	$A.V.s ; N.m$
$U_m$	kinetische energie	$A.V.s ; N.m$
$U_{rot}$	rotatie energie	$A.V.s ; N.m$
$\sqrt{\quad}$	totale energie	$A.V.S ; N.m$
X.Y.Z.	afstanden in inertiaeel coördi- naten systeem	m

$Z_{el}$	electrische impedantie	V/A
$Z_{ing}$	ingangsimpedantie	V/A
$Z_{mech}$	mechanische impedantie	Ns/m
$Z_{sp}$	impedantie van de spoel	V/A
$a(t,l)$	uitwijking stemvork uiteinde	m
$\hat{a}$	amplitude van trilling van tong- uiteinde	m
$a$	versnelling	m/s <sup>2</sup>
$a_{rel}$	relatieve versnelling	m/s <sup>2</sup>
$a_{abs}$	absolute versnelling	m/s <sup>2</sup>
$b_m$	breedte magneet	m
$b_{sp}$	breedte spoel	m
$b$	breedte stemvorktong	m
$\bar{ds}$	gedeelte integratieweg	m
$d_{dr}$	doorsnede draad	m
$e$	basis natuurlijke logaritmen	-
$f$	frequentie	
$f(w)$	eigenfreq. stemvork bij stilstand	Hz
$f( )$	frequentie stemvork met voorrotatie	Hz
$g(z)$	relatieve uitwijking van een punt	-
$h$	dikte stemvorktong <sup>van stemvorktong</sup>	m
$h_{sp}$	hoogte spoel	m
$i$	electrische stroomsterkte	A
$l$	lengte stemvorktong	m
$l_{eff}$	effectievelengte stemvorktong	m
$l_{tot}$	totale lengte stemvorktong	m
$l_m$	lengte magneet	m
$m$	massa	kg
$m_v$	tong massa	kg
$m_{magn}$	massa magneet	kg
$n$	vermenigvuldigingsfactor bij uit- lezing	-
$p$	afstand tot hartlijn van de stem- vorktong	m
$r$	radius in bewegend syteem	m
$r_1, r_2$	binnen en buitenstraal van de spoel	m

$s_v$	stijfheid stemvorktong	N/m
t	tijd	s
$\hat{x}$	amplitude magneetbeweging	m
u	electrische spanning	V
$V_{rel}$	relatieve snelheid	m/s
V	snelheid	m/s
$W_v$	inwrijving tong	N.S./m
x,y,z	afstanden in bewegend coördinaten systeem	m
$T$	gevoeligheid	-
$\Omega$	rotatie snelheid	Hz
$\Omega_p$	rotatie snelheid plateau	Hz
$\Omega_0$	voorrotatie snelheid	Hz
$\Phi$	magnetische flux	V.s
$\alpha$	verhouding dikte tong uiteinde en inklempunt	-
$\beta$	verhouding breedte tong uiteinde en inklempunt	-
$\delta$	delta variatie	-
$\sigma$	spanning	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_p$	spanningsgrens	V/A.m.
$\rho$	soortelijke massa	kg/m <sup>3</sup>
$\rho$	specifieke weerstand	
$r$	traagheidsstraal	m
$\int$	integratie constante	-
$\rho$	specifieke weerstand	-
$Q_{dr}$	Functie voor contour van geleider	-
$\int_m$	functie voor magneetcontour	-
$\varphi$	fase hoek	rad, °

APPENDIX A

In hoofdstuk 2,2.2. is een eenvoudige berekening gegeven voor de magnetodynamische omzetting. Indien we een draadwikkeling en magneetje van willekeurig oppervlak nemen krijgen we de volgende afleiding



figuur A-1

Een draadwikkeling wordt in het  $xy$  stelsel voorgesteld door de functie  $\varphi_{dr}(y)$  en de rand van een magneetje, dat zich in de  $x$  richting boven de draadwikkeling beweegt, wordt voorgesteld door de functie  $\xi_m(y)$ .

De magnetische inductie die op de plaats van de draad heerst is  $\bar{B}(x, y, z)$  en het snijpunt van draadwikkeling en magneetrand is het punt  $(p, q)$ .

Ten opzichte van de lijn  $y=y_1$  kan de volgende berekening twee keer uitgevoerd worden door de rand van het magneetje voor te stellen door 2 functies. De snijpunten van de lijn  $y=y_1$ , met de magneetrand is  $x_1$  en het snijpunt met de draad is  $r_0$ .

Indien we de integratieweg van y volgens  $\rho(y)$  laten verlopen, dan geldt:

$$\frac{d}{dt} \int_{\rho_m}^{\rho_m(y)} B_z(x, y, z) dx = -\frac{dx}{dt} \quad \text{vgl. A-4}$$

Voor de omvatte flux kunnen we nu schrijven

$$+\frac{d\Phi}{dt} = - \int_{y_1}^{\rho} B_z(x, y, z) dy \cdot \frac{dx}{dt} \quad \text{vgl. A-5}$$

Door te stellen  $(B_z 1)_{\text{eff}} = \int_{y_1}^{\rho} B_z(x, y, z) dy$  met de draad als integratieweg, krijgen we de vergelijking:

$$u = (B_z 1)_{\text{eff}} \cdot \dot{x} \quad \text{vgl. 2.2.-5}$$

De kracht die door de stroomdraad op hetmagneetje wordt uitgeoefend is

$$\vec{F} = i(d\vec{s} \times \vec{B})$$

De kracht in de x-richting is

$$F_x = i \int_{y_1}^{\rho} B_z(x, y, z) dy \quad \text{vgl. A-6}$$

Ook hier moet de integratieweg volgens de draad verlopen

Zodoende is  $u = (B_z 1)_{\text{eff}} \cdot \dot{x}$   
 en  $F_x = (B_z 1)_{\text{eff}} \cdot i$

waarbij  $(B_z 1)_{\text{eff}} = \int B_z(x, y, z) dy$ , waarbij de integratieweg het stuk stroomgeleider is onder het magneetje.



De volgende berekeningen worden uitgevoerd voor het geval dat  $y=y_1$ .

De door de draadwinding omvatte flux is  $\Phi = \iint \bar{B} \cdot \bar{n} \, dA$

$$\Phi = \int_{y_1}^q \left[ \int_{z_m(y)}^{z_d(y)} B_z(x, y, z) dx \right] dy \quad \text{vgl. A-1}$$

Uit het wiskunde dictaat III<sup>A</sup> pagina II 38, Lit. [18], geldt de volgende afleiding:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{y_1}^q \left[ \frac{d}{dt} \int_{z_m(y)}^{z_d(y)} B_z(x, y, z) dx \right] dy + \left[ \int_{z_m(y)}^{z_d(y)} B_z(x, y, z) dx \right] \frac{dq}{dt}$$

$y=q$

$$- \left[ \int_{z_m(y)}^{z_d(y)} B_z(x, y, z) dx \right]_{y=y_1} \frac{dy}{dt} \quad \text{vgl. A-2}$$

Indien alleen beweging in de x richting mogelijk is, is  $\frac{dy}{dt} = 0$ .

In het punt  $(p, q)$  geldt  $f_{dr}(q) = f_m(q)$  zodat overblijft

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{y_1}^q \left[ \frac{d}{dt} \int_{z_m(y)}^{z_d(y)} B_z(x, y, z) dx \right] dy \quad \text{vgl. A-3}$$

Indien  $B_z$  alleen afhankelijk is van de plaats en niet van de tijd dan geldt dat  $\Phi_{dr}(y)$  ook niet van tijd afhangt omdat de draad stilstaat.